Stratégie de sélection de perche pour le saut à la perche

Kevin Kuzu

N°SCEI19362

Positionnement thématique

PHYSIQUE (Mécanique)

INFORMATIQUE (Informatique pratique)

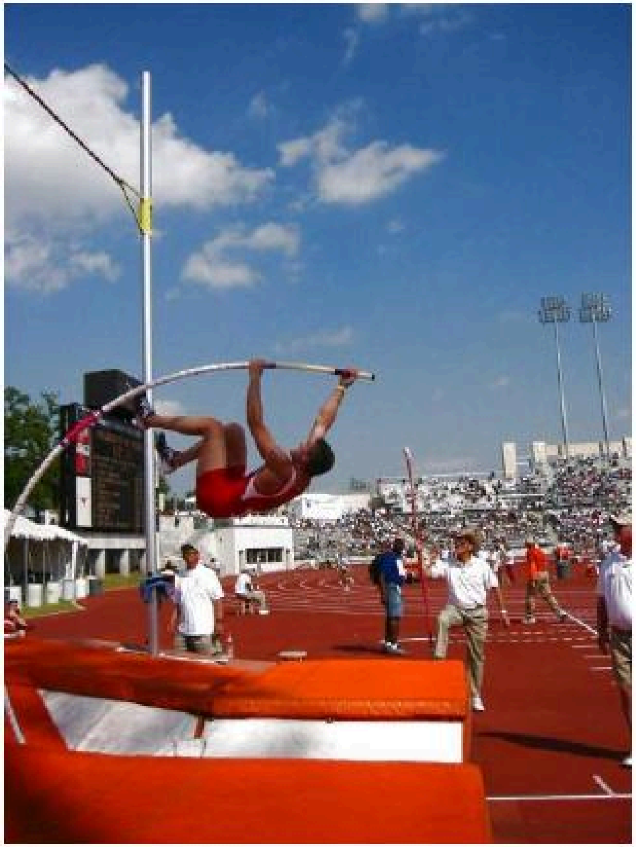
Plan

Introduction

Yelena Isinbayeva
5,06 m

Armand Duplantis
6,24 m

Introduction



Flexion maximale de la perche

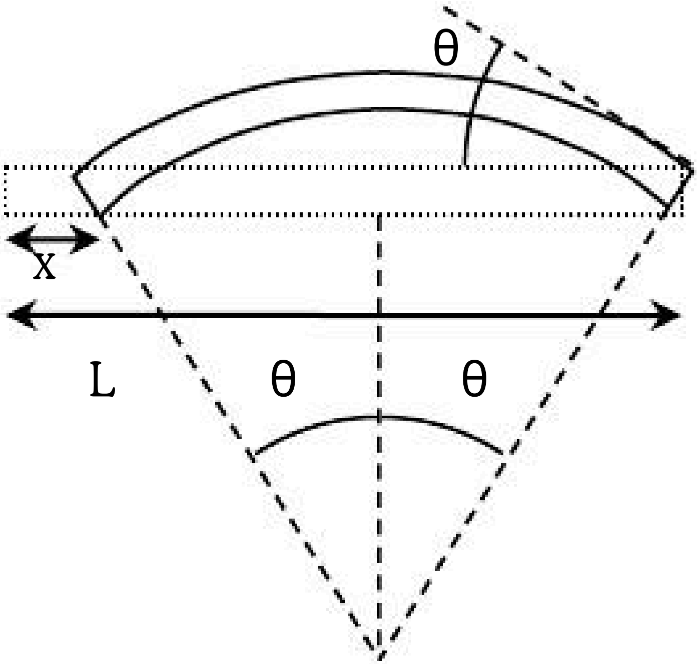
Conversion de l'énergie élastique en énergie potentielle

Problématique et objectifs

Problématique

Quelles sont les caractéristiques de la perche à retenir en fonction des particularités du perchiste ?

Détermination de la force exercée par la perche



Détermination de la force exercée par la perche

Notations :

- E : Modèle d'Young du matériaux (N/m²)
- I : Le moment quadratique (m^4)
- L : Longueur de la perche (m)

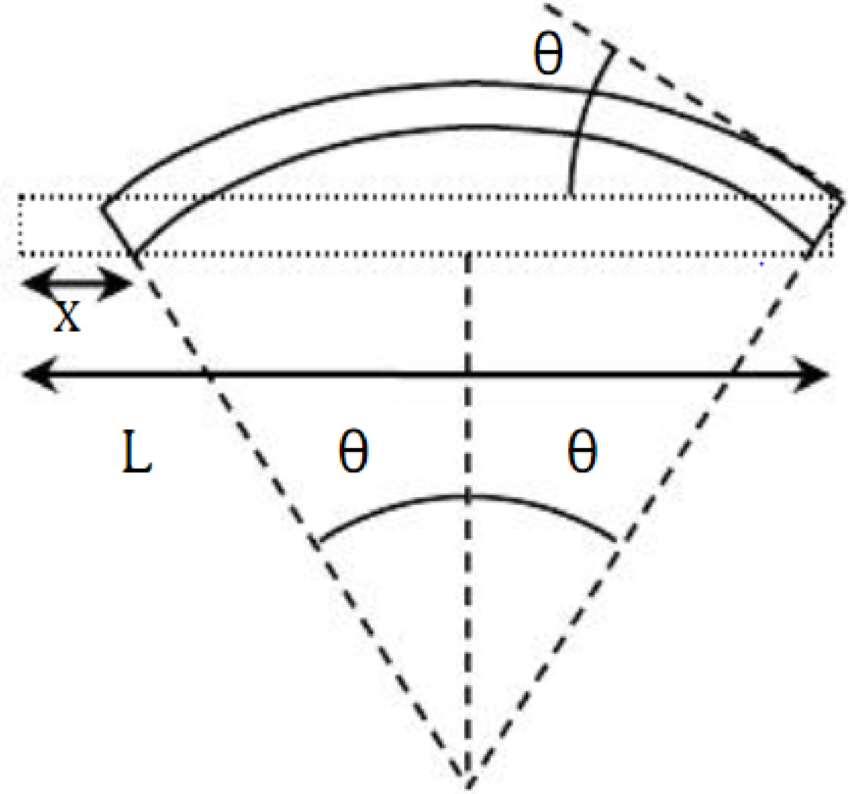
$$\boxed{E_{p,pliage} = 2\frac{EI}{L}\theta^2}$$

