

**PHẦN MỘT : CƠ HỌC****BÀI 1: ĐẠI CƯƠNG VỀ DAO ĐỘNG ĐIỀU HOÀ****1) Phương trình dao động điều hoà :**

$$+ x = A \cos(\omega t + \varphi)$$

$$+ v = x' = -A\omega \sin(\omega t + \varphi)$$

$$+ a = v' = x'' = -A\omega^2 \cos(\omega t + \varphi)$$

trong đó  $A$ ,  $\omega$  và  $\varphi$  là các hằng số.

**2) Chu kì : (T) - Tần số : f (Hz) - Tần số góc :  $\omega(\text{rad/s})$  -----**

$$+ T = \frac{t}{N} (\text{s})$$

$$+ T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{1}{f}$$

$$+ f = \frac{1}{T} = \frac{N}{t} (\text{Hz})$$

$$+ f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{T}$$

$$+ \omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$$

**3) Vận tốc trong dao động điều hoà :-----**

$$+ v = x' = -A\omega \sin(\omega t + \varphi) = \omega A \cos\left(\omega t + \varphi + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$+ v = x' \rightarrow \text{vận tốc (v) sớm pha hơn li độ (x) một góc } \frac{\pi}{2} \text{ (Vuông pha)}$$

$$+ \frac{x^2}{A^2} + \frac{v^2}{v_{\max}^2} = 1$$

$$+ V_{\max} = \omega A \text{ (m/s)}$$

$$+ v^2 = \omega^2 (A^2 - x^2)$$

– Tốc độ trung bình của vật trong một chu kì :

$$\bar{V} = \frac{2}{\pi} V_{\max}$$

– Tốc độ trung bình của vật khi vật đi từ vị trí có li độ  $x_1$  đến vị trí có li độ  $x_2$  là

$$\bar{V} = \frac{|x_2 - x_1|}{\Delta t}$$

- Véc tơ vận tốc của vật luôn hướng theo chiều chuyển động của vật.

- Véc tơ  $\vec{v}$  luôn cùng chiều với chiều chuyển động (vật chuyển động theo chiều dương thì  $v > 0$ , theo chiều âm thì  $v < 0$ ), đổi chiều ở biên.

- Vận tốc  $v$  luôn sớm pha  $\frac{\pi}{2}$  so với li độ  $x$ .

- Tốc độ là độ lớn của vận tốc :  $|v| = |\vec{v}|$

- Tốc độ cực đại :  $|v|_{\max} = A\omega$  khi vật ở vị trí cân bằng ( $x = 0$ ).

+ Tốc độ cực tiểu :  $|v|_{\min} = 0$  khi vật ở vị trí biên ( $x = \pm A$ ).

+ Vận tốc cực đại :  $v_{\max} = +\omega A$  khi vật qua vị trí cân bằng theo chiều dương.

+ Vận tốc cực tiểu :  $v_{\min} = -\omega A$  khi vật qua vị trí cân bằng theo chiều âm.

#### 4) Gia tốc trong dao động điều hoà :-----

$$+ a = v' = x'' = -A\omega^2 \cos(\omega t + \varphi) = -\omega^2 x$$

$$+ a = \omega^2 A \cos(\omega t + \varphi + \pi)$$

+ Gia tốc luôn hướng về vị trí cân bằng và có độ lớn tỉ lệ với li độ (x).

+  $a = v' \rightarrow$  Gia tốc (a) sớm pha hơn vận tốc (v) một góc  $\frac{\pi}{2}$  (Vuông pha), nói “chung

chung” gia tốc và vận tốc lệch pha nhau một góc  $\frac{\pi}{2}$ .

$$+ a_{\max} = \omega^2 A : \text{Gia tốc cực đại.}$$

#### 5) Sự đổi chiều các đại lượng a ; v -----

+ Vectơ  $\vec{a}$  đổi chiều ở VTCB ; Vectơ  $\vec{v}$  đổi chiều ở vị trí biên.

+ Khi đi từ VTCB O ra biên thì  $\vec{a} \uparrow \downarrow \vec{v} \Rightarrow$  chuyển động chậm dần.

+ Khi đi từ biên về VTCB O thì  $\vec{a} \uparrow \uparrow \vec{v} \Rightarrow$  chuyển động nhanh dần.

+ Vật chuyển động nhanh dần hay chậm dần nhưng không đều thì gia tốc a biến thiên điều hoà (nhanh dần hay chậm dần thì gia tốc a là hằng số).

#### 6) Công thức độc lập với thời gian -----

$$\text{- Khi hai đại lượng x và y cùng pha thì : } \begin{cases} x = X_0 \cdot \cos(\omega t + \varphi) \\ y = Y_0 \cdot \cos(\omega t + \varphi) \end{cases} \Rightarrow \frac{x}{X_0} = \frac{y}{Y_0}$$

$$\text{- Khi hai đại lượng x và y ngược pha thì : } \begin{cases} x = X_0 \cdot \cos(\omega t + \varphi) \\ y = -Y_0 \cdot \cos(\omega t + \varphi) \end{cases} \Rightarrow \frac{x}{X_0} = -\frac{y}{Y_0}$$

$$\text{- Khi hai đại lượng x và y vuông pha thì : } \begin{cases} x = X_0 \cdot \cos(\omega t + \varphi) \\ y = \pm Y_0 \cdot \sin(\omega t + \varphi) \end{cases} \Rightarrow \left(\frac{x}{X_0}\right)^2 + \left(\frac{y}{Y_0}\right)^2 = 1$$

Trong các công thức trên x và y là các giá trị tức thời (giá trị tại một thời điểm) còn  $X_0$  và  $Y_0$  là giá trị cực đại tương ứng của x và y.

- Một số hệ thức độc lập thường gặp :

$$+ A^2 = x^2 + \left(\frac{v}{\omega}\right)^2 \Rightarrow \text{Đồ thị của (v, x) là đường Elíp.}$$

$$+ a = -\omega^2 \cdot x \Rightarrow \text{Đồ thị của (a, x) là đoạn thẳng đi qua gốc toạ độ.}$$

$$+ v = v_{\max} \sqrt{1 - \left(\frac{x}{A}\right)^2}$$

$$+ v_{\max}^2 = v^2 + \frac{a^2}{\omega^2}$$

$$+ \frac{a^2}{a_{\max}^2} + \frac{v^2}{v_{\max}^2} = 1$$

$$+ A^2 = \left(\frac{v}{\omega}\right)^2 + \frac{a^2}{\omega^4} \Rightarrow \text{Đồ thị của (a, v) là đường Elíp.}$$

$$+ a = a_{\max} \frac{x}{A}$$

- Với hai thời điểm  $t_1, t_2$  vật có các cặp giá trị  $x_1, v_1$  và  $x_2, v_2$  thì ta có các hệ thức :

$$+ A^2 = x_1^2 + \frac{v_1^2}{\omega^2} = x_2^2 + \frac{v_2^2}{\omega^2}$$

$$+ \omega^2 = \frac{v_2^2 - v_1^2}{x_1^2 - x_2^2}$$

### 7) Mối liên hệ giữa dao động điều hòa và chuyển động tròn đều -----

+ Biên độ :  $A = R$

+ Vận tốc :  $V = V_{\max} = \omega R = \omega A$

+ Góc quét :  $\varphi = \omega t$  hay ta có thể đặt :  $\Phi = (\omega t + \varphi)$  là góc pha ở thời điểm  $t$ .

+ Nếu cần tính góc pha ở thời điểm thì :

$$\Phi = (\omega t + \varphi) = \arccos\left(\frac{x}{A}\right) = \cos^{-1}\left(\frac{x}{A}\right)$$

### 8) Các quãng đường -----

- Nếu vật dao động điều hòa trên quỹ đạo là một đoạn thẳng có chiều dài  $L$  thì biên độ :

$$A = \frac{L}{2} \rightarrow L = 2A$$

- Trong một chu kì vật đi được quãng đường:

+  $S = 4A$

+ Quãng đường vật đi được trong thời gian  $t$  :

$$S = N.4A = \frac{t}{T}.4A.$$

- Trong khoảng thời gian  $t < \frac{T}{2}$ , quãng đường lớn nhất và nhỏ nhất mà vật đi được là

$$+ S_{\max} = 2A \sin\left(\frac{\Delta\varphi}{2}\right)$$

$$+ S_{\min} = 2A \left(1 - \cos\left(\frac{\Delta\varphi}{2}\right)\right)$$

Với  $\Delta\varphi = \omega\Delta t$ : góc quét

- Trong khoảng thời gian  $\Delta t > \frac{T}{2}$ , tách  $\Delta t = n\frac{T}{2} + \Delta t'$  ( $n \in N^*$ );  $0 < \Delta t' < \frac{T}{2}$

+ Trong khoảng thời gian  $n\frac{T}{2}$  quãng đường luôn là  $(n.2A)$

+ Trong thời gian  $\Delta t' < \frac{T}{2}$  thì quãng đường lớn nhất và nhỏ nhất được tính theo mục 11

$$\text{Suy ra : } \begin{cases} S_{\max} = n.2A + 2A \sin\left(\frac{\Delta\varphi'}{2}\right) \\ S_{\min} = n.2A + 2A \left(1 - \cos\frac{\Delta\varphi'}{2}\right) \end{cases}$$

### 9) Các khoảng thời gian -----

- Khoảng thời gian ngắn nhất để vật đi từ  $x = 0(VTCB) \rightarrow x = A(\text{biên})$  hoặc ngược lại là :

$$\Delta t = \frac{T}{4}$$

– Khoảng thời gian ngắn nhất để vật đi từ vị trí có li độ  $x_1 = \frac{A}{2} \rightarrow x_2 = A$  hoặc ngược lại là

$$\Delta t = \frac{T}{6}$$

- Khoảng thời gian ngắn nhất để vật đi từ vị trí có li độ  $x_1 = \frac{A\sqrt{2}}{2} \rightarrow x_2 = A$  hoặc ngược lại

$$\text{là } \Delta t = \frac{T}{8}$$

- Khoảng thời gian ngắn nhất để vật đi từ vị trí có li độ  $x_1 = \frac{A\sqrt{3}}{2} \rightarrow x_2 = A$  hoặc ngược lại

$$\text{là } \Delta t = \frac{T}{12}$$

- Khoảng thời gian ngắn nhất để vật đi từ vị trí cân bằng đến vị trí có li độ  $x$  bất kì ( hoặc ngược lại ) là

$$t_1 = \frac{1}{\omega} \arcsin\left(\frac{x}{A}\right)$$

– Khoảng thời gian ngắn nhất để vật đi vị trí biên đến vị trí có li độ  $x$  bất kì ( hoặc ngược lại ) là :

$$t_2 = \frac{1}{\omega} \arccos\left(\frac{x}{A}\right)$$

### 10) Các pha ban đầu -----

- Chọn gốc thời gian là lúc vật đi qua vị trí cân bằng theo chiều dương :

$$t = 0, x = 0, v > 0 \Rightarrow \varphi = -\frac{\pi}{2}$$

- Chọn gốc thời gian là lúc vật đi qua vị trí cân bằng theo chiều âm :

$$t = 0, x = 0, v < 0 \Rightarrow \varphi = +\frac{\pi}{2}$$

- Chọn gốc thời gian ( $t = 0$ ) là lúc vật ở vị trí biên dương

$$(x = A, v = 0) \Rightarrow \varphi = 0$$

- Chọn gốc thời gian ( $t = 0$ ) là lúc vật ở vị trí biên âm ( $x = -A, v = 0$ )  $\Rightarrow \varphi = \pi$

- Chọn gốc thời gian ( $t = 0$ ) là lúc vật đi qua vị trí có li độ  $x_0$  ( $x_0 > 0$  hoặc  $x_0 < 0$ ) và có vận tốc  $v_0$  ( $v_0 > 0$  hoặc  $v_0 < 0$ ) thì pha ban đầu  $\varphi$  được tính theo công thức

$$\tan \varphi = \frac{-v_0}{\omega x_0}$$

### 11) Cần tính pha của li độ (x) tại hai thời điểm ta dùng các công thức sau -----

+ Đặt  $\Phi = \omega t + \varphi$  : là pha dao động.

+ Ở thời điểm  $t_1$ , nếu li độ có giá trị  $x_1$  thì pha ở thời điểm  $t_1$  (hoặc li độ  $x_1$  đang giảm) :

$$\Phi_1 = (\omega t_1 + \varphi) = \arccos\left(\frac{x_1}{A}\right) = \cos^{-1}\left(\frac{x_1}{A}\right)$$

+ Ở thời điểm  $t_1$ , nếu li độ có giá trị  $x_1$  và đang tăng thì pha ở thời điểm  $t_1$  :

$$\Phi_1 = (\omega t_1 + \varphi) = -\arccos\left(\frac{x_1}{A}\right) = -\cos^{-1}\left(\frac{x_1}{A}\right)$$

+  $t_2 = t_1 + \Delta t \Rightarrow$  Góc quét thêm :  $\Delta \Phi = \omega \Delta t$

+ Pha ở thời điểm  $t_2$  :  $\Phi_2 = \Phi_1 + \Delta \Phi \Rightarrow$  li độ ở thời điểm  $t_2$  :  $x_2 = A \cos(\Phi_2)$

**12) Các dạng dao động có phương trình đặc biệt -----**a)  $x = a \pm A \cos(\omega t + \varphi)$  với  $a =$  hằng số.+ Biên độ là  $A$  ; tần số góc là  $\omega$  ; pha ban đầu là  $\varphi$  .+  $x$  là toạ độ ;  $x_0 = A \cos(\omega t + \varphi)$  là li độ.+ Toạ độ vị trí cân bằng :  $x = a$  ; toạ độ vị trí biên :  $x = a \pm A$  .+ Vận tốc :  $v = x' = x_0' = -\omega A \sin(\omega t + \varphi)$ + Gia tốc :  $a = v' = x'' = x_0'' = -\omega^2 \cdot A \cos(\omega t + \varphi)$ 

- Hệ thức độc lập :

+  $a = -\omega^2 \cdot x_0$

+  $A^2 = x_0^2 + \frac{v^2}{\omega^2}$

b)  $x = a \pm A \cos^2(\omega t + \varphi)$  với  $a =$  hằng số.

+ Sử dụng công thức hạ bậc lượng giác, ta có :

$$x = a \pm A \left[ \frac{1 + \cos(2\omega t + 2\varphi)}{2} \right]$$

$$x = \left( a \pm \frac{A}{2} \right) \pm \frac{A}{2} \cdot \cos(2\omega t + 2\varphi)$$

+ Suy ra biên độ là  $\frac{A}{2}$  ; tần số góc là  $\omega' = 2\omega$  ; pha ban đầu là :  $\varphi' = 2\varphi$  .**BÀI 2 – CON LẮC LÒ XO****1) Phương trình động lực học của con lắc lò xo-----**

$$x'' + \omega^2 x = 0$$

**2) Chu kì riêng - - Tần số riêng - - Tần số góc riêng-----**

+  $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{K}}$  (s).

+  $T = 2\pi \sqrt{\frac{\Delta l}{g}}$  (s).

+  $f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K}{m}}$  (Hz).

+  $f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{\Delta l}}$  (Hz).

+  $\omega = \sqrt{\frac{K}{m}} \rightarrow K = m\omega^2$

+  $\omega = \sqrt{\frac{g}{\Delta l}}$  (rad/s).

trong các công thức trên , thì :

- + m (kg) : khối lượng vật nặng.
- + K (N/m) : Độ cứng của lò xo (hay hệ số đàn hồi).
- +  $l_0$  : là chiều dài tự nhiên.
- +  $l_{cb}$  : Chiều dài ở vị trí cân bằng.
- +  $\Delta l = l_{cb} - l_0$  : Độ dãn ở vị trí cân bằng.
- $g = 9,8 \text{ (m/s}^2\text{)}$  : Gia tốc rơi tự do.

### 3) Ghép hai lò xo-----

- +  $k_1$  nối tiếp  $k_2$  thì độ cứng tương đương :  $\frac{1}{k} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}$
- +  $k_1$  ghép song song  $k_2$  thì độ cứng tương đương :  $k = k_1 + k_2$ .
- + Dùng tỉ lệ thuận và nghịch để giải các bài toán thay đổi :  $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \Rightarrow \begin{cases} T^2 \sim m \\ T^2 \sim \frac{1}{k} \end{cases}$

### 4) Chiều dài của con lắc lò xo-----

#### 4.1) Lò xo nằm ngang

- + Chiều dài cực đại :  $l_{\max} = l_0 + A$
- + Chiều dài cực tiểu :  $l_{\min} = l_0 - A$
- + Chiều dài ở vị trí bất kì :  $l = l_0 + x$
- + Hiệu chiều dài cực đại và cực tiểu :  $l_{\max} - l_{\min} = 2A$

#### 4.2) Lò xo thẳng đứng

- + Chiều dài cực đại :  $l_{\max} = l_0 + \Delta l_0 + A$
- + Chiều dài cực tiểu :  $l_{\min} = l_0 + \Delta l_0 - A$
- + Chiều dài ở vị trí bất kì :  $l = l_0 + \Delta l_0 + x$
- + Hiệu chiều dài cực đại và cực tiểu :  $l_{\max} - l_{\min} = 2A$

### 5) THỜI GIAN LÒ XO BỊ NÉN VÀ BỊ DẪN-----

- + Khi vật ở VTCB lò xo bị dãn một đoạn  $\Delta l_0$  và độ dãn cực đại khi vật đến vị trí biên là :

$$\Delta l_{\max} = \Delta l_0 + A \rightarrow A = \Delta l_{\max} - \Delta l_0$$

- + Thời gian lò xo bị nén trong một chu kì là :  $t_{\text{nén}} = 2 \left[ \frac{1}{\omega} \arccos \left( \frac{\Delta l_0}{A} \right) \right]$
- + Thời gian lò xo bị dãn trong một chu kì :  $t_{\text{dãn}} = T - t_{\text{nén}} = T - 2 \left[ \frac{1}{\omega} \arccos \left( \frac{\Delta l_0}{A} \right) \right]$
- +  $A \leq \Delta l_0 \rightarrow$  khi dao động lò xo luôn bị dãn
- + Dãn ít nhất ( khi vật ở vị trí cao nhất ) :  $\Delta l_0 - A$
- + Dãn nhiều nhất ( khi vật thấp nhất ) :  $\Delta l_0 + A$
- +  $A > \Delta l_0 \rightarrow$  khi dao động lò xo vừa nén vừa dãn
- + Nén nhiều nhất ( khi vật cao nhất ) :  $A - \Delta l_0$
- + Không biến dạng khi :  $x = -\Delta l_0$
- + Dãn nhiều nhất ( khi vật thấp nhất ) :  $\Delta l_0 + A$

- + Khi lò xo có độ dãn  $\Delta l$  thì độ lớn của li độ là :  $|x_0| = |\Delta l - \Delta l_0|$
- + Khi ở vị trí thấp nhất độ dãn của lò xo :  $\Delta l_{\max} = \Delta l_0 + A$
- + Khi vật có tốc độ bằng không và lò xo không biến dạng thì  $\Delta l_0 = A$

**6) LỰC ĐÀN HỒI CỰC ĐẠI VÀ CỰC TIỂU-----**

	<b>Con lắc nằm ngang</b>	<b>Con lắc thẳng đứng</b>
Lực đàn hồi cực đại	$F_{\max} = KA = m\omega^2 A$	$F_{\max} = K(\Delta l_0 + A) = mg + KA$
Lực đàn hồi cực tiểu	0	$F_{\min} = K(\Delta l_0 - A) = mg - KA$

**7) NĂNG LƯỢNG CỦA CON LẮC Lò XO-----**

- Thế năng (đàn hồi của lò xo).

$$+ x \rightarrow W_t = \frac{1}{2} Kx^2$$

$$+ W_t = \frac{1}{2} KA^2 \cos^2(\omega t + \varphi) (1)$$

- Động năng :

$$+ v \rightarrow W_d = \frac{1}{2} mv^2$$

$$+ W_d = \frac{1}{2} m\omega^2 A^2 \sin^2(\omega t + \varphi) (2)$$

$$+ W_d = W - W_t = \frac{1}{2} kA^2 - \frac{1}{2} kx^2 = \frac{1}{2} k(A^2 - x^2).$$

- Cơ năng (năng lượng) :

$$+ A \rightarrow W = W_d + W_t$$

$$+ W = \frac{1}{2} KA^2 = \frac{1}{2} m\omega^2 A^2$$

$$+ W = W_d + W_t \rightarrow \frac{1}{2} KA^2 = \frac{1}{2} mv^2 + \frac{1}{2} Kx^2$$

- Sự biến thiên của động năng và thế năng theo thời gian :

$$+ \text{Chu kỳ : } T' = \frac{T}{2} \text{ hay } T_{\text{động-năng}} = 0,5 T_{\text{vật}}.$$

$$+ \text{Tần số : } f' = 2f \text{ hay } f_{\text{động-năng}} = 2.f_{\text{vật}}.$$

$$+ \text{Tần số góc : } \omega' = 2\omega$$

- Liên hệ giữa động năng và thế năng :

$$+ W_d = nW_t \rightarrow x = \pm \frac{A}{\sqrt{n+1}}$$

$$+ \text{Khi động năng = thế năng, ta có : } W_d = W_t \rightarrow \begin{cases} x = \pm \frac{A}{\sqrt{2}} \\ \Delta t = k \frac{T}{8} \end{cases}$$

+ Nếu 2 lần liên tiếp động năng bằng thế năng thì thời gian ngắn nhất là

$$(k = 2) \rightarrow \Delta t = \frac{T}{4}$$

+ Tỷ số giữa động năng và thế năng khi vật ở li độ x bất kì :

$$\frac{W_d}{W_t} = \left( \frac{A}{x} \right)^2 - 1$$

$$+ \frac{W}{A^2} = \frac{W_t}{x^2} = \frac{W_d}{A^2 - x^2}.$$

### 8) Các vị trí đặc biệt của vật dao động điều hòa-----

Ta có sơ đồ minh họa sau đây :

	Vị trí cân bằng (O)	Vị trí biên (A ; - A)
Li độ x	0	A ; - A
Vận tốc (tốc độ) : v	Max ; $v_{\max} = \omega A$	V = 0
Gia tốc : a	0	Max ; $a_{\max} = \omega^2 A$
Lực kéo về : $F_{k-về}$	0	Max ; $F_{\max} = kA = m\omega^2 A$
Động năng : $W_d$	Max = Cơ năng W : $W_d = \frac{1}{2} kA^2 = \frac{1}{2} m\omega^2 A^2$	$W_t = 0$
Thế năng : $W_t$	= 0	Max = cơ năng W $W_d = \frac{1}{2} kA^2 = \frac{1}{2} m\omega^2 A^2$

### 9) Lực kéo về-----

- +  $F_{kéo-về} = -kx$
- +  $F_{kéo-về} = -kA \cos(\omega t)$  (N)
- +  $F_{kéo-về-\max} = kA = m.\omega^2 A$  (N)

## BÀI 3 : CON LẮC ĐƠN

### 1) Các quy ước-----

- +  $\alpha$  : li độ góc ( góc hợp bởi dây treo và phương thẳng đứng khi con lắc ở vị trí bất kì )
- +  $\alpha_0$  : biên độ góc ( góc hợp bởi dây treo và phương thẳng đứng khi con lắc ở vị trí biên.
- + s : li độ dài
- +  $s_0$  : biên độ dài
- + Liên hệ :  $\begin{cases} s = l\alpha \\ s_0 = l\alpha_0 \end{cases}$

### 2) Phương trình động lực học của con lắc đơn-----

- +  $s'' + \omega^2 s = 0$  (\*).
- +  $s = s_0 \cos(\omega t + \varphi)$ .

### 3) Chu kì riêng ; Tần số riêng ; Tần số góc riêng-----

- +  $T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} (s)$
- +  $f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{l}} (Hz)$
- +  $\omega = \sqrt{\frac{g}{l}} (rad / s)$

trong các công thức trên, thì



+  $l(m)$  : Chiều dài sợi dây treo con lắc.

+  $g = 9,8 (m/s^2)$  : Gia tốc rơi tự do.

#### 4) Gia tốc rơi tự do khi ở độ cao $h$ ; độ sâu $h'$ ; tại mặt đất-----

$$+ g_h = g \left( \frac{R}{R+h} \right)^2$$

$$+ g_{h'} = g \left( \frac{R}{R-h} \right)^2$$

+  $g = \frac{Gm}{r^2}$  , với  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} (SI)$  : hằng số hấp dẫn , và  $R = 6400 (km)$  : Bán kính trái đất,  $r(m)$  là bán kính của nơi tính.

#### 5) Hệ thức độc lập theo thời gian-----

$$s_0^2 = s^2 + \left( \frac{v}{\omega} \right)^2 \rightarrow v^2 = \omega^2 (s_0^2 - s^2)$$

#### 6) Vận tốc của con lắc đơn-----

$$v^2 = 2gl(\cos \alpha - \cos \alpha_0)$$

+ Ở vị trí cân bằng  $\alpha = 0$  ,  $V_{\max}$

+ Ở vị trí biên ,  $\alpha = \alpha_0 \Rightarrow v = 0$

#### 7) Gia tốc toàn phần của con lắc đơn-----

Gia tốc của vật nặng  $m$  tại một điểm gồm 2 thành phần

$$\vec{a} = \vec{a}_t + \vec{a}_{ht}$$

#### 8) Trong đó gia tốc tiếp tuyến-----

+ Khi góc  $\alpha \leq 10^\circ \rightarrow a_t = -\omega^2 s = -g\alpha$  (1)

+ Khi góc  $\alpha > 10^\circ \rightarrow a_t = -\omega^2 s = g \sin \alpha$  (2)

- Trong đó gia tốc hướng tâm :  $a_{ht} = \frac{v^2}{l} = 2g(\cos \alpha - \cos \alpha_0)$

- Vì 2 thành phần này vuông góc nhau nên độ lớn gia tốc tổng hợp ( toàn phần )

$$a = \sqrt{a_t^2 + a_{ht}^2}$$

#### 9) Lực căng dây treo con lắc đơn-----

$$\tau = mg(3\cos \alpha - 2\cos \alpha_0)$$

+  $\tau_{\max}$  khi con lắc ở VTCB (vị trí thấp nhất)

$$\rightarrow \alpha = 0 \rightarrow \tau_{\max} = mg(3 - 2\cos \alpha_0)$$

+  $\tau_{\min}$  khi con lắc ở vị trí biên (vị trí cao nhất)

$$\rightarrow \alpha = \alpha_0 \rightarrow \tau_{\min} = mg(\cos \alpha_0)$$

#### 10) Biến thiên chu kì và sự nhanh chậm của đồng hồ quả lắc-----

$$\frac{dT}{T} = \frac{dl}{2l} - \frac{dg}{2g} + \frac{\alpha dt}{2} + \frac{dh_{cao}}{R} + \frac{dh_{sâu}}{2R} (*)$$

Trong đó:

+  $\frac{dT}{T}$  : Thời gian đồng hồ chạy sai trong 1 (s)

- +  $dT = T_2 - T_1$  : độ biến thiên chu kì ( $dT > 0$  : chạy chậm ;  $dT < 0$  : chạy nhanh )
  - +  $dl = l_2 - l_1$  : Độ biến thiên chiều dài
  - +  $dg = g_2 - g_1$  : Độ biến thiên gia tốc rơi tự do
  - +  $dt = t_2^0 - t_1^0$  : Độ biến thiên nhiệt độ ( $\alpha(K^{-1}; \text{độ}^{-1})$  : hệ số nở dài )
  - +  $dh_{cao}$  : thay đổi độ cao
  - +  $dh_{sâu}$  : Thay đổi độ sâu
  - +  $R = 6400$  (km) : Bán kính trái đất
  - + Thời gian đồng hồ chạy sai trong một thời gian  $t$  là :
- $$\tau = \frac{dT}{T} t = \left( \frac{dl}{2l} - \frac{dg}{2g} + \frac{\alpha dt}{2} + \frac{dh_{cao}}{R} + \frac{dh_{sâu}}{2R} \right) t$$

## 11) Năng lượng của con lắc đơn-----

### a) Khi các góc lớn ( $\alpha; \alpha_0 > 10^0$ ) thì

- + Thế năng :  $W_t = mgl(1 - \cos \alpha)$
- + Động năng :  $W_d = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m.2gl(\cos \alpha - \cos \alpha_0)$
- $\rightarrow W_d = mgl(\cos \alpha - \cos \alpha_0)$
- + Cơ năng ( Năng lượng ) :  $W = mgl(1 - \cos \alpha_0) = W_{tmax}$

### b) Khi Các góc bé ( $\alpha; \alpha_0 \leq 10^0$ ) thì

- + Thế năng :  $W_t = \frac{1}{2}mgl\alpha^2$  (J)
- + Cơ năng :  $W = \frac{1}{2}mgl\alpha_0^2$  ( J )
- +  $W = W_d + W_t$
- + Khi  $W_d = n.W_t \rightarrow \begin{cases} s = \pm \frac{s_0}{\sqrt{n+1}} \\ \alpha = \pm \frac{\alpha_0}{\sqrt{n+1}} \end{cases}$

trong các công thức trên :

- +  $m$  (kg) : Khối lượng của vật nặng
- +  $g = 9,8$  (m/s<sup>2</sup>) : Gia tốc rơi tự do.
- +  $l$ (m) : Chiều dài dây treo.

## 12) Con lắc đơn chịu tác dụng của lực quán tính (hay con lắc đơn đặt trong thang máy, xe,...)-----

Khi con lắc đặt trên hệ quy chiếu chuyển động (hệ quy chiếu không quán tính, hệ quy chiếu có gia tốc  $a$ ) thì lực quán tính tác dụng lên con lắc là :  $\vec{F}_{qt} = -m\vec{a}$

- + Trọng lực biểu kiến (trọng lực hiệu dụng) :  $\vec{P}' = \vec{P} + \vec{F}_{qt}$
- + Vật chuyển động nhanh dần đều khi :  $\vec{a} \cdot \vec{v} > 0$
- + Vật chuyển động chậm dần đều khi :  $\vec{a} \cdot \vec{v} < 0$

+ Khi con lắc đơn được treo trên trần một ô tô chuyển động với gia tốc  $a$ , thì góc hợp bởi dây treo và phương thẳng đứng được xác định theo công thức :  $\tan \alpha = \frac{F_{qt}}{P} = \frac{a}{g}$  (1) và lực căng dây là  $T = \sqrt{P^2 + F_{qt}^2} \Rightarrow g'^2 = g^2 + a^2$  (2).

### 13) Con lắc đơn chịu tác dụng của lực điện trường (hay con lắc bị tích điện)-----

Lực điện trường tác dụng lên điện tích  $q$  ( điện tích điểm) đặt trong một điện trường đều, có vectơ cường độ điện trường  $\vec{E}$  có dạng :  $\vec{F}_d = q\vec{E}$

+ Độ lớn :  $F_d = |q|E$

+ Nếu  $q > 0 \Rightarrow \vec{F}_d, \vec{E}$  cùng chiều

+ Nếu  $q < 0 \Rightarrow \vec{F}_d, \vec{E}$  ngược chiều.

### 14) Công thức chu kì của con lắc lò xo và con lắc đơn :

a) Nếu con lắc lò xo có khối lượng  $m = m_1 + m_2$  hay con lắc đơn có chiều dài dây treo  $l = l_1 + l_2$  thì :

$$T = \sqrt{T_1^2 + T_2^2}$$

$$f = \frac{f_1 \cdot f_2}{\sqrt{f_1^2 + f_2^2}}$$

b) Nếu con lắc lò xo có khối lượng  $m = |m_1 - m_2|$  hay con lắc đơn có chiều dài dây treo là  $l = |l_1 - l_2|$  thì :

$$T = \sqrt{|T_1^2 - T_2^2|}$$

$$f = \frac{f_1 \cdot f_2}{\sqrt{|f_1^2 - f_2^2|}}$$

### c) Ghép con lắc lò xo :

+ Nếu hai lò xo mắc nối tiếp thì :

$$T = \sqrt{T_1^2 + T_2^2}$$

$$f = \frac{f_1 \cdot f_2}{\sqrt{f_1^2 + f_2^2}}$$

+ Nếu hai lò xo mắc song song hay hai điểm cố định A và B thì :

$$T = \frac{T_1 \cdot T_2}{\sqrt{T_1^2 + T_2^2}}$$

$$f = \sqrt{f_1^2 + f_2^2}$$

### d) Chu kỳ ; tần số của con lắc lò xo phụ thuộc vào khối lượng và độ cứng : (Dùng phương pháp tỉ lệ để giải),

1) Nếu một con lắc lò xo có độ cứng  $k$  lần lượt treo vật có khối lượng  $m_1, m_2$  thì chu kì là  $T_1, T_2$ .

$$+ \text{Ta có : } T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \Rightarrow T^2 = 4\pi^2 \cdot \frac{m}{k} \Rightarrow m \sim T^2.$$

$$+ \text{Nếu } m = m_1 + m_2 \text{ thì : } T = \sqrt{T_1^2 + T_2^2}$$

$$+ \text{Nếu } m = m_1 - m_2 \text{ thì : } T = \sqrt{T_1^2 - T_2^2} \quad (T_1 > T_2).$$

2) Nếu dùng hai lò xo có độ cứng  $k_1$  và  $k_2$  ghép :

$$+ \text{Nối tiếp : } \frac{1}{K} = \frac{1}{K_1} + \frac{1}{K_2}$$

$$+ \text{Song song : } K = K_1 + K_2$$

### 15) Công thức tính chu kỳ dao động của con lắc đơn khi nhiệt độ và độ cao thay đổi :

a) Chu kỳ dao động của con lắc đơn thay đổi theo nhiệt độ :

$$\frac{\Delta T}{T_1} = \frac{1}{2} \lambda (t_2 - t_1)$$

b) Chu kỳ dao động của con lắc đơn thay đổi theo độ cao :

$$\frac{\Delta T}{T_1} = \pm \frac{h}{R}$$

Chú ý :

+ Dấu (+) ứng với trường hợp đưa con lắc từ vị trí ngang mực nước biển lên độ cao h.

+ Dấu (-) ứng với trường hợp từ độ cao h đưa con lắc xuống vị trí ngang mực nước biển.

c) Công thức về đồng hồ thực hiện bởi con lắc đơn chạy nhanh hay chậm trong một giây :

- Gọi  $\tau$  là thời gian đồng hồ chạy nhanh hay chậm trong một ngày đêm.

$$\frac{\Delta T}{T_1} = \pm \frac{\tau}{86400 \text{ (s)}}$$

- Lưu ý :

+ Dấu (+) khi  $\Delta T > 0$  : Đồng hồ chạy chậm.

+ Dấu (-) khi  $\Delta T < 0$  : Đồng hồ chạy nhanh.

$$\frac{\Delta T}{T_1} = \frac{1}{2} \lambda (t_2 - t_1) \pm \frac{h}{R}$$

(Dùng khi nhiệt độ và h thay đổi).

d) Công thức nhanh :

$$\frac{dT}{T} = \frac{dl}{2l} - \frac{dg}{2g} + \frac{\alpha dt}{2} + \frac{dh_{cao}}{R} + \frac{dh_{sâu}}{2R} (*)$$

+  $\frac{dT}{T}$  : Thời gian đồng hồ chạy sai trong 1 (s)

+  $dT = T_2 - T_1$  : độ biến thiên chu kỳ ( $dT > 0$  : chạy chậm ;  $dT < 0$  : chạy nhanh)

+  $dl = l_2 - l_1$  : Độ biến thiên chiều dài

+  $dg = g_2 - g_1$  : Độ biến thiên gia tốc rơi tự do

+  $dt = t_2^0 - t_1^0$  : Độ biến thiên nhiệt độ ( $\alpha(K^{-1}; ^\circ C^{-1})$  : hệ số nở dài)

+  $dh_{cao}$  : thay đổi độ cao

+  $dh_{sâu}$  : Thay đổi độ sâu

+  $R = 6400 \text{ (km)}$  : Bán kính trái đất

+ Thời gian đồng hồ chạy sai trong một thời gian t là :

$$\tau = \frac{dT}{T} t = \left( \frac{dl}{2l} - \frac{dg}{2g} + \frac{\alpha dt}{2} + \frac{dh_{cao}}{R} + \frac{dh_{sâu}}{2R} \right) t$$

### 16) Chu kỳ dao động của con lắc đơn thay đổi trong hệ quy chiếu phi quán tính :

a) Con lắc đơn treo vào trần ô tô, tàu hỏa. Ô tô, tàu hỏa chuyển động theo phương ngang với gia tốc a.

