

## Quanten Analogien

Kevin Mika  
kevin.mika@tu-dortmund.de

Noah Krystiniak  
noah.krystiniak@tu-dortmund.de

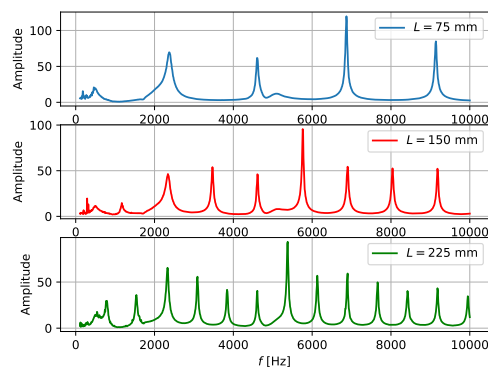
Durchführung: 27.11.2018

# Inhaltsverzeichnis

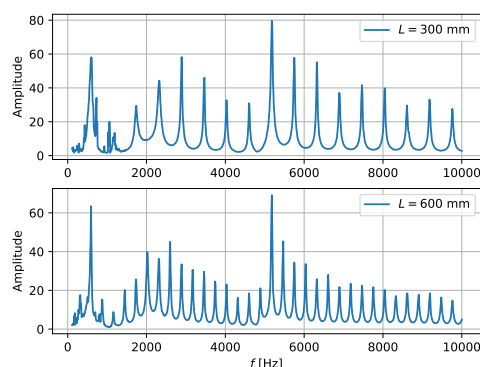
<b>1</b>	<b>Auswertung</b>	<b>1</b>
1.1	Näherungen für Molekül-/Atomketten . . . . .	6

## 1 Auswertung

Die Spektren für verschiedene Rohrlängen sind in Abbildung 1 und 2 zu sehen. Bei längeren Röhren sind mehr Resonanzen zu sehen. Die Resonanzfrequenzen werden in Abbildung 3 gegen den Index  $n$  aufgetragen. Daraufhin kann mit einer Linearen Regression die Schallgeschwindigkeit bestimmt werden. Resonanzen treten auf, wenn die Bedingung



**Abbildung 1:** Schallamplitude in verschieden langen Röhren  $L$  bei variierender Frequenz.



**Abbildung 2:** Schallamplitude in verschieden langen Röhren  $L$  bei variierender Frequenz.

$$2 \cdot L = \frac{n \cdot c}{f} \quad (1)$$

erfüllt ist. Dabei ist  $L$  die Länge der Röhre,  $n$  eine natürliche Zahl,  $c$  die Schallgeschwindigkeit und  $f$  die Frequenz. Umgestellt nach  $f$ :

$$\underbrace{f}_{\substack{\text{y} \\ \text{m}}} = \underbrace{\frac{c}{2 \cdot L}}_{\substack{\text{m} \\ \text{x}}} \cdot \underbrace{n}_{\substack{\text{x} \\ \text{m}}} + \underbrace{0}_{\substack{\text{y} \\ \text{b}}} \quad (2)$$

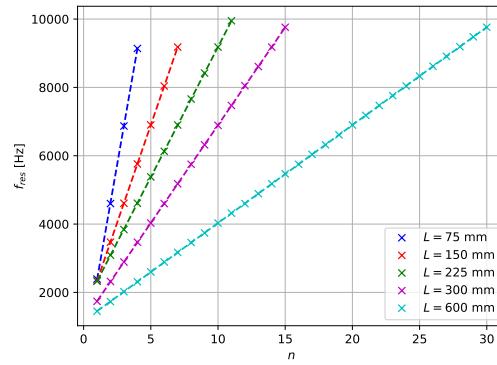
Die Steigung  $m$  der Linearen Regression entspricht somit  $\frac{c}{2 \cdot L}$ . Aufgelöst nach  $c$  ergibt sich damit:

$$c = m \cdot 2 \cdot L. \quad (3)$$

Da  $m$  fehlerbehaftet ist, muss der Ausdruck nach  $m$  abgeleitet werden:

$$\frac{\partial c}{\partial m} = 2 \cdot L. \quad (4)$$

Eingesetzt in die Fehlerentwicklung nach Gauß:



