文章编号: 1673-6338(2018) 03-0255-05

## 工业机器人运动学参数标定精度分析与改进

## 李祥云1,向民志1,范百兴12,王同合1,周维虎2

(1.信息工程大学 ,河南 郑州 450001; 2.中国科学院 光电研究院 ,北京 100094)

摘要: 为了提高工业机器人运动学参数标定的精度,分析了影响标定结果的误差源,并提出了一种基于抗差岭估计的参数辨识算法。在机器人误差模型建立过程中,针对基坐标系拟合具有一定误差的特点,首先建立了机器人的误差模型; 然后分析了误差方程中系数阵存在的病态性问题,以及多因素导致的末端观测值存在的粗差现象; 最后基于抗差岭估计的最小二乘法对运动学参数进行了解算。实验表明,机器人经标定补偿后,绝对定位的 RMS 误差由补偿前的 0.83 mm 降低为 0.42 mm; 平均误差由补偿前的 0.75 mm 降低到 0.37 mm。从而证明了该方法的有效性。

关键词: 工业机器人; 标定; 抗差岭估计; 病态性; 绝对定位

中图分类号: P228 文献标识码: A DOI 编码: 10.3969/j.issn.1673-6338.2018.03.008

# Precision Analysis and Improvement of Kinematic Parameters Calibration for Industrial Robots

LI Xiangyun<sup>1</sup>, XIANG Minzhi<sup>1</sup>, FAN Baixing<sup>1,2</sup>, WANG Tonghe<sup>1</sup>, ZHOU Weihu<sup>2</sup>
(1.Information Engineering University, Zhengzhou 450001, China;
2.Institute of Optoelectronics, China Academy of Sciences, Beijing 100094, China)

**Abstract:** In order to improve the calibration accuracy of kinematic parameters for the industrial robot, the error sources are analyzed which affect the calibration results and a parameter identification algorithm based on robust ridge estimation is proposed. In the process of establishing the error model of robots, considering the characteristic that there is a certain error in the base coordinate fitted, the error model of the robot is established firstly. And then the ill-condition problem of the coefficient matrix in the error equation is analyzed, as well as the phenomenon of the gross error of the terminal observations caused by multiple factors. Finally kinematic parameters are calculated by the least squares method based on the robust ridge estimation. The experiment shows that the RMS error of absolute positioning is reduced from 0.83 mm to 0.42 mm and the average error is reduced from 0.75 mm to 0.37 mm after the calibration and compensation, which proves the effectiveness of this method.

Key words: industrial robot; calibration; the robust ridge estimation; ill-condition; absolute positioning

绝对定位精度是工业机器人性能的主要指标之一。一般来说,影响其绝对定位精度的因素主要有运动学参数误差和动力学参数误差两类,而前者占80%左右<sup>[1]</sup>。因此提高工业机器人定位精度的主要方法是提高运动学参数标定的精度。运动学参数的标定一般经过误差模型建立、末端位姿测量、参数辨识以及误差补偿4个步骤<sup>[2]</sup>。

近几年来,随着激光跟踪仪在标定测量阶段的应用越来越多,国内外学者提出的标定方法主要区分在于误差模型建立和参数辨识算法上的不同。建模方面,Stone等[3]建立了S模型对机器人

运动学参数进行标定; Zhuang 等[4] 基于 CPC 模型和 MCPC 模型对机器人进行了标定。由于国内在机器人标定技术方面起步较晚,大多数沿用国外提出的机器人运动学模型,同时在辨识算法上进行了一定的改进。杨丽红等[5] 首先利用跟岸仪根据扭转角的定义拟合出机器人的扭转角,并在末端误差模型的基础上依据最小二乘法辨识了参数; 龚星如等[6] 在误差模型的基础上,增加了 激光跟踪仪坐标系与机器人坐标系转换的误差矩阵,并采用最小二乘算法辨识了参数; 李定坤[7] 基于距离误差模型的总体最小二乘法辨识了运动

