5.二叉树

（e4）层次遍历

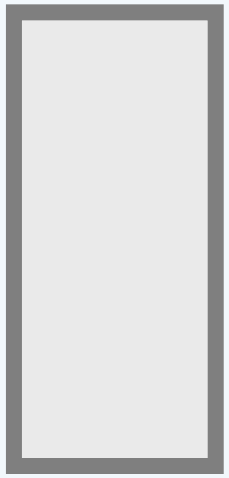
邓俊辉

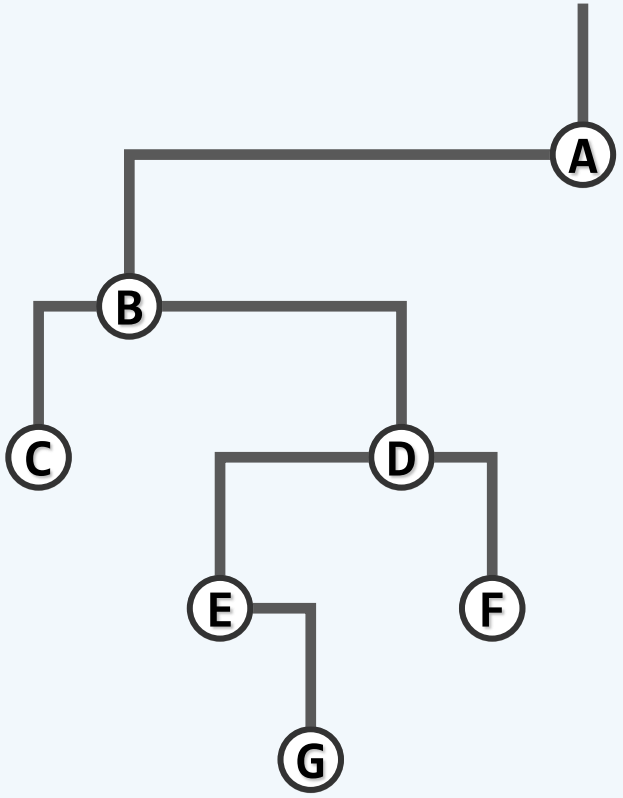
deng@tsinghua.edu.cn

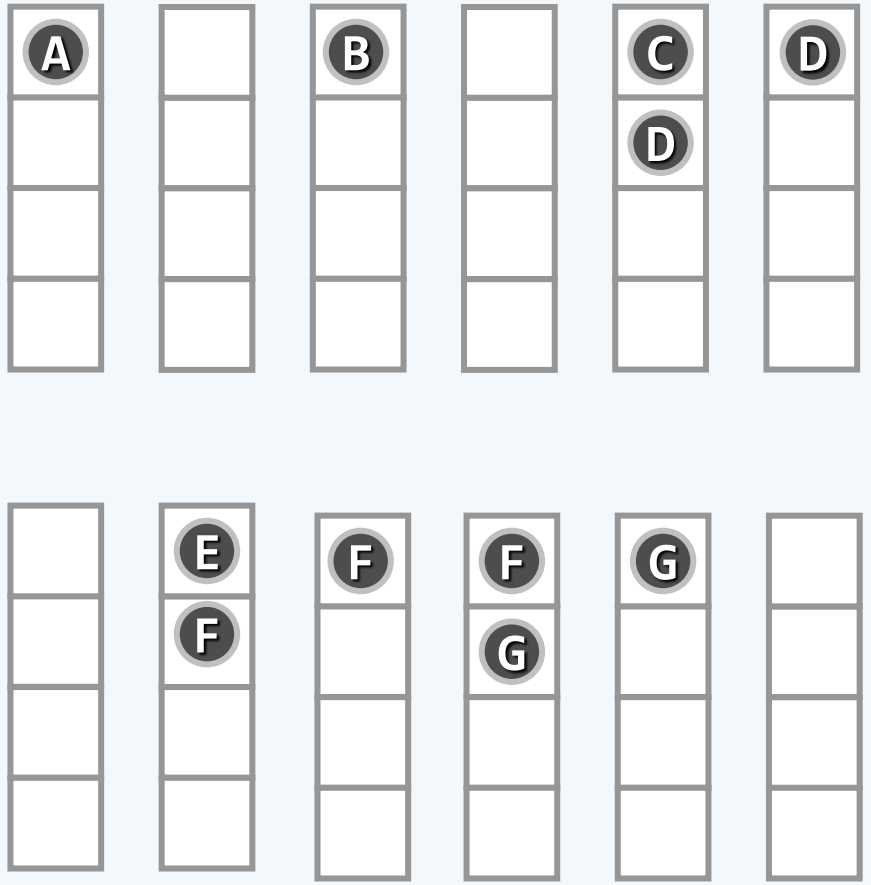
实现

```
template <typename T> template <typename VST>
void BinNode<T>::travLevel( VST & visit ) { //二叉树层次遍历
   Queue< BinNodePosi(T) > Q; //引入辅助队列
   Q.enqueue( this ); //根节点入队
   while ( ! Q.empty() ) { //在队列再次变空之前，反复迭代
      BinNodePosi(T) x = Q.dequeue(); //取出队首节点，并随即
      visit( x->data ); //访问之
      if ( HasLChild( * x ) ) Q.enqueue( x->lc ); //左孩子入队
      if ( HasRChild( * x ) ) Q.enqueue( x->rc ); //右孩子入队
   }
}
```

