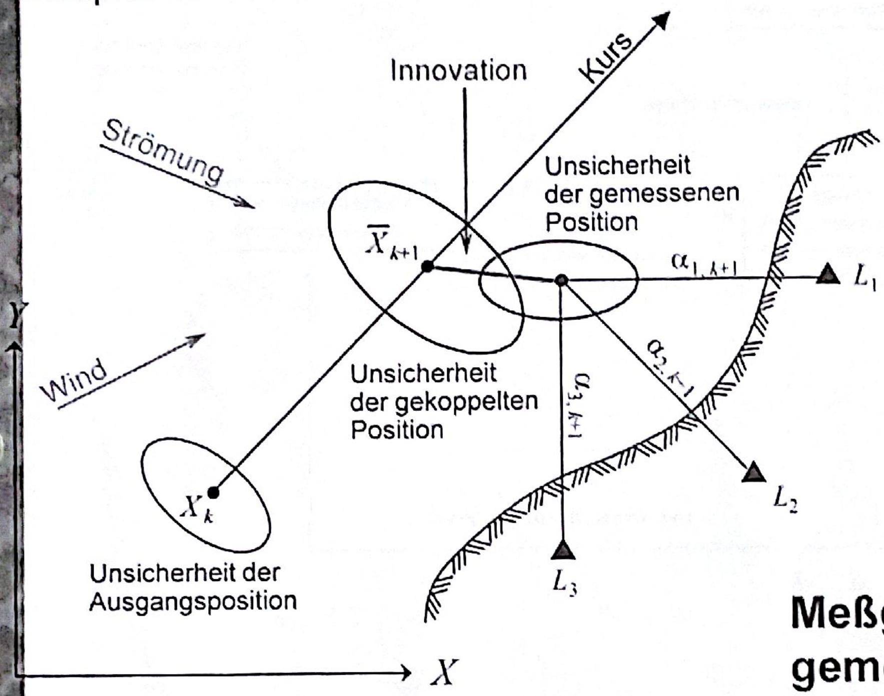
Kalman – Filter - Prinzip

Beispiel fahrendes Schiff



Annahme über Kurs und Geschwindigkeit => Koppeln

Kalman-Filter: Prädiktion durch Systemgleichung

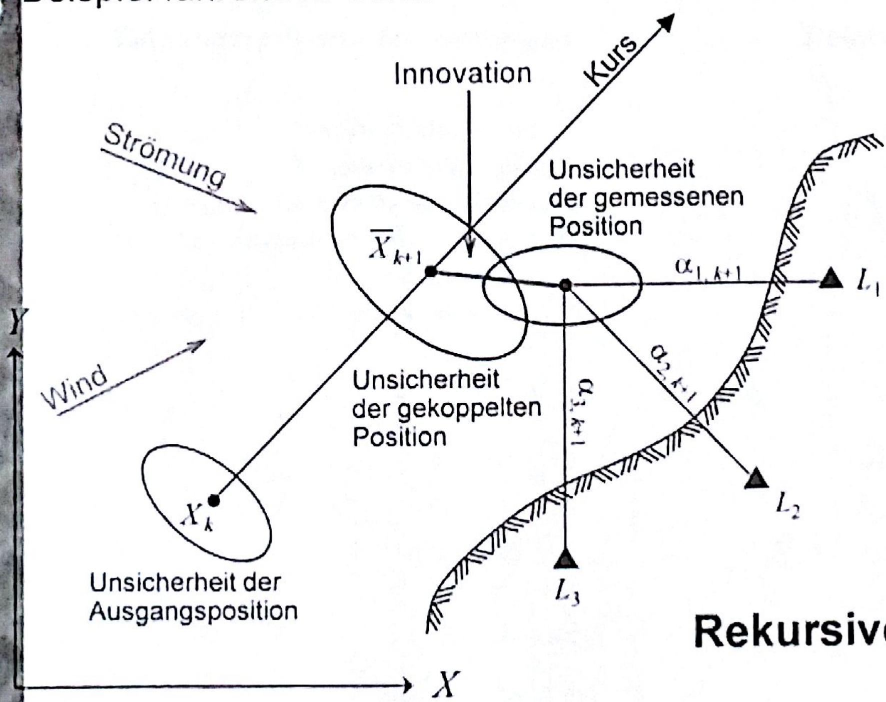
Störgrößen, nur stochast.