Cf. ROGER ITTERBEEK

Détermination de la force exercée par la perche

On remarque :

$$\boxed{L - x = 2R\sin\theta}$$



Ainsi :

$$\boxed{\theta^2 = 10(1 - \sqrt{1 - \frac{6x}{L}})}$$

Démonstration en annexe

Détermination de la force exercée par la perche

Notations :

- E : Modèle d'Young du matériaux (N/m^2)
- I : Le moment quadratique (m^4)
- L : Longueur de la perche (m)

On trouve :

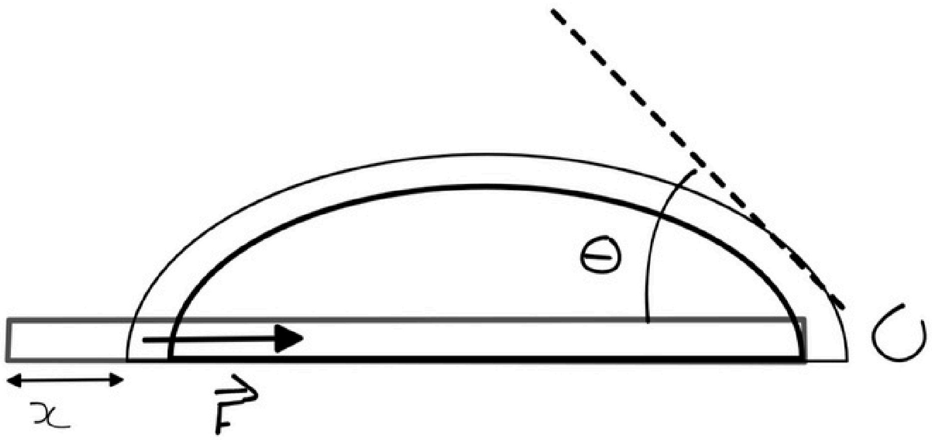
$$\boxed{E_{p,pliage} = \frac{EI}{L}\left(12\left(\frac{x}{L}\right) + \frac{18}{5}\left(\frac{x}{L}\right)^2\right)}$$

Démonstration en annexe

Détermination de la force exercée par la perche

Par définition :

$$\boxed{F(x) = \frac{dE_{p,pliage}}{dx}}$$



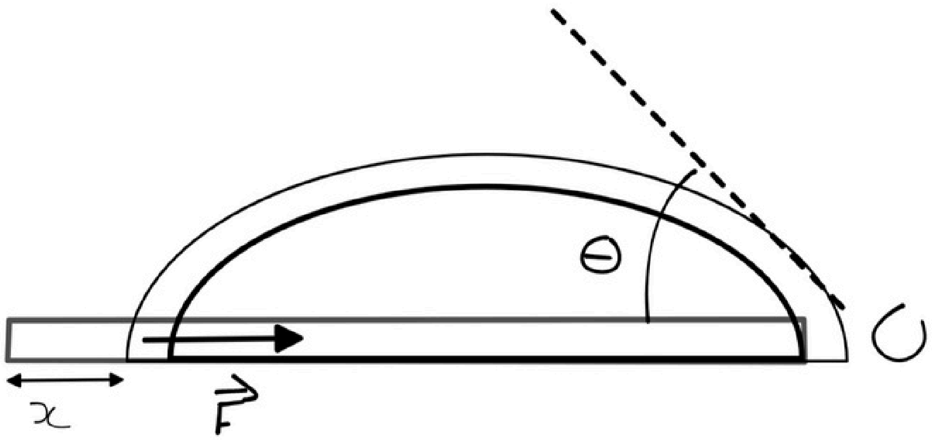
On obtient :

$$\boxed{F(x) = 12\frac{EI}{L^2}(1 + \frac{3}{5}\frac{x}{L})}$$

Détermination de la force exercée par la perche

Hypothèse :

