8.高级搜索树

（xa2）红黑树：结构

崖前土黑没芝兰

路畔泥红藤薜攀

邓俊辉

deng@tsinghua.edu.cn

红与黑

- 1972, R. Bayer, “symmetric binary B-tree”

  1978, L. Guibas & R. Sedgewick, “red-black tree”

  1982, H. Olivie, "half-balanced binary search tree"

- 由红、黑两类节点组成的BST //亦可给边染色

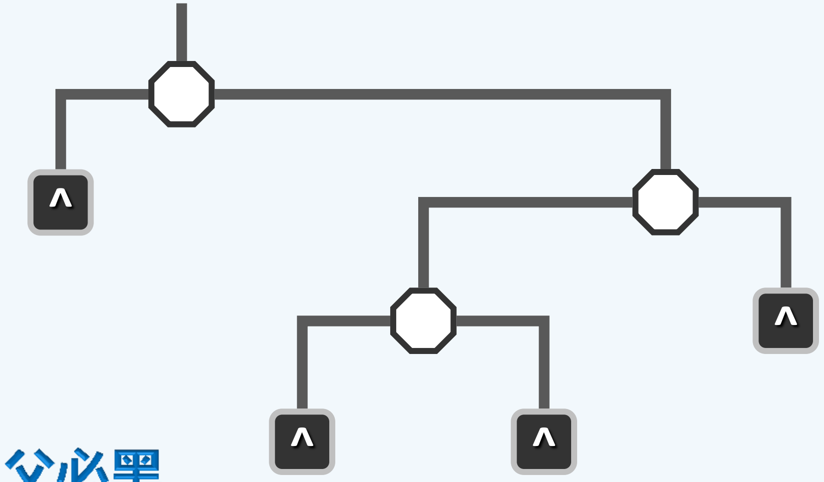
  （统一增设外部节点NULL，使之成为真二叉树）

  (1) 树根：必为黑色

  (2) 外部节点：均为黑色

  (3) 其余节点：若为红，则只能有黑孩子 //红之子、之父必黑

  (4) 外部节点到根：途中黑节点数目相等 //黑深度



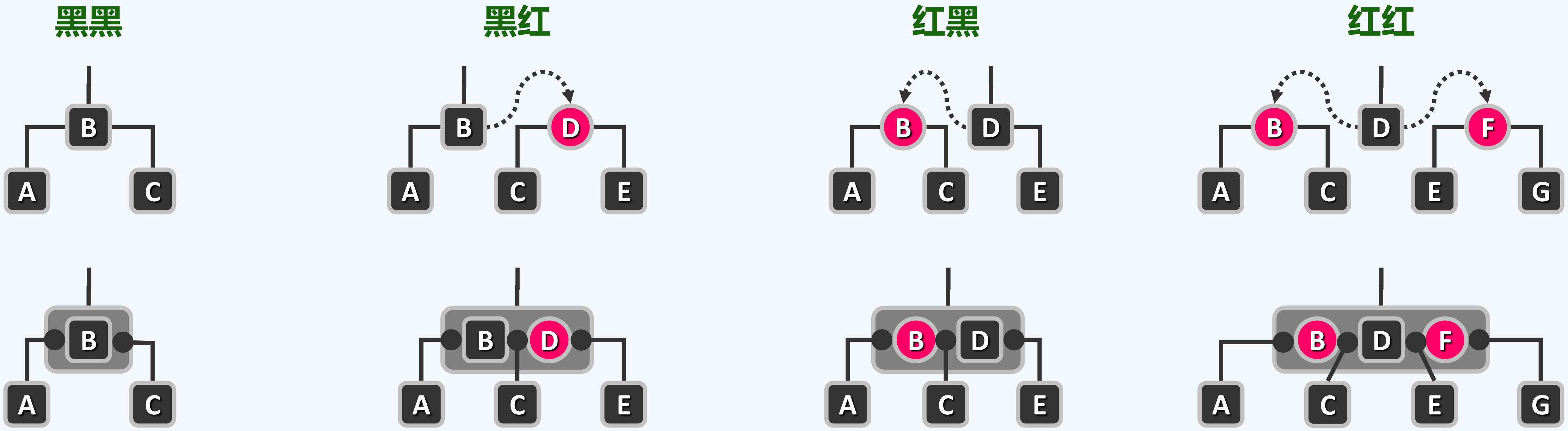
- 以上定义颇为费解，有直观解释吗？如此定义的BST，也是BBST？

(2，4)树 == 红黑树

❖ 提升各红节点，使之与其（黑）父亲等高——于是每棵红黑树，都对应于一棵(2，4)-树

❖ 将黑节点与其红孩子视作（关键码并合并为）超级节点...

