Chuyên đề 35 PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI - BẬC CAO SỐ PHỨC

TÀI LIỆU DÀNH CHO ĐỐI TƯỢNG KHÁ MỨC 7-8 ĐIỂM

Xét phương trình bậc hai $az^2+bz+c=0,\ (*)$ với $a\neq 0$ có: $\Delta=b^2-4ac$.

— Nếu $\Delta=0$ thì $(*)$ có nghiệm kép: $z_1=z_2=-\dfrac{b}{2a}$.

— Nếu $\Delta\neq 0$ và gọi δ là căn bậc hai Δ thì $(*)$ có hai nghiệm phân biệt:

$z_1=\dfrac{-b+\delta}{2a}\vee z_2=\dfrac{-b-\delta}{2a}$.

Lưu ý

— Hệ thức Viét vẫn đúng trong trường phức $\mathbb{C}$: $z_1+z_2=-\dfrac{b}{a}$ và $z_1z_2=\dfrac{c}{a}$.

— Căn bậc hai của số phức $z=x+yi$ là một số phức w và tìm như sau:

+ Đặt $w=\sqrt{z}=\sqrt{x+yi}=a+bi$ với $x,y,a,b\in\mathbb{R}$.

+ $w^2=x+yi=(a+bi)^2\Leftrightarrow(a^2-b^2)+2abi=x+yi\Leftrightarrow\begin{cases}a^2-b^2=x\\2ab=y\end{cases}$.

+ Giải hệ này với $a,b\in\mathbb{R}$ sẽ tìm được a và b $\Rightarrow w=\sqrt{z}=a+bi$.

Câu 1. **(Đề Minh Họa 2017)** Kí hiệu z_1,z_2,z_3 và z_4 là bốn nghiệm phức của phương trình $z^4-z^2-12=0$. Tính tổng $T=|z_1|+|z_2|+|z_3|+|z_4|$

A. $T=2+2\sqrt{3}$ **B.** $T=4$ **C.** $T=2\sqrt{3}$ **D.** $T=4+2\sqrt{3}$

Nguyễn Bảo Vương

Lời giải

Chọn D

$z^4-z^2-12=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}z^2=-3\\z^2=4\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}z=\pm i\sqrt{3}\\z=\pm 2\end{array}\right.$

$T=|z_1|+|z_2|+|z_3|+|z_4|=|i\sqrt{3}|+|i\sqrt{3}|+|-2|+|2|=2\sqrt{3}+4$

Câu 2. **(KTNL GV THPT Lý Thái Tổ 2019)** Tính modun của số phức $w=b+ci$, $b,c\in\mathbb{R}$ biết số phức $\dfrac{i^8-1-2i}{1-i^7}$ là nghiệm của phương trình $z^2+bz+c=0$.

A. 2. **B.** 3. **C.** $2\sqrt{2}$. **D.** $3\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn C

+) Đặt $z_o=\dfrac{i^8-1-2i}{1-i^7}$, ta có $\begin{cases}i^8=(i^2)^4=(-1)^4=1\\i^7=(i^2)^3.i=-i\end{cases}$

$\Rightarrow z_o=\dfrac{1-1-2i}{1+i}=\dfrac{-2i}{1+i}=\dfrac{-2i(1-i)}{1-i^2}=-1-i$.

+) z_o là nghiệm của đa thức $P(z)=z^2+bz+c\ \Rightarrow\overline{z}_o$ là nghiệm còn lại của $P(z)$.

+) Ta có: $z_o+\overline{z}_o=-\dfrac{b}{a}=-b=-2\Rightarrow b=2$.

$z_o.\overline{z}_o = \frac{c}{a} \Rightarrow (-1-i)(-1+i) = c \Rightarrow c = 2$

$\Rightarrow w = 2+2i \Rightarrow |w| = \sqrt{2^2+2^2} = 2\sqrt{2}$.

Câu 3. **(THPT Quang Trung Đống Đa Hà Nội 2019)** Gọi A, B là hai điểm trong mặt phẳng phức theo thứ tự biểu diễn cho các số phức z_1, z_2 khác 0 thỏa mãn đẳng thức $z_1^2+z_2^2-z_1z_2=0$, khi đó tam giác OAB (O là gốc tọa độ):

A. Là tam giác đều. **B.** Là tam giác vuông.
C. Là tam giác cân, không đều. **D.** Là tam giác tù.

Lời giải

Cách 1:

+ Gọi $z_1 = a+bi \quad (a,b\in\mathbb{R}: a^2+b^2\neq 0)$. $A(a;b)$.