**Abbildung 3:** Resonanzfrequenzen für Schallwellen bei verschiedenen Längen Röhren  $L$  sowie die entsprechende Lineare Regression.

$$\Delta c = \sqrt{\sum_i \left( \frac{\partial c}{\partial x_i} \cdot \Delta x_i \right)^2} \quad (5)$$

$$\Delta c = 2 \cdot L \cdot \Delta m \quad (6)$$

Die Steigungen der Linearen Regression  $m$ , sowie die daraus bestimmte Schallgeschwindigkeit  $c$  der verschiedenen Längen  $L$  sind in Tabelle 1 zu finden. Der gemittelte Wert

**Tabelle 1:** Steigung der Linearen Regression  $m$  der Resonanzfrequenzen aufgetragen gegen den Index  $n$  bei verschiedenen Längen  $L$ , sowie die daraus berechnete Schallgeschwindigkeit  $c$ .

$L$ / mm	$m$ / Hz	$\Delta m$ / Hz	$c$ / m/s	$\Delta c$ / m/s
75	2252.0	10.39	337.80	1.60
150	1141.1	0.89	342.32	0.27
225	762.0	0.48	342.90	0.22
300	572.4	0.30	343.41	0.18
600	286.7	0.07	344.06	0.09

für die Schallgeschwindigkeit, welcher sich nach

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^N x_i \quad (7)$$

bestimmt, beträgt  $c = (342.098 \pm 2.22)\text{m/s}$ . Der angegebene Fehler ist die Standardabweichung, welche nach

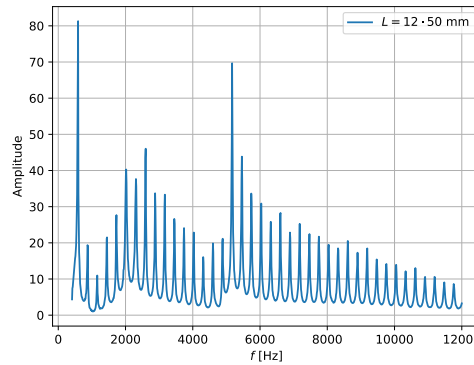
$$\sigma = \sqrt{\overline{x^2} - \bar{x}^2} \quad (8)$$

bestimmt wurde. Verglichen mit dem Literaturwert von  $343\text{m/s}$  ergibt sich eine Abweichung von

$$p = \left( \frac{c_{\text{Exp}}}{c_{\text{Lit}}} - 1 \right) \cdot 100 \quad (9)$$

$$p = -0.26\%. \quad (10)$$

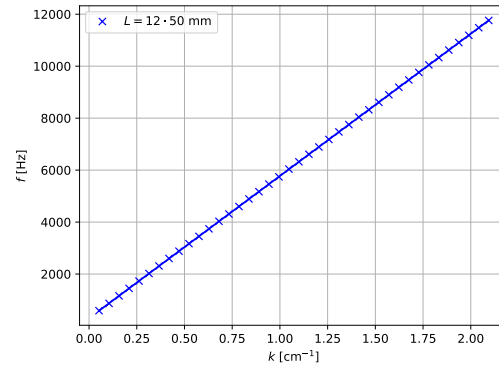
Für  $1250\text{mm}$  ist das Spektrum in Abbildung 4 abgebildet. Die Frequenz ist in Abbildung 5 gegen die Wellenzahl  $k$  aufgetragen. Die Wellenzahl  $k$  wird mit