❖ 无非四种组合，分别对应于4阶B-树的一类内部节点 //反过来呢？



红黑树 $\in$ BBST

❖ 由等价性，既然B-树是平衡的，红黑树自然也应是 //更严谨地...

❖ 定理：包含n个内部节点的红黑树T，高度 $\boxed{h = \mathcal{O}(\log n)}$ //n + 1个外部节点

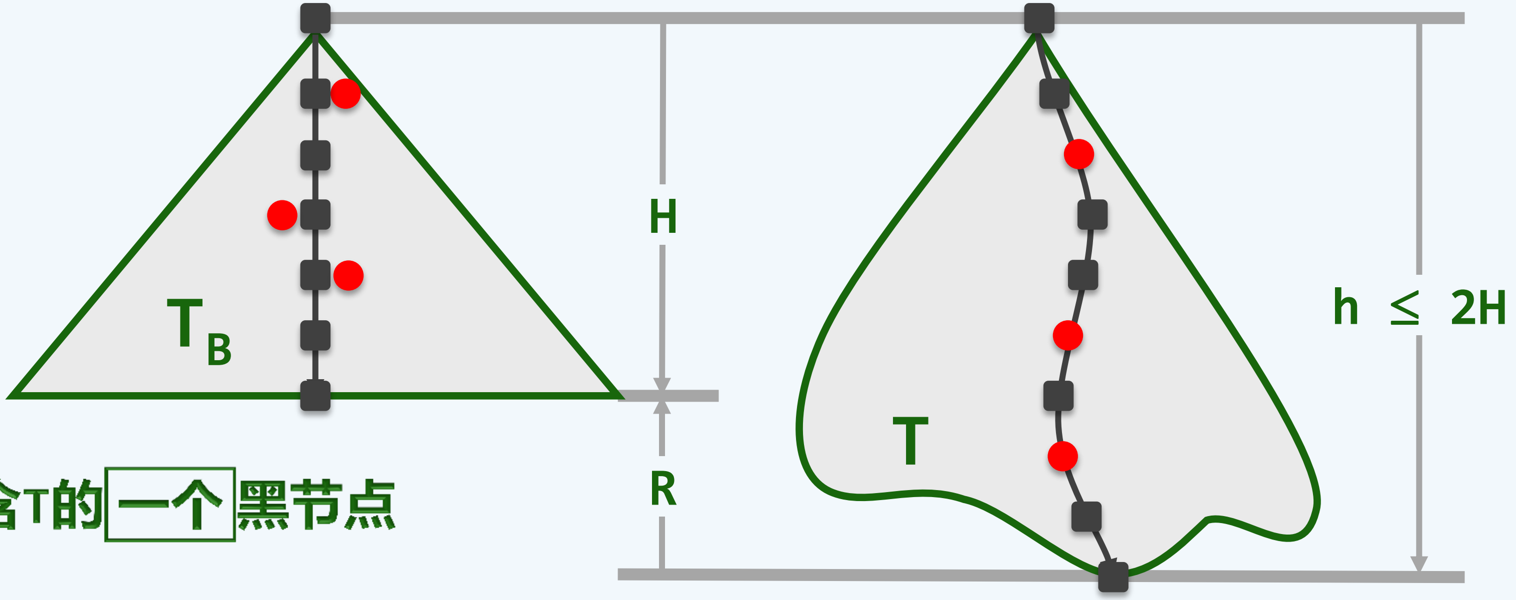
$$\log_2(n+1) \le \boxed{h \le 2 * \log_2(n+1)}$$

❖ 若：T高度为h，黑高度为H

则：h = R + H ≤ 2H

❖ 若T所对应的B-树为T_B

则H即是T_B的高度



❖ T_B的每个节点，包含且仅包含T的一个黑节点

❖ 于是，$H \le \log_{\lceil 4/2 \rceil} \frac{n+1}{2} + 1 \le \log_2(n+1)$

RedBlack

```
❖ template <typename T> class RedBlack : public BST<T> { //红黑树
  public:      //BST::search()等其余接口可直接沿用
               BinNodePosi(T) insert( const T & e ); //插入（重写）
               bool remove( const T & e ); //删除（重写）
  protected:   void solveDoubleRed( BinNodePosi(T) x ); //双红修正
               void solveDoubleBlack( BinNodePosi(T) x ); //双黑修正
               int updateHeight( BinNodePosi(T) x ); //更新节点x的高度
  };

❖ template <typename T> int RedBlack<T>::updateHeight( BinNodePosi(T) x ) {
     x->height = max( stature( x->lc ), stature( x->rc ) );
     if ( IsBlack( x ) ) x->height++; return x->height; //只计黑节点
  }
```