+ Tại vị trí cân bằng mới :  $\vec{T} + \vec{P} + \vec{F}_{qt} = 0 \Rightarrow \vec{P} + \vec{F}_{qt} = \vec{P}'$

+  $\vec{P}' = m \cdot \vec{g}'$  : gọi là trọng lực hiệu dụng (biểu kiến).

$$+ P'^2 = P^2 + F_{qt}^2 \Rightarrow g' = \sqrt{g^2 + a^2}$$

$$+ \text{Nếu bài toán cho góc lệch } \alpha : \cos \alpha = \frac{P}{P'} = \frac{m \cdot g}{m \cdot g'} \Rightarrow g' = \frac{g}{\cos \alpha}$$

**b) Con lắc đơn treo vào trần thang máy, thang máy chuyển động theo phương thẳng đứng với gia tốc a**

- Công thức tính chu kì mới của con lắc :  $T'$

$$T' = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g \pm a}}$$

Lưu ý : Trường hợp thang máy chuyển động lên :

+ Nếu chuyển động nhanh dần đều :  $\vec{v}$  cùng chiều  $\vec{a}$ , lực quán tính  $\vec{F}_{qt}$  hướng xuống, dây căng hơn :  $g' = g + a$

+ Nếu chuyển động chậm dần đều :  $\vec{v}$  ngược chiều  $\vec{a}$ , lực quán tính  $\vec{F}_{qt}$  hướng lên, dây chùng :  $g' = g - a$

**17) Chu kỳ dao động của con lắc đơn thay đổi trong điện trường  $\vec{E}$  :**

**a) Điện trường  $\vec{E}$  hướng theo phương nằm ngang :**

+ Tại vị trí cân bằng mới :  $\vec{T} + \vec{P} + \vec{F}_{qt} = 0 \Rightarrow \vec{P} + \vec{F}_{qt} = \vec{P}'$

+  $\vec{P}' = m \cdot \vec{g}'$  : gọi là trọng lực hiệu dụng (biểu kiến).

$$+ P'^2 = P^2 + F_{qt}^2 \Rightarrow g' = \sqrt{g^2 + a^2}$$

$$+ g' = \sqrt{g^2 + \left(\frac{F}{m}\right)^2} = \sqrt{g^2 + \left(\frac{q \cdot E}{m}\right)^2}$$

$$\text{Lưu ý : Nếu bài toán cho góc lệch } \alpha \text{ thì : } \cos \alpha = \frac{P}{P'} = \frac{m \cdot g}{m \cdot g'} \Rightarrow g' = \frac{g}{\cos \alpha}$$

**b) Điện trường  $\vec{E}$  hướng theo phương thẳng đứng từ trên xuống :**

+ Tại vị trí cân bằng mới :  $\vec{T} + \vec{P} + \vec{F}_{qt} = 0 \Rightarrow \vec{P} + \vec{F}_{qt} = \vec{P}'$

+  $\vec{P}' = m \cdot \vec{g}'$  : gọi là trọng lực hiệu dụng (biểu kiến).

$$+ \vec{g}' = \vec{g} + \vec{a}$$

Trong đó : a là đại lượng đại số, phụ thuộc dấu của điện tích q, nên có thể viết :

$$g' = g + a$$

$$\Rightarrow T' = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g'}} = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g + \frac{qE}{m}}} = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g \left(1 + \frac{qE}{mg}\right)}}$$

$$\Rightarrow T' = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{qE}{mg}}}$$

$$\Rightarrow T' = \frac{T}{\sqrt{1 + \frac{qE}{mg}}}$$

**18) Con lắc đơn vướng đinh :**

+ Đứng đinh tại M.

+ Trong một chu kỳ : con lắc dao động với nửa chu kỳ bởi  $l_1$  và với nửa chu kỳ bởi  $l_2$ .

$$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{l_1}{g}} ; T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{l_2}{g}}$$

+ Chu kỳ dao động của con lắc vướng đinh là :  $T = \frac{T_1 + T_2}{2}$ + Năng lượng con lắc có chiều dài  $l_1$  bằng năng lượng của con lắc có chiều dài  $l_2$  :

$$W_1 = W_2 \Rightarrow \frac{l_1}{l_2} = \frac{\alpha_{02}^2}{\alpha_{01}^2}$$

**19) Công thức về trong cùng một khoảng thời gian  $t$ , con lắc có chu kỳ dao động  $T_1$  thực hiện  $N_1$  (dao động), còn con lắc có chu kỳ dao động  $T_2$  thực hiện  $N_2$  (dao động) :**

$$t = N_1 \cdot T_1 = N_2 \cdot T_2$$

- Nếu là con lắc lò xo thì :  $\Rightarrow N_1\sqrt{m_1} = N_2\sqrt{m_2}$ - Nếu là con lắc đơn thì :  $\Rightarrow N_1\sqrt{l_1} = N_2\sqrt{l_2}$ **BÀI 4: DAO ĐỘNG TẮT DẦN – DAO ĐỘNG CƯỜNG BỨC – CỘNG HƯỞNG CƠ.****1) Độ giảm biên độ và độ giảm cơ năng-----**

$$\frac{\Delta E}{E} \approx 2 \frac{\Delta A}{A}$$

**2) Độ giảm biên độ -----**

+ Sau mỗi ( nửa chu kỳ )

$$\Delta A_{0,5T} = \frac{2F_{ms}}{K} = \frac{2\mu mg}{K} = \frac{2\mu g}{\omega^2} = const$$

+ Sau mỗi chu kỳ :

$$\Delta A_T = \frac{4F_{ms}}{K} = \frac{4\mu mg}{K} = \frac{4\mu g}{\omega^2} = const$$

+ Biên độ còn lại :  $A_1 = A_0 - \Delta A$ **3) Sự cộng hưởng cơ-----**

$$\Rightarrow f_{cb} = f ; \omega_{cb} = \omega ; T_{cb} = T$$

**4) Dao động tắt dần :**+ Gọi  $\Delta A$  là độ giảm biên độ sau mỗi chu kỳ :

$$\Delta A = \frac{4\mu mg}{k}$$

+ Gọi  $A'$  là biên độ sau một chu kỳ :

$$A' = A - \Delta A$$

**5) Dao động cưỡng bức- cộng hưởng cơ :**+ Gọi  $T$  là chu kỳ của ngoại lực tác dụng lên con lắc dao động tắt dần.+ Gọi  $S$  là khoảng cách giữa 2 lần liên tiếp mà ngoại lực tác dụng lên con lắc.

+ Gọi  $T_0$  là chu kì dao động riêng của con lắc :  $T_0 = T$ .

+ Vận tốc của xe mà con lắc treo ở trần là :

$$v = \frac{S}{T_0}$$

## BÀI 5 : TỔNG HỢP DAO ĐỘNG ĐIỀU HÒA

### 1) Biên độ của dao động tổng hợp (tổng quát) -----

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1)$$

- Nếu không biết cùng pha hay ngược pha ( không cho  $\Delta\varphi$  ) thì biên độ dao động tổng hợp nằm trong khoảng :

$$|A_1 - A_2| \leq A \leq A_1 + A_2$$

### 2) Pha ban đầu của dao động tổng hợp-----

$$\tan \varphi = \frac{A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2}{A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2}.$$

### 3) Độ lệch pha giữa hai dao động-----

$$\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$$

+  $\Delta\varphi > 0 \Rightarrow \varphi_2 > \varphi_1$  :  $x_2$  sớm pha hơn  $x_1$ .

+  $\Delta\varphi < 0 \Rightarrow \varphi_2 < \varphi_1$  :  $x_2$  trễ pha hơn  $x_1$ .

### 4) Điều kiện để 2 dao động cùng pha-----

Nếu  $\Delta\varphi = k2\pi (k = 0; \pm 1; \pm 2, \dots)$

→ 2 dao động  $x_1$  và  $x_2$  cùng pha

→ Biên độ dao động tổng hợp là lớn nhất (  $A_{\max}$  )

→  $A = A_1 + A_2$  và  $\varphi = \varphi_1 = \varphi_2$

### 5) Điều kiện để 2 dao động ngược pha-----

Nếu  $\Delta\varphi = (2k+1)\pi (k = 0; \pm 1; \pm 2, \dots)$

→ 2 dao động  $x_1$  và  $x_2$  ngược pha

→ Biên độ dao động tổng hợp là nhỏ nhất

→  $A = |A_1 - A_2|$

+ Nếu  $A_1 > A_2$  thì :  $A = A_1 - A_2$  và  $\varphi = \varphi_1$

+ Nếu  $A_2 > A_1$  thì :  $A = A_2 - A_1$  và  $\varphi = \varphi_2$

### 6) Điều kiện để 2 dao động vuông pha-----

Nếu  $\Delta\varphi = (2k+1)\frac{\pi}{2} (k = 0; \pm 1; \pm 2, \dots)$

→ 2 dao động  $x_1$  và  $x_2$  vuông pha

→ Biên độ dao động tổng hợp được tính theo công thức :

→  $A^2 = A_1^2 + A_2^2$

$$+ \tan \varphi = \frac{A_2}{A_1}$$

$$+ \left( \frac{x_1}{A_1} \right)^2 + \left( \frac{x_2}{A_2} \right)^2 = 1$$

**7) Hai dao động thành phần có cùng biên độ ( $A_1 = A_2 = A$ )-----**

+ Biên độ của dao động tổng hợp :

$$A = 2A \cos\left(\frac{\Delta\varphi}{2}\right) = 2A \cos\left(\frac{\varphi_2 - \varphi_1}{2}\right)$$

+ Pha ban đầu của dao động tổng hợp :

$$\varphi = \frac{\varphi_2 + \varphi_1}{2}$$

**8) Dùng máy tính CASIO 570 ES tổng hợp dao động điều hòa-----**+  $x_1 = A_1 \cos(\omega t + \varphi_1)$  và  $x_2 = A_2 \cos(\omega t + \varphi_2)$ +  $x = x_1 + x_2$ 

+ SHIFT + MODE + 4 : Rad

+ MODE + 2 : CMPLX

+  $x = x_1 + x_2 = A_1 \angle \varphi_1 + A_2 \angle \varphi_2 \rightarrow A \angle \varphi$ **9) Khoảng cách giữa hai vật trong dao động điều hòa-----**

$$L = x_1 - x_2 = A_1 \angle \varphi_1 - A_2 \angle \varphi_2 = A \angle \varphi$$

- Khoảng cách giữa lớn nhất giữa hai vật trong dao động điều hòa :

$$+ \vec{L}_{\max} = \vec{A}_1 - \vec{A}_2 \Rightarrow L_{\max}^2 = (\vec{A}_1 - \vec{A}_2)^2$$

$$+ \Rightarrow L_{\max}^2 = A_1^2 + A_2^2 - 2A_1A_2 \cos(\varphi_1 - \varphi_2)$$

+ Nếu  $\cos(\varphi_1 - \varphi_2) = \cos(\Delta\varphi) = 0 \rightarrow (\Delta\varphi) = \frac{\pi}{2} \rightarrow 2$  dao động thành phần vuông pha nhau  $\rightarrow$ 

$$\left(\frac{x_1}{A_1}\right)^2 + \left(\frac{x_2}{A_2}\right)^2 = 1$$

**CHƯƠNG HAI – SÓNG CƠ HỌC****1) Chu kì sóng(T) – tần số sóng (f)-----**

Số chu kì ( số dao động ) trong khoảng thời gian t :

$$+ N = \frac{t}{T}$$

+ Nếu trong khoảng thời gian t, số lần nhô lên của vật nổi trên mặt nước khi có sóng lan truyền hay số ngọn sóng đi qua trước mặt người quan sát là n thì số chu kì dao động của sóng trong khoảng thời gian đó là ( n - 1 ) hay  $t = (n - 1).T$ 

$$+ f = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}$$

**2) Tốc độ truyền sóng : v (m/s)-----**

$$+ v_r > v_l > v_k$$

$$+ \rightarrow v = f\lambda$$

- Công thức tính nhanh vận tốc v khi biết phương trình sóng-----

$$+ \text{Cố : } u_M = a \cos\left(\omega t - \frac{2\pi x}{\lambda}\right)$$



$$+ v = \frac{\text{hệ số của } t}{\text{hệ số của } x} = \frac{\omega}{\frac{2\pi}{\lambda}}$$

### 3) Bước sóng $\lambda(m)$ -----

$$+ \lambda = vT = \frac{v}{f}$$

### 4) Độ lệch pha giữa hai điểm M.N cách nhau một khoảng $d = x$ là-----

+ Độ lệch pha giữa hai điểm MN trên cùng một phương truyền sóng cách nhau một khoảng  $x = MN$  là :

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi x}{\lambda} = \frac{2\pi x \cdot f}{v} = \frac{\omega x}{v}$$

$$+ \Delta\varphi = \frac{2\pi x}{\lambda}$$

$$+ \Delta\varphi = \frac{2\pi d}{\lambda}$$

$$+ \Delta\varphi = \frac{\omega d}{v}$$

+ Điều kiện để 2 điểm MN cùng pha :

$$\Delta\varphi = k2\pi (k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots)$$

+ Điều kiện để 2 điểm MN ngược pha :

$$\Delta\varphi = (2k + 1)\pi (k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots)$$

+ Điều kiện để 2 điểm MN vuông pha

$$\Delta\varphi = (2k + 1)\frac{\pi}{2} (k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots)$$

### 5) Các khoảng cách cần nhớ-----

+ Nếu hai điểm cách nhau một khoảng  $d$ , cùng phương, dao động cùng pha thì cách nhau là :

$$d = k \cdot \lambda$$

+ Nếu hai điểm cách nhau một khoảng  $d$ , cùng phương, dao động ngược pha thì cách nhau là :

$$d = (k + 0,5)\lambda \text{ hay } d = (2k + 1)\frac{\lambda}{2}$$

+ Nếu hai điểm cách nhau một khoảng  $d$ , cùng phương, dao động vuông pha thì cách nhau là :

$$d = (2k + 1)\frac{\lambda}{4}$$

+ Nếu hai điểm gần nhất, cùng phương, dao động cùng pha thì cách nhau là  $\lambda$ .

+ Nếu hai điểm gần nhất, cùng phương, dao động ngược pha thì cách nhau là  $\frac{\lambda}{2}$

+ Nếu hai điểm gần nhất, cùng phương, dao động vuông pha thì cách nhau là :  $\frac{\lambda}{4}$

### 6) Phương trình sóng tại một điểm-----

- Phương trình dao động tại O là :

$$u_o = A \cos(\omega t)$$

- Phương trình dao động tại M là :

$$+ u_M = A \cos \omega(t - \Delta t)$$

$$+ u_M = A \cos \omega \left( t - \frac{x}{v} \right) = A \cos 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right)$$

$$+ u_M = a \cos \left( \omega t - \frac{2\pi x}{\lambda} \right)$$

+ Nếu sóng truyền từ O đến M thì , sóng tại M trễ pha hơn sóng tại O một góc :  $\Delta\varphi = \frac{2\pi x}{\lambda}$

$$\text{hay } \Delta\varphi = \frac{\omega d}{v}$$

Với (  $x = d = OM$  )

## GIAO THOA SÓNG CƠ

**1) Độ lệch pha của hai nguồn kết hợp bất kì-----**

$$\Delta\varphi = (\varphi_2 - \varphi_1) + \frac{2\pi}{\lambda}(d_1 - d_2)$$

**- Công thức tính Biên độ của sóng tổng hợp :**

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2.A_1 A_2 \cos(\Delta\varphi)$$

$$\text{Với } \Delta\varphi = (\varphi_2 - \varphi_1) + \frac{2\pi}{\lambda}(d_1 - d_2)$$

**2) Điều kiện cực đại của 2 sóng cùng pha-----**

$$+ d_2 - d_1 = k\lambda \quad ; k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

$$+ \Delta\varphi = k2\pi (k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots)$$

**3) Điều kiện cực tiểu của 2 sóng cùng pha-----**

$$+ d_2 - d_1 = \left( k + \frac{1}{2} \right) \lambda = (2k + 1) \frac{\lambda}{2} = (k + 0,5) \lambda \quad ; k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

$$+ \Delta\varphi = (2k + 1)\pi (k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots)$$

**4) Số cực đại và cực tiểu khi hai nguồn sóng cùng pha-----**

$$+ \text{Số cực đại : } -\frac{AB}{\lambda} \leq k \leq \frac{AB}{\lambda}$$

$$+ \text{Số cực tiểu : } -\frac{AB}{\lambda} \leq k + 0,5 \leq \frac{AB}{\lambda}$$

+ Đường trung trực của hai nguồn là một đường cực đại, (  $k = 0$  ) , tất cả các điểm nằm trên đường trung trực sẽ dao động với biên độ cực đại là  $A_{\max} = 2a$ .

**5) Số cực đại và cực tiểu của khi nguồn sóng ngược pha-----**

$$+ \text{Số cực đại : } -\frac{AB}{\lambda} < k + 0,5 < \frac{AB}{\lambda}$$

$$+ \text{Số cực tiểu : } -\frac{AB}{\lambda} \leq k \leq \frac{AB}{\lambda}$$

+ Đường trung trực của hai nguồn là một đường cực tiểu, tất cả các điểm nằm trên đường trung trực sẽ dao động với biên độ nhỏ nhất (đứng yên), biên độ là  $A = 0$ .

**\* Phương pháp khác :**

+ Gọi  $N$  là số khoảng vân  $i$  về một phía của đường trung trực của  $S_1S_2$  :

$$N = \frac{1}{2i} = \frac{1}{2 \cdot \frac{\lambda}{2}} = \frac{1}{\lambda} = k, n$$

Trong đó :  $k$  là số nguyên ;  $n$  là số thập phân.

$$N = \frac{1}{\lambda} = k, n$$

+  $n = 0$  thì có  $2(k - 1) + 1$  cực đại.

+  $1 \leq n \leq 9$  thì có  $2k + 1$  cực đại.

+  $n \geq 5$  thì có  $2(k + 1)$  cực tiểu.

### 6) Cực đại , cực tiểu gần đường trung trực nhất-----

- Khi hai nguồn kết hợp cùng pha, đường trung trực là cực đại giữa ( $\Delta\varphi = 0$ ) .

- Khi hai nguồn kết hợp lệch pha thì cực đại giữa lệch về phía nguồn trễ pha hơn.

- Để tìm cực đại gần đường trung trực nhất cho  $\Delta\varphi = 0$

$$\Rightarrow x = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{4\pi} \lambda$$

$$\text{Với } (d_1 - d_2 = 2x)$$

$$\text{Hay } \rightarrow \Delta\varphi = (\varphi_2 - \varphi_1) + \frac{2\pi}{\lambda}(2x) = 0 \rightarrow x$$

- Để tìm cực tiểu gần đường trung trực nhất

$$+ \text{ Nếu } \varphi_2 > \varphi_1 \rightarrow \Delta\varphi = \pi \Rightarrow x$$

$$+ \text{ Nếu } \varphi_1 > \varphi_2 \rightarrow \Delta\varphi = -\pi \Rightarrow x$$

Khoảng cách ngắn nhất giữa một cực đại và một cực tiểu là  $\frac{\lambda}{4}$

### 7) Kiểm tra tại một điểm M bất kì là cực đại hay cực tiểu-----

Giả sử pha ban đầu của nguồn 1 và nguồn 2 lần lượt là  $\varphi_1$  và  $\varphi_2$ . Ta căn cứ vào độ lệch pha của 2 sóng thành phần  $\Delta\varphi = (\varphi_2 - \varphi_1) + \frac{2\pi}{\lambda}(d_1 - d_2)$ . Thay hiệu đường đi vào công thức trên, nếu cho ra

$$+ \Delta\varphi = k2\pi (k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \Rightarrow \text{cực đại})$$

$$+ \Delta\varphi = (2k + 1)\pi (k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \Rightarrow \text{Cực tiểu})$$

### 8) Khoảng cách giữa cực đại và cực tiểu trên đường thẳng nối 2 nguồn sóng-----

$$+ \text{ Khoảng cách giữa hai cực đại ( 2 cực tiểu ) liên tiếp là } \frac{\lambda}{2} \Rightarrow \text{Bất kì là } \Delta x = k \frac{\lambda}{2}$$

$$+ \text{ Khoảng cách từ cực đại đến cực tiểu gần nhất là } \frac{\lambda}{4} \Rightarrow \text{Bất kì là } \Delta x = (2k - 1) \frac{\lambda}{4}$$

+ Nếu trong khoảng giữa hai nguồn A và B có  $n$  dãy cực đại thì nó sẽ cắt AB thành  $(n+1)$ , trong đó có  $(n - 1)$  đoạn ở giữa bằng nhau và đều bằng  $\frac{\lambda}{2}$ . Gọi  $x$  và  $y$  là chiều dài hai đoạn gần

$$2 \text{ nguồn. Ta có : } AB = x + (n - 1) \frac{\lambda}{2} + y \Rightarrow \lambda$$

**9) Công thức Liên quan đến hai vân cùng loại đi qua 2 điểm-----**

Giả sử hai vân cùng loại bậc  $k$  và  $(k+b)$  đi qua 2 điểm  $M$  và  $N$  thì

$$\begin{cases} MS_1 - MS_2 = k\lambda \\ NS_1 - NS_2 = (k+b)\lambda \end{cases} \rightarrow \lambda$$

Sau đó đi tính độ lệch của điểm  $M$  so với 2 nguồn  $S_1$  và  $S_2$  :  $\rightarrow \Delta\varphi_M = (\varphi_2 - \varphi_1) + \frac{2\pi}{\lambda}(d_1 - d_2)$

+ Nếu  $\Delta\varphi = k2\pi (k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots) \Rightarrow M$  : cực đại

+ Nếu  $\Delta\varphi = (2k+1)\pi (k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots) \Rightarrow M$  : Cực tiểu

**10) Trạng thái các điểm nằm trên đường trung trực của 2 nguồn AB ( A, B cùng pha )---**

- Độ lệch pha của một điểm  $M$  so với các nguồn :  $\rightarrow \Delta\varphi_{M/S_{12}} = \frac{2\pi}{\lambda}(d)$

$\rightarrow \Delta\varphi_{M/S_{12}} = k2\pi \Rightarrow d = k\lambda \Rightarrow M$  cùng pha với 2 nguồn

$\rightarrow \Delta\varphi_{M/S_{12}} = (2k+1)\pi \Rightarrow d = (k+0,5)\lambda \Rightarrow M$  ngược pha với 2 nguồn

$\rightarrow \Delta\varphi_{M/S_{12}} = (2k+1)\frac{\pi}{2} \Rightarrow d = (2k+1)\frac{\lambda}{4} \Rightarrow M$  vuông pha với 2 nguồn

- Điều kiện của  $d$  :  $d \geq \frac{S_1 S_2}{2} \rightarrow k = k_1; k_2; \dots$

- Sau khi tìm được  $d$  thì tính được :  $MO = \sqrt{d^2 - S_1 O^2}$

+ Độ lệch pha của điểm  $M$  (  $M$  nằm trên đường trung trực của 2 nguồn ) so với  $O$  (  $O$  là trung điểm của 2 nguồn ) là  $\Delta\varphi_{M/O} = \frac{2\pi}{\lambda}(d - OA)$

+  $d$  : Khoảng cách từ  $M$  đến nguồn 1 hoặc nguồn 2

+  $M$  dao động cùng pha với  $O$  khi  $\Delta\varphi_{M/O} = k2\pi \rightarrow (d - OA) = k\lambda \rightarrow d_{\min} - OA = \lambda$

+  $M$  dao động ngược pha với  $O$  khi  $\Delta\varphi_{M/O} = (2k+1)\pi \rightarrow (d - OA) = (k+0,5)\lambda$   
 $\rightarrow d_{\min} - OA = 0,5\lambda$

+  $M$  dao động vuông pha với  $O$  khi  $\Delta\varphi_{M/O} = (2k+1)\frac{\pi}{2}$

$\Rightarrow d - OA = (2k+1)\frac{\lambda}{4}$

$\rightarrow d_{\min} - OA = 0,25\lambda$

**11) Tỷ số li độ và tỷ số vận tốc tại hai điểm M và N-----**

$$\frac{v_M}{v_N} = \frac{u_M}{u_N} = \frac{\cos\left(\frac{\varphi_2 - \varphi_1}{2} + \frac{2\pi x_M}{\lambda}\right)}{\cos\left(\frac{\varphi_2 - \varphi_1}{2} + \frac{2\pi x_N}{\lambda}\right)}$$

Với  $\varphi_2, \varphi_1$  là pha ban đầu của 2 nguồn.

**SÓNG ÂM****1) Cường độ âm :  $I$  (W/m<sup>2</sup>)-----**

$$+ I = \frac{P}{S} = \frac{P}{4\pi R^2}$$

+  $P = IS = I \cdot 4\pi R^2 (W)$  : công suất của nguồn âm

+ âm do nguồn phát ra có dạng hình cầu :  $S = 4\pi R^2$

+ Cường độ âm tỉ lệ với bình phương biên độ âm  $I \approx a^2$

$$+ \text{Năng lượng âm} : \Delta A = P \cdot t = P \cdot \frac{AB}{v}$$

$$+ \text{Cường độ âm toàn phần} : I = \sum I_i = I_1 + I_2 + \dots + I_n$$

+ Nếu âm truyền đẳng hướng và môi trường không hấp thụ và phản xạ âm thì có nghĩa là công suất âm không đổi khi truyền đi. Ta có :  $P = IS = \text{constant}$

$$\Rightarrow I_1 S_1 = I_2 S_2 \Rightarrow I_1 R_1^2 = I_2 R_2^2$$

## 2) Mức cường độ âm : L (Ben = B) hay đề- xi – Ben ( dB)-----

$$+ L = 10 \lg \frac{I}{I_0} (dB) \text{ hay } L = \lg \left( \frac{I}{I_0} \right) (B)$$

$$+ L(B) = \lg \left( \frac{I}{I_0} \right) \Leftrightarrow I = I_0 \cdot 10^{L(B)}$$

+ Độ chênh lệch mức cường độ âm tại hai điểm cách nguồn âm những khoảng  $R_1$  và  $R_2$  là :

$$\Delta L = L_2 - L_1 = 10 \lg \frac{I_2}{I_1} = 20 \lg \frac{R_1}{R_2}$$

+ Khi cường độ âm tăng  $10^n$  (lần), độ to tăng  $n$  (lần) và mức cường độ âm tăng thêm  $n(B)$  :

$$I_2 = 10I_1 \Leftrightarrow L_2 = L_1 + n(B)$$

+ Liên quan đến tỉ số cường độ âm và hiệu mức cường độ âm thì từ công thức định nghĩa, ta có :

$$\frac{I_2}{I_1} = 10^{L_2(B) - L_1(B)}$$

+ Cường độ âm (I) ; Mức cường độ âm (L) và khoảng cách đến nguồn âm :

$$\frac{I_2}{I_1} = \left( \frac{r_1}{r_2} \right)^2 = 10^{L_2(B) - L_1(B)}$$

## 3) Cường độ âm tỉ lệ với công suất của nguồn âm và tỉ lệ với số nguồn âm giống nhau-----

$$+ \frac{I_2}{I_1} = \frac{P_2}{P_1} = \frac{n_2 P_0}{n_1 P_0} = \frac{n_2}{n_1}$$

+ Nếu nguồn âm được cấu tạo từ  $n$  nguồn giống nhau, mỗi nguồn có công suất  $P_0$  thì công suất của cả nguồn  $P = n \cdot P_0$ , ta có :  $L = 10 \lg \frac{I}{I_0} = 10 \lg \frac{P}{S \cdot I_0} = 10 \lg \frac{n P_0}{4\pi R^2 \cdot I_0}$

+ Cường độ âm tỉ lệ công suất nguồn âm và tỉ lệ với số nguồn âm giống nhau :

$$\frac{I_2}{I_1} = 10^{L_2(B) - L_1(B)} = \frac{P_2}{P_1} = \frac{n_2 \cdot P_0}{n_1 \cdot P_0} = \frac{n_2}{n_1}$$

+ – Nếu nguồn âm được cấu tạo từ  $n$  nguồn giống nhau, mỗi nguồn có công suất  $P_0$ , thì công suất của cả nguồn là  $P = n \cdot P_0$ . Áp dụng tương tự như trên, ta có :

$$\Rightarrow 10^{L_2(B) - L_1(B)} = \frac{n_2}{n_1} \left( \frac{r_1}{r_2} \right)^2$$

## 4) Công thức tính tần số của các họa âm-----

$$f_n = nf_0 \quad (n = 1, 2, 3, 4, \dots)$$

## SÓNG DỪNG

### 1) Chiều dài dây khi 2 đầu dây cố định (hoặc tự do)-----

$$l = k \frac{\lambda}{2} = \frac{k}{2} \frac{v}{f}$$

+ k : số bó sóng (số múi sóng).

+ k = số bụng.

+ k = số nút - 1

### 2) Chiều dài sợi dây khi một đầu cố định, một đầu tự do và sóng dừng trong cột không khí

$$l = (2k + 1) \frac{\lambda}{4}$$

+ k : số bó sóng (số múi sóng).

+ k = số nút - 1

+ k = số bụng - 1

+ Khi thổi một cái kèn, thì dao động của cột không khí trong kèn cũng làm xuất hiện một hệ sóng dừng mà một đầu cố định, một đầu tự do.

### 3) Các khoảng cách cần nhớ trong sóng dừng-----

+ Khoảng cách giữa N nút hoặc N bụng liên tiếp là :

$$\Delta x = (N - 1) \frac{\lambda}{2}$$

+ Khoảng cách giữa một nút và 1 bụng liên tiếp là :  $\frac{\lambda}{4}$

+ Khoảng thời gian giữa n lần liên tiếp sợi dây duỗi thẳng là

$$\Delta t = (n - 1) \frac{T}{2}$$

+ Khoảng cách từ nút thứ nhất đến nút thứ N là :

$$\Delta x = (N - 1) \frac{\lambda}{2}$$

+ Khoảng cách từ nút thứ nhất đến bụng thứ n là :

$$\Delta x = (n - 1) \frac{\lambda}{2} + \frac{\lambda}{4}$$

+ Các điểm nằm trên cùng một bó sóng thì dao động cùng pha

+ Các điểm nằm trên hai bó sóng liên kế thì dao động ngược pha

+ Các điểm nằm trên bó sóng cùng chẵn hoặc cùng lẻ thì dao động cùng pha

+ Các điểm nằm trên bó sóng lẻ thì dao động ngược pha với các điểm nằm trên bó sóng chẵn.

### 4) Tạo ra sóng dừng dùng nam châm-----

+ Nếu dùng nam châm điện thì :  $f = 2 f_d$ .

+ Nếu dùng nam châm vĩnh cửu thì :  $f = f_d$ .

### 5) Sự tăng giảm tần số và số bó-----

$$\Rightarrow \Delta f = \Delta k \cdot \frac{v}{2l}$$

### 6) Tần số nhỏ nhất của sóng dừng-----

+ Khi 2 đầu dây cố định ( hay 2 đầu tự do) :  $f_{\min} = f_{k+1} - f_k$

+ Khi 1 đầu cố định và 1 đầu tự do :  $2f_{\min} = f_{k+1} - f_k$

### 7) Công thức tính biên độ của sóng dừng tại một điểm-----

+ Gọi x là khoảng cách từ điểm M đến nút chọn làm gốc thì điểm M có biên độ là :

$$A_M = A_{\max} \left| \sin \left( \frac{2\pi x}{\lambda} \right) \right| \quad (A_{\max} : \text{biên độ của bụng sóng})$$

+ Gọi y là khoảng cách từ điểm M đến bụng chọn làm gốc thì điểm M có biên độ là :

$$A_M = A_{\max} \left| \cos \left( \frac{2\pi y}{\lambda} \right) \right| \quad (A_{\max} : \text{biên độ của bụng sóng})$$

### 8) Tỉ số li độ và tỉ số vận tốc tại một điểm trong sóng dừng-----

Nếu 2 điểm M và N nằm trên cùng một bó sóng ( hoặc nằm trên các bó sóng cùng chẵn hoặc cùng lẻ ) thì dao động cùng pha nên tỉ số li độ bằng tỉ số vận tốc dao động và bằng tỉ số biên độ tương ứng, ta có :

$$\frac{u_M}{u_N} = \frac{v_M}{v_N} = \frac{\sin \frac{2\pi x_M}{\lambda}}{\sin \frac{2\pi x_N}{\lambda}} = \frac{\cos \frac{2\pi y_M}{\lambda}}{\cos \frac{2\pi y_N}{\lambda}} = \frac{A_M}{A_N}$$

## TÓM TẮT CÔNG THỨC ĐIỆN 11

### BÀI 1: ĐIỆN TÍCH. LỰC CU-LÔNG

#### ----- Công thức tính lực cu-lông-----

$$+ F = k \cdot \frac{|q_1 q_2|}{\epsilon r^2}$$

Trong đó :

-  $k = 9 \cdot 10^9 \text{ N.m}^2/\text{C}^2$ .

-  $q_1; q_2$  (C): Điện tích.

-  $r$ (m): Khoảng cách giữa hai điện tích.

-  $\epsilon > 1$ : Hằng số điện môi.

#### ----- Lực cu-lông phụ thuộc khoảng cách-----

$$+ F_1 \cdot r_1^2 = F_2 \cdot r_2^2$$

Trong đó

+  $r_1; r_2$ (m): khoảng cách.

#### ----- Lực hấp dẫn giữa hai vật-----

$$+ F_{hf} = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

#### -----Điện tích-----

+ Khi cho hai vật tích điện  $q_1$  và  $q_2$  tiếp xúc với nhau rồi tách chúng ra thì điện tích của chúng sẽ bằng nhau và bằng  $\frac{q_1 + q_2}{2}$ .

+ Nếu có nhiều điện tích  $q_1, q_2, q_3, \dots$  cho tiếp xúc nhau rồi tách ra và đặt ở một khoảng cách  $r$  nào đó, thì sự phân bố lại điện tích sau khi tiếp xúc nhau là :

$$q'_1 = q'_2 = q'_3 = \dots = q'_n = \frac{q_1 + q_2 + q_3 + \dots + q_n}{n}$$

**Tổng hợp lực Cu-lông**

**1) Cộng vectơ :**

Giả sử tổng hợp hai vectơ  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$ , vectơ tổng hợp là  $\vec{c}$

$$\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$$

+ Hai vectơ  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  cùng phương, cùng chiều ( Cùng hướng ) :  $c = a + b$ .

Vectơ tổng hợp cùng chiều với hai vectơ thành phần.

+ Hai vectơ  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  cùng phương, ngược chiều ( ngược hướng ) :  $c = |a - b|$

Vectơ tổng hợp cùng chiều với vectơ có độ lớn lớn hơn.