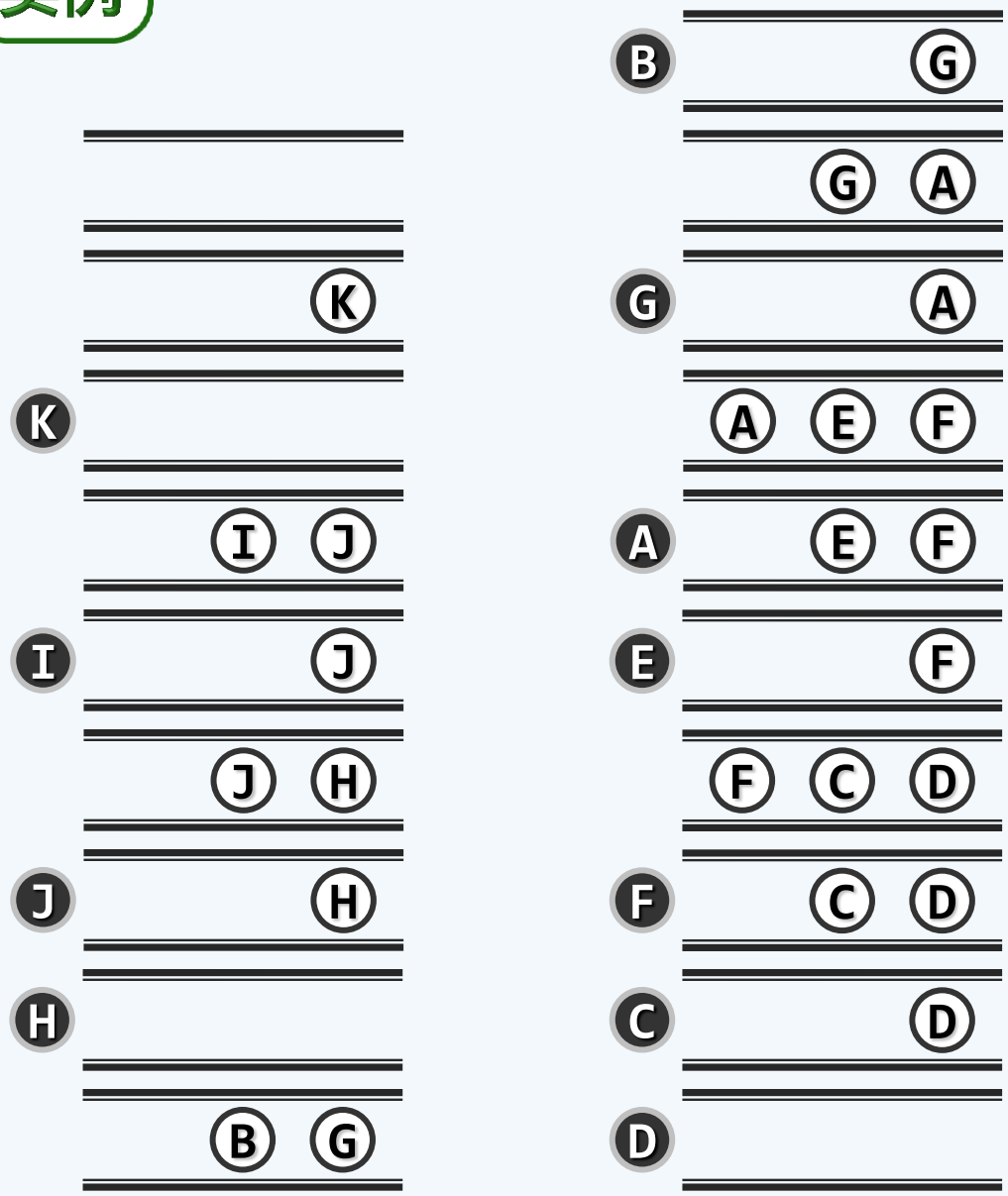
实例

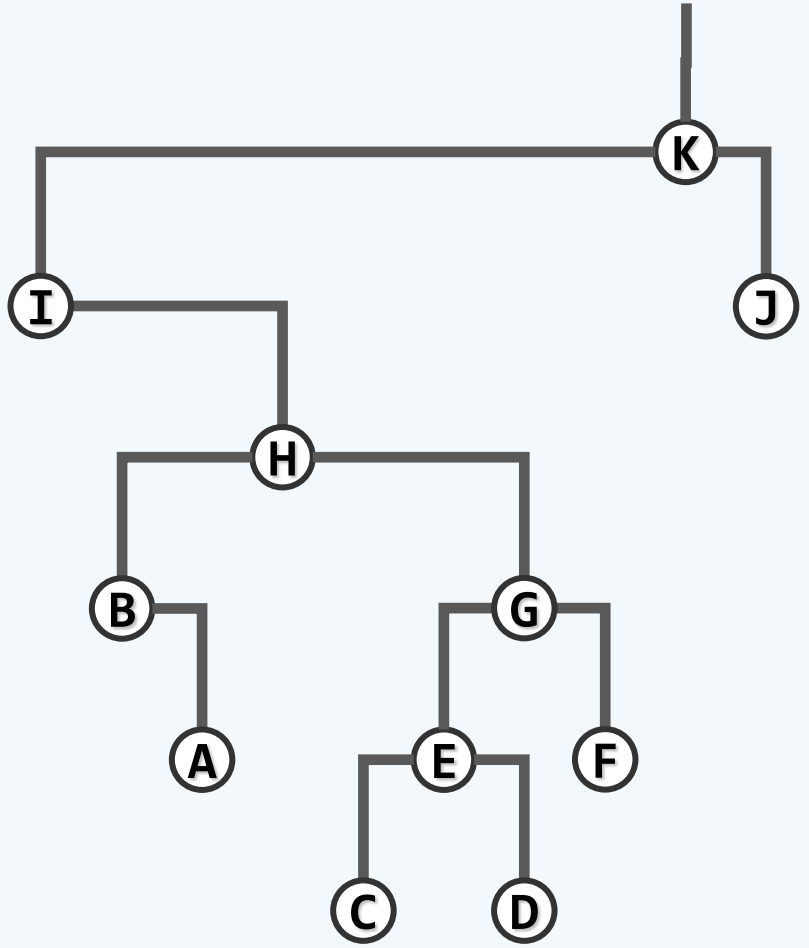






实例


K
K
I J
I J
J H
J H
H
B G
B G
G A
G A
A E F
A E F
E F
E F
F C D
F C D
C D
C D
D


K
I
J
H
B
G
A
E
F
C
D

分析

- 正确性何以见得？是的，以上迭代算法符合广度优先遍历的规则...
- 每次迭代，　入队节点（若存在）都是出队节点的孩子，深度增加一层
- 任何时刻，　队列中各节点按深度单调排列，而且