收稿日期: 2018-01-10; 修回日期: 2018-03-08。

基金项目:河南省科技攻关项目(152102210006;162102210029)。

作者简介: 李祥云(1992-) 男,河南洛阳人,硕士生,主要研究方向为精密工程测量与工业测量。 E-mail: lxykeepingup@ 163.com

学参数,避免了跟踪仪与机器人基坐标系转换的 误差。

在标定的测量阶段由于跟踪仪位置固定不变 往往造成机器人末端位姿数据的测量网形变 化较小 使得运动学参数之间存在近似线性关系,最终导致最小二乘法辨识参数时求出的解极不稳定。而且末端位姿误差产生的原因 除了连杆参数误差以外 还有大约 20%的误差源来自于动力学因素(关节柔性、连杆柔性、摩擦力以及重力影响等)。从而使得末端位姿观测值可能存在粗差 房致运动学参数标定误差具有一定的不确定 度<sup>[8]</sup>。因此 尚误差分布比较合理且测量网形理想时 参数辨识时若利用最小二乘进行拟合工现想时 参数辨识时若利用最小二乘进行拟合工现想时 参数辨识时若利用最小二乘进行拟合工现想时 参数辨识时若利用最小二乘进行以高态矩阵时 继续拟合则往往造成很大偏差。针对以上分析 本文提出了基于抗差岭估计的运动学参数标定方法。

## 1 机器人运动学参数标定精度分析

在进行精度分析前,首先建立机器人的定位误差模型。六轴串联工业机器人末端的运动可以看做是6个连杆坐标系的运动。在基于连杆坐标系的基础上,相邻连杆坐标系之间的矩阵变换 $^{i-1}T_i$ 可由旋转平移关系得

$$T_{a} = A_{i} = R_{z}(z \theta_{i}) T_{d}(0 \Omega d_{i}) \times T_{a}(a_{i} \Omega \Omega) R_{x}(x \alpha_{i}).$$
 (1)

式中:  $R_z(z|\theta_i)\setminus R_x(x|\alpha_i)$  和  $T_d(0|0|d_i)\setminus T_a(a_i)$ , 0|0) 分别表示两坐标系间的旋转和平移矩阵。

末端法兰坐标系相对于基坐标系的变换可以由 6 个矩阵变换 $^{i-1}T_i$  相乘得到。那么机器人末端的法兰坐标系,相对于基坐标系的位姿变换矩阵 $^{\circ}T$  可以表示为

$${}_{0}^{6}T = A_{1}A_{2}A_{3}A_{4}A_{5}A_{6} = \begin{bmatrix} R^{N} & P^{N} \\ 0 & 1 \end{bmatrix}_{4\times4}.$$
 (2)

此处用  $P^{N}$  表示法兰坐标系在基坐标系下的位置 ,并将式(2) 写成函数形式为

$$\mathbf{P}^{N} = F(\mathbf{a} \mathbf{d} \alpha \mathbf{\theta}). \tag{3}$$

由于运动学参数(a d  $\alpha$   $\theta$ ) 存在误差( $\delta a$  ,  $\delta d$   $\delta \alpha$   $\delta \theta$ ) 则末端实际位置  $P^R$  为

$$\mathbf{P}^{R} = F(\mathbf{a} + \delta \mathbf{a} \mathbf{d} + \delta \mathbf{d} \alpha + \delta \alpha \theta + \delta \theta).$$

末端理论与实际位置的误差 E 可表示为

$$\boldsymbol{E} = \boldsymbol{P}^R - \boldsymbol{P}^N. \tag{5}$$

由全微分的方法[9] 可以求得

$$\boldsymbol{E} = \begin{bmatrix} {}^{1}\boldsymbol{J}_{6}\boldsymbol{G}_{1} & {}^{2}\boldsymbol{J}_{6}\boldsymbol{G}_{2} & \cdots & {}^{6}\boldsymbol{J}_{6}\boldsymbol{G}_{6} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta x_{1} \\ \delta x_{2} \\ \vdots \\ \delta x_{6} \end{bmatrix}. \quad (6)$$

式中:

$$\begin{split} & \boldsymbol{E} = [dx \quad dy \quad dz]; \\ & \delta \boldsymbol{x}_{i} = [\alpha_{i} \quad a_{i} \quad \theta_{i} \quad d_{i}]; \\ & ^{i} \boldsymbol{J}_{6} = \begin{bmatrix} n_{x} & n_{y} & n_{z} & (p \times n)_{x} & (p \times n)_{y} & (p \times n)_{z} \\ o_{x} & o_{y} & o_{z} & (p \times o)_{x} & (p \times o)_{y} & (p \times o)_{z} \\ a_{x} & a_{y} & a_{z} & (p \times a)_{x} & (p \times a)_{y} & (p \times a)_{z} \end{bmatrix}; \end{split}$$