+ Hai vectơ  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  có phương vuông góc nhau :  $c = \sqrt{a^2 + b^2}$

+ Hai vectơ  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  có phương hợp với nhau một góc  $\alpha$  :  $c^2 = a^2 + b^2 + 2.ab.\cos \alpha$

**2) – Tích vô hướng giữa hai vectơ :**

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos(\vec{a}, \vec{b})$$

**3) Tìm vị trí đặt điện tích thứ 3 để hệ ba điện tích cân bằng :  $F_3 = 0$**

- Nếu hai điện tích  $q_1$  và  $q_2$  cùng dấu ( cùng dương + hoặc cùng âm ) thì điện tích thứ 3 phải nằm trong đoạn nối hai điện tích  $q_1$  và  $q_2$  .

+ Gọi  $x$  là khoảng cách từ điện tích thứ 3 đến điện tích thứ 1 , ta có công thức nhanh để tìm vị trí của điện tích thứ 3 :  $q_1 \cdot r_{23}^2 = q_2 \cdot r_{13}^2$  hay  $q_1 \cdot x^2 = q_2 \cdot (r - x)^2 \Rightarrow x$

Nhận xét :  $F_3 = 0$  hay  $F_{13} = F_{23}$ , không phụ thuộc vào độ lớn của điện tích  $q_3$ .

- Nếu hai điện tích  $q_1$  và  $q_2$  trái dấu , thì điện tích thứ 3 phải nằm ngoài đoạn nối hai điện tích  $q_1$  và  $q_2$  và nằm về phía điện tích có độ lớn nhỏ hơn.

$$\text{Ta có : } F_3 = 0 \Rightarrow F_{13} = F_{23} \Rightarrow q_1 \cdot r_{23}^2 = q_2 \cdot r_{13}^2 \Rightarrow q_1 \cdot x^2 = q_2 \cdot (r + x)^2 \Rightarrow x$$

**BÀI 3: ĐIỆN TRƯỜNG**

**Công thức tính cường độ điện trường**

$$+ \vec{E} = \frac{\vec{F}}{q} \Rightarrow \vec{F} = q\vec{E}$$

$$+ F = |q|E$$

$$+ E = k \frac{|Q|}{\epsilon r^2}$$

Trong đó :

-  $E$  (V/m): Cường độ điện trường.

-  $q$ (C): điện tích thử.

-  $Q$ (C): điện tích gây ra điện trường.

-  $r$ (m): khoảng cách từ  $Q$  đến điểm đang xét.

-  $q$ (C): điện tích thử.

+ Nếu  $q > 0 \Rightarrow \vec{F}$  và  $\vec{E}$  cùng chiều.

+ Nếu  $q < 0 \Rightarrow \vec{F}$  và  $\vec{E}$  ngược chiều.



## ----- Nguyên lý chồng chất điện trường-----

$$+ \vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$$

$$+ \vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 + \vec{E}_4 + \dots + \vec{E}_n$$

$$+ \text{Nếu } \vec{E}_1, \vec{E}_2 \text{ cùng chiều thì : } E = E_1 + E_2$$

$$+ \text{Nếu } \vec{E}_1, \vec{E}_2 \text{ ngược chiều thì : } E = |E_1 - E_2|$$

$$+ \text{Nếu } \vec{E}_1, \vec{E}_2 \text{ vuông góc thì : } E = \sqrt{E_1^2 + E_2^2}$$

$$+ \text{Điện trường tổng hợp bằng 0 : } \vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 + \vec{E}_4 + \dots + \vec{E}_n = 0$$

+ Nếu hai điện tích  $q_1, q_2$  trái dấu  $q_1 \cdot q_2 < 0 \Rightarrow$  Điểm M có cường độ điện trường tổng hợp bằng 0 nằm ngoài đoạn nối hai điện tích (AB) và nằm về phía điện tích có độ lớn nhỏ hơn, khi

$$\text{đó : } E_{1M} = E_{2M} \Leftrightarrow \frac{k \cdot |q_1|}{(AB+x)^2} = \frac{k \cdot |q_2|}{(x)^2} \Rightarrow x$$

+ Nếu hai điện tích  $q_1, q_2$  cùng dấu  $q_1 \cdot q_2 > 0 \Rightarrow$  Điểm M có cường độ điện trường tổng hợp bằng 0 trong ngoài đoạn nối hai điện tích (AB) và nằm về phía điện tích có độ lớn nhỏ hơn, khi

$$\text{đó : } E_{1M} = E_{2M} \Leftrightarrow \frac{k \cdot |q_1|}{(AB-x)^2} = \frac{k \cdot |q_2|}{(x)^2} \Rightarrow x$$

+ Cường độ điện trường tổng hợp tại trung điểm M của đoạn AB :

$$\frac{2}{\sqrt{E_M}} = \frac{1}{\sqrt{E_1}} + \frac{1}{\sqrt{E_2}}$$

## ----- Công thức liên hệ giữa cường độ điện trường và khoảng cách-----

$$E_1 \cdot \epsilon_1 \cdot r_1^2 = E_2 \cdot \epsilon_2 \cdot r_2^2$$

## ----- Điện trường gây bởi quả cầu tích điện-----

a) M nằm bên trong quả cầu ( $r < R$ ) :

$$+ \text{ta có : } E = \frac{Q \cdot r}{4\pi \cdot \epsilon_0 \cdot R^3}$$

b) Điểm M nằm ngoài quả cầu ( $r > R$ ) :

$$+ \text{Ta có : } E = \frac{Q \cdot r}{4\pi \cdot \epsilon_0 \cdot R^2}$$

c) Điện trường gây bởi mặt phẳng rộng vô hạn :

$$+ \text{Ta có : } E = \frac{\sigma}{2 \cdot \epsilon_0}$$

## BÀI 4: CÔNG CỦA LỰC ĐIỆN. HIỆU ĐIỆN THẾ

$$1) U_{MN} = \frac{A_{MN}}{q} \Rightarrow A_{MN} = qU_{MN}$$

$$2) E = \frac{U}{d}$$

$$3) \frac{U_1}{U_2} = \frac{d_1}{d_2}$$

$$4) V = k \cdot \frac{Q}{r}$$

$$5) V_M = \frac{kQ}{\epsilon \cdot r}$$

$$6) V_M = \frac{kQ_1}{\epsilon \cdot r_1} + \frac{kQ_2}{\epsilon \cdot r_2} + \dots$$

$$7) W_M = qV_M$$

$$8) A_{MN} = qU_{MN} = qEd$$

$$9) A_{MN} = qEs \cdot \cos \alpha$$

$$10) W_M = q \cdot V_M$$

$$11) W = \frac{1}{2} (q_1 V_1 + q_2 V_2).$$

$$12) W = \frac{1}{2} q \cdot V.$$

$$13) A_{MN} = W_M - W_N$$

$$14) V_M = \frac{A_{M\infty}}{q}$$

$$15) U_{MN} = V_M - V_N$$

$$16) mg = |q|E$$

$$17) \tan \alpha = \frac{F}{P} = \frac{|q|E}{mg}$$

$$18) \frac{1}{2} mv^2 - 0 = A = qEs$$

$$\frac{1}{2} mv^2 - \frac{1}{2} mv_0^2 = A_{\text{ngoại-luc}} = qU$$

$$19) v = v_0 + at \Rightarrow a = \frac{v - v_0}{t}$$

$$20) s = v_0 t + \frac{1}{2} at^2$$

$$21) v^2 - v_0^2 = 2as$$

$$22) x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} at^2$$

$$23) V = \sum_{i=1}^n V_i$$

## BÀI 7. TỤ ĐIỆN

$$1) C = \frac{Q}{U} \Rightarrow Q = CU$$

$$2) C = \frac{\epsilon S}{4\pi k \cdot d}$$

$$3) C = C_1 + C_2 + C_3 + \dots + C_n$$

$$4) C_b = n.C_0$$

$$5) Q = Q_1 + Q_2 + \dots + Q_n$$

$$6) U = U_1 = U_2 = \dots = U_n.$$

$$7) \frac{1}{C_b} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \dots + \frac{1}{C_n}$$

$$8) C_b = \frac{C_0}{n}$$

$$9) Q = Q_1 = Q_2 = \dots Q_n.$$

$$10) U = U_1 + U_2 + \dots +$$

$$11) W = \frac{1}{2}QU = \frac{1}{2}CU^2 = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C}$$

$$12) W = \frac{\epsilon E^2}{9.10^9.8\pi} V$$

$$13) w = \frac{\epsilon E^2}{k.8\pi}$$

## CHƯƠNG HAI – DÒNG ĐIỆN KHÔNG ĐỔI

$$1) R_{bộ} = R_1 + R_2 + \dots + R_n$$

$$2) I = I_1 = I_2 = \dots = I_n .$$

$$3) U = U_1 + U_2 + \dots + U_n .$$

$$4) \frac{1}{R_b} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n}$$

$$5) I = I_1 + I_2 + \dots + I_n$$

$$6) U = U_1 = U_2 = \dots = U_n .$$

$$7) P_{\text{định-mức}} = \frac{U_{\text{đm}}^2}{R}$$

$$8) P_{\text{định-mức}} = RI_{\text{đm}}^2$$

$$9) P_N = RI^2 = R \left( \frac{\mathcal{E}}{R+r} \right)^2 = R \frac{\mathcal{E}^2}{(R+r)^2}$$

$$10) P_N = UI = (\mathcal{E} - Ir).I$$

$$11) P_{ng} = \mathcal{E}.I = \frac{\mathcal{E}^2}{R+r}.$$

## BÀI 10: DÒNG ĐIỆN KHÔNG ĐỔI. NGUỒN ĐIỆN

$$1) I = \frac{\Delta q}{\Delta t}$$

$$2) I = \frac{q}{t}$$

$$3) I = \frac{q}{t} = \frac{n|e|}{t}$$

$$4) I = \frac{U}{R}$$

$$5) U = V_A - V_B = I.R$$

$$6) \mathcal{E} = \frac{A}{q}$$

$$7) I_{tb} = \frac{I_1 + I_2}{2}.$$

## BÀI 12: ĐIỆN NĂNG VÀ CÔNG SUẤT ĐIỆN ĐỊNH LUẬT JUN – LEN-XƠ

$$1) A = UIt$$

$$2) \mathcal{P} = UI$$

$$3) R = \frac{\rho l}{S}$$

$$4) Q = I^2 R t$$

$$5) \mathcal{P} = \frac{Q}{t} = RI^2$$

$$6) \mathcal{P} = \frac{U^2}{R}$$

$$7) P_{\text{song-song}} = n^2 \cdot P_{\text{n-tiếp}}$$

$$8) A_{ng} = q\mathcal{E} = \mathcal{E}It$$

$$9) P_{ng} = \frac{A_{ng}}{t} = \mathcal{E} I$$

$$10) Q = mc\Delta t = mc(t_2^0 - t_1^0)$$

$$11) \mathcal{P} = \frac{U^2}{R}$$

$$12) A = UI t = R.I^2 t = \frac{U^2}{R} . t$$

$$13) \mathcal{E}_p = \frac{A'}{q}$$

$$14) R=r \Rightarrow P_{Nmax} = \frac{\mathcal{E}^2}{4r}$$

----- Công suất mạch ngoài cực đại khi mạch ngoài gồm  $R_1$  mắc song song với biến trở  $R$ -----

$$+ R_b = r \Rightarrow \frac{1}{R_b} = \frac{1}{R} + \frac{1}{R_1} \Rightarrow R$$

$$+ P_{Nmax} = \frac{\mathcal{E}^2}{4r}$$

----- Công suất mạch ngoài cực đại khi mạch ngoài gồm điện trở  $R_1$  mắc nối tiếp với biến trở  $R$  : ( ta đưa  $R_1$  vào nguồn điện )-----

$$+ r' = R = R_1 + r$$

$$+ P_{Nmax} = \frac{\mathcal{E}^2}{4r'} = \frac{\mathcal{E}^2}{4(r + R_1)}$$

**Nhận xét :** Công suất cực đại không phụ thuộc vào giá trị  $R$  ; Tổng trở mạch ngoài (  $R$  ) = tổng trở mạch trong (  $r$  ).

----- Công suất mạch ngoài có giá trị như nhau khi thay đổi giá trị của biến trở  $R$  ở mạch ngoài ?-----

$$+ R_1.R_2 = r^2$$

----- Tính thời gian đun nước-----

$$+ t_{nối - tiếp} = t_1 + t_2$$

$$+ t_{song - song} = \frac{t_1 t_2}{t_1 + t_2} .$$

**BÀI 13: ĐỊNH LUẬT ÔM ĐỐI VỚI TOÀN MẠCH**

-----**Định luật Ôm toàn mạch : ( tính cường độ dòng điện trong mạch kín)**-----

$$+ I = \frac{\mathcal{E}}{R_N + r}$$

$$+ \mathcal{E} = I(R_N + r) = IR_N + Ir$$

$$+ U_N = \mathcal{E} - Ir \quad (\text{với } U_N = IR_N)$$

$$+ \frac{I_2}{I_1} = \frac{R_1 + r}{R_2 + r}$$

-----**Cường độ dòng điện khi có hiện tượng đoản mạch**-----

$$+ I_{\text{đoản mạch}} = \frac{\mathcal{E}}{r}$$

$$+ \text{Nếu } R = nr \text{ thì } I_{\text{đoản mạch}} = (n+1)I$$

-----**Hiệu suất của nguồn điện**-----

$$+ H = \frac{A_{\text{có ích}}}{A} = \frac{U_N It}{\mathcal{E} It} = \frac{U_N}{\mathcal{E}}$$

$$+ H = \frac{R_N}{R_N + r}$$

-----**Đoạn mạch chứa nguồn điện (nguồn phát điện)**-----

$$+ U_{AB} = \mathcal{E} - I(r + R)$$

$$+ I = \frac{\mathcal{E} - U_{AB}}{R_{AB}}$$

Trong đó :  $R_{AB} = (r + R)$  là điện trở tổng cộng của đoạn mạch AB.

**BÀI 14 : MẮC CÁC NGUỒN ĐIỆN THÀNH BỘ**

-----**Bộ nguồn mắc nối tiếp**-----

$$+ \mathcal{E}_b = \mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2 + \dots + \mathcal{E}_n$$

$$+ r_b = r_1 + r_2 + \dots + r_n$$

$$+ \mathcal{E}_b = n\mathcal{E}$$

$$+ r_b = n.r$$

Trong đó :

+ n : số nguồn điện giống nhau.

-----**Bộ nguồn song song là bộ nguồn gồm n nguồn điện giống nhau được ghép song song với nhau**-----

$$+ \mathcal{E}_b = \mathcal{E}$$

$$+ r_b = \frac{r}{n}$$

-----Bộ nguồn hỗn hợp đối xứng : là bộ nguồn gồm  $n$  dãy ghép song song với nhau, mỗi dãy gồm  $m$  nguồn điện giống nhau ghép nối tiếp-----

$$+ \mathcal{E}_b = m\mathcal{E}$$

$$+ r_b = \frac{mr}{n}$$

-----Mắc xung đối-----

$$+ \mathcal{E}_b = \mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2$$

$$+ r_b = r_1 + r_2$$

-----Phương pháp giải một số bài toán về toàn mạch, các công thức cần sử dụng----

$$+ I = \frac{\mathcal{E}}{R_N + r}; \quad \mathcal{E} = I(R_N + r);$$

$$+ U = IR_N = \mathcal{E} - Ir; \quad A_{ng} = \mathcal{E}It;$$

$$+ A = UI t; \quad \mathcal{P} = UI.$$

-----Bài toán liên quan đến tìm số nguồn và số dãy-----

Phương pháp :

Khi mắc hỗn hợp đối xứng , gọi  $m$  là số dãy,  $n$  là số nguồn mỗi dãy. Tổng số nguồn là  $N$ .

Ta có :  $N = mn$  ( $m, n \in \mathbb{N}^*$ ).

$$- \text{Công suất mạch ngoài : } P_N = N.P_d \quad (1).$$

$$- \text{Mặt khác, ta có : } P_N = U_N.I = (\mathcal{E} - Ir)r \quad (2).$$

$$- \text{Với } I = mI_d \quad (3).$$

Giải hệ (1); (2); (3) , suy ra kết quả.

## CHƯƠNG BA : DÒNG ĐIỆN TRONG CÁC MÔI TRƯỜNG

### BÀI 17: DÒNG ĐIỆN TRONG KIM LOẠI

-----Sự phụ thuộc của điện trở suất của kim loại theo nhiệt độ-----

$$+ \rho = \rho_0 [1 + \alpha(t - t_0)]$$

$$+ \rho_2 = \rho_1 [1 + \alpha(t_2 - t_1)]$$

Trong đó :

$$+ \rho_0 (\Omega.m) : \text{điện trở suất ở } t_0^\circ\text{C}.$$

$$+ \rho (\Omega.m) : \text{điện trở suất ở } t^\circ\text{C}.$$

$$+ \alpha (K^{-1}) : \text{hệ số nhiệt điện trở}.$$

-----Điện trở của kim loại phụ thuộc nhiệt độ-----

$$R_2 = R_1 [1 + \alpha(t_2 - t_1)]$$

Trong đó :

$$+ R_1; R_2 (\Omega) : \text{điện trở ở nhiệt độ } t_1; t_2.$$

+  $\alpha(K^{-1})$ : hệ số nhiệt điện trở.

## BÀI 18 : HIỆN TƯỢNG NHIỆT ĐIỆN HIỆN TƯỢNG SIÊU DẪN

-----Công thức của Suất điện động nhiệt điện-----

$$+ \mathcal{E} = \alpha_T (T_1 - T_2)$$

Trong đó

+  $\mathcal{E} (V)$ : suất điện động nhiệt điện.

+  $\alpha_T (V.K^{-1})$ : hệ số nhiệt điện động.

+  $T_1; T_2 (K)$ : nhiệt độ tuyệt đối.

## BÀI 19: DÒNG ĐIỆN TRONG CHẤT ĐIỆN PHÂN. ĐỊNH LUẬT FA-RA-ĐÂY

-----Định luật Fa-ra-đây thứ 1-----

$$+ m = kq = k.It$$

Trong đó

+  $m(kg)$ : khối lượng chất giải phóng.

+  $q (C)$ : điện lượng.

-----Định luật Fa-ra-đây thứ 2-----

$$+ k = \frac{1}{F} \cdot \frac{A}{n} ; (F = 96500 C/mol)$$

+  $k (kg/C)$ : đương lượng điện hóa.

-----Công thức Fa-ra-đây về điện phân-----

$$+ m = \frac{1}{F} \cdot \frac{A}{n} . It$$

Trong đó :

+  $m (g)$ : khối lượng chất giải phóng ở cực dương.

+  $F = 96500 (C/mol)$ : số Fa-ra-đây.

+  $A (g/mol)$ : khối lượng mol nguyên tử.

+  $n$ : hóa trị.

+  $I (A)$ : cường độ dòng điện chạy qua bình điện phân.

+  $t (s)$ : thời gian dòng điện chạy qua bình.

-----Liên hệ giữa khối lượng và khối lượng riêng-----

$$+ D = \rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = DV = D.S.d$$

-----Phương trình trạng thái khí lý tưởng-----

$$+ pV = \frac{m}{M} . R.T$$

Trong đó :



- + V (lít): thể tích.
- + p (atm): áp suất.
- + m(g): khối lượng chất giải phóng ở điện cực.
- + M (g/mol): khối lượng mol nguyên tử.
- + R = 0,082 : hằng số khí lý tưởng.
- + T(K) = t<sup>0</sup> + 273 : nhiệt độ tuyệt đối.

## BÀI 21- DÒNG ĐIỆN TRONG CHÂN KHÔNG

-----Cường độ dòng điện bão hòa-----

$$I_{bh} = n|e|$$

-----Mật độ dòng điện-----

$$j = \frac{I}{S} \Rightarrow I = j.S$$

Trong đó

- + j(A / m<sup>2</sup>): mật độ dòng điện.

## CHƯƠNG IV – TỪ TRƯỜNG

### BÀI 28- CẢM ỨNG TỪ- ĐỊNH LUẬT AM-PE

----- Cảm ứng từ-----

Độ lớn của cảm ứng từ :

$$+ B = \frac{F}{I.l.\sin\alpha}$$

$$+ F = B.I.l.\sin\alpha$$

Trong đó :

- + B (Tesla = T): độ lớn của cảm ứng từ.
- +  $\alpha$  : là góc hợp bởi dòng điện (đoạn dòng điện) và đường sức từ.
- + l (m): là chiều dài đoạn dòng điện.
- + I (A): cường độ dòng điện.
- + F (N): là lực từ.

-----Nguyên lý chồng chất từ trường-----

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \dots + \vec{B}_n$$

### BÀI 29- TỪ TRƯỜNG CỦA MỘT SỐ DÒNG ĐIỆN CÓ DẠNG ĐƠN GIẢN

-----Từ trường của dòng điện thẳng-----

$$B = 2.10^{-7} \frac{I}{r}$$

Trong đó, r (m) là khoảng cách từ điểm khảo sát đến dòng điện.

## -----Từ trường của dòng điện tròn-----

Cảm ứng từ ở tâm của dòng điện tròn :

$$B = 2\pi \cdot 10^{-7} \frac{N \cdot I}{R}$$

Trong đó :

- + N : số vòng dây của khung dây.
- + R (m): là bán kính của dòng điện.
- + I (A): là cường độ dòng điện trong một vòng dây.

## -----Từ trường của dòng điện trong ống dây-----

Nếu ống dây dài đặt trong không khí thì :

$$B = 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot nI$$

Trong đó :

- + n : là số vòng dây trên 1 mét chiều dài của ống.

$$+ n = \frac{N}{l} : \text{là số vòng dây trên } l(m) \text{ chiều dài của ống.}$$

- + N : Số vòng dây của ống dây.

- + l (m) : Chiều dài của ống dây.

+ Nếu dùng một sợi dây kim loại có đường kính d(m) , bên ngoài phủ một lớp sơn cách điện mỏng quấn quanh một hình trụ để tạo thành một ống dây có chiều dài l(m), (Các vòng dây được quấn sát nhau) thì số vòng dây trên một mét chiều dài :  $n = \frac{l}{d}$  .

+ Nếu ống dây có chiều dài L(m) và có đường kính d(m), và dây quấn có chiều dài l(m) thì số vòng dây quấn được tính theo công thức :  $N = \frac{l}{\pi d}$  , và mật độ vòng dây của ống là :

$$n = \frac{N}{L} \text{ hay } N = nL .$$

Hay từ trường của ống dây :  $B = 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot nI = 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot \frac{N}{L} \cdot I$

### BÀI 31- TƯƠNG TÁC GIỮA HAI DÒNG ĐIỆN THẲNG SONG SONG. ĐỊNH NGHĨA ĐƠN VỊ AM-PÊ.

## -----Tương tác giữa hai dòng điện thẳng song song-----

$$+ F = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \frac{I_1 \cdot I_2}{r}$$

Trong đó: r (m): là khoảng cách giữa hai dòng điện.

$$+ F = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \frac{I_1}{r} \cdot I_2 l$$

- + Nếu hai dòng điện cùng chiều thì F là lực hút

+ Nếu hai dòng điện ngược chiều thì  $F$  là lực đẩy.

## BÀI 32- LỰC LO – REN- XƠ

-----Lực Lo- ren- xơ-----

Độ lớn của lực Lo-ren-xơ tác dụng lên hạt chuyển động trong từ trường theo phương vuông góc với đường sức từ là :

$$+ f = |q|.v.B$$

$$+ f = |q|.v.B.\sin \alpha$$

Trong đó :

+  $\alpha = (\vec{v}, \vec{B})$ : là góc hợp bởi vectơ vận tốc và vectơ cảm ứng từ.

+  $q$  (C): điện tích của hạt chuyển động.

+  $v$  (m/s): vận tốc.

+  $B$  (T): độ lớn của cảm ứng từ.

-----Lực hướng tâm (lý 10)-----

$$+ F_{ht} = ma_{ht} = m \frac{v^2}{r}$$

$$+ F_{ht} = m\omega^2 r$$

-----Bán kính quỹ đạo tròn của một hạt chuyển động trong từ trường đều-----

$$+ R = \frac{mv}{|q|B}$$

## BÀI 33- KHUNG DÂY CÓ DÒNG ĐIỆN ĐẶT TRONG TỪ TRƯỜNG

- Momen ngẫu lực từ tác dụng lên khung dây có dòng điện :

Trong trường hợp các đường sức từ không nằm trong mặt phẳng khung dây thì momen ngẫu lực từ được tính bằng công thức :

$$+ M = I.B.S.\sin \theta$$

- Nếu các đường sức từ nằm trong mặt phẳng khung dây thì :

$$+ M = I.B.S$$

Trong đó :

+  $S$  (m<sup>2</sup>): là diện tích của mặt phẳng khung dây.

+  $\theta = (\vec{n}, \vec{B})$ : là góc hợp bởi vectơ cảm ứng từ  $\vec{B}$  và vectơ pháp tuyến  $\vec{n}$  với mặt phẳng khung dây.

## CHƯƠNG V – CẢM ỨNG ĐIỆN TỪ

## BÀI 38- HIỆN TƯỢNG CẢM ỨNG ĐIỆN TỪ- SUẤT ĐIỆN ĐỘNG CẢM ỨNG

### ----- Khái niệm từ thông-----

$$+ \Phi = B.S.\cos\alpha$$

$$+ \Phi = N.B.S.\cos\alpha$$

Trong đó :

+  $\Phi$  (Wb): Từ thông.

+ N: số vòng dây của khung dây.

+ B(T): độ lớn cảm ứng từ.

+ S (m<sup>2</sup>): diện tích của mặt phẳng khung dây.

+  $\alpha = (\vec{n}, \vec{B})$ : góc hợp bởi vectơ pháp tuyến và vectơ cảm ứng từ.

+ Đơn vị từ thông  $\Phi$  là vêbe (Wb): 1 Wb = 1 T.m<sup>2</sup>.

\* Các trường hợp riêng :

+ Khi  $\alpha = 0 \Rightarrow (\vec{B}, \vec{n}) = 0 \Rightarrow \vec{B} // \vec{n}$  ( hay từ trường  $\vec{B}$  vuông góc với mặt phẳng khung dây ).

$\Rightarrow \Phi_{\max} = BS$  : từ thông đạt cực đại.

+ Khi  $\alpha = 90^\circ \Rightarrow (\vec{B}, \vec{n}) = 90^\circ \Rightarrow \vec{B} \perp \vec{n}$  ( hay từ trường  $\vec{B}$  song song với mặt phẳng khung dây ).

$\Rightarrow \Phi = 0$

+ **Chú ý** : Nếu khung dây tròn có N vòng dây, thì từ trường B được tính theo công thức chương 4 là :  $B = 2\pi \cdot 10^{-7} \cdot \frac{NI}{R}$  (T) .

### -----Định luật Fa-ra-đây về cảm ứng điện từ-----

+ Suất điện động cảm ứng trung bình trong N vòng dây của khung dây là E (V) :

$$E = -N \cdot \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$$

+ Suất điện động cảm ứng tức thời trong N vòng dây của khung dây là :  $\mathcal{E}$  (V).

$$\mathcal{E} = -N \cdot \frac{d\Phi}{dt} .$$

### -----ĐỊNH LUẬT FA-RA-ĐÂY VỀ CẢM ỨNG ĐIỆN TỪ : -----

- Nếu trong khoảng thời gian  $\Delta t$  đủ nhỏ, từ thông qua mạch biến thiên một lượng  $\Delta\Phi$  thì

$\left| \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \right|$  là tốc độ biến thiên của từ thông. Vì vậy, theo các kết quả thực nghiệm ta có thể viết :

$$\mathcal{E} = - \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} (*) .$$

Dấu ( - ) biểu thị định luật Len-xơ.

Công thức (\*) biểu thị *định luật Fa-ra-đây về cảm ứng điện từ*.

- Trường hợp từ thông  $\Phi$  là hàm số theo thời gian thì suất điện động cảm ứng  $\mathcal{E}_C$  là :

$$\mathcal{E}_C = - \frac{d\Phi}{dt} , \text{ với } \frac{d\Phi}{dt} \text{ là đạo hàm của } \Phi \text{ theo thời gian } t .$$

- **Chú ý**:

+  $\Delta\Phi = \Phi_2 - \Phi_1$  (Wb) : Độ biến thiên từ thông.

+  $\Delta B = B_2 - B_1$  (T) : Độ biến thiên từ trường (cảm ứng từ).

+ Vì từ thông là  $\Phi = NBS.\cos\alpha$  nên ta có,  $\mathcal{E}_C = - \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = - \frac{\Delta(NBS.\cos\alpha)}{\Delta t} = - \frac{N.S.\cos\alpha.\Delta B}{\Delta t}$

(V) : Công thức tính giá trị của suất điện động cảm ứng trong khung có N vòng dây.

+  $\frac{\Delta B}{\Delta t} \left[ \frac{T}{s} \right]$  : là tốc độ biến thiên của từ trường.

### BÀI 39- SUẤT ĐIỆN ĐỘNG CẢM ỨNG TRONG MỘT ĐOẠN DÂY DẪN CHUYỂN ĐỘNG.

-----**Biểu thức của suất điện động cảm ứng**-----

Người ta đã chứng minh rằng nếu  $\vec{v}$  và  $\vec{B}$  cùng vuông góc với đoạn dây, đồng thời  $\vec{v}$  hợp với  $\vec{B}$  một góc  $\theta$  thì độ lớn của suất điện động trong đoạn dây là :

+  $\mathcal{E} = Blv.\sin\theta$  (V).

+  $l$  (m) : Chiều dài của đoạn dây chuyển động.

+  $v$  (m/s) : Vận tốc chuyển động.

+  $\theta = (\vec{v}, \vec{B})$  .

- Nếu đoạn dây dẫn chuyển động trong từ trường được coi như một nguồn điện thì lực Lorent-xơ tác dụng lên các êlectrôn tạo thành dòng điện đóng vai trò lực lạ.

### BÀI 41- HIỆN TƯỢNG TỰ CẢM

-----**Suất điện động tự cảm**-----

+  $\Phi = LI$  (1).

- Biểu thức tính hệ số tự cảm của một ống dây dài đặt trong không khí là :

+  $L = 4\pi.10^{-7}.n^2.V = 4\pi.10^{-7}.N^2.\frac{S}{L}$  . ... (2).

+  $n$  : Số vòng dây trên một đơn vị chiều dài của ống.

+ Nếu ống dây được quấn thành N vòng thì  $n = \frac{N}{L}$  , với  $L$  (m) là chiều dài của ống ( xem chương 4).

+  $V$  : Thể tích của ống dây. Ta có :

+  $V = S.h = \pi R^2.h$  .

- Tổng quát , biểu thức hệ số tự cảm của ống dây dài :

$L = 4\pi.10^{-7}.\frac{N^2}{L}.S$  (H).

+ Độ tự cảm của ống dây có lõi sắt :  $L = \mu.4\pi.10^{-7}.\frac{N^2}{L}.S$  (H).

+  $\mu$  : Độ từ thẩm , đặc trưng cho từ tính của lõi sắt.

+ Nếu trong ống dây có lõi sắt có độ từ thẩm  $\mu$  thì từ trường của ống được tính là :

+  $B = 4\pi.10^{-7}.\mu.\frac{N}{l}.I \Rightarrow L = 4\pi.10^{-7}.\mu.\frac{N^2}{l}.S$

-----Suất điện động tự cảm : ( $\mathcal{E}_{tc}$ )-----

$$\Delta\Phi = L\Delta I$$

- Từ đó ta suy ra công thức xác định suất điện động tự cảm như sau :

$$\mathcal{E}_{tc} = -L \frac{\Delta I}{\Delta t} \quad (V)$$

+  $\Delta I = I_2 - I_1$  (A) : Độ biến thiên dòng điện.

+  $\Delta\Phi = \Phi_2 - \Phi_1$  (Wb) : Độ biến thiên từ thông.

+  $\frac{\Delta I}{\Delta t}$  (A/s) : Tốc độ biến thiên dòng.

- Trường hợp cường độ dòng điện (i) là hàm số theo thời gian thì suất điện động tự cảm  $\mathcal{E}_{tc}$  là :

$$\mathcal{E}_{tc} = -L \frac{di}{dt}, \text{ với } \frac{di}{dt}; \text{ là đạo hàm của dòng điện (i) theo thời gian.}$$

+ **Chú ý** : khi tính độ lớn của suất điện động cảm ứng ta lấy trị tuyệt đối của nó , thật vậy ;

$$\mathcal{E} = L \cdot \left| \frac{\Delta i}{\Delta t} \right| = \left| \frac{i_2 - i_1}{t_2 - t_1} \right|$$

## BÀI 42- NĂNG LƯỢNG TỪ TRƯỜNG

----- Năng lượng của ống dây có dòng điện-----

$$W = \frac{1}{2} LI^2 \quad (J).$$

----- Năng lượng từ trường-----

$$W = \frac{1}{8\pi} \cdot 10^7 \cdot B^2 V \quad (J).$$

----- Từ trường trong ống dây là từ trường đều nên nếu gọi w là mật độ năng lượng từ trường thì có thể viết  $W = w \cdot V$ . Do đó, ta tìm được :

$$w = \frac{1}{8\pi} \cdot 10^7 \cdot B^2 \quad (J/m^3).$$

----- Cường độ dòng điện I có thể được tính theo công thức-----

$$I = \frac{\mathcal{E}_C}{R}.$$

+  $\mathcal{E}_C$  (V) : Suất điện động cảm ứng.

+  $R(\Omega)$  : Điện trở của khung dây hay gì đó,..

+ Do đó, nếu đoạn dây dẫn chuyển động thì :  $I = \frac{Bvl}{R}.$

----- Điện lượng di chuyển trong khung dây-----

$$q = I \cdot \Delta t.$$

-----Hiệu điện thế giữa hai bản tụ điện bằng suất điện động :  $U = \mathcal{E}_C$  nên điện tích của tụ điện là-----

$$q = C \cdot \mathcal{E}_C.$$

\* Xem lại các công thức cũng như cách tính cường độ dòng điện  $I$  của chương dòng điện không đổi.

----- Trong ống dây, nếu nguồn điện cung cấp cho ống dây một năng lượng (A) để cường độ dòng điện tăng từ giá trị  $I_1$  đến  $I_2$  thì ta có-----

$$A = W - W_0 = \frac{1}{2} L (i^2 - i_0^2) \text{ (J)}.$$

## SÁCH CÔNG THỨC PHẦN ĐIỆN 12

### NHỚ QUI ƯỚC CÁC VIẾT CÁC ĐẠI LƯỢNG

	Giá trị tức thời	Giá trị hiệu dụng	Giá trị cực đại
Suất điện động	$e$	$E$	$E_0$
Cường độ dòng điện	$i$	$I$	$I_0$
Hiệu điện thế (điện áp)	$u$	$U$	$U_0$
Từ thông	$\Phi$		$\Phi_0$

## CHƯƠNG BA – DAO ĐỘNG ĐIỆN TỪ LC

----- Phương trình điện tích-----

$$q = Q_0 \cos(\omega t + \varphi)(C)$$

+ Phương trình vi phân cấp 2 của điện tích có dạng :

$$q'' + \omega^2 q = 0.$$

Với  $\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$  ;  $\omega$  là tần số góc của dao động

----- Phương trình dòng điện-----

$$\rightarrow i = q'$$

$$+ i = -Q_0 \omega \sin(\omega t + \varphi)(A) = -I_0 \sin(\omega t + \varphi)(A)$$

$$+ i = \frac{dq}{dt} = I_0 \cos\left(\omega t + \varphi + \frac{\pi}{2}\right)$$

+  $I_0 = q_0 \omega$  (A) : cường độ dòng điện cực đại.

+ Điện tích  $q$  của một bản tụ điện và cường độ dòng điện  $i$  trong mạch dao động biến thiên điều hoà theo thời gian ;  $i$  sớm pha  $\frac{\pi}{2}$  so với  $q$ .