  （相邻）节点的深度相差不超过1层
- 进一步地，　所有节点迟早都会入队，而且

  更高/低的节点，更早/晚入队

  更左/右的节点，更早/晚入队
- 效率如何？
- 每次迭代，都有一个节点出队并接受访问，但可能有两个节点入队

  更精确地，每个节点入、出队各恰好一次——整体效率 = $O(n)$

应用：表达式树

- 表达式树（expression tree）：由前缀表达式创建表达式树

  a + b * (c - d) - e / f

- postorder（postfix = RPN）

  a b c d - * + e f / -

- preorder（prefix，求值并不便捷）

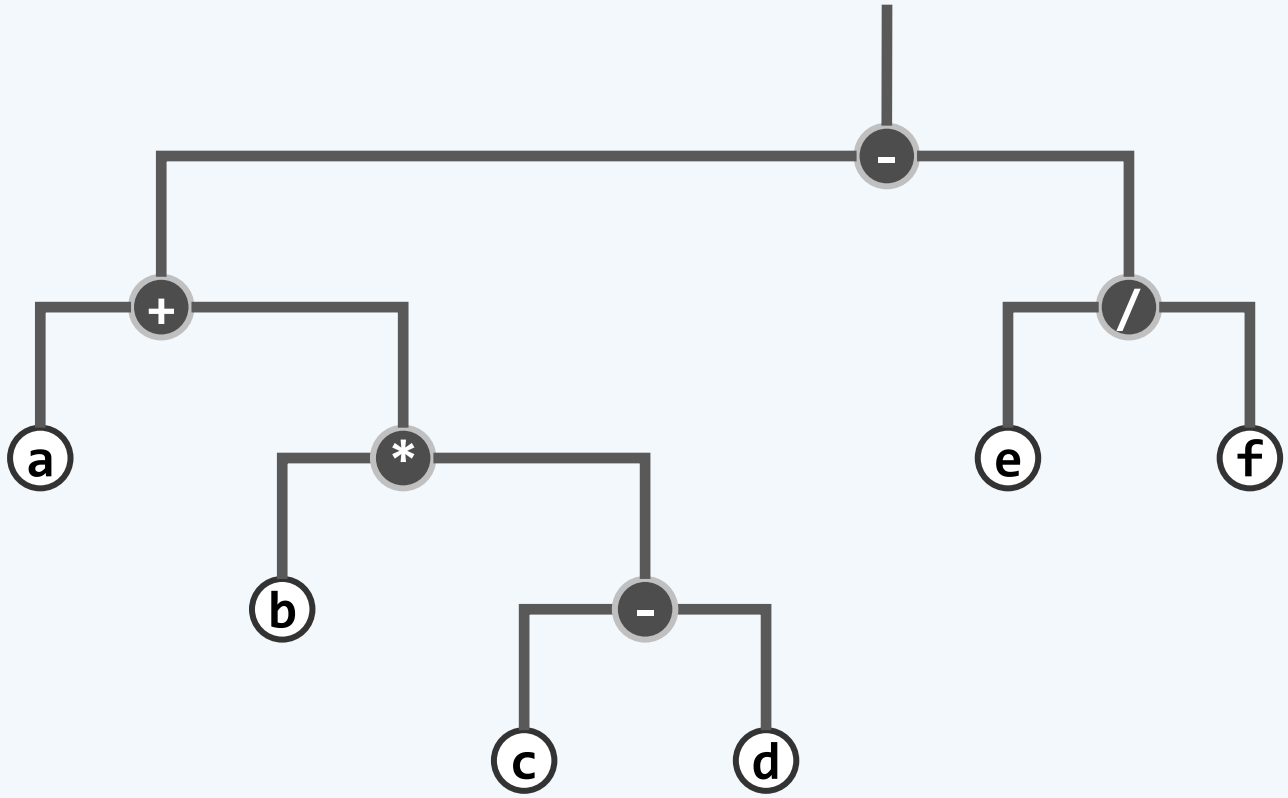
  - + a * b - c d / e f

- inorder（infix，无优先级，有歧义）

  a + b * c - d - e / f

- breadth-first（?）

  - + / a * e f b - c d



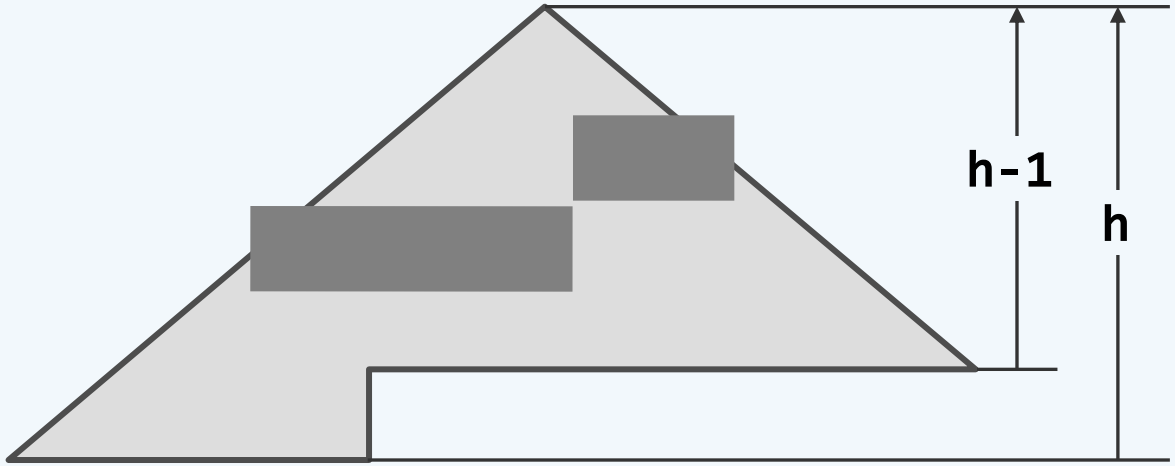
完全二叉树

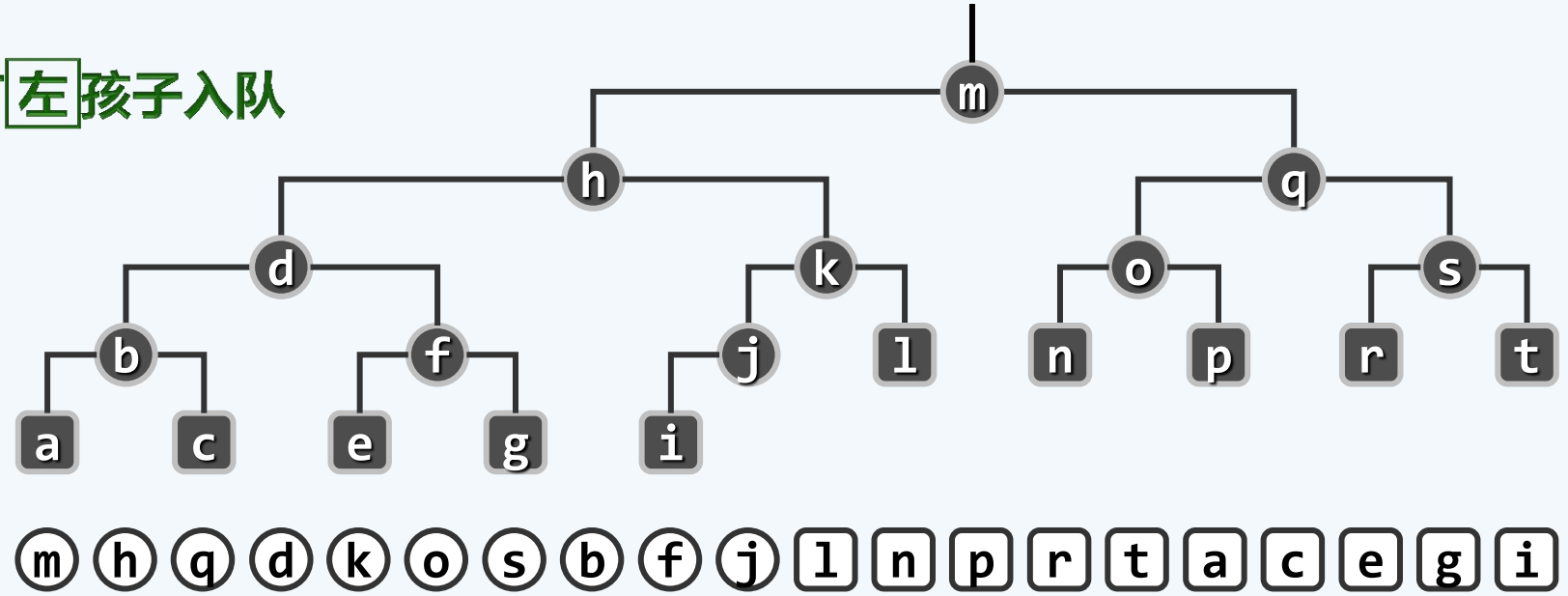
❖ 考察层次遍历中的n次迭代...