=> Prädizierte Position

Meßgleichung liefert gemessene Position

Kalman – Filter - Prinzip

Beispiel fahrendes Schiff

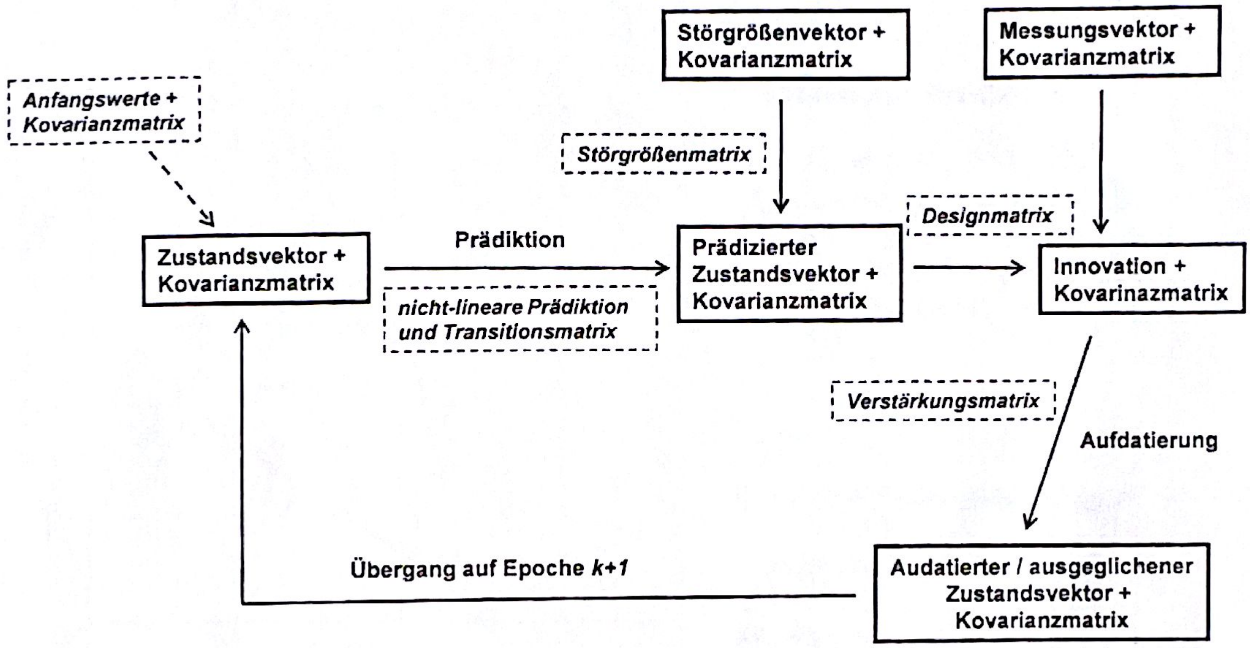


Kalman-Filter verbindet Meß- und Systemgleichung optimal
=> maximale Genauigkeit

Innovation kann bewertet werden => Elimination von Fehlern

Rekursives Vorgehen

Ablaufschema: Erweiterter Kalman-Filter



Universität Stuttgart
Institut für Ingenieurgeodäsie

Kreis- und Geradenfahrt

Eingangsgrößen / Beobachtungen

$$\underline{l} = \begin{pmatrix} X_{GPS} \\ Y_{GPS} \\ \Delta\varphi_{pana} \\ \Delta\varphi_{sili} \\ \Delta s_{odo} \\ \Delta s_{acc} \end{pmatrix} \begin{matrix} \text{im horizontalen System;} \\ \text{bezogen auf Schwerpunkt} \\ \text{Kreiseldrehwinkel / Panasonic} \\ \text{Kreiseldrehwinkel / Silicon Sensing} \\ \text{Odometer Entfernung} \\ \text{Entfernung aus Beschl.} \end{matrix}$$

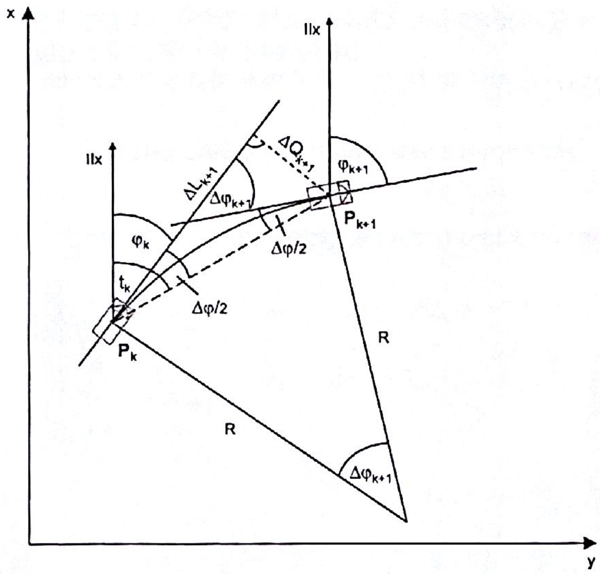
$$\underline{\Sigma}_{ll} = \begin{bmatrix} \sigma^2_{X_{GPS}} & 0 & 0 & & & 0 \\ 0 & \sigma^2_{Y_{GPS}} & 0 & 0 & & 0 \\ 0 & 0 & \sigma^2_{\Delta\varphi_{pana}} & 0 & & \\ & 0 & 0 & \sigma^2_{\Delta\varphi_{sili}} & 0 & \\ & & & 0 & \sigma^2_{s_{odo}} & 0 \\ 0 & 0 & & & 0 & \sigma^2_{s_{acc}} \end{bmatrix}$$