----- Chu kì và tần số dao động riêng của mạch dao động-----

$$+ \text{Chu kì riêng : } T = 2\pi\sqrt{LC} \text{ hay } T = 2\pi \frac{Q_0}{I_0} (s).$$

$$+ \text{Tần số riêng : } f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \text{ hay } f = \frac{1}{2\pi} \frac{I_0}{Q_0} (\text{Hz}).$$

$$+ \text{Tần số góc riêng : } \omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} \rightarrow \omega^2 = \frac{1}{LC} \text{ hay } \omega = \frac{I_0}{Q_0} (\text{rad/s}).$$

-----**Công thức độc lập dạng 1 (hay liên hệ giữa i và q)**-----

$$+ \text{Dòng điện } i \text{ sớm pha điện tích } q \text{ một góc } \frac{\pi}{2}$$

$$+ \frac{q^2}{Q_0^2} + \frac{i^2}{I_0^2} = 1 \Rightarrow Q_0^2 = q^2 + \frac{i^2}{\omega^2}$$

$$+ i^2 = \omega^2 (Q_0^2 - q^2)$$

-----**Hiệu điện thế trong mạch dao động**-----

$$+ u = U_0 \cos(\omega t + \varphi)$$

$$+ \begin{cases} q = Cu \rightarrow u = \frac{q}{C} \\ Q_0 = CU_0 \rightarrow U_0 = \frac{Q_0}{C} \end{cases}$$

-----**Công thức độc lập dạng 2 (hay liên hệ giữa u và i)**-----

$$i \perp q \text{ và } u \text{ cùng pha với } q \rightarrow u \perp i$$

$$\rightarrow \frac{u^2}{U_0^2} + \frac{i^2}{I_0^2} = 1$$

$$+ U_0^2 = u^2 + \frac{L}{C} i^2$$

$$+ I_0^2 = i^2 + \frac{C}{L} u^2.$$

-----**Công thức liên quan đến năng lượng trong mạch dao động**-----

- Năng lượng điện trường ( $W_C$ ):

$$w_c = \frac{1}{2} Cu^2 = \frac{1}{2} CU_0^2 \cos^2(\omega t + \varphi) (J)$$

$$\rightarrow w_c = \frac{1}{2} \frac{Q_0^2}{C} \cos^2(\omega t + \varphi) (J) \quad (1)$$

- Năng lượng từ trường ( $W_L$ ):

$$w_L = \frac{1}{2} Li^2 = \frac{1}{2} LI_0^2 \sin^2(\omega t + \varphi) (J)$$

$$\rightarrow w_L = \frac{1}{2} \frac{Q_0^2}{C} \sin^2(\omega t + \varphi) (J) \quad (2)$$

- Năng lượng điện từ trong mạch dao động

$$w = w_c + w_L$$

- Năng lượng của mạch dao động = Năng lượng điện trường cực đại = Năng lượng từ trường cực đại

$$\rightarrow w = \frac{1}{2} \frac{Q_0^2}{C} = \frac{1}{2} CU_0^2 = \frac{1}{2} LI_0^2$$



+ Năng lượng điện trường và năng lượng từ trường trong mạch dao động biến thiên với tần số, chu kì và tần số góc lần lượt :  $f' = 2f; T' = \frac{T}{2}; \omega' = 2\omega$

+ Nếu năng lượng điện trường bằng n lần năng lượng từ trường ( $W_C = nW_L$ ) thì  $W_C, W_L$  và  $W$  phân bố tỉ lệ thuận với n, hay ta có :

$$\frac{W_C}{n} = \frac{W_L}{1} = \frac{W}{n+1}$$

**----- Định luật bảo toàn năng lượng trong mạch dao động -----**

$$W = W_C + W_L$$

$$+ \frac{1}{2} \frac{Q_0^2}{C} = \frac{1}{2} C u^2 + \frac{1}{2} L i^2$$

$$+ \frac{1}{2} C U_0^2 = \frac{1}{2} C u^2 + \frac{1}{2} L i^2$$

$$+ \frac{1}{2} L I_0^2 = \frac{1}{2} C u^2 + \frac{1}{2} L i^2$$

**----- Công thức liên hệ giữa (i và  $I_0$ ) hoặc (u và  $U_0$ ) hoặc (q và  $Q_0$ ) -----**

$$+ \text{Nếu } i = x I_0 \Rightarrow \begin{cases} |q| = \sqrt{1-x^2} Q_0 \\ |u| = \sqrt{1-x^2} U_0 \end{cases}$$

$$+ \text{Nếu } \begin{cases} q = y \cdot Q_0 \\ u = y \cdot U_0 \end{cases} \Rightarrow |i| = \sqrt{1-y^2} I_0 .$$

**----- Công thức liên quan đến các giá trị tức thời u, q, i -----**

$$+ \text{Vì q và (i) vuông pha nhau nên ta có : } \left(\frac{q}{Q_0}\right)^2 + \left(\frac{i}{I_0}\right)^2 = 1 \Leftrightarrow \left(\frac{q}{Q_0}\right)^2 + \left(\frac{i}{Q_0 \omega}\right)^2 = 1$$

$$+ \text{Vì (u) và (i) vuông pha nên ta có : } \left(\frac{u}{U_0}\right)^2 + \left(\frac{i}{I_0}\right)^2 = 1 \Leftrightarrow \left(\frac{u}{U_0}\right)^2 + \left(\frac{i}{C U_0 \omega}\right)^2 = 1$$

$$+ \text{Hai thời điểm cùng pha : } t_2 - t_1 = nT \text{ thì } u_2 = u_1 \text{ và } i_2 = i_1.$$

$$+ \text{Hai thời điểm ngược pha : } t_2 - t_1 = (2n+1)\frac{T}{2} \text{ thì } \Rightarrow \begin{cases} u_2 = -u_1 \\ q_2 = -q_1 \\ i_2 = -i_1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \left(\frac{q_1}{Q_0}\right)^2 + \left(\frac{i_2}{\omega Q_0}\right)^2 = 1 \Rightarrow Q_0 = \sqrt{q_1^2 + \left(\frac{i_2}{\omega}\right)^2} \\ \left(\frac{q_2}{Q_0}\right)^2 + \left(\frac{i_1}{\omega Q_0}\right)^2 = 1 \Rightarrow Q_0 = \sqrt{q_2^2 + \left(\frac{i_1}{\omega}\right)^2} \end{cases}$$

$$+ \text{Hai thời điểm vuông pha : } t_2 - t_1 = (2n+1)\frac{T}{4} \text{ thì}$$

$$\begin{cases} u_1^2 + u_2^2 = U_0^2 \\ q_1^2 + q_2^2 = Q_0^2 \\ i_1^2 + i_2^2 = I_0^2 \\ |i_2| = |\omega q_1| \\ |i_1| = |\omega q_2| \end{cases}$$

$$+ \text{ Nếu } n \text{ chẵn thì } \begin{cases} i_2 = -\omega q_1 \\ i_1 = \omega q_2 \end{cases}$$

$$+ \text{ Nếu } n \text{ lẻ thì } \begin{cases} i_2 = \omega q_1 \\ i_1 = -\omega q_2 \end{cases}$$

### ----- Công thức liên quan giữa mạch dao động và dòng điện xoay chiều-----

+ Đặt điện áp xoay chiều  $u = U_0 \cos \omega t$  lần lượt vào hai đầu đoạn mạch chỉ chứa L, chỉ chứa

$$C \text{ thì biên độ dòng điện lần lượt là } \begin{cases} I_{01} = \frac{U_0}{Z_L} = \frac{U_0}{L\omega} \\ I_{02} = \frac{U_0}{Z_C} = \omega C U_0 \end{cases} \Rightarrow I_{01} \cdot I_{02} = \frac{C}{L} U_0^2 \quad (*).$$

$$+ \text{ Nếu mắc LC thành mạch dao động thì } I_0 = \frac{U_0}{U_0} \sqrt{I_{01} \cdot I_{02}} \quad (**).$$

### ----- Các loại Thời gian trong mạch dao động-----

+ Khoảng thời gian ngắn nhất từ lúc năng lượng điện trường cực đại (

$i = 0; u = \pm U_0; q = \pm Q_0$ ) đến lúc năng lượng từ trường cực đại ( $i = I_0; u = 0; q = 0$ ) là  $\Delta t = \frac{T}{4}$ .

+ Khoảng thời gian giữa hai lần liên tiếp mà năng lượng điện trường bằng năng lượng từ trường ( $W_C = W_L$ ) là  $\Delta t = \frac{T}{4}$ , hay tổng quát, thời gian ngắn nhất để n lần liên tiếp năng lượng điện trường bằng năng lượng từ trường là :

$$\Delta t = k \frac{T}{8} \quad (k = 0, 1, 2, 3, \dots)$$

+ Khoảng thời gian giữa hai lần liên tiếp để các đại lượng (q), (u), (i), (E), (B),  $W_L$ ,  $W_C$  bằng “0” hoặc có độ lớn cực đại là  $\frac{T}{2}$ , hay tổng quát, khoảng thời gian để n lần liên tiếp để các đại lượng (q), (u), (i), (E), (B),  $W_L$ ,  $W_C$  bằng “0” hoặc có độ lớn cực đại là

$$\Delta t = (n - 1) \frac{T}{2} \quad (n = 2, 3, 4, 5, \dots) \quad (n > 1)$$

### ----- Công thức về nạp năng lượng cho mạch dao động hoạt động-----

– Nạp năng lượng cho tụ điện C :

Ban đầu dùng một nguồn điện một chiều có suất điện động  $E$  nối vào hai bản tụ điện, thì điện áp cực đại trên tụ điện bằng với suất điện động một chiều, ta có:  $U_0 = E$ . Sau đó nối hai bản tụ và cuộn dây  $L$  để thành mạch dao động thì:  $W = \frac{1}{2} \frac{Q_0^2}{C} = \frac{1}{2} CU_0^2 = \frac{1}{2} LI_0^2$

+ Chú ý: Nếu lúc đầu dùng nguồn điện một chiều có suất điện động  $E$  và điện trở trong  $r$  cho dòng điện chạy qua điện trở thuần  $R$  thì cường độ dòng điện trong mạch kín lúc này là:  $I = \frac{\mathcal{E}}{R+r}$ . Sau đó, dùng nguồn điện này để cung cấp năng lượng cho mạch LC bằng cách nạp

điện cho tụ điện thì  $U_0 = E$  và  $I_0 = \omega Q_0 = \omega CU_0 = \omega C \mathcal{E}$ . Suy ra, ta có:  $\boxed{\frac{I_0}{I} = \omega C(R+r)}$

**- Nạp năng lượng cho cuộn cảm L:**

Lúc đầu khóa K đóng, trong mạch có dòng một chiều ổn định  $I_0 = \frac{\mathcal{E}}{r}$ . Sau đó, khóa K mở thì  $I_0$  chính là biên độ của dòng điện trong mạch dao động LC. Mạch hoạt động với năng lượng  $W = \frac{1}{2} \frac{Q_0^2}{C} = \frac{1}{2} CU_0^2 = \frac{1}{2} LI_0^2$ .

+ Chú ý: khi nạp năng lượng cho cuộn cảm, từ công thức:  $W = \frac{1}{2} \frac{Q_0^2}{C} = \frac{1}{2} CU_0^2 = \frac{1}{2} L \left( \frac{\mathcal{E}}{r} \right)^2$

suy ra là  $\boxed{\frac{L}{C} = r^2 \left( \frac{U_0}{\mathcal{E}} \right)^2}$

**----- Công thức tính điện lượng q -----**

+ Theo định nghĩa cường độ dòng điện là đạo hàm cấp 1 của điện tích theo thời gian, ta có:  $i = \frac{dq}{dt} \Rightarrow dq = i \cdot dt$ .

+ Điện lượng chuyển qua tiết diện thẳng của dây dẫn tính từ thời điểm  $t_1$  đến  $t_2$  là  $\boxed{Q = \int_{t_1}^{t_2} i dt}$ .

Suy ra:  $\begin{cases} i = I_0 \sin(\omega t + \varphi) \Rightarrow Q = \frac{-I_0}{\omega} \cos(\omega t + \varphi) \Big|_{t_1}^{t_2} \\ i = I_0 \cos(\omega t + \varphi) \Rightarrow Q = \frac{I_0}{\omega} \sin(\omega t + \varphi) \Big|_{t_1}^{t_2} \end{cases}$

+ Để tính điện lượng chuyển qua tiết diện thẳng của dây dẫn trong thời gian  $\Delta t$  kể từ lúc dòng điện bằng 0, viết lại biểu thức dòng điện dưới dạng  $i = I_0 \sin(\omega t)$  và tính tích phân.

**----- Công thức liên quan đến Tụ điện ghép và năng lượng -----**

$\begin{cases} C_1 // C_2 \rightarrow u_1 = u_2 = u \rightarrow \frac{q_1}{C_1} = \frac{q_2}{C_2} = \frac{q}{C} \\ C_1 \text{ nt } C_2 \rightarrow q_1 = q_2 = q \rightarrow C_1 u_1 = C_2 u_2 = Cu \\ \Rightarrow \begin{cases} W_{C_1} = \frac{q_1^2}{2C_1} = \frac{1}{2} C_1 u_1^2 \\ W_{C_2} = \frac{q_2^2}{2C_2} = \frac{1}{2} C_2 u_2^2 \end{cases} \end{cases}$

Do đó, ta có :  $W = W_{C_1} + W_{C_1} + \frac{1}{2} Li^2 = W'_{C_1} + W'_{C_1} + \frac{1}{2} Li'^2$

$$\Rightarrow W = W_C + \frac{1}{2} Li^2 = W'_C + \frac{1}{2} Li'^2$$

----- Công thức liên quan đến đóng, mở khóa K làm mất tụ : (cháy tụ, tụ bị đánh thủng)-----

### GIẢ SỬ $C_1$ BỊ THỬNG

Năng lượng của mạch còn lại là :  $W' = W - W_{\text{mat}} = W - W_{C_1}$

+ Nếu  $C_1 = C_2$  thì mọi thời điểm năng lượng điện trường  $W_C$  chia đều cho hai tụ nên :

$$W_{C_1} = W_{C_2} = \frac{W_C}{2}$$

+ Nếu hai tụ  $C_1$  và  $C_2$  ghép song song thì năng lượng điện trường phân bố tỉ lệ thuận với điện

dung C . ta có :  $\frac{W_{C_1}}{C_1} = \frac{W_{C_2}}{C_2} = \frac{W_C}{C_1+C_2}$  (\*)  $\Rightarrow \begin{cases} W_{C_1} = \frac{C_1 \cdot W_C}{C_1+C_2} \\ W_{C_2} = \frac{C_2 \cdot W_C}{C_1+C_2} \end{cases}$

+ Nếu hai tụ  $C_1$  và  $C_2$  ghép nối tiếp thì năng lượng điện trường phân bố tỉ lệ ngược với điện

dung C . ta có :  $\frac{W_{C_1}}{C_2} = \frac{W_{C_2}}{C_1} = \frac{W_C}{C_1+C_2}$   $\Rightarrow \begin{cases} W_{C_1} = \frac{C_2 \cdot W_C}{C_1+C_2} \\ W_{C_2} = \frac{C_1 \cdot W_C}{C_1+C_2} \end{cases}$

## SÓNG ĐIỆN TỪ

----- Sóng vô tuyến : sóng cực ngắn, sóng ngắn, sóng trung và sóng dài-----

Sóng dài	> 1000 m.
Sóng trung	100 – 1000 m
Sóng ngắn	10 – 100 m
Sóng cực ngắn	1 – 10 m

----- Bước sóng của sóng điện từ-----

- Trong chân không :

$$\lambda = cT = \frac{c}{f} \quad (\text{với } c = 3.10^8 \text{ m/s}).$$

$$+ \lambda = 2\pi \cdot c \cdot \sqrt{LC}$$

$$+ \lambda = 2\pi \cdot c \cdot \frac{q_0}{I_0}$$

$$+ \text{Trong môi trường vật chất có chiết suất } n : \lambda_n = \frac{v}{f} = vT = \frac{\lambda}{n} ; \text{ với } n = \frac{c}{v}.$$

## CHƯƠNG BỐN – ĐIỆN XOAY CHIỀU

----- Biểu thức dòng điện-----

$$i = I_0 \cos(\omega t + \varphi)$$

$$+ I = \frac{I_0}{\sqrt{2}}$$

### ----- Biểu thức của từ thông -----

$$+ \Phi = NBS \cos \alpha = NBS \cos \omega t$$

$$+ \text{Từ thông cực đại : } \Phi_0 = NBS$$

+ Nếu lúc đầu  $\vec{n}$  cùng hướng với  $\vec{B}$  thì  $\alpha = 0$  ( Mặt khung dây vuông góc với  $\vec{B}$  ).

+ Nếu lúc đầu  $\vec{n}$  ngược hướng với  $\vec{B}$  thì  $\alpha = \pi$  ( Mặt khung dây vuông góc với  $\vec{B}$  ).

+ Nếu lúc đầu  $\vec{n}$  vuông góc với  $\vec{B}$  thì  $\alpha = \pm \frac{\pi}{2}$  ( Mặt khung dây song song với  $\vec{B}$  ).

$$+ \text{Chu kì và tần số của khung : } T = \frac{2\pi}{\omega}; f = \frac{1}{T}$$

### ----- Biểu thức của suất điện động -----

$$+ e = \frac{-\Delta\Phi}{\Delta t} = -\Phi' = \omega NBS \cdot \sin \omega t = E_0 \cos(\omega t - \frac{\pi}{2})$$

$$+ e = E_0 \cos(\omega t + \varphi_0)$$

$$+ \text{Công thức độc lập : } \frac{e^2}{E_0^2} + \frac{\phi^2}{\phi_0^2} = 1$$

$$+ E_0 = \Phi_0 \cdot \omega = NBS \cdot \omega = E\sqrt{2} : \text{suất điện động cực đại.}$$

### ----- Các giá trị hiệu dụng -----

+ Cường độ dòng điện hiệu dụng :

$$I = \frac{I_0}{\sqrt{2}} \text{ (A).}$$

+ Hiệu điện thế hiệu dụng:

$$U = \frac{U_0}{\sqrt{2}} \text{ (V).}$$

+ Suất điện động hiệu dụng:

$$E = \frac{E_0}{\sqrt{2}} \text{ (V).}$$

### ----- Nhiệt lượng tỏa ra trên điện trở thuần R -----

$$Q = I^2 \cdot R \cdot t = \left( \frac{I_0}{\sqrt{2}} \right)^2 \cdot R \cdot t$$

## CÁC MẠCH ĐIỆN XOAY CHIỀU

### ----- MẠCH ĐIỆN XOAY CHIỀU CHỈ CÓ ĐIỆN TRỞ -----

$$+ i = \frac{u}{R} = \frac{U}{R} \sqrt{2} \cos \omega t$$

$$+ I = \frac{U}{R}$$

$$+ i = I\sqrt{2} \cos \omega t$$

----- **MẠCH ĐIỆN XOAY CHIỀU CHỈ CÓ TỤ ĐIỆN** -----

$$+ u = U_0 \cos \omega t = U\sqrt{2} \cos \omega t$$

$$+ i = I\sqrt{2} \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$+ Z_C = \frac{1}{C\omega} : \text{Dung kháng.}$$

$$+ I = \frac{U}{Z_C}$$

+ Trong mạch chỉ chứa tụ điện, cường độ dòng điện qua tụ điện sớm pha  $\frac{\pi}{2}$  so với điện áp hai đầu tụ điện (hoặc điện áp ở hai đầu tụ điện trễ pha  $\frac{\pi}{2}$  so với cường độ dòng điện).

+  $\tan \varphi = -\infty \Rightarrow \varphi = -\frac{\pi}{2} \Rightarrow u$  trễ pha hơn (i) một góc  $\frac{\pi}{2}$  hay (u) và (i) vuông pha hay (i) sớm pha hơn (u) một góc  $\frac{\pi}{2}$ .

----- **Hệ thức độc lập** -----

$$+ u_C \perp i \Rightarrow \frac{u_C^2}{U_{0C}^2} + \frac{i^2}{I_o^2} = 1$$

$$+ U_0^2 = u^2 + i^2 \cdot Z_C^2$$

$$+ I_o^2 = i^2 + \frac{u^2}{Z_C^2}$$

----- **MẠCH ĐIỆN XOAY CHIỀU CHỈ CÓ CUỘN CẢM THUẦN** -----

$$+ i = I\sqrt{2} \cos(\omega t)$$

$$+ u = \omega LI\sqrt{2} \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$+ I = \frac{U}{L\omega} \text{ hay } I = \frac{U}{Z_L}$$

$$+ Z_L = L\omega : \text{cảm kháng.}$$

+  $\tan \varphi = +\infty \Rightarrow \varphi = +\frac{\pi}{2} \Rightarrow u$  sớm pha cường độ dòng điện  $i$  một góc  $\frac{\pi}{2}$  hay (u) và (i) vuông pha hay (i) trễ pha hơn (u) một góc  $\frac{\pi}{2}$ .

----- **Hệ thức độc lập** -----

$$+ u_L \perp i \Rightarrow \frac{u_L^2}{U_{0L}^2} + \frac{i^2}{I_o^2} = 1$$

$$+ U_0^2 = u^2 + i^2 \cdot Z_L^2$$

$$+ I_o^2 = i^2 + \frac{u^2}{Z_L^2}$$

**MẠCH CÓ R, L, C MẮC NỐI TIẾP****----- Định luật về điện áp tức thời-----**

$$+ u = u_R + u_L + u_C$$

$$+ \vec{U} = \vec{U}_R + \vec{U}_L + \vec{U}_C$$

$$+ \begin{cases} U_R = RI \\ U_L = Z_L I \\ U_C = Z_C I \end{cases} \quad \text{và} \quad \begin{cases} \vec{U}_R \parallel \vec{I} \\ \vec{U}_L \perp \vec{I} \\ \vec{U}_C \perp \vec{I} \end{cases}$$

**----- Định luật Ôm trong mạch điện xoay chiều-----**

$$+ I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \frac{U}{Z}$$

$$+ Z = \sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2} : \text{tổng trở.}$$

$$+ Z = \sqrt{R^2 + Z_L^2} \quad (\Omega)$$

$$+ Z = \sqrt{R^2 + Z_C^2} \quad (\Omega)$$

$$+ Z = |Z_L - Z_C| \quad (\Omega)$$

$$+ I = \frac{U}{Z} ; I_0 = \frac{U_0}{Z} ; U = IZ ; U_0 = I_0 Z ;$$

$$+ I = \frac{U_R}{R} ; I = \frac{U_L}{Z_L} ; I = \frac{U_C}{Z_C}$$

$$+ I = \frac{U_{RL}}{Z_{RL}} ; I = \frac{U_{RC}}{Z_{RC}} ; I = \frac{U_{LC}}{Z_{LC}} .$$

$$+ I_0 = \frac{U_{0R}}{R} ; I_0 = \frac{U_{0L}}{Z_L} ; I_0 = \frac{U_{0C}}{Z_C} ;$$

$$+ I_0 = \frac{U_{0RL}}{Z_{RL}} ; I_0 = \frac{U_{0RC}}{Z_{RC}} ; I_0 = \frac{U_{0LC}}{Z_{LC}} ;$$

**----- Các điện áp hiệu dụng-----**

$$+ U_R = IR ; U_L = IZ_L ; U_C = IZ_C ;$$

$$+ U^2 = U_R^2 + U_L^2 ; U^2 = U_R^2 + U_C^2 ; U = |U_L - U_C|$$

$$+ U^2 = U_R^2 + (U_L - U_C)^2 \quad \text{và} \quad U_0^2 = U_{0R}^2 + (U_{0L} - U_{0C})^2 .$$

$$+ U_{0R} = I_0 R ; U_{0L} = I_0 Z_L ; U_{0C} = I_0 Z_C .$$

$$+ U_0^2 = U_{0R}^2 + U_{0L}^2 ; U_0^2 = U_{0R}^2 + U_{0C}^2 ; U_0 = |U_{0L} - U_{0C}| .$$

**----- Công thức về độ lệch pha giữa u và i-----**

$$+ \varphi_{u/i} = \varphi_u - \varphi_i$$

$$+ \tan \varphi = \frac{U_L - U_C}{U_R} = \frac{Z_L - Z_C}{R}$$

$$+ \tan \varphi = \frac{Z_L - Z_C}{R + r}$$

$$+ \tan \varphi_{RL} = \frac{Z_L}{R}$$

$$+ \tan \varphi_{RC} = -\frac{Z_C}{R}$$

+ Nếu  $Z_L > Z_C$  thì  $\varphi > 0$  : Điện áp  $u$  sớm pha so với dòng điện  $i$  một góc  $\varphi$ .

+ Nếu  $Z_L < Z_C$  thì  $\varphi < 0$  : Điện áp  $u$  trễ pha so với dòng điện  $i$  một góc  $\varphi$ .

+ Mạch RL  $\Rightarrow u_{RL}$  luôn sớm pha hơn  $i$  một góc  $\varphi \neq \frac{\pi}{2}$

+ Mạch RC  $\Rightarrow u_{RC}$  luôn trễ pha hơn  $i$  một góc  $\varphi \neq \frac{\pi}{2}$ .

### ----- Công thức liên quan đến cộng hưởng điện -----

+ Nếu  $Z_L = Z_C$  thì  $\tan \varphi = 0 \Rightarrow \varphi = 0$ .

+ Dòng điện  $i$  cùng pha với điện áp  $u$ .

+  $u$  cùng pha với  $u_R$ .

+  $u_L$  vuông pha với  $u$ .

+  $u_C$  vuông pha với  $u$ .

+  $Z = R$ .

$$+ I = I_{\max} = \frac{U}{R} \Rightarrow L\omega = \frac{1}{C\omega} \Rightarrow \omega^2 = \frac{1}{LC}$$

$$+ T = 2\pi\sqrt{LC} ; \omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} ; f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}.$$

$$+ Z_L = Z_C \Rightarrow L\omega = \frac{1}{C\omega} \Rightarrow \omega^2.LC = 1$$

+  $\cos \varphi = 1$  , ( hệ số công suất lớn nhất ) , mạch xảy ra cộng hưởng điện.

$$+ Z_L = Z_C \Rightarrow \omega_0^2 = \frac{1}{LC}$$

$$+ U_R = U$$

$$+ U_L = U_C$$

$$+ \tan \varphi = 0 \Rightarrow \varphi = 0$$

$$+ \cos \varphi = 1$$

+  $\Rightarrow \varphi = 0$  , hiệu điện thế ( $u$ ) và cường độ dòng điện ( $i$ ) cùng pha.

+  $u_R$  cùng pha với ( $u$ ).

$$+ u_L + u_C = 0 .$$

$$+ I_{\max} = \frac{U}{R}$$

$$+ P_{\max} = \frac{U^2}{R}$$

$$+ U_{R\max} = I_{\max} . R = U$$

$$+ U_{L\max} = \frac{U}{R} . Z_L$$

$$+ U_{C\max} = \frac{U}{R} . Z_C$$



-----Mạch RLC mắc nối tiếp có độ tự cảm  $L$  của cuộn dây thay đổi được , thay đổi  $L$  để điện áp hiệu dụng  $U_{R\max}$  ;  $U_{C\max}$  ,  $I_{\max}$  ;  $P_{\max}$  ;  $(\cos\varphi)_{\max}$  -----

$$+ \text{ Cộng hưởng : } Z_L = Z_C$$

$$+ U_{R\max} = U$$

$$+ U_{C\max} = \frac{U}{R} Z_C$$

$$+ I_{\max} = \frac{U}{R}$$

$$+ P_{\max} = \frac{U^2}{R}$$

-----Mạch RLC mắc nối tiếp có điện dung  $C$  thay đổi được , thay đổi  $C$  để điện áp hiệu dụng  $U_{R\max}$  ;  $U_{L\max}$  ,  $I_{\max}$  ;  $P_{\max}$  ;  $(\cos\varphi)_{\max}$  -----

**Cộng hưởng :**

$$+ Z_L = Z_C$$

$$+ U_{R\max} = U$$

$$+ U_{L\max} = \frac{U}{R} Z_L$$

$$+ I_{\max} = \frac{U}{R}$$

$$+ P_{\max} = \frac{U^2}{R}$$

----- $\omega$  thay đổi để điện áp hiệu dụng 2 đầu điện trở thuần đạt giá trị cực đại ( hoặc  $P_{\max}$  ;  $I_{\max}$  ) ;  $(\cos\varphi)_{\max}$  ;  $U_{R\max}$  -----

$$\omega \rightarrow U_{R\max} \rightarrow \text{Cộng hưởng điện}$$

$$+ \omega_0^2 = \omega_R^2 = \frac{1}{LC} .$$

$$+ U_{R\max} = U .$$

## CÔNG SUẤT ĐIỆN TIÊU THỤ CỦA MẠCH ĐIỆN XOAY CHIỀU - HỆ SỐ CÔNG SUẤT

-----**Công suất**-----

$$+ \mathcal{P} = UI \cos \varphi$$

$$+ P = \frac{U_0 I_0}{2} \cos(\varphi_u - \varphi_i) \text{ (W)}$$

$$+ P = RI^2 \text{ (W)}$$

$$+ P = R \cdot I^2 = \frac{U^2}{Z^2} \cdot R = \frac{U^2 \cdot R}{R^2 + (Z_L - Z_C)^2} = P(R) .$$

$$+ P = \frac{U^2}{R} \cos^2 \varphi \text{ hay } P = P_{\text{c-huong}} \cdot \cos^2 \varphi .$$

-----**Công suất hao phí**-----

$$+ P_{hp} = \Delta P = RI^2 = R \cdot \frac{P^2}{U^2 \cdot \cos^2 \varphi}$$

$$+ P_{tp} = P_i + P_{hp}$$

$$+ \frac{\Delta P}{P} = R \cdot \frac{P}{U^2 \cdot \cos^2 \varphi} (\%)$$

-----**Điện năng tiêu thụ của mạch điện trong thời gian  $t$  sẽ là**-----

$$W = \mathcal{P}t$$

-----**Hệ số công suất**-----

$$+ \cos \varphi = \frac{U_R}{U}$$

$$+ \cos \varphi = \frac{R}{Z} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}}$$

$$+ \cos \varphi = \cos(\varphi_u - \varphi_i) = \frac{R}{Z} = \frac{U_R}{U}$$

-----**HỆ THỐNG VỀ PHA**-----**- Mạch chỉ có điện trở thuần  $R$ :**

$$+ u_R \text{ và } i \text{ cùng pha} \Leftrightarrow \varphi_{u_R} = \varphi_i$$

$$+ i = \frac{u_R}{R}$$

**- Mạch chỉ có cuộn dây thuần cảm có độ tự cảm  $L$  :**

$$+ u_L \text{ sớm pha hơn dòng điện } i \text{ một góc } \frac{\pi}{2} \text{ (Vuông pha), hay } i \text{ trễ pha hơn } u_L \text{ một góc } \frac{\pi}{2}$$

$$+ u_L \perp i \Rightarrow \frac{u_L^2}{U_{0L}^2} + \frac{i^2}{I_o^2} = 1$$

**- Mạch chỉ có tụ điện có điện dung  $C$  :**

$$+ u_C \text{ trễ pha hơn dòng điện } i \text{ một góc } \frac{\pi}{2} \text{ (Vuông pha), hay } i \text{ sớm pha hơn } u_C \text{ một góc } \frac{\pi}{2}$$

$$+ u_C \perp i \Rightarrow \frac{u_C^2}{U_{0C}^2} + \frac{i^2}{I_o^2} = 1$$

**- Mạch gồm điện trở thuần  $R$  mắc nối tiếp với cuộn dây thuần cảm  $L$  hay mạch chỉ có cuộn dây không thuần cảm ( $r; L$ ) :**

$$+ u \text{ luôn sớm pha hơn dòng điện } i \text{ một góc } \varphi > 0 \text{ và khác } \frac{\pi}{2} \text{ hay dòng điện } i \text{ luôn trễ pha hơn}$$

$$\text{điện áp } u \text{ một góc } \varphi \text{ và khác } \frac{\pi}{2} \Rightarrow \varphi = \varphi_u - \varphi_i > 0$$

$$+ \tan \varphi = \tan(\varphi_u - \varphi_i) = \frac{Z_L}{R} = \frac{U_L}{U_R} > 0$$

**- Mạch gồm điện trở thuần  $R$  mắc nối tiếp với tụ điện có điện dung  $C$  :**

+  $u$  luôn trễ pha hơn dòng điện  $i$  một góc  $\varphi$  và khác  $\frac{\pi}{2}$  hay dòng điện  $i$  luôn sớm pha hơn

điện áp  $u$  một góc  $\varphi$  và khác  $\frac{\pi}{2} \Rightarrow \varphi = \varphi_u - \varphi_i < 0$

$$+ \tan \varphi = \tan(\varphi_u - \varphi_i) = -\frac{Z_C}{R} = -\frac{U_C}{U_R} < 0$$

**- Mạch gồm cuộn dây thuần cảm  $L$  mắc nối tiếp với tụ điện có điện dung  $C$  :**

+ + Nếu  $Z_L > Z_C \Rightarrow$  Mạch có tính cảm kháng

$\Rightarrow u$  sớm pha hơn  $i$  một góc  $\frac{\pi}{2}$

$$\Rightarrow \varphi_u = \varphi_i + \frac{\pi}{2}$$

+ Nếu  $Z_L < Z_C \Rightarrow$  Mạch có tính dung kháng

$\Rightarrow u$  trễ pha hơn  $i$  một góc  $\frac{\pi}{2}$

$$\Rightarrow \varphi_u = \varphi_i - \frac{\pi}{2}$$

$$+ \tan \varphi = \tan(\varphi_u - \varphi_i) = \frac{Z_L - Z_C}{0} = \pm \infty \Rightarrow \varphi = \pm \frac{\pi}{2}$$

$$+ \frac{u_{LC}^2}{U_{0LC}^2} + \frac{i^2}{I_0^2} = 1$$

**- Mạch RLC :**

+ Nếu  $Z_L > Z_C \Rightarrow u$  sớm pha hơn  $i$  một góc  $\varphi$  bất kì và khác  $\frac{\pi}{2} \Rightarrow \varphi_u = \varphi_i + \varphi$

+ Nếu  $Z_L < Z_C \Rightarrow u$  trễ pha hơn  $i$  một góc  $\varphi$  bất kì và khác  $\frac{\pi}{2} \Rightarrow \varphi_u = \varphi_i - \varphi$

$$+ \tan \varphi = \tan(\varphi_u - \varphi_i) = \frac{Z_L - Z_C}{R}$$

**- Mạch điện gồm RrLC mắc nối tiếp :**

$$\tan \varphi = \frac{Z_L - Z_C}{R + r}$$

+ Nếu  $Z_L > Z_C \Rightarrow u$  sớm pha hơn (i) một góc  $\varphi$

+ Nếu  $Z_L < Z_C \Rightarrow (u)$  trễ pha hơn (i) một góc  $\varphi$ .

(không có thì cho bằng “0”).

