

Mathematik I – Zusammenfassung

1. Grundlagen der Mengenlehre

Definition Menge: Eine Menge ist eine Zusammenfassung von wohlunterschiedenen Objekten zu einem Ganzen.

Beispiel:

$$A = \{1, 2, 3\}, B = \{2, 3, 4\}$$

Operationen:

- Vereinigung: $A \cup B = \{1, 2, 3, 4\}$
- Durchschnitt: $A \cap B = \{2, 3\}$
- Differenz: $A \setminus B = \{1\}$

2. Funktionen

Definition: Eine Funktion $f: A \rightarrow B$ ordnet jedem Element $a \in A$ genau ein Element $b \in B$ zu.

Beispiel:

$$f(x) = x^2$$

$$f(2) = 4, f(-3) = 9$$

Eigenschaften:

injektiv, surjektiv, bijektiv

Definitionsbereich & Wertebereich

3. Grenzwerte und Stetigkeit

Grenzwert einer Folge:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} 1/n = 0$$

Stetigkeit:

Eine Funktion f ist stetig in x_0 , wenn gilt:

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0)$$

4. Differentialrechnung

Ableitung:

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} (f(x+h) - f(x)) / h$$

Ableitungsregeln:

- Potenzregel: $d/dx x^n = n \cdot x^{n-1}$
- Produktregel: $(uv)' = u'v + uv'$
- Kettenregel: $f(g(x))' = f'(g(x)) \cdot g'(x)$

5. Integralrechnung

Stammfunktion & bestimmtes Integral:

$$\int f(x) dx = F(x) + C$$

$$\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$$

Beispiel:

$$\int_0^2 x^2 dx = [1/3 \cdot x^3]_0^2 = 8/3$$

6. Lineare Algebra – Matrizen

Matrixmultiplikation:

$A \cdot B$ nur definiert, wenn Spaltenanzahl von A = Zeilenanzahl von B

Determinante (2x2):

$$\det\left(\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}\right) = ad - bc$$

Inverses einer Matrix (2x2):

$$A^{-1} = \frac{1}{\det(A)} \cdot \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$$