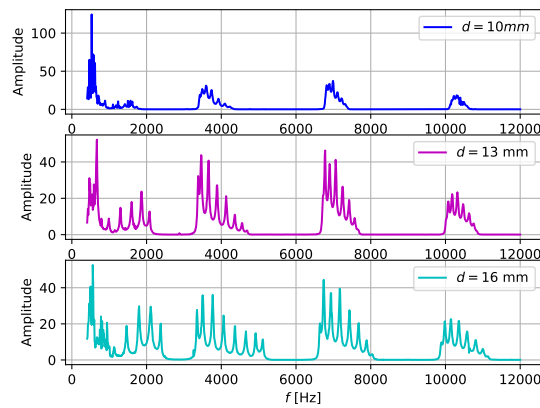
**Abbildung 4:** Spektrum von einer Röhre, bestehend aus  $1250\text{mm}$  langen Partien.

$$k = \frac{2 \cdot \pi \cdot n}{L} \quad (11)$$

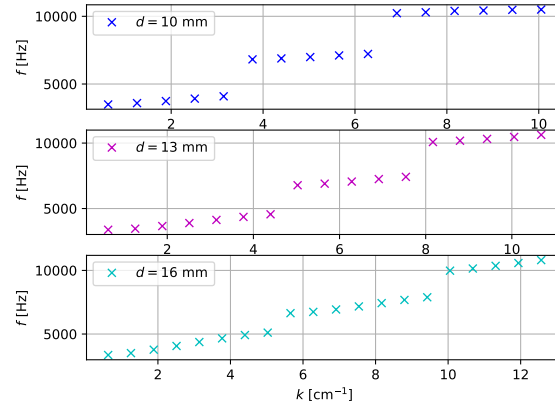
bestimmt. Es wird an der Abbildung deutlich, dass es ein lineares Verhältnis  $f(k) = d \cdot k$  sichtbar. Der Fitparameter für die Dispersion beträgt  $d = 5473.63$ . Somit ist die Dispersionsrelation  $f(k) = 5473.63 \cdot k$ . Die Dispersionsrelation der Röhre ohne Streuzentren ist also linear und deckt das Frequenzspektrum mit äquidistanten Zuständen ab. Die Zustandsdichte ist also konstant und echt größer Null. Aus Abbildung 7 wird deutlich, dass die Bänder mit steigendem Irisdurchmesser  $d$  auch breiter werden. Der Vergleich zwischen verschiedenen Längen Röhren mit einem Irisdurchmesser von  $16\text{mm}$  ist in Abbildung 8 zu sehen. Die Amplitude wird für kleinere Rohrlängen größer, die Resonanzen scheinen bei gleicher Frequenz zu liegen. Beim Vergleich der Spektren für 8 Einzelröhren mit der Länge  $l = 50\text{mm}$  und  $75\text{mm}$  (Abbildung 9) fällt auf, dass die Amplitude bei kleineren Rohrlängen zunimmt und die Resonanzfrequenzen sich verschieben.



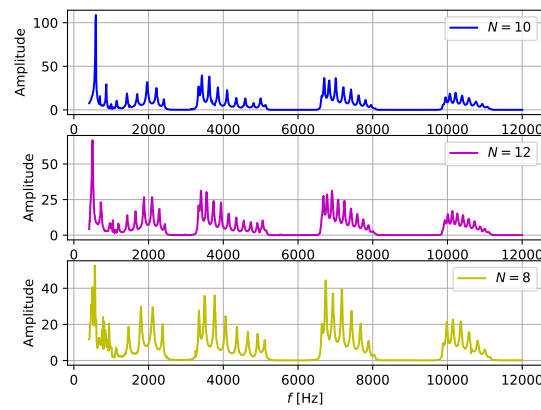
**Abbildung 5:** Frequenzspektrum aufgetragen gegen die Wellenzahl  $k$  für 12 50 mm Röhren.



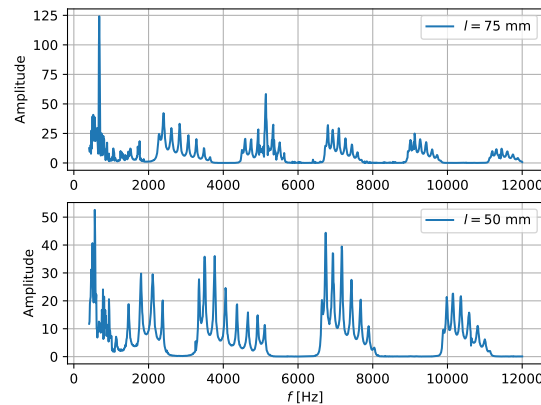
**Abbildung 6:** Spektrum einer Röhre mit variierendem Durchmesser der Iris zwischen den Rohrabschnitten.



