

CHỦ ĐỀ 5. TỔNG HỢP DAO ĐỘNG ĐIỀU HOÀ CÙNG PHƯƠNG CÙNG TẦN SỐ

Phần 1. Tổng hợp dao động bằng số phức

Xét một vật thực hiện hai dao động điều hoà cùng phương, cùng tần số có phương trình lần lượt là $x_1 = A_1 \cos(\omega t + \varphi_1)$ và $x_2 = A_2 \cos(\omega t + \varphi_2)$. Phương trình dao động tổng hợp của vật có dạng

$$x = x_1 + x_2 = A_1 \cos(\omega t + \varphi_1) + A_2 \cos(\omega t + \varphi_2)$$

Tổng hợp bằng máy tính: $x = A_1 \angle \varphi_1 + A_2 \angle \varphi_2$

Câu 1. Một vật thực hiện đồng thời hai dao động điều hoà cùng phương, cùng tần số có phương trình

$$x_1 = 5 \cos\left(\pi t + \frac{\pi}{3}\right) (\text{cm}); \quad x_2 = 5 \cos(\pi t) (\text{cm}).$$
 Dao động tổng hợp của vật có phương trình

A. $x = 5\sqrt{3} \cos\left(\pi t - \frac{\pi}{4}\right) (\text{cm}).$

B. $x = 5\sqrt{3} \cos\left(\pi t + \frac{\pi}{6}\right) (\text{cm}).$

C. $x = 5\sqrt{3} \cos\left(\pi t + \frac{\pi}{4}\right) (\text{cm}).$

D. $x = 5\sqrt{3} \cos\left(\pi t - \frac{\pi}{3}\right) (\text{cm}).$

Câu 2. Dao động tổng hợp của hai dao động điều hoà cùng phương có biểu thức $x = 5\sqrt{3} \cos\left(6\pi t + \frac{\pi}{2}\right) (\text{cm}).$

Dao động thứ nhất có biểu thức $x_1 = 5 \cos\left(6\pi t + \frac{\pi}{3}\right) (\text{cm}).$ Biểu thức dao động thứ hai

A. $x = 5\sqrt{2} \cos\left(6\pi t - \frac{\pi}{4}\right) (\text{cm}).$

B. $x = 5\sqrt{2} \cos\left(6\pi t + \frac{3\pi}{4}\right) (\text{cm}).$

C. $x = 5 \cos\left(6\pi t - \frac{\pi}{3}\right) (\text{cm}).$

D. $x = 5 \cos\left(6\pi t + \frac{2\pi}{3}\right) (\text{cm}).$

Câu 3. Một vật thực hiện đồng thời hai dao động cùng phương, cùng tần số với $x_1 = 4\sqrt{3} \cos 10\pi t (\text{cm})$ và

$$x_2 = 4 \cos\left(10\pi t - \frac{\pi}{2}\right) (\text{cm}),$$
 tính bằng giây. Vận tốc của vật tại thời điểm $t = 2 \text{ s}$ là

A. $20\sqrt{2}\pi \text{ cm/s}.$

B. $40\sqrt{2}\pi \text{ cm/s}.$

C. $40\pi \text{ cm/s}.$

D. $20\pi \text{ cm/s}.$

Câu 4. Một vật có khối lượng 100 g thực hiện đồng thời hai dao động điều hoà cùng phương có phương trình

$$x_1 = 3 \sin 20t (\text{cm}) \quad \text{và} \quad x_2 = 2 \cos\left(20t - \frac{5\pi}{6}\right) (\text{cm}).$$
 Năng lượng dao động của vật là

A. 0,038 J.

B. 0,38 J.

C. 3,8 J.

D. 38 J.

Phần 2. TỔNG HỢP DAO ĐỘNG BẰNG GIẢN ĐỒ FRESNEL

Cho hai dao động điều hoà cùng phương, cùng tần số có phương trình li độ:
$$\begin{cases} x_1 = A_1 \cos(\omega t + \varphi_1) \\ x_2 = A_2 \cos(\omega t + \varphi_2) \end{cases}$$

Để tìm biểu thức của dao động tổng hợp $x = x_1 + x_2$ ta sử dụng phương pháp giản đồ Fresnel (phương pháp giản đồ vector quay).