Khi đó z_2 là nghiệm phương trình: $z_2^2-(a+bi)z_2+(a+bi)^2=0$

+ Ta có: $\Delta = (a+bi)^2-4(a+bi)^2 = -3(a+bi)^2 = \left[\sqrt{3}(a+bi)i\right]^2 = \left[\sqrt{3}(-b+ai)\right]^2$

Phương trình có hai nghiệm phân biệt:

$z_2 = \frac{a-\sqrt{3}b}{2}+\frac{\sqrt{3}a+b}{2}i$ nên $B\left(\frac{a-\sqrt{3}b}{2};\frac{\sqrt{3}a+b}{2}\right)$.

Hoặc $z_2 = \frac{a+\sqrt{3}b}{2}+\frac{-\sqrt{3}a+b}{2}i$ nên $B\left(\frac{a+\sqrt{3}b}{2};\frac{-\sqrt{3}a+b}{2}\right)$.

+ Tính $OA^2=a^2+b^2$, $OB^2=a^2+b^2$, $AB^2=a^2+b^2$. Vậy tam giác OAB đều.

Cách 2:

Theo giả thiết: $z_1^2+z_2^2-z_1z_2=0 \Rightarrow (z_1+z_2)(z_1^2+z_2^2-z_1z_2)=0$

$\Leftrightarrow z_1^{\,3}+z^3{}_2=0 \Leftrightarrow z_1^{\,3}=-z_2^{\,3} \Rightarrow |z_1|=|z_2| \to OA=OB$.

Mặt khác: $z_2^1+z_2^2-z_1z_2=0 \Leftrightarrow (z_1-z_2)^2=-z_1z_2$

$\Rightarrow \left|(z_1-z_2)^2\right| = |-z_1z_2| \Rightarrow |z_1-z_2|^2 = |z_1||z_2| \Rightarrow AB^2 = OA.OB$.

Mà $OA=OB$ nên $AB=OA=OB$.

Vậy tam giác OAB đều.

Cách 3:

+ $z_1^2+z_2^2-z_1z_2=0 \Leftrightarrow \left(\frac{z_1}{z_2}\right)^2-\frac{z_1}{z_2}+1=0$

$\Leftrightarrow \left(\frac{z_1}{z_2}\right)^2-\frac{z_1}{z_2}+1=0 \Leftrightarrow \frac{z_1}{z_2}=\frac{1\pm\sqrt{3}i}{2} \Rightarrow \left|\frac{z_1}{z_2}\right|=1 \Rightarrow |z_1|=|z_2|$

Vậy $OA=OB$.

Mặt khác: $|z_1-z_2| = \left|\frac{1\pm\sqrt{3}i}{2}z_2-z_2\right| = |z_2| \Rightarrow AB=OB$

Vậy tam giác OAB đều.

Câu 4. **(KTNL GV Thuận Thành 2 Bắc Ninh 2019)** Cho phương trình $az^2+bz+c=0$, với $a,b,c\in\mathbb{R}, a\neq 0$ có các nghiệm z_1,z_2 đều không là số thực. Tính $P=|z_1+z_2|^2+|z_1-z_2|^2$ theo a,b,c.

A. $P=\dfrac{b^2-2ac}{a^2}$. **B.** $P=\dfrac{2c}{a}$. **C.** $P=\dfrac{4c}{a}$. **D.** $P=\dfrac{2b^2-4ac}{a^2}$.

Lời giải

Chọn C

Cách 1: Tự luận.

Ta có phương trình $az^2+bz+c=0$ có các nghiệm z_1,z_2 đều không là số thực, do đó $\Delta=b^2-4ac<0$. Ta có $\Delta=i^2\left(4ac-b^2\right)$.

$$*\begin{cases} z_1=\dfrac{-b+i\sqrt{4ac-b^2}}{2a} \\ z_2=\dfrac{-b-i\sqrt{4ac-b^2}}{2a} \end{cases}$$

Khi đó: $\begin{cases} \left|z_1+z_2\right|^2=\dfrac{b^2}{a^2} \\ \left|z_1-z_2\right|^2=\dfrac{4ac-b^2}{a^2} \end{cases} \Rightarrow P=\left|z_1+z_2\right|^2+\left|z_1-z_2\right|^2=\dfrac{4c}{a}$. Vậy $P=\dfrac{4c}{a}$.

