

## TÀI LIỆU DÀNH CHO ĐỐI TƯỢNG HỌC SINH GIỎI MỨC 9-10 ĐIỂM

## Dạng. Một số bài toán KHÓ

Công thức logarit:		
Cho các số $a, b > 0$ , $a \neq 1$ và $m, n \in \mathbb{R}$ . Ta có:		
▪ $\log_a b = \alpha \Leftrightarrow a^\alpha = b$	▪ $\lg b = \log b = \log_{10} b$	▪ $\ln b = \log_e b$
▪ $\log_a 1 = 0$	▪ $\log_a a = 1$	▪ $\log_a a^n = n$
▪ $\log_{a^m} b = \frac{1}{m} \log_a b$	▪ $\log_a b^n = n \log_a b$	▪ $\log_{a^m} b^n = \frac{n}{m} \log_a b$
▪ $\log_a (bc) = \log_a b + \log_a c$	▪ $\log_a \left(\frac{b}{c}\right) = \log_a b - \log_a c$	▪ $\begin{cases} a^{\log_a b} = b \\ a^{\log_b c} = c^{\log_b a} \end{cases}$
▪ $\log_a b \cdot \log_b c = \log_a c$ , ( $b \neq 1$ )	▪ $\frac{\log_a c}{\log_a b} = \log_b c$ , ( $b \neq 1$ )	▪ $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$ , ( $b \neq 1$ )

**Câu 1. (Chuyên Lam Sơn - 2020)** Cho các số thực  $a, b$  thỏa mãn  $a > b > 1$  và  $\frac{1}{\log_b a} + \frac{1}{\log_a b} = \sqrt{2020}$ . Giá trị của biểu thức  $P = \frac{1}{\log_{ab} b} - \frac{1}{\log_{ab} a}$  bằng

- A.  $\sqrt{2014}$ . B.  $\sqrt{2016}$ . C.  $\sqrt{2018}$ . D.  $\sqrt{2020}$ .

**Câu 2. (Liên Trường THPT Tp Vinh Nghệ 2019)** Tìm số nguyên dương  $n$  sao cho

$$\log_{2018} 2019 + 2^2 \log_{\sqrt{2018}} 2019 + 3^2 \log_{\sqrt[3]{2018}} 2019 + \dots + n^2 \log_{\sqrt[n]{2018}} 2019 = 1010^2 \cdot 2021^2 \log_{2018} 2019$$

- A.  $n = 2021$ . B.  $n = 2019$ . C.  $n = 2020$ . D.  $n = 2018$ .

**Câu 3.** Cho hàm số  $f(x) = \log_2 \left( x - \frac{1}{2} + \sqrt{x^2 - x + \frac{17}{4}} \right)$ . Tính  $T = f\left(\frac{1}{2019}\right) + f\left(\frac{2}{2019}\right) + \dots + f\left(\frac{2018}{2019}\right)$

- A.  $T = \frac{2019}{2}$ . B.  $T = 2019$ . C.  $T = 2018$ . D.  $T = 1009$ .

**Câu 4. (THPT Nguyễn Khuyến 2019)** Gọi  $a$  là giá trị nhỏ nhất của  $f(n) = \frac{\log_3 2 \cdot \log_3 3 \cdot \log_3 4 \cdot \dots \cdot \log_3 n}{9^n}$

với  $n \in \mathbb{N}$  và  $n \geq 2$ . Hỏi có bao nhiêu giá trị của  $n$  để  $f(n) = a$ .

- A. 2 B. 4 C. 1 D. vô số

**Câu 5. (Chuyên Lê Quý Đôn Quảng Trị 2019)** Cho  $x, y$  và  $z$  là các số thực lớn hơn 1 và gọi  $w$  là số thực dương sao cho  $\log_x w = 24$ ,  $\log_y w = 40$  và  $\log_{xyz} w = 12$ . Tính  $\log_z w$ .

- A. 52. B. -60. C. 60. D. -52.

**Câu 6.** Cho  $f(1) = 1$ ,  $f(m+n) = f(m) + f(n) + mn$  với mọi  $m, n \in \mathbb{N}^*$ . Tính giá trị của biểu thức

$$T = \log \left[ \frac{f(96) - f(69) - 241}{2} \right].$$

- A.  $T = 9$ . B.  $T = 3$ . C.  $T = 10$ . D.  $T = 4$ .

**Câu 7. (Chuyên Lê Quý Đôn Quảng Trị 2019)** Cho các số thực dương  $x, y, z$  thỏa mãn đồng thời

$$\frac{1}{\log_2 x} + \frac{1}{\log_2 y} + \frac{1}{\log_2 z} = \frac{1}{2020} \text{ và } \log_2(xyz) = 2020. \text{ Tính } \log_2(xyz(x+y+z) - xy - yz - zx + 1)$$

- A. 4040. B. 1010. C. 2020. D.  $2020^2$ .

**Câu 8. (Bạc Liêu – Ninh Bình 2019)** Cho ba số thực dương  $x, y, z$  theo thứ tự lập thành một cấp số nhân, đồng thời với mỗi số thực dương  $a$  ( $a \neq 1$ ) thì  $\log_a x, \log_{\sqrt{a}} y, \log_{\sqrt[3]{a}} z$  theo thứ tự lập

$$\text{thành một cấp số cộng. Tính giá trị của biểu thức } P = \frac{1959x}{y} + \frac{2019y}{z} + \frac{60z}{x}.$$

- A. 60. B. 2019. C. 4038. D.  $\frac{2019}{2}$ .

