6.图

(b2) 邻接表

邓俊辉

deng@tsinghua.edu.cn

邻接表

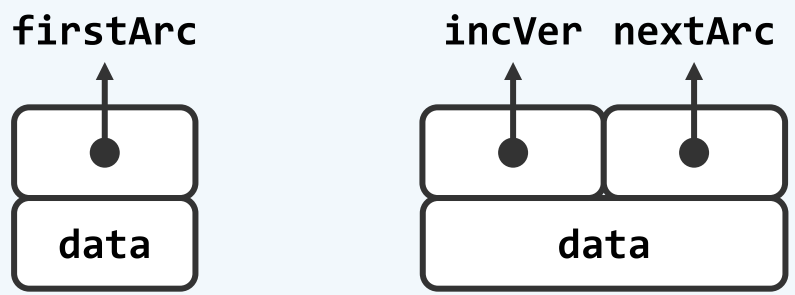
- 如何避免关联矩阵的空间浪费？

  1.将关联矩阵的各行组织为列表

  2.只记录存在的边

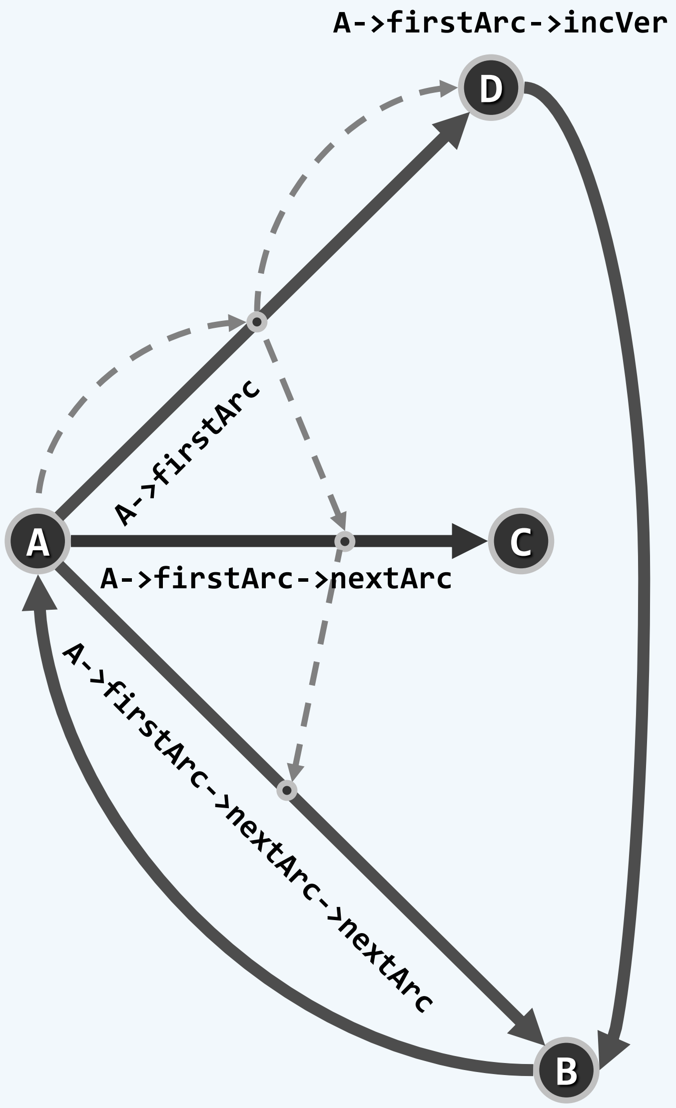
- 等效于，每一顶点v对应于列表

  $L_v = \{ u \mid \langle v, u \rangle \in E \}$



VNode ArcNode

ALGraph

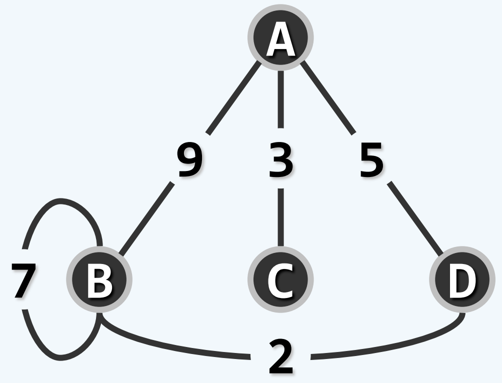


实例

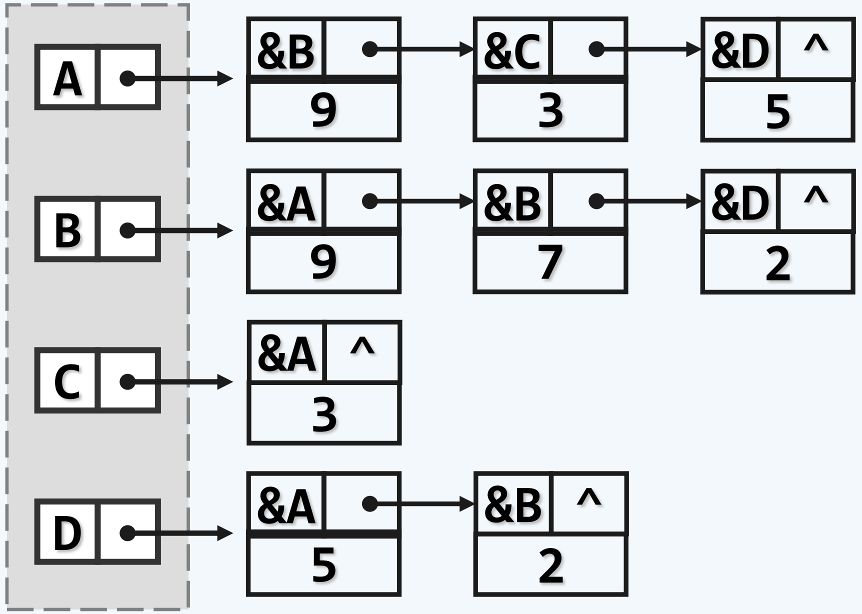
❖ 4个顶点，5条弧

❖ 不必占用4 × 4 = 16个单元

但还是占用了9个单元，另加4个表头



∞	A	B	C	D
A		9	3	5
B	9	7		2
C	3			
D	5	2		



空间复杂度

❖ 有向图 $= \mathcal{O}(n + e)$

❖ 无向图 $= \mathcal{O}(n + 2\times e) = \mathcal{O}(n + e)$

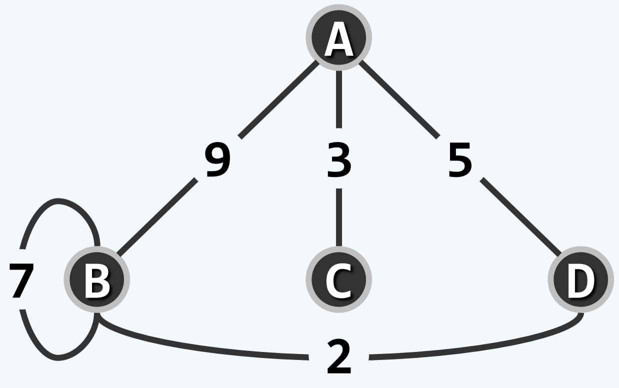
注意：无向弧被重复存储

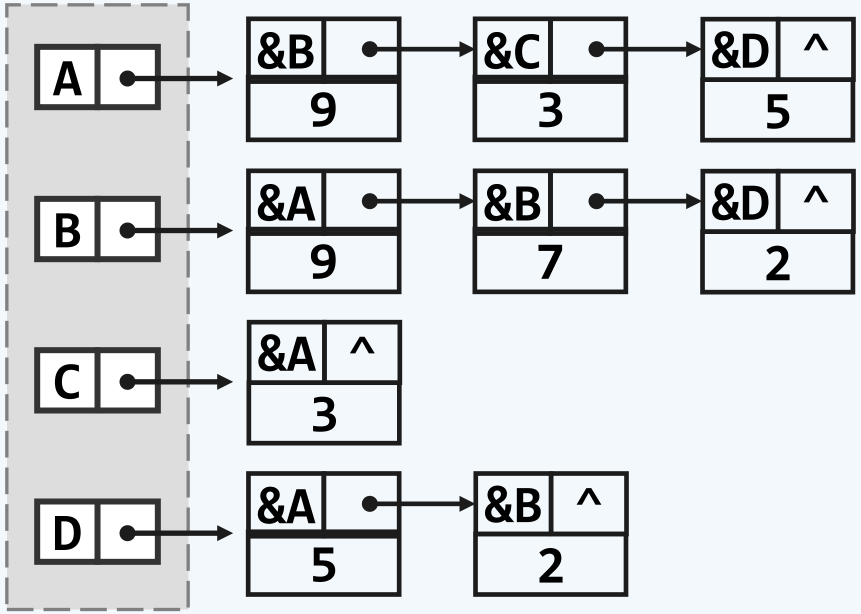
问题：如何改进？

❖ 适用于稀疏图

❖ 平面图 $= \mathcal{O}(n + 3\times n) = \mathcal{O}(n)$

较之邻接矩阵，有极大改进





时间复杂度

- ❖ 建立邻接表（递增式构造） $O(n+e)$ //如何实现