❖ 前 $\lfloor \frac{n}{2} \rfloor - 1$ 次迭代中，都有右孩子入队

前 $\lfloor \frac{n}{2} \rfloor$ 次迭代中，都有左孩子入队

累计 n - 1 次入队





完全二叉树

❖ 考察层次遍历中的n次迭代...

❖ 辅助队列的规模

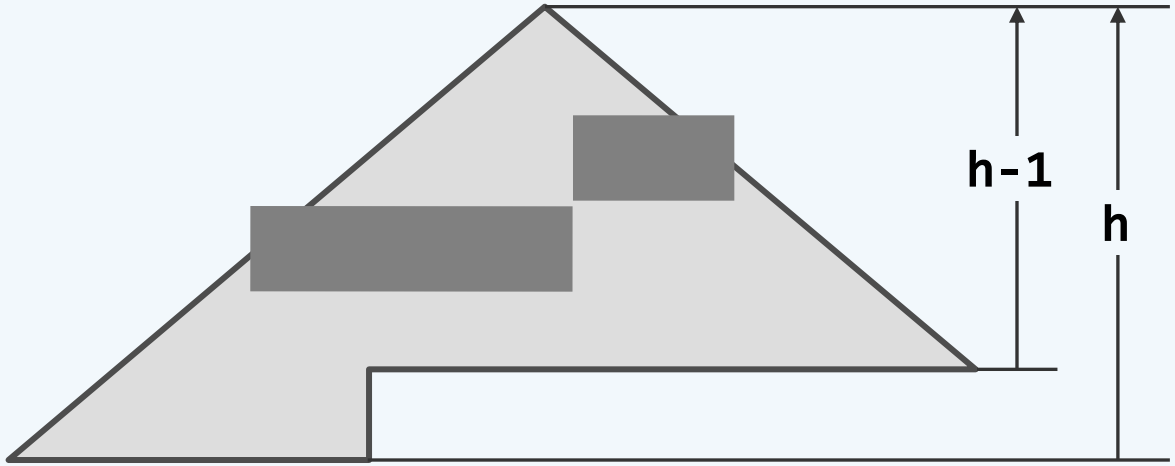
1） 先增后减，单峰对称

