

## 4. 栈与队列

### (c2) 栈应用：括号匹配

邓俊辉

deng@tsinghua.edu.cn

## 实例

❖  $(a[i-1][j+1] + a[i+1][j-1]) * 2$

//失配

$(a[i-1][j+1] + a[i+1][j-1]) * 2$

//匹配

❖ 观察：除了各种括号，其余符号均可暂时忽略

$( [ ] [ ] ) [ ] [ ] )$

//失配

$( [ ] [ ] [ ] [ ] )$

//匹配

## 尝试

0) 平凡： 无括号的表达式是匹配的

1) 减治？  匹配，仅当  $($    $)$  匹配

2) 分治？  和  均匹配，仅当   匹配

❖ 然而，根据以上性质，却不易直接应用已知的策略

❖ 究其根源在于，1) 和 2) 均为 **必要性**，比如反例：

<input type="text" value="( ( ) ( ) ) ( )"/>	=	<input type="text" value="( ( ( ) ( ) ) ( )"/>
<input type="text" value="( ( ) ( ) ) ( )"/>	=	<input type="text" value="( ( ) ) ( ) ( )"/>

❖ 而为使问题有效简化，必须发现并借助 **充分性**

## 构思

❖ 颠倒以上思路：消去一对紧邻的左右括号，不影响全局的匹配判断

亦即：L ( ) R 匹配，仅当 L R 匹配

❖ 那么，如何找到这对括号？再者，如何使问题的这种简化得以持续进行？

❖ 顺序扫描表达式，用栈记录已扫描的部分

//实际上只需记录左括号

反复迭代：凡遇 (，则进栈；凡遇 )，则出栈



## 实现

```
❖ bool paren( const char exp[], int lo, int hi ) { //exp[lo, hi)

    Stack<char> S; //使用栈记录已发现但尚未匹配的左括号

    for ( int i = lo; i < hi; i++ ) //逐一检查当前字符

        if ( '(' == exp[i] ) S.push( exp[i] ); //遇左括号：则进栈

        else if ( ! S.empty() ) S.pop(); //遇右括号：若占非空，则弹出左括号

        else return false; //否则（遇右括号时栈已空），必不匹配

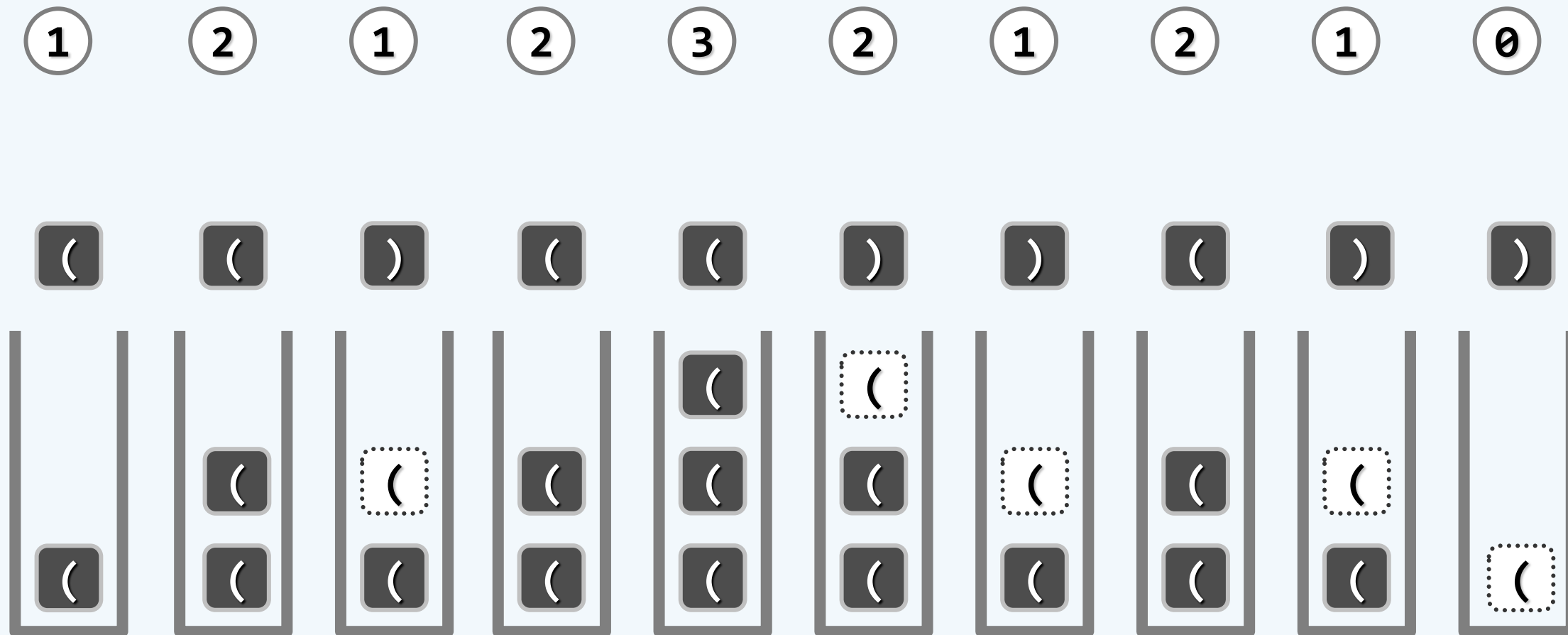
    return S.empty(); //最终，栈空当且仅当匹配

}
```