Zielgrößen / Zustandsvektor

$$\underline{\hat{y}} = \begin{bmatrix} \hat{x} \\ \hat{y} \\ \hat{\varphi} \\ \hat{v} \\ \Delta\hat{\varphi} \end{bmatrix}$$

$$\underline{\Sigma}_{\hat{y}\hat{y}} = \begin{bmatrix} \sigma^2_{\hat{x}} & \sigma_{\hat{x}\hat{y}} & \sigma_{\hat{x}\hat{\varphi}} & \sigma_{\hat{x}\hat{v}} & \sigma_{\hat{x}\Delta\hat{\varphi}} \\ \sigma_{\hat{x}\hat{y}} & \sigma^2_{\hat{y}} & \sigma_{\hat{y}\hat{\varphi}} & \sigma_{\hat{y}\hat{v}} & \sigma_{\hat{y}\Delta\hat{\varphi}} \\ \sigma_{\hat{x}\hat{\varphi}} & \sigma_{\hat{y}\hat{\varphi}} & \sigma^2_{\hat{\varphi}} & \sigma_{\hat{\varphi}\hat{v}} & \sigma_{\hat{\varphi}\Delta\hat{\varphi}} \\ \sigma_{\hat{x}\hat{v}} & \sigma_{\hat{y}\hat{v}} & \sigma_{\hat{\varphi}\hat{v}} & \sigma^2_{\hat{v}} & \sigma_{\Delta\hat{\varphi}\hat{v}} \\ \sigma_{\hat{x}\Delta\hat{\varphi}} & \sigma_{\hat{y}\Delta\hat{\varphi}} & \sigma_{\hat{\varphi}\Delta\hat{\varphi}} & \sigma_{\Delta\hat{\varphi}\hat{v}} & \sigma^2_{\Delta\hat{\varphi}} \end{bmatrix}$$

Kreisfahrt- Prädiktion



Nicht-lineare Prädiktion

$$\overline{X}_{k+1} = \hat{X}_k + \cos\hat{\varphi}_k \, \Delta L_{k+1} - \sin\hat{\varphi}_k \, \Delta Q_{k+1}$$
$$\overline{Y}_{k+1} = \hat{Y}_k + \sin\hat{\varphi}_k \, \Delta L_{k+1} + \cos\hat{\varphi}_k \, \Delta Q_{k+1}$$

$$\Delta L_{k+1} = R \cdot \sin\left(\Delta\overline{\varphi}_{k+1}\right)$$
$$\Delta Q_{k+1} = R \cdot \left(1 - \cos\left(\Delta\overline{\varphi}_{k+1}\right)\right)$$

$$\overline{X}_{k+1} = \hat{X}_k + \frac{v_{k+1} \cdot \Delta t}{\Delta\varphi_{k+1}} \cdot (\sin(\hat{\varphi}_k + \Delta\varphi_{k+1}) - \sin\hat{\varphi}_k)$$
$$\overline{Y}_{k+1} = \hat{Y}_k + \frac{v_{k+1} \cdot \Delta t}{\Delta\varphi_{k+1}} \cdot (\cos\hat{\varphi}_k - \cos(\hat{\varphi}_k + \Delta\varphi_{k+1}))$$

$$\overline{\varphi}_{k+1} = \hat{\varphi}_k + \Delta\overline{\varphi}_{k+1}$$
$$\overline{v}_{k+1} = \hat{v}_k$$
$$\Delta\overline{\varphi}_{k+1} = \Delta\hat{\varphi}_k$$

Universität Stuttgart
Institut für Ingenieurgeodäsie

Kreisfahrt - Prädiktion

Prädiktion der Kovarianzmatrix

$$\Sigma_{\overline{y}_{k+1}\overline{y}_{k+1}} = \mathrm{T} \cdot \Sigma_{\hat{y}_k\hat{y}_k} \cdot \mathrm{T}^{\mathrm{T}}$$

Transitionsmatrix

$$\mathrm{T} = \left(\frac{\partial \mathrm{Y}_{k+1}}{\partial \mathrm{Y}_k}\right) = \begin{pmatrix} \frac{\partial x_{k+1}}{\partial x_k} & \frac{\partial x_{k+1}}{\partial y_k} & \frac{\partial x_{k+1}}{\partial \varphi_k} & \frac{\partial x_{k+1}}{\partial v_k} & \frac{\partial x_{k+1}}{\partial \Delta\varphi_k} \\ \frac{\partial y_{k+1}}{\partial x_k} & \frac{\partial y_{k+1}}{\partial y_k} & \frac{\partial y_{k+1}}{\partial \varphi_k} & \frac{\partial y_{k+1}}{\partial v_k} & \frac{\partial y_{k+1}}{\partial \Delta\varphi_k} \\ \frac{\partial \varphi_{k+1}}{\partial x_k} & \frac{\partial \varphi_{k+1}}{\partial y_k} & \frac{\partial \varphi_{k+1}}{\partial \varphi_k} & \frac{\partial \varphi_{k+1}}{\partial v_k} & \frac{\partial \varphi_{k+1}}{\partial \Delta\varphi_k} \\ \frac{\partial v_{k+1}}{\partial x_k} & \frac{\partial v_{k+1}}{\partial y_k} & \frac{\partial v_{k+1}}{\partial \varphi_k} & \frac{\partial v_{k+1}}{\partial v_k} & \frac{\partial v_{k+1}}{\partial \Delta\varphi_k} \\ \frac{\partial \Delta\varphi_{k+1}}{\partial x_k} & \frac{\partial \Delta\varphi_{k+1}}{\partial y_k} & \frac{\partial \Delta\varphi_{k+1}}{\partial \varphi_k} & \frac{\partial \Delta\varphi_{k+1}}{\partial v_k} & \frac{\partial \Delta\varphi_{k+1}}{\partial \Delta\varphi_k} \end{pmatrix}$$