$$\mathbf{A}_{i}\mathbf{A}_{i+1}\cdots\mathbf{A}_{6} = \begin{bmatrix} n_{x} & o_{x} & a_{x} & p_{x} \\ n_{y} & o_{y} & a_{y} & p_{y} \\ n_{z} & o_{z} & a_{z} & p_{z} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{n} & \mathbf{o} & \mathbf{a} & \mathbf{p} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} ;$$

$$G_i = egin{bmatrix} 0 & 1 & a_i \sin lpha_i & 0 \ 0 & 0 & a_i \cos lpha_i & -\sin lpha_i \ 0 & 0 & -a_i \sin lpha_i & \cos lpha_i \ 1 & 0 & -\cos lpha_i & 0 \ 0 & 0 & 0 & 0 \ 0 & 0 & \cos lpha_i & 0 \end{bmatrix}.$$

将式(6) 简写,得到关于连杆参数误差与末端位置误差的方程为

$$E = H \delta x_i. \tag{7}$$

#### 1.1 基坐标系拟合误差

在标定的测量阶段,以跟踪仪对法兰的测量值作为机器人末端实际值。其与机器人示教器读取的理论值所在坐标系不同,因此需要拟合机器人基坐标系。如图1所示。

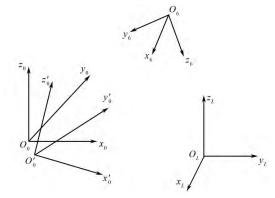


图 1 标定过程各坐标系的分布

在图 1 中  $O_L$  表示激光跟踪仪坐标系;  $O_6$  表示法兰坐标系;  $O_0$  表示实际的机器人基坐标系;  $O_0$  表示构造的机器人基坐标系。根据图 1 可知 激光跟踪仪构造的基坐标系与实际基坐标系并不完全重合。设构造的基坐标系到实际的基坐

标系之间的转换矩阵为  $\Delta T_0$  则有

$$\Delta \boldsymbol{T}_0 = \begin{bmatrix} 1 & -\Delta z & \Delta y & d_x \\ \Delta z & 1 & -\Delta x & d_y \\ -\Delta y & \Delta x & 1 & d_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \tag{8}$$

式中  $\Delta x \times \Delta y \times \Delta z$  和  $d_x \times d_y \times d_z$  分别为构造的基坐标系与实际的基坐标系之间的姿态误差和位置误差。设在构造的基坐标系中法兰位置为  $\mathbf{P}^{R^x}$  ,那么由式(4) 和式(5) 可得

$$\boldsymbol{E}' = \boldsymbol{P}^{R'} - \boldsymbol{P}^{N} = \Delta \boldsymbol{T}_{0} \boldsymbol{P}^{R} - \boldsymbol{P}^{N} = \Delta \boldsymbol{T}_{0} (\boldsymbol{P}^{N} + \boldsymbol{E}) - \boldsymbol{P}^{N} = (\Delta \boldsymbol{T}_{0} - \mathbf{I}) \boldsymbol{P}^{N} + \boldsymbol{E} + (\Delta \boldsymbol{T}_{0} - \mathbf{I}) \boldsymbol{E}. \quad (9)$$

式中: E 为示教器读取的法兰位置与跟踪仪测量的位置(拟合在基坐标系下) 之差; I 为单位阵;  $(\Delta T_0 - I) E$  为二阶微小量。

最后结合式(7) ~ 式(9),得到含有坐标系 拟合误差的末端误差模型为

$$E' = [H \quad H_{tr}] \delta x'. \tag{10}$$

式中:

$$\boldsymbol{H}_{tr} = \begin{bmatrix} 0 & P_{z} & -P_{y} & 1 & 0 & 0 \\ -P_{z} & 0 & P_{x} & 0 & 1 & 0 \\ P_{y} & -P_{x} & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \\ \delta \boldsymbol{x}' = \begin{bmatrix} \delta x & \Delta x & \Delta y & \Delta z & dx & dy & dz \end{bmatrix}^{T}. \end{bmatrix}$$
(11)