- ❖ 枚举所有以顶点v为尾的弧 $O(1+deg(v))$ //遍历v的邻接表
- ❖ 枚举（无向图中）顶点v的邻居 $O(1+deg(v))$ //遍历v的邻接表
- ❖ 枚举所有以顶点v为头的弧 $O(n+e)$ //遍历所有邻接表

  可改进至 $O(1+deg(v))$ //建立逆邻接表

  为此，空间需增加多少？
- ❖ 计算顶点v的出度/入度

  增加度数记录域 $O(n)$附加空间

  增加/删除弧时更新度数 $O(1)$时间 //总体$O(e)$时间

  每次查询 $O(1)$时间！

时间复杂度

- 给定顶点u和v，判断是否<u, v> ∈ E

  有向图：搜索u的邻接表，$O(\deg(u)) = O(e)$

  无向图：搜索u或v的邻接表，$O(\max(\deg(u), \deg(v))) = O(e)$

  “并行”搜索$O(2 \times \min(\deg(u), \deg(v))) = O(e)$

  能够达到邻接矩阵的$O(1)$吗？

- 散列！如果装填因子选取得当 //保持兴趣

  弧的判定：expected-$O(1)$，与邻接矩阵“相同”

  空间：$O(n + e)$，与邻接表相同

- 为何有时仍使用邻接矩阵？仅仅因为实现简单？不，有更多用处！

  如：可处理Euclidean graph和intersection graph之类的

  隐式图（implicitly-represented graphs）

取舍原则

❖ 空间/速度

❖ 顶点类型 (bit / int / float / struct / class / ...)

❖ 弧类型 (方向 / 权值)

❖ 图类型 (稀疏 / 稠密)

	邻接矩阵	邻接表
适用场合	经常检测边的存在 经常做边的插入/删除 图的规模固定 稠密图	经常计算顶点的度数 顶点数目不确定 经常做遍历 稀疏图