**Câu 9. (THPT Hai Bà Trưng - Huế - 2019)** Cho hàm số  $f(x) = \frac{1}{2} \log_2 \left( \frac{2x}{1-x} \right)$  và hai số thực  $m, n$  thuộc khoảng  $(0;1)$  sao cho  $m+n=1$ . Tính  $f(m) + f(n)$ .

- A. 2. B. 0. C. 1. D.  $\frac{1}{2}$ .

**Câu 10. (Chuyên - Vĩnh Phúc - 2019)** Gọi  $n$  là số nguyên dương sao cho  $\frac{1}{\log_3 x} + \frac{1}{\log_{3^2} x} + \frac{1}{\log_{3^3} x} + \dots + \frac{1}{\log_{3^n} x} = \frac{190}{\log_3 x}$  đúng với mọi  $x$  dương,  $x \neq 1$ . Tìm giá trị của biểu thức  $P = 2n + 3$ .

- A.  $P = 32$ . B.  $P = 23$ . C.  $P = 43$ . D.  $P = 41$ .

**Câu 11.** Cho  $x, y, z$  là ba số thực dương lập thành cấp số nhân;  $\log_a x, \log_{\sqrt{a}} y, \log_{\sqrt[3]{a}} z$  lập thành cấp số cộng, với  $a$  là số thực dương khác 1. Giá trị của  $p = \frac{9x}{y} + \frac{y}{z} + \frac{3z}{x}$  là

- A. 13. B. 3. C. 12. D. 10.

**Câu 12. (Chuyên Nguyễn Huệ 2019)** Cho  $f(1)=1$ ;  $f(m+n)=f(m)+f(n)+mn$  với mọi  $m, n \in \mathbb{N}^*$ . Tính giá trị của biểu thức

$$T = \log \left[ \frac{f(2019) - f(2009) - 145}{2} \right]$$

- A. 3. B. 4. C. 5. D. 10.

**Câu 13.** Có bao nhiêu số nguyên dương  $n$  để  $\log_n 256$  là một số nguyên dương?

- A. 2. B. 3. C. 4. D. 1.

**Câu 14.** Cho tam giác  $ABC$  có  $BC=a$ ,  $CA=b$ ,  $AB=c$ . Nếu  $a, b, c$  theo thứ tự lập thành một cấp số nhân thì

- A.  $\ln \sin A \cdot \ln \sin C = (\ln \sin B)^2$ . B.  $\ln \sin A \cdot \ln \sin C = 2 \ln \sin B$ .  
C.  $\ln \sin A + \ln \sin C = 2 \ln \sin B$ . D.  $\ln \sin A + \ln \sin C = \ln(2 \sin B)$ .

**Câu 15. (Chuyên Lương Văn Chánh - Phú Yên - 2018)** Cho  $x = 2018!$ . Tính

$$A = \frac{1}{\log_{2018} x} + \frac{1}{\log_{3018} x} + \dots + \frac{1}{\log_{2017 \cdot 2018} x} + \frac{1}{\log_{2018 \cdot 2018} x}.$$

- A.  $A = \frac{1}{2017}$ . B.  $A = 2018$ . C.  $A = \frac{1}{2018}$ . D.  $A = 2017$ .

**Câu 16. (Chuyên Hùng Vương - Gia Lai - 2018)** Tìm bộ ba số nguyên dương  $(a; b; c)$  thỏa mãn  $\log 1 + \log(1+3) + \log(1+3+5) + \dots + \log(1+3+5+\dots+19) - 2 \log 5040 = a + b \log 2 + c \log 3$

- A. (2; 6; 4).      B. (1; 3; 2).      C. (2; 4; 4).      D. (2; 4; 3).
- Câu 17. (Phan Đình Phùng - Hà Tĩnh - 2018) Tổng  $S = 1 + 2^2 \log_{\sqrt{2}} 2 + 3^2 \log_{\sqrt[3]{2}} 2 + \dots + 2018^2 \log_{\sqrt[2018]{2}} 2$  dưới đây.
- A.  $1008^2 \cdot 2018^2$ .      B.  $1009^2 \cdot 2019^2$ .      C.  $1009^2 \cdot 2018^2$ .      D.  $2019^2$ .
- Câu 18. (Chuyên KHTN - 2018) Số  $20172018^{20162017}$  có bao nhiêu chữ số?
- A. 147278481.      B. 147278480.      C. 147347190.      D. 147347191.

**BẠN HỌC THAM KHẢO THÊM DẠNG CÂU KHÁC TẠI**

☞ <https://drive.google.com/drive/folders/15DX-hbY5paR0iUmcs4RU1DkA1-7QpKlG?usp=sharing>

Theo dõi Fanpage: **Nguyễn Bảo Vương** ☞ <https://www.facebook.com/tracnghiemtoanthpt489/>

Hoặc Facebook: **Nguyễn Vương** ☞ <https://www.facebook.com/phong.baovuong>

Tham gia ngay: **Nhóm Nguyễn Bào Vương (TÀI LIỆU TOÁN)** ☞ <https://www.facebook.com/groups/703546230477890/>

**Ấn sub kênh Youtube: Nguyễn Vương**

☞ [https://www.youtube.com/channel/UCQ4u2J5gIEI1iRUbT3nwJfA?view\\_as=subscriber](https://www.youtube.com/channel/UCQ4u2J5gIEI1iRUbT3nwJfA?view_as=subscriber)

**Tải nhiều tài liệu hơn tại:** <http://diendangiaovientoan.vn/>

**ĐỂ NHẬN TÀI LIỆU SỚM NHẤT NHÉ!**

Nguyễn Bảo Vương