

## TÀI LIỆU DÀNH CHO ĐỐI TƯỢNG HỌC SINH TRUNG BÌNH MỨC 5-6 ĐIỂM

## Dạng 1. Câu hỏi lý thuyết

Công thức logarit:		
Cho các số $a, b > 0$ , $a \neq 1$ và $m, n \in \mathbb{R}$ . Ta có:		
▪ $\log_a b = \alpha \Leftrightarrow a^\alpha = b$	▪ $\lg b = \log b = \log_{10} b$	▪ $\ln b = \log_e b$
▪ $\log_a 1 = 0$	▪ $\log_a a = 1$	▪ $\log_a a^n = n$
▪ $\log_{a^m} b = \frac{1}{m} \log_a b$	▪ $\log_a b^n = n \log_a b$	▪ $\log_{a^m} b^n = \frac{n}{m} \log_a b$
▪ $\log_a (bc) = \log_a b + \log_a c$	▪ $\log_a \left(\frac{b}{c}\right) = \log_a b - \log_a c$	▪ $\begin{cases} a^{\log_a b} = b \\ a^{\log_b c} = c^{\log_b a} \end{cases}$
▪ $\log_a b \cdot \log_b c = \log_a c$ , ( $b \neq 1$ )	▪ $\frac{\log_a c}{\log_a b} = \log_b c$ , ( $b \neq 1$ )	▪ $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$ , ( $b \neq 1$ )

**Câu 1. (Đề Minh Họa 2017).** Cho hai số thực  $a$  và  $b$ , với  $1 < a < b$ . Khẳng định nào dưới đây là khẳng định đúng?

- A.  $\log_b a < 1 < \log_a b$     B.  $1 < \log_a b < \log_b a$     C.  $\log_b a < \log_a b < 1$     D.  $\log_a b < 1 < \log_b a$

**Lời giải**

**Chọn A**

**Cách 1- Tự luận:** Vì  $b > a > 1 \Rightarrow \begin{cases} \log_a b > \log_a a \\ \log_b b > \log_b a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \log_a b > 1 \\ 1 > \log_b a \end{cases} \Rightarrow \log_b a < 1 < \log_a b$

**Cách 2- Casio:** Chọn  $a = 2; b = 3 \Rightarrow \log_3 2 < 1 < \log_2 3 \Rightarrow$  **Đáp án**

**D.**

**Câu 2. (Mã 110 2017)** Cho  $a$  là số thực dương khác 1. Mệnh đề nào dưới đây đúng với mọi số dương  $x, y$ ?

- A.  $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$     B.  $\log_a \frac{x}{y} = \log_a (x - y)$   
 C.  $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x + \log_a y$     D.  $\log_a \frac{x}{y} = \frac{\log_a x}{\log_a y}$

**Lời giải**

**Chọn A**

Theo tính chất của logarit.

**Câu 3. (THPT Minh Khai Hà Tĩnh 2019)** Với mọi số thực dương  $a, b, x, y$  và  $a, b \neq 1$ , mệnh đề nào sau đây sai?

- A.  $\log_a \frac{1}{x} = \frac{1}{\log_a x}$     B.  $\log_a (xy) = \log_a x + \log_a y$

C.  $\log_b a \cdot \log_a x = \log_b x$ .

D.  $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$ .

**Lời giải**

Với mọi số thực dương  $a, b, x, y$  và  $a, b \neq 1$ . Ta có:  $\log_a \frac{1}{x} = \log_a x^{-1} \neq \frac{1}{\log_a x}$ . Vậy A sai.

Theo các tính chất logarit thì các phương án B, C và D đều đúng.

**Câu 4. (Chuyên Hạ Long 2019)** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A.  $\log_a b^a = a \log_a b$  với mọi số  $a, b$  dương và  $a \neq 1$ .

B.  $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$  với mọi số  $a, b$  dương và  $a \neq 1$ .

C.  $\log_a b + \log_a c = \log_a bc$  với mọi số  $a, b$  dương và  $a \neq 1$ .

D.  $\log_a b = \frac{\log_c a}{\log_c b}$  với mọi số  $a, b, c$  dương và  $a \neq 1$ .

**Lời giải**

Chọn A.

**Câu 5. (THPT-Thang-Long-Ha-Noi- 2019)** Cho  $a, b$  là hai số thực dương tùy ý và  $b \neq 1$ . Tìm kết luận đúng.

A.  $\ln a + \ln b = \ln(a + b)$ .

B.  $\ln(a + b) = \ln a \cdot \ln b$ .

C.  $\ln a - \ln b = \ln(a - b)$ . D.  $\log_b a = \frac{\ln a}{\ln b}$ .

**Lời giải**

Theo tính chất làm Mũ-Log.

**Câu 6. (THPT Yên Phong Số 1 Bắc Ninh 2019)** Cho hai số dương  $a, b$  ( $a \neq 1$ ). Mệnh đề nào dưới đây SAI?

A.  $\log_a a = 2a$ .

B.  $\log_a a^a = a$ .

C.  $\log_a 1 = 0$ .

D.  $a^{\log_a b} = b$ .

**Lời giải**

Chọn A

**Câu 7. (Sở Thanh Hóa 2019)** Với các số thực dương  $a, b$  bất kì. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A.  $\log(ab) = \log a \cdot \log b$ .

B.  $\log \frac{a}{b} = \frac{\log a}{\log b}$ .

C.  $\log(ab) = \log a + \log b$ .

D.  $\log \frac{a}{b} = \log b - \log a$ .

**Lời giải**

Ta có  $\log(ab) = \log a + \log b$ .

**Câu 8. (VTED 03 2019)** Với các số thực dương  $a, b$  bất kì. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A.  $\ln(ab) = \ln a + \ln b$  B.  $\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \frac{\ln a}{\ln b}$

C.  $\ln(ab) = \ln a \cdot \ln b$  D.  $\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln b - \ln a$

**Lời giải**

Chọn A.

**Câu 9. (Chuyên Lê Hồng Phong Nam Định 2019)** Với các số thực dương  $a, b$  bất kì. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A.  $\log(ab) = \log a \cdot \log b$ .

B.  $\log \frac{a}{b} = \log b - \log a$ .

C.  $\log \frac{a}{b} = \frac{\log a}{\log b}$ .

D.  $\log(ab) = \log a + \log b$ .

Lời giải

Với các số thực dương  $a, b$  bất kì ta có:

+)  $\log \frac{a}{b} = \log a - \log b$  nên **B, C** sai.

+)  $\log(ab) = \log a + \log b$  nên **A** sai, **D** đúng.

Vậy chọn **D**.**Câu 10.** Cho  $a, b, c > 0$ ,  $a \neq 1$  và số  $\alpha \in \mathbb{R}$ , mệnh đề nào dưới đây **sai**?

A.  $\log_a a^c = c$

B.  $\log_a a = 1$

C.  $\log_a b^\alpha = \alpha \log_a b$

D.  $\log_a |b - c| = \log_a b - \log_a c$

Lời giải

**Chọn D**Theo tính chất của logarit, mệnh đề sai là  $\log_a |b - c| = \log_a b - \log_a c$ .**Câu 11.** [THPT An Lão Hải Phòng 2019) Cho  $a, b, c$  là các số dương ( $a, b \neq 1$ ). Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào là mệnh đề đúng?