进而得到末端位置与运动学参数误差之间的 误差方程为

$$v = [H \quad H_{tr}] \delta x^{\prime} - E^{\prime} = B \delta x^{\prime} - E^{\prime}.$$
 (12)  
最小二乘法求解参数得

$$\delta x' = (B^{\mathrm{T}} P B)^{-1} B P E'. \tag{13}$$

#### 1.2 末端测量粗差与法方程病态性

式(13) 为末端位置与参数误差之间的误差方程。影响参数辨识精度主要有以下两个因素。

- 1) 末端测量粗差。在标定过程中,由于机器人末端位姿误差源不仅仅是几何参数误差,而且某些特定作业场地中还有其他因素(如测量扰动以及跟踪仪测量误差),造成某些特定状态下位姿误差波动相对较大。末端位姿误差服从正态分布时,利用最小二乘法辨识的参数是最优估计;然而实际状态中,由于异常误差存在,继续使用最小二乘法将会使标准偏差扭曲。
- 2) 法方程病态性。由于在测量过程中激光跟踪仪位置保持不变,为了测量机器人法兰则必须使机器人法兰在一定空间图形内运动,从而会使测量图形变化小而导致 B 呈现病态性。如果

系数阵病态,即其行列式接近于零,就一定至少有一个特征值接近于零,于是估值的均方误差很大。此时,估值也不再是一个性质良好的估值,即便它是无偏的。

基于以上原因,这里引入抗差岭估计方法:即利用传统的最小二乘估计的数学模型,在其法方程系数矩阵的对角线上加上一个适当的很小的正数。以便减少系数阵列向量之间的相关程度,改善系数阵的状态,从而提高所估参数的精度和稳定性。同时加入权因子函数,使权矩阵变为等价权矩阵。通过权矩阵,使异常末端观测量的作用在平差中降低。

2 基于抗差岭估计的机器人运动学参数辨识算法

基于抗差岭估计的辨识机器人参数辨识算法的过程为: 根据第 1 节误差方程的推导过程 ,由理论 D-H 参数、关节角度值以及末端测量值可建立误差方程; 并对系数矩阵 B 进行 QR 分解 ,剔除不能辨识的运动学参数 ,重新组成误差方程。根据抗差岭估计原理求解未知参数  $\delta x_i$  ,第 1 次求解时 P 为单位权 ,解得

 $\delta x_i^K = (B^T P^K B + \xi \mathbf{I}) B^T P^K E^K.$  (14) 式中:  $\xi$  表示岭参数; K 表示第 K 次迭代 ,初次求解时 K = 0。由求解的未知参数  $\delta x_i^K$  代入式(9) 计算未端位姿差的残差为

$$\boldsymbol{v}_{i}^{K} = \boldsymbol{B} \delta \boldsymbol{x}_{i}^{K} - \boldsymbol{E}^{K}. \tag{15}$$

由式(15) 得到的残差进而重新定权

$$\overline{p_i}^K = p_i \cdot \frac{\Psi(v_i^K)}{v_i^K}. \tag{16}$$

式中:  $p_i$  是权矩阵 P 对角线上第 i 行第 i 列元素;  $\Psi(v_i^K)$  为关于残差  $v_i^K$  的等价权函数。将得到新的权矩阵代入式(15) 求解未知参数。继续迭代,直到求解到的参数相对上次求解值变化极小(即满足  $\max | \mathrm{d} \mathbf{x} | < \varepsilon$ ) 为止。

## 2.1 法方程病态的判断及岭参数的选择

法方程的病态性可根据下列法方程系数阵的 条件数来判断:

 $\operatorname{cond}(N) = \operatorname{cond}(B^{\mathsf{T}}PB) = \lambda_{\max}/\lambda_{\min}.$  (17) 式中:  $\lambda_{\max}$  和  $\lambda_{\min}$  分别为法方程系数阵( $B^{\mathsf{T}}PB$ ) 的最大和最小特征值。

一般来说,条件数小于 100 时,法方程病态性 很弱; 大于 100 而小于 1 000 时,法方程呈现中度 病态; 大于 1 000 时,则法方程病态性较强。

常用的岭参数选择方法主要有岭迹法、双 h

公式以及特征根法。岭迹法选择  $\xi$  具有较大的随 意性 需要一一比较岭迹。故本文采用双 h 法确 定岭参数[10]。

## 2.2 权因子函数的选择

平差常用的等价权函数主要有 4 类: Huber 函数、Tukev 函数、IGG1 函数以及 IGG3 函 数[11-43]。这4种权因子函数中,前3种存在着不 利于提高抗差性或者估计效率; 而 IGG3 函数将 末端误差分为3个阶段:正常段、可疑段以及排除 段。对于机器人参数标定实验,采集到的点数一 般在 40 个以上,其中大部分误差处于正常段,基 本服从正态分布: 可疑段以及排除段占有很少一 部分。因此在抗差最小二乘的过程中依然主要利 用所有点的可靠信息 对于可疑段的点对其降权 , 异常点则予以排除,使其对应的权为0。本文算 法所选取的权因子函数为 IGG3 权函数 即

