

## 12. 排序

### (c1) 希尔排序：Shell序列

邓俊辉

deng@tsinghua.edu.cn

# Shellsort

❖ Donald L. Shell, 1959 : 将整个序列视作一个矩阵, 逐列各自排序 w-sorting

❖ 递减增量 diminishing increment

由粗到细 : 重排矩阵, 使其更窄, 再次逐列排序 w-ordered

逐步求精 : 如此往复, 直至矩阵变成一行 1-sorting

❖ 步长序列 step sequence : 由各矩阵宽度构成的逆序列

$$\mathcal{N} = \{ w_1 = 1, w_2, w_3, \dots, w_k, \dots \}$$

❖ 正确性 : 最后一次迭代, 等同于全排序

1-ordered = sorted



实例： $w_5 = 8$

80 23 19 40 85 1 18 92 71 8 96 46 12

80 23 19 40 85 1 18 92  
71 8 96 46 12

71 8 19 40 12 1 18 92  
80 23 96 46 85

71 8 19 40 12 1 18 92 80 23 96 46 85

实例： $w_4 = 5$

1 8 19 40 12 71 18 85 80 23 96 46 92

71	8	19	40	12
1	18	92	80	23
96	46	85		

1	8	19	40	12
71	18	85	80	23
96	46	92		

71 8 19 40 12 1 18 92 80 23 96 46 85

实例： $w_3 = 3$

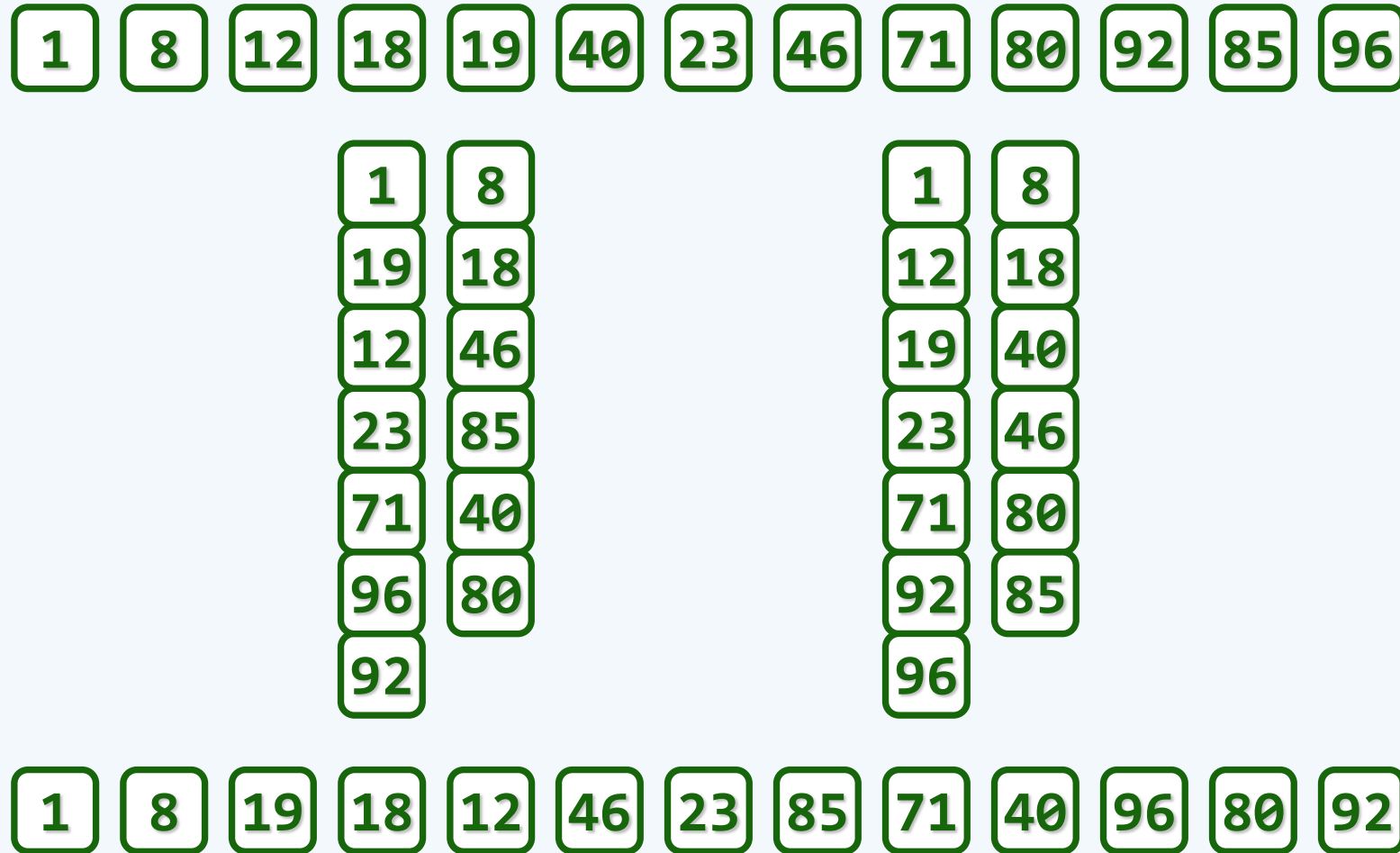
1 8 19 40 12 71 18 85 80 23 96 46 92

1	8	19
40	12	71
18	85	80
23	96	46
92		

1	8	19
18	12	46
23	85	71
40	96	80
92		

1 8 19 18 12 46 23 85 71 40 96 80 92

实例： $w_2 = 2$



实例： $w_1 = 1$

1 8 12 18 19 40 23 46 71 80 92 85 96

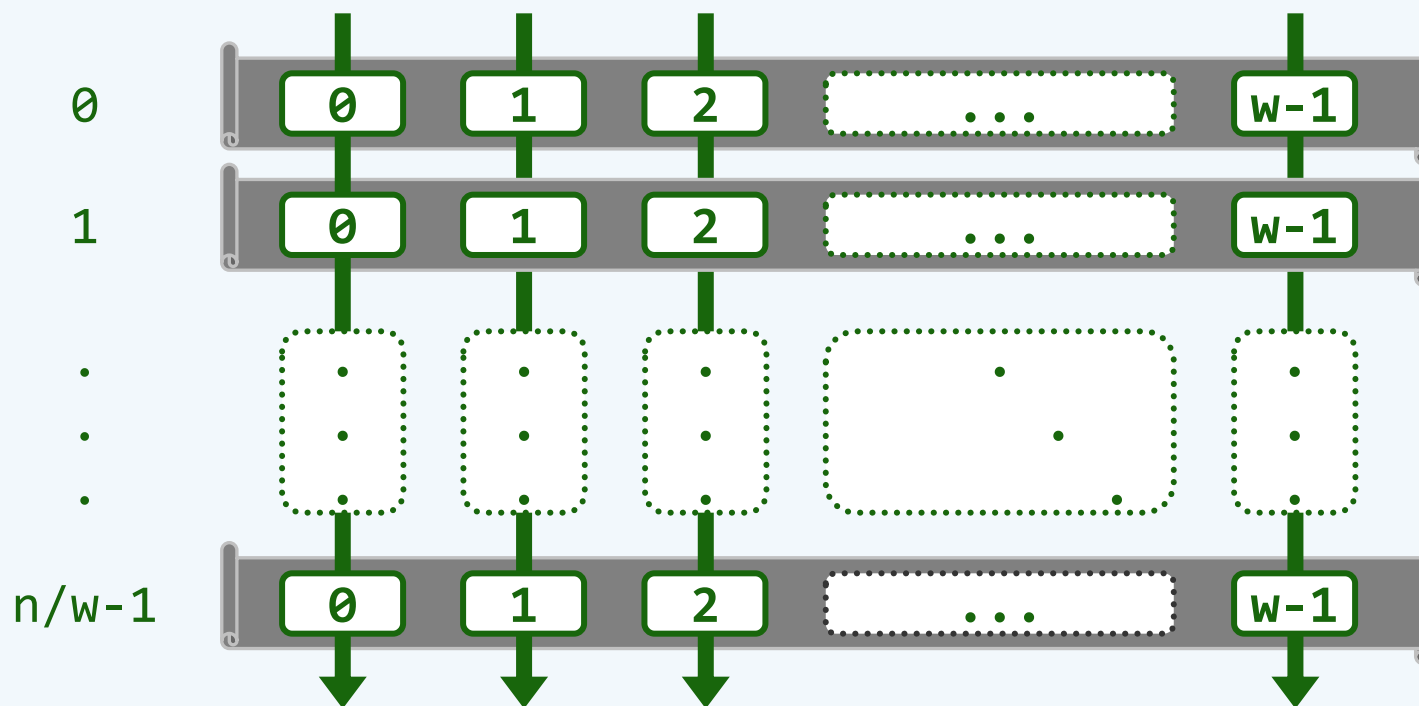
1  
8  
12  
18  
19  
23  
40  
46  
71  
80  
85  
92  
96