**Abbildung 7:** Frequenz einer Röhre mit variierendem Durchmesser der Iris zwischen den Rohrabschnitten abhängig von der Wellenzahl  $k$ .



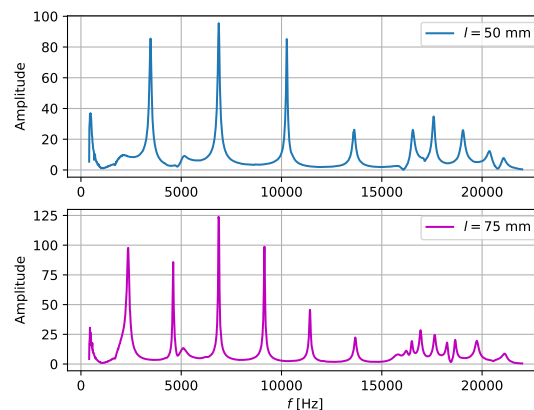
**Abbildung 8:** Spektren von  $n \cdot 50$  mm Röhren und einem Irisdurchmesser von  $d = 16$  mm.



**Abbildung 9:** Spektren von Röhren, bestehend aus 8 Stücken mit der Länge  $l$  und dem Irisdurchmesser  $d = 16$  mm.

### 1.1 Näherungen für Molekül-/Atomketten

Der Vergleich der Spektren einer 50 mm Röhre mit einer 75 mm Röhre (Abbildungen 10) zeigt, dass sich die Anzahl der Resonanzen erhöht und diese ebenfalls leicht verschoben sind für das längere Rohr. Aus Abbildung 11 wird ersichtlich, dass mit größerem



**Abbildung 10:** Spektren von einer 50 mm und 75 mm Röhre.

Irisdurchmesser der Abstand zwischen den Resonanzen steigt. Die Kompression der Bändern führt zu einer Verringerung der Steigung der einzelnen Dispersionszweige. Da die Frequenz der ersten Resonanz eines Bandes unverändert bleibt, führt dieser Effekt zu einer Vergrößerung der Bandlücke. Aus Abbildung 15 wird deutlich, dass sich die Bandbreiten mit zunehmender Anzahl an Elementarzellen erhöht, sonst bleiben die Bandstrukturen jedoch gleich. Während die ersten beiden Bänder stark gestört sind, zeigen



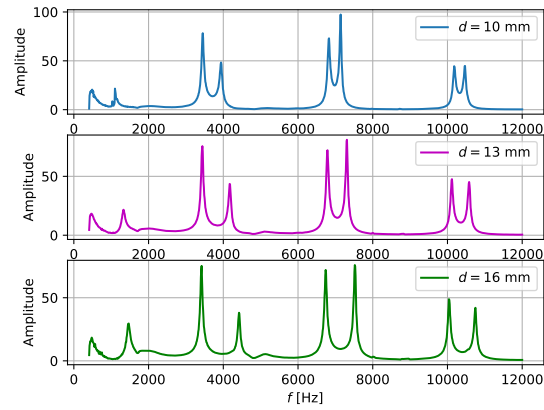


Abbildung 11: Spektren von 2 50 mm Röhren mit variierenden Irisdurchmesser  $d$ .

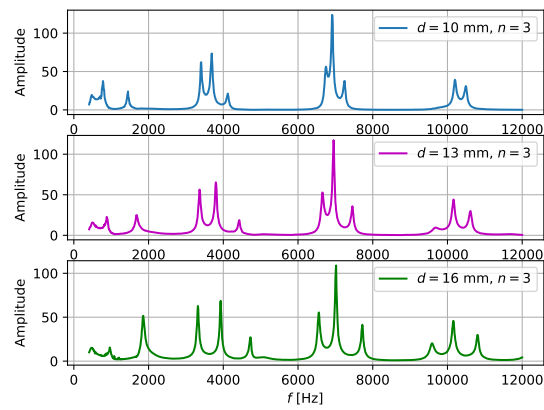


Abbildung 12: Spektren von  $n$  Elementarzellen mit variierendem Irisdurchmesser  $d$ .