+ Điều kiện vuông pha :  $\frac{L}{C} = n^2 R^2$  hoặc  $L = rRC \rightarrow u_{rL} \perp u_{RC}$

+

Nếu mạch AB gồm AM và MB mắc nối tiếp và  $u_{AM} \perp u_{MB} \rightarrow \begin{cases} \frac{u_{AM}^2}{U_{0AM}^2} + \frac{u_{MB}^2}{U_{0MB}^2} = 1 \\ U_0^2 = U_{0AM}^2 + U_{0MB}^2 \end{cases}$

----- Công thức liên quan đến dòng điện một chiều -----

Dòng điện  $I$  chiều chỉ đi qua điện trở thuần  $R$  (hoặc  $r$ )

$$I_{kd} = \frac{U_{kd}}{R}$$

----- Cực trị liên quan đến R thay đổi -----

----- Mạch điện xoay chiều RLC mắc nối tiếp, có điện trở R thay đổi được. Tìm R ? để công suất tiêu thụ của mạch đạt giá trị cực đại ( $P_{\max}$ ) -----

$$+ \sum R = |Z_L - Z_C|$$

$$+ P_{\max} = \frac{U^2}{2R} = \frac{U^2}{2|Z_L - Z_C|}$$

$$+ \cos \varphi = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \varphi = \frac{\pi}{4}$$

----- Cực trị liên quan đến L thay đổi -----

**Dạng toán 1 : Mạch điện RLC có độ tự cảm L thay đổi để điện áp hiệu dụng 2 đầu cuộn dây đạt giá trị cực đại**

$$+ L \rightarrow U_{L\max}$$

$$+ Z_L = \frac{R^2 + Z_C^2}{Z_C}$$

$$+ U_{L\max} = \frac{U\sqrt{R^2 + Z_C^2}}{R}$$

$$+ \vec{U} \perp \vec{U}_{RC}$$

$$+ U_L^2 = U^2 + U_{RC}^2 = U^2 + U_R^2 + U_C^2$$

$$+ U_R^2 = U_C(U_L - U_C)$$

$$+ U^2 = U_L(U_L - U_C)$$

$$+ \frac{1}{U_R^2} = \frac{1}{U^2} + \frac{1}{U_{RC}^2}$$

- Từ công thức tính độ lệch pha giữa u và i ta có :  $\tan \varphi = \frac{Z_L - Z_C}{R} \rightarrow Z_L = R \tan \varphi + Z_C (*)$

+ Gọi  $\varphi_0$  là độ lệch pha giữa u và i khi điện áp  $U_{L\max}$

$$\rightarrow \tan \varphi_0 = \frac{R}{Z_C} (*)$$

$$+ \text{Lúc đó ta có : } U_L = \frac{U}{R} \sqrt{R^2 + Z_C^2} \cos(\varphi - \varphi_0)$$

$$+ \text{Để } U_{L\max} \text{ thì } \varphi = \varphi_0, \text{ khi đó : } U_{L\max} = \frac{U}{R} \sqrt{R^2 + Z_C^2}$$

$$\Rightarrow U_L = U_{L\max} \cos(\varphi - \varphi_0) (**)$$

$$+ \text{Khi } \begin{cases} L = L_1 \rightarrow U_{1L} \\ L = L_2 \rightarrow U_{2L} \end{cases} =$$

Gọi  $\varphi_1; \varphi_2$  lần lượt là độ lệch pha giữa u và i khi đó, ta có :

$$\cos(\varphi_1 - \varphi_0) = \cos(\varphi_2 - \varphi_0)$$

$$\Rightarrow 2\varphi_0 = \varphi_1 + \varphi_2$$

**Dạng toán 2 : Mạch RLC có độ tự cảm cuộn dây thay đổi được, khi thay đổi L đến 2 giá trị  $L_1$  và  $L_2$  thì mạch có cùng  $I$ ,  $U_C$ ,  $U_R$ ,  $P$ .**

$$+ Z_C = \frac{Z_{L_1} + Z_{L_2}}{2}$$

$$+ \cos \varphi_1 = \cos \varphi_2$$

**Dạng toán 3 : Mạch RLC mắc nối tiếp có độ tự cảm L của cuộn dây thay đổi được, thay đổi L để điện áp hiệu dụng  $U_{R\max}$ ;  $U_{C\max}$ ,  $I_{\max}$ ;  $P_{\max}$**

$$+ Z_L = Z_C$$

$$+ U_{R\max} = U$$

$$+ U_{C\max} = \frac{U}{R} Z_C$$

$$+ I_{\max} = \frac{U}{R}$$

$$+ P_{\max} = \frac{U^2}{R}$$

**Dạng toán 4 : Mạch RLC mắc nối tiếp có độ tự cảm L của cuộn dây thay đổi được, thay đổi L để điện áp hiệu dụng hai đầu đoạn mạch RL đạt giá trị cực đại  $U_{RL\max}$**

+ Tự thêm C thay đổi để  $U_{C\max}$

+ Đổi dấu của R trong phương trình bậc 2 theo  $Z_L$

$$+ \text{ta có : } Z_C = \frac{R^2 + Z_L^2}{Z_L} \Rightarrow Z_L^2 - Z_C Z_L - R^2 = 0 \quad (*)$$

+ Giải pt (\*) ta được giá trị của  $Z_L$

----- **Cực trị của C** -----

**Dạng toán 1 : C thay đổi để điện áp hiệu dụng giữa 2 bản tụ điện đạt giá trị cực đại**

$$C \rightarrow U_{C\max}$$

$$+ Z_C = \frac{R^2 + Z_L^2}{Z_L}$$

$$+ U_{C\max} = \frac{U \sqrt{R^2 + Z_L^2}}{R}$$

$$+ \vec{U} \perp \vec{U}_{RL}$$

$$+ U_C^2 = U^2 + U_{RL}^2 = U^2 + U_R^2 + U_L^2$$

$$+ U_R^2 = U_L (U_C - U_L)$$

$$+ U^2 = U_C (U_C - U_L)$$

$$+ \frac{1}{U_R^2} = \frac{1}{U^2} + \frac{1}{U_{RL}^2}$$

- Từ công thức tính độ lệch pha giữa u và i ta có :  $\tan \varphi = \frac{Z_L - Z_C}{R} \rightarrow Z_C = Z_L - R \tan \varphi (*)$

- Gọi  $\varphi_0$  là độ lệch pha giữa u và i khi điện áp  $U_{Cmax} \rightarrow \tan \varphi_0 = \frac{R}{Z_L} (*)$

Lúc đó ta có :  $U_C = \frac{U}{R} \sqrt{R^2 + Z_L^2} \cos(\varphi + \varphi_0)$

+ Để  $U_{Cmax}$  thì  $\varphi = -\varphi_0$ , khi đó :  $U_{Cmax} = \frac{U}{R} \sqrt{R^2 + Z_L^2}$   
 $\Rightarrow U_C = U_{Cmax} \cos(\varphi + \varphi_0) \quad (**)$

+ Khi  $\begin{cases} C = C_1 \rightarrow U_{1C} \\ C = C_2 \rightarrow U_{2C} \end{cases} = .$

Gọi  $\varphi_1; \varphi_2$  lần lượt là độ lệch pha giữa u và i khi đó, ta có :

$$\cos(\varphi_1 + \varphi_0) = \cos(\varphi_2 + \varphi_0)$$

$$\Rightarrow 2\varphi_0 = -(\varphi_1 + \varphi_2)$$

**Dạng toán 2 : Mạch RLC có điện dung C thay đổi được, khi thay đổi C đến 2 giá trị  $C_1$  và  $C_2$  thì mạch có cùng I,  $U_L$ ,  $U_R$ , P.**

$$Z_L = \frac{Z_{C_1} + Z_{C_2}}{2} \rightarrow \cos \varphi_1 = \cos \varphi_2$$

**Dạng toán 3 : Mạch RLC mắc nối tiếp có điện dung C thay đổi được, thay đổi C để điện áp hiệu dụng  $U_{Rmax}$ ;  $U_{Lmax}$ ,  $I_{max}$ ;  $P_{max}$**

$$+ Z_L = Z_C$$

$$+ U_{Rmax} = U$$

$$+ U_{Lmax} = \frac{U}{R} Z_L$$

$$+ I_{max} = \frac{U}{R}$$

$$+ P_{max} = \frac{U^2}{R}$$

**Dạng toán 4 : Mạch RLC mắc nối tiếp có điện dung C thay đổi được, thay đổi C để điện áp hiệu dụng hai đầu đoạn mạch RC đạt giá trị cực đại  $U_{RCmax}$**

+ Tự thêm L thay đổi để  $U_{Lmax}$

+ Đổi dấu của R trong phương trình bậc 2 theo  $Z_C$

$$+ \text{ta có : } Z_L = \frac{R^2 + Z_C^2}{Z_C} \Rightarrow Z_C^2 - Z_L Z_C - R^2 = 0 \quad (*)$$

+ Giải pt (\*) ta được giá trị của  $Z_C$

----- **Cực trị của  $\omega$**  -----

**Dạng 1 :  $\omega$  thay đổi để điện áp hiệu dụng 2 đầu điện trở thuần đạt giá trị cực đại ( hoặc  $P_{max}$ ;  $I_{max}$  )**

$$+ \text{ Cộng hưởng điện } \rightarrow \omega_0^2 = \omega_R^2 = \frac{1}{LC}$$

$$+ U_{R_{\max}} = U$$

**Dạng 2 : Một đoạn mạch xoay chiều gồm điện trở thuần R, cuộn dây thuần cảm có độ tự cảm L và tụ điện có điện dung C mắc nối tiếp ( không phân nhánh ). Đặt vào hai đầu mạch trên một điện áp xoay chiều mà chỉ có tần số góc  $\omega$  thay đổi được. Tìm  $\omega$  để điện áp hiệu dụng trên tụ điện đạt cực đại ( $U_{C_{\max}}$ ) hoặc trên cuộn cảm cực đại ( $U_{L_{\max}}$ ) ?**

+ Điều kiện để điện áp hiệu dụng trên tụ , trên cuộn cảm đạt cực đại là

$$\text{Đặt } Z_r = \sqrt{\frac{L}{C} - \frac{R^2}{2}} \quad (\text{Gọi là trở tồ})$$

$$\rightarrow \omega \rightarrow U_{L_{\max}} \Leftrightarrow Z_C = Z_r$$

$$\rightarrow \omega \rightarrow U_{C_{\max}} \Leftrightarrow Z_L = Z_r$$

- Giá trị điện áp hiệu dụng cực đại là :

$$+ \text{ Đặt } Z_r^* = \sqrt{\frac{L}{C} - \frac{R^2}{4}}$$

$$+ U_{L_{\max}} = U_{C_{\max}} = \frac{U}{R} \cdot \frac{Z_L Z_C}{Z_r^*}$$

$$+ U_{L_{\max}} = \frac{U}{\sqrt{1 - \left(\frac{Z_C}{Z_L}\right)^2}} = \frac{UZ_L}{\sqrt{Z_L^2 - Z_C^2}}$$

$$+ U_{C_{\max}} = \frac{U}{\sqrt{1 - \left(\frac{Z_L}{Z_C}\right)^2}} = \frac{UZ_C}{\sqrt{Z_C^2 - Z_L^2}}$$

**Dạng 3 : Liên hệ giữa  $\omega_R; \omega_L; \omega_C$**

$$+ \rightarrow \begin{cases} \omega_R^2 = \omega_L \cdot \omega_C \\ \omega_C < \omega_R < \omega_L \end{cases}$$

$$+ f_0^2 = f_R^2 = f_L f_C$$

----- **Công thức liên quan đến dòng điện hoặc hiệu điện thế có biểu thức dạng bình phương** -----

- Giả sử hiệu điện thế qua mạch có biểu thức  $u = U_0 \cos^2(\omega t + \varphi_u)(V)$  hoặc dòng điện  $i = I_0 \cos^2(\omega t + \varphi_i)(A)$ . Ta hạ bậc biểu thức u ( hoặc i ). Cường độ dòng điện hiệu dụng qua mạch được xác định theo công thức :  $I^2 = I_{lc}^2 + I_{xc}^2$

$$+ \text{ Thành phần một chiều : } I_{kd} = \frac{U_{kd}}{R}$$

$$+ \text{ Thành phần xoay chiều : } I_{xc} = \frac{U_{xc}}{Z} = \frac{U_{xc}}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}}$$

----- Công thức liên quan đến giá trị tức thời ở hai thời điểm khác nhau và xu hướng tăng giảm-----

+ Tính :  $\Delta\varphi = \omega\Delta t$

+  $\Phi_1 = \pm \cos^{-1}\left(\frac{i_1}{I_0}\right)$  hoặc  $\Phi_1 = \pm \cos^{-1}\left(\frac{u_1}{U_0}\right)$

+  $t_2 = t_1 + \Delta t$

+  $\Phi_2 = \Phi_1 + \Delta\Phi$

+  $u_2 = U_0 \cos(\Phi_2) = U_0 \cos(\Phi_1 + \Delta\Phi)$

+  $i_2 = I_0 \cos(\Phi_2) = I_0 \cos(\Phi_1 + \Delta\Phi)$

\*Quy ước dấu trước shift:

+ dấu (+) nếu  $i_1 \downarrow$

+ dấu (-) nếu  $i_1 \uparrow$

+ Nếu đề không nói đang tăng hay đang giảm, ta lấy dấu +

----- Công thức về độ lệch pha giữa  $u$  và  $i$  và độ lệch pha giữa  $u_1$  và  $u_2$  -----

+ Mạch chỉ có điện trở thuần  $R \rightarrow u$  và  $i$  cùng pha

$$\rightarrow \varphi = 0 \rightarrow \varphi_u = \varphi_i$$

+ Mạch chỉ có cuộn dây thuần cảm  $L \rightarrow u$  sớm pha hơn  $i$  một góc  $\frac{\pi}{2}$  ( Vuông pha )

$$\rightarrow \varphi_u = \varphi_i + \frac{\pi}{2}$$

+ Mạch chỉ có tụ điện có điện dung  $C \rightarrow u$  trễ pha hơn  $i$  một góc  $\frac{\pi}{2}$  ( Vuông pha )

$$\rightarrow \varphi_u = \varphi_i - \frac{\pi}{2}$$

+ Mạch điện gồm RL mắc nối tiếp ( giống cuộn dây không thuần cảm có điện trở  $R$  )

$\rightarrow u$  luôn sớm pha hơn  $i$  một góc  $\varphi$  bất kì và khác  $\frac{\pi}{2}$ , ta có :  $\tan\varphi = \frac{Z_L}{R} = \frac{U_L}{U_R} \rightarrow \varphi$

Hoặc  $\cos\varphi = \frac{R}{\sqrt{R^2 + Z_L^2}} \rightarrow \varphi$

$$\rightarrow \varphi = \varphi_u - \varphi_i > 0$$

+ Mạch điện gồm RC mắc nối tiếp  $\rightarrow u$  luôn trễ pha hơn  $i$  một góc  $\varphi$  bất kì và khác  $\frac{\pi}{2}$ , ta

có :  $\tan\varphi = -\frac{Z_C}{R} = -\frac{U_C}{U_R} \rightarrow \varphi$  hoặc  $\cos\varphi = \frac{R}{\sqrt{R^2 + Z_C^2}} \rightarrow \varphi$

$$\rightarrow \varphi = \varphi_u - \varphi_i < 0$$

- Mạch điện gồm L và C mắc nối tiếp

+ Nếu  $Z_L > Z_C \rightarrow$  mạch có tính cảm kháng  $\rightarrow u$  sớm pha hơn  $i$  một góc  $\frac{\pi}{2}$

+ Nếu  $Z_C > Z_L \rightarrow$  mạch có tính dung kháng  $\rightarrow u$  trễ pha hơn  $i$  một góc  $\frac{\pi}{2}$



+  $u_R$  cùng pha với  $i \rightarrow \varphi_{u_R} = \varphi_i$

+  $u_L$  sớm pha hơn  $u_R$  một góc  $\frac{\pi}{2} \rightarrow \varphi_{u_L} = \varphi_{u_R} + \frac{\pi}{2}$

+  $u_C$  trễ pha hơn  $u_R$  một góc  $\frac{\pi}{2} \rightarrow \varphi_{u_C} = \varphi_{u_R} - \frac{\pi}{2}$

+  $u_L$  ngược pha so với  $u_C$

+  $u_{LC}$  lệch pha  $\frac{\pi}{2}$  so với  $i \rightarrow u_{LC}$  lệch pha  $\frac{\pi}{2}$  so với  $u_R$

+ Mạch RLC thì độ lệch pha giữa  $u$  và  $i$  là  $\varphi$

$$\tan \varphi = \frac{Z_L - Z_C}{R} \rightarrow \varphi$$

+ Nếu cuộn dây có điện trở thuần  $r$  thì  $\tan \varphi = \frac{Z_L - Z_C}{R + r} \rightarrow \varphi$

+ Nếu  $Z_L > Z_C \rightarrow u$  sớm pha hơn  $i$

+ Nếu  $Z_C > Z_L \rightarrow u$  trễ pha hơn  $i$

+ Nếu hai hiệu điện thế  $u_1$  và  $u_2$  vuông pha ( lệch pha nhau  $\frac{\pi}{2}$  ) thì gọi  $\varphi_1, \varphi_2$  là độ lệch giữa  $u_1$  với  $i$  và  $u_2$  với  $i$ , ta có :  $\tan \varphi_1 \cdot \tan \varphi_2 = -1$

+ Nếu hai hiệu điện thế  $u_1$  và  $u_2$  lệch pha nhau một góc  $\varphi$  bất kì khác  $\frac{\pi}{2}$  thì gọi  $\varphi_1, \varphi_2$  là độ lệch giữa  $u_1$  với  $i$  và  $u_2$  với  $i$ , ta có :

$$\rightarrow \varphi_2 - \varphi_1 = \Delta \varphi \rightarrow \tan(\varphi_2 - \varphi_1) = \frac{\tan \varphi_2 - \tan \varphi_1}{1 + \tan \varphi_2 \tan \varphi_1} = \tan \Delta \varphi$$

### ----- Các biểu thức hiệu điện thế tức thời -----

Giả sử biểu thức dòng điện qua một mạch điện có biểu thức :  $i = I_0 \cos(\omega t + \varphi_i)(A)$

+ biểu thức của  $u_R$  :  $u_R = U_{0R} \cos(\omega t + \varphi_i) = I_0 R \cdot \cos(\omega t + \varphi_i)$  với  $[\varphi_{u_R} = \varphi_i]$

+ biểu thức của  $u_L$  :  $u_L = U_{0L} \cos\left(\omega t + \varphi_i + \frac{\pi}{2}\right) = I_0 Z_L \cdot \cos\left(\omega t + \varphi_i + \frac{\pi}{2}\right)$

+ biểu thức của  $u_C$  :  $u_C = U_{0C} \cos\left(\omega t + \varphi_i - \frac{\pi}{2}\right) = I_0 Z_C \cdot \cos\left(\omega t + \varphi_i - \frac{\pi}{2}\right)$

+ biểu thức của  $u_{RL}$  :  $u_{RL} = U_{0RL} \cos(\omega t + \varphi_i + \varphi) = I_0 \sqrt{R^2 + Z_L^2} \cdot \cos(\omega t + \varphi_i + \varphi)$

Với  $\varphi$  được tính theo công thức :  $\tan \varphi = \frac{Z_L}{R} = \frac{U_L}{U_R}$

+ biểu thức của  $u_{RC}$  :  $u_{RC} = U_{0RC} \cos(\omega t + \varphi_i - \varphi) = I_0 \sqrt{R^2 + Z_C^2} \cdot \cos(\omega t + \varphi_i - \varphi)$

Với  $\varphi$  được tính theo công thức :  $\tan \varphi = \frac{-Z_C}{R} = \frac{-U_C}{U_R}$

+ biểu thức của  $u_{LC}$  :  $u_{LC} = U_{0LC} \cos\left(\omega t + \varphi_i \pm \frac{\pi}{2}\right) = I_0 |Z_L - Z_C| \cdot \cos\left(\omega t + \varphi_i \pm \frac{\pi}{2}\right)$

### ----- Công thức liên quan đến thay đổi cấu trúc mạch điện -----

**(1)- Khi  $R$  và hiệu điện thế  $u = U_0 \cos(\omega t + \varphi_u)$  giữ nguyên, các phần tử khác thay đổi.**

+ Cường độ hiệu dụng tính bằng công thức :  $I = \frac{U}{Z} = \frac{U}{R} \cdot \frac{R}{Z} = \frac{U}{R} \cos\varphi$

+ khi liên quan đến công suất tiêu thụ toàn mạch, từ công thức L:  $P = RI^2$ , thay

$$I = \frac{U}{Z} = \frac{U}{R} \cdot \frac{R}{Z} = \frac{U}{R} \cos\varphi, \text{ ta nhận được công thức :}$$

$$P = \frac{U^2}{R} \cos^2\varphi = P_{\text{cong-huong}} \cdot \cos^2\varphi$$

+ Nếu phần tử nào bị nối tắt thì phần tử đó xem như không có trong mạch.

**(2) Đối với mạch RLC, khi R và  $u = U_0 \cos(\omega t + \varphi_u)$  giữ nguyên, nếu biểu thức của dòng điện trước và sau khi nối tắt tụ điện C lần lượt là**

$$\begin{cases} i_1 = I_0 \cos(\omega t + \varphi_{i1}) \\ i_2 = I_0 \cos(\omega t + \varphi_{i2}) \end{cases} \text{ thì } Z_C = 2Z_L \begin{cases} \varphi_u = \frac{\varphi_{i1} + \varphi_{i2}}{2} \\ \alpha = \frac{\varphi_{i1} - \varphi_{i2}}{2} \end{cases} \begin{cases} \varphi_1 = -\alpha \\ \varphi_2 = +\alpha \end{cases} \text{ và lúc đó ,}$$

$$\text{ta có : } \begin{cases} \text{tg}\varphi_1 = \frac{Z_L - Z_C}{R} \\ \text{tg}\varphi_2 = \frac{Z_L}{R} \end{cases}$$

**(3) - Đối với mạch RLC, khi R và  $u = U_0 \cos(\omega t + \varphi_u)$  giữ nguyên, nếu biểu thức của dòng điện trước và sau khi nối tắt L lần lượt là**

$$\begin{cases} i_1 = I_0 \cos(\omega t + \varphi_{i1}) \\ i_2 = I_0 \cos(\omega t + \varphi_{i2}) \end{cases} \text{ thì } Z_L = 2Z_C \begin{cases} \varphi_u = \frac{\varphi_{i1} + \varphi_{i2}}{2} \\ \alpha = \frac{\varphi_{i2} - \varphi_{i1}}{2} \end{cases} \begin{cases} \varphi_1 = \alpha \\ \varphi_2 = -\alpha \end{cases} \text{ thì lúc đó}$$

$$\text{ta có : } \begin{cases} \text{tg}\varphi_1 = \frac{Z_L - Z_C}{R} \\ \text{tg}\varphi_2 = \frac{-Z_C}{R} \end{cases}$$

#### 4- Lần lượt mắc Ampe kế và vôn kế vào một đoạn mạch

\* Thông thường điện trở của Ampe kế rất nhỏ và điện trở của vôn kế rất lớn. Vì vậy, Ampe kế mắc song song với đoạn mạch nào thì đoạn mạch đó xem như không có (nối tắt), còn vôn kế mắc song song thì không có ảnh hưởng gì đến mạch điện cả.

\* Số chỉ của Ampe kế là cường độ dòng điện hiệu dụng chạy qua nó và số chỉ của Vôn kế là điện áp hiệu dụng giữa hai đầu đoạn mạch mắc song song với nó.

$$+ \text{ Mắc Ampe kế song song với tụ điện C thì C bị nối tắt : } \begin{cases} \text{tg}\varphi = \frac{Z_L}{R} \\ U = I_A \sqrt{R^2 + Z_L^2} \end{cases}$$

$$+ \text{ Mắc Vôn kế song song với tụ điện C thì : } \begin{cases} U_V = U_C \\ U^2 = U_R^2 + (U_L - U_C)^2 \end{cases}$$

+ Mắc Ampe kế song song với cuộn cảm L thì C bị nối tắt

$$\begin{cases} \operatorname{tg}\varphi = \frac{-Z_C}{R} \\ U = I_A \sqrt{R^2 + Z_C^2} \end{cases}$$

+ Mắc Vôn kế song song với cuộn cảm L thì : 
$$\begin{cases} U_V = U_L \\ U^2 = U_R^2 + (U_L - U_C)^2 \end{cases}$$

\* Nếu lần lượt mắc song song ampe kế và vôn kế vào cuộn cảm có điện trở thuần thì có thể sử dụng giản đồ véctor để giải .

### ----- Cực trị và cộng hưởng-----

**1/ Mạch điện RLC mắc nối tiếp, có độ tự cảm L của cuộn dây thay đổi được. Tìm L để  $I_{\max}$ ,  $P_{\max}$ ;  $\cos \varphi_{\max}$ ;  $U_{R\max}$ ;  $U_{L\max}$ ;  $U_{C\max}$ . Có cộng hưởng điện xảy ra hay không? Nếu có thì viết công thức ra?**

$I_{\max}$	$P_{\max}$	$\cos \varphi_{\max}$	$U_{R\max}$	$U_{L\max}$	$U_{C\max}$
Có	Có	Có	Có	Không	Có
$I_{\max} = \frac{U}{R}$	$P_{\max} = \frac{U^2}{R}$	1	U	Không	$U_{C\max} = \frac{U}{R} Z_C$

**2/ Mạch điện RLC mắc nối tiếp, có điện dung C của tụ điện thay đổi được. Tìm C để  $I_{\max}$ ,  $P_{\max}$ ;  $\cos \varphi_{\max}$ ;  $U_{R\max}$ ;  $U_{L\max}$ ;  $U_{C\max}$ . Có cộng hưởng điện xảy ra hay không? Nếu có thì viết công thức ra?**

$I_{\max}$	$P_{\max}$	$\cos \varphi_{\max}$	$U_{R\max}$	$U_{L\max}$	$U_{C\max}$
Có	Có	Có	Có	Có	không
$I_{\max} = \frac{U}{R}$	$P_{\max} = \frac{U^2}{R}$	1	U	$U_{L\max} = \frac{U}{R} Z_L$	không

**3/ Mạch điện RLC mắc nối tiếp, có tần số góc ( $\omega$  hay f) thay đổi được. Tìm  $\omega$  hay f để  $I_{\max}$ ,  $P_{\max}$ ;  $\cos \varphi_{\max}$ ;  $U_{R\max}$ ;  $U_{L\max}$ ;  $U_{C\max}$ . Có cộng hưởng điện xảy ra hay không? Nếu có thì viết công thức ra?**

$I_{\max}$	$P_{\max}$	$\cos \varphi_{\max}$	$U_{R\max}$	$U_{L\max}$	$U_{C\max}$
Có	Có	Có	Có	không	không
$I_{\max} = \frac{U}{R}$	$P_{\max} = \frac{U^2}{R}$	1	U	không	không

### ----- Dấu hiệu nhận biết cộng hưởng điện-----

Hiện tượng cộng hưởng chỉ xảy ra trong đoạn mạch RLC mắc nối tiếp ( or RrLC )

$$\rightarrow Z_L = Z_C \rightarrow \omega_0^2 = \frac{1}{LC} \rightarrow f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

+ L thay đổi để  $U_{R\max}$  : cộng hưởng  $\rightarrow U_{R\max} = U$

+ L thay đổi để  $U_{C\max}$  : cộng hưởng  $\rightarrow U_{C\max} = \frac{U}{R} Z_C$

+ C thay đổi để  $U_{R\max}$  : cộng hưởng  $\rightarrow U_{R\max} = U$

+ C thay đổi để  $U_{L\max}$  : cộng hưởng  $\rightarrow U_{L\max} = \frac{U}{R} Z_L$

+ L hoặc C thay đổi để  $I_{\max}$  or  $P_{\max}$ ,  $(\cos\varphi)_{\max} = 1$  : Cộng hưởng

$$\rightarrow I_{\max} = \frac{U}{R} \rightarrow P_{\max} = \frac{U^2}{R}$$

+ u và i cùng pha : cộng hưởng

+ u cùng pha với  $u_R$  : cộng hưởng

+  $u_L + u_C = 0$  : cộng hưởng

+  $u_L \perp u \rightarrow$  cộng hưởng

+  $u_C \perp u \rightarrow$  cộng hưởng

+  $u_{LC} \perp u \rightarrow$  cộng hưởng .

### ----- Dấu hiệu vuông pha-----

+ Tại thời điểm vuông pha :  $\Delta t = t_2 - t_1 = (2k+1)\frac{T}{4} \Rightarrow A^2 = x_1^2 + x_2^2$

+ Hai đại lượng x và y vuông pha :  $\left(\frac{x}{x_{\max}}\right)^2 + \left(\frac{y}{y_{\max}}\right)^2 = 1$

+ Chẳng hạn như : điện áp tức thời hai đầu điện trở thuần R vuông pha với điện áp tức thời hai đầu cuộn cảm thuần L ( hay điện áp tức thời hai đầu tụ điện ), nên ta có hệ thức liên hệ sau đây :

$$\left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{u_R}{U_{0R}}\right)^2 + \left(\frac{u_L}{U_{0L}}\right)^2 = 1 \\ \left(\frac{u_R}{U_{0R}}\right)^2 + \left(\frac{u_C}{U_{0C}}\right)^2 = 1 \end{array} \right.$$

+ Vì  $u_R$  vuông pha với  $u_C$  và  $u_L$  nên ở một thời điểm nào đó nếu  $u_R = 0$  thì ta có :

$$\begin{cases} u_L = U_{0L} ; u_C = -U_{0C} \\ u_L = -U_{0L} ; u_C = U_{0C} \end{cases}$$

( có nghĩa là  $u_L$  và  $u_C$  ngược pha nên li độ của hiệu điện thế có giá trị đối nhau ).

## MÁY ĐIỆN

### ----- Công thức cơ bản của máy biến áp-----

+ Suất điện động hiệu dụng :  $E = \frac{E_0}{\sqrt{2}} = \frac{2\pi f N \Phi_0}{\sqrt{2}}$

+ Công thức máy biến áp :  $\frac{N_1}{N_2} = \frac{U_1}{U_2}$

+  $H = \frac{P_2}{P_1} = \frac{U_2 I_2 \cos \varphi_2}{U_1 I_1}$

+ Công thức máy biến áp lí tưởng (  $H = 100\%$  ) và mạch thứ cấp có hệ số công suất  $\cos \varphi_2$  là

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{I_2 \cos \varphi_2}{I_1} = \frac{N_1}{N_2}$$

+ Công thức máy biến áp lí tưởng (  $H = 100\%$  ) và cuộn thứ cấp nối với điện trở thuần  $R$  :

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{I_2}{I_1} = \frac{N_1}{N_2}$$

### ----- Công thức về hoán đổi vai trò của các cuộn dây của máy biến áp-----

Nếu thay đổi vai trò của các cuộn dây thì :

$$\begin{cases} \frac{U_1}{U_2} = \frac{N_1}{N_2} \\ \frac{U'_1}{U'_2} = \frac{N_2}{N_1} \end{cases} \Rightarrow \frac{U_1 U'_1}{U_2 U'_2} = 1$$

### ----- Công thức về nhiều máy biến áp mắc nối tiếp nhau-----

(1) Nếu các máy biến áp mắc liên tiếp nhau thì :

+  $U_3 = U_2$  VÀ  $\frac{N_1}{N_2} = \frac{U_1}{U_2}$  VÀ  $\frac{U_3}{U_4} = \frac{N_3}{N_4}$

Do đó, ta có :  $\frac{U_1}{U_4} = \frac{N_1}{N_2} \cdot \frac{N_3}{N_4} \dots (1)$

(2) Nếu hoán đổi vai trò của  $N_3$  và  $N_4$  thì ta lại có

$$\frac{U_1}{U'_4} = \frac{N_1}{N_2} \cdot \frac{N_4}{N_3} \dots (2)$$

Từ (1) và (2) rút ra hệ thức :  $\boxed{\frac{U_1^2}{U_4 U'_4} = \left( \frac{N_1}{N_2} \right)^2 \dots (*)}$

### ----- Công thức về máy biến áp khi có một số vòng dây bị quấn ngược-----

Nếu một cuộn dây nào đó ( ví dụ cuộn sơ cấp ) có  $n$  vòng dây quấn ngược thì từ trường của  $n$  vòng dây ngược với từ trường của phần còn lại nên nó có tác dụng khử bớt từ trường của  $n$  vòng dây còn lại, tức là cuộn dây này bị mất đi  $2n$  vòng. Ta có :

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{N_1 - 2n}{N_2}$$

### ----- Máy biến áp có cuộn thứ cấp nối với điện trở thuần $R$ -----

công thức :  $\frac{N_1}{N_2} = \frac{U_1}{U_2} = \frac{I_2}{I_1}$  và  $I_2 = \frac{U_2}{R}$

----- **Máy biến áp có cuộn thứ cấp nối với mạch RLC** -----

Nếu cuộn thứ cấp của máy biến áp nối với mạch điện xoay chiều RLC thì :

$$\frac{N_1}{N_2} = \frac{U_1}{U_2} \rightarrow U_2 = ? \Rightarrow I_2 = \frac{U_2}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}}$$

+ Hiệu suất :  $H = \frac{P_2}{P_1} = \frac{RI_2^2}{U_1 I_1} \rightarrow I_1 = ?$

----- **Máy biến áp có cuộn dây thứ cấp có nhiều đầu ra** -----

Đối với máy biến áp lí tưởng mà cuộn dây thứ cấp có nhiều đầu ra (chẳng hạn có 2 đầu ra) và các đầu ra nối với điện trở thuần R thì áp dụng công thức :

$$P_{sc} = P_{tc} \Rightarrow U_1 I_1 = U_2 I_2 + U_3 I_3 \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{U_2}{U_1} = \frac{N_2}{N_1} \\ \frac{U_3}{U_1} = \frac{N_3}{N_1} \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} I_2 = \frac{U_2}{R} \\ I_3 = \frac{U_3}{R'} \end{array} \right.$$

----- **Máy biến áp có cuộn thứ cấp nối với các bóng đèn** -----

Nếu mạch thứ cấp nối với các bóng đèn giống nhau ( $U_d - P_d$ ) gồm m dãy mắc song song, trên mỗi dãy có n bóng mà các bóng đèn đều sáng bình thường thì :

$$\left\{ \begin{array}{l} P_2 = m.n P_d \\ I_2 = m I_d = m \frac{P_d}{U_d} \\ U_2 = n U_d \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{U_1}{U_2} = \frac{N_1}{N_2} \\ H = \frac{P_2}{P_1} = \frac{P_2}{U_1 I_1} \end{array} \right.$$

----- **Công thức về truyền tải điện năng** -----

+ Cường độ hiệu dụng chạy trên đường dây :

$$I = \frac{P}{U \cdot \cos \varphi}$$

+ Độ giảm thế trên đường dây :

$$\Delta U = IR = \frac{PR}{U \cos \varphi} \Rightarrow \Delta U = \frac{PR}{U}$$

+ Công suất hao phí trên đường dây :

$$\Delta P = I^2 R = \left( \frac{P}{U \cos \varphi} \right)^2 \cdot R$$

+ Điện năng hao phí trên đường dây sau thời gian t :

$$\Delta A = \Delta P \cdot t$$

+ Phần trăm hao phí :

$$h = \frac{\Delta P}{P} = \frac{PR}{U^2 \cdot \cos^2 \varphi}$$

+ Hiệu suất truyền tải :

$$H = \frac{P_{\text{tiêu-thu}}}{P} = \frac{P - \Delta P}{P} = 1 - h$$

+ Điện trở tính theo công thức :  $R = \rho \frac{l}{S}$

+ Khi cho hiệu suất truyền tải và công suất nhận được cuối đường dây thì tính được công suất đưa lên đường dây, công suất hao phí trên đường dây.

$$H = \frac{P'}{P} \Rightarrow P = \frac{P'}{H} \quad \text{và} \quad \Delta P = (1-H)P \quad \text{VÀ} \quad \Delta P = \frac{P^2}{U^2} R$$

+ Có thể thay đổi hiệu suất truyền tải  $h = 1-H = \frac{PR}{U^2 \cdot \cos^2 \phi}$  bằng cách thay đổi điện áp U, điện trở R và công suất truyền tải.

$$+ \text{Thay đổi } U : \frac{1-H_2}{1-H_1} = \left( \frac{U_1}{U_2} \right)^2$$

$$+ \text{Thay đổi } P : \frac{1-H_2}{1-H_1} = \frac{P_2}{P_1}$$

$$+ \text{Thay đổi } R : \frac{1-H_2}{1-H_1} = \frac{R_2}{R_1} = \left( \frac{d_1}{d_2} \right)^2$$

**----- Công thức về thay đổi điện áp truyền tải để tăng số hộ dân dùng điện -----**

Gọi P, ΔP, P<sub>1</sub> và k lần lượt là công suất nhà máy điện, công suất hao phí trên đường dây, công suất tiêu thụ của mỗi hộ dân và số hộ dân dùng điện.

$$\text{Ta có : } P - \Delta P = k \cdot P_1 \quad \dots (1)$$

Khi công suất đưa lên đường dây không đổi, điện áp tăng n lần thì công suất hao phí giảm n<sup>2</sup> nên số hộ dùng điện sẽ tăng thêm Δk. Ta có :  $P - \frac{\Delta P}{n^2} = (k + \Delta k) P_1 \quad \dots (2)$

$$\text{Từ (1) và (2) suy ra : } \Delta P = \Delta k \cdot P_1 \cdot \frac{n^2}{n^2 - 1}$$

**----- CÁC BÀI TOÁN MẪU VỀ MÁY BIẾN ÁP -----**

**Bài 1 :** Điện năng cần truyền tải từ nơi phát điện đến nơi tiêu thụ điện. Coi rằng trên đường dây truyền tải chỉ có điện trở R không đổi, coi dòng điện trong các đoạn mạch luôn cùng pha với điện áp. Lần lượt đưa lên các điện áp là U<sub>1</sub> và U<sub>2</sub> thì hiệu suất truyền tải lần lượt là H<sub>1</sub> và H<sub>2</sub>. Tìm tỉ số

$\frac{U_2}{U_1} = ?$  trong hai trường hợp là

- Công suất đưa lên đường dây không đổi ?
- Công suất nhận được cuối đường dây không đổi ?

