

CHỦ ĐỀ 1: ĐƯỜNG THẲNG

Tóm tắt lý thuyết

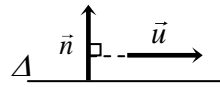
I. Vector chỉ phương và vector pháp tuyến của đường thẳng:

❖ **Vector chỉ phương (VTCP):** $\vec{u} = (u_1; u_2)$ là VTCP của Δ :

✓ $\vec{u} \neq \vec{0}$

✓ \vec{u} có giá song song hoặc trùng với Δ

✓ $k\vec{u}$ ($k \neq 0$) cũng là một VTCP của Δ

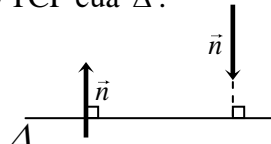


❖ **Vector pháp tuyến (VTPT):** $\vec{n} = (n_1; n_2)$ là VTPT của Δ :

✓ $\vec{n} \neq \vec{0}$

✓ \vec{n} có giá vuông góc với Δ

✓ $k\vec{n}$ ($k \neq 0$) cũng là một VTPT của Δ



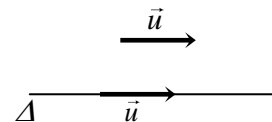
❖ **Quan hệ giữa VTCP và VTPT:**

✓ Nếu Δ có VTCP là $\vec{u} = (u_1; u_2)$

thì có VTPT là $\vec{n} = (-u_2; u_1)$ hoặc $\vec{n} = (u_2; -u_1)$

✓ Nếu Δ có VTPT là $\vec{n} = (A; B)$

thì có VTCP là $\vec{u} = (-B; A)$ hoặc $\vec{u} = (B; -A)$



II. Phương trình đường thẳng:

a) **Phương trình tổng quát (PTTQ)** $\Delta: Ax + By + C = 0$ ($A^2 + B^2 \neq 0$)

Trong đó: - VTPT $\vec{n} = (A; B)$

- VTCP $\vec{u} = (-B; A)$ hoặc $\vec{u} = (B; -A)$

- Hệ số góc $k = -\frac{A}{B}$

- $M(x_0; y_0) \in (\Delta) \Leftrightarrow Ax_0 + By_0 + C = 0$

b) **Phương trình tham số (PTTS)** của đường thẳng Δ qua $M(x_0; y_0)$ có VTCP

$\vec{u} = (u_1; u_2)$ có dạng:

$$\Delta: \begin{cases} x = x_0 + u_1 t \\ y = y_0 + u_2 t \end{cases} \quad (\text{với } u_1^2 + u_2^2 \neq 0, t \in \mathbb{R})$$

Trong đó: - VTCP $\vec{u} = (u_1; u_2)$

- VTPT $\vec{n} = (-u_2; u_1)$; $\vec{n} = (u_2; -u_1)$

- Hệ số góc $k = \frac{u_2}{u_1}$

- $M(x; y) \in \Delta \Leftrightarrow \exists t \in \mathbb{R}: \begin{cases} x = x_0 + u_1 t \\ y = y_0 + u_2 t \end{cases}$

Hay $M(x_0 + u_1 t; y_0 + u_2 t) \in \Delta$

c) **Phương trình chính tắc (PTCT)** của đường thẳng Δ qua $M(x_0; y_0)$ có vector chỉ

phương $\vec{u} = (u_1; u_2)$ có dạng:

$$\frac{x - x_0}{u_1} = \frac{y - y_0}{u_2} \quad (u_1 \neq 0, u_2 \neq 0)$$

⚡ **Chú ý:** Trong trường hợp $u_1 = 0$ hoặc $u_2 = 0$ thì đường thẳng Δ không có phương trình chính tắc.

III. Cách viết phương trình đường thẳng:

1. Phương trình tham số của Δ qua $M(x_M; y_M)$, VTCP $\vec{u} = (u_1; u_2)$:

$$\begin{cases} x = x_M + u_1 t \\ y = y_M + u_2 t \end{cases} \quad (\text{với } u_1^2 + u_2^2 \neq 0, t \in \mathbb{R})$$