Cách 2: Trắc nghệm.

Cho $a=1,b=0,c=1$, ta có phương trình $z^2+1=0$ có 2 nghệm phức là $z_1=i,z_2=-i$. Khi đó $P=\left|z_1+z_2\right|^2+\left|z_1-z_2\right|^2=4$.

Thế $a=1,b=0,c=1$ lên các đáp án, ta thấy chỉ có đáp án C cho kết quả giống.

Câu 5. **(THPT Yên Phong Số 1 Bắc Ninh -2019)** Gọi S là tổng các số thực m để phương trình $z^2-2z+1-m=0$ có nghiệm phức thỏa mãn $|z|=2$. Tính S.

A. $S=6$. **B.** $S=10$. **C.** $S=-3$. **D.** $S=7$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $z^2-2z+1-m=0 \Leftrightarrow (z-1)^2=m$ (1)

+) Với $m\ge 0$ thì $(1)\Leftrightarrow z=1\pm\sqrt{m}$. Do $|z|=2\Leftrightarrow\left|1\pm\sqrt{m}\right|=2\Rightarrow\left[\begin{array}{l} m=1 \\ m=9 \end{array}\right.$ (thỏa mãn).

+) Với $m<0$ thì $(1)\Leftrightarrow z=1\pm i\sqrt{-m}$.

Do $|z|=2\Leftrightarrow\left|1\pm i\sqrt{-m}\right|=2\Leftrightarrow 1-m=4\Leftrightarrow m=-3$ (thỏa mãn).

Vậy $S=1+9-3=7$.

Câu 6. **(Chuyên Nguyễn Tất Thành Yên Bái 2019)** Cho số phức $z=a+bi$ $(a,\ b\in\mathbb{R})$ thỏa mãn $z+1+3i-|z|i=0$. Tính $S=2a+3b$.

A. $S=-6$. **B.** $S=6$. **C.** $S=-5$. **D.** $S=5$.

Lời giải

Ta có $z+1+3i-|z|i=0\Leftrightarrow(a+1)+\left(b+3-\sqrt{a^2+b^2}\right)i=0$.

$$\Leftrightarrow\begin{cases} a+1=0 \\ b+3-\sqrt{a^2+b^2}=0 \end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} a=-1 \\ \sqrt{1+b^2}=b+3 \end{cases} \quad (*).$$

$(*) \Leftrightarrow \begin{cases} b \geq -3 \\ 1+b^2 = (b+3)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b \geq -3 \\ b = -\dfrac{4}{3} \end{cases} \Leftrightarrow b = -\dfrac{4}{3}$.

Vậy $\begin{cases} a = -1 \\ b = -\dfrac{4}{3} \end{cases} \Rightarrow S = 2a + 3b = -6$.

Câu 7. Gọi S là tổng các giá trị thực của m để phương trình $9z^2 + 6z + 1 - m = 0$ có nghiệm phức thỏa mãn $|z| = 1$. Tính S.

A. 20. **B.** 12. **C.** 14. **D.** 8.

Lời giải

$9z^2 + 6z + 1 - m = 0\ \ (*)$.

Trường hợp 1: $(*)$ có nghiệm thực $\Leftrightarrow \Delta' \geq 0 \Leftrightarrow 9 - 9(1-m) \geq 0 \Leftrightarrow m \geq 1$.

$|z| = 1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z = 1 \\ z = -1 \end{array}\right.$.

- $z = 1 \Rightarrow m = 16$ (thỏa mãn).
- $z = -1 \Rightarrow m = 4$ (thỏa mãn).

Trường hợp 2: $(*)$ có nghiệm phức $z = a + bi\,(b \neq 0)$ $\Leftrightarrow \Delta' < 0 \Leftrightarrow 9 - 9(1-m) < 0 \Leftrightarrow m < 1$.