**Giải**

$$\text{a) Khi } P \text{ không đổi, Áp dụng công thức : } H = 1-h = \frac{\Delta P}{P}, \text{ suy ra kết quả : } \frac{U_2}{U_1} = \sqrt{\frac{1-H_1}{1-H_2}}$$

$$+ \text{ Khi } P' \text{ không đổi thì } \frac{U_2}{U_1} = \sqrt{\frac{(1-H_1)H_1}{(1-H_2)H_2}}$$

(Phân biệt hai trường hợp : Công suất đưa lên đường dây không đổi (P = const) khác với trường hợp công suất nhận được cuối đường dây không đổi (P' = const).)

+ Nếu cho độ giảm thế trên đường dây ta tính hiệu suất truyền tải là :

$$h = 1-H = \frac{\Delta P}{P} = \frac{I \cdot IR}{UI \cos \phi} = \frac{\Delta U}{U} \cdot \frac{1}{\cos \phi}$$

**Bài 2:** Điện áp hiệu dụng giữa hai cực của một trạm phát điện cần tăng lên bao nhiêu lần để giảm công suất hao phí trên đường dây tải điện  $n$  lần, với điều kiện công suất truyền đến tải tiêu thụ không đổi? Biết rằng khi chưa tăng điện áp độ giảm thế trên đường dây tải điện bằng  $x.U$  (với  $U$  là điện áp hiệu dụng giữa hai cực của trạm phát điện). Coi cường độ dòng điện trong mạch luôn cùng pha với điện áp đặt lên đường dây.

**GIẢI :** áp dụng 
$$\frac{U_2}{U_1} = \sqrt{\frac{(1-H_1)H_1}{(1-H_2)H_2}} = \frac{n(1-x)+x}{\sqrt{n}}$$

**Bài 3:** Điện áp hiệu dụng giữa hai cực của một trạm phát điện cần tăng lên bao nhiêu lần để giảm công suất hao phí trên đường dây tải điện  $n$  lần, với điều kiện công suất truyền đến tải tiêu thụ không đổi? Biết rằng khi chưa tăng điện áp độ giảm thế trên đường dây tải điện bằng  $x.U'$  (với  $U'$  là điện áp hiệu dụng nơi tải tiêu thụ). Coi cường độ dòng điện trong mạch luôn cùng pha với điện áp đặt lên đường dây.

**GIẢI**

Áp dụng : 
$$\frac{U_2}{U_1} = \sqrt{\frac{(1-H_1)H_1}{(1-H_2)H_2}} = \frac{n+x}{(1+x)\sqrt{n}}$$

**Bài 4:** Trong quá trình truyền tải điện năng đi xa, ở cuối đường dây dùng máy hạ thế lí tưởng có tỉ số vòng dây  $\frac{N_1}{N_2} = k$  và cuộn thứ cấp nối với tải tiêu thụ. Điện áp hiệu dụng giữa hai cực của một trạm phát điện cần tăng lên bao nhiêu lần để giảm công suất hao phí trên đường dây tải điện  $n$  lần, với điều kiện công suất truyền đến tải tiêu thụ không đổi? Biết rằng khi chưa tăng điện áp độ giảm thế trên đường dây tải điện bằng  $x.U_{\text{tải}}$  (với  $U_{\text{tải}}$  là điện áp hiệu dụng trên tải tiêu thụ). Coi cường độ dòng điện trong mạch luôn cùng pha với điện áp đặt lên đường dây.

**GIẢI**

Áp dụng : 
$$\frac{U_2}{U_1} = \sqrt{\frac{(1-H_1)H_1}{(1-H_2)H_2}} = \frac{kn+x}{(k+x)} \cdot \frac{1}{\sqrt{n}}$$

----- Nếu cho công suất hao phí trên đường dây bằng  $a\%$  công suất đưa lên đường dây thì -----

$$\Delta P = a\% \cdot P \Leftrightarrow IR^2 = a\% \cdot UI \cdot \cos \varphi$$

$$\Leftrightarrow IR = a(\%) \cdot U \cdot \cos \varphi \Leftrightarrow \Delta U = a(\%) \cdot U \cdot \cos \varphi$$

----- Nếu cho công suất hao phí trên đường dây bằng  $a(\%)$  công suất nhận được ở cuối đường dây thì -----

$$\Delta P = a\% \cdot P'$$

----- Nếu nơi tiêu thụ dùng máy hạ áp và công suất hao phí trên đường dây bằng  $a\%$  công suất tiêu thụ trên tải thì -----

$$\begin{cases} RI_1^2 = a(\%) \cdot U_2 I_2 \cos \varphi_2 \\ \frac{N_2}{N_1} = \frac{U_2}{U_1} = \frac{I_1}{I_2 \cos \varphi_2} \end{cases}$$



----- Điện áp đưa lên đường dây-----

$$U = U_1 + \Delta U = U_1 + I_1 R$$

----- Công suất tiêu thụ của động cơ gồm hai phần : công suất cơ học ( $P_i$ ) và công suất hao phí do tỏa nhiệt ( $p_{hp}$ ) -----

$$UI \cos \varphi = P_i + rI^2$$

----- Động cơ điện mắc nối tiếp với điện trở R -----

$$\vec{U}_{AB} = \vec{U}_R + \vec{U}_{dc} \Rightarrow U_{AB}^2 = U^2 + U_R^2 + 2.U.U_R \cos \varphi$$

----- Nếu biết được điện trở trong của động cơ thì có thể tính được hiệu suất của động cơ -----

$$P = UI \cos \varphi \Rightarrow I = \frac{P}{U \cos \varphi}$$

$$\Rightarrow H = \frac{P_i}{P} = \frac{P - rI^2}{P} (\%)$$

----- Máy điện xoay chiều một pha mắc nối tiếp với mạch RLC thì cường độ dòng điện hiệu dụng được tính theo công thức-----

$$+ f = np \Rightarrow \omega = 2\pi f = 2\pi np \Rightarrow \begin{cases} Z_L = L\omega \\ Z_C = \frac{1}{C\omega} \end{cases}$$

$$+ E = \frac{N.2\pi f \phi_0}{\sqrt{2}}$$

$$+ \text{ Khi tăng tốc độ quay của Rô-to thì : } n' = kn \rightarrow E' = kE \text{ và } Z'_L = kZ_L; Z'_C = \frac{Z_C}{k}$$

$$+ I' = \frac{kE}{\sqrt{R^2 + \left(kZ_L - \frac{Z_C}{k}\right)^2}} \Rightarrow \frac{I'}{I} = \frac{k\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}}{\sqrt{R^2 + \left(kZ_L - \frac{Z_C}{k}\right)^2}}$$

----- Khi gặp bài toán điều chỉnh tốc độ quay của rô-to để mạch xảy ra cộng hưởng khác với điều chỉnh tốc độ quay để cường độ dòng điện hiệu dụng đạt cực đại thì -----

$$+ \text{ Mạch cộng hưởng : } f = np(1) \quad f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} (2) \quad \text{từ (1) và (2) suy ra : } n = \frac{f}{p} = \frac{1}{p.2\pi\sqrt{LC}} \dots (1)$$

+ Điều kiện để cường độ dòng điện đạt cực đại :

$$Z_C = Z_\tau \Rightarrow \frac{1}{C\omega_0} = \sqrt{\frac{L}{C} - \frac{R^2}{2}} \Rightarrow \frac{1}{\omega_0^2} = \left( \frac{L}{C} - \frac{R^2}{2} \right) C^2 \dots (2)$$

$$+ \text{Đề } I_1 = I_2 \text{ ( hoặc } P_1 = P_2 \text{ ) ta có : } \frac{1}{\omega_0^2} = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{\omega_1^2} + \frac{1}{\omega_2^2} \right) \dots (3)$$

+ Từ (2) và (3) ta có :

$$\frac{1}{2} \left( \frac{1}{\omega_1^2} + \frac{1}{\omega_2^2} \right) = \left( \frac{L}{C} - \frac{R^2}{2} \right) C^2 \Rightarrow L; C$$

## PHẦN BA – QUANG HỌC

----- Chiết suất tỉ đối-----

$$n \equiv n_{21} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{v_1}{v_2}$$

----- Chiết suất tuyệt đối-----

$$n = \frac{c}{v}$$

Với  $c = 3.10^8$  m/s : là tốc độ ánh sáng trong chân không.

----- Công thức về khúc xạ ánh sáng dạng đối xứng-----

$$+ n_1 \sin i = n_2 \sin r$$

$$+ \frac{\sin i}{\sin r} = n_{21} = \frac{n_2}{n_1}$$

+ Nếu  $n > 1$  ( ta nói môi trường khúc xạ *chiết quang hơn* môi trường tới) thì  $\sin i > \sin r$  hay  $i > r$ . Trong trường hợp này, khi đi qua mặt phân cách, tia khúc xạ đi gần pháp tuyến hơn tia tới.

+ Nếu  $n < 1$  (ta nói môi trường khúc xạ *chiết quang kém* môi trường tới) thì  $\sin i < \sin r$  hay  $i < r$ . Trong trường hợp này, khi đi qua mặt phân cách, tia khúc xạ đi xa pháp tuyến hơn tia tới.

+ Nếu tia phản xạ và tia khúc xạ vuông góc nhau thì :

$$n_1 \sin i = n_2 \cos i$$

$$+ n_{12} = \frac{1}{n_{21}}$$

----- Góc giới hạn phản xạ toàn phần-----

$$+ \sin i_{gh} = \frac{n_2}{n_1}$$

$$+ \sin i_{gh} = \frac{n_{nhỏ}}{n_{lớn}}$$

----- Điều kiện để có phản xạ toàn phần-----

a) Ánh sáng truyền từ một môi trường tới môi trường chiết quang kém hơn.

$$n_2 < n_1$$

Hay : Ánh sáng truyền từ môi trường có chiết suất lớn (chiết quang hơn) sang môi trường có chiết suất nhỏ (chiết quang kém).

b) Góc tới lớn hơn hoặc bằng góc giới hạn :

$$i \geq i_{gh}$$

## LĂNG KÍNH

----- Các công thức về lăng kính -----

- Nếu các góc lớn hơn  $10^0$  thì :

$$+ \sin i_1 = n \cdot \sin r_1$$

$$+ \sin i_2 = n \cdot \sin r_2$$

$$+ A = r_1 + r_2$$

$$+ D = i_1 + i_2 - A$$

- Nếu các góc  $i_1$  và  $A$  nhỏ ( $< 10^0$ ) thì các công thức này có thể viết :

$$+ i_1 = n \cdot r_1$$

$$+ i_2 = n \cdot r_2$$

$$+ A = r_1 + r_2$$

$$+ D = (n - 1)A$$

----- Trường hợp góc lệch  $D$  đạt giá trị cực tiểu  $D_{\min}$  : ------ Điều kiện để  $D_{\min}$  :

$$+ i_1 = i_2 = i$$

$$+ r_1 = r_2 = r = \frac{A}{2}$$

$$+ \sin i = n \cdot \sin r$$

$$+ \sin\left(\frac{D_{\min} + A}{2}\right) = n \cdot \sin\left(\frac{A}{2}\right)$$

- Khi góc lệch đạt giá trị cực tiểu  $D_{\min}$  thì tia ló và tia tới đối xứng nhau qua mặt phẳng phân giác của góc chiết quang  $A$ , hay  $i_1 = i_2$ .- Khi góc lệch cực tiểu đúng bằng góc chiết quang  $A$  :  $D_{\min} = A$  thì ta có công thức sau đểtính góc chiết quang :  $D_{\min} = A \rightarrow \cos\left(\frac{A}{2}\right) = \frac{n}{2}$ .

- Sơ đồ giải bài tập lăng kính :

$$i_1 \xrightarrow{\sin i_1 = n \cdot \sin r_1} r_1 \xrightarrow{A = r_1 + r_2} r_2 \xrightarrow{\sin i_2 = n \cdot \sin r_2} i_2$$

- Nếu chiếu tia sáng SI vuông góc với mặt bên AB thì :  $i_1 = 0$  ;  $r_1 = 0$ .- Nếu tia ló JR đi sát mặt bên AC thì :  $i_2 = 90^0$ .

## THẤU KÍNH

----- Xác định vị trí vật, ảnh, kích thước ảnh -----

- Công thức thấu kính :  $\frac{1}{f} = \frac{1}{d} + \frac{1}{d'}$ 

- Hệ quả :

$$+ f = \frac{d \cdot d'}{d + d'}$$

$$+ d = \frac{d' \cdot f}{d' - f}$$

$$+ d' = \frac{d \cdot f}{d - f}$$

Trong đó :

+  $d$  : là vị trí của vật so với thấu kính ;  $d > 0$  : vật thật ;  $d < 0$  : vật ảo.

+  $d'$  : là vị trí của ảnh so với thấu kính ;  $d' > 0$  : ảnh thật ;  $d' < 0$  : ảnh ảo.

+  $f$  : là tiêu cự của thấu kính ;  $f > 0$  : thấu kính hội tụ ;  $f < 0$  : thấu kính phân kì.

- Chiều và độ lớn ảnh (số phóng đại) :  $k = \frac{A'B'}{AB} = -\frac{d'}{d}$

$$+ |k| = \frac{\text{Độ cao ảnh}}{\text{Độ cao vật}} = \frac{A'B'}{AB}$$

+ Nếu ảnh và vật cùng chiều thì  $k > 0$  ; ngược chiều thì  $k < 0$ .

+ Độ lớn (chiều cao của ảnh) :  $A'B' = |k| \cdot AB$

- Chú ý : Điểm sáng hay vật sáng thì là vật thật ; ảnh thật là ảnh hứng được trên màn ; ảnh ảo thì quan sát được bằng mắt.

### -----Cho bán kính và chiết suất, tính tiêu cự và độ tụ-----

$$+ \text{áp dụng công thức : } D = \frac{1}{f} = \left( \frac{n_{tk}}{n_{mt}} - 1 \right) \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$$

Trong đó :

+  $D$  là độ tụ, đơn vị là điốp (dp).

+  $f$  (m): là tiêu cự.

+  $R_1, R_2$  : là bán kính hai mặt cầu ( $R > 0$  : mặt lồi ;  $R < 0$  : mặt lõm ;  $R = \infty$  : mặt phẳng ).

### -----Khoảng cách giữa vật và ảnh : L-----

- Áp dụng các công thức về ảnh tạo bởi thấu kính :

$$+ d' = \frac{d \cdot f}{d - f}$$

$$+ k = -\frac{d'}{d} = \frac{f}{f - d} = \frac{f - d'}{f}$$

- Vật và ảnh cùng tính chất thì ngược chiều và ngược lại.

- Trong mọi trường hợp khoảng cách giữa vật và ảnh :  $L = |d + d'|$

- Công thức kết quả :  $d^2 - Ld + Lf = 0(*)$

+  $d + d' = L$  : Thấu kính hội tụ : ảnh thật ; thấu kính phân kì : ảnh ảo.

+  $d + d' = -L$  : Thấu kính hội tụ : ảnh ảo.

- Chỉ có một vị trí của thấu kính cho ảnh thật trên màn :

$$L_{\min} = 4f \text{ hay } d = 2f ; d' = 2f \text{ nên } d + d' = 4f.$$

- Hai vị trí của thấu kính cho ảnh thật trên màn :  $\Rightarrow f = \frac{L^2 - a^2}{4L}$

### -----chiều cao của vật khi cho chiều cao của ảnh -----

Một thấu kính cho trên màn hai ảnh rõ nét với các chiều cao  $h_1$  và  $h_2$  từ hai vị trí khác nhau, nhưng khoảng cách giữa vật chiếu sáng và màn là không đổi. Chiều cao  $H$  của vật chiếu sáng là

$$H = \sqrt{h_1 \cdot h_2}$$

### -----Dịch chuyển vật - ảnh -----

+ Giả sử vật tiến ra xa thấu kính một đoạn  $a$  thì ảnh tiến lại gần thấu kính một đoạn  $b$ , ta có :

$$+ d_2 = d_1 + a \Rightarrow f \left( 1 - \frac{1}{k_2} \right) = f \left( 1 - \frac{1}{k_1} \right) + a \quad (1)$$

$$+ d'_2 = d'_1 - b \Rightarrow f(1 - k_2) = f(1 - k_1) - b \quad (2)$$

+ Tương tự trong trường hợp vật tiến lại gần thấu kính.

### -----Hệ thấu kính ghép xa nhau (cách nhau một đoạn $a = O_1O_2$ )-----

Cho hai thấu kính  $L_1$  và  $L_2$  có tiêu cự lần lượt là  $f_1$  và  $f_2$  đặt đồng trục chính cách nhau một khoảng  $a$ . Một vật sáng  $AB$  đặt vuông góc với trục chính ( $A$  ở trên trục chính) trước thấu kính  $L_1$  và cách  $O_1$  một khoảng  $d_1$ , Hãy xác định ảnh cuối cùng  $A_2B_2$  của vật  $AB$  qua hệ thấu kính ?

#### Phương pháp

$$+ \text{Sơ đồ tạo ảnh : } AB \xrightarrow{O_1} A_1B_1 \xrightarrow{O_2} A_2B_2 \equiv A'B'$$

+ Vật  $AB$  được thấu kính  $L_1$  cho ảnh  $A_1B_1$ , ảnh này trở thành vật đối với thấu kính  $L_2$  và được  $L_2$  cho ảnh cuối cùng là  $A_2B_2$ .

- Vị trí và tính chất của ảnh  $A_2B_2$  :

- Đối với  $L_1$  :

$$+ d_1 = OA$$

$$+ d'_1 = \frac{d_1 f_1}{d_1 - f_1}$$

- Đối với thấu kính  $L_2$  :

$$+ a = d'_1 + d_2 \Rightarrow d_2 = a - d'_1$$

$$+ d'_2 = \frac{d_2 f_2}{d_2 - f_2}$$

- Nhận xét :

+ Nếu  $d'_2 > 0 \Rightarrow$  ảnh  $A_2B_2$  là ảnh thật.

+ Nếu  $d'_2 < 0 \Rightarrow$  ảnh  $A_2B_2$  là ảnh ảo.

+ Nếu  $d'_2 = \infty \Rightarrow$  ảnh  $A_2B_2$  ở vô cùng.

\* Chiều và độ cao của ảnh  $A_2B_2$  :

- Độ phóng đại của ảnh qua hệ thấu kính :

$$+ k = k_1 \cdot k_2$$

$$+ k = \left( \frac{-d'_1}{d_1} \right) \cdot k = \left( \frac{-d'_2}{d_2} \right)$$

### -----Hệ thấu kính ghép sát-----

**Bài toán cơ bản :** Khi ghép sát một thấu kính hội tụ có tiêu cự  $f_1$  đồng trục với một thấu kính phân kì có tiêu cự  $f_2$  ta có được thấu kính tương đương với tiêu cự là bao nhiêu ?

#### Phương pháp

+ Thay hệ thấu kính bằng một thấu kính tương đương có độ tụ :

$$D_{\text{hệ}} = D_1 + D_2 + \dots + D_n$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{f_{\text{hệ}}} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} + \dots + \frac{1}{f_n}$$

+ Thực hiện các tính toán trên hệ thấu kính tương đương.

- + Khi hai thấu kính không cùng kích thước ghép sát nhau :
- . Phần chung (phần giữa) được thay bằng thấu kính tương đương.
- . Phần riêng (phần rìa) là một thấu kính đơn.

### -----Hệ vô tiêu -----

Thấu kính hội tụ  $L_1$  có tiêu cự  $f_1$  và thấu kính phân kì có tiêu cự  $f_2$ . Hai thấu kính được ghép đồng trục và cách nhau một khoảng  $a$ . Hỏi  $a$  bằng bao nhiêu thì độ lớn của ảnh cuối cùng không thay đổi khi ta di chuyển vật lại gần lại gần hệ thấu kính ?

Phương pháp

$$+ a = f_1 + f_2$$

## MẮT

### -----Mắt thường-----

- Là mắt khi không điều tiết có tiêu điểm nằm trên võng mạc (màng lưới).
- Mắt bình thường có điểm cực cận  $C_C$  cách mắt cỡ 25 cm ( $OC_C = Đ = 25 \text{ cm}$ ) ; điểm cực viễn ở vô cực ( $OC_V = \infty$ ).

- Giới hạn nhìn rõ của mắt:  $[C_C; C_V]$

- Công thức về thấu kính mắt :  $D = \frac{1}{f} = \frac{1}{d} + \frac{1}{d'}$

$$d' = OV \Rightarrow D = \frac{1}{f} = \frac{1}{d} + \frac{1}{OV}$$

- Khi quan sát ở vô cực (không điều tiết) thì  $d = OC_V = \infty$

$$\Rightarrow D = \frac{1}{f} = \frac{1}{\infty} + \frac{1}{OV}$$

$$\Rightarrow D = \frac{1}{f} = \frac{1}{OV}$$

- Khi quan sát ở cực cận (điều tiết tối đa) thì  $d = OC_C = Đ$  :

$$D = \frac{1}{f} = \frac{1}{OC_C} + \frac{1}{OV}$$

- Khi chuyển từ trạng thái quan sát vật ở vị trí cách mắt  $d_1$  sang trạng thái quan sát vật ở vị trí cách mắt  $d_2$  thì độ biến thiên độ tụ của mắt là :

$$\Delta D = \frac{1}{d_2} - \frac{1}{d_1}$$

- Khi chuyển từ trạng thái không điều tiết sang trạng thái điều tiết tối đa thì độ biến thiên độ tụ của mắt là :

$$\Delta D = \frac{1}{OC_C} - \frac{1}{OC_V}$$

+ Góc trông vật  $AB$  là góc  $\alpha$  tạo bởi hai tia sáng xuất phát từ hai điểm  $A$  và  $B$  tới mắt.

+ Năng suất phân li của mắt ( $\alpha_{\min}$ ) là góc trông nhỏ nhất giữa hai điểm mà mắt còn có thể

phân biệt được hai điểm đó :  $\tan \alpha = \frac{AB}{OA} = \frac{AB}{l}$

**Lưu ý :** Khi tính toán các công thức liên quan đến độ tụ D hay độ biến thiên độ tụ  $\Delta D$  thì nhất thiết phải để đơn vị chiều dài ở dạng mét (m).

## -----Mắt cận thị - Mắt viễn thị -----

### 1) Sửa tật cận thị :

+ Mắt cận thị là mắt khi điều tiết có tiêu điểm nằm trước võng mạc. Do đó có  $f_{\max} < OV$ , với  $OV$  là khoảng cách từ quang tâm của thủy tinh thể tới võng mạc ; khoảng cực cận  $OC_C = Đ < 25 \text{ cm}$  ;  $OC_V$  có giá trị hữu hạn (điểm cực viễn không ở vô cùng).

+ Cách sửa tật (có 2 cách : cách 1 có lợi nhất nên thường được sử dụng).

#### Cách 1:

+ Đeo thấu kính phân kì để nhìn xa như người bình thường, tức là vật ở vô cực cho ảnh ảo qua kính nằm ở điểm cực viễn.

+ Sơ đồ tạo ảnh :

$$S \equiv \infty \xrightarrow{O_K} S' \equiv C_V \xrightarrow{O} S' \equiv V$$

+ Kính cách mắt một đoạn  $l$  :  $d = \infty \Rightarrow d' = -O_K C_V = -(OC_V - l) = f_k$

+ Khi đeo kính sát mắt ( $l = 0$ )  $\Rightarrow d' = -O_K C_V = -OC_V = f_k$

Với  $l = OO_K$  là khoảng cách từ kính tới mắt.

**Cách 2:** Đeo thấu kính phân kì để nhìn gần như người bình thường, tức là vật đặt cách mắt 25 cm cho ảnh ảo qua kính nằm ở điểm cực cận.

#### Ta có :

+  $d = 25 - l \Rightarrow d' = -O_K C_C = -(OC_C - l)$

+ Khi đeo kính sát mắt  $\Rightarrow l = 0 \Rightarrow \begin{cases} d = Đ = 25 \text{ cm} \\ d' = -O_K C_C = -OC_C \end{cases}$

+ Độ tụ của kính :  $D = \frac{1}{d} + \frac{1}{d'}$

Với  $l = OO_K$  : là khoảng cách từ kính tới mắt.

#### Chú ý :

+  $OC_C = Đ$  : là khả năng thấy rõ gần nhất của mắt, là khoảng cách từ điểm cực cận ( $C_C$ ) đến mắt.

#### Cách 3:

- Tiêu cự của kính đeo :

+  $f_k = -OC_V$  (nếu kính đeo sát mắt ;  $a = 0$ ).

+  $f_k = -(OC_V - a)$  ( nếu kính đeo cách mắt một đoạn  $a = O_1 O_2$  ).

- Khi đã đeo kính, điểm gần nhất mắt đeo kính nhìn thấy có vị trí :

$$\frac{1}{f_k} = \frac{1}{d} - \frac{1}{OC_C}$$

#### Cách 4:

Đeo thấu kính phân kì để nhìn xa như người bình thường, tức là vật ở vô cực cho ảnh ảo qua kính nằm ở điểm cực viễn.

+  $d = \infty$

+  $d' = -O_K C_V = -(OC_V - a) = f_k$

Với  $a = O_K O$  là khoảng cách từ kính đến mắt.

+  $d' = -O_K C_V = -(OC_V) = f_k$  ( $a = 0$  ; kính đeo sát mắt).

#### Cách 5:

Đeo thấu kính phân kì để nhìn gần như người bình thường, tức là vật đặt cách mắt 25 cm cho ảnh ảo qua kính nằm ở điểm cực cận.

$$+ d = 25 - a$$

$$+ d' = -O_K C_C = -(OC_C - a) = f_K$$

$$+ \text{Kính đeo sát mắt : } a = 0 ; d = D = 25 \text{ cm} ; d' = -O_K O_c = -OC_C.$$

$$+ \text{Độ tụ của kính : } D = \frac{1}{d} + \frac{1}{d'}.$$

+  $D = OC_C$  là khoảng thấy rõ ngắn nhất của mắt là khoảng cách từ điểm cực cận ( $C_C$ ) đến mắt.

### **CÁCH 6**

+ Muốn sửa tật cận thị (hay muốn nhìn vật ở xa vô cực mà không cần điều tiết) cần đeo kính phân kì có tiêu cự sao cho vật ở xa qua kính cho ảnh ảo ở cực viễn của mắt (ảnh ảo này là vật thật đối với thủy tinh thể, qua thủy tinh thể cho ảnh thật trên võng mạc  $\Rightarrow$  Mắt nhìn rõ vật mà không cần điều tiết).

+ Nếu kính đeo sát mắt :  $f_K = -OC_V$  ( với O là quang tâm của thủy tinh thể).

+ Nếu kính cách mắt một khoảng  $l$  :  $f_K = -(OC_V - l)$

**Cách 7:** Muốn nhìn được vật ở xa vô cực mắt cận thị phải đeo kính phân kì  $L_1$  mà tiêu cự  $f_1$  có giá trị tuyệt đối bằng :

$$|f_1| = OC_V - O_1 O_2$$

- Khi đeo kính, mắt chỉ thấy ảnh ảo nên khoảng cách từ ảnh tới kính là  $d'$  phải âm. Muốn mắt không điều tiết thì ảnh này ở điểm cực viễn. Muốn mắt điều tiết tối đa thì ảnh này ở điểm cực cận.

## **2) Sửa mắt viễn thị :**

### **Cách 1:**

- Tiêu cự của kính đeo :

$$+ f_K = OC_V \text{ (nếu kính đeo sát mắt ; } a = 0)$$

$$+ f_K = (OC_V - a) \text{ (nếu kính đeo cách mắt một đoạn } a = O_1 O_2).$$

**- Chú ý :** Qua kính phân kì, vật ở vô cực tạo ảnh ở  $C_V$  ; vật ở điểm gần nhất tạo ảnh ở  $C_C$ .

### **Cách 2:**

- Đeo thấu kính hội tụ để nhìn gần như bình thường, tức là vật đặt cách mắt 25 cm , cho ảnh ảo qua kính nằm ở điểm cực cận.

$$+ d = 25 \text{ cm.}$$

$$+ \text{Kính đeo cách mắt một đoạn } a : d' = -O_K C_c = -(OC_C - a)$$

$$+ \text{Kính đeo sát mắt ( } a = 0) : d' = -O_K C_C = -OC_C.$$

$$+ \text{Tiêu cự và độ tụ của kính : } D_K = \frac{1}{f_K} = \frac{1}{d} + \frac{1}{d'} > 0$$

## **KÍNH LÚP**

### **-----Mắt quan sát vật bằng kính lúp-----**

#### **1) Ngắm chừng ở cực cận :**

+ Ảnh  $A'B'$  ở cực cận :  $d'_C = -(OC_C - l)$  , với  $l$  là khoảng cách từ mắt đến kính.

+ Khoảng cách từ vật AB đến kính :  $d_C$

$$d_C = \frac{d'_C \cdot f_K}{d'_C - f_K}$$

+ Số bội giác :  $G_C = k_C$



+  $k_C$  : là độ phóng đại ảnh :  $k_C = -\frac{d'_C}{d_C}$

## 2) Ngắm chừng ở cực viễn :

+ Ảnh A'B' ở cực viễn :  $d'_V = -(OC_V - l)$

+ Khoảng cách từ vật AB đến kính :  $d_V$

$$d_V = \frac{d'_V \cdot f_k}{d'_V - f_k}$$

- Số bội giác :  $G_V = \frac{\tan \alpha}{\tan \alpha_0}$

$$+ \tan \alpha = \frac{A'B'}{OC_V}$$

$$+ \tan \alpha_0 = \frac{AB}{Đ}$$

$$\Rightarrow G_V = k_V \cdot \frac{Đ}{OC_V}$$

- Độ phóng đại ảnh :  $k_V = -\frac{d'_V}{d_V}$

## 3) Ngắm chừng ở vô cực :

- Ảnh A'B' ở vô cực nên vật AB ở tại tiêu điểm F của kính :  $d = f_k$

- Độ bội giác :

$$G_\infty = \frac{\tan \alpha}{\tan \alpha_0} = \frac{Đ}{f} \text{ với } Đ = OC_C.$$

- Trong thương mại, người ta thường lấy  $Đ = 25 \text{ cm}$ .

Do đó, ta có :  $G_\infty = \frac{25}{f_k}$  (giá trị này được ghi trên vành kính lúp : X5 ; X10; X25; ...)

4) Trường hợp mắt đặt tại tiêu điểm ảnh chính của kính lúp thì số bội giác luôn là  $G = \frac{Đ}{f_k}$ .

5) Khi vật AB cách kính một đoạn  $d$ , qua kính cho ảnh A'B' nằm trong giới hạn nhìn rõ cực cận và cực viễn của mắt, số bội giác qua kính lúp là :

$$G = k \cdot \frac{Đ}{|d'| + l}$$

## -----Tính độ bội giác của kính lúp-----

+ Số bội giác khi ngắm chừng ở cực cận :  $G_C = k_C$

+  $k_C$  : là độ phóng đại ảnh :  $k_C = -\frac{d'_C}{d_C}$

+ Số bội giác khi ngắm chừng ở cực viễn :  $G_V = k_V \cdot \frac{Đ}{OC_V}$

+ Độ phóng đại ảnh :  $k_V = -\frac{d'_V}{d_V}$

+ Số bội giác khi ngắm chừng ở vô cực :  $G_\infty = \frac{25}{f_k}$

+ Khi vật AB cách kính một đoạn  $d$ , qua kính cho ảnh A'B' nằm trong giới hạn nhìn rõ cực cận và cực viễn của mắt, số bội giác qua kính lúp là :

$$G = k \cdot \frac{Đ}{|d'| + l}$$

## CHƯƠNG 5- TÍNH CHẤT SÓNG CỦA ÁNH SÁNG

### ----- Bước sóng của ánh sáng -----

$$+ \lambda = \frac{c}{f}$$

$$+ \lambda' = \frac{\lambda}{n}$$

$$+ \lambda_{do} > \lambda_{cam} > \lambda_{vang} > \lambda_{luc} > \lambda_{lam} > \lambda_{cham} > \lambda_{tim}$$

$$+ n_{do} < n_{cam} < n_{vang} < n_{luc} < n_{lam} < n_{cham} < n_{tim}$$

$$+ V_{do} > V_{cam} > V_{vang} > V_{luc} > V_{lam} > V_{cham} > V_{tim}$$

$$+ \lambda_{tia-\gamma} < \lambda_{tia-X} < \lambda_{tia-tu-ngoai} < \left[ \underbrace{0,40\mu m (tim) \leq \lambda \leq 0,75\mu m (do)}_{\text{anh-sang-nhin-thay}} \right] < \lambda_{hong-ngoai} < \lambda_{song-vo-tuyen}$$

## GIAO THOA ÁNH SÁNG

+  $a = S_1 S_2$  (mm): là khoảng cách giữa hai khe sáng hẹp.

+  $D$  (m): là khoảng cách từ hai khe sáng hẹp đến màn quan sát.

### ----- Điều kiện để tại một điểm trên màn là vân sáng hay vân tối -----

- Điều kiện để một điểm trên màn là vân sáng

$$d_2 - d_1 = k\lambda (k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots)$$

- Điều kiện để một điểm trên màn là vân tối

$$d_2 - d_1 = (k + 0,5)\lambda (k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots)$$

### ----- Vị trí vân sáng -----

$$x_s = ki = k \frac{\lambda D}{a}$$

+  $k = 0$  : Vân sáng trung tâm ( Vân sáng chính giữa )

+  $k = \pm 1$  : Vân sáng bậc 1 ( thứ nhất )

+  $k = \pm 2$  : Vân sáng bậc 2 ( thứ hai )

+  $k = \pm 3$  : Vân sáng bậc 3 ( thứ ba )

**Ví dụ :**

+ Vị trí vân sáng thứ 1:  $x = i$ .

