TIPE : Meilleur Trajet-Planche à voile

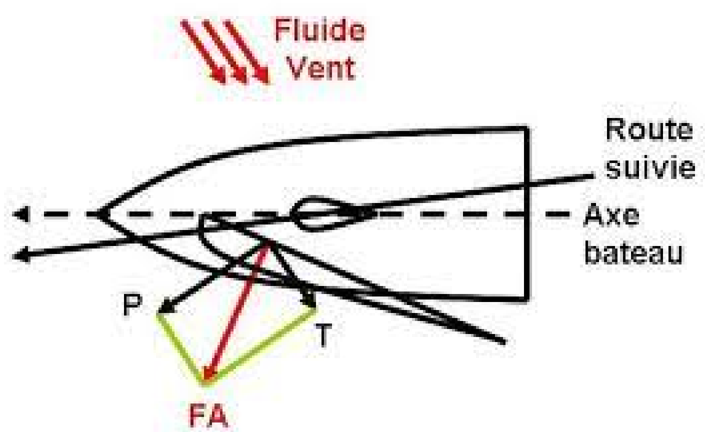
Kevin Kuzu et Paul Le Drogo

11/06/2023

Détermination de la vitesse de la planche à voile

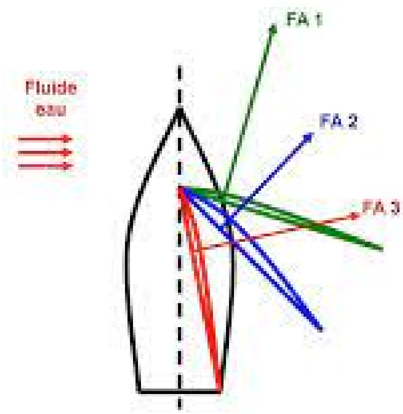
Dans un premier temps on détermine les forces possibles sur la voile. Afin de pouvoir utiliser un TRC pour pouvoir primitiver 1 fois et obtenir la distance en tout temps noté t pour finalement comparer avec la distance préalablement calculé du point A au point B (Force de frottement négligé on suppose la planche à voile dotée d'un foil pour simplifier les calculs).

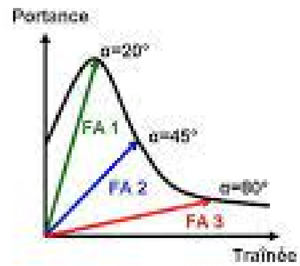
Les forces possibles



Ici on remarque les forces de trainées et de portances d'après des études faites en aérodynamisme.

On peut ainsi déterminer les coefficients de portances et de trainées. Par exemple :





Colonne 1	Colonne 2	Colonne 3
5°	0.05	0.6
10°	0.1	0.8
15°	0.2	1
20°	0.4	1.15
25°	0.5	1.2
30°	0.7	1.15
40°	0.7	0.9
50°	0.9	0.7
60°	1	0.6
70°	1.15	0.5
80	1.2	0.2
90	1.3	0

D'après les coefficients on peut déterminer leurs forces. On note C_P le coefficient de portance et C_T le coefficient de trainée, leur définition. Soit :

$$C_P = \frac{\vec{F_P}}{2\rho v^2 S}$$
$$C_T = \frac{\vec{F_T}}{2\rho v^2 S}$$

Avec :

1. F_P Force de porté.
2. F_T Force de trainée.
3. ρ la masse volumique de l'air $\rho = 1.2kg.m^3$.
4. S la surface de la voile.

Il suffit d'isoler la force pour pouvoir l'utiliser. Ce qui donne :

$$\vec{F_P} = C_P 2\rho v^2 S$$
$$\vec{F_T} = C_T 2\rho v^2 S$$

Théorème de la résultante cinétique (TRC)

Il nous reste plus qu'à sommer les forces de portés et de trainées en faisant un projeté. Ce qui nous donne :

$$m\vec{a} = \vec{F_P}\sin(\alpha) + \vec{F_T}\cos(\alpha)$$
$$m\vec{a} = \frac{1}{2}\rho S v^2 (C_P sin(\alpha) + C_T cos(\alpha))$$
$$\vec{a} = \frac{1}{2m}\rho S v^2 (C_P sin(\alpha) + C_T cos(\alpha))$$

On sait que $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$. On va donc primitiver 1 fois afin d'avoir la le temps minimal pour allé à l'île des Evens. Et ainsi pouvoir comparé les meilleurs temps de chaque point de départ.

On obtient donc :

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{1}{2m}\rho S v^2 (C_P sin(\alpha) + C_T cos(\alpha))$$
$$d\vec{v} = \frac{1}{2m}\rho S v^2 (C_P sin(\alpha) + C_T cos(\alpha))dt$$
$$\int_{v_0}^{v} \mathrm{d}\vec{v} = \int_{t_0}^{t} \frac{1}{2m}\rho S v^2 (C_P sin(\alpha) + C_T cos(\alpha))\mathrm{d}t$$
$$\vec{v} = t\frac{1}{2m}\rho S v^2 (C_P sin(\alpha) + C_T cos(\alpha)) + v_0$$

Avec les conditions initiales nulles donc $v_0 = 0$ donc :

$$\vec{v} = t\tfrac{1}{2m}\rho S v^2 (C_P sin(\alpha) + C_T cos(\alpha))$$