式中:  $d_i = \frac{k_1 - |v_i|}{k_1 - k_0} k_0 = 1.5c k_1 = 2.4c \ \rho$  为单位

权中误差 ,由  $c = \sqrt{\frac{\mathbf{v}^{\mathrm{T}} \mathbf{P} \mathbf{v}}{(n-t)}}$  可得。则式(16) 可用 式(18) 代替。

## 3 实验与分析

实验的标定对象为 ABB IRB2600ID 8/2.0 型 机器人。经过长期使用,由于磨损变形等原因使 其精度大大降低。测量过程中使用的激光跟踪仪 为 Leica AT901-B 型 ,配合 CCR1.5 角隅棱镜靶 球。其在 2.5 m×5 m×10 m 的工作范围内三维点 坐标测量精度为 $\pm$ (15  $\mu$ m+6  $\mu$ m/m); 测角精度约 为 0.01°。实验场景如图 2 所示。



图 2 机器人运动学参数标定现场

首先 利用激光跟踪仪拟合机器人基坐标系: 然后,输入43组坐标到机器人控制器中,使机器

人一一运动到指定的位置: 最后 用跟踪仪测量出 法兰中心坐标,同时记录示教器上显示的六轴关 节角度值。

对于大多数 ABB 用户而言 ,控制器内 D-H 参数无法改变,补偿可以从六轴角度入手。为了 验证补偿前后的精度,以42个点位作为目标位 姿 分别利用表 1 和表 2 中的 D-H 参数由机器人 逆运动学求 42 组六轴角度值。然后将每组角度 值分别输入控制器中。

表 1 D-H 参数理论值

序号	连杆扭角 α <sub>i</sub> /(°)	连杆长度 $a_i/{ m mm}$	偏置量 $d_i/\mathrm{mm}$	转角 θ <sub>i</sub> /(°)
1	-90	150	445	0
2	0	900	0	-90
3	-90	150	0	0
4	90	0	938	0
5	-90	0	0	0
6	0	0	200	180

表 2 补偿后的 D-H 参数

序号	连杆扭角 α <sub>i</sub> /( °)	连杆长度 $a_i/{ m mm}$	偏置量 $d_i/{ m mm}$	转角 θ₁/( °)
1	-89.914 30	149.884 75	445.558 20	0.016 91
2	0.051 13	900.211 06	0.109 66	-89.975 27
3	-90.057 20	149.170 84	0.000 00	0.040 31
4	90.040 90	0.533 47	937.535 10	-0.030 01
5	-89.833 10	-0.715 59	0.100 63	0.069 25
_ 6	0.000 08	0.383 71	199.997 40	180.000 98

机器人运动后对应末端三维坐标的测量值与 目标值作差 ,由点位误差公式  $\sigma_0 = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2}$ 分别求得 42 个点位误差。根据 42 个点位误差可 分别求得补偿前后的最大定位误差、RMS 误差以 及平均误差。

由所求3项误差指标可知,最大定位误差由 补偿前的 1.50 mm 降低为补偿后的 0.79 mm; RMS 误差由 0.83 mm 降低为 0.42 mm .平均误差 由补偿前的 0.75 mm 降低到 0.37 mm。为了直观 地比较补偿前后定位误差的大小 将 42 个点位误 差绘制成折线图 如图 3 所示