2. Phương trình chính tắc của Δ qua $M(x_M; y_M)$, VTCP $\vec{u} = (u_1; u_2)$:

$$\frac{x - x_M}{u_1} = \frac{y - y_M}{u_2} \quad (u_1 \neq 0, u_2 \neq 0)$$

3. Phương trình tổng quát của Δ qua $M(x_M; y_M)$ có VTPT $\vec{n} = (A; B)$:

$$A(x - x_0) + B(y - y_0) = 0 \quad (\text{với } A^2 + B^2 \neq 0)$$

4. Phương trình đường thẳng qua hai điểm:

✓ Hai điểm bất kì: $A(x_A; y_A)$ và $B(x_B; y_B)$:

$$\frac{x - x_A}{x_B - x_A} = \frac{y - y_A}{y_B - y_A} \quad (\text{với } x_B \neq x_A; y_B \neq y_A)$$

✓ Hai điểm có cùng hoành độ: $A(m; y_A)$ và $B(m; y_B)$:

$$x = m \Leftrightarrow x - m = 0$$

✓ Hai điểm có cùng tung độ: $A(x_A; k)$ và $B(x_B; k)$:

$$y = k \Leftrightarrow y - k = 0$$

✓ Hai điểm thuộc 2 trục toạ độ: $A(a; 0)$ và $B(0; b)$ ($a, b \neq 0$):

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1 \quad (\text{Phương trình đoạn chắn})$$

5. Phương trình đường thẳng Δ qua $M(x_0; y_0)$ có hệ số góc k :

$$y - y_0 = k(x - x_0) \quad (1)$$

⚡ **Chú ý:**

✓ Phương trình (1) không chứa phương trình của đường thẳng đi qua M_0 và vuông góc với Ox nên khi sử dụng ta cần để ý thêm đường thẳng đi qua M_0 và vuông góc với Ox : $x = x_0$.

✓ Nếu chỉ biết hệ số góc k thì $\Delta: y = kx + b \Rightarrow kx - y + b = 0$.

✓ Nếu k_1, k_2 lần lượt là hệ số góc của Δ_1 và Δ_2 thì:

$$\Delta_1 // \Delta_2 \Leftrightarrow k_1 = k_2 \quad \Delta_1 \perp \Delta_2 \Leftrightarrow k_1 \cdot k_2 = -1$$

✓ Nếu Δ hợp với tia Ox một góc α thì $k = \tan \alpha$.

6. Phương trình Δ qua 1 điểm và song song hoặc vuông góc với một đường thẳng $d: Ax + By + C = 0$, cho trước:

• $\Delta // d \Rightarrow \Delta: Ax + By + C' = 0 \quad (C' \neq C)$

• $\Delta \perp d \Rightarrow \Delta: -Bx + Ay + m = 0$ hay $\Delta: Bx - Ay + m = 0$.

⚡ **Chú ý:**

✓ Hai đường thẳng // với nhau thì có cùng VTCP và cùng VTPT.

✓ Hai đường thẳng vuông góc với nhau thì VTCP của đường này là VTPT của đường kia và ngược lại.

7. Một số phương trình đặc biệt (\vec{n} : VTPT, \vec{u} : VTCP)

- Trục hoành (Ox): $y=0$ có $\vec{n}=(0;1)$ và $\vec{u}=(1;0)$
- Trục tung (Oy): $x=0$ có $\vec{n}=(1;0)$ và $\vec{u}=(0;1)$
- Song song Oy ($k \neq 0$): $x=k$ có $\vec{n}=(1;0)$ và $\vec{u}=(0;1)$
- Song song Ox ($m \neq 0$): $y=m$ có $\vec{n}=(0;1)$ và $\vec{u}=(1;0)$
- $\Delta // Ox$ hoặc $\Delta \equiv Ox$: $by+c=0$ có $\vec{n}=(0;1)$ và $\vec{u}=(1;0)$
- $\Delta // Oy$ hoặc $\Delta \equiv Oy$: $ax+c=0$ có $\vec{n}=(1;0)$ và $\vec{u}=(0;1)$
- Đi qua gốc tọa độ: $ax+by=0$ có $\vec{n}=(a;b)$ và $\vec{u}=(-b;a)$
- Phân giác thứ 1: $x-y=0$ có $\vec{n}=(1;-1)$ và $\vec{u}=(1;1)$
- Phân giác thứ 2: $x+y=0$ có $\vec{n}=(1;1)$ và $\vec{u}=(1;-1)$