## 实例

❖ 实际上，若仅考虑一种括号，只需一个计数器足矣

//S.size()



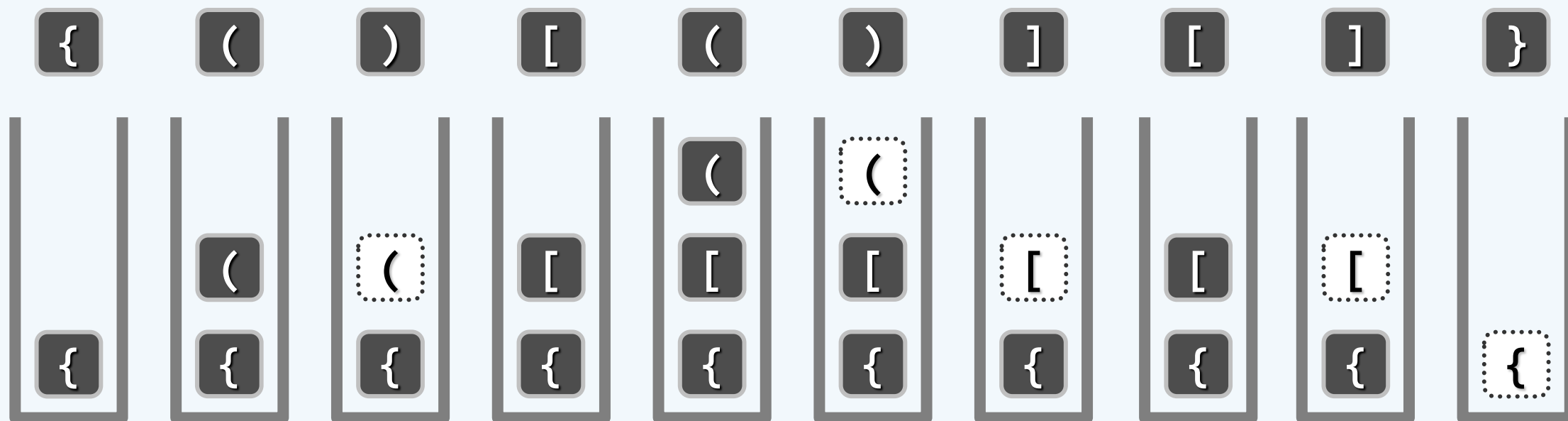
## 拓展

❖ 以上思路及算法，可便捷地推广至多种括号并存的情况

❖ 可否，使用多个计数器？不行，反例：[ ( ] )

❖ 甚至，只需约定“括号”的通用格式，而不必事先固定括号的类型与数目

比如：`<body>|</body>`，`<h1>|</h1>`，`<font>|</font>`，`<p>|</p>`，`<ol>|</ol>`，...



## 拓展

❖ 按字典序，**枚举**由 $n$ 对匹配括号组成的所有表达式

**ACP**-v4-f4-p5, Algorithm **P**, I. Semba, 1981

❖ 在由 $n$ 对匹配括号组成的所有表达式中，按字典序取出**第 $N$ 个**

**ACP**-v4-f4-p14, Algorithm **U**, F. Ruskey, 1978

❖ 在由 $n$ 对匹配括号组成的所有表达式中，**等概率**地随机任选其一

**ACP**-v4-f4-p15, Algorithm **W**, D. B. Arnold & M. R. Sleep, 1980

❖ 由算法U，不是可以直接实现算法W的功能吗？后者的意义何在？