

Thème : distributions usuelles

Série 4

Exercice 1

Une petite chenille descend doucement, lentement le long du grillage représenté dans la Figure 1. À chaque point gras de la figure appelé épissure, elle choisit la maille à votre gauche une fois sur trois, la maille à votre droite deux fois sur trois. La chenille descend quatre niveaux.

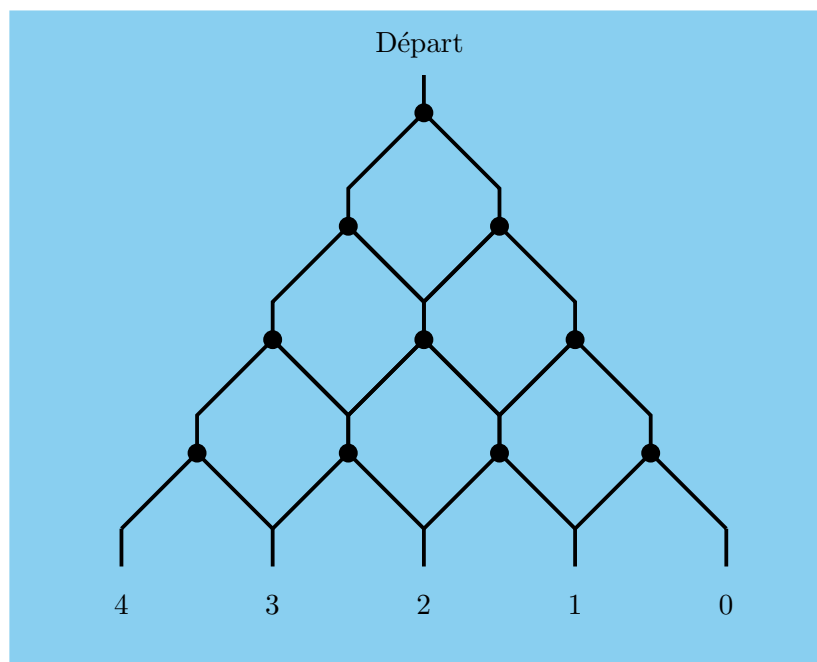


Figure 1: Grillage franchi par la petite chenille.

Désignons par X la variable aléatoire de réalisations égales aux nombres des épissures d'arrivée.

- Déterminer la loi de probabilité de X i.e. les probabilités $P(X = x)$ avec $x = 0, 1, 2, 3, 4$.
- De quelle distribution est issue la variable aléatoire X ? Préciser ses paramètres.

Exercice 2

Un signal transmis par un canal est reçu sans erreur avec probabilité 0.9. On suppose que les transmissions sont indépendantes les unes des autres.

- Calculer la probabilité que parmi les vingt signaux transmis, plus de deux signaux soient reçus avec erreur.
- Déterminer la probabilité que le cinquième signal transmis soit le premier signal reçu avec erreur.
- Calculer la probabilité que le dixième signal transmis soit le quatrième signal reçu avec erreur.

Exercice 3

Une plate-forme pétrolière a été construite à une hauteur moyenne de 8 mètres au-dessus du niveau de la mer. Selon les statistiques, les vagues atteignent le plateau de la plate-forme une année donnée avec probabilité 0.05. On admet que les vagues parviennent au plateau indépendamment des années.

- a) Déterminer la probabilité qu'à partir de cette année les vagues déferleront sur la plate-forme pour la première fois dans l'une des cinq prochaines années.
- b) En sachant que les vagues ne parviendront pas au plateau au minimum pendant les cinq prochaines années, calculer la probabilité qu'elles déferleront sur la plate-forme pour la première fois exactement dans huit ans.
- c) Quelle(s) hypothèse(s) faites-vous pour calculer les probabilités demandées en a) et b) ?

Exercice 4

Un serveur de calcul reçoit des requêtes à fréquence régulière. Elles sont traitées indépendamment les unes après les autres dans leur ordre d'arrivée. On suppose que le nombre de requêtes par minute qui arrivent au serveur peut être modélisé par un processus de Poisson. Les requêtes sont envoyées vers le serveur à un rythme moyen de 6 requêtes par minute.

- a) Déterminer la probabilité qu'en l'espace d'une minute et demie, au moins deux requêtes arrivent au serveur.
- b) En sachant que deux requêtes sont arrivées en l'espace d'une minute, calculer la probabilité qu'elles soient toutes les deux arrivées dans les 20 premières secondes.

Exercice 5

Un réseau de neurones, outil statistique, est utilisé pour reconnaître les caractères, par exemple les lettres de l'alphabet ou les chiffres arabes, dans un très long texte manuscrit. On approche le nombre de caractères interprétés incorrectement par le réseau de neurones par une variable aléatoire issue d'une distribution de Poisson d'espérance 5.

- a) Calculer la probabilité qu'au plus 2 caractères d'un très long texte donné soient transcrits incorrectement par le réseau de neurones.
- b) En sachant que le réseau de neurones a déjà interprété incorrectement au moins un caractère d'un très long texte donné, déterminer la probabilité qu'exactement 2 caractères soient transcrits incorrectement.