IV. Vị trí tương đối của hai đường thẳng:

Cho $d_1: A_1x+B_1y+C_1=0$ và $d_2: A_2x+B_2y+C_2=0$

1. Nếu cần tìm giao điểm của d_1 và d_2 thì:

Tọa độ giao điểm M (nếu có) của d_1 và d_2 là nghiệm hệ phương trình:

$$(I): \begin{cases} A_1x+B_1y+C_1=0 \\ A_2x+B_2y+C_2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=... \\ y=... \end{cases} \Rightarrow M(...;...)$$

(Lưu ý khi dùng máy tính để giải hệ này)

- d_1 cắt $d_2 \Leftrightarrow$ hệ phương trình (I) có nghiệm duy nhất.
- $d_1 // d_2 \Leftrightarrow$ hệ phương trình (I) vô nghiệm.
- d_1 trùng $d_2 \Leftrightarrow$ hệ phương trình (I) có vô số nghiệm.

2. Nếu chỉ xét vị trí tương đối ($A_1, B_1, C_1, A_2, B_2, C_2$ khác 0) thì:

- d_1 cắt $d_2 \Leftrightarrow \frac{A_1}{A_2} \neq \frac{B_1}{B_2}$
- $d_1 // d_2 \Leftrightarrow \frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2} \neq \frac{C_1}{C_2}$
- $d_1 \equiv d_2 \Leftrightarrow \frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2} = \frac{C_1}{C_2}$
- $d_1 \perp d_2 \Leftrightarrow A_1A_2+B_1B_2=0$

V. Khoảng cách:

- Khoảng cách từ điểm $M(x_M; y_M)$ đến $\Delta: Ax+By+C=0$ là:

$$MH = d(M, \Delta) = \frac{|Ax_M + By_M + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

Chú ý: $d(M, Ox) = |y_M|$, $d(M, Oy) = |x_M|$

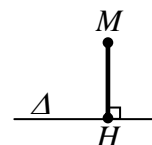
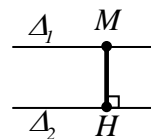
- Khoảng cách giữa hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2 .

☞ Nếu Δ_1 và Δ_2 cắt hoặc trùng nhau thì $d(\Delta_1, \Delta_2) = 0$.

☞ Nếu $\Delta_1 // \Delta_2$ thì: $d(\Delta_1, \Delta_2) = d(M, \Delta_2) = MH$ với $M \in \Delta_1$.

☺ **Chú ý:**

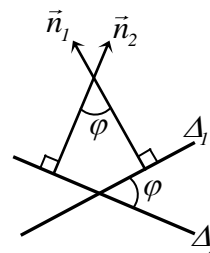
Cho hai đường thẳng song song Δ_1 và Δ_2 .



Biết $\Delta_1 : A_1x + B_1y + C_1 = 0$ và $\Delta_2 : A_2x + B_2y + C_2 = 0$

Đường thẳng Δ_3 song song và cách đều Δ_1 và Δ_2 có dạng:

$$Ax + By + \frac{C_1 + C_2}{2} = 0$$



VI. Góc giữa hai đường thẳng:

Cho $\Delta_1 : A_1x + B_1y + C_1 = 0$ có $\vec{n}_1 = (A_1; B_1)$

$\Delta_2 : A_2x + B_2y + C_2 = 0$ có $\vec{n}_2 = (A_2; B_2)$

$$\cos(\Delta_1, \Delta_2) = \cos \varphi = \frac{|\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1| \cdot |\vec{n}_2|} = \frac{|A_1A_2 + B_1B_2|}{\sqrt{A_1^2 + B_1^2} \cdot \sqrt{A_2^2 + B_2^2}}$$

☞ **Chú ý:** $0^\circ \leq (\Delta_1, \Delta_2) \leq 90^\circ$.

VII. Phương trình phân giác:

- Cho $\Delta : Ax + By + C = 0$ và $M(x_M; y_M)$, $N(x_N; y_N)$.

Đặt $\Delta_M = Ax_M + By_M + C$ và $\Delta_N = Ax_N + By_N + C$, thì:

☞ Nếu $\Delta_M \cdot \Delta_N > 0 \Rightarrow M$ và N nằm cùng phía với Δ .

☞ Nếu $\Delta_M \cdot \Delta_N < 0 \Rightarrow M$ và N nằm khác phía với Δ .

- Cho $\Delta_1 : A_1x + B_1y + C_1 = 0$ và $\Delta_2 : A_2x + B_2y + C_2 = 0$.