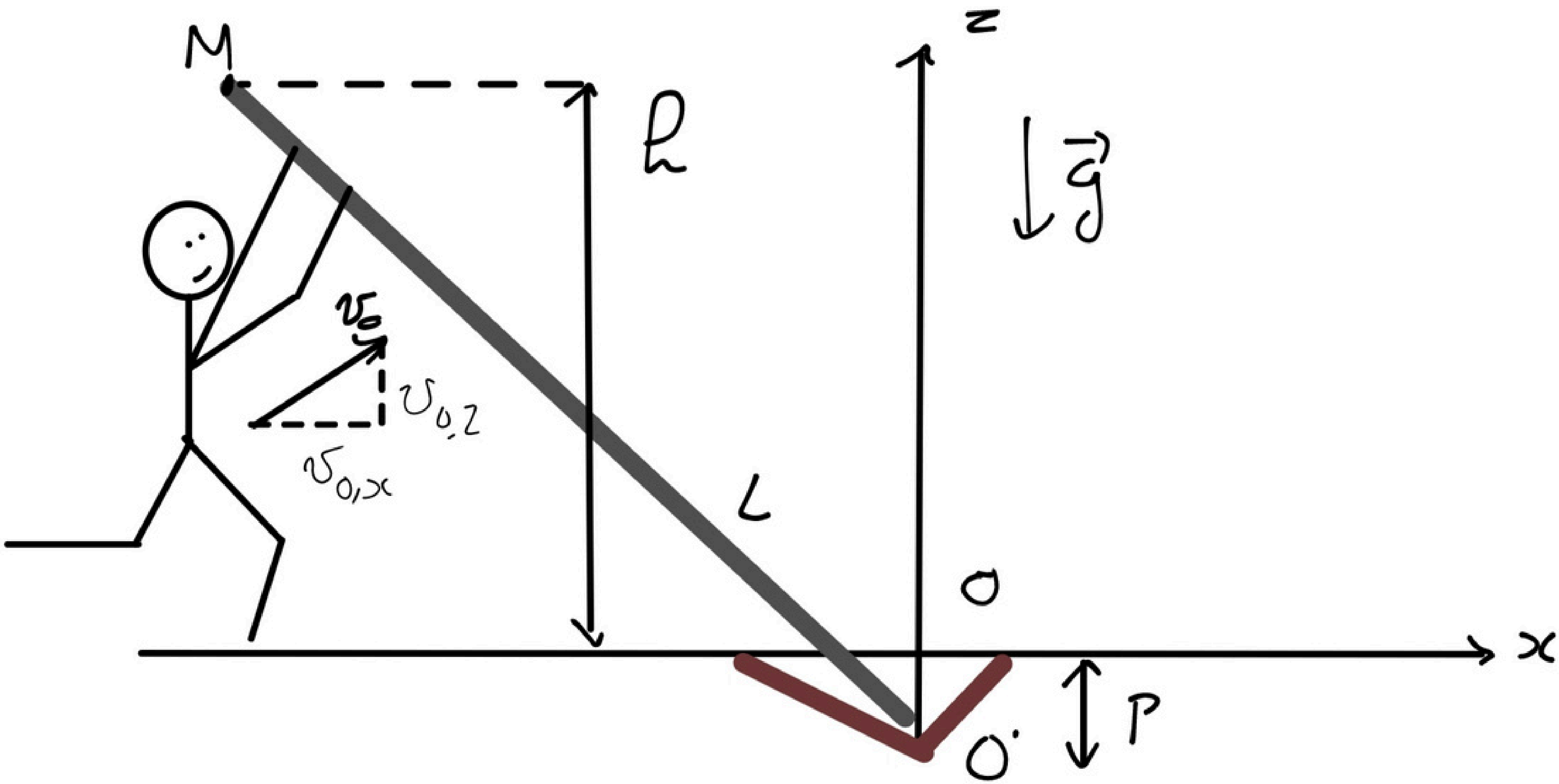
$$\boxed{F(x) = -k_{éq}(L - x - l_{éq})}$$



Avec :

$$\boxed{k_{éq} = \frac{36EI}{5L^3} \;\; et \;\; l_{éq} = \frac{8L}{3}}$$

Modélisation du saut à la perche

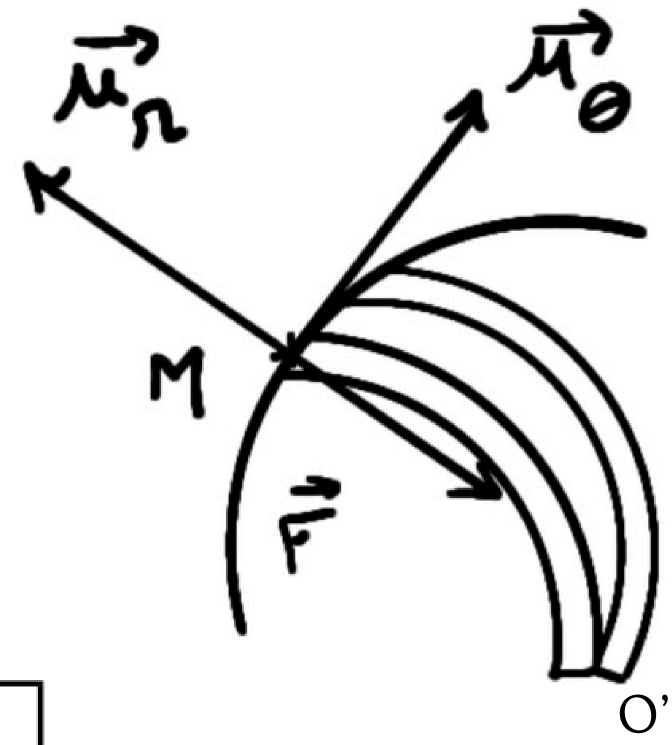


Modélisation du saut à la perche

$$\boxed{\vec{F} = \frac{12EI}{5L^2}\left(8 - 3\frac{|\vec{O'M}|}{L}\right)\vec{u_r}}$$

Avec :

$$\boxed{\vec{u_r} = \frac{x\vec{e_x} + (z+p)\vec{e_z}}{\sqrt{x^2 + (z+p)^2}}}$$



Modélisation du saut à la perche

On trouve après utilisation du PFD:

$$\boxed{m\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{12}{5}\frac{EI}{L^2}\left(\frac{8}{\sqrt{x^2+(z+p^2)}} - \frac{3}{L}\right)x}$$