$$\mathrm{T} = \left(\frac{\partial \mathrm{Y}_{k+1}}{\partial \mathrm{Y}_k}\right) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \overline{v}_{k+1} \cdot \Delta t \cdot \frac{\cos(\hat{\varphi}_k + \Delta\overline{\varphi}_{k+1}) - \cos\hat{\varphi}_k}{\Delta\overline{\varphi}_{k+1}} & \Delta t \cdot \frac{\sin(\hat{\varphi}_k + \Delta\overline{\varphi}_{k+1}) - \sin\hat{\varphi}_k}{\Delta\overline{\varphi}_{k+1}} & A \\ 0 & 1 & \overline{v}_{k+1} \cdot \Delta t \cdot \frac{\sin(\hat{\varphi}_k + \Delta\overline{\varphi}_{k+1}) - \sin\hat{\varphi}_k}{\Delta\overline{\varphi}_{k+1}} & -\Delta t \cdot \frac{\cos(\hat{\varphi}_k + \Delta\overline{\varphi}_{k+1}) - \cos\hat{\varphi}_k}{\Delta\overline{\varphi}_{k+1}} & B \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

mit

$$A = \overline{v}_{k+1} \cdot \Delta t \cdot \frac{\cos(\hat{\varphi}_k + \Delta\overline{\varphi}_{k+1})}{\Delta\overline{\varphi}_{k+1}} + \overline{v}_{k+1} \cdot \Delta t \cdot \frac{\sin(\hat{\varphi}_k) - \sin(\hat{\varphi}_k + \Delta\overline{\varphi}_{k+1})}{\Delta\overline{\varphi}^2_{k+1}}$$
$$B = \overline{v}_{k+1} \cdot \Delta t \cdot \frac{\sin(\hat{\varphi}_k + \Delta\overline{\varphi}_{k+1})}{\Delta\overline{\varphi}_{k+1}} - \overline{v}_{k+1} \cdot \Delta t \cdot \frac{\cos(\hat{\varphi}_k) - \cos(\hat{\varphi}_k + \Delta\overline{\varphi}_{k+1})}{\Delta\overline{\varphi}^2_{k+1}}$$

Kreisfahrt - Störgrößen

Keine Stellgrößen: $E(\mathbf{u}) = 0$, auch keine stochastische Modellierung!

Einfluss der Störgrößen / Störbeschleunigungen *a und –drehraten* $\dot{\varphi}$
nur stochastisch modelliert
unter Nutzung der Matrix **S**; $E(\mathbf{w}) = E(a, \dot{\varphi}) = \mathbf{0}$

Stochastischer Einfluss der Störgrößen

... Darstellung in Abhängigkeit von a und $\dot{\varphi}$ notwendig:

$$\overline{X}_{k+1} = \hat{X}_k + \frac{a \cdot \Delta t^2}{2 \cdot \Delta\overline{\varphi}_{k+1}} \cdot (-\sin\hat{\varphi}_k + \sin(\hat{\varphi}_k + \Delta\overline{\varphi}_{k+1}))$$
$$\overline{Y}_{k+1} = \hat{Y}_k + \frac{a \cdot \Delta t^2}{2 \cdot \Delta\overline{\varphi}_{k+1}} \cdot (\cos\hat{\varphi}_k - \cos(\hat{\varphi}_k + \Delta\overline{\varphi}_{k+1}))$$
$$\overline{v}_{k+1} = \hat{v}_k + a \cdot \Delta t$$

$$\overline{X}_{k+1} = \hat{X}_k + \frac{v_{k+1} \cdot \Delta t}{\dot{\varphi} \cdot \Delta t} \cdot (\sin(\hat{\varphi}_k + \dot{\varphi} \cdot \Delta t) - \sin\hat{\varphi}_k) = \hat{X}_k + \frac{v_{k+1}}{\dot{\varphi}} \cdot (\sin(\hat{\varphi}_k + \dot{\varphi} \cdot \Delta t) - \sin\hat{\varphi}_k)$$
$$\overline{Y}_{k+1} = \hat{Y}_k + \frac{v_{k+1} \cdot \Delta t}{\dot{\varphi} \cdot \Delta t} \cdot (\cos\hat{\varphi}_k - \cos(\hat{\varphi}_k + \dot{\varphi} \cdot \Delta t)) =_k + \frac{v_{k+1}}{\dot{\varphi}} \cdot (\cos\hat{\varphi}_k - \cos(\hat{\varphi}_k + \dot{\varphi} \cdot \Delta t))$$
$$\overline{\varphi}_{k+1} = \hat{\varphi}_k + \dot{\varphi} \cdot \Delta t$$
$$\Delta\overline{\varphi}_{k+1} = \dot{\varphi} \cdot \Delta t$$