Phương trình hai phân giác của các góc tạo bởi Δ_1 và Δ_2 có dạng:

$$\frac{|A_1x + B_1y + C_1|}{\sqrt{A_1^2 + B_1^2}} = \frac{|A_2x + B_2y + C_2|}{\sqrt{A_2^2 + B_2^2}}$$

$$\text{Hay} \quad \frac{A_1x + B_1y + C_1}{\sqrt{A_1^2 + B_1^2}} = \frac{A_2x + B_2y + C_2}{\sqrt{A_2^2 + B_2^2}} \quad (d_1)$$

$$\frac{A_1x + B_1y + C_1}{\sqrt{A_1^2 + B_1^2}} = -\frac{A_2x + B_2y + C_2}{\sqrt{A_2^2 + B_2^2}} \quad (d_2)$$

Gọi $\vec{n}_1 = (A_1; B_1)$ và $\vec{n}_2 = (A_2; B_2)$ lần lượt là 2 VTPT của Δ_1 và Δ_2

- Nếu $\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 > 0$ thì:
 - d_1 là phân giác của góc tù,
 - d_2 là phân giác của góc nhọn.
- Nếu $\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 < 0$ thì:
 - d_1 là phân giác của góc nhọn,
 - d_2 là phân giác của góc tù.

BÀI TẬP

Bài 1. Cho ΔABC với $A(0; -1)$, $B(2; -3)$, $C(2; 0)$.

- Viết phương trình các đường trung tuyến, pt các đường cao, pt các đường trung trực của ΔABC .
- Chứng minh các đường trung tuyến đồng qui, các đường cao đồng qui, các đường trung trực đồng qui.

Bài 2. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(-2; 5)$, $B(4; -1)$, $C(0; 3)$.

- Viết phương trình tổng quát đường cao BH của tam giác ABC .
- Lập phương trình tham số đường trung tuyến AM của tam giác ABC .
- Gọi D là điểm sao cho $ABCD$ là hình bình hành. Tìm phương trình chính tắc đường thẳng AD .

Bài 3. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC biết $A(1; -1)$, $B(-3; 2)$, $C(1; 4)$. Lập phương trình tổng quát của đường thẳng d đi qua trung điểm M của cạnh và vuông góc với đường thẳng AB .

Bài 4. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC biết $A(4; 3)$, $B(2; 7)$, $C(-3; 8)$. Viết phương

trình tham số của đường thẳng Δ qua trọng tâm G của tam giác ABC và song song với đường cao CC' của tam giác ABC .

Bài 5. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(-2; 5)$, $B(4; -3)$, $C(0; 1)$. Tìm phương trình các đường trung bình của tam giác ABC .

Bài 6. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC biết $M(2; 1)$, $N(5; 3)$, $P(3; -4)$ lần lượt là trung điểm của 3 cạnh AB , BC , CA . Lập phương trình các cạnh của tam giác ABC .

Bài 7. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC biết $A(1; 0)$, $B(1; 3)$, $C(5; 0)$. Viết phương trình đường phân giác ngoài của góc A của tam giác ABC .

Bài 8. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , viết phương trình đường thẳng d đi qua điểm $M(2; 3)$ và cắt tia Ox, Oy lần lượt tại A và B sao cho $OA = 2OB$.

Bài 9. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có phương trình cạnh AB là $4x + y - 12 = 0$, đường cao kẻ từ A và B lần lượt có phương trình $2x + 2y - 9 = 0$ và $5x - 4y - 15 = 0$. Tìm phương trình hai cạnh còn lại của tam giác ABC .

Bài 10. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có đỉnh $A(3; -4)$ và đường cao kẻ từ B và C lần lượt có phương trình $7x - 2y - 1 = 0$ và $2x - 7y - 6 = 0$. Lập phương trình ba cạnh của tam giác ABC .

Bài 11. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có phương trình đường thẳng BC là $x - 3y + 11 = 0$ đường cao kẻ từ B và C lần lượt có phương trình $3x + 7y - 15 = 0$ và $3x - 5y + 13 = 0$. Viết phương trình đường cao AA' .

Bài 12. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có đỉnh $B(4; -1)$, đường cao và đường trung tuyến cùng kẻ từ A có phương trình lần lượt là $2x - 3y + 12 = 0$ và $2x + 3y = 0$. Lập phương trình đường thẳng AB .