Bước 1: Vẽ vector quay $\overrightarrow{OM_1}$ biểu diễn dao động điều hoà x_1 và $\overrightarrow{OM_2}$ biểu diễn dao động điều hoà x_2 vào thời điểm $t = 0$.

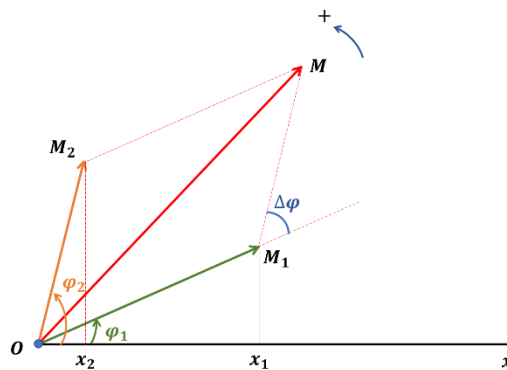
- $\overrightarrow{OM_1}$ có độ dài A_1 và hợp với trục Ox góc $(Ox, \overrightarrow{OM_1}) = \varphi_1$.
- $\overrightarrow{OM_2}$ có độ dài A_2 và hợp với trục Ox góc $(Ox, \overrightarrow{OM_2}) = \varphi_2$.

Bước 2: Vẽ hình bình hành với các cạnh lần lượt là $\overrightarrow{OM_1}$ và $\overrightarrow{OM_2}$. Khi đó, đường chéo \overrightarrow{OM} của hình bình hành là tổng hợp của hai vector $\overrightarrow{OM_1}$ và $\overrightarrow{OM_2}$.

$$\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OM_1} + \overrightarrow{OM_2}.$$

Bước 3: Vì hai vector $\overrightarrow{OM_1}$ và $\overrightarrow{OM_2}$ quay cùng tốc độ góc ω nên hình bình hành OM_1MM_2 không biến dạng và quay với tốc độ góc ω .

Như vậy, vector \overrightarrow{OM} cũng quay quanh O với tốc độ góc ω và hình chiếu của \overrightarrow{OM} trên trục Ox là tổng của x_1 và $x_2 \Rightarrow \overrightarrow{OM}$ là vector quay biểu diễn tổng của x_1 và x_2 .



Biên độ và pha ban đầu của dao động tổng hợp

Gọi $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$ là độ lệch pha của hai dao động thành phần.

$$\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OM_1} + \overrightarrow{OM_2}$$

Bình phương 2 vế ta được:

$$OM^2 = OM_1^2 + OM_2^2 + 2\overrightarrow{OM_1} \cdot \overrightarrow{OM_2} = OM_1^2 + OM_2^2 + 2OM_1 \cdot OM_2 \cdot \cos(\overrightarrow{OM_1}, \overrightarrow{OM_2})$$

$$\Rightarrow A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos \Delta\varphi$$

Pha ban đầu của dao động tổng hợp:

$$\tan \varphi = \frac{A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2}{A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2}$$

Từ công thức trên ta thấy rằng biên độ dao động tổng hợp **phụ thuộc vào các biên độ thành phần và độ lệch pha** $\Delta \varphi = \varphi_2 - \varphi_1$.

+) Nếu hai dao động cùng pha: $\varphi_2 - \varphi_1 = k2\pi \Rightarrow A = A_{\max} = A_1 + A_2$.

+) Nếu hai dao động ngược pha: $\varphi_2 - \varphi_1 = \pi + k2\pi \Rightarrow A = A_{\min} = |A_1 - A_2|$.