+ Vị trí vân sáng thứ 2:  $x = 2i$ .

+ Vị trí vân sáng thứ 3 :  $x = 3i$

+ Vị trí vân sáng thứ 4:  $x = 4i$ .

### ----- Vị trí vân tối: ( chính là khoảng cách từ Vân Tối bậc gì đó đến VSTT ) -----

$$x_t = (k + 0,5)i = (k + 0,5) \frac{\lambda D}{a}$$

với ( $k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ )

- +  $k = 0$  : Vân tối bậc 1 ( thứ nhất )
- +  $k = \pm 1$  : Vân tối bậc 2 ( thứ hai )
- +  $k = \pm 2$  : Vân tối bậc 3 ( thứ ba )
- +  $k = \pm 3$  : Vân tối bậc 4 ( thứ tư )

**- Ví dụ :**

- + Vị trí vân tối thứ 1:  $x = 0,5i$ .
- + Vị trí vân tối thứ 2:  $x = 1,5i$ .
- + Vị trí vân tối thứ 3 :  $x = 2,5i$
- + Vị trí vân tối thứ 4:  $x = 3,5i$ .

----- **Khoảng vân : ( $i$ )** -----

- + Khoảng vân là khoảng cách giữa hai vân sáng hoặc hai vân tối liên tiếp

$$i = \frac{\lambda D}{a}$$

- + Vị trí vân sáng :  $x_s = ki$
- + Vị trí vân tối:  $x_t = (k + 0,5)i$
- + Khoảng cách giữa  $n$  vân sáng liên tiếp có  $(n - 1)$  khoảng vân. :

$$\Delta x = (n - 1)i$$

- + Khoảng cách giữa một vân sáng và một vân tối liên tiếp là  $0,5i$ .

----- **Công thức liên quan đến Số vân trên giao thoa (sáng và tối) trường và trên một đoạn** -----

- +  $L$  là bề rộng của giao thoa trường.

+  $i$

$$+ \frac{L}{2i} = k, n$$

$$- \text{Số vân sáng : } N_{\text{sáng}} = 2k + 1$$

- Số vân tối :

$$+ \text{Nếu } n < 5 \Rightarrow N_{\text{tối}} = 2k$$

$$+ \text{Nếu } n \geq 5 \Rightarrow N_{\text{tối}} = 2k + 2$$

----- **Công thức để kiểm tra xem tại 1 nơi (vị trí) nào đó là vân sáng hay tối? bậc mấy?** -----

$$+ \frac{x}{i} = k \rightarrow \text{Vân sáng bậc } k.$$

$$+ \frac{x}{i} = k, n \rightarrow \text{Vân tối bậc } (k + 1).$$

----- **Giao thoa trong môi trường chiết suất  $n$**  -----

- Giao thoa Y-âng nguyên bản, được thực hiện trong không khí (chiết suất  $n_{\text{kk}} = 1$ ) và khe S cách đều hai khe  $S_1$  và  $S_2$ .

- Chỉ bước sóng giảm  $n$  lần (nên khoảng vân giảm  $n$  lần :  $i' = \frac{i}{n}$ ) còn tất cả các kết quả giống giao thoa trong không khí.

$$+ \text{Vị trí vân sáng : } x = k.i' = k \cdot \frac{i}{n}$$

$$+ \text{Vị trí vân tối : } x = (k + 0,5).i' = (k + 0,5) \cdot \frac{i}{n}$$

- Giả sử lúc đầu tại M là vân sáng sau đó cho giao thoa trong môi trường chiết suất  $n$  muốn biết tại M là vân sáng hay vân tối ta làm như sau :

+  $x_M = ki = k.n.i'$  (nếu  $k.n$  là số nguyên thì vân sáng, còn số bán nguyên thì vân tối).

+ Nếu lúc đầu tại M là vân tối :  $x_M = (k + 0,5)i = (k + 0,5).n.i'$  (nếu  $(k + 0,5).n$  là số nguyên thì vân sáng, còn số bán nguyên thì vân tối).

----- Các công thức về khoảng cách giữa các vân (sáng hoặc tối)-----

- **Khoảng cách từ vân này đến vân kia :**

+ Nếu hai vân cùng phía so với vân sáng Trung tâm (VSTT) thì lấy hai vị trí TRỪ nhau .

- Ví dụ : Khoảng cách từ vân sáng bậc hai đến vân sáng bậc 5 ở cùng phía so với VSTT là

$$\Delta x = x_{s5} - x_{s2} = 5i - 2i = 3i$$

- Ví dụ : Khoảng cách từ vân sáng bậc 3 đến vân tối bậc 7 ở cùng phía so với VSTT là

$$\Delta x = x_{t7} - x_{s3} = (6+0,5)i - 3i = 3,5i$$

+ Nếu hai vân KHÁC PHÍA so với vân sáng Trung tâm (VSTT) thì lấy hai vị trí CỘNG lại với nhau .

- Ví dụ : Khoảng cách từ vân sáng bậc 2 đến vân sáng bậc 5 ở khác phía (khác bên) so với VSTT là  $\Delta x = x_{s2} + x_{s5} = 2i + 5i = 7i$  .

- Ví dụ : Khoảng cách từ vân sáng bậc 3 đến vân tối bậc 7 ở khác phía so với VSTT là

$$\Delta x = x_{s3} + x_{t7} = 3i + (6+0,5)i = 9,5i$$

+ **Khoảng cách từ vân gì đó đến vân sáng trung tâm là vị trí của chính nó.**

Ví dụ : Khoảng cách từ vân sáng bậc  $k$  đến VSTT là vị trí của vân sáng bậc  $k$ , tính theo công thức :  $x_s = k \frac{\lambda D}{a} = ki$  (  $k = 0, \pm 1; \pm 2; \pm 3; \dots$  : là bậc của vân sáng ).

Ví dụ : Khoảng cách từ vân tối bậc  $k - 1$  đến VSTT là vị trí của vân tối bậc  $k - 1$ , tính theo công thức :  $x_t = (k + 0,5) \frac{\lambda D}{a} = (k + 0,5)i$  ( $k = 0, \pm 1; \pm 2; \pm 3; \dots$ )

----- Công thức tính Tính bề rộng của quang phổ liên tục trên màn quan sát khi giao thoa dùng ánh sáng trắng-----

$$d_k = k \frac{D}{a} (\lambda_{do} - \lambda_{tim})$$

----- Công thức về Hai vân sáng bậc  $k_1$  của bức xạ  $\lambda_1$  trùng với vân sáng bậc  $k_2$  của bức xạ  $\lambda_2$ , ta có-----

$$x_1 = x_2 \Rightarrow k_1 \cdot \frac{\lambda_1 D}{a} = k_2 \cdot \frac{\lambda_2 D}{a}$$

$$\Rightarrow k_1 \cdot \lambda_1 = k_2 \cdot \lambda_2$$

----- Công thức tính Khoảng cách ngắn nhất giữa hai vân sáng cùng màu với vân sáng trung tâm-----

$$+ \lambda_{td} = \text{BSCNN}(\lambda_1; \lambda_2)$$

$$+ i_{td} = \text{BSCNN}(i_1; i_2)$$

$$+ i_{td} = \frac{\lambda_{td} \cdot D}{a}$$

----- Công thức về dạng bài toán liên quan đến 2 vân sáng trùng nhau của 2 bức xạ. Cách tính số vạch trùng nhau và số vạch quan sát được-----

+ Khi 2 vân sáng của 2 bức xạ trùng nhau thì :

$$x_{s1} = x_{s2} \Rightarrow k_1 \frac{\lambda_1 D}{a} = k_2 \frac{\lambda_2 D}{a} \Rightarrow k_1 \lambda_1 = k_2 \lambda_2$$

$$\Rightarrow \frac{k_1}{k_2} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{a}{b} \quad (\text{phân số tối giản})$$

$$\Rightarrow \begin{cases} k_1 = an \\ k_2 = bn \end{cases} \quad (n \text{ là số nguyên, âm hoặc dương})$$

- Vị trí trùng :  $x_{\equiv} = an \frac{\lambda_1 D}{a}$  hoặc  $x_{\equiv} = bn \frac{\lambda_2 D}{a}$

- Điều kiện :  $x_{\equiv}$  phải nằm trong vùng khảo sát

+ Nếu trong bề rộng  $L$  của trường giao thoa thì :  $-\frac{L}{2} \leq x_{\equiv} \leq \frac{L}{2}$

+ Nếu trong khoảng  $MN$  (  $M$  và  $N$  nằm cùng phía với Vân sáng trung tâm ) thì :

$$x_M \leq x_{\equiv} \leq x_N$$

+ Nếu  $M, N$  nằm khác phía so với vân sáng trung tâm  $O$  thì điều kiện là :

$$-x_M \leq x_{\equiv} \leq x_N$$

Từ điều kiện trên, ta giải bất đẳng thức đó sẽ tìm được  $n$ . Bao nhiêu giá trị của  $n$  thì ta có bấy nhiêu vân sáng trùng nhau của 2 bức xạ.

+ Số vân sáng quan sát được :  $N = N_1 + N_2 - N_{\equiv}$  hoặc  $N = N_1 + N_2 - N_{12}$

-----**Công thức tính Số vạch sáng trùng nhau khi giao thoa Y-âng đồng thời với 2 bức xạ có bước sóng  $\lambda_1$  và  $\lambda_2$** -----

$$N_{qs} = N_1 + N_2 - N_{\equiv}$$

-----**Công thức tính số vạch sáng cùng màu với vân sáng trung tâm**-----

$$+ x = k_1 i_1 = k_2 i_2 = \dots k_n i_n$$

$$+ x_1 = x_2 \Rightarrow k_1 i_1 = k_2 i_2 \Rightarrow \frac{i_2}{i_1} = \frac{b}{c} \Rightarrow x_{\equiv} = n \cdot i_{\equiv}$$

$$+ \Rightarrow \begin{cases} x_M \leq n \cdot i_{\equiv} \leq x_N \\ N_{\equiv} = 2 \left[ \frac{L}{2i} \right] + 1 \end{cases}$$

-----**Giao thoa dùng ánh sáng trắng : bề rộng của quang phổ liên tục bậc  $k$  và sự trùng nhau của các vân sáng (vân tối) tại một điểm cách VSTT một đoạn  $x$** -----

**1-** Ánh sáng trắng có bước sóng từ  $0,40\mu\text{m} (\text{tím}) \leq \lambda \leq 0,75\mu\text{m} (\text{đỏ})$ , dùng một chùm ánh sáng trắng chiếu vào hai khe hẹp  $S_1, S_2$ , thì bề rộng của quang phổ liên tục bậc  $k$  trên màn quan sát được ( Chính là khoảng cách từ vân sáng bậc  $k$  của màu đỏ đến vân sáng bậc  $k$  của màu tím ở cùng phía so với VSTT ) được tính theo công thức :  $d_k = k \frac{D}{a} (\lambda_{\text{đỏ}} - \lambda_{\text{tím}})$ .

**2-** Ánh sáng trắng có bước sóng từ  $0,40\mu\text{m} (\text{tím}) \leq \lambda \leq 0,75\mu\text{m} (\text{đỏ})$ , dùng ánh sáng trắng làm thí nghiệm. Tìm những bức xạ cho Vân sáng hay vân tối tại một điểm trên màn cách VSTT một khoảng  $x$  ( hay đây là dạng  $\lambda$  chạy ).

- Dấu hiệu nhận biết vân trùng : “ Trùng, tại, cùng màu với vân sáng trung tâm,...”.

**Cách 1:**

- Những bức xạ cho vân sáng tại vị trí  $x_M$

$$x_M = k \frac{\lambda D}{a} \Rightarrow \lambda = \frac{ax_M}{kD} (\mu\text{m}) (*)$$

+ Vì  $0,4\mu\text{m} \leq \lambda \leq 0,75\mu\text{m}$  nên ta có :  $0,4 \leq \lambda = \frac{ax_M}{kD} \leq 0,75 \Rightarrow ? \leq k \leq ? \Rightarrow k = k_1; k_2; k_3; \dots$

+ Có bao nhiêu giá trị của  $k$  thì có bấy nhiêu vân sáng khác nằm tại điểm M đó.

+ Bước sóng của các bức xạ của ánh sáng khác được tính bằng cách thay các giá trị của  $k$  vào phương trình (\*).

- **Những bức xạ cho vân tối tại vị trí  $x_N$**

$$x_N = (k+0,5) \frac{\lambda D}{a} \Rightarrow \lambda = \frac{ax_N}{(k+0,5)D} (\mu\text{m}) (*)$$

+ Vì  $0,4\mu\text{m} \leq \lambda \leq 0,75\mu\text{m}$  nên ta có :  $0,4 \leq \frac{ax_N}{(k+0,5)D} \leq 0,75 \Rightarrow ? \leq k \leq ? \Rightarrow k = k_1; k_2; k_3; \dots$

+ Có bao nhiêu giá trị của  $k$  thì có bấy nhiêu vân tối của ánh sáng khác nằm tại điểm N đó.

+ Bước sóng của các bức xạ của ánh sáng khác được tính bằng cách thay các giá trị của  $k$  vào phương trình (\*).

**Cách 2: (nhANH) cho vân sáng :**

$$+ x_s = k \frac{\lambda D}{a} \Rightarrow k = \frac{a \cdot x}{D \cdot \lambda}$$

$$\Rightarrow k_i = \frac{a \cdot x}{D \cdot 0,4}$$

$$\Rightarrow k_j = \frac{a \cdot x}{D \cdot 0,75}$$

$$\Rightarrow k_i \leq k \leq k_j \Rightarrow \text{số giá trị của } k.$$

**Cách 2: (nhANH) cho vân tối**

$$+ x_t = (k+0,5) \frac{\lambda D}{a} \Rightarrow k = \frac{a \cdot x_t}{D \cdot \lambda} - 0,5$$

$$\Rightarrow k_i = \frac{a \cdot x_t}{D \cdot 0,4} - 0,5$$

$$\Rightarrow k_j = \frac{a \cdot x_t}{D \cdot 0,75} - 0,5$$

$$\Rightarrow k_i \leq k \leq k_j \Rightarrow \text{số giá trị của } k.$$

- Luôn có  $k$  tỉ lệ nghịch với bước sóng  $\lambda$  hay  $k \sim \frac{1}{\lambda}$

**Ví dụ 1: Những bức xạ cho vân sáng tại M :**

$$x = k \cdot \frac{\lambda D}{a} \Rightarrow k = \frac{a \cdot x}{D \cdot \lambda}$$

- **Thay số ta được :**

$$+ k_i = \frac{a \cdot x}{D \cdot 0,4} = ?$$

$$+ k_j = \frac{a \cdot x}{D \cdot 0,75} = ?$$

$$+ \text{Vậy : } ? \leq k \leq ? \Rightarrow k = \dots, \dots, \dots, \dots, \dots$$

**Ví dụ 2: Những bức xạ cho vân tối tại M :**

$$x_t = (k+0,5) \cdot \frac{\lambda D}{a} \Rightarrow k = \frac{a \cdot x}{D \cdot \lambda} - 0,5$$

$$+ k_i = \frac{a \cdot x}{D \cdot 0,4} - 0,5 = ?$$

$$+ k_j = \frac{a \cdot x}{D \cdot 0,75} - 0,5 = ?$$

$$+ \text{Vậy : } ? \leq k \leq ? \Rightarrow k = \dots, \dots, \dots, \dots, \dots$$

-----Giữa hai bức xạ trùng nhau của  $(\lambda_1; \lambda_2)$  ( cùng màu với VSTT) ,gần nhau nhất có mấy bức xạ có màu của bức xạ  $\lambda_1$  và màu của bức xạ  $\lambda_2$  -----

$$x_1 = x_2 \Rightarrow k_1 i_1 = k_2 i_2 \Rightarrow \frac{k_1}{k_2} = \frac{i_2}{i_1} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{b}{c} \Rightarrow \begin{cases} (b-1) = N_1 (\text{khac}) \\ (c-1) = N_2 (\text{khac}) \end{cases}$$

----- Hai vân sáng bậc  $k_1$  của bức xạ  $\lambda_1$  trùng với vân sáng bậc  $k_2$  của bức xạ  $\lambda_2$ , ta có-----

$$+ x_1 = x_2 \Rightarrow k_1 \cdot \frac{\lambda_1 D}{a} = k_2 \cdot \frac{\lambda_2 D}{a}$$

$$+ \Rightarrow k_1 \cdot \lambda_1 = k_2 \cdot \lambda_2$$

----- Dạng bài toán liên quan đến 2 vân sáng trùng nhau của 2 bức xạ. Cách tính số vạch trùng nhau và số vạch quan sát được.-----

**Cách 1 :**

+ Khi 2 vân sáng của 2 bức xạ trùng nhau thì :

$$x_{s1} = x_{s2} \Rightarrow k_1 \frac{\lambda_1 D}{a} = k_2 \frac{\lambda_2 D}{a} \Rightarrow k_1 \lambda_1 = k_2 \lambda_2$$

$$\Rightarrow \frac{k_1}{k_2} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{a}{b} \quad (\text{phân số tối giản})$$

$$\Rightarrow \begin{cases} k_1 = an \\ k_2 = bn \end{cases} \quad (n \text{ là số nguyên, âm hoặc dương})$$

$$+ \text{Vị trí trùng : } x_{\equiv} = an \frac{\lambda_1 D}{a} \text{ hoặc } x_{\equiv} = bn \frac{\lambda_2 D}{a}$$

+ Điều kiện :  $x_{\equiv}$  phải nằm trong vùng khảo sát

$$* \text{ Nếu trong bề rộng } L \text{ của trường giao thoa thì : } -\frac{L}{2} \leq x_{\equiv} \leq \frac{L}{2}$$

\* Nếu trong khoảng MN ( M và N nằm cùng phía với Vân sáng trung tâm ) thì :

$$x_M \leq x_{\equiv} \leq x_N$$

Từ điều kiện trên, ta giải bất đẳng thức đó sẽ tìm được n. Bao nhiêu giá trị của n thì ta có bấy nhiêu vân sáng trùng nhau của 2 bức xạ.

$$+ \text{ Số vân sáng quan sát được : } N = N_1 + N_2 - N_{\equiv} \text{ hoặc } N = N_1 + N_2 - N_{12}$$

**Cách 2 : Phương pháp tương đương**

$$+ \text{ Tìm } \lambda_{td} = BSCNN(\lambda_1; \lambda_2) \text{ hoặc } i_{td} = BSCNN(i_1; i_2).$$

+ số vân sáng trùng nhau được tính theo công thức :

$$N_{s\equiv} = N_{12} = 2 \left[ \frac{L}{2i_{td}} \right] + 1$$

**Cách 3 : phương pháp tương đương**

$$+ \text{ Tìm } \lambda_{td} = BSCNN(\lambda_1; \lambda_2) \text{ hoặc } i_{td} = BSCNN(i_1; i_2).$$

+ số vân sáng trùng nhau được tính theo công thức :

$$N_{s\equiv} = N_{12} = 2 \left[ \frac{x_N - x_M}{2i_{td}} \right] + 1$$

**Cách 4 : (phương pháp tương đương )**

+ Tìm  $\lambda_{td} = BSCNN(\lambda_1; \lambda_2)$  hoặc  $i_{td} = BSCNN(i_1; i_2)$ .

+ Vị trí vân sáng trùng nhau của 2 bức xạ :  $x_{\equiv} = ki_{td}$

+ Điều kiện :  $x_{\equiv}$  phải nằm trong vùng khảo sát

\* Nếu trong bề rộng L của trường giao thoa thì :  $-\frac{L}{2} \leq x_{\equiv} \leq \frac{L}{2}$

\* Nếu trong khoảng MN ( M và N nằm cùng phía với Vân sáng trung tâm ) thì :

$$x_M \leq x_{\equiv} \leq x_N$$

+ Từ điều kiện trên, ta giải bất đẳng thức đó sẽ tìm được n. Bao nhiêu giá trị của n thì ta có bấy nhiêu vân sáng trùng nhau của 2 bức xạ.

----- **Dạng bài toán 2 vân tối trùng nhau của 2 bức xạ** -----

**Cách 1 :**

- Khi 2 vân tối của 2 bức xạ trùng nhau thì :  $x_{t1} = x_{t2}$

$$\Rightarrow (2k_1 + 1) \frac{\lambda_1 D}{2a} = (2k_2 + 1) \frac{\lambda_2 D}{2a} \Rightarrow (2k_1 + 1)\lambda_1 = (2k_2 + 1)\lambda_2$$

$$\Rightarrow \frac{2k_1 + 1}{2k_2 + 1} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{a}{b}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2k_1 + 1 = a(2n + 1) \\ 2k_2 + 1 = b(2n + 1) \end{cases}$$

+ Vị trí trùng :  $x_{\equiv} = x_{t1} = a(2n + 1) \frac{\lambda_1 D}{a}$  hoặc  $x_{\equiv} = x_{t2} = b(2n + 1) \frac{\lambda_2 D}{a}$

+ Điều kiện :  $x_{\equiv}$  phải nằm trong vùng khảo sát

\* Nếu trong bề rộng L của trường giao thoa thì :  $-\frac{L}{2} \leq x_{\equiv} \leq \frac{L}{2}$

\* Nếu trong khoảng MN ( M và N nằm cùng phía với Vân sáng trung tâm ) thì :

$$x_M \leq x_{\equiv} \leq x_N$$

Từ điều kiện trên, ta giải bất đẳng thức đó sẽ tìm được n. Bao nhiêu giá trị của n thì ta có bấy nhiêu vân tối trùng nhau của 2 bức xạ.

**Cách 2 : (phương pháp tương đương )**

+ Tìm  $\lambda_{td} = BSCNN(\lambda_1; \lambda_2)$  hoặc  $i_{td} = BSCNN(i_1; i_2)$

+ số vân tối trùng nhau được tính theo công thức :

$$N_{t\equiv} = 2 \left[ \frac{L}{2i_{td}} + 0,5 \right] = 2 [k, n] = 2.k$$

**Cách 3 : Như của vân sáng trùng nhau****Cách 4 : Như của vân sáng trùng nhau**

----- **Dạng bài toán vân sáng của bức xạ này trùng với vân tối của bức xạ kia** -----

**Cách 1:**

- Khi vân sáng của bức xạ này trùng với vân tối của bức xạ kia, ta có :



$$x_{s1} = x_{t2}$$

$$\Rightarrow k_1 \cdot \frac{\lambda_1 D}{a} = (2k_2 + 1) \cdot \frac{\lambda_2 D}{2a}$$

$$\Rightarrow \frac{k_1}{(2k_2 + 1)} = \frac{\lambda_2}{2\lambda_1} = \frac{a}{b} \text{ (phân số tối giản).}$$

$$\Rightarrow \text{có thể viết } \begin{cases} k_1 = a(2n + 1) \\ (2k_2 + 1) = b(2n + 1) \end{cases} \text{ và vị trí trùng } x_{\equiv} = a(2n + 1) \cdot i_1$$

- Cho  $x_{\equiv}$  nằm trong vùng khảo sát  $\left[-\frac{L}{2} \leq x_{\equiv} \leq \frac{L}{2}\right]$  hoặc  $(x_M \leq x_{\equiv} \leq x_N)$  ta sẽ thu được số giá trị nguyên của  $n$ , từ đó sẽ biết được số vạch trùng nhau, vị trí trùng nhau.

### **Cách 2:**

+ Tính bước sóng tương đương :  $\lambda_{12} = \text{BSCNN}(\lambda_1, \lambda_2)$

+ Tính khoảng vân tương đương :  $i_{12} = \frac{\lambda_{12} \cdot D}{a}$

$$+ N_{\text{tối-trùng}} = 2 \left[ \frac{L}{2 \cdot i_{12}} + 0,5 \right] = 2[k, n] = 2 \cdot k$$

### **-----Giao thoa với ba bức xạ đơn sắc $(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3)$ -----**

**1) Trong thí nghiệm Y-âng về giao thoa ánh sáng, hai khe cách nhau  $a$  (mm), khoảng cách từ hai khe đến màn  $D$ (m). Nguồn sáng  $S$  phát ra đồng thời ba ánh sáng đơn sắc có bước sóng lần lượt là  $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$  chiếu vào hai khe. Trên màn, ta thu được một trường giao thoa có bề rộng là  $L$  (mm). Hỏi trên màn quan sát có tổng cộng bao nhiêu vân sáng cùng màu với vân sáng trung tâm của trường giao thoa ?**

### **Cách 1:**

- Tính khoảng vân ứng với một bức xạ nào đó :

$$\text{Hoặc } i_1 = \frac{\lambda_1 \cdot D}{a} \text{ hoặc } i_2 = \frac{\lambda_2 \cdot D}{a} \text{ hoặc } i_3 = \frac{\lambda_3 \cdot D}{a}.$$

- Lập tỉ số :

$$+ \frac{i_1}{i_2} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{a}{b} \quad (*)$$

$$+ \frac{i_1}{i_3} = \frac{\lambda_1}{\lambda_3} = \frac{c}{d} \quad (**)$$

+ Từ (\*) và (\*\*) suy ra khoảng vân trùng :

$$\begin{cases} i_{\equiv} = b \cdot d \cdot i_1 \\ i_{\equiv} = a \cdot d \cdot i_2 \\ i_{\equiv} = b \cdot c \cdot i_3 \end{cases}$$

+ Trong trường giao thoa có bề rộng  $L$ , tổng số vân sáng ở đó 3 bức xạ trùng nhau là :

$$N_{\equiv} = \left[ \frac{L}{i_{\equiv}} \right] + 1.$$

### **Cách 2:**

+ Tính bước sóng tương đương :  $\lambda_{123} = \text{BSCNN}(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3)$

+ Tính khoảng vân trùng (tương đương) :  $i_{123} = \frac{\lambda_{123} \cdot D}{a}$

+ Số vân sáng trùng nhau của ba bức xạ :  $N_{\text{sáng-trùng}} = 2 \left[ \frac{L}{2 \cdot i_{123}} \right] + 1 = 2[k, n] = 2.k$

**2) Trong thí nghiệm Y-âng về giao thoa ánh sáng, nguồn phát đồng thời 3 bức xạ đơn sắc có các bước sóng lần lượt là  $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$  ; Giữa hai vân sáng liên tiếp cùng màu với vân sáng trung tâm có số vân sáng là (hay số vân sáng quan sát được) ?**

**Cách 1:**

$$N = \lambda_{123} \left[ \left( \frac{1}{\lambda_1} + \frac{1}{\lambda_2} + \frac{1}{\lambda_3} \right) - \left( \frac{1}{\lambda_{12}} + \frac{1}{\lambda_{13}} + \frac{1}{\lambda_{23}} \right) \right]$$

**Cách 2:**

- Lập tỉ số tối giản :  $\lambda_1 : \lambda_2 : \lambda_3 = a : b : c$  sau đó tìm

$$+ B_{abc} = \text{BSCNN}(a, b, c)$$

$$+ B_{ac} = \text{BSCNN}(a, c)$$

$$+ B_{ab} = \text{BSCNN}(a, b)$$

$$+ B_{bc} = \text{BSCNN}(b, c)$$

- Số vân sáng giữa hai vân sáng cùng màu với VSTT, nếu không tính hai vân cùng màu :

$$N = B_{abc} \left[ \left( \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \right) - \left( \frac{1}{B_{ab}} + \frac{1}{B_{ac}} + \frac{1}{B_{bc}} \right) \right]$$

- Số vân sáng giữa hai vân sáng cùng màu với VSTT, nếu tính cả hai vân cùng màu thì :

$$N = B_{abc} \left[ \left( \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \right) - \left( \frac{1}{B_{ab}} + \frac{1}{B_{ac}} + \frac{1}{B_{bc}} \right) \right] + 2$$

**3) Trong thí nghiệm Y-âng về giao thoa ánh sáng, nguồn phát đồng thời 4 bức xạ đơn sắc có các bước sóng lần lượt là  $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$  và  $\lambda_4$  ; Giữa hai vân sáng liên tiếp cùng màu với vân sáng trung tâm có số vân sáng là (hay số vân sáng quan sát được) ?**

**Cách 1:**

$$N = \lambda_{1234} \left[ \left( \frac{1}{\lambda_1} + \frac{1}{\lambda_2} + \frac{1}{\lambda_3} + \frac{1}{\lambda_4} \right) + \left( \frac{1}{\lambda_{123}} + \frac{1}{\lambda_{124}} + \frac{1}{\lambda_{134}} + \frac{1}{\lambda_{234}} \right) - \left( \frac{1}{\lambda_{12}} + \frac{1}{\lambda_{13}} + \frac{1}{\lambda_{14}} + \frac{1}{\lambda_{23}} + \frac{1}{\lambda_{24}} + \frac{1}{\lambda_{34}} \right) \right]$$

-----Dịch chuyển màn quan sát-----

**1) Màn dịch chuyển ra xa hai khe hẹp :**

+  $D' = D + \Delta D \Rightarrow \Delta D = D' - D$  : Độ dịch chuyển màn.

+  $i' = i + \Delta i \Rightarrow \Delta i = i' - i$  : Độ tăng khoảng vân.

$$\Rightarrow \Delta i = \frac{\lambda \cdot \Delta D}{a}$$

2) Màn dịch chuyển lại gần hai khe sáng :

$$+ D' = D - \Delta D \Rightarrow \Delta D = D - D'$$

$$+ i' = i - \Delta i \Rightarrow \Delta i = i - i'$$

$$\Rightarrow \Delta i = \frac{\lambda \cdot \Delta D}{a}$$

## TIA X

----- Công thức tính bước sóng ngắn nhất ( tần số lớn nhất ) của Tia X do ống tia X phát ra ( ống Cu-lít-giơ )-----

$$\frac{hc}{\lambda_{\min}} = hf_{\max} = eU_{AK}$$

Trong đó :

$$+ h = 6,625 \cdot 10^{-34} (J.s) : \text{hằng số P-lăng}$$

$$+ c = 3 \cdot 10^8 (m/s) : \text{Tốc độ ánh sáng trong chân không}$$

$$+ e = 1,6 \cdot 10^{-19} (C) : \text{độ lớn điện tích của electron}$$

$$+ U_{AK} : \text{hiệu điện thế giữa A-nốt và Ca-tốt ( 2 cực của ống tia X )}$$

----- Định lí động năng-----

$$\frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = eU_{AK}$$

Trong đó : v (m/s) : tốc độ của các electron

Chú ý : Vận tốc của các electron v ~ U nên khi vận tốc tăng thì hiệu điện thế giữa 2 cực của

ống tia X cũng tăng theo, Ta có :  $\Delta U = U_2 - U_1 = \frac{1}{2} \frac{m}{e} (v_2^2 - v_1^2)$

– Nhiệt lượng tỏa ra (hay thu vào) của một vật :

$$Q = mc\Delta t^0 = mc(t_2^0 - t_1^0) (J)$$

( với c (J/kg.k) : Nhiệt dung riêng của vật và m(kg) : khối lượng của vật ).

+ Nếu trong 1 s số electron đập vào a-nốt là n thì cường độ dòng điện chạy qua ống là

$$I = ne \Rightarrow n = \frac{I}{e}.$$

+ Nếu chỉ có a( %) ê-lec-trôn đập vào a-nốt làm bứt xạ tia X thì số Phô-tôn tia X phát ra trong 1 s là :  $n_{\text{phô-tôn}} = a.n$

+ Tổng động năng của dòng electron đập vào a-nốt trong 1 s là :  $= nW_e$  hay

$$W = n.e.U_{AK} \text{ và } W = n \cdot \frac{1}{2}mv^2 = \frac{I}{e} \cdot \frac{1}{2}mv^2 (J).$$

+ Nếu có H (%) động năng đập vào chuyển thành nhiệt thì nhiệt lượng a-nốt nhận được trong 1 s là :  $Q_1 = HW$  và nhiệt lượng nhận được sau thời gian t (s) là :  $Q = t.Q_1 = t.HW$

----- Công thức về động năng và vận tốc của êlectrôn trong ống tia X-----

- Nếu vận tốc ban đầu của êlectrôn khi bắn ra khỏi catốt bằng 0 thì :

$$+ \text{động năng của êlectrôn : } W_d = e.U_{AK} \text{ hay } \frac{1}{2}m.v^2 = e.U_{AK}$$

$$+ \text{vận tốc của êlectrôn khi đập vào anốt : } v = \sqrt{\frac{2 \cdot e \cdot U_{AK}}{m}}$$

- Từ các công thức trên ta cũng tính được :

$$+ \text{Hiệu điện thế giữa anốt và catốt : } U_{AK} = \frac{W_d}{e} = \frac{mv^2}{2e}$$

$$+ \text{Động năng cực đại của êlêctrôn : } W_{d-\max} = e.U_0 \text{ ( hay } \frac{1}{2} m.v_{\max}^2 = e.U_0 \text{ )}$$

$$+ \text{Vận tốc cực đại của êlêctrôn : } v_{\max} = \sqrt{\frac{2.e.U_0}{m}}$$

$$\text{Với } U_0 = U_{AK} \cdot \sqrt{2}$$

----- **Công suất, hiệu điện thế, cường độ dòng điện qua ống Cu-lít-giơ** :-----

$$- \text{Công suất trung bình của ống Cu-lít-giơ : } P = U_{AK}.I$$

- Công suất của chùm tia X :

Giả sử chỉ có H (%) công suất của ống Cu-lít-giơ chuyển thành năng lượng của tia X thì :

$$P_X = H.P = H.U_{AK}.I$$

$$\Rightarrow U_{AK} = \frac{P}{I}$$

$$\Rightarrow I = \frac{P}{U_{AK}} \text{ ( với } U_0 = U_{AK} \cdot \sqrt{2} \text{ )}$$

## CHƯƠNG SÁU – LƯỢNG TỬ ÁNH SÁNG

----- **Năng lượng của 1 phôtôn** : (lượng tử năng lượng)-----

$$+ \varepsilon = hf = \frac{hc}{\lambda} \text{ (J).}$$

$$+ \varepsilon(eV) = \frac{1,242}{\lambda(\mu m)}$$

$$+ \varepsilon' = n.\varepsilon$$

+  $\lambda$  (m) : Bước sóng của ánh sáng.

+  $f$  (Hz) : là tần số của sóng ánh sáng đơn sắc tương ứng.

+  $h = 6,625.10^{-34}$  J.s : hằng số Plăng.

+  $c = 3.10^8$  m/s : vận tốc ánh sáng trong chân không.

+  $n$  : Chiết suất của môi trường trong suốt.

----- **Điều kiện để xảy ra hiện tượng quang điện**-----

$$+ \lambda \leq \lambda_0.$$

$$+ \varepsilon \geq A$$

$$+ f \geq f_0$$

----- **Công thức tính công thoát điện tử (electron)**-----

$$+ A = \frac{h.c}{\lambda_0} = h.f_0 \text{ (J).}$$

$$+ A(eV) = \frac{1,242}{\lambda_0(\mu m)}$$

$$+ f_0 = \frac{c}{\lambda_0}$$

----- **Công suất bức xạ điện từ của chùm sáng kích thích (nguồn sáng chiếu vào kim loại)**-----

$$+ P = N \cdot \varepsilon = N \cdot hf = N \cdot \frac{hc}{\lambda}$$

$$+ P = N \frac{\varepsilon}{t} = N \cdot \frac{hc}{\lambda \cdot t}$$

N : Số photon do nguồn sáng phát ra trong mỗi giây.