Bài 13. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , tìm phương trình các cạnh của tam giác ABC biết đỉnh $A(1; 2)$ và hai đường trung tuyến có phương trình $2x - y + 1 = 0$ và $x + 3y - 3 = 0$.

Bài 14. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , xét tam giác ABC có phương trình đường thẳng AB là $x - 2y + 7 = 0$, các đường trung tuyến kẻ từ A và B lần lượt có phương trình là $x + y - 5 = 0$ và $2x + y - 11 = 0$. Viết phương trình đường thẳng AC và BC .

Bài 15. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có đường thẳng AC đi qua điểm $M(0; -1)$, đường phân giác của góc A và đường cao vẽ từ C có phương trình lần lượt là $x - y = 0$ và $2x + y + 3 = 0$. Tìm tọa độ các đỉnh của tam giác ABC , biết $AB = 2AM$.

Bài 16. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có đỉnh $C(4; 3)$, đường phân giác trong và đường trung tuyến vẽ từ A có phương trình lần lượt là $x + 2y - 5 = 0$ và $4x + 13y - 10 = 0$. Lập phương trình các cạnh của tam giác ABC .

Bài 17. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC biết hai cạnh AB và BC có phương trình lần lượt là $4x + 3y - 4 = 0$ và $x - y - 1 = 0$, đường phân giác trong của góc A có phương trình $x + 2y - 6 = 0$. Tìm tọa độ các đỉnh của tam giác ABC .

Bài 18. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có điểm $M(1; 4)$ là trung điểm AB . Đường phân giác trong của góc B và đường cao qua C có phương trình lần lượt là $x - 2y + 2 = 0$ và $3x + 4y - 15 = 0$. Tìm tọa độ các đỉnh của tam giác ABC .

Bài 19. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC biết đỉnh $A(2; 1)$, đường trung trực của đoạn BC và đường trung tuyến kẻ từ C có phương trình lần lượt là $x + y - 3 = 0$ và $2x - y - 1 = 0$. Tìm tọa độ các đỉnh còn lại của tam giác ABC .

Bài 20. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hình chữ nhật $ABCD$ có phương trình đường thẳng AB và BD lần lượt là $x - 2y - 1 = 0$ và $x - 7y + 14 = 0$. Tìm tọa độ các đỉnh của hình chữ nhật $ABCD$, biết đường thẳng AC đi qua điểm $M(2; 1)$.

Bài 21. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hình thoi $ABCD$ có các đỉnh B và D lần lượt thuộc các đường thẳng $d_1: x + y - 8 = 0$ và $d_2: x - 2y + 3 = 0$. Đường thẳng AC có phương trình $x + 7y - 31 = 0$. Tìm tọa độ các đỉnh của hình thoi $ABCD$, biết diện tích $ABCD$ bằng 75 và điểm A có hoành độ âm.

Bài 22. Viết phương trình của đường thẳng qua M và cùng với hai trục tọa độ tạo thành tam giác có diện tích S , với:

- ① $M(-4; 10)$, $S = 2$ ② $M(2; 1)$, $S = 4$ ③ $M(-3; -2)$, $S = 3$ ④ $M(1; -1)$, $S = 4$

Bài 23. Viết phương trình đường thẳng d qua $M(3; 1)$ sao cho d cắt Ox tại A , cắt Oy tại B thỏa mãn:

- ① Tam giác OAB cân.
 ② Diện tích tam giác OAB bằng 8 đơn vị, biết A thuộc phần dương của trục Ox và B thuộc phần dương của trục Oy .
 ③ Diện tích tam giác OAB nhỏ nhất, biết A thuộc phần dương trục Ox và B thuộc phần dương trục Oy .
 ④ $\frac{3}{OA^2} + \frac{4}{OB^2}$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Bài 24. Viết phương trình đường thẳng d qua A và cách B một đoạn bằng d .

- ① $A(2; 2)$, $B(3; 5)$, $d = 2$ ② $A(-1; 3)$, $B(4; 2)$, $d = 5$
 ③ $A(5; 1)$, $B(2; -3)$, $d = 5$ ④ $A(3; 0)$, $B(0; 4)$, $d = 4$

Bài 25. Viết pt đt d cách điểm A một khoảng bằng h và cách điểm B một khoảng bằng k , với:

- ① $A(1; 1)$, $B(2; 3)$, $h = 2$, $k = 4$ ② $A(2; 5)$, $B(-1; 2)$, $h = 1$, $k = 3$

Bài 26. Cho ΔABC biết phương trình cạnh $AB: 4x + y - 12 = 0$, phương trình đường cao $BH: 5x - 4y - 15 = 0$ đường cao $AH: 2x + 2y - 9 = 0$. Hãy viết phương trình hai cạnh còn lại và đường cao thứ ba.