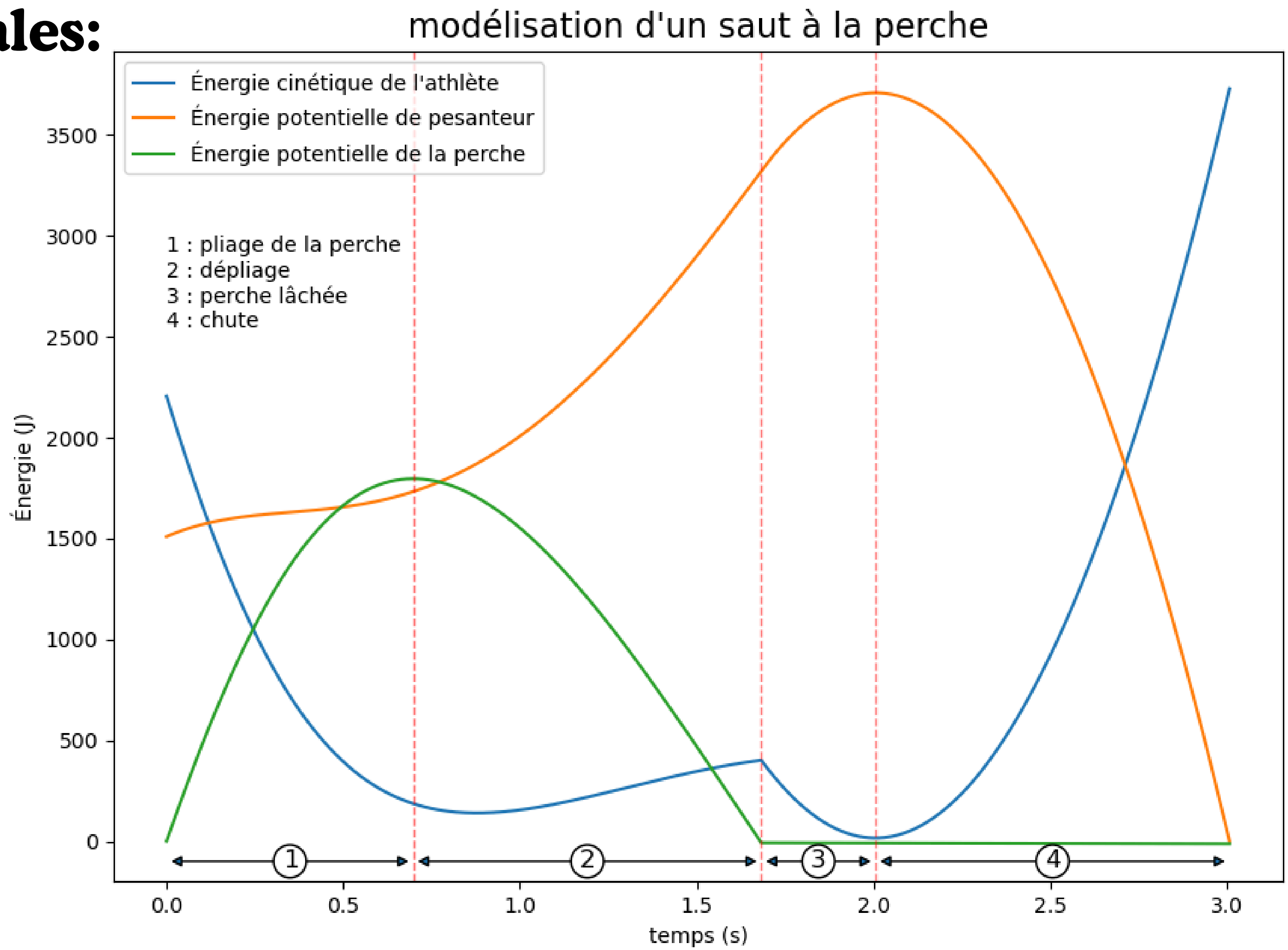
$$\boxed{m\frac{d^2z}{dt^2} = \frac{12}{5}\frac{EI}{L^2}\left(\frac{8}{\sqrt{x^2+(z+p^2)}} - \frac{3}{L}\right)z - mg}$$

Démonstration en annexe

Modélisation numérique

Conditions initiales:

- m = 69 kg
- v0 = 25 km/h
- L = 4.6 m
- EI = 1450 Nm^2

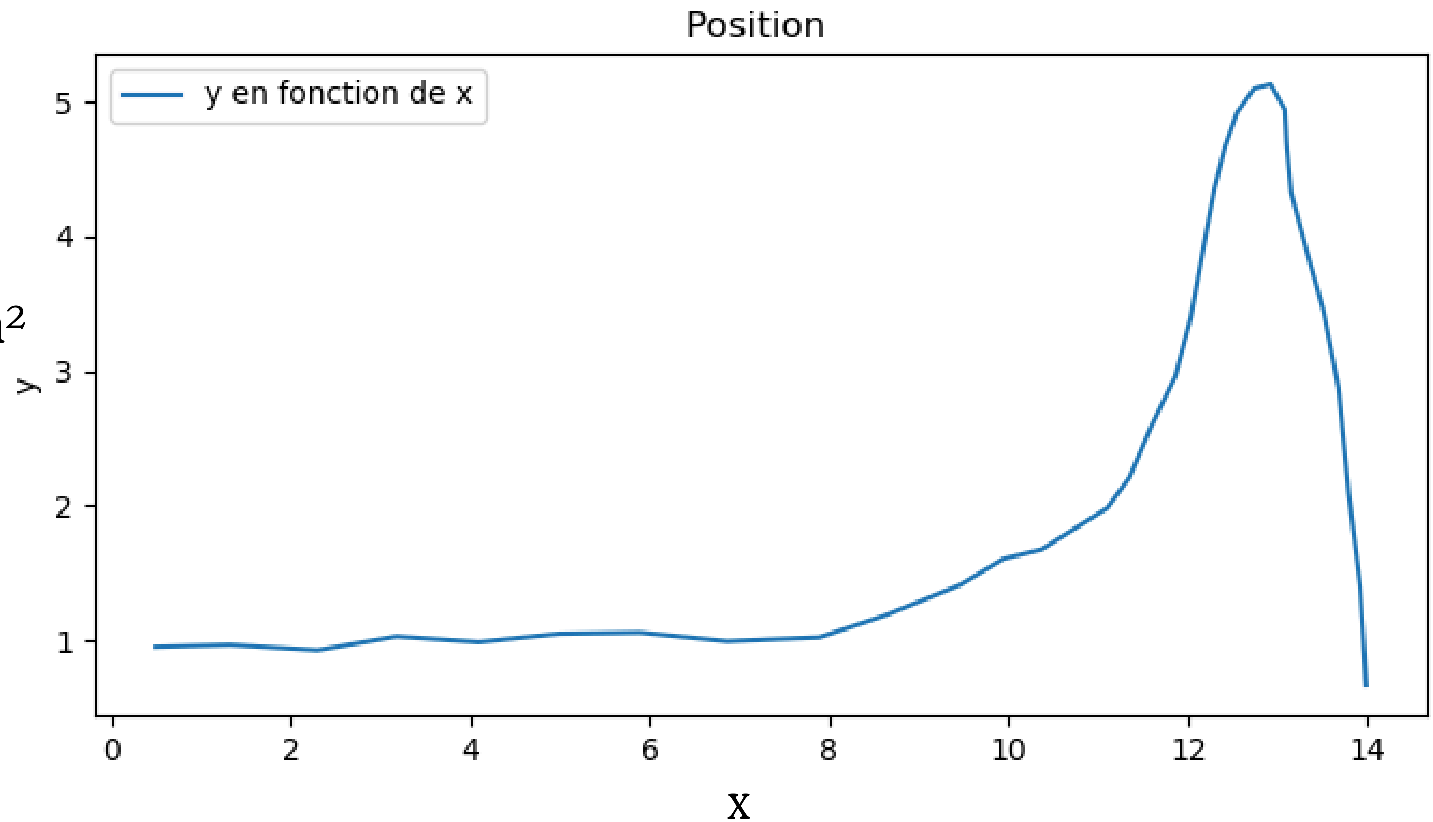


Code en annexe

Expérience / Modèle réel

Conditions initiales:

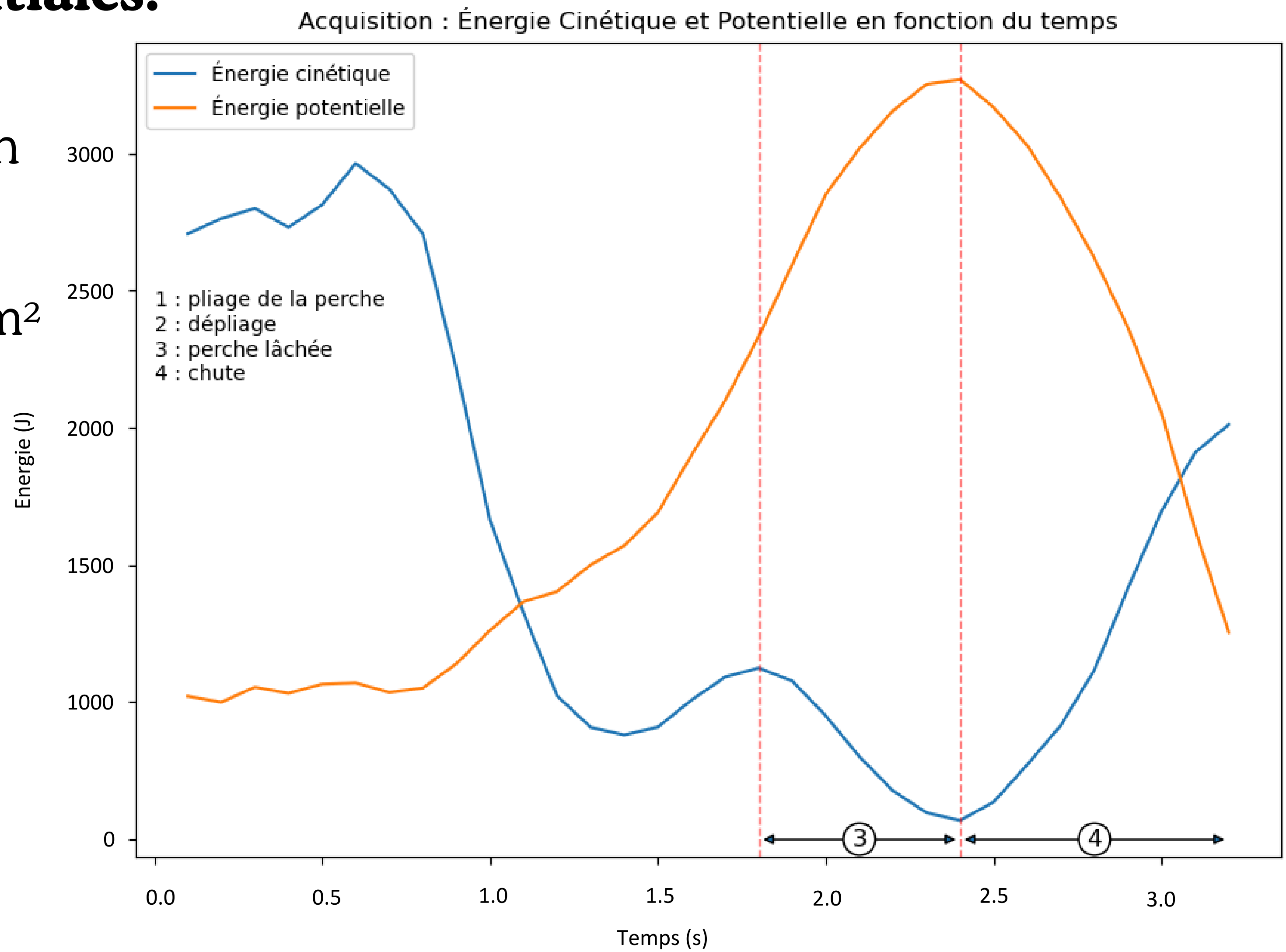
- $m = 69$ kg
- $v0 = 25$ km/h
- $L = 4.6$ m
- $EI = 1450$ Nm²



Expérience / Modèle réel

Conditions initiales:

- m = 69 kg
- v0 = 25 km/h
- L = 4.6 m
- EI = 1450Nm²

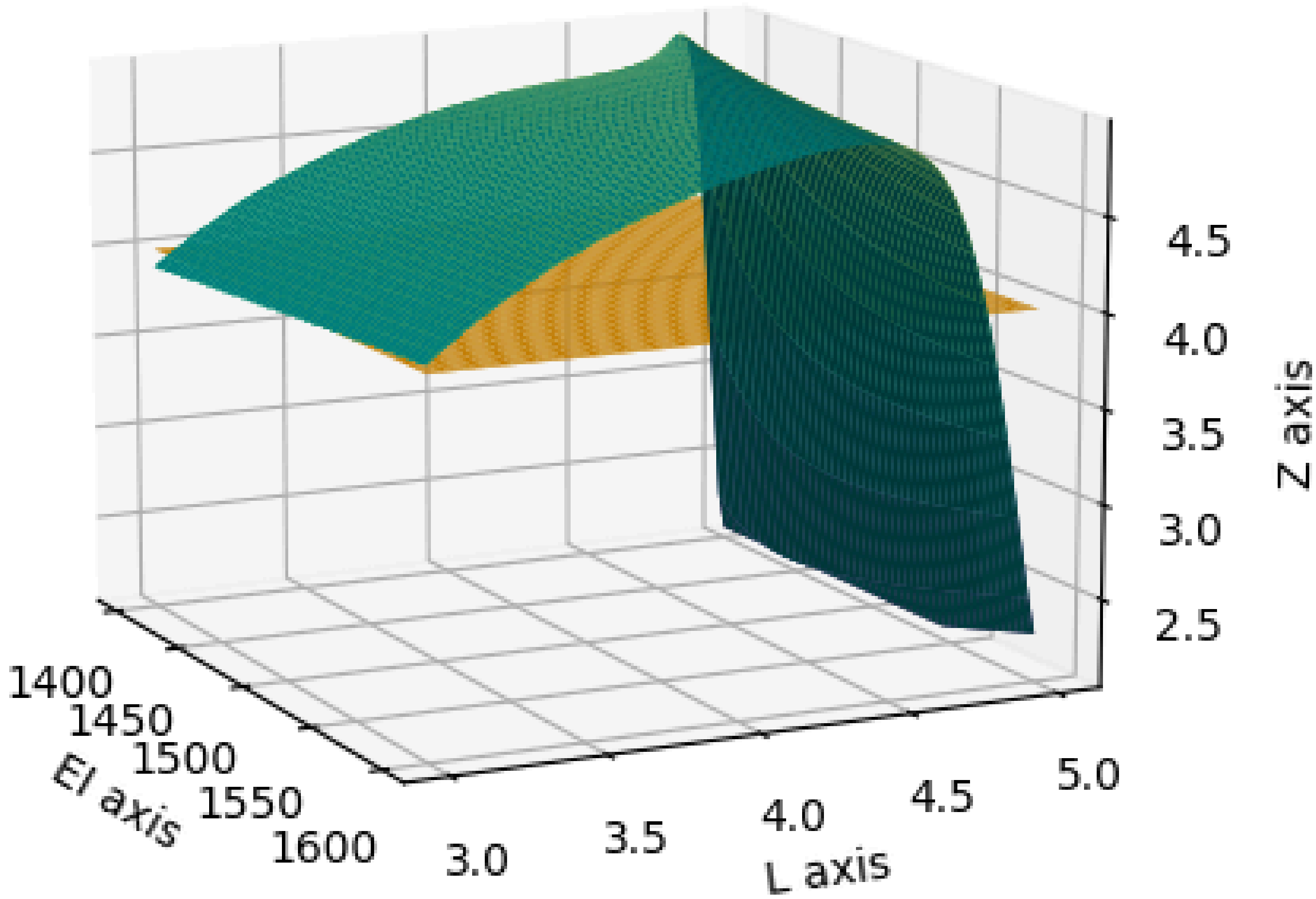


Modélisation

Déterminer les paramètres de la perche :

Conditions initiales:

- m = 69 kg
- v0 = 25 km/h



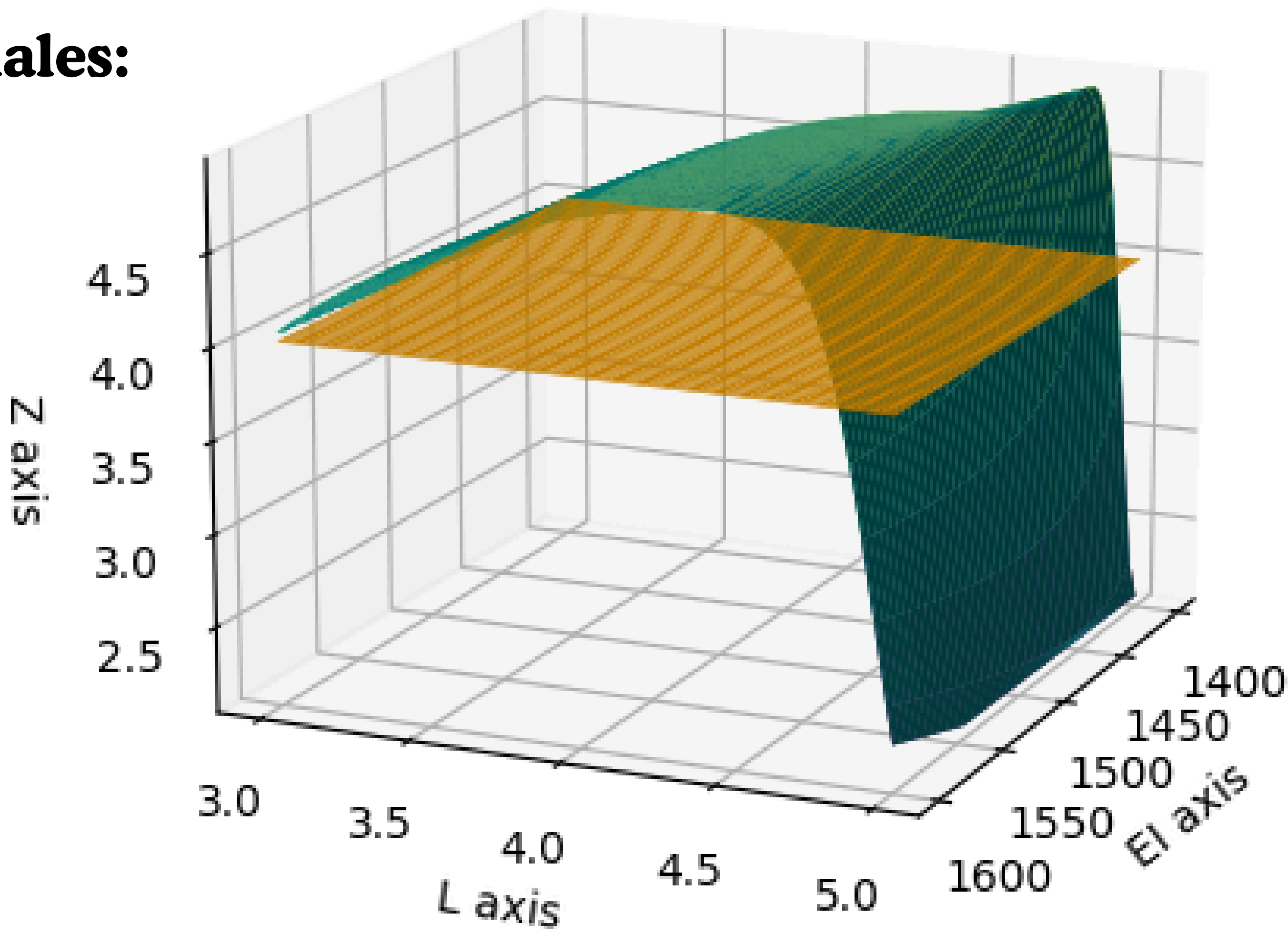
Code en annexe

Modélisation

Déterminer les paramètres de la perche :

Conditions initiales:

- m = 69 kg
- v0 = 25 km/h



Code en annexe

Conclusion et discussion

Difficulté

Modélisation simplifié

Paramètres négligés

Pertinence du modèle

Perchiste (technique, psychologique,...)

Amélioration

Se rapprocher du modèle réel

Pouvoir déterminer la perche en fonction de plus de paramètre

Conclusion et discussion

Merci pour votre attention

Annexe

Annexe 1

Détermination de θ :

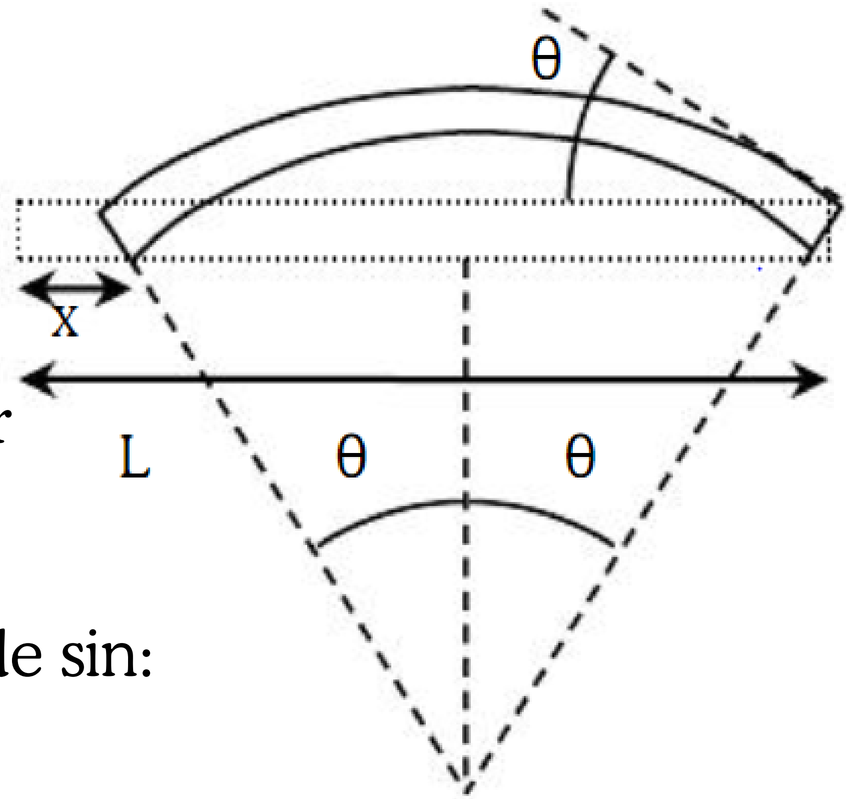
$$\boxed{L - x = 2R\sin\theta}$$

L'arc de cercle possède une longueur

$$L = 2R\theta$$

On remplace avec un DL à l'ordre 2 de sin:

$$\boxed{\theta^2 = 10(1 - \sqrt{1 - \frac{6x}{L}})}$$



Annexe 2

Démonstration :

$$\boxed{E_{p,pliage} = 2\frac{EI}{L}\theta^2}$$

Avec,

$$\boxed{\theta^2 = 10(1 - \sqrt{1 - \frac{6x}{L}})}$$

On remplace et on effectue un DL à l'ordre 2 de $(1+x)^\alpha$

$$E_{p,pliage} = 2\frac{EI}{L}\theta^2 = 20\frac{EI}{L}(1 - \sqrt{-\frac{6x}{5L}})$$