Kreisfahrt - Störgrößen

Störgrößenmatrix

$$\mathbf{S} = \begin{pmatrix} \frac{\partial x_{k+1}}{\partial a} & \frac{\partial x_{k+1}}{\partial \dot{\varphi}} \\ \frac{\partial y_{k+1}}{\partial a} & \frac{\partial y_{k+1}}{\partial \dot{\varphi}} \\ \frac{\partial \varphi_{k+1}}{\partial a} & \frac{\partial \varphi_{k+1}}{\partial \dot{\varphi}} \\ \frac{\partial v_{k+1}}{\partial a} & \frac{\partial v_{k+1}}{\partial \dot{\varphi}} \\ \frac{\partial \Delta\varphi_{k+1}}{\partial a} & \frac{\partial \Delta\varphi_{k+1}}{\partial \dot{\varphi}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\Delta t^2}{2 \cdot \Delta\overline{\varphi}_{k+1}} \cdot (-\sin\hat{\varphi}_k + \sin(\hat{\varphi}_k + \Delta\overline{\varphi}_{k+1})) & C \\ \frac{\Delta t^2}{2 \cdot \Delta\overline{\varphi}_{k+1}} \cdot (\cos\hat{\varphi}_k - \cos(\hat{\varphi}_k + \Delta\overline{\varphi}_{k+1})) & D \\ 0 & \Delta t \\ \Delta t & 0 \\ 0 & \Delta t \end{pmatrix}$$

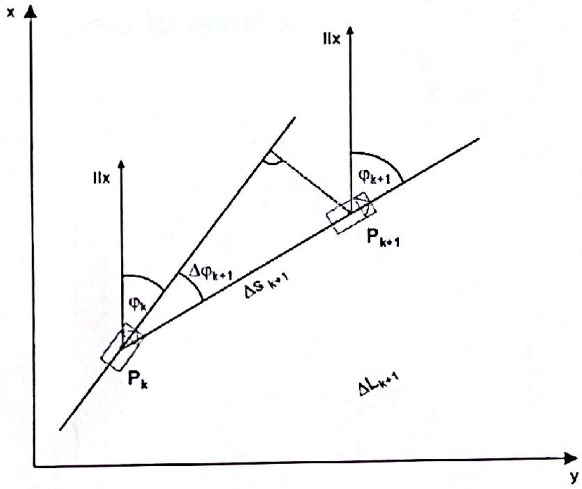
$$C = \frac{\overline{v}_{k+1} \cdot \Delta t}{\dot{\varphi}} \cdot \cos(\hat{\varphi}_k + \dot{\varphi} \cdot \Delta t) - \frac{\overline{v}_{k+1}}{\dot{\varphi}^2} \cdot (-\sin(\hat{\varphi}_k) + \sin(\hat{\varphi}_k + \dot{\varphi} \cdot \Delta t))$$
$$B = \frac{\overline{v}_{k+1} \cdot \Delta t}{\dot{\varphi}} \cdot \sin(\hat{\varphi}_k + \dot{\varphi} \cdot \Delta t) - \frac{\overline{v}_{k+1}}{\dot{\varphi}^2} \overline{v}_{k+1} \cdot (\cos(\hat{\varphi}_k) - \cos(\hat{\varphi}_k + \dot{\varphi} \cdot \Delta t))$$

komplette Prädiktion

$$\Sigma_{\overline{y}_{k+1}\overline{y}_{k+1}} = \mathbf{T} \cdot \Sigma_{\hat{y}_k\hat{y}_k} \cdot \mathbf{T}^\mathrm{T} + \mathbf{S} \cdot \Sigma_{\mathbf{ww}} \cdot \mathbf{S}^\mathrm{T}$$

Varianzen der Störbeschleunigung und der Stördrehrate durch “ausprobieren” !

Geradeausfahrt - Prädiktion



verändert:

$$\Delta L_{k+1} = \Delta\bar{s}_{k+1}\cdot\cos(\Delta\bar{\varphi}_{k+1})$$
$$\Delta Q_{k+1} = \Delta\bar{s}_{k+1}\cdot\sin(\Delta\bar{\varphi}_{k+1})$$

$$\bar{X}_{k+1} = \hat{X}_k + \cos\hat{\varphi}_k\cdot\Delta\bar{s}_{k+1}\cdot\cos(\Delta\bar{\varphi}_{k+1}) - \sin\hat{\varphi}_k\cdot\Delta\bar{s}_{k+1}\cdot\sin(\Delta\bar{\varphi}_{k+1})$$
$$\bar{X}_{k+1} = \hat{X}_k + \Delta\bar{s}_{k+1}\cdot(\cos\hat{\varphi}_k\cdot\cos(\Delta\bar{\varphi}_{k+1}) - \sin\hat{\varphi}_k\cdot\sin(\Delta\bar{\varphi}_{k+1}))$$
$$\bar{X}_{k+1} = \hat{X}_k + \bar{v}_{k+1}\cdot\Delta t\cdot\cos(\hat{\varphi}_k + \Delta\bar{\varphi}_{k+1})$$
$$\bar{Y}_{k+1} = \hat{Y}_k + \sin\hat{\varphi}_k\cdot\Delta\bar{s}_{k+1}\cdot\cos(\Delta\bar{\varphi}_{k+1}) + \cos\hat{\varphi}_k\cdot\Delta\bar{s}_{k+1}\cdot\sin(\Delta\bar{\varphi}_{k+1})$$
$$\bar{Y}_{k+1} = \hat{Y}_k + \Delta\bar{s}_{k+1}\cdot(\sin\hat{\varphi}_k\cdot\cos(\Delta\bar{\varphi}_{k+1}) + \cos\hat{\varphi}_k\cdot\sin(\Delta\bar{\varphi}_{k+1}))$$
$$\bar{Y}_{k+1} = \hat{Y}_k + \bar{v}_{k+1}\cdot\Delta t\cdot\sin(\hat{\varphi}_k + \Delta\bar{\varphi}_{k+1})$$