Bài 27. Cho ΔABC , biết $A(1; 3)$ và hai trung tuyến xuất phát từ B và C lần lượt là có phương trình: $x - 2y + 1 = 0$ và $y - 1 = 0$.

- ① Tìm tọa độ trọng tâm G của ΔABC .
 ② Tìm tọa độ trung điểm P của cạnh BC .
 ③ Viết phương trình của đường thẳng chứa các cạnh của ΔABC .

Bài 28. Tìm điểm có tung độ bằng 2 trên đường thẳng đi qua $A(0; 4)$ và $B(3; -2)$.

Bài 29. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho ΔABC . Biết BC có trung điểm $M(0; 5)$, hai cạnh còn lại có phương trình là $2x + y - 12 = 0$ và $x + 4y - 6 = 0$.

- ① Xác định tọa độ đỉnh A .
 ② Gọi C là đỉnh nằm trên đường thẳng $x + 4y - 6 = 0$. Điểm N là trung điểm của AC . Xác định tọa độ điểm N , rồi tính các tọa độ đỉnh C và B của ΔABC .

Bài 30. Cho ΔABC có đỉnh $A(2; 2)$. Viết phương trình các cạnh của tam giác, biết rằng phương trình các đường cao kẻ từ B và C lần lượt là: $9x - 3y - 4 = 0$ và $x + y - 2 = 0$.

Bài 31. Cho ΔABC , biết $A(-1; 2)$, $B(2; 0)$, $C(-3; 1)$.

- ① Xác định tâm đường tròn ngoại tiếp ΔABC .
 ② Tìm điểm M trên đường thẳng BC sao cho $S_{DABM} = \frac{1}{3} S_{DABC}$.

Bài 32. Cho hai điểm $A(3;1)$ và $B(-1;2)$ và đường thẳng $d: x - 2y + 1 = 0$.

① Tìm tọa độ điểm C trên đường thẳng d sao cho $\triangle ABC$ cân tại A .

② Tìm tọa độ điểm C trên đường thẳng d sao cho $\triangle ABC$ vuông tại C .

Bài 33. Viết phương trình đường thẳng đi qua $P(2;-1)$ sao cho đường thẳng đó cùng với hai đường thẳng $d_1: 2x - y + 5 = 0$ và $d_2: 3x + 6y - 1 = 0$ tạo ra một tam giác cân có đỉnh là giao điểm của hai đt d_1 và d_2 .

Bài 34. Tìm các đỉnh của hình chữ nhật $ABCD$ có tâm $I\left(\frac{1}{2}; 0\right)$, phương trình đường thẳng

$AB: x - 2y + 2 = 0$ và cạnh $AB = 2AD$. Biết rằng đỉnh A có hoành độ âm.

Bài 35. Cho hình vuông $ABCD$ có tâm $I(4;-1)$ và phương trình cạnh AB là $x + 2y - 1 = 0$. Lập phương trình hai đường chéo của hình vuông. $DS: 3x + y - 11 = 0; x - 3y - 7 = 0$

Bài 36. Cho đường thẳng $d: mx + y - m - 4 = 0$ và điểm $A(2;0)$. Tìm m để khoảng cách từ A đến d lớn nhất.

Bài 37. Cho $\triangle ABC$ cân tại A có phương trình hai cạnh $BC: 2x - 3y - 5 = 0$; $AB: x + y + 1 = 0$ và cạnh AC qua $M(1;1)$. Lập phương trình cạnh AC .

Bài 38. Lập phương trình bốn cạnh của hình vuông $ABCD$ biết $A(-4;5)$ và một đường chéo là: $7x - y + 8 = 0$.

Bài 39. Lập phương trình các cạnh của tam giác đều ABC biết $A(1;1)$, đỉnh B thuộc đường thẳng $y = 3$ và C thuộc trục hoành.

Bài 40. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho hai đường thẳng $\Delta: x + 3y - 9 = 0$ và $\Delta': 3x - 2y - 5 = 0$

① Tìm tọa độ giao điểm A của Δ và Δ' .

