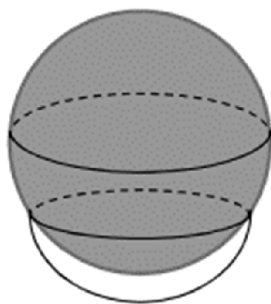


TÀI LIỆU DÀNH CHO ĐỐI TƯỢNG HỌC SINH GIỎI MỨC 9-10 ĐIỂM

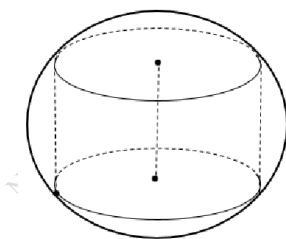
MỘT SỐ BÀI TOÁN THỰC TẾ - CỰC TRỊ LIÊN QUAN ĐẾN MẶT CẦU - KHỐI CẦU

- Câu 1.** Cho một bán cầu đựng đầy nước với bán kính $R = 2$. Người ta bỏ vào đó một quả cầu có bán kính bằng $2R$. Tính lượng nước còn lại trong bán cầu ban đầu.



A. $V = \left(24\sqrt{3} - \frac{112}{3}\right)\pi$. B. $V = \frac{16\pi}{3}$. C. $V = \frac{8}{3}\pi$. D. $V = (24\sqrt{3} - 40)\pi$.

- Câu 2.** Cho khối cầu (S) tâm I , bán kính R không đổi. Một khối trụ thay đổi có chiều cao h và bán kính đáy r nội tiếp khối cầu. Tính chiều cao h theo R sao cho thể tích khối trụ lớn nhất.



A. $h = \frac{R\sqrt{2}}{2}$. B. $h = \frac{2R\sqrt{3}}{3}$. C. $h = R\sqrt{2}$. D. $h = \frac{R\sqrt{3}}{3}$.

- Câu 3.** (HSG Bắc Ninh 2019) Một cơ sở sản xuất đồ gia dụng được đặt hàng làm các chiếc hộp kín hình trụ bằng nhôm để đựng rượu có thể tích là $V = 28\pi a^3$ ($a > 0$). Để tiết kiệm sản xuất và mang lại lợi nhuận cao nhất thì cơ sở sẽ sản xuất những chiếc hộp hình trụ có bán kính là R sao cho diện tích nhôm cần dùng là ít nhất. Tìm R

A. $R = a\sqrt[3]{7}$ B. $R = 2a\sqrt[3]{7}$ C. $R = 2a\sqrt[3]{14}$ D. $R = a\sqrt[3]{14}$

- Câu 4.** (Mã 104 2017) Trong tất cả các hình chóp tứ giác đều nội tiếp mặt cầu có bán kính bằng 9, tính thể tích V của khối chóp có thể tích lớn nhất.

A. $V = 576\sqrt{2}$ B. $V = 144\sqrt{6}$ C. $V = 144$ D. $V = 576$

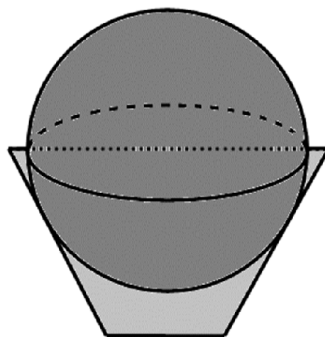
- Câu 5.** (Sở Vĩnh Phúc 2019) Trong tất cả các hình chóp tứ giác đều nội tiếp mặt cầu có bán kính bằng 9, khối chóp có thể tích lớn nhất bằng bao nhiêu?

A. $576\sqrt{2}$. B. 144. C. 576. D. $144\sqrt{6}$.

- Câu 6.** (Chuyên Vĩnh Phúc 2019) Trong không gian $Oxyz$, lấy điểm C trên tia Oz sao cho $OC = 1$. Trên hai tia Ox, Oy lần lượt lấy hai điểm A, B thay đổi sao cho $OA + OB = OC$. Tìm giá trị nhỏ nhất của bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $O.ABC$?

A. $\frac{\sqrt{6}}{4}$ B. $\sqrt{6}$ C. $\frac{\sqrt{6}}{3}$ D. $\frac{\sqrt{6}}{2}$

- Câu 7. (KTNL GV THPT Lý Thái Tổ 2019)** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành, các cạnh bên của hình chóp bằng $\sqrt{6} \text{ cm}$, $AB = 4 \text{ cm}$. Khi thể tích khối chóp $S.ABCD$ đạt giá trị lớn nhất, tính diện tích mặt cầu ngoại tiếp $S.ABCD$.
- A. $12\pi \text{ cm}^2$. B. $4\pi \text{ cm}^2$. C. $9\pi \text{ cm}^2$. D. $36\pi \text{ cm}^2$.
- Câu 8.** Cho mặt cầu (S) có bán kính $R = 5$. Khối tứ diện $ABCD$ có tất cả các đỉnh thay đổi và cùng thuộc mặt cầu (S) sao cho tam giác ABC vuông cân tại B và $DA = DB = DC$. Biết thể tích lớn nhất của khối tứ diện $ABCD$ là $\frac{a}{b}$ (a, b là các số nguyên dương và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản), tính $a + b$.
- A. $a + b = 1173$. B. $a + b = 4081$. C. $a + b = 128$. D. $a + b = 5035$.
- Câu 9.** Trong không gian cho tam giác ABC có $AB = 2R, AC = R, \widehat{CAB} = 120^\circ$. Gọi M là điểm thay đổi thuộc mặt cầu tâm B , bán kính R . Giá trị nhỏ nhất của $MA + 2MC$ là
- A. $4R$. B. $6R$. C. $R\sqrt{19}$. D. $2R\sqrt{7}$.
- Câu 10.** Cho mặt cầu (S) có bán kính bằng $3(m)$, đường kính AB . Qua A và B dựng các tia At_1, Bt_2 tiếp xúc với mặt cầu và vuông góc với nhau. M và N là hai điểm lần lượt di chuyển trên At_1, Bt_2 sao cho MN cũng tiếp xúc với (S) . Biết rằng khối tứ diện $ABMN$ có thể tích $V(m^3)$ không đổi. V thuộc khoảng nào sau đây?
- A. $(17; 21)$. B. $(15; 17)$. C. $(25; 28)$. D. $(23; 25)$.
- Câu 11.** Trên mặt phẳng (P) cho góc $\widehat{xOy} = 60^\circ$. Đoạn $SO = a$ và vuông góc với mặt phẳng (α) . Các điểm $M; N$ chuyển động trên Ox, Oy sao cho ta luôn có: $OM + ON = a$. Tính diện tích của mặt cầu (S) có bán kính nhỏ nhất ngoại tiếp tứ diện $SOMN$.
- A. $\frac{4\pi a^2}{3}$. B. $\frac{\pi a^2}{3}$. C. $\frac{8\pi a^2}{3}$. D. $\frac{16\pi a^2}{3}$.
- Câu 12.** Cho tứ diện $ABCD$ có hình chiếu của A lên mặt phẳng (BCD) là H nằm trong tam giác BCD . Biết rằng H cũng là tâm của một mặt cầu bán kính $\sqrt{3}$ và tiếp xúc các cạnh AB, AC, AD . Dựng hình bình hành $AHBS$. Tính giá trị nhỏ nhất của bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.BCD$
- A. 3. B. $3\sqrt{3}$. C. $\frac{3}{2}$. D. $\frac{3\sqrt{3}}{2}$.
- Câu 13. (SGD Điện Biên - 2019)** Một vật thể đựng đầy nước hình lập phương không có nắp. Khi thả một khối cầu kim loại đặc vào trong hình lập phương thì thấy khối cầu tiếp xúc với tất cả các mặt của hình lập phương đó. Tính bán kính của khối cầu, biết thể tích nước còn lại trong hình lập phương là 10. Giả sử các mặt của hình lập phương có độ dày không đáng kể
- A. $\sqrt[3]{\frac{15}{12-2\pi}}$. B. $\sqrt[3]{\frac{9}{24-4\pi}}$. C. $\sqrt[3]{\frac{15}{24-4\pi}}$. D. $\sqrt[3]{\frac{9}{12-2\pi}}$.
- Câu 14. (THPT Hoàng Hoa Thám - Hưng Yên 2019)** Một cái thùng đựng đầy nước được tạo thành từ việc cắt mặt xung quanh của một hình nón bởi một mặt phẳng vuông góc với trục của hình nón. Miệng thùng là đường tròn có bán kính bằng ba lần bán kính mặt đáy của thùng. Người ta thả vào đó một khối cầu có đường kính bằng $\frac{3}{2}$ chiều cao của thùng nước và đo được thể tích nước tràn ra ngoài là $54\sqrt{3}\pi (dm^3)$. Biết rằng khối cầu tiếp xúc với mặt trong của thùng và đúng một nửa của khối cầu đã chìm trong nước (hình vẽ). Thể tích nước còn lại trong thùng có giá trị nào sau đây?



- A. $\frac{46}{5}\sqrt{3}\pi (dm^3)$. B. $18\sqrt{3}\pi (dm^3)$. C. $\frac{46}{3}\sqrt{3}\pi (dm^3)$. D. $18\pi (dm^3)$.
- Câu 15.** (THPT Mai Anh Tuấn_Thanh Hóa - 2019) Cho tứ diện $OABC$ có $OA=a$, $OB=b$, $OC=c$ và đôi một vuông góc với nhau. Gọi r là bán kính mặt cầu tiếp xúc với cả bốn mặt của tứ diện. Giả sử $a \geq b, a \geq c$. Giá trị nhỏ nhất của $\frac{a}{r}$ là
- A. $1+\sqrt{3}$. B. $2+\sqrt{3}$. C. $\sqrt{3}$. D. $3+\sqrt{3}$.
- Câu 16.** Cho hai mặt cầu (S_1) và (S_2) đồng tâm O , có bán kính lần lượt là $R_1=2$ và $R_2=\sqrt{10}$. Xét tứ diện $ABCD$ có hai đỉnh A, B nằm trên (S_1) và hai đỉnh C, D nằm trên (S_2) . Thể tích lớn nhất của khối tứ diện $ABCD$ bằng
- A. $3\sqrt{2}$. B. $7\sqrt{2}$. C. $4\sqrt{2}$. D. $6\sqrt{2}$.
- Câu 17.** Cho tứ diện đều $ABCD$ có mặt cầu nội tiếp là (S_1) và mặt cầu ngoại tiếp là (S_2) , hình lập phương ngoại tiếp (S_2) và nội tiếp trong mặt cầu (S_3) . Gọi r_1, r_2, r_3 lần lượt là bán kính các mặt cầu $(S_1), (S_2), (S_3)$. Khẳng định nào sau đây đúng?
- (Mặt cầu nội tiếp tứ diện là mặt cầu tiếp xúc với tất cả các mặt của tứ diện, mặt cầu nội tiếp hình lập phương là mặt cầu tiếp xúc với tất cả các mặt của hình lập phương).
- A. $\frac{r_1}{r_2} = \frac{1}{3}$ và $\frac{r_2}{r_3} = \frac{1}{3\sqrt{3}}$. B. $\frac{r_1}{r_2} = \frac{2}{3}$ và $\frac{r_2}{r_3} = \frac{1}{\sqrt{3}}$. C. $\frac{r_1}{r_2} = \frac{1}{3}$ và $\frac{r_2}{r_3} = \frac{1}{\sqrt{3}}$. D. $\frac{r_1}{r_2} = \frac{2}{3}$ và $\frac{r_2}{r_3} = \frac{1}{\sqrt{2}}$.
- Câu 18.** (THPT Lương Văn Tụy - Ninh Bình - 2018) Cho hình chóp $S.ABCD$ có $\widehat{ABC} = \widehat{ADC} = 90^\circ$, cạnh bên SA vuông góc với $(ABCD)$, góc tạo bởi SC và đáy $ABCD$ bằng 60° , $CD=a$ và tam giác ADC có diện tích bằng $\frac{a^2\sqrt{3}}{2}$. Diện tích mặt cầu S_{mc} ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ là
- A. $S_{mc} = 16\pi a^2$. B. $S_{mc} = 4\pi a^2$. C. $S_{mc} = 32\pi a^2$. D. $S_{mc} = 8\pi a^2$.
- Câu 19.** (Yên Phong 1 - 2018) Cho mặt cầu tâm O bán kính $2a$, mặt phẳng (α) cố định cách O một đoạn là a , (α) cắt mặt cầu theo đường tròn (T) . Trên (T) lấy điểm A cố định, một đường thẳng qua A vuông góc với (α) cắt mặt cầu tại điểm B khác A . Trong (α) một góc vuông xAy quay quanh A và cắt (T) tại 2 điểm phân biệt C, D không trùng với A . Khi đó chọn khẳng định đúng:
- A. Diện tích tam giác BCD đạt giá trị nhỏ nhất là $a^2\sqrt{21}$
 B. Diện tích tam giác BCD đạt giá trị lớn nhất là $a^2\sqrt{21}$
 C. Diện tích tam giác BCD đạt giá trị nhỏ nhất là $2a^2\sqrt{21}$
 D. Do (α) không đi qua O nên không tồn tại giá trị lớn nhất hay nhỏ nhất của diện tích tam giác
- Câu 20.** (THPT Hải An - Hải Phòng - 2018) Trong tất cả các hình chóp tứ giác đều nội tiếp mặt cầu có bán kính bằng 9, tính thể tích V của khối chóp có thể tích lớn nhất.

A. $V = 144$.

B. $V = 576\sqrt{2}$.

C. $V = 576$.

D. $V = 144\sqrt{6}$.

Câu 21. (THPT Yên Khánh A - 2018) Cho hình chóp tứ giác đều chiều cao là h nội tiếp trong một mặt cầu bán kính R . Tìm h theo R để thể tích khối chóp là lớn nhất.

A. $h = \sqrt{3}R$.

B. $h = \sqrt{2}R$.

C. $V = \frac{4R}{3}$.

D. $V = \frac{3R}{2}$.

BẠN HỌC THAM KHẢO THÊM DẠNG CÂU KHÁC TẠI

<https://drive.google.com/drive/folders/15DX-hbY5paR0iUmcs4RU1DkA1-7QpKlG?usp=sharing>

Theo dõi Fanpage: **Nguyễn Bảo Vương** <https://www.facebook.com/tracnghiemtoanthpt489/>

Hoặc Facebook: **Nguyễn Vương** <https://www.facebook.com/phong.baovuong>

Tham gia ngay: **Nhóm Nguyễn Bảo Vương (TÀI LIỆU TOÁN)** <https://www.facebook.com/groups/703546230477890/>

Ấn sub kênh Youtube: Nguyễn Vương

https://www.youtube.com/channel/UCO4u2J5g1EI1iRUbT3nwJfA?view_as=subscriber

Tải nhiều tài liệu hơn tại: <http://diendangiaovientoan.vn/>

ĐỂ NHẬN TÀI LIỆU SỚM NHẤT NHÉ!

Nguyễn Bảo Vương