+) Nếu hai dao động vuông pha: $\varphi_2 - \varphi_1 = \frac{\pi}{2} + k\pi \Rightarrow A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2}$.

\Rightarrow Trong mọi trường hợp giá trị của A thuộc: $|A_1 - A_2| \leq A \leq |A_1 + A_2|$

* Mở rộng: Tổng hợp nhiều dao động

Biểu diễn mỗi dao động bằng một vector quay trong mặt phẳng Oxy, gốc tại O.

Thiết lập phương trình tổng hợp: $x = x_1 + x_2 + \dots + x_n$.

Khi đó $\vec{A} = \vec{A}_1 + \vec{A}_2 + \dots + \vec{A}_n$. Chiếu phương trình lên các trục tọa độ Ox, Oy ta có:

$$\begin{cases} A_x = A_{1x} + A_{2x} + \dots + A_{nx} \\ A_y = A_{1y} + A_{2y} + \dots + A_{ny} \end{cases} \text{ suy ra } \begin{cases} A_x = A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2 + \dots + A_n \cos \varphi_n \\ A_y = A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2 + \dots + A_n \sin \varphi_n \end{cases}$$

Khi đó ta có:
$$\begin{cases} A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2} \\ \tan \varphi = \frac{A_y}{A_x} \end{cases}$$

Câu 5. Một vật tham gia đồng thời 2 dao động điều hòa cùng phương cùng tần số và vuông pha với nhau. Nếu chỉ tham gia dao động thứ nhất thì vật đạt vận tốc cực đại là v_1 . Nếu chỉ tham gia dao động thứ hai thì vật đạt vận tốc cực đại là v_2 . Nếu tham gia đồng thời 2 dao động thì vận tốc cực đại là

- A. $0,5(v_1 + v_2)$. B. $(v_1 + v_2)$. C. $(v_1^2 + v_2^2)^{0,5}$. D. $0,5(v_1^2 + v_2^2)^{0,5}$.

Câu 6. Một vật thực hiện đồng thời 2 dao động điều hoà cùng phương, cùng tần số có dạng $x_1 = 4 \cos(10t - \pi/3)$ cm và $x_2 = A_2 \cos(10t + \pi)$ cm. Biết rằng vận tốc cực đại của vật bằng $0,2\sqrt{7}$ m/s. Xác định biên độ A_2 .

- A. 4 cm. B. 5 cm. C. 6 cm. D. 3 cm.

Câu 7. Một con lắc lò xo tham gia đồng thời hai dao động cùng phương, cùng tần số góc $5\sqrt{2}$ (rad/s), có độ lệch pha bằng $2\pi/3$ và biên độ lần lượt là $A_1 = 2$ cm và A_2 . Biết độ lớn vận tốc của vật tại thời điểm động năng của vật bằng 3 lần thế năng là 15 cm/s. Biên độ A_2 bằng

- A. 4 cm. B. 2,73 cm. C. $2\sqrt{3}$ cm. D. 2 cm.

Câu 8. Một vật tham gia đồng thời ba dao động điều hòa cùng phương: $x_1 = 2\cos\omega t$ (cm), $x_2 = 2\cos(\omega t + \varphi_2)$ (cm) và $x_3 = 2\cos(\omega t + \varphi_3)$ (cm) với $\varphi_3 \neq \varphi_2$ và $0 \leq \varphi_3, \varphi_2 \leq \pi$. Dao động tổng hợp của x_1 và x_2 có biên độ là 2 cm, dao động tổng hợp của x_1 và x_3 có biên độ là $2\sqrt{2}$ cm. Độ lệch pha giữa hai dao động x_2 và x_3 là

- A. $\pi/6$. B. $\pi/3$. C. $\pi/2$. D. $2\pi/3$.