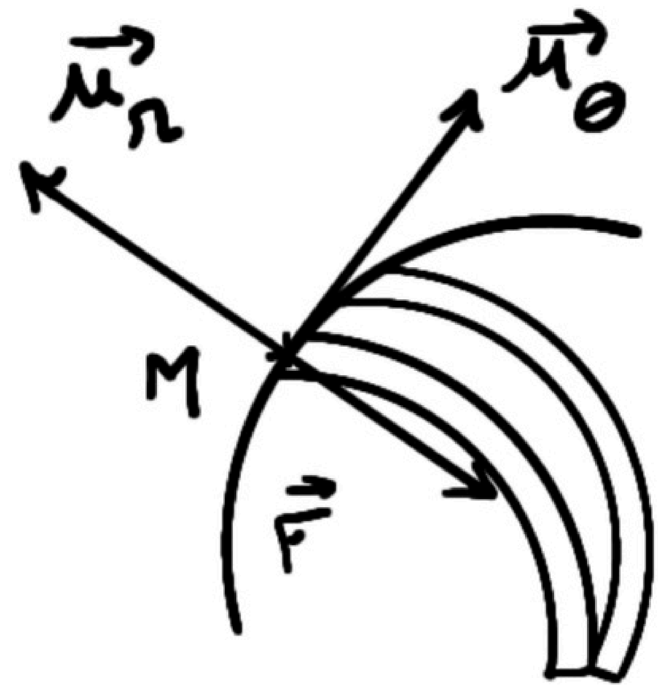
Soit :

$$\boxed{E_{p,pliage} = \frac{EI}{L}(12(\frac{x}{L}) + \frac{18}{5}(\frac{x}{L})^2)}$$

Annexe 3

Démonstration :

Appliquons à l'athlète le principe fondamentale de la dynamique dans le référentiel galiléen terrestre :



$$m\vec{a} = -\vec{F} + m\vec{g}$$

Avec,

$$\boxed{\vec{F} = \frac{12EI}{5L^2}\left(8 - 3\frac{|\vec{O'M}|}{L}\right)\vec{u_r}}$$

On projette selon z et x ce qui nous donne:

$$\boxed{m\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{12}{5}\frac{EI}{L^2}\left(\frac{8}{\sqrt{x^2+(z+p^2)}} - \frac{3}{L}\right)x}$$

$$\boxed{m\frac{d^2z}{dt^2} = \frac{12}{5}\frac{EI}{L^2}\left(\frac{8}{\sqrt{x^2+(z+p^2)}} - \frac{3}{L}\right)z - mg}$$

Annexe 4 : Code

```
def euler(pas, EI, L):
    """
    renvoie les listes : temps, x, z, vx, vz, énergie potentielle
    de pesanteur, énergie cinétique, énergie potentielle de la perche.
    """
    tk = 0  # date initiale
    t = [tk]  # liste des temps
    xk, zk = -np.sqrt(L**2 - (h + p)**2), h  # coordonnées initiales du perchiste
    x, z = [xk], [zk]
    vxk, vzk = v0, vz0  # composantes vitesse initiale
    vx, vz = [vxk], [vzk]
    Epp = [m * g * zk]  # énergie potentielle de pesanteur
    Ec = [1 / 2 * m * (vxk**2 + vzk**2)]  # énergie cinétique
    Em = Epp[0] + Ec[0]  # énergie mécanique
    Ept = [0]  # énergie potentielle de la perche
    appui = True  # indique si le perchiste est encore accroché à la perche
    while zk > 0:  # on arrête quand le perchiste retombe au sol
        if appui:  # le perchiste s'appuie
            d = np.sqrt(xk**2 + (zk + p)**2)  # distance perchiste-butoir
            tk = tk + pas
            xk = xk + vxk * pas
            zk = zk + vzk * pas
            vxk = vxk + xk / d * (12 * EI / L**2 / m) * (((8 - 3 * d / L) / 5 * pas))
            vzk = vzk + ((zk + p) / d * 12 * EI / L**2 / m * (8 - 3 * d / L) / 5 - g) * pas
            if xk**2 + (zk + p)**2 > L**2:  # le perchiste lâche la perche quand elle n'est plus pliée
```

Annexe 4 : Code

```python
                appui = False
        else:  # le perchiste a lâché la perche
            tk = tk + pas
            xk = xk + vxk * pas
            zk = zk + vzk * pas
            vxk = vxk
            vzk = vzk - g * pas  # chute libre
        x.append(xk)
        z.append(zk)
        vx.append(vxk)
        vz.append(vzk)
        t.append(tk)
        Epp.append(m * g * zk)
        Ec.append(1 / 2 * m * (vxk**2 + vzk**2))
        Ept.append(Em - m * g * zk - 1 / 2 * m * (vxk**2 + vzk**2))
    return t, x, z, vx, vz, Epp, Ec, Ept
```

Cf. Ellipses

Annexe 5 : Code

```python
# Définir la fonction à deux variables
def f(EI, L):
    t, x, z, vx, vz, Epp, Ec, Ept = euler(0.001, EI, L)
    return max(z)

# Générer les données
EI_values = np.linspace(1400, 1600, 100)
L_values = np.linspace(3, 5, 100)
EI, L = np.meshgrid(EI_values, L_values)

# Calculer z pour chaque paire (EI, L)
z = np.array([[f(ei, l) for ei in EI_values] for l in L_values])

# Créer le graphique en surface
fig = plt.figure()
ax = fig.add_subplot(111, projection='3d')
ax.plot_surface(EI, L, z, cmap='viridis')
```

Annexe 5 : Code

```
# Définir une couleur manuelle pour la surface
ax.plot_surface(EI, L, z, color='darkcyan')

# Ajouter un plan horizontal à z = 4
Z_plane = 4  # Niveau du plan
ax.plot_surface(EI, L, Z_plane*np.ones_like(EI), color='orange', alpha=1)


# Ajouter des étiquettes
ax.set_xlabel('EI axis')
ax.set_ylabel('L axis')
ax.set_zlabel('Z axis')

plt.show()
```

Références

- CULTURE SCIENCES PHYSIQUE ENS-LYON : Étude énergétique du saut à la perche : https://culturesciencesphysique.enslyon.fr/ressource/saut-perche-JO2024.xml
- JULIEN MORLIER : Etude dynamique tridimensionnelle du saut à la perche.
- M.LEDROLE, C.MERIAUX ET S.MERAZGA : Etude d'un sport individuel où l'athlète et sa perche ne font qu'un : https://athle-news5.webnode.fr/
- ROGER ITTERBEEK : Flexion : https://www.itterbeek.org/fr/index
- C.RENAUD ET D.BENOIT : La physique de sup en applications avec Python - 32 : Ellipses