Nếu z là một nghiệm của phương trình $9z^2 + 6z + 1 - m = 0$ thì $\bar{z}$ cũng là một nghiệm của phương trình $9z^2 + 6z + 1 - m = 0$.

Ta có $|z| = 1 \Leftrightarrow |z|^2 = 1 \Leftrightarrow z.\bar{z} = 1 \Leftrightarrow \dfrac{c}{a} = 1 \Leftrightarrow \dfrac{1-m}{9} = 1 \Leftrightarrow m = -8$ (thỏa mãn).

Vậy tổng các giá trị thực của m bằng 12.

Nguyễn Bảo Vương

Câu 8. **(Sở GD Kon Tum 2019)** Gọi z là một nghiệm của phương trình $z^2 - z + 1 = 0$. Giá trị của biểu thức $M = z^{2019} + z^{2018} + \dfrac{1}{z^{2019}} + \dfrac{1}{z^{2018}} + 5$ bằng

A. 5. **B.** 2. **C.** 7. **D.** -1.

Lời giải

Chọn B

Phương trình $z^2 - z + 1 = 0$ có hai nghiệm $z = \dfrac{1 \pm i\sqrt{3}}{2} = \dfrac{1}{2} \pm \dfrac{\sqrt{3}}{2}i$.

Chọn $z = \dfrac{1}{2} + \dfrac{\sqrt{3}}{2}i = \cos\dfrac{\pi}{3} + i\sin\dfrac{\pi}{3}$.

Áp dụng công thức *Moivre*: $(\cos\varphi + i\sin\varphi)^n = \cos(n\varphi) + i\sin(n\varphi)\ \ \forall n \in \mathbb{N}$, ta được:

$z^{2019} = \cos\dfrac{2019\pi}{3} + i\sin\dfrac{2019\pi}{3} = -1 \Rightarrow \dfrac{1}{z^{2019}} = -1$.

$z^{2018} = \cos\dfrac{2018\pi}{3} + i\sin\dfrac{2018\pi}{3} = \cos\dfrac{2\pi}{3} + i\sin\dfrac{2\pi}{3}$

$\Rightarrow \dfrac{1}{z^{2018}} = \cos\left(-\dfrac{2\pi}{3}\right) + i\sin\left(-\dfrac{2\pi}{3}\right) = \cos\dfrac{2\pi}{3} - i\sin\dfrac{2\pi}{3}$.

Do đó, $M = -1 - 1 + \cos\dfrac{2\pi}{3} + i\sin\dfrac{2\pi}{3} + \cos\dfrac{2\pi}{3} - i\sin\dfrac{2\pi}{3} + 5 = 2$.

Vậy $M=2$.

Câu 9. Gọi z_1,z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2-4z+5=0$. Giá trị của biểu thức $(z_1-1)^{2019}+(z_2-1)^{2019}$ bằng?

A. 2^{1009}. **B.** 2^{1010}. **C.** 0. **D.** -2^{1010}.

Lời giải

Chọn D

Ta có $z^2-4z+5=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z=2+i \\ z=2-i \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z-1=1+i \\ z-1=1-i \end{array}\right.$.

Mà $i^2=-1; i^4=1; (1+i)^2=2i; (1+i)^4=-4; (1-i)^2=-2i; (1-i)^4=-4;$

Suy ra $(z_1-1)^{2019}+(z_2-1)^{2019}=\left((1-i)^4\right)^{504}.(1-i)^2(1-i)+\left((1+i)^2\right)^{504}.(1+i)^2.(1+i)$

$=(-4)^{504}.(-2i).(1-i)+(-4)^{504}.(2i).(1+i)=4^{504}.2i.(-1+i+1+i)=4^{504}.2i.2i=-2^{1010}$.

Câu 10. Cho phương trình $z^2+bz+c=0$, có hai nghiệm z_1,z_2 thỏa mãn $z_2-z_1=4+2i$. Gọi A,B là các điểm biểu diễn các nghiệm của phương trình $z^2-2bz+4c=0$. Tính độ dài đoạn AB.