unverändert:

$$\bar{\varphi}_{k+1} = \hat{\varphi}_k + \Delta\bar{\varphi}_{k+1}$$
$$\bar{v}_{k+1} = \hat{v}_k$$
$$\Delta\bar{\varphi}_{k+1} = \Delta\hat{\varphi}_k$$

Universität Stuttgart
Institut für Ingenieurgeodäsie IIGS

Geradeausfahrt – Prädiktion und Störgrößen

Prädiktion der Kovarianzmatrix

$$\Sigma_{\bar{y}_{k+1}\bar{y}_{k+1}} = \mathbf{T}\cdot\Sigma_{\hat{y}_k\hat{y}_k}\cdot\mathbf{T}^T$$

$$\mathbf{T} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -\bar{v}_{k+1}\cdot\Delta t\cdot\sin(\hat{\varphi}_k+\Delta\bar{\varphi}_{k+1}) & \Delta t\cdot\cos(\hat{\varphi}_k+\Delta\bar{\varphi}_{k+1}) & -\bar{v}_{k+1}\cdot\Delta t\cdot\sin(\hat{\varphi}_k+\Delta\bar{\varphi}_{k+1}) \\ 0 & 1 & \bar{v}_{k+1}\cdot\Delta t\cdot\cos(\hat{\varphi}_k+\Delta\bar{\varphi}_{k+1}) & \Delta t\cdot\sin(\hat{\varphi}_k+\Delta\bar{\varphi}_{k+1}) & \bar{v}_{k+1}\cdot\Delta t\cdot\cos(\hat{\varphi}_k+\Delta\bar{\varphi}_{k+1}) \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Einfluß der Störbeschleunigung und der Stördrehrate

$$\bar{x}_{k+1} = \hat{x}_k + a\cdot\frac{\Delta t^2}{2}\cos(\hat{\varphi}_k+\Delta\bar{\varphi}_{k+1})$$
$$\bar{y}_{k+1} = \hat{y}_k + a\cdot\frac{\Delta t^2}{2}\sin(\hat{\varphi}_k+\Delta\bar{\varphi}_{k+1})$$

$$\bar{x}_{k+1} = \hat{x}_k + \bar{v}_{k+1}\cdot\Delta t\cdot\cos(\hat{\varphi}_k+\dot{\varphi}\cdot\Delta t)$$
$$\bar{y}_{k+1} = \hat{y}_k + \bar{v}_{k+1}\cdot\Delta t\cdot\sin(\hat{\varphi}_k+\dot{\varphi}\cdot\Delta t)$$

$$\mathbf{S} = \begin{pmatrix} \frac{\Delta t^2}{2}\cos(\hat{\varphi}_k+\Delta\bar{\varphi}_{k+1}) & -\Delta t^2\cdot\bar{v}_{k+1}\cdot\sin(\hat{\varphi}_k+\dot{\varphi}\cdot\Delta t) \\ \frac{\Delta t^2}{2}\sin(\hat{\varphi}_k+\Delta\bar{\varphi}_{k+1}) & \Delta t^2\cdot\bar{v}_{k+1}\cdot\cos(\hat{\varphi}_k+\dot{\varphi}\cdot\Delta t) \\ 0 & \Delta t \\ \Delta t & 0 \\ 0 & \Delta t \end{pmatrix}$$

komplette Prädiktion

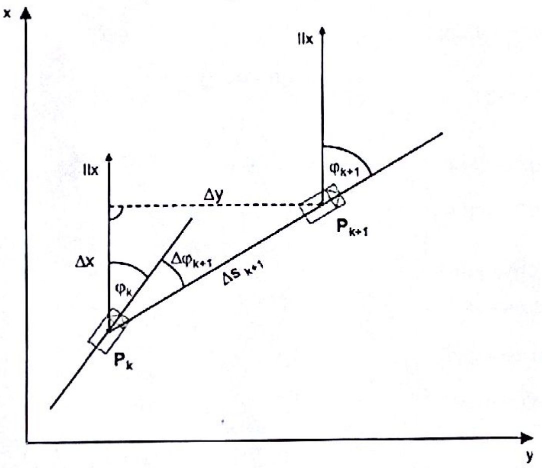
$$\Sigma_{\bar{y}_{k+1}\bar{y}_{k+1}} = \mathbf{T}\cdot\Sigma_{\hat{y}_k\hat{y}_k}\cdot\mathbf{T}^T + \mathbf{S}\cdot\Sigma_{ww}\cdot\mathbf{S}^T$$