② Viết phương trình đường thẳng đi qua A và $B(2;4)$

③ Gọi C là giao điểm của Δ với trục tung. Chứng minh rằng: $\triangle ABC$ vuông cân.

④ Viết phương trình đường thẳng qua A và tạo với trục Ox một góc 60° .

Bài 41. Cho hình vuông $ABCD$ có tâm $I(4;-1)$ và phương trình một cạnh là $3x - y + 5 = 0$.

① Viết phương trình hai đường chéo của hình vuông.

② Tìm tọa độ bốn đỉnh của hình vuông.

Bài 42. Cho hình bình hành $ABCD$, biết hai cạnh có phương trình $x - 3y = 0$, $2x + 5y + 6 = 0$, đỉnh $C(4;-1)$. Viết phương trình hai cạnh còn lại.

Bài 43. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai đường thẳng $\Delta: x - y - 4 = 0$ và $d: 2x - y - 2 = 0$. Tìm tọa độ điểm N thuộc đường thẳng d sao cho đường thẳng ON cắt đường thẳng Δ tại điểm M thỏa mãn $OM.ON = 8$. $ĐH$ Khối B - 11 (CB) ĐS: $N(0;-2) \vee N(6/5;2/5)$

Bài 44. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $\triangle ABC$ có đỉnh $B\left(\frac{1}{2}; 1\right)$. Đường tròn nội tiếp tam giác ABC

tiếp xúc với các cạnh BC , CA , AB tương ứng tại các điểm D , E và F . Cho $D(3;1)$ và đường thẳng EF có phương trình $y - 3 = 0$. Tìm tọa độ đỉnh A , biết A có tung độ dương.

$ĐH$ Khối B - 11 (NC)

ĐS: $A(3;13/3)$

Bài 45. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $\triangle ABC$ có đỉnh $B(-4;1)$, trọng tâm $G(1;1)$ và đường thẳng chứa phân giác trong của góc A có phương trình $x - y - 1 = 0$. Tìm tọa độ các đỉnh A và C .

$ĐH$ Khối D - 11 (CB)

ĐS: $A(4;3), C(3;-1)$

Bài 46. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho điểm $A(1;0)$ và đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 2x + 4y - 5 = 0$.

Viết phương trình đường thẳng Δ cắt (C) tại điểm M và N sao cho tam giác AMN vuông cân tại A .

ĐH Khối D - 11 (NC)

ĐS: $\Delta: y-1=0 \vee \Delta: y+3=0$

Bài 47. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho $\triangle ABC$. Các đường thẳng BC , BB' , $B'C'$ lần lượt có phương trình là $y-2=0$, $x-y+2=0$, $x-3y+2=0$; với B' , C' tương ứng là chân các đường cao kẻ từ B , C của tam giác ABC . Viết phương trình các đường thẳng AB , AC .

CĐ Khối A, A1, B, D - 12

ĐS: $AC: x+y+2=0$; $AB: 2x-y+2=0$

Bài 48. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho hình chữ nhật $ABCD$ có điểm C thuộc đường thẳng $d: 2x+y+5=0$ và $A(-4;8)$. Gọi M là điểm đối xứng của B qua C , N là hình chiếu vuông góc của B trên đường thẳng MD . Tìm tọa độ các điểm B và C , biết rằng $N(5;-4)$.

ĐH Khối A, A1 - 13 (CB)

ĐS: $B(-4;-7), C(1;-7)$

Bài 49. Cho hình thang cân $ABCD$ có hai đường chéo vuông góc với nhau và $AD=3BC$. Đường thẳng BD có phương trình $x+2y-6=0$ và tam giác ABD có trực tâm là $H(-3;2)$.

Tìm tọa độ các đỉnh C và D . *ĐH Khối B - 13 (CB)* ĐS: $C(-1;6), D(4;1) \vee C(-1;6), D(-8;7)$

Bài 50. Cho tam giác ABC có chân đường cao hạ từ đỉnh A là $H\left(\frac{17}{5}; -\frac{1}{5}\right)$, chân đường phân giác trong của góc A là $D(5;3)$ và trung điểm của cạnh AB là $M(0;1)$. Tìm tọa độ đỉnh C .

ĐH Khối B - 13 (NC)

ĐS: $C(9;11)$

Bài 51. Cho $\triangle ABC$ có điểm $M\left(-\frac{9}{2}; \frac{3}{2}\right)$ là trung điểm của cạnh AB , điểm $H(-2;4)$ và điểm $I(-1;1)$

lần lượt là chân đường cao kẻ từ B và tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC . Tìm tọa độ điểm C .

