Outils et Logique (OL4)

CC1

NOM : **PRENOM :** **Numéro d'étudiant :**

Utilisez uniquement les espaces encadrées prévues pour répondre.

1 On considère les affectations suivantes :$v_1 = [m \mapsto 1]$ $v_2 = [m \mapsto 1, g \mapsto 1]$ $v_3 = [g \mapsto 1, z \mapsto 1]$. Remplissez le tableau suivant (0 ou 1 dans les trois premières colonnes et *vrai* ou *faum* dans le reste) :

Formule p	$[\![p]\!]v_1$	$[\![p]\!]v_2$	$[\![p]\!]v_3$	p valide ?	p satisfaisable ?	p contradictoire ?
$((\neg m \vee g) \wedge m)$						
$(\neg g \wedge (z \wedge (m \wedge g)))$						
$((m \wedge z) \vee ((\neg m \wedge z) \vee \neg z))$						

2 Formalisez les phrases suivantes en logique propositionnelle (vous pouvez utiliser l'implication). Indiquez pour chaque variable propositionnelle que vous utilisez à quoi elle correspond.

1. d
2. Si Paris est belle, alors Berlin est belle.
3. Paris est belle.
4. a
5. c
6. b
7. f
8. Si Berlin n'est pas belle, alors ni Paris ni Rome sont belles.
9. e
10. g

3 On considère la fonction $taille(p)$ qui étant donnée une formule propositionnelle p désigne sa taille (en nombre de nœuds, y compris les feuilles) de l'arbre syntaxique correspondant. Par exemple $taille((u \vee (\neg u \wedge y))) = 6$ et $taille(\neg u) = 2$.

On considère également la fonction $hauteur(p)$ qui étant donnée une formule propositionnelle p désigne la hauteur de l'arbre syntaxique correspondant. Par exemple, $hauteur(((\neg u \wedge t) \vee u)) = 4$ et $hauteur((u \vee (\neg u \wedge t))) = 4$ et $hauteur(\neg u) = 2$. Complétez les définitions récursives suivantes :

— $taille(u) = \boxed{}$, $hauteur(u) = \boxed{}$

— $taille(\neg p) = \boxed{}$, $hauteur(\neg p) = \boxed{}$

— $taille((p \wedge q)) = \boxed{}$, $hauteur((p \wedge q)) = \boxed{}$

— $taille((p \vee q)) = \boxed{}$, $hauteur((p \vee q)) = \boxed{}$

4 On considère l'affectation $v = []$, qui associe à chaque variable la valeur de vérité 0. Montrer par induction structurelle sur les formules que pour toute formule p qui ne contient pas $\neg$, on a $[\![p]\!]v = 0$. N.B. : dans la preuve le cas $\neg p$ n'est pas considéré.

2