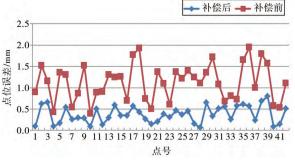


图 3 补偿前后的定位误差

由图 3 中补偿前后的定位误差可以看出,补偿后工业机器人末端的定位精度明显得到提高。 从而验证了本文方法的有效性。

## 4 结论

- 1)分析了影响工业机器人标定精度的原因,并提出了一种经过改进的参数辨识算法。首先分析了影响标定精度的主要因素;然后在最小二乘的基础上引入了 IGG3 权因子函数和岭参数,改进了传统最小二乘法的标定精度;最后利用基于D-H 模型的 ABB IRB2600ID 8/2.0 型机器人进行了验证。结果表明 机器人绝对定位的 RMS 误差从 0.83 mm 降低为 0.42 mm,显著地提高了机器人的定位精度。本文方法经过改正也可以标定以MDH 模型为基础的工业机器人的运动学参数。
- 2) 补偿后机器人的定位仍然存在一定误差,这是因为仅仅补偿了运动学参数误差,而动力学参数误差依然影响着定位精度。在下一步的工作中将继续完善误差模型,以进一步提高机器人的定位精度。

## 参考文献:

- [1] LIM H K , KIM D H , KIM S R , et al. A practical approach to enhance positioning accuracy for industrial robots [C] // Iccas— Sice , IEEE. Fukuoka , Japan , 2009: 2268–2273.
- [2] BAI Y, ZHUANG H, ROTH Z S. Experiment study of PUMA robot calibration using a laser tracking s-ystem [C] // Proceedings of IEEE International Workshop on Soft Computing in Industrial Applications. Piscataway, USA, 2003:139-144.
- [3] STONE H W , SANDERSON A C. Statistical performance evaluation of the S-model arm signature identification technique [C] // IEEE International Conference on Robotics and Automation. Philadelphia , 1988: 939-946.
- [4] ZHUANG H, ROTH ZS, HAMANO F. A complete and parametrically continuous kinematic model for robot manipulators
  [J]. IEEE Transactions on Robotics and Automation, 2002, 8
  (4):451-463.
- [5] 杨丽红,秦绪祥 蔡锦达,等.工业机器人定位精度标定技术的研究[J].控制工程 2013 20(4):785-788.

  YANG L H, QIN X X, CAI J D, et al. Research on industrial robot's position accuracy calibration [J]. Control Engineering of China, 2013 20(4):785-788.

- [6] 龚星如,沈建新,田威,等.工业机器人的绝对定位误差模型 及其补偿算法[J].南京航空航天大学学报,2012,44(S): 60-64.
  - GONG X R , SHEN J X , TIAN W , et al. Absolute position error of industrial robot and compensation algorithm [J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics , 2012 ,44 (S): 60-64.
- [7] 李定坤.基于距离误差模型的机器人绝对精度标定研究 [D].天津:天津大学 2007: 20-24.
  LI D K. Study on robot's absolute accuracy calibration based on distance error model [D]. Tianjin: Tianjin University, 2007:
- [8] 李睿,曲兴华.工业机器人运动学参数标定误差不确定度研究[J].仪器仪表学报 2014(10):2192-2199.

  LI R, QU X H. Study on calibration uncertainty of industrial robot kinematic parameters [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2014(10):2192-2199.
- [9] 夏天.工业机器人运动学标定及误差分析研究[D].上海:上海交通大学 2009: 33-36.

  XIA T. Research of kinematic calibration and error analysis for industrial robot[D]. Shanghai: Shanghai Jiao Tong University, 2009: 33-36.
- [10] 黄海兰,牛犇.岭参数确定的研究[J].测绘科学,2011,36 (4):31-32. HUANG H L, NIU B. Comparion of ridge parameter determinatio[J]. Science of Surveying and Mapping, 2011,36(4):31-
- [11] 杨元喜.等价权原理: 参数平差模型的抗差最小二乘解[J]. 测绘通报 ,1994(6):33-35. YANG Y X. The principle of equivalent weight-the robust least squares solution of uniformity model of the parameter adjustment [J]. Bulletin of Surveying and Mapping , 1994(6):33-
- [12] 杨元喜.测量平差模型的抗差最小二乘解及影响函数[J]. 解放军测绘学院学报,1994,11(2):77-82. YANG Y X. Robust LS estimation for classical adjustment models [J]. Journal of the PLA Institute of Surveying and Mapping, 1994,11(2):77-82.
- [13] 王俊威,西勤,冯其强,等.基于 IGG3 的数字工业摄影测量 抗差光束法平差[J].测绘科学技术学报,2017,34(4):411-
  - WANG J W , XI Q , FENG Q Q , et al. Robust bundle adjustment of digital industrial photogrammetry based on IGG3 [J]. Journal of Geomatics Science and Technology , 2017 ,34(4): 411-415.

责任编辑 陶大欣