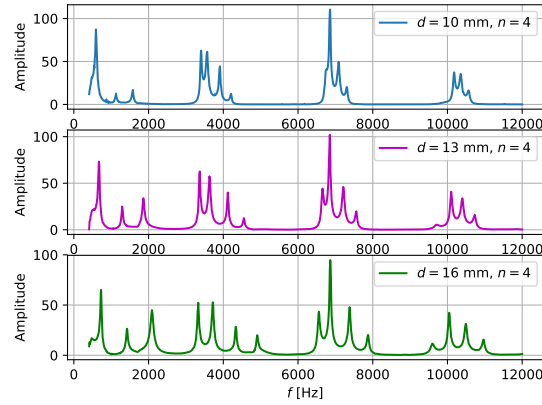


Abbildung 13: Spektren von  $n$  Elementarzellen mit variierendem Irisdurchmesser  $d$ .

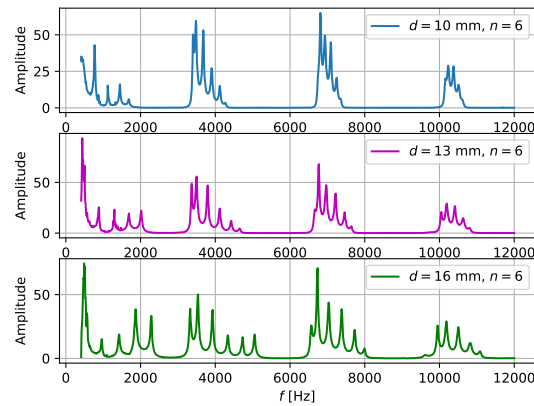
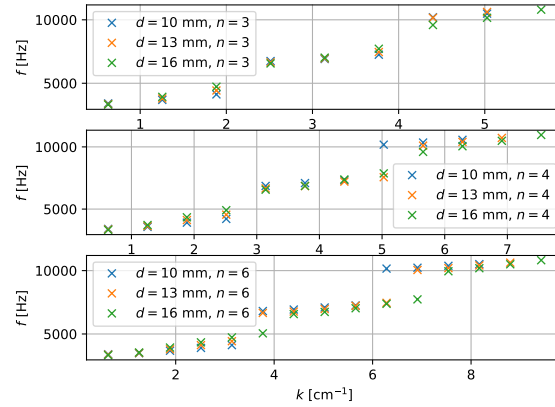
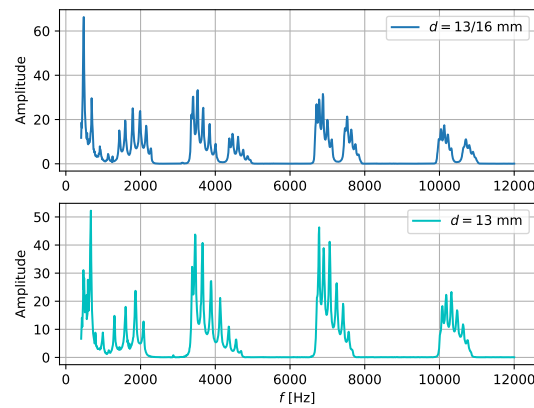


Abbildung 14: Spektren von  $n$  Elementarzellen mit variierendem Irisdurchmesser  $d$ .