+ Nếu nguồn sáng phát ra từ O với công suất P ( số photon phát ra trong 1 giây là  $N = \frac{P}{\varepsilon}$ )

phân bố đều theo mọi hướng thì số photon đập lên diện tích S đặt cách O một khoảng R là  $n = \frac{N \cdot S}{4\pi R^2}$ . Nếu S có dạng hình tròn bán kính r hoặc đường kính d thì  $S = \pi r^2 = \pi \frac{d^2}{4}$ .

Hay đơn giản là  $\frac{N}{S_{cau}} = \frac{n}{S_{tron}} \rightarrow \frac{N}{4\pi R^2} = \frac{n}{\pi r^2}$

### ----- Định luật II quang điện : ( Định luật về cường độ dòng quang điện bảo hòa $I_{bh}$ )-----

Đối với ánh sáng thỏa mãn định luật I, thì cường độ dòng quang điện bảo hòa tỉ lệ với số electron bứt ra trong mỗi giây .

$$I_{bh} = N_e \cdot e$$

Trong đó :  $N_e$  : số electron bứt ra khỏi kim loại trong mỗi giây và  $e = - 1,6.10^{-19}$  (C) .

**+ Cường độ dòng quang điện :**

$$I = \frac{q}{t} = \frac{n|e|}{t}$$

### ----- Hiệu suất Lượng tử ( Hiệu suất quang điện, Hiệu suất phát quang, ... )-----

Hiệu suất lượng tử = Tỉ số giữa Số electron phát ra và Số photon chiếu tới trong cùng một khoảng thời gian

$$H = \frac{N_e}{N_f} (\%)$$

### ----- Đơn vị sử dụng và các hằng số sẽ sử dụng-----

$$+ (h) = 6,625.10^{-34} \text{ J.s.}$$

$$+ (c) = 3.10^8 \text{ m/s.}$$

$$+ (e) = 1,6.10^{-19} \text{ (C).}$$

$$+ (m_e) = 9,1.10^{-31} \text{ kg.}$$

### ----- Chuyển động của electron quang điện trong điện trường và từ trường-----

#### - Trong điện trường đều $\vec{E}$ :

+ Trọng lực không đáng kể nên lực tác dụng lên electron quang điện là lực điện trường :

$$\vec{F} = -e \cdot \vec{E}$$

+ Lực của điện trường hãm sinh công âm. Quãng đường s tối đa mà electron quang điện dời xa bề mặt điện cực được xác định bởi định lý động năng :

$$\Delta E_d = -\frac{1}{2}mv_0^2 = A_{Fe}$$

$$\Rightarrow -\frac{1}{2}mv_0^2 = -e \cdot E \cdot s \quad (1)$$

+ Áp dụng phương trình Anh-xtanh :

$$\Rightarrow \frac{1}{2}mv_0^2 = hc \left( \frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda_0} \right) \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra được quãng đường s.

**- Trong từ trường đều  $\vec{B}$ :**

+ Trọng lực không đáng kể nên lực tác dụng lên êlêctrôn quang điện là lực Lorentz

+ Nếu  $\vec{v}_0$  vuông góc với  $\vec{B}$ :

$$\begin{cases} \vec{F} \perp \vec{v} \\ F = e.v_0.B \end{cases} \Rightarrow \vec{a} \perp \vec{v}$$

+ Êlêctrôn chuyển động tròn đều với bán kính: ( Lực Lorentz đóng vai trò là lực hướng tâm).

$$R = \frac{mv_0}{eB}$$

+ Nếu  $\vec{v}_0$  xiên góc với  $\vec{B}$ :

$$\vec{v}_0 \begin{cases} \vec{v}_n \perp \vec{B} \\ \vec{v}_t // \vec{B} \end{cases} \Rightarrow F = e.v_n.B$$

+ Êlêctrôn chuyển động theo đường xoắn ốc.

+ Bán kính của đường tròn xoắn ốc:

$$R = \frac{mv_n}{eB}$$

**- Phương của  $\vec{v}_0$ :** Các êlêctrôn quang điện bật ra khỏi bề mặt kim loại do tác động của các photon có vận tốc đầu  $\vec{v}_0$  theo mọi phương.

----- Công thức về sự phát quang -----

$$\lambda_{hq} > \lambda_{kt}$$

## MẪU NGUYÊN TỬ BO

----- Công thức năng lượng ở quỹ đạo dừng thứ n -----

$$E_n = -\frac{13,6}{n^2} \text{ (eV)} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

Với (  $n = 1, 2, 3, \dots$  : Số lượng tử )

Suy ra:

$$+ E_K = E_1 = - 13,6 \text{ eV.}$$

$$+ E_L = E_2 = - 3,4 \text{ eV.}$$

$$+ E_M = E_3 = - 1,51 \text{ eV.}$$

$$+ E_N = E_4 = - 0,85 \text{ eV.}$$

$$+ E_O = E_5 = - 0,54 \text{ eV.}$$

$$+ E_P = E_6 = - 0,37 \text{ eV.}$$

$$+ E_\infty = 0$$

----- Bán kính quỹ đạo dừng thứ n -----

$$r = n^2 r_0$$

Với r: là bán kính quỹ đạo thứ n

$r_0 = 5,3.10^{-11} \text{ m}$ : là bán kính Bo

$r_0$	$4r_0$	$9r_0$	$16r_0$	$25r_0$	$36r_0$
<b>K (n = 1)</b>	<b>L (n = 2)</b>	<b>M (n = 3)</b>	<b>N (n = 4)</b>	<b>O (n = 5)</b>	<b>P (n = 6)</b>

+ Quỹ đạo K là Trạng thái cơ bản, còn các quỹ đạo khác là các trạng thái kích thích, chẳng hạn : Quỹ đạo L (n = 2) trạng thái kích thích thứ nhất, M (n = 3) : TTKT thứ hai, ....

----- Tốc độ của êlectron trên các quỹ đạo dừng n-----

$$+ v_n = \frac{e}{n} \sqrt{\frac{k}{m_e r_0}}$$

Với

- + n = 1, 2, 3, ...: số lượng tử chính.
- +  $r_0 = 5,3.10^{-11}$  (m) : bán kính Bo.
- +  $m_e = 9,1.10^{-31}$  (kg) : khối lượng của electron.

+ Lực hướng tâm tác dụng lên một vật chuyển động tròn đều là

$$F_{ht} = m \frac{v^2}{r}$$

+ Lực Coulomb tác dụng lên hai điện tích điểm  $q_1$  và  $q_2$  đặt cách nhau một khoảng r trong không khí ( hay chân không ) là :

$$F_c = k \frac{|q_1 q_2|}{r^2}$$

+  $k = 9.10^9$  (SI) : hằng số điện.

+  $q_1 ; q_2$  : độ lớn của hai điện tích.

+ r (m) : khoảng cách giữa hai điện tích.

+ Tốc độ của êlectron trên quỹ đạo K là  $V_K = V_1 = 2,2.10^6$  (m/s). Để tính cho các quỹ đạo khác ta dùng hệ thức sau đây :

$$n_i V_i = \text{const}$$

$$\Rightarrow 1.V_K = 2.V_L = 3.V_M = 4.V_N = 5.V_O = 6.V_P$$

----- Bức xạ hấp thụ ( số vạch hay số tần số hay số bước sóng mà quang phổ nguyên tử hiđrô phát ra khi chuyển từ các quỹ đạo bên ngoài về bên trong ).-----

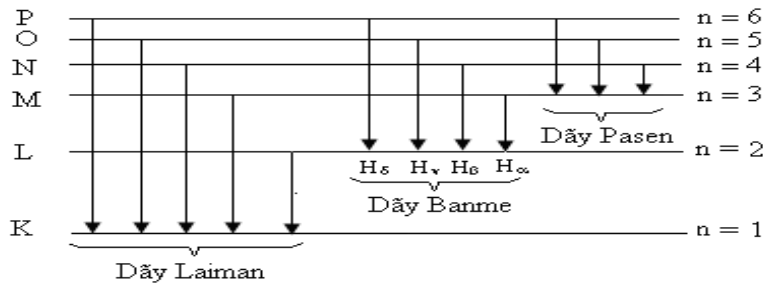
$$\frac{n(n-1)}{2}$$

----- Công thức về sự hấp thụ và phát xạ năng lượng trong nguyên tử hiđrô (tiên đề 2 của Bo)-----

$$+ \varepsilon = hf_{mn} = \frac{hc}{\lambda_{mn}} = E_{cao} - E_{thấp}$$

$$+ \varepsilon(eV) = \frac{1,242}{\lambda_{mn}(\mu m)} = E_{cao} - E_{thấp}(eV)$$

----- Phương pháp tính bước sóng các vạch quang phổ trong các dãy Lai-man ; Ban-me ; Pa-sen-----



$$+ \varepsilon = hf_{mn} = \frac{hc}{\lambda_{mn}} = E_{cao} - E_{thap}$$

$$+ \frac{1,242}{\lambda(\mu m)} = E_{cao} - E_{thap} (eV) = \frac{-13,6}{n_{cao}^2} + \frac{13,6}{n_{thap}^2}$$

### 1) DÃY LAI – MAN ( K , n = 1 ) -----

- Được hình thành khi êlêctrôn chuyển từ các quỹ đạo bên ngoài về quỹ đạo K :  
 $L \rightarrow K; M \rightarrow K; N \rightarrow K, \dots$

$$+ \text{Vạch thứ nhất ( = vạch có bước sóng dài nhất )} = \lambda_{21}$$

$$+ \text{Vạch thứ 2 ( = vạch có bước sóng dài thứ 2 )} = \lambda_{31}$$

$$+ \text{vạch thứ 3} = \lambda_{41}$$

$$+ \text{Vạch thứ 4} = \lambda_{51}$$

$$+ \text{Vạch thứ 5} = \lambda_{61}$$

$$+ \text{Vạch cuối cùng của dãy Lai – man ( Vạch có bước sóng ngắn nhất của dãy Lai – man )} = \lambda_{\infty 1}$$

- Dãy Lai – man nằm trong vùng tử ngoại

### 2) DÃY BAN- ME ( L , n = 2 ) -----

- Được hình thành khi êlêctrôn chuyển từ các quỹ đạo bên ngoài về quỹ đạo L :  
 $M \rightarrow L; N \rightarrow L; O \rightarrow L, \dots$

$$+ \text{Vạch thứ nhất ( = vạch có bước sóng dài nhất )} = \text{Vạch đỏ ( } H_{\alpha} \text{ )} = \lambda_{32}$$

$$+ \text{Vạch thứ 2 ( = vạch có bước sóng dài thứ 2 )} = \text{Vạch Lam ( } H_{\beta} \text{ )} = \lambda_{42}$$

$$+ \text{vạch thứ 3} = \text{Vạch Chàm ( } H_{\gamma} \text{ )} = \lambda_{52}$$

$$+ \text{Vạch thứ 4} = \text{Vạch tím ( } H_{\delta} \text{ )} = \lambda_{62}$$

$$+ \text{Vạch cuối cùng của dãy Ban – me ( Vạch có bước sóng ngắn nhất của dãy Ban- me )} = \lambda_{\infty 2}$$

- Dãy Ban- me một phần nằm trong vùng tử ngoại , một phần nằm trong vùng ánh sáng nhìn thấy ( Ánh sáng Khả Kiến ). Trong vùng nhìn thấy có 4 vạch : ĐỎ - LAM – CHÀM – TÍM

### 3) DÃY PA- SEN ( M , n = 3 ) -----

- Được hình thành khi êlêctrôn chuyển từ các quỹ đạo bên ngoài về quỹ đạo M :  
 $N \rightarrow M; O \rightarrow M, \dots$

$$+ \text{Vạch thứ nhất ( = vạch có bước sóng dài nhất )} = \lambda_{43}$$

$$+ \text{Vạch thứ 2 ( = vạch có bước sóng dài thứ 2 )} = \lambda_{53}$$

$$+ \text{Vạch thứ 3} = \lambda_{63}$$

$$+ \text{Vạch cuối cùng của dãy Pa- sen ( Vạch có bước sóng ngắn nhất của dãy Pa- sen )} = \lambda_{\infty 3}$$

- Dãy Pa – sen nằm trong vùng hồng ngoại

----- Công thức về sự Kích thích nguyên tử Hi-đrô bằng cách cho hấp thụ phôtôn -----



+ Giả sử nguyên tử Hi-đrô đang ở trạng thái cơ bản có năng lượng  $E_1$ , nếu hấp thụ được một chùm photon có năng lượng  $\varepsilon$  thì nó sẽ chuyển lên trạng thái dừng có năng lượng  $E_n$  sao cho

$$\varepsilon = E_n - E_1 \text{ (tiên đề 2)}. \text{ Nếu } E_n = \frac{-13,6}{n^2} (eV) \text{ thì : } \frac{-13,6}{n^2} = -13,6 + \varepsilon \Rightarrow n = \sqrt{\frac{-13,6}{-13,6 + \varepsilon}}$$

+  $n \in N^* \rightarrow$  có hấp thụ photon  $\varepsilon$

+  $n \notin N^* \rightarrow$  không hấp thụ photon  $\varepsilon$

+ Để quang phổ phát xạ của nguyên tử Hidrô chỉ gồm đúng 3 vạch, ta nhận xét rằng nếu nguyên tử này được kích thích lên mức năng lượng  $E_4$ , nguyên tử này sẽ phát ra 6 vạch, nên nguyên tử này phải được kích thích đến mức năng lượng thấp hơn là  $E_3$ . Vậy, năng lượng  $\Delta E$  cần cung cấp cho nguyên tử Hidrô phải ở trong khoảng :  $(E_3 - E_1) \leq \Delta E \leq (E_4 - E_1)$ .

## LAZE

### ----- Các công thức cơ bản về Laze -----

+ Tổng nhiệt lượng cần thiết để chuyển một khối kim loại từ nhiệt độ ban đầu cho đến khi nóng chảy là :

$$Q = \sum Q_i = Q_1 + Q_2 + \dots + Q_n$$

+ Thời gian để Khoan thủng khối kim loại là :

$$t = \frac{Q}{P} \text{ (Với P là công suất của chùm tia Laze).}$$

### ----- SỰ NÓNG CHẢY -----

+ Là quá trình chuyển từ thể rắn sang thể lỏng, gọi là sự nóng chảy.

+ Nhiệt nóng chảy : Nhiệt lượng Q cung cấp cho chất rắn trong quá trình nóng chảy gọi là nhiệt nóng chảy :

$$Q = \lambda \cdot m \text{ ( J ).}$$

Trong đó :

+ m (kg) : là khối lượng của chất rắn

+  $\lambda$  [J/kg] : Nhiệt nóng chảy riêng của chất rắn.

### ----- SỰ SÔI -----

+ Là quá trình chuyển từ thể Lỏng sang thể khí (hơi) xảy ra cả ở bên trong và bên trên mặt thoáng của chất lỏng gọi là sự sôi.

+ Nhiệt hóa hơi : Nhiệt lượng Q cung cấp cho khối chất lỏng trong khi sôi gọi là nhiệt hóa hơi của khối chất lỏng ở nhiệt độ sôi :  $Q = L \cdot m \text{ ( J )}$ , trong đó m(kg) là khối lượng của phần chất lỏng biến thành hơi và  $L \text{ ( J/kg )}$  : là nhiệt hóa hơi riêng của chất lỏng.

### ----- Nhiệt lượng tỏa ra hay thu vào của một vật có khối lượng m -----

$$Q = mc \cdot \Delta t = mc(t_2^0 - t_1^0)$$

Trong đó :

+ m(kg) : Khối lượng của vật.

+ c ( J/kg.độ ) : Nhiệt dung riêng của chất làm vật.

+  $\Delta t^0 = (t_2^0 - t_1^0)$  : Độ biến thiên nhiệt độ.

## CHƯƠNG BẢY – VẬT LÝ HẠT NHÂN

### ----- Kí hiệu hạt nhân -----



- + Z : Là số Pro-tôn
- + A : Số khối ( số Nuclôn)
- + A = Z + N  $\Rightarrow$  N = A – Z : Số Ne-trôn

**Công thức để Xác định số nguyên tử, phân tử, số hạt nhân có trong m (g) chất X-----**

$$N^* = \frac{m}{A} N_A$$

- + m (g) : khối lượng của chất X
- + A : số khối ( số nuclôn)
- +  $N_A = 6,02.10^{23} \text{ mol}^{-1}$  ( số Avôgađrô)

**----- Các hạt nhân thường dùng-----**

Tên	Kí hiệu	Tên	Kí hiệu
Hidro	${}_1^1H$	Notron	${}_0^1n$
Đơteri	${}_1^2H = {}_1^2D$	Proton	${}_1^1p$
Tri-ti	${}_1^3H = {}_1^3T$	Anpha = Hêli	${}_2^4He$
		Bêta trừ : êlêctrôn	${}_{-1}^0\beta^- = {}_{-1}^0e$
		Bêta cộng : Pôzitron	${}_{+1}^0\beta^+ = {}_{+1}^0e$
		Gamma : Bức xạ điện từ có bước sóng cực ngắn.	${}_0^0\gamma$

**-Các đơn vị thường gặp-----**

- Đơn vị khối lượng hạt nhân (hay đơn vị khối lượng nguyên tử):

$$+ 1u = \frac{1}{12} m_{C_{12}} = 1,66055.10^{-27} (kg)$$

$$+ 1u = 931,5 \frac{MeV}{c^2} \Rightarrow 1uc^2 = 931,5(MeV)$$

+ Khối lượng : eV/c<sup>2</sup> hoặc MeV/c<sup>2</sup>.

**- Khối lượng tương đối tính trong thuyết tương đối-----**

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}}$$

Trong đó :  $m_0$  là khối lượng nghỉ, khối lượng tương đối tính ( Khối lượng động ) của chất điểm chuyển động với tốc độ V

**- Năng lượng trong thuyết tương đối-----**

+ Năng lượng toàn phần của một vật bằng năng lượng nghỉ + Động năng (K)

$$+ \text{Năng lượng toàn phần : } E = mc^2 = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} = \frac{E_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}}$$

+ Năng lượng Nghỉ :  $E_0 = m_0 c^2$

$$\Rightarrow E = E_0 + K \Rightarrow K = E - E_0 = \frac{E_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} - E_0 = \left( \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} - 1 \right) E_0$$

$$+ K = \left( \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} - 1 \right) . m_0 c^2$$

### NĂNG LƯỢNG LIÊN KẾT CỦA HẠT NHÂN. PHẢN ỨNG HẠT NHÂN

- Độ hụt khối của một hạt nhân-----

$$\Delta m = Zm_p + (A - Z)m_n - m_X$$

- Năng lượng liên kết của hạt nhân-----

$$+ W_{lk} = \Delta m c^2$$

$$+ W_{lk} = \Delta E_{lk} = [Zm_p + (A - Z)m_n - m_X] c^2$$

$$+ W_{LK} = (Z.m_p + N.m_n - m_X) . 931,5 (\text{MeV})$$

- Năng lượng tỏa ra khi tổng hợp được m(g) chất X :

$$\Delta E' = N . \Delta E = \frac{m}{A} . N_A . \Delta E$$

- Năng lượng liên kết riêng của hạt nhân X (kí hiệu :  $\varepsilon (\text{MeV} / \text{nuclon})$ )-----

$$+ \varepsilon = \frac{\Delta W_{LK}}{A} = \frac{(Z.m_p + N.m_n - m_X) . 931,5}{A}$$

$$+ \varepsilon = \frac{\Delta m . 931,5}{A}$$

- Tính bền vững của hạt nhân-----

+ Năng lượng liên kết riêng  $\varepsilon = \frac{W_{lk}}{A}$  càng lớn.

+ Số khối :  $50 < A < 90$ .

- Định luật bảo toàn điện tích (Z) và định luật bảo toàn số nuclon (A)-----

- Các định luật bảo toàn trong phản ứng hạt nhân :

+ Bảo toàn điện tích ( số Z – số prôtôn ).

+ Bảo toàn số nuclon ( số khối – A ).

+ Bảo toàn năng lượng toàn phần (E).

+ Bảo toàn động lượng ( $\vec{P}$ ).

- Trong phản ứng hạt nhân :  ${}_{Z_1}^{A_1}A + {}_{Z_2}^{A_2}B \rightarrow {}_{Z_3}^{A_3}X + {}_{Z_4}^{A_4}Y$

+ Định luật bảo toàn điện tích cho :  $Z_1 + Z_2 = Z_3 + Z_4$

+ Định luật bảo toàn số nuclon cho :  $A_1 + A_2 = A_3 + A_4$

( các số A luôn không âm ).

- + Số hạt nơtron (  $A - Z$  ) **không bảo toàn** trong phản ứng hạt nhân.
- + Khối lượng không bảo toàn.

### - Năng lượng phản ứng hạt nhân-----

- Phương trình phản ứng hạt nhân :  $A + B \rightarrow C + D$

- **Vì khối lượng không bảo toàn**, nên độ hụt khối của phản ứng :

$$\Delta m = m_0 - m = \sum m_{\text{trai}} - \sum m_{\text{phai}} = (m_A + m_B) - (m_C + m_D) (u).$$

+ Năng lượng của phản ứng :  $\Delta E = Q = \Delta m \cdot c^2 = \left( \sum m_{\text{trai}} - \sum m_{\text{phai}} \right) 931,5 (MeV)$

+ Nếu  $Q > 0 \rightarrow$  Phản ứng tỏa  $Q$  (MeV) năng lượng

+ Nếu  $Q < 0 \rightarrow$  Phản ứng thu  $Q$  (MeV) năng lượng

$$+ W_{\text{tỏa}} = W = (m_{\text{trước}} - m_{\text{sau}}) \cdot c^2$$

$$+ Q = \Delta m \cdot c^2 = \left( \sum m_{\text{trai}} - \sum m_{\text{phai}} \right) \cdot 931,5 (MeV)$$

$$\text{Hay } Q = \left[ (m_A + m_B) - (m_C + m_D) \right] \cdot 931,5$$

$$+ Q = \left[ \sum \Delta m_{\text{phai}} - \sum \Delta m_{\text{trai}} \right] \cdot 931,5 (MeV) =$$

$$\text{Hay } Q = \left[ (\Delta m_C + \Delta m_D) - (\Delta m_A + \Delta m_B) \right] \cdot 931,5$$

$$+ Q = \sum \Delta E_{\text{lk-phai}} - \sum \Delta E_{\text{lk-trai}} = (A_C \varepsilon_C + A_D \varepsilon_D) - (A_A \varepsilon_A + A_B \varepsilon_B)$$

$$+ Q = (k_C + k_D) - (k_A + k_B)$$

### - Năng lượng tỏa ra khi tổng hợp được m(g) chất X-----

$$Q' = N \cdot Q = \frac{m}{A} \cdot N_A \cdot Q$$

Trong đó :

+  $m$  (g) : là khối lượng của chất X

+  $N$  : số hạt nhân có trong  $m$  (g) chất X ( hay số phản ứng hạt nhân ).

+  $N_A = 6,02 \cdot 10^{23} (mol^{-1})$  : số Avogadro

+  $n = \frac{m}{A}$  : số mol

### - Định luật bảo toàn năng lượng và động lượng (dùng để giải bài toán bắn phá hạt nhân )-

- Phương trình phản ứng hạt nhân :  $A + B \rightarrow C + D$

+ ĐLBT Năng lượng :  $Q + 0 + K_B = K_C + K_D$

+  $K_B = 0$  ;  $P_B = 0$  ;  $V_B = 0$  (hạt nhân B : đứng yên).

+ ĐLBT động lượng :  $\vec{P}_A + 0 = \vec{P}_C + \vec{P}_D$

**Ví dụ :**

$$+ Q + 0 + K_B = K_C + K_D \quad (1)$$

$$+ \vec{P}_A + 0 = \vec{P}_C + \vec{P}_D$$

+ Hạt nhân A vuông góc với hạt nhân C  $\Rightarrow P_D$  : Cạnh huyền.

$$+ P_D^2 = P_A^2 + P_C^2 \Rightarrow 2m_D K_D = 2m_A K_A + 2m_C K_C$$

$$+ \text{Thay } m = A \Rightarrow A_D K_D = A_A K_A + A_C K_C \quad (2).$$

+ Giải hệ (1) và (2) , suy ra kết quả.

### - Công thức về phản ứng hạt nhân khi có sự tham gia của photon gam-ma ( $\gamma$ ) -----

+ Giả sử hạt nhân A đứng yên hấp thụ photon gây ra phản ứng hạt nhân :  $\gamma + A \rightarrow B + C$

+ Áp dụng định luật bảo toàn năng lượng toàn phần :  $\varepsilon + m_A c^2 + 0 = (m_B + m_C) c^2 + K_C + K_D$

Hay  $\varepsilon + Q + 0 = K_C + K_D$

Với  $\varepsilon_\gamma = \frac{hc}{\lambda_\gamma}$  : Năng lượng của photon  $\gamma$ .

## PHÓNG XẠ

### - Công thức tính năng lượng trong phóng xạ-----

- Phương trình phóng xạ :  $A \rightarrow C + D + Q(\text{MeV})$

$$+ Q = [m_A - (m_C + m_D)] \cdot 931,5 \text{ (MeV)}$$

+ Ta có công thức tính động năng của các hạt nhân con (C và D) :

$$K_C = \frac{m_D}{m_C + m_D} \cdot Q \quad \text{và} \quad K_D = \frac{m_C}{m_C + m_D} \cdot Q$$

### - Hằng số phóng xạ và chu kì bán rã-----

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T} = \frac{0,693}{T} (\text{s}^{-1})$$

### - Công thức về số hạt nhân và khối lượng trong phóng xạ-----

+  $N_0$  : số hạt nhân ban đầu của một mẫu chất phóng xạ ( ở thời điểm  $t = 0$ ).

+  $N$  : số hạt nhân ở thời điểm  $t$  của một mẫu chất phóng xạ. ( số hạt nhân còn lại chưa bị phân rã phóng xạ sau thời gian  $t$ ).

+  $m_0$  là khối lượng ban đầu.

+  $m$  là khối lượng còn lại sau thời gian  $t$  của một mẫu chất phóng xạ.

$$+ N = N_0 \cdot 2^{\frac{-t}{T}} \quad \text{hay} \quad N = N_0 \cdot e^{-\lambda t}$$

$$+ m = m_0 \cdot 2^{\frac{-t}{T}} \quad \text{hay} \quad m = m_0 \cdot e^{-\lambda t}$$

Tên	Số hạt nhân	Khối lượng
Ban đầu ( $t = 0$ )	$N_0$	$m_0$
Còn lại chưa bị phân rã	$\begin{cases} N = N_0 \cdot 2^{\frac{-t}{T}} \\ N = N_0 e^{-\lambda t} \end{cases}$	$\begin{cases} m = m_0 \cdot 2^{\frac{-t}{T}} \\ m = m_0 e^{-\lambda t} \end{cases}$
Bị phân rã = Bị phóng xạ = Bị mất đi = Bị biến thành chất khác	$\begin{cases} \Delta N = N_0 \left( 1 - 2^{\frac{-t}{T}} \right) \\ \Delta N = N_0 (1 - e^{-\lambda t}) \end{cases}$	$\begin{cases} \Delta m = m_0 \left( 1 - 2^{\frac{-t}{T}} \right) \\ \Delta m = m_0 (1 - e^{-\lambda t}) \end{cases}$
Phần trăm còn lại (%)	$\begin{cases} \frac{N}{N_0} = 2^{\frac{-t}{T}} \\ \frac{N}{N_0} = e^{-\lambda t} \end{cases}$	$\begin{cases} \frac{m}{m_0} = 2^{\frac{-t}{T}} \\ \frac{m}{m_0} = e^{-\lambda t} \end{cases}$

Phần trăm bị mất = % bị phóng xạ = % bị biến thành chất khác	$\begin{cases} \frac{\Delta N}{N_0} = \left(1 - 2^{\frac{-t}{T}}\right) \\ \frac{\Delta N}{N_0} = \left(1 - e^{-\lambda t}\right) \end{cases}$	$\begin{cases} \frac{\Delta m}{m_0} = \left(1 - 2^{\frac{-t}{T}}\right) \\ \frac{\Delta m}{m_0} = \left(1 - e^{-\lambda t}\right) \end{cases}$
Tỉ lệ	$\frac{N_Y}{N_X} = \left(2^{\frac{t}{T}} - 1\right)$	$\frac{m_Y}{m_X} = \frac{A_Y}{A_X} \left(2^{\frac{t}{T}} - 1\right)$

**- Các công thức giải nhanh về số hạt và khối lượng hạt nhân (nếu nhớ)-----**

$$+ t = T \log_2(1+a) \text{ Với } \Delta N_x = aN_x \Rightarrow a = \frac{\Delta N_x}{N_x}$$

$$+ t = T \log_2(1+a) \text{ Với } a = \frac{N_y}{N_x}$$

$$+ t = -T \log_2(1-a) \text{ Với } a = \frac{\Delta N_x}{N_{0x}} = \frac{\Delta m_x}{m_{0x}}$$

$$+ t = \frac{\left| \ln \frac{N}{N_0} \right|}{\ln 2} T \text{ hoặc } t = -T \log_2(n)$$

$$\text{Với } \left( n = \frac{N}{N_0} \right)$$

$$+ t = \frac{\left| \ln \frac{m}{m_0} \right|}{\ln 2} T \text{ hoặc } t = -T \log_2(n)$$

$$\text{Với } \left( n = \frac{m}{m_0} \right)$$

**- Xác định tuổi mẫu chất, thời gian phóng xạ, chu kì bán rã-----**

$$\text{Nếu ta đặt : } a = \frac{N}{N_0} = \frac{m}{m_0} = \frac{H}{H_0} \text{ thì } t = \frac{|\ln a|}{\ln 2} \cdot T$$

**- Khối lượng hạt nhân con được tạo thành-----**

$$m_Y = m_{0x} \cdot \frac{A_Y}{A_X} \cdot \left(1 - 2^{\frac{-t}{T}}\right) \cdot k$$

Với k là hệ số nhân của hạt nhân con, thường gặp là tia  $\alpha$ .

**- Công thức về Số hạt nhân (hay khối lượng) con tạo ra trong thời gian từ  $t_1$  đến  $t_2$  -----**

$$N_{12} = N_1 - N_2 = N_0 \left( e^{-\lambda t_1} - e^{-\lambda t_2} \right)$$

**- Công thức về Số chấm sáng trên màn huỳnh quang-----**

$$\frac{N_{px}}{S_{cau}} = \frac{n_s}{S_{tron}} \rightarrow n_s = \frac{N_{px} S_{tron}}{4\pi R^2}$$

+ Giả sử một nguồn phóng xạ đặt cách màn huỳnh quang một khoảng R, diện tích của màn S

thì số chấm sáng trên màn đúng bằng số hạt phóng xạ đập vào :  $n_s = \frac{N_{px}}{4\pi R^2} S$

+ Nếu cứ một hạt nhân mẹ bị phân rã tạo ra k hạt phóng xạ thì

$$N_{px} = k \cdot \Delta N = k N_0 \left( 1 - e^{-\frac{\ln 2 \cdot t}{T}} \right)$$

+ Nếu  $t \ll T$  thì  $N_{px} \approx k N_0 \frac{\ln 2}{T} t = k \frac{m_0}{A_{me}} N_A \frac{\ln 2}{T} t$

+ Do đó :  $n_s = k \frac{m_0}{A_{me}} N_A \frac{t}{T} \cdot \frac{S}{4\pi R^2} \cdot \ln 2$

### - Công thức tính tỉ số giữa số hạt con và mẹ-----

Trong phóng xạ hạt nhân, nếu cho thời gian  $t = nT$ , cần tính tỉ số giữa số hạt nhân con (Y) và số hạt nhân mẹ (X) thì dùng công thức :

$$t = nT \rightarrow \frac{N_y}{N_x} = \frac{\Delta N}{N} = a = (heso) \cdot (2^n - 1)$$

### - Ứng dụng chữa bệnh ung thư-----

Trong điều trị ung thư, bệnh nhân được chiếu xạ với một liều xác định một nguồn phóng xạ tức

là  $\Delta N = \Delta N_0$  nên thay vào công thức  $\frac{\Delta N}{\Delta t} = \frac{\Delta N_0}{\Delta t_0} e^{-\lambda t}$  ta được :  $\Delta t = \Delta t_0 e^{-\lambda t}$

### - Bức xạ năng lượng của Mặt trời và các sao-----

Nếu trong thời gian t, khối lượng Mặt trời giảm do bức xạ là m thì năng lượng bức xạ toàn phần và công suất bức xạ toàn phần lần lượt là :

$$+ E = mc^2$$

$$+ P = \frac{\mathcal{E}}{t} = \frac{mc^2}{t} \text{ (W) : Công suất bức xạ.}$$

+ Phần trăm khối lượng bị giảm đi sau thời gian t là :  $h = \frac{m}{M} (\%)$ , với M là khối lượng của Mặt Trời .

### - Năng lượng phân hạch-----

$$+ \text{Năng lượng toàn phần do N phân hạch là : } Q = N \cdot \Delta E = \frac{m}{A} N_A \cdot \Delta E$$

+ Nếu hiệu suất của quá trình sử dụng năng lượng là H thì năng lượng có ích và công suất có ích lần lượt là :

$$A_i = HQ = H \cdot \frac{m}{A} N_A \cdot \Delta E$$

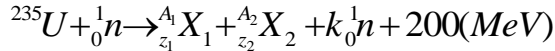
$$+ P_i = \frac{A_i}{t}$$

**Ví dụ :** Đối với trường hợp phân hạch U235, số phân hạch bằng số hạt nhân U235 :

$$N = \frac{m(kg)}{0,235(kg)} N_A \text{ và Năng lượng tỏa ra của } N \text{ phân hạch là : } Q = \frac{m(kg)}{0,235(kg)} N_A \cdot \Delta E$$

( $\Delta E$ ): là năng lượng tỏa ra của mỗi phân hạch.

**Chú ý : Phản ứng phân hạch hạt nhân U 235 có dạng :**



k : là hệ số nhân Notrôn

+ Trong phản ứng dây chuyền số Notrôn tăng lên theo cấp số nhân :  $N = N_0 \cdot K^{i-1}$

Trong đó , i là số thế hệ của Notrôn và  $N_0$  là số notrôn ban đầu .

**- Công thức tính số hạt nhân con tạo thành-----**

Vì cứ mỗi hạt nhân mẹ bị phân rã tạo thành một hạt nhân con nên số hạt nhân con tạo thành đúng bằng số hạt nhân mẹ bị phân rã (bị mất đi, bị phóng xạ) :  $N_{\text{con}} = \Delta N = N_0 (1 - e^{-\lambda t})$  với

$N_0 = \frac{m_0}{A} N_A$  . Đối với trường hợp hạt nhân con là hạt  $\alpha$  thì :  $N_\alpha = N_0 (1 - e^{-\lambda t})$

**- Công thức tính Thể tích khí hêli tạo ra ở điều kiện tiêu chuẩn là -----**

$$V_\alpha = \frac{N_\alpha}{N_A} \cdot 22,4(l) = \frac{m_0}{A_{\text{me}}} (1 - e^{-\lambda t}) \cdot 22,4(l)$$

$$\text{Nếu } t \ll T \text{ thì } (1 - e^{-\lambda t}) \approx \frac{\ln 2}{T}$$

**- Công thức tính điện tích-----**

Nếu cho chùm tia phóng xạ  $\alpha$  đập vào một bản tụ điện chưa tích điện thì mỗi hạt sẽ lấy đi 2e làm cho bản tụ này tích điện dương +2e. Nếu có  $N_\alpha$  đập vào thì điện tích dương của bản này sẽ là  $Q = N_\alpha \cdot 3,2 \cdot 10^{-19} \text{ (C)}$ . Do hiện tượng điện hưởng bản tụ còn lại tích điện – Q. Hiệu điện thế giữa hai bản tụ là :  $U = \frac{Q}{C} \text{ (V)}$ .