Standard-Kinematik-Ansatz

Veränderter Zustandsvektor

$$\hat{y} = \begin{bmatrix} \hat{x}_g \\ \hat{y}_g \\ \hat{v}_x \\ \hat{v}_y \end{bmatrix}$$

$$\underline{\Sigma}_{\hat{y}\hat{y}} = \begin{bmatrix} \sigma^2_{\hat{x}_g} & \sigma_{\hat{x}_g \hat{y}_g} & \sigma_{\hat{x}_g \hat{v}_x} & \sigma_{\hat{x}_g \hat{v}_y} \\ \sigma_{\hat{x}_g \hat{y}_g} & \sigma^2_{\hat{y}_g} & \sigma_{\hat{y}_g \hat{v}_x} & \sigma_{\hat{y}_g \hat{v}_y} \\ \sigma_{\hat{x}_g \hat{v}_x} & \sigma_{\hat{y}_g \hat{v}_x} & \sigma^2_{\hat{v}_x} & \sigma_{\hat{y}_x \hat{v}_y} \\ \sigma_{\hat{x}_g \hat{v}_y} & \sigma_{\hat{y}_g \hat{v}_y} & \sigma_{\hat{y}_x \hat{v}_y} & \sigma^2_{\hat{v}_y} \end{bmatrix}$$



Lineare Prädiktion

$$\bar{X}_{k+1} = \hat{X}_k + \Delta t \cdot \hat{v}_{x,k}$$
$$\bar{Y}_{k+1} = \hat{Y}_k + \Delta t \cdot \hat{v}_{y,k}$$
$$\bar{v}_{x,k+1} = \hat{v}_{x,k}$$
$$\bar{v}_{y,k+1} = \hat{v}_{y,k}$$

$$\Delta t \cdot \hat{v}_{x,k} = \Delta t \cdot \hat{v}_{x,k-1} + 0.5 \cdot \Delta t^2 \cdot \cos(\varphi_{k-1}) \cdot \hat{a}_k$$
$$\Delta t \cdot \hat{v}_{y,k} = \Delta t \cdot \hat{v}_{y,k-1} + 0.5 \cdot \Delta t^2 \cdot \sin(\varphi_{k+1}) \cdot \hat{a}_k$$

Universität Stuttgart
Institut für Ingenieurgeodäsie IIGS

Standard-Kinematik-Ansatz - Prädiktion

Transitionsmatrix

$$\mathbf{T} = \begin{pmatrix} \frac{\partial x_{k+1}}{\partial x_k} & \frac{\partial x_{k+1}}{\partial y_k} & \frac{\partial x_{k+1}}{\partial v_{x,k}} & \frac{\partial x_{k+1}}{\partial v_{y,k}} \\ \frac{\partial y_{k+1}}{\partial x_k} & \frac{\partial y_{k+1}}{\partial y_k} & \frac{\partial y_{k+1}}{\partial v_{x,k}} & \frac{\partial y_{k+1}}{\partial v_{y,k}} \\ \frac{\partial v_{x,k+1}}{\partial x_k} & \frac{\partial v_{x,k+1}}{\partial y_k} & \frac{\partial v_{x,k+1}}{\partial v_{x,k}} & \frac{\partial v_{x,k+1}}{\partial v_{y,k}} \\ \frac{\partial v_{y,k+1}}{\partial x_k} & \frac{\partial v_{y,k+1}}{\partial x_k} & \frac{\partial v_{y,k+1}}{\partial v_{x,k}} & \frac{\partial v_{y,k+1}}{\partial v_{y,k}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \Delta t & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \Delta t \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Einfluss der Störbeschleunigung

$$\mathbf{S} = \begin{pmatrix} \frac{\partial x}{\partial a} \\ \frac{\partial y}{\partial a} \\ \frac{\partial v_x}{\partial a} \\ \frac{\partial v_y}{\partial a} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\varphi_{k+1}) \cdot 0.5\Delta t^2 \\ \sin(\varphi_{k-1}) \cdot 0.5\Delta t^2 \\ \cos(\varphi_{k+1}) \cdot \Delta t \\ \sin(\varphi_{k+1}) \cdot \Delta t \end{pmatrix}$$

komplette Prädiktion

$$\Sigma_{\bar{y}_{k+1}\bar{y}_{k+1}} = \mathbf{T} \cdot \Sigma_{\hat{y}_k \hat{y}_k} \cdot \mathbf{T}^{\mathrm{T}} + \mathbf{S} \cdot \sigma_w^2 \cdot \mathbf{S}^{\mathrm{T}}$$