**Abbildung 15:** Bandstrukturen von  $n$  Elementarzellen mit variierendem Irisdurchmesser  $d$ .

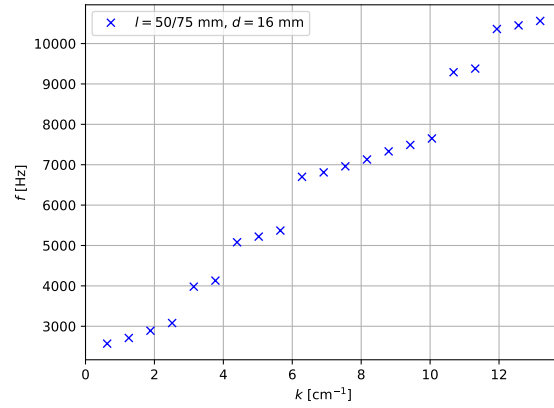
die Bänder mit höherer Elementarzellenzahl eindrucksvoll, wie sich die Bandstruktur sukzessive beim Hinzufügen von Elementarzellen aufbaut. Die Resonanzen aus den beiden



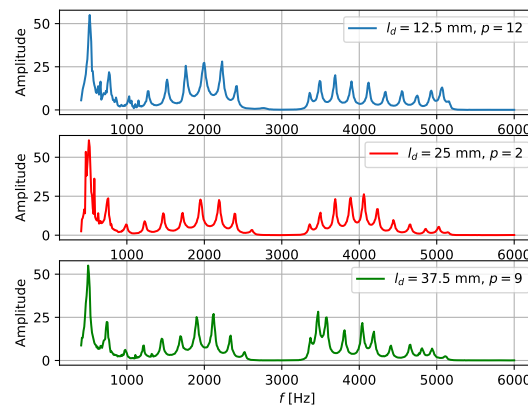
**Abbildung 16:** Spektrum mit 12 50 mm Röhren mit alternierenden Irisdurchmesser von 13 und 16 mm. Zum Vergleich das Spektrum von 12 50 mm Röhren mit einem festen Irisdurchmesser von 13 mm.

Grafiken aus Abbildung 16 scheinen gleich zu sein, jediglich bei den alternierenden Irisdurchmesser spalten sich die Resonanzen auf.

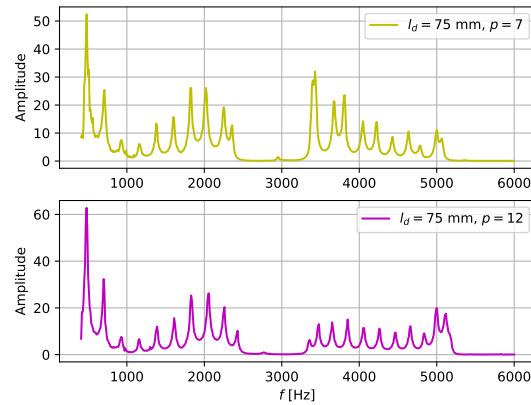
Aus Abbildung 18 und 19 wird deutlich, dass durch den Einbau des Defekts sich in der ersten Bandlücke ein neuer Zustand ausbildet. Durch Verschiebung des Defektes nach innen, verschiebt sich auch die Position des Defektmode weiter nach rechts, konvergiert jedoch gegen die mittige Störung und wandert dann wieder nach links, wenn der Defekt über die Mitte hinausgeschoben wird. Das Analogon in der Festkörperphysik ist das



**Abbildung 17:** Bandstruktur von 5 Elementarzellen, welche aus 50 mm und 75 mm Röhren und 16 mm Irisdurchmesser bestehen.



**Abbildung 18:** Spektrum von 12 50 mm Röhren mit einem Irisdurchmesser von 16 mm. Dazu wurde ein Defekt an der Stelle  $p$  eingebaut mit der Länge  $l_d$ .



**Abbildung 19:** Spektrum von 12 50 mm Röhren mit einem Irisdurchmesser von 16 mm.  
Dazu wurde ein Defekt an der Stelle  $p$  eingebaut mit der Länge  $l_d$ .

Dotieren eines Einkristalls, wie es z.B. in der Halbleiterelektronik üblich ist. Donatoren erzeugen dabei Zustände innerhalb der Bandlücke nahe am Leitungsband während Akzeptoren nahe am Valenzband (also an der Unterkante einer Lücke) neue Zustände einfügen.