A. $8\sqrt{5}$. **B.** $2\sqrt{5}$. **C.** $4\sqrt{5}$. **D.** $\sqrt{5}$.

Lời giải:

Chọn C

$z^2+bz+c=0$ có hai nghiệm z_1,z_2 thỏa mãn $z_2-z_1=4+2i$

Xét $z_2-z_1=4+2i \Rightarrow (z_2+z_1)^2-4z_1z_2=(4+2i)^2 \Rightarrow b^2-4c=(4+2i)^2$

Khi đó phương trình $z^2-2bz+4c=0$

có $\Delta'=b^2-4c=(4+2i)^2 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} z_A=b-4-2i \Rightarrow A(b-4;-2) \\ z_B=b+4+2i \Rightarrow B(b+4;2) \end{array}\right. (b=m+ni, m,n\in\mathbb{R})$

Vậy $AB=\sqrt{(b+4-b+4)^2+(2+2)^2}=4\sqrt{5}$.

Câu 11. **(Chu Văn An - Hà Nội - 2019)** Cho số phức w và hai số thực a, b. Biết rằng $w+i$ và $2w-1$ là hai nghiệm của phương trình $z^2+az+b=0$. Tổng $S=a+b$ bằng

A. $\frac{5}{9}$. **B.** $-\frac{5}{9}$. **C.** $\frac{1}{3}$. **D.** $-\frac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn B

Đặt $w=x+yi$ $(x, y\in\mathbb{R})$. Vì $a, b\in\mathbb{R}$ và phương trình $z^2+az+b=0$ có hai nghiệm là $z_1=w+i$, $z_2=2w-1$ nên $z_1=\overline{z_2} \Leftrightarrow w+i=\overline{2w-1} \Leftrightarrow x+yi+i=\overline{2(x+yi)-1}$

$\Leftrightarrow x+(y+1)i=(2x-1)-2yi \Leftrightarrow \begin{cases} x=2x-1 \\ y+1=-2y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=-\frac{1}{3} \end{cases}$.

$\Rightarrow w=1-\frac{1}{3}i \Rightarrow \begin{cases} z_1=w+i=1+\frac{2}{3}i \\ z_2=2w-1=1-\frac{2}{3}i \end{cases}$.

Theo định lý Viet: $\begin{cases} z_1+z_2=-a \\ z_2.z_2=b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2=-a \\ 1+\frac{4}{9}=b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=-2 \\ b=\frac{13}{9} \end{cases}$.

Vậy $S=a+b=-\frac{5}{9}$.

Câu 12. Số phức $z=a+bi$, $a, b\in\mathbb{R}$ là nghiệm của phương trình $\frac{(|z|-1)(1+iz)}{z-\frac{1}{\overline{z}}}=i$. Tổng $T=a^2+b^2$ bằng

A. 4. **B.** $4-2\sqrt{3}$. **C.** $3+2\sqrt{2}$. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện: $z\neq 0; z\neq 1$.

Ta có $\frac{(|z|-1)(1+iz)}{z-\frac{1}{\overline{z}}}=i \Leftrightarrow (|z|-1)\left(\overline{z}+i|z|^2\right)=\left(|z|^2-1\right)i$

$\Leftrightarrow \overline{z}+i|z|^2=(|z|+1)i \Leftrightarrow \overline{z}=\left(-|z|^2+|z|+1\right)i$

$\Leftrightarrow |\overline{z}|=\pm\left(-|z|^2+|z|+1\right) \Leftrightarrow |z|^2=1$ hoặc $|z|^2-2|z|-1=0 \Leftrightarrow |z|=1+\sqrt{2} \Leftrightarrow |z|^2=3+2\sqrt{2}$.

Vậy $T=a^2+b^2=3+2\sqrt{2}$.

Câu 13. Cho các số phức z, w khác 0 thỏa mãn $z+w\neq 0$ và $\frac{1}{z}+\frac{3}{w}=\frac{6}{z+w}$. Khi đó $\left|\frac{z}{w}\right|$ bằng

A. $\sqrt{3}$. **B.** $\frac{1}{\sqrt{3}}$. **C.** 3. **D.** $\frac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\frac{1}{z}+\frac{3}{w}=\frac{6}{z+w} \Leftrightarrow \frac{w+3z}{zw}=\frac{6}{z+w} \Leftrightarrow (w+3z)(z+w)=6zw \Leftrightarrow 3z^2-2zw+w^2=0$

$\Leftrightarrow 3\left(\frac{z}{w}