## Call-by-rank

❖ 如何实现矩阵重排？莫非，需要使用二维向量？实际上，借助一维向量足矣

❖ 在每步迭代中，若当前的矩阵宽度为  $w$ ，则

第  $i$  列中的元素依次就是： $a[i + kw]$ ， $0 \leq k < n/w$





## Input-sensitivity

❖ 各列内部的排序如何实现？

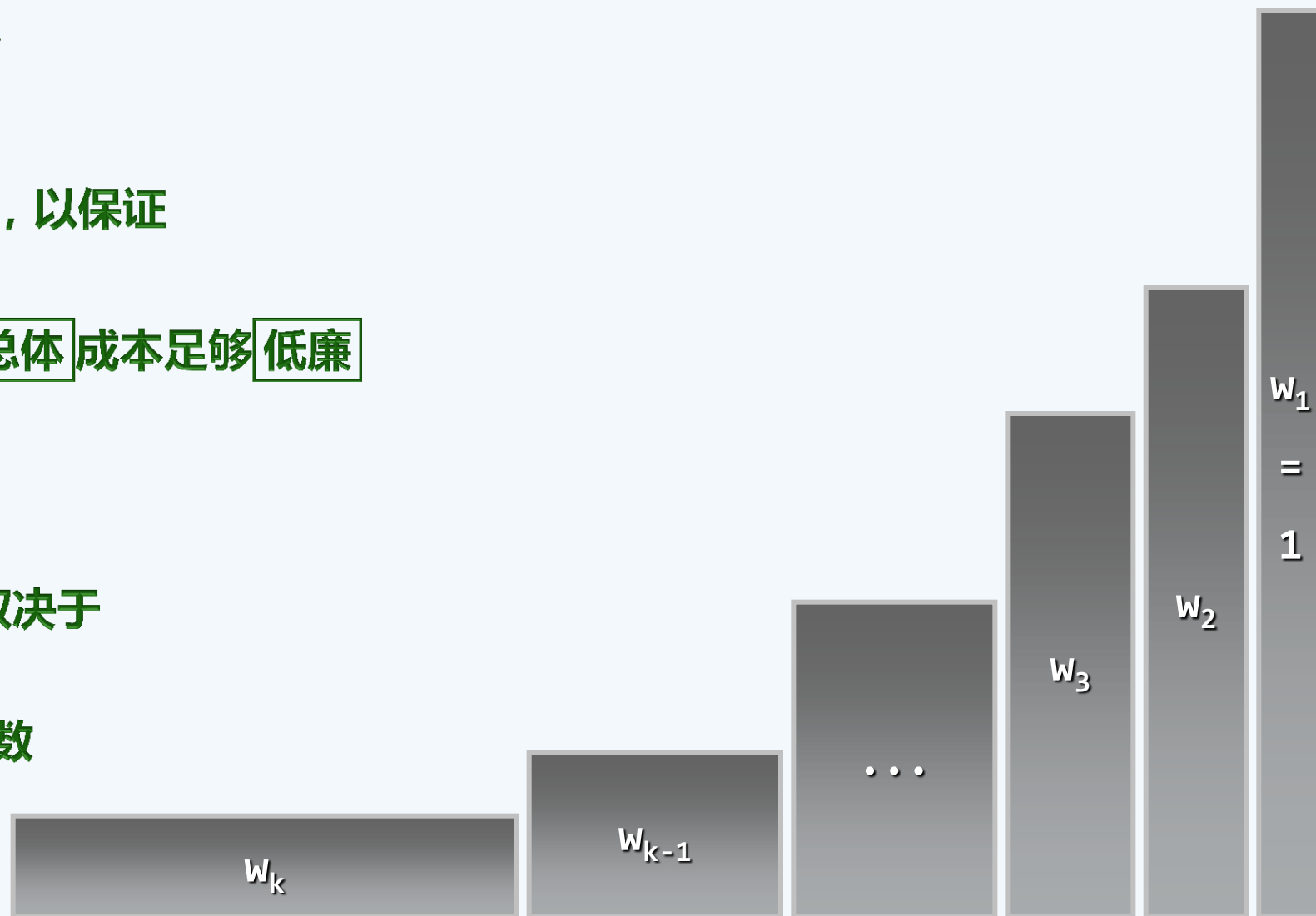
❖ 必须采用输入敏感的算法，以保证

有序性可持续改善，且总体成本足够低廉

❖ 比如，insertionsort

其实际运行时间，更多地取决于

输入序列所含逆序对的总数



## Step Sequences

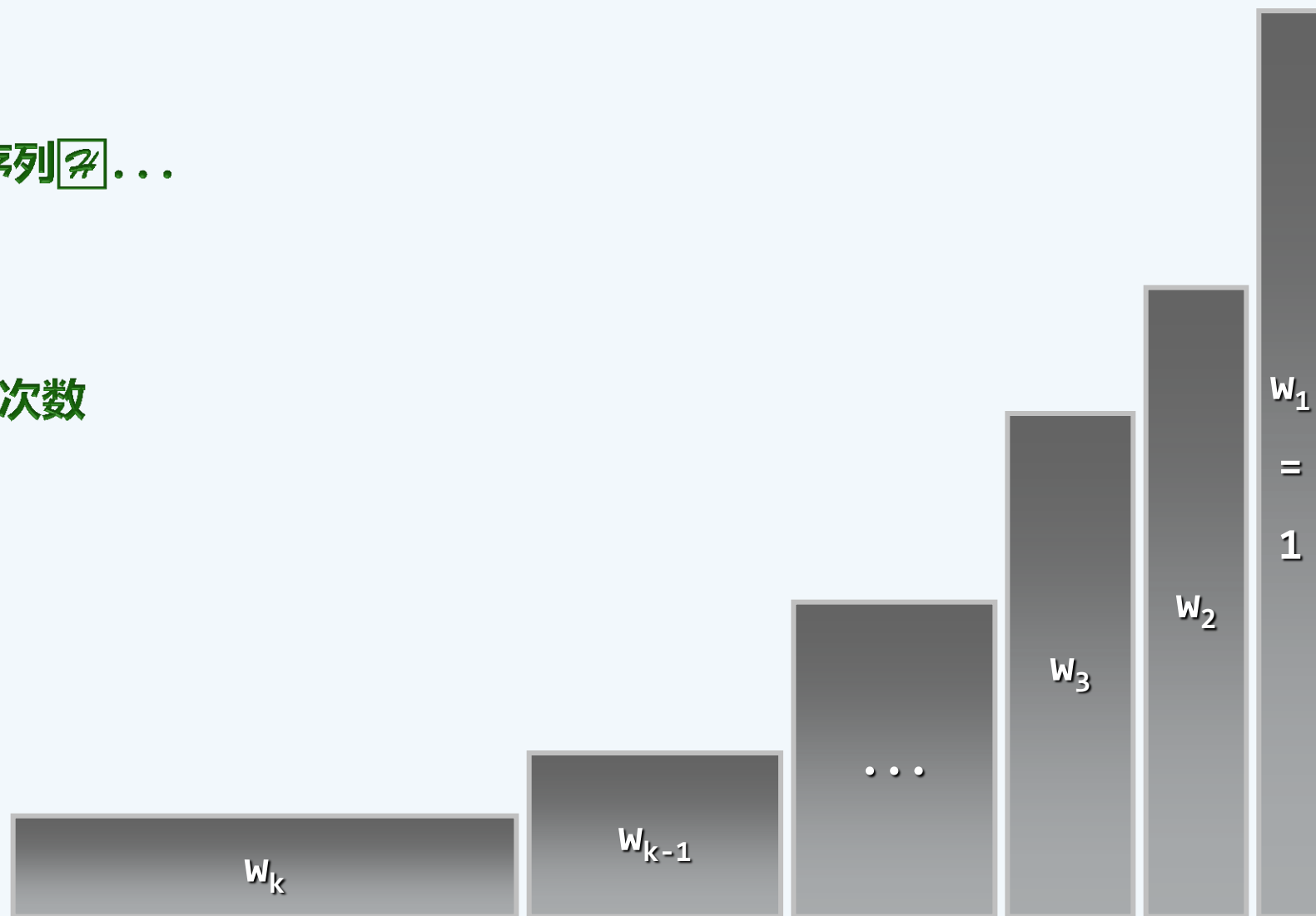
### ❖ Shell sort 的总体效率

取决于具体使用何种步长序列  $\{h_i\}$ ...

### ❖ 主要考察和评测

1. 比较操作、移动操作的次数
2. 收敛的速度，或反过来

迭代的轮数



## Shell's Sequence

❖  $\mathcal{H}_{\text{shell}} = \{ 1, 2, 4, 8, \dots, 2^k, \dots \}$

//Shell 1959

❖ 采用  $\mathcal{H}_{\text{shell}}$  , 在最坏情况下需要运行  $\Omega(n^2)$  时间

❖ 考查由子序列  $A = \text{unsort}[0, 2^{N-1})$  和  $B = \text{unsort}[2^{N-1}, 2^N)$  交错而成的 :

11    4    14    3    10    0    15    1    9    6    8    7    13    2    12    5

❖ 在 2-sorting 刚结束时 , A 和 B 必然各自有序 :

8    0    9    1    10    2    11    3    12    4    13    5    14    6    15    7

❖ 其中的逆序对仍然很多 , 1-sorting 仍需  $1 + 2 + \dots + 2^{N-1} = \Omega(n^2)$  时间

❖ 根源在于 ,  $\mathcal{H}_{\text{shell}}$  中各项并不互素