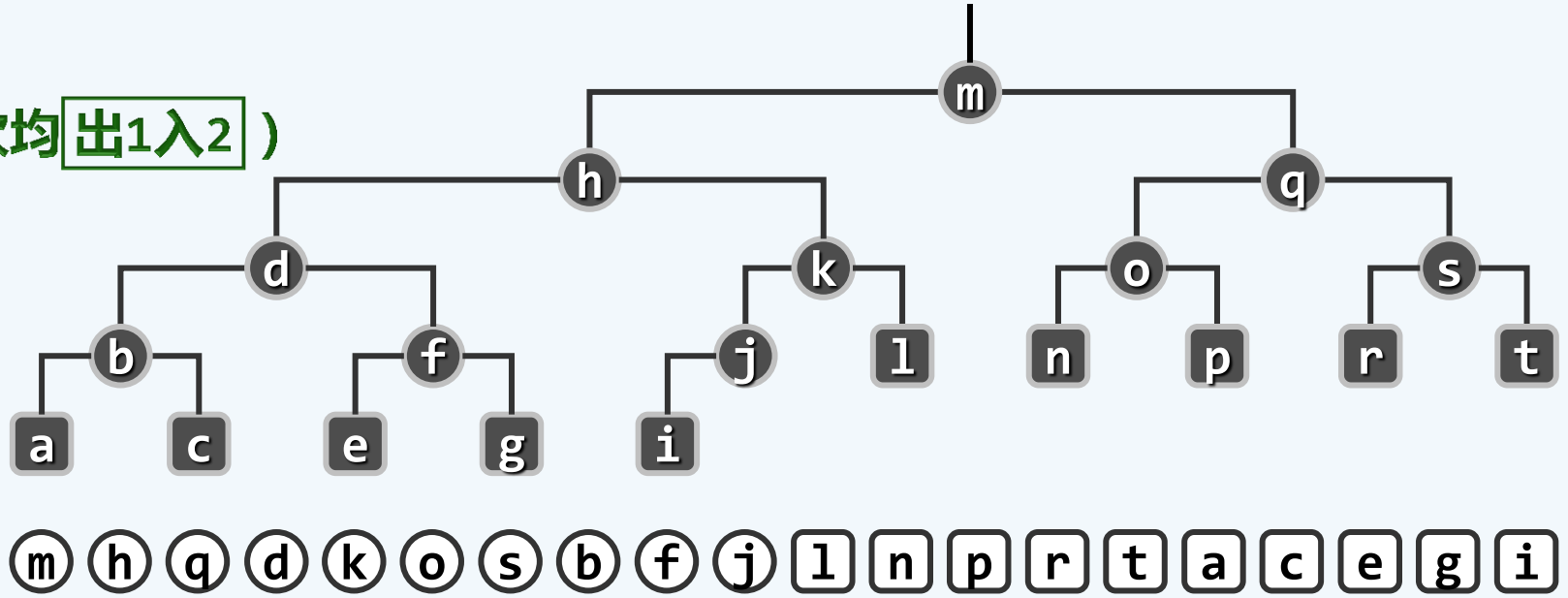
2） 最大规模 = ⌈n/2⌉

（前⌈n/2⌉ - 1 次均出1入2）

3） 最大规模

可能出现两次



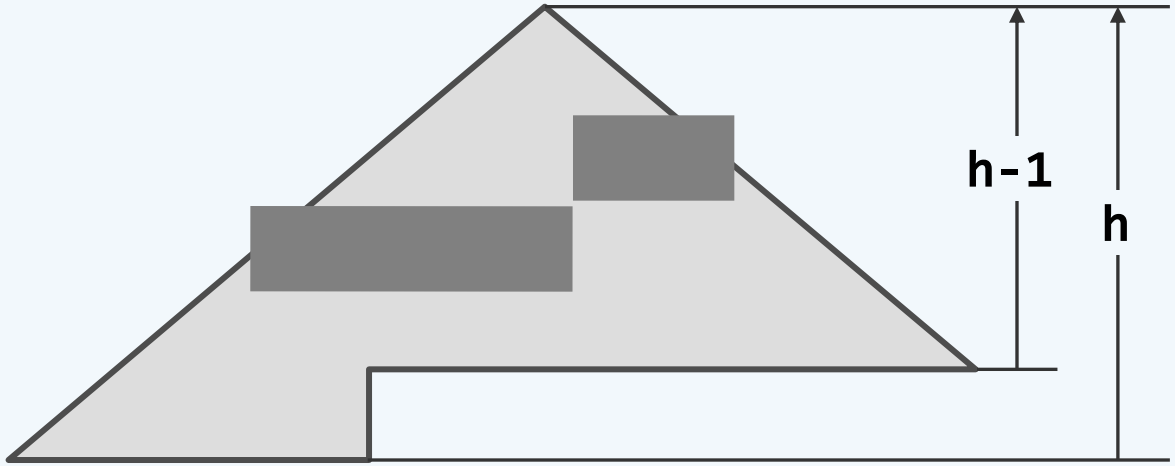


完全二叉树

- 叶节点仅限于最低两层

  底层叶子，均居于次底层叶子左侧

  除末节点的父亲，内部节点均有双子



- 叶节点

  不致少于内部节点，但

  至多多出一个