A.  $\log_a \left( \frac{b}{a^3} \right) = \frac{1}{3} \log_a b$

B.  $a^{\log_b a} = b$ .

C.  $\log_{a^\alpha} b = \alpha \log_a b$  ( $\alpha \neq 0$ ).

D.  $\log_a c = \log_b c \cdot \log_a b$ .

Lời giải

**Dạng 2. Tính, rút gọn biểu thức chứa logarit**

Công thức logarit:		
Cho các số $a, b > 0$ , $a \neq 1$ và $m, n \in \mathbb{R}$ . Ta có:		
▪ $\log_a b = \alpha \Leftrightarrow a^\alpha = b$	▪ $\lg b = \log b = \log_{10} b$	▪ $\ln b = \log_e b$
▪ $\log_a 1 = 0$	▪ $\log_a a = 1$	▪ $\log_a a^n = n$
▪ $\log_{a^m} b = \frac{1}{m} \log_a b$	▪ $\log_a b^n = n \log_a b$	▪ $\log_{a^m} b^n = \frac{n}{m} \log_a b$
▪ $\log_a (bc) = \log_a b + \log_a c$	▪ $\log_a \left( \frac{b}{c} \right) = \log_a b - \log_a c$	▪ $\begin{cases} a^{\log_a b} = b \\ a^{\log_b c} = c^{\log_b a} \end{cases}$
▪ $\log_a b \cdot \log_b c = \log_a c$ , ( $b \neq 1$ )	▪ $\frac{\log_a c}{\log_a b} = \log_b c$ , ( $b \neq 1$ )	▪ $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$ , ( $b \neq 1$ )

**Câu 12.** (Mã 101 - 2020 Lần 1) Với  $a, b$  là các số thực dương tùy ý và  $a \neq 1$ ,  $\log_a b$  bằng:

A.  $5 \log_a b$ .

B.  $\frac{1}{5} + \log_a b$ .

C.  $5 + \log_a b$ .

D.  $\frac{1}{5} \log_a b$ .

Lời giải

**Chọn D.**

**Câu 13. (Mã 102 - 2020 Lần 1)** Với  $a, b$  là các số thực dương tùy ý và  $a \neq 1$ ,  $\log_{a^2} b$  bằng

- A.  $\frac{1}{2} + \log_a b$ .      B.  $\frac{1}{2} \log_a b$ .      C.  $2 + \log_a b$ .      D.  $2 \log_a b$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có  $\log_{a^2} b = \frac{1}{2} \log_a b$ .

**Câu 14. (Mã 103 - 2020 Lần 1)** Với  $a, b$  là các số thực dương tùy ý và  $a \neq 1$ ,  $\log_{a^3} b$  bằng

- A.  $3 + \log_a b$       B.  $3 \log_a b$       C.  $\frac{1}{3} + \log_a b$       D.  $\frac{1}{3} \log_a b$

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có:  $\log_{a^3} b = \frac{1}{3} \log_a b$ .

**Câu 15. (Mã 102 - 2020 Lần 2)** Với  $a$  là số thực dương tùy ý,  $\log_5(5a)$  bằng

- A.  $5 + \log_5 a$ .      B.  $5 - \log_5 a$ .      C.  $1 + \log_5 a$ .      D.  $1 - \log_5 a$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có:  $\log_5(5a) = \log_5 5 + \log_5 a = 1 + \log_5 a$ .

**Câu 16. (Mã 103 - 2020 Lần 2)** Với  $a$  là số thực dương tùy ý,  $\log_2 2a$  bằng

- A.  $1 + \log_2 a$ .      B.  $1 - \log_2 a$ .      C.  $2 - \log_2 a$ .      D.  $2 + \log_2 a$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

$\log_2 2a = \log_2 2 + \log_2 a = 1 + \log_2 a$ .

**Câu 17. (Đề Minh Họa 2020 Lần 1)** Với  $a$  là số thực dương tùy ý,  $\log_2 a^2$  bằng:

- A.  $2 + \log_2 a$ .      B.  $\frac{1}{2} + \log_2 a$ .      C.  $2 \log_2 a$ .      D.  $\frac{1}{2} \log_2 a$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

Với  $a > 0$ ;  $b > 0$ ;  $a \neq 1$ . Với mọi  $\alpha$ . Ta có công thức:  $\log_a b^\alpha = \alpha \log_a b$ .

Vậy:  $\log_2 a^2 = 2 \log_2 a$ .

**Câu 18. (Đề Tham Khảo 2020 Lần 2)** Với  $a$  là hai số thực dương tùy ý,  $\log_2(a^3)$  bằng

- A.  $\frac{3}{2} \log_2 a$ .      B.  $\frac{1}{3} \log_2 a$ .      C.  $3 + \log_2 a$ .      D.  $3 \log_2 a$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có:  $\log_2(a^3) = 3 \log_2 a$ .

**Câu 19. (Mã 103 2019)** Với  $a$  là số thực dương tùy ý,  $\log_2 a^3$  bằng

- A.  $3 + \log_2 a$ .      B.  $3 \log_2 a$ .      C.  $\frac{1}{3} \log_2 a$ .      D.  $\frac{1}{3} + \log_2 a$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có  $\log_2 a^3 = 3 \log_2 a$ .

**Câu 20. (Mã 102 2019)** Với  $a$  là số thực dương tùy ý,  $\log_5 a^3$  bằng

- A.  $\frac{1}{3} \log_5 a$ .      B.  $\frac{1}{3} + \log_5 a$ .      C.  $3 + \log_5 a$ .      D.  $3 \log_5 a$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

$\log_5 a^3 = 3 \log_5 a$

**Câu 21. (Mã 104 2017)** Cho  $a$  là số thực dương tùy ý khác 1. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A.  $\log_2 a = \log_a 2$       B.  $\log_2 a = \frac{1}{\log_a 2}$       C.  $\log_2 a = \frac{1}{\log_a 2}$       D.  $\log_2 a = -\log_a 2$

**Lời giải**

**Chọn C**

Áp dụng công thức đổi cơ số.

**Câu 22. (Mã 104 2019)** Với  $a$  là số thực dương tùy ý,  $\log_2 a^2$  bằng:

- A.  $\frac{1}{2} \log_2 a$ .      B.  $2 + \log_2 a$       C.  $2 \log_2 a$ .      D.  $\frac{1}{2} + \log_2 a$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

Vì  $a$  là số thực dương tùy ý nên  $\log_2 a^2 = 2 \log_2 a$ .

**Câu 23. (Đề Tham Khảo 2019)** Với  $a, b$  là hai số dương tùy ý,  $\log(ab^2)$  bằng

- A.  $2(\log a + \log b)$       B.  $\log a + \frac{1}{2} \log b$       C.  $2 \log a + \log b$       D.  $\log a + 2 \log b$

**Lời giải**

**Chọn D**

Có  $\log(ab^2) = \log a + \log b^2 = \log a + 2 \log b$ .

**Câu 24. (Đề Tham Khảo 2017)** Cho  $a$  là số thực dương  $a \neq 1$  và  $\log_{\sqrt[3]{a}} a^3$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.  $P = \frac{1}{3}$       B.  $P = 3$       C.  $P = 1$       D.  $P = 9$

**Lời giải**

**Chọn D**

$\log_{\sqrt[3]{a}} a^3 = \log_{\frac{1}{a^{\frac{1}{3}}}} a^3 = 9$ .

**Câu 25. (Mã 101 2019)** Với  $a$  là số thực dương tùy ý, bằng  $\log_5 a^2$

- A.  $\frac{1}{2} \log_5 a$ .      B.  $2 + \log_5 a$ .      C.  $\frac{1}{2} + \log_5 a$ .      D.  $2 \log_5 a$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

Vì  $a$  là số thực dương nên ta có  $\log_5 a^2 = 2 \log_5 a$ .

**Câu 26. (Mã 103 2018)** Với  $a$  là số thực dương tùy ý,  $\ln(7a) - \ln(3a)$  bằng

- A.  $\frac{\ln 7}{\ln 3}$                       B.  $\ln \frac{7}{3}$                       C.  $\ln(4a)$                       D.  $\frac{\ln(7a)}{\ln(3a)}$

**Lời giải**

**Chọn B**

$$\ln(7a) - \ln(3a) = \ln\left(\frac{7a}{3a}\right) = \ln \frac{7}{3}.$$

**Câu 27. (Mã 101 2018)** Với  $a$  là số thực dương tùy ý,  $\ln(5a) - \ln(3a)$  bằng:

- A.  $\ln \frac{5}{3}$                       B.  $\frac{\ln 5}{\ln 3}$                       C.  $\frac{\ln(5a)}{\ln(3a)}$                       D.  $\ln(2a)$

**Lời giải**

**Chọn A**

$$\ln(5a) - \ln(3a) = \ln \frac{5}{3}.$$

**Câu 28. (Mã 102 2018)** Với  $a$  là số thực dương tùy ý,  $\log_3(3a)$  bằng:

- A.  $1 - \log_3 a$                       B.  $3 \log_3 a$                       C.  $3 + \log_3 a$                       D.  $1 + \log_3 a$

**Lời giải**

**Chọn D**

**Câu 29.** Với các số thực dương  $a, b$  bất kì. Mệnh đề nào dưới đây đúng.

- A.  $\ln(ab) = \ln a + \ln b$ .                      B.  $\ln(ab) = \ln a \cdot \ln b$ .  
C.  $\ln \frac{a}{b} = \frac{\ln a}{\ln b}$ .                      D.  $\ln \frac{a}{b} = \ln b - \ln a$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Theo tính chất của lôgarit:  $\forall a > 0, b > 0 : \ln(ab) = \ln a + \ln b$

**Câu 30. (Mã 123 2017)** Cho  $a$  là số thực dương khác 1. Tính  $I = \log_{\sqrt{a}} a$ .

- A.  $I = -2$ .                      B.  $I = 2$                       C.  $I = \frac{1}{2}$                       D.  $I = 0$

**Lời giải**

**Chọn B**

Với  $a$  là số thực dương khác 1 ta được:  $I = \log_{\sqrt{a}} a = \log_{\frac{1}{a^{\frac{1}{2}}}} a = 2 \log_a a = 2$

**Câu 31. (Mã 104 2018)** Với  $a$  là số thực dương tùy ý,  $\log_3\left(\frac{3}{a}\right)$  bằng:

- A.  $1 - \log_3 a$                       B.  $3 - \log_3 a$                       C.  $\frac{1}{\log_3 a}$                       D.  $1 + \log_3 a$

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có  $\log_3 \left( \frac{3}{a} \right) = \log_3 3 - \log_3 a = 1 - \log_3 a$ .

**Câu 32.** Với các số thực dương  $a, b$  bất kì. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A.  $\log_2 \left( \frac{2a^3}{b} \right) = 1 + 3\log_2 a + \log_2 b$ .      B.  $\log_2 \left( \frac{2a^3}{b} \right) = 1 + \frac{1}{3}\log_2 a + \log_2 b$ .  
 C.  $\log_2 \left( \frac{2a^3}{b} \right) = 1 + 3\log_2 a - \log_2 b$ .      D.  $\log_2 \left( \frac{2a^3}{b} \right) = 1 + \frac{1}{3}\log_2 a - \log_2 b$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có:  $\log_2 \left( \frac{2a^3}{b} \right) = \log_2 (2a^3) - \log_2 (b) = \log_2 2 + \log_2 a^3 - \log_2 b = 1 + 3\log_2 a - \log_2 b$ .

**Câu 33.** (Mã 110 2017) Cho  $\log_a b = 2$  và  $\log_a c = 3$ . Tính  $P = \log_a (b^2 c^3)$ .

- A.  $P = 13$       B.  $P = 31$       C.  $P = 30$       D.  $P = 108$

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có:  $\log_a (b^2 c^3) = 2\log_a b + 3\log_a c = 2.2 + 3.3 = 13$ .

**Câu 34.** (Mã 102 2019) Cho  $a$  và  $b$  là hai số thực dương thỏa mãn  $a^3 b^2 = 32$ . Giá trị của  $3\log_2 a + 2\log_2 b$  bằng

- A. 4.      B. 5.      C. 2.      D. 32.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có:  $\log_2 a^3 b^2 = \log_2 32 \Leftrightarrow 3\log_2 a + 2\log_2 b = 5$

**Câu 35.** (Đề Tham Khảo 2017) Cho  $a, b$  là các số thực dương thỏa mãn  $a \neq 1$ ,  $a \neq \sqrt{b}$  và  $\log_a b = \sqrt{3}$ .

Tính  $P = \log_{\frac{\sqrt{b}}{a}} \sqrt{\frac{b}{a}}$ .

- A.  $P = -5 + 3\sqrt{3}$       B.  $P = -1 + \sqrt{3}$       C.  $P = -1 - \sqrt{3}$       D.  $P = -5 - 3\sqrt{3}$

**Lời giải**

**Chọn C**

**Cách 1: Phương pháp tự luận.**

$$P = \frac{\log_a \sqrt{\frac{b}{a}}}{\log_a \frac{\sqrt{b}}{a}} = \frac{\frac{1}{2}(\log_a b - 1)}{\log_a \sqrt{b} - 1} = \frac{\frac{1}{2}(\sqrt{3} - 1)}{\frac{1}{2}\log_a b - 1} = \frac{\sqrt{3} - 1}{\sqrt{3} - 2} = -1 - \sqrt{3}.$$

**Cách 2: Phương pháp trắc nghiệm.**

Chọn  $a = 2$ ,  $b = 2^{\sqrt{3}}$ . Bấm máy tính ta được  $P = -1 - \sqrt{3}$ .

**Câu 36.** (Mã 103 2019) Cho  $a$  và  $b$  là hai số thực dương thỏa mãn  $a^2 b^3 = 16$ . Giá trị của  $2\log_2 a + 3\log_2 b$  bằng

- A. 2.      B. 8.      C. 16.      D. 4.

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có  $2\log_2 a + 3\log_2 b = \log_2(a^2 b^3) = \log_2 16 = 4$

**Câu 37. (Mã 104 2017)** Với các số thực dương  $x, y$  tùy ý, đặt  $\log_3 x = \alpha, \log_3 y = \beta$ . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A.  $\log_{27} \left( \frac{\sqrt{x}}{y} \right)^3 = \frac{\alpha}{2} + \beta$  B.  $\log_{27} \left( \frac{\sqrt{x}}{y} \right)^3 = 9 \left( \frac{\alpha}{2} + \beta \right)$   
C.  $\log_{27} \left( \frac{\sqrt{x}}{y} \right)^3 = \frac{\alpha}{2} - \beta$  D.  $\log_{27} \left( \frac{\sqrt{x}}{y} \right)^3 = 9 \left( \frac{\alpha}{2} - \beta \right)$

**Lời giải**

**Chọn D**

$$\log_{27} \left( \frac{\sqrt{x}}{y} \right)^3 = \frac{3}{2} \log_{27} x - 3 \log_{27} y = \frac{1}{2} \log_3 x - \log_3 y = \frac{\alpha}{2} - \beta.$$

**Câu 38. (Mã 101 2019)** Cho  $a$  và  $b$  là hai số thực dương thỏa mãn  $a^4 b = 16$ . Giá trị của  $4\log_2 a + \log_2 b$  bằng

- A. 4. B. 2. C. 16. D. 8.

**Lời giải**

**Chọn A**

$$4\log_2 a + \log_2 b = \log_2 a^4 + \log_2 b = \log_2(a^4 b) = \log_2 16 = \log_2 2^4 = 4.$$

**Câu 39. (Đề Minh Họa 2017)** Cho các số thực dương  $a, b$  với  $a \neq 1$ . Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A.  $\log_{a^2}(ab) = \frac{1}{4} \log_a b$  B.  $\log_{a^2}(ab) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \log_a b$   
C.  $\log_{a^2}(ab) = \frac{1}{2} \log_a b$  D.  $\log_{a^2}(ab) = 2 + 2 \log_a b$

**Lời giải**

**Chọn B**

$$\text{Ta có: } \log_{a^2}(ab) = \log_{a^2} a + \log_{a^2} b = \frac{1}{2} \log_a a + \frac{1}{2} \log_a b = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \log_a b.$$

**Câu 40. (Mã 123 2017)** Với  $a, b$  là các số thực dương tùy ý và  $a$  khác 1, đặt  $P = \log_a b^3 + \log_{a^2} b^6$ . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A.  $P = 6 \log_a b$  B.  $P = 27 \log_a b$  C.  $P = 15 \log_a b$  D.  $P = 9 \log_a b$

**Lời giải**

**Chọn A**

$$P = \log_a b^3 + \log_{a^2} b^6 = 3 \log_a b + \frac{6}{2} \log_a b = 6 \log_a b.$$

**Câu 41. (Đề Tham Khảo 2018)** Với  $a$  là số thực dương bất kì, mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A.  $\log(3a) = \frac{1}{3} \log a$  B.  $\log(3a) = 3 \log a$  C.  $\log a^3 = \frac{1}{3} \log a$  D.  $\log a^3 = 3 \log a$

**Lời giải**

**Chọn D**



**Câu 42. (Mã 105 2017)** Cho  $\log_3 a = 2$  và  $\log_2 b = \frac{1}{2}$ . Tính  $I = 2\log_3 [\log_3 (3a)] + \log_{\frac{1}{4}} b^2$ .

- A.  $I = \frac{5}{4}$                       B.  $I = 0$                       C.  $I = 4$                       D.  $I = \frac{3}{2}$

**Lời giải**

**Chọn D**

$$I = 2\log_3 [\log_3 (3a)] + \log_{\frac{1}{4}} b^2 = 2\log_3 (\log_3 3 + \log_3 a) + 2\log_{2^{-2}} b = 2 - \frac{1}{2} = \frac{3}{2}.$$

**Câu 43. (Mã 105 2017)** Cho  $a$  là số thực dương khác 2. Tính  $I = \log_{\frac{a}{2}} \left( \frac{a^2}{4} \right)$ .

- A.  $I = 2$                       B.  $I = -\frac{1}{2}$                       C.  $I = -2$                       D.  $I = \frac{1}{2}$

**Lời giải**

**Chọn A**

$$I = \log_{\frac{a}{2}} \left( \frac{a^2}{4} \right) = \log_{\frac{a}{2}} \left( \frac{a}{2} \right)^2 = 2$$

**Câu 44. (Mã 104 2017)** Với mọi  $a, b, x$  là các số thực dương thỏa mãn  $\log_2 x = 5\log_2 a + 3\log_2 b$ . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A.  $x = 5a + 3b$                       B.  $x = a^5 + b^3$                       C.  $x = a^5 b^3$                       D.  $x = 3a + 5b$

**Lời giải**

**Chọn C**

$$\text{Có } \log_2 x = 5\log_2 a + 3\log_2 b = \log_2 a^5 + \log_2 b^3 = \log_2 a^5 b^3 \Leftrightarrow x = a^5 b^3.$$

**Câu 45. (Mã 104 2019)** Cho  $a$  và  $b$  là hai số thực dương thỏa mãn  $ab^3 = 8$ . Giá trị của  $\log_2 a + 3\log_2 b$  bằng

- A. 6.                      B. 2.                      C. 3.                      D. 8.

**Lời giải**

**Chọn C**

$$\text{Ta có } \log_2 a + 3\log_2 b = \log_2 a + \log_2 b^3 = \log_2 (ab^3) = \log_2 8 = 3.$$

**Câu 46. (Mã 105 2017)** Với mọi số thực dương  $a$  và  $b$  thỏa mãn  $a^2 + b^2 = 8ab$ , mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A.  $\log(a+b) = \frac{1}{2}(\log a + \log b)$                       B.  $\log(a+b) = \frac{1}{2} + \log a + \log b$   
C.  $\log(a+b) = \frac{1}{2}(1 + \log a + \log b)$                       D.  $\log(a+b) = 1 + \log a + \log b$

**Lời giải:**

**Chọn C**

$$\text{Ta có } a^2 + b^2 = 8ab \Leftrightarrow (a+b)^2 = 10ab.$$

$$\text{Lấy log cơ số 10 hai vế ta được: } \log(a+b)^2 = \log(10ab) \Leftrightarrow 2\log(a+b) = \log 10 + \log a + \log b.$$

$$\text{Hay } \log(a+b) = \frac{1}{2}(1 + \log a + \log b).$$

**Câu 47. (Mã 123 2017)** Cho  $\log_a x = 3, \log_b x = 4$  với  $a, b$  là các số thực lớn hơn 1. Tính  $P = \log_{ab} x$ .

- A.  $P = 12$                       B.  $P = \frac{12}{7}$                       C.  $P = \frac{7}{12}$                       D.  $P = \frac{1}{12}$

**Lời giải**

**Chọn B**

$$P = \log_{ab} x = \frac{1}{\log_x ab} = \frac{1}{\log_x a + \log_x b} = \frac{1}{\frac{1}{3} + \frac{1}{4}} = \frac{12}{7}$$

**Câu 48. (Mã 110 2017)** Cho  $x, y$  là các số thực lớn hơn 1 thỏa mãn  $x^2 + 9y^2 = 6xy$ . Tính

$$M = \frac{1 + \log_{12} x + \log_{12} y}{2 \log_{12} (x + 3y)}.$$

- A.  $M = \frac{1}{2}$ .                      B.  $M = \frac{1}{3}$ .                      C.  $M = \frac{1}{4}$ .                      D.  $M = 1$

**Lời giải**

**Chọn D**

$$\text{Ta có } x^2 + 9y^2 = 6xy \Leftrightarrow (x - 3y)^2 = 0 \Leftrightarrow x = 3y.$$

$$\text{Khi đó } M = \frac{1 + \log_{12} x + \log_{12} y}{2 \log_{12} (x + 3y)} = \frac{\log_{12} (12xy)}{\log_{12} (x + 3y)^2} = \frac{\log_{12} (36y^2)}{\log_{12} (36y^2)} = 1.$$

**Câu 49. (Đề Minh Họa 2020 Lần 1)** Xét tất cả các số dương  $a$  và  $b$  thỏa mãn  $\log_2 a = \log_8(ab)$ . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A.  $a = b^2$ .                      B.  $a^3 = b$ .                      C.  $a = b$ .                      D.  $a^2 = b$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

Theo đề ta có:

$$\begin{aligned} \log_2 a = \log_8(ab) &\Leftrightarrow \log_2 a = \frac{1}{3} \log_2(ab) \Leftrightarrow 3 \log_2 a = \log_2(ab) \\ &\Leftrightarrow \log_2 a^3 = \log_2(ab) \Leftrightarrow a^3 = ab \Leftrightarrow a^2 = b \end{aligned}$$

**Câu 50. (Đề Tham Khảo 2020 Lần 2)** Xét số thực  $a$  và  $b$  thỏa mãn  $\log_3(3^a \cdot 9^b) = \log_9 3$ . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A.  $a + 2b = 2$ .                      B.  $4a + 2b = 1$ .                      C.  $4ab = 1$ .                      D.  $2a + 4b = 1$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có:

$$\begin{aligned} \log_3(3^a \cdot 9^b) = \log_9 3 &\Leftrightarrow \log_3(3^a \cdot 3^{2b}) = \log_{3^2} 3 \\ &\Leftrightarrow \log_3 3^{a+2b} = \log_3 3^{\frac{1}{2}} \Leftrightarrow a + 2b = \frac{1}{2} \Leftrightarrow 2a + 4b = 1. \end{aligned}$$

**Câu 51. (Mã 102 - 2020 Lần 1)** Cho  $a$  và  $b$  là các số thực dương thỏa mãn  $4^{\log_2(ab)} = 3a$ . Giá trị của  $ab^2$  bằng

- A. 3.                      B. 6.                      C. 2.                      D. 12.

**Lời giải**

**Chọn A**

Từ giả thiết ta có :  $4^{\log_2(ab)} = 3a$

$$\Leftrightarrow \log_2(ab) \cdot \log_2 4 = \log_2(3a)$$

$$\Leftrightarrow 2(\log_2 a + \log_2 b) = \log_2 a + \log_2 3$$

$$\Leftrightarrow \log_2 a + 2\log_2 b = \log_2 3$$

$$\Leftrightarrow \log_2(ab^2) = \log_2 3$$

$$\Leftrightarrow ab^2 = 3$$

**Câu 52. (Mã 103 - 2020 Lần 1)** Cho  $a$  và  $b$  là hai số thực dương thỏa mãn  $9^{\log_3(ab)} = 4a$ . Giá trị của  $ab^2$  bằng

A. 3.

B. 6.

C. 2

D. 4

**Lời giải**

**Chọn D**

$$\text{Ta có : } 9^{\log_3(ab)} = 4a \Leftrightarrow 2\log_3(ab) = \log_3(4a) \Leftrightarrow \log_3(a^2b^2) = \log_3(4a) \Rightarrow a^2b^2 = 4a$$

$$\Leftrightarrow ab^2 = 4.$$

**Câu 53. (Mã 102 - 2020 Lần 2)** Với  $a, b$  là các số thực dương tùy ý thỏa mãn  $\log_3 a - 2\log_9 b = 2$ , mệnh đề nào dưới đây đúng?

A.  $a = 9b^2$ .

**B.**  $a = 9b$ .

C.  $a = 6b$ .

D.  $a = 9b^2$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

$$\text{Ta có: } \log_3 a - 2\log_9 b = 2 \Leftrightarrow \log_3 a - \log_3 b = 2 \Leftrightarrow \log_3 \left( \frac{a}{b} \right) = 2 \Leftrightarrow a = 9b.$$

**Câu 54. (Mã 103 - 2020 Lần 2)** Với  $a, b$  là các số thực dương tùy ý thỏa mãn  $\log_3 a - 2\log_9 b = 3$ , mệnh đề nào dưới đây đúng?

**A.**  $a = 27b$ .

B.  $a = 9b$ .

C.  $a = 27b^4$ .

D.  $a = 27b^2$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

$$\text{Ta có: } \log_3 a - 2\log_9 b = 3 \Leftrightarrow \log_3 a - \log_3 b = 3 \Leftrightarrow \log_3 \frac{a}{b} = 3 \Leftrightarrow \frac{a}{b} = 27 \Leftrightarrow a = 27b.$$

**Câu 55. (Mã 104 - 2020 Lần 2)** Với  $a, b$  là các số thực dương tùy ý thỏa mãn  $\log_2 a - 2\log_4 b = 4$ , mệnh đề nào dưới đây đúng?

A.  $a = 16b^2$ .

B.  $a = 8b$ .

**C.**  $a = 16b$ .

D.  $a = 16b^4$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

$$\text{Ta có } \log_2 a - 2\log_4 b = 4$$

$$\Leftrightarrow \log_2 a - 2\log_2 b = 4$$

$$\Leftrightarrow \log_2 a - 2 \cdot \frac{1}{2} \log_2 b = 4$$

$$\Leftrightarrow \log_2 a - \log_2 b = 4$$

$$\Leftrightarrow \log_2 \frac{a}{b} = 4$$

$$\Leftrightarrow \frac{a}{b} = 2^4$$

$$\Leftrightarrow a = 16b$$

**Câu 56. (Chuyên Bắc Giang 2019)** Cho các số thực dương  $a, b$  thỏa mãn  $\ln a = x; \ln b = y$ . Tính  $\ln(a^3 b^2)$

A.  $P = x^2 y^3$

B.  $P = 6xy$

C.  $P = 3x + 2y$

D.  $P = x^2 + y^2$

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có  $\ln(a^3 b^2) = \ln a^3 + \ln b^2 = 3 \ln a + 2 \ln b = 3x + 2y$

**Câu 57. (Chuyên Vĩnh Phúc 2019)** Giá trị của biểu thức  $M = \log_2 2 + \log_2 4 + \log_2 8 + \dots + \log_2 256$  bằng

A. 48

B. 56

C. 36

D.  $8 \log_2 256$

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có  $M = \log_2 2 + \log_2 4 + \log_2 8 + \dots + \log_2 256 = \log_2 (2 \cdot 4 \cdot 8 \dots 256) = \log_2 (2^1 \cdot 2^2 \cdot 2^3 \dots 2^8)$   
 $= \log_2 (2^{1+2+3+\dots+8}) = (1+2+3+\dots+8) \log_2 2 = 1+2+3+\dots+8 = 36$ .

**Câu 58. (THCS - THPT Nguyễn Khuyến 2019)** Cho  $\log_8 c = m$  và  $\log_{c^3} 2 = n$ . Khẳng định đúng là

A.  $mn = \frac{1}{9} \log_2 c$ .

B.  $mn = 9$ .

C.  $mn = 9 \log_2 c$ .

D.  $mn = \frac{1}{9}$ .

**Lời giải**

$$mn = \log_8 c \cdot \log_{c^3} 2 = \left( \frac{1}{3} \log_2 c \right) \cdot \left( \frac{1}{3} \log_c 2 \right) = \frac{1}{9}.$$

**Câu 59. (THPT Lương Thế Vinh Hà Nội 2019)** Cho  $a > 0, a \neq 1$  và  $\log_a x = -1, \log_a y = 4$ . Tính

$$P = \log_a (x^2 y^3)$$

A.  $P = 18$ .

B.  $P = 6$ .

C.  $P = 14$ .

D.  $P = 10$ .

**Lời giải**

Ta có  $\log_a (x^2 \cdot y^3) = \log_a x^2 + \log_a y^3 = 2 \log_a x + 3 \log_a y = 2 \cdot (-1) + 3 \cdot 4 = 10$ .

**Câu 60. (Sở Bình Phước 2019)** Với  $a$  và  $b$  là hai số thực dương tùy ý;  $\log_2 (a^3 b^4)$  bằng

A.  $\frac{1}{3} \log_2 a + \frac{1}{4} \log_2 b$

B.  $3 \log_2 a + 4 \log_2 b$

C.  $2(\log_2 a + \log_4 b)$

D.  $4 \log_2 a + 3 \log_2 b$

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có:  $\log_2 (a^3 b^4) = \log_2 a^3 + \log_2 b^4 = 3 \log_2 a + 4 \log_2 b$  nên B đúng.

**Câu 61. (Chuyên Hạ Long -2019)** Cho  $P = \sqrt[20]{3\sqrt[7]{27\sqrt[4]{243}}}$ . Tính  $\log_3 P$ ?

- A.  $\frac{45}{28}$ .      B.  $\frac{9}{112}$ .      C.  $\frac{45}{56}$ .      D. Đáp án khác.

**Lời giải**

$$\text{Ta có: } P = \sqrt[20]{3\sqrt[7]{27\sqrt[4]{243}}} \Rightarrow P = 3^{\frac{1}{20}} \cdot 27^{\frac{1}{20} \cdot \frac{1}{7}} \cdot 243^{\frac{1}{20} \cdot \frac{1}{7} \cdot \frac{1}{4}} = 3^{\frac{9}{112}} \Rightarrow \log_3 P = \log_3 3^{\frac{9}{112}} = \frac{9}{112}.$$

**Câu 62. (THPT Cẩm Giàng 2 2019)** Cho các số dương  $a, b, c, d$ . Biểu thức  $S = \ln \frac{a}{b} + \ln \frac{b}{c} + \ln \frac{c}{d} + \ln \frac{d}{a}$  bằng

- A. 1.      B. 0.      C.  $\ln\left(\frac{a}{b} + \frac{b}{c} + \frac{c}{d} + \frac{d}{a}\right)$ .      D.  $\ln(abcd)$ .

**Lời giải**

**Cách 1:**

$$\text{Ta có } S = \ln \frac{a}{b} + \ln \frac{b}{c} + \ln \frac{c}{d} + \ln \frac{d}{a} = \ln \left( \frac{a}{b} \cdot \frac{b}{c} \cdot \frac{c}{d} \cdot \frac{d}{a} \right) = \ln 1 = 0.$$

**Cách 2:**

$$\text{Ta có: } S = \ln \frac{a}{b} + \ln \frac{b}{c} + \ln \frac{c}{d} + \ln \frac{d}{a} = \ln a - \ln b + \ln b - \ln c + \ln c - \ln d + \ln d - \ln a = 0.$$

**Câu 63.** Cho  $x, y$  là các số thực dương tùy ý, đặt  $\log_3 x = a, \log_3 y = b$ . Chọn mệnh đề đúng.

- A.  $\log_{\frac{1}{27}} \left( \frac{x}{y^3} \right) = \frac{1}{3}a - b$ .      B.  $\log_{\frac{1}{27}} \left( \frac{x}{y^3} \right) = \frac{1}{3}a + b$ .  
C.  $\log_{\frac{1}{27}} \left( \frac{x}{y^3} \right) = -\frac{1}{3}a - b$ .      D.  $\log_{\frac{1}{27}} \left( \frac{x}{y^3} \right) = -\frac{1}{3}a + b$ .

**Lời giải**

Do  $x, y$  là các số thực dương nên ta có:

$$\begin{aligned} \log_{\frac{1}{27}} \left( \frac{x}{y^3} \right) &= -\frac{1}{3} \log_3 \left( \frac{x}{y^3} \right) = -\frac{1}{3} (\log_3 x - \log_3 y^3) = -\frac{1}{3} (\log_3 x - 3 \log_3 y) \\ &= -\frac{1}{3} \log_3 x + \log_3 y = -\frac{1}{3}a + b. \end{aligned}$$

**Câu 64. (THPT Bạch Đằng Quảng Ninh 2019)** Với  $a, b$  là các số thực dương tùy ý và  $a$  khác 1, đặt  $P = \log_a b^3 + \log_{a^2} b^6$ . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A.  $P = 27 \log_a b$ .      B.  $P = 15 \log_a b$ .      C.  $P = 9 \log_a b$ .      D.  $P = 6 \log_a b$ .

**Lời giải**

$$\text{Ta có } P = \log_a b^3 + \log_{a^2} b^6 = 3 \log_a b + 6 \cdot \frac{1}{2} \log_a b = 6 \log_a b.$$

**Câu 65. (THPT Quang Trung Đống Đa Hà Nội 2019)** Với các số thực dương  $a, b$  bất kỳ  $a \neq 1$ . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A.  $\log_a \frac{\sqrt[3]{a}}{b^2} = \frac{1}{3} - 2 \log_a b$ .      B.  $\log_a \frac{\sqrt[3]{a}}{b^2} = 3 - \frac{1}{2} \log_a b$ .

C.  $\log_a \frac{\sqrt[3]{a}}{b^2} = \frac{1}{3} - \frac{1}{2} \log_a b$ .

D.  $\log_a \frac{\sqrt[3]{a}}{b^2} = 3 - 2 \log_a b$ .

**Lời giải**

Ta có:

$$\begin{aligned} \log_a \frac{\sqrt[3]{a}}{b^2} &= \log_a \sqrt[3]{a} - \log_a b^2 \\ &= \log_a a^{\frac{1}{3}} - 2 \log_a b \\ &= \frac{1}{3} \log_a a - 2 \log_a b = \frac{1}{3} - 2 \log_a b \end{aligned}$$

**Câu 66. (Chuyên Lê Hồng Phong Nam Định 2019)** Cho các số thực dương  $a, b, c$  với  $a$  và  $b$  khác 1. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A.  $\log_a b^2 \cdot \log_{\sqrt{b}} c = \log_a c$ .

B.  $\log_a b^2 \cdot \log_{\sqrt{b}} c = \frac{1}{4} \log_a c$ .

C.  $\log_a b^2 \cdot \log_{\sqrt{b}} c = 4 \log_a c$ .

D.  $\log_a b^2 \cdot \log_{\sqrt{b}} c = 2 \log_a c$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có:  $\log_a b^2 \cdot \log_{\sqrt{b}} c = 2 \log_a b \cdot \log_{\frac{1}{b^2}} c = 2 \log_a b \cdot 2 \log_b c = 4 \log_a b \cdot \log_b c = 4 \log_a c$ .

**Câu 67. (Chuyên Bắc Giang -2019)** Giả sử  $a, b$  là các số thực dương bất kỳ. Mệnh đề nào sau đây sai?

A.  $\log(10ab)^2 = 2 + \log(ab)^2$

B.  $\log(10ab)^2 = (1 + \log a + \log b)^2$

C.  $\log(10ab)^2 = 2 + 2 \log(ab)$

D.  $\log(10ab)^2 = 2(1 + \log a + \log b)$

**Lời giải**

**Chọn B**

$\log(10ab)^2 = \log 10^2 + \log(ab)^2 = 2 + \log(ab)^2 \Rightarrow A$  đúng

$1 + \log a + \log b = \log(10ab) \Rightarrow (1 + \log a + \log b)^2 = \log^2(10ab) \neq \log(10ab)^2 \Rightarrow B$  sai

$\log(10ab)^2 = \log 10^2 + \log(ab)^2 = 2 + 2 \log(ab) \Rightarrow C$  đúng

$\log(10ab)^2 = \log 10^2 + \log(ab)^2 = 2 + 2 \log(ab) = 2(1 + \log a + \log b) \Rightarrow D$  đúng

**Câu 68. (THPT Lương Thế Vinh Hà Nội 2019)** Cho  $\log_a b = 3, \log_a c = -2$ . Khi đó  $\log_a (a^3 b^2 \sqrt{c})$  bằng bao nhiêu?

A. 13

B. 5

C. 8

D. 10

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có  $\log_a (a^3 b^2 \sqrt{c}) = \log_a a^3 + \log_a b^2 + \log_a \sqrt{c} = 3 + 2 \log_a b + \frac{1}{2} \log_a c = 3 + 2.3 - \frac{1}{2}.2 = 8$ .

**Câu 69. (THPT Lê Quý Đôn Điện Biên 2019)** Rút gọn biểu thức  $M = 3 \log_{\sqrt{3}} \sqrt{x} - 6 \log_9 (3x) + \log_{\frac{1}{3}} \frac{x}{9}$ .

A.  $M = -\log_3 (3x)$

B.  $M = 2 + \log_3 \left( \frac{x}{3} \right)$

C.  $M = -\log_3 \left( \frac{x}{3} \right)$

D.  $M = 1 + \log_3 x$

**Lời giải**

**Chọn A**

ĐK:  $x > 0$ .

$$M = 3\log_3 x - 3(1 + \log_3 x) - \log_3 x + 2 = -1 - \log_3 x = -(1 + \log_3 x) = -\log_3(3x).$$

**Câu 70. (Chuyên Lê Thánh Tông 2019)** Cho  $\log_8 |x| + \log_4 y^2 = 5$  và  $\log_8 |y| + \log_4 x^2 = 7$ . Tìm giá trị của biểu thức  $P = |x| - |y|$ .

A.  $P = 56$ .

B.  $P = 16$ .

C.  $P = 8$ .

D.  $P = 64$ .

**Lời giải**Điều kiện:  $x, y \neq 0$ 

Cộng vế với vế của hai phương trình, ta được:

$$\log_8 |xy| + \log_4 x^2 y^2 = 12 \Leftrightarrow \log_2 |xy| = 9 \Leftrightarrow |xy| = 512 \quad (1)$$

Trừ vế với vế của hai phương trình, ta được:

$$\log_8 \left| \frac{x}{y} \right| + \log_4 \frac{y^2}{x^2} = -2 \Leftrightarrow \log_2 \left| \frac{x}{y} \right| = 3 \Leftrightarrow \left| \frac{x}{y} \right| = 8 \Leftrightarrow |x| = 8|y|. \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra  $|y| = 8 \Rightarrow |x| = 64 \Leftrightarrow P = 56$ .

**Câu 71. (Hsg Bắc Ninh 2019)** Cho hai số thực dương  $a, b$ . Nếu viết

$$\log_2 \frac{\sqrt[6]{64a^3b^2}}{ab} = 1 + x \log_2 a + y \log_4 b \quad (x, y \in \mathbb{Q}) \text{ thì biểu thức } P = xy \text{ có giá trị bằng bao nhiêu?}$$

A.  $P = \frac{1}{3}$

B.  $P = \frac{2}{3}$

C.  $P = -\frac{1}{12}$

D.  $P = \frac{1}{12}$

**Lời giải**

$$\begin{aligned} \text{Ta có } \log_2 \frac{\sqrt[6]{64a^3b^2}}{ab} &= \log_2 64^{\frac{1}{6}} + \frac{1}{2} \log_2 a + \frac{1}{3} \log_2 b - \log_2 a - \log_2 b \\ &= 1 - \frac{1}{2} \log_2 a - \frac{4}{3} \log_4 b. \text{ Khi đó } x = -\frac{1}{2}; y = -\frac{4}{3} \Rightarrow P = xy = \frac{2}{3} \end{aligned}$$

**Câu 72.** Cho  $\log_{700} 490 = a + \frac{b}{c + \log 7}$  với  $a, b, c$  là các số nguyên. Tính tổng  $T = a + b + c$ .

A.  $T = 7$ .

B.  $T = 3$ .

C.  $T = 2$ .

D.  $T = 1$ .

**Lời giải**

$$\text{Ta có: } \log_{700} 490 = \frac{\log 490}{\log 700} = \frac{\log 10 + \log 49}{\log 100 + \log 7} = \frac{1 + 2 \log 7}{2 + \log 7} = \frac{4 + 2 \log 7 - 3}{2 + \log 7} = 2 + \frac{-3}{2 + \log 7}$$

Suy ra  $a = 2, b = -3, c = 2$ Vậy  $T = 1$ .

**Câu 73.** Cho  $a, b$  là hai số thực dương thỏa mãn  $a^2 + b^2 = 14ab$ . Khẳng định nào sau đây **sai**?

A.  $2 \log_2 (a+b) = 4 + \log_2 a + \log_2 b$ .

B.  $\ln \frac{a+b}{4} = \frac{\ln a + \ln b}{2}$ .

C.  $2 \log \frac{a+b}{4} = \log a + \log b$ .

D.  $2 \log_4 (a+b) = 4 + \log_4 a + \log_4 b$ .

**Lời giải**

$$\text{Ta có } a^2 + b^2 = 14ab \Leftrightarrow (a+b)^2 = 16ab.$$

$$\text{Suy ra } \log_4 (a+b)^2 = \log_4 (16ab) \Leftrightarrow 2 \log_4 (a+b) = 2 + \log_4 a + \log_4 b.$$

**Câu 74.** Cho  $x, y$  là các số thực dương tùy ý, đặt  $\log_3 x = a$ ,  $\log_3 y = b$ . Chọn mệnh đề đúng.

**A.**  $\log_{\frac{1}{27}} \left( \frac{x}{y^3} \right) = \frac{1}{3}a - b$ . **B.**  $\log_{\frac{1}{27}} \left( \frac{x}{y^3} \right) = \frac{1}{3}a + b$ .

**C.**  $\log_{\frac{1}{27}} \left( \frac{x}{y^3} \right) = -\frac{1}{3}a - b$ . **D.**  $\log_{\frac{1}{27}} \left( \frac{x}{y^3} \right) = -\frac{1}{3}a + b$ .

**Lời giải**

$$\log_{\frac{1}{27}} \left( \frac{x}{y^3} \right) = \log_{3^{-3}} \left( \frac{x}{y^3} \right) = -\frac{1}{3} \log_3 \left( \frac{x}{y^3} \right) = -\frac{1}{3} (\log_3 x - \log_3 y^3) = -\frac{1}{3} \log_3 x + \log_3 y = -\frac{1}{3}a + b.$$

**Câu 75.** (Sở Vĩnh Phúc 2019) Cho  $\alpha = \log_a x$ ,  $\beta = \log_b x$ . Khi đó  $\log_{ab^2} x^2$  bằng.

**A.**  $\frac{\alpha\beta}{\alpha+\beta}$ . **B.**  $\frac{2\alpha\beta}{2\alpha+\beta}$ . **C.**  $\frac{2}{2\alpha+\beta}$ . **D.**  $\frac{2(\alpha+\beta)}{\alpha+2\beta}$ .

**Lời giải**

$$\begin{aligned} \text{Ta có : } \log_{ab^2} x^2 &= 2 \log_{ab^2} x = 2 \cdot \frac{1}{\log_x ab^2} = \frac{2}{\log_x a + \log_x b^2} = \frac{2}{\frac{1}{\log_a x} + 2 \cdot \frac{1}{\log_b x}} \\ &= \frac{2}{\frac{1}{\alpha} + \frac{2}{\beta}} = \frac{2\alpha\beta}{\beta + 2\alpha}. \end{aligned}$$

**Câu 76.** (THPT Bạch Đằng Quảng Ninh 2019) Tính giá trị biểu thức

$$P = \log_{a^2} (a^{10} b^2) + \log_{\sqrt{a}} \left( \frac{a}{\sqrt{b}} \right) + \log_{\sqrt[3]{b}} (b^{-2})$$

(với  $0 < a \neq 1; 0 < b \neq 1$ ).

**A.**  $\sqrt{3}$ . **B.** 1. **C.**  $\sqrt{2}$ . **D.** 2.

**Lời giải**

$$\text{Ta có: } P = \log_{a^2} (a^{10} b^2) + \log_{\sqrt{a}} \left( \frac{a}{\sqrt{b}} \right) + \log_{\sqrt[3]{b}} (b^{-2}) = 5 + \log_a b + 2 - \log_a b - 6 = 1.$$

**Câu 77.** (Toán Học Tuổi Trẻ 2019) Đặt  $M = \log_6 56, N = a + \frac{\log_3 7 - b}{\log_3 2 + c}$  với  $a, b, c \in \mathbb{R}$ . Bộ số  $a, b, c$

nào dưới đây để có  $M = N$ ?

**A.**  $a = 3, b = 3, c = 1$ . **B.**  $a = 3, b = \sqrt{2}, c = 1$ .  
**C.**  $a = 1, b = 2, c = 3$ . **D.**  $a = 1, b = -3, c = 2$ .

**Lời giải**

Ta có:

$$M = \log_6 56 = \frac{\log_3 56}{\log_3 6} = \frac{\log_3 2^3 \cdot 7}{1 + \log_3 2} = \frac{3 \log_3 2 + \log_3 7}{1 + \log_3 2} = \frac{3(1 + \log_3 2) + \log_3 7 - 3}{1 + \log_3 2} = 3 + \frac{\log_3 7 - 3}{\log_3 2 + 1}$$

$$\text{Vậy } M = N \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = 3 \\ c = 1 \end{cases}$$



**Câu 78.** (THPT Yên Phong 1 Bắc Ninh 2019) Tính  $T = \log \frac{1}{2} + \log \frac{2}{3} + \log \frac{3}{4} + \dots + \log \frac{98}{99} + \log \frac{99}{100}$ .

A.  $\frac{1}{10}$ .

B.  $-2$ .

C.  $\frac{1}{100}$ .

D.  $2$ .

**Lời giải**

$$T = \log \frac{1}{2} + \log \frac{2}{3} + \log \frac{3}{4} + \dots + \log \frac{98}{99} + \log \frac{99}{100} = \log \left( \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} \dots \frac{98}{99} \cdot \frac{99}{100} \right) = \log \frac{1}{100} = \log 10^{-2} = -2.$$

**Câu 79.** Cho  $a, b, x > 0$ ;  $a > b$  và  $b, x \neq 1$  thỏa mãn  $\log_x \frac{a+2b}{3} = \log_x \sqrt{a} + \frac{1}{\log_b x^2}$ .

Khi đó biểu thức  $P = \frac{2a^2 + 3ab + b^2}{(a+2b)^2}$  có giá trị bằng:

A.  $P = \frac{5}{4}$ .

B.  $P = \frac{2}{3}$ .

C.  $P = \frac{16}{15}$ .

D.  $P = \frac{4}{5}$ .

**Lời giải**

$$\log_x \frac{a+2b}{3} = \log_x \sqrt{a} + \frac{1}{\log_b x^2} \Leftrightarrow \log_x \frac{a+2b}{3} = \log_x \sqrt{a} + \log_x \sqrt{b}$$

$$\Leftrightarrow a+2b = 3\sqrt{ab} \Leftrightarrow a^2 - 5ab + 4b^2 = 0 \Leftrightarrow (a-b)(a-4b) = 0 \Leftrightarrow a = 4b \text{ (do } a > b \text{)}.$$

$$P = \frac{2a^2 + 3ab + b^2}{(a+2b)^2} = \frac{32b^2 + 12b^2 + b^2}{36b^2} = \frac{5}{4}.$$

**BẠN HỌC THAM KHẢO THÊM DẠNG CÂU KHÁC TẠI**

<https://drive.google.com/drive/folders/15DX-hbY5paR0iUmcs4RU1DkA1-7QpKIG?usp=sharing>

Theo dõi Fanpage: **Nguyễn Bảo Vương** <https://www.facebook.com/tracnghiemtoanthpt489/>

Hoặc Facebook: **Nguyễn Vương** <https://www.facebook.com/phong.baovuong>

Tham gia ngay: **Nhóm Nguyễn Bào Vương (TÀI LIỆU TOÁN)** <https://www.facebook.com/groups/703546230477890/>

**Ấn sub kênh Youtube: Nguyễn Vương**

[https://www.youtube.com/channel/UCQ4u2J5gIEI1iRUbT3nwJfA?view\\_as=subscriber](https://www.youtube.com/channel/UCQ4u2J5gIEI1iRUbT3nwJfA?view_as=subscriber)

Tải nhiều tài liệu hơn tại: <http://diendangiaovientoan.vn/>

**ĐỂ NHẬN TÀI LIỆU SỚM NHẤT NHÉ!**

Nguyễn Bảo Vương