Câu 9. Cho ba dao động điều hòa cùng phương, cùng tần số là $x_1 = 9\cos(2\pi t + \pi/6)$ cm, $x_2 = A_2\cos(2\pi t - \pi/2)$ cm, $x_3 = A_3\cos(2\pi t + 7\pi/6)$ cm ($A_3 < 10$ cm). Khi đó dao động tổng hợp của ba dao động trên phương trình là $x = 8\cos(2\pi t + \varphi)$ cm. Để A_2 cực đại thì A_3 bằng

- A. $8/\sqrt{3}$ cm. B. 5,4 cm. C. 4,4 cm. D. $16/\sqrt{3}$ cm.

Câu 10. Một vật thực hiện đồng thời 3 dao động điều hòa cùng phương cùng tần số. Biết phương trình tổng hợp của dao động 1 với dao động 2, dao động 2 với dao động 3, dao động 3 với dao động 1 lần lượt $x_{12} = 6\cos(\pi t + \pi/6)$ (cm), $x_{23} = 6\cos(\pi t + 2\pi/3)$ (cm), $x_{31} = 6\sqrt{2}\cos(\pi t + \pi/4)$ (cm). Khi li độ của dao động 1 đạt giá trị cực đại thì li độ của dao động thứ 3 bằng bao nhiêu?

- A. 3 cm. B. 0 cm. C. $3\sqrt{6}$ cm. D. $3\sqrt{2}$ cm.

Câu 11. Hai chất điểm dao động điều hòa, cùng phương cùng tần số với li độ lần lượt là x_1 và x_2 . Li độ của hai chất điểm thỏa mãn điều kiện: $4,5x_1^2 + 2x_2^2 = 18$ (cm²). Tính biên độ dao động tổng hợp của hai dao động trên.

- A. 5 cm. B. $\sqrt{13}$ cm. C. 4 cm. D. $\sqrt{21}$ cm.

Câu 12. Hai chất điểm dao động điều hòa cùng tần số, trên hai đường thẳng cùng song song với trục tọa độ Ox. Vị trí cân bằng của chúng nằm trên cùng một đường thẳng đi qua O và vuông góc với Ox. Biên độ dao động của chúng lần lượt là 140 mm và 480 mm. Biết hai chất điểm đi qua nhau ở vị trí có li độ $x = 120$ mm, khi chúng đang chuyển động ngược chiều nhau. Khoảng cách lớn nhất giữa hai chất điểm đó theo phương Ox là

- A. 537 mm. B. 485 mm. C. 500 mm. D. 474 mm.

Câu 13. Cho hai con lắc lò xo mắc vào hai mặt tường đối diện nhau và cùng đặt trên mặt phẳng nhẵn nằm ngang, các lò xo có độ cứng lần lượt 100 N/m và 400 N/m. Vật nặng ở hai con lắc có khối lượng bằng nhau. Kéo vật thứ nhất về bên trái, vật thứ hai về bên phải rồi buông nhẹ để hai vật dao động cùng năng lượng

0,125 J. Biết khoảng cách lúc đầu của hai vật là 10cm. Xác định khoảng cách ngắn nhất giữa hai vật trong quá trình dao động.

A. 2,5 cm.

B. 9,8 cm.

C. 6,25 cm.

D. 3,32 cm.

Câu 14. Hai chất điểm dao động điều hòa cùng tần số, trên hai đường thẳng song song với nhau và song song với trục Ox có phương trình lần lượt là $x_1 = A_1 \cos(\omega t + \varphi_1)$ và $x_2 = A_2 \cos(\omega t + \varphi_2)$. Giả sử $x = x_1 + x_2$ và $y = x_1 - x_2$. Biết rằng biên độ dao động của x gấp 3 lần biên độ dao động của y. Độ lệch pha cực đại giữa x_1 và x_2 gần với giá trị nào nhất sau đây?

A. $36,87^\circ$.

B. $53,13^\circ$.

C. $143,14^\circ$.

D. $126,87^\circ$.