Algorithmus des diskreten (erweiterten) KALMAN-Filters

$\hat{\mathbf{y}}_k$	aufdatierter Zustandsvektor (Epoche k)
$\mathbf{T} = \left(\frac{\partial(\mathbf{y},\mathbf{u},\mathbf{w})}{\partial \mathbf{y}_k} \right)$	Transitionsmatrix / nicht-lineare Prädiktionsmatrix
$\mathbf{w}$	Störgrößenvektor; in der Regel $E(\mathbf{w}) = \mathbf{0}$
$\mathbf{S} = \left(\frac{\partial\varphi(\mathbf{y},\mathbf{u},\mathbf{w})}{\partial \mathbf{w}} \right)_0$	Störgrößenmatrix
$\mathbf{u}$	Stellgrößenvektor
$\mathbf{B} = \left(\frac{\partial\varphi(\mathbf{y},\mathbf{u},\mathbf{w})}{\partial \mathbf{u}} \right)_0$	Stellgrößenmatrix
$\bar{\mathbf{y}}_{k+1} = \mathbf{T} \cdot \hat{\mathbf{y}}_k + \mathbf{B} \cdot \mathbf{u} + \mathbf{S} \cdot \mathbf{w}$	prädizierter Zustandsvektor (linear, allgemeine Formulierung)
$\bar{\mathbf{y}}_{k+1} = \mathbf{T} \cdot \hat{\mathbf{y}}_k$	prädizierter Zustandsvektor (linear, ohne Stell- und Störgrößen)
$\bar{\mathbf{y}}_{k+1} = \Phi(\hat{\mathbf{y}}_k)$	prädizierter Zustandsvektor (nicht-linear, erweiterter Kalman-Filter)
$\mathbf{Q}_{\hat{y}\hat{y},k}$	Kofaktormatrix der aufdatierten Zustandsgrößen (Epoche k)
$\mathbf{Q}_{ww}$	Kofaktormatrix der Störgrößen
$\mathbf{Q}_{uu}$	Kofaktormatrix der Stellgrößen
$\mathbf{Q}_{\bar{y}\bar{y},k+1} = \mathbf{T} \cdot \mathbf{Q}_{\hat{y}\hat{y},k} \cdot \mathbf{T}^T + \mathbf{B} \cdot \mathbf{Q}_{uu} \cdot \mathbf{B}^T + \mathbf{S} \cdot \mathbf{Q}_{ww} \cdot \mathbf{S}^T$	Kofaktormatrix des prädizierten Zustandsvektors (allgemein)
$\mathbf{Q}_{\bar{y}\bar{y},k+1} = \mathbf{T} \cdot \mathbf{Q}_{\hat{y}\hat{y},k} \cdot \mathbf{T}^T + \mathbf{S} \cdot \mathbf{Q}_{ww} \cdot \mathbf{S}^T$	Kofaktormatrix des prädizierten Zustandsvektors (ohne Stellgrößen)
$\mathbf{l}_{k+1}$	Vektor der Beobachtungen
$\mathbf{A}_{k+1} = \left(\frac{\partial\varphi(\mathbf{Y})}{\partial \mathbf{Y}} \right)_0$	Konfigurationsmatrix
$\bar{\mathbf{l}}_{k+1} = \mathbf{A}_{k+1} \cdot \bar{\mathbf{y}}_{k+1}$	lineare Beobachtungsgleichungen
$\bar{\mathbf{l}}_{k+1} = \varphi(\bar{\mathbf{y}}_{k+1})$	nicht-lineare Beobachtungsgleichungen (erweiterter Kalman-Filter)
$\mathbf{d}_{k+1} = \mathbf{l}_{k+1} - \bar{\mathbf{l}}_{k+1}$	Innovationsvektor
σ_0^2	Varianz der Gewichtseinheit
$\mathbf{Q}_{ll,k+1}$	Kofaktormatrix der Beobachtungen
$\mathbf{\Sigma}_{ll,k+1} = \sigma_0^2 \cdot \mathbf{Q}_{ll,k+1}$	Kovarianzmatrix der Beobachtungen / stochastisches Modell
$\mathbf{Q}_{dd,k+1} = \mathbf{Q}_{ll,k+1} + \mathbf{A}_{k+1} \cdot \mathbf{Q}_{\bar{y}\bar{y},k+1} \cdot \mathbf{A}_{k+1}^T$	Kofaktormatrix der Innovationen
$\mathbf{K}_{k+1} = \mathbf{Q}_{\bar{y}\bar{y},k+1} \cdot \mathbf{A}_{k+1}^T \cdot \mathbf{Q}_{dd,k+1}^{-1}$	Verstärkungsmatrix
$\hat{\mathbf{y}}_{k+1} = \bar{\mathbf{y}}_{k+1} + \mathbf{K}_{k+1} \cdot \mathbf{d}_{k+1}$	aufdatierter Zustandsvektor (Epoche $k+1$)
$\mathbf{Q}_{\hat{y}\hat{y},k+1} = \mathbf{Q}_{\bar{y}\bar{y},k+1} - \mathbf{K}_{k+1} \cdot \mathbf{Q}_{dd,k+1} \cdot \mathbf{K}_{k+1}^T$	Kofaktormatrix der aufdatierten Zustandsgr. (Epoche $k+1$); Alternative: Kofaktormatrix wird nicht aufdatiert !
n_{k+1}	Anzahl der Beobachtungen in Epoche $k+1$
$s_0^2 = \frac{\mathbf{d}^T \cdot \mathbf{Q}_{dd,k+1} \cdot \mathbf{d}}{n_{k+1}}$	Schätzwert für die Varianz der Gewichtseinheit