ĐH Khối D - 13 (CB)

ĐS: $C(4;1) \vee C(-1;6)$

Bài 52. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho $\triangle ABC$ vuông tại $A(-3;2)$ và có trọng tâm là $G\left(\frac{1}{3}; \frac{1}{3}\right)$.

Đường cao kẻ từ đỉnh A của $\triangle ABC$ đi qua điểm $P(-2;0)$. Tìm tọa độ các điểm B và C .

CĐ Khối A, A1, B, D - 13 (NC)

ĐS: $B(7;2), C(-3;-3) \vee B(-3;-3), C(7;2)$

Bài 53. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho hình vuông $ABCD$ có điểm M là trung điểm của đoạn AB và N là điểm thuộc đoạn AC sao cho $AN=3NC$. Viết phương trình đường thẳng CD , biết rằng $M(1;2)$ và $N(2;-1)$.

ĐH Khối A, A1 - 14 ĐS: $y+2=0; 3x-4y-15=0$

Bài 54. Cho hình bình hành $ABCD$. Điểm $M(-3;0)$ là trung điểm của cạnh AB , điểm $H(0;-1)$ là hình chiếu vuông góc của B trên AD và điểm $G\left(\frac{4}{3}; 3\right)$ là trọng tâm của tam giác BCD . Tìm tọa độ các điểm

B và D .

ĐH Khối B - 14

ĐS: $B(-2;3), D(2;0)$

Bài 55. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho $\triangle ABC$ có chân đường phân giác trong của góc A là điểm $D(1;-1)$. Đường thẳng AB có phương trình $3x+2y-9=0$, tiếp tuyến tại A của đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABC$ có phương trình $x+2y-7=0$. Viết phương trình đường thẳng BC .

ĐH Khối D - 14

ĐS: $BC: x-2y-3=0$

Bài 56. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho điểm $A(-2;5)$ và đường thẳng $d: 3x-4y+1=0$. Viết phương trình đường thẳng Δ qua A và vuông góc với d . Tìm tọa độ điểm M thuộc d sao cho $AM=5$.

Bài 57. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho tam giác OAB có đỉnh A và B thuộc đường thẳng $\Delta: 4x + 3y - 12 = 0$ và điểm $K(6;6)$ là tâm đường tròn bàng tiếp góc O . Gọi C là điểm nằm trên Δ sao cho $AC = AO$ và các điểm C, B nằm khác phía nhau so với điểm A . Biết điểm C có hoành độ bằng $\frac{24}{5}$.

Tìm tọa độ của các đỉnh A, B . *THPT Quốc gia (đề minh họa) - 2015* ĐS: $A(3;0), B(0;4)$

Bài 58. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho ΔABC không cân, nội tiếp đường tròn tâm I . Gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên BC , K là hình chiếu vuông góc của B lên AI . Giả sử $A(2;5), I(1;2)$, điểm B thuộc đường thẳng $3x + y + 5 = 0$, đường thẳng HK có phương trình $x - 2y = 0$. Tìm tọa độ các điểm B, C .

THPT Quốc gia (đề dự bị) - 2015 ĐS: $B(-2;1), C(4;1)$

Bài 59. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho ΔABC vuông tại A . Gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên BC ; D là điểm đối xứng của B qua H ; K là hình chiếu vuông góc của C trên đường thẳng AD . Giả sử $H(-5;-5), K(9;-3)$ và trung điểm của cạnh AC thuộc đường thẳng $x - y + 10 = 0$. Tìm tọa độ điểm A .

THPT Quốc gia - 2015 ĐS: $A(-15;5)$

Bài 60. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho tứ giác $ABCD$ nội tiếp đường tròn đường kính BD . Gọi M, N lần lượt là hình chiếu vuông góc của A trên các đường thẳng BC, BD và P là giao điểm của hai đường thẳng MN, AC . Biết đường thẳng AC có phương trình $x - y - 1 = 0, M(0;4), N(2;2)$ và hoành độ điểm A nhỏ hơn 2. Tìm tọa độ các điểm P, A và B .

THPT Quốc gia - 2016 ĐS: $P(5/2;3/2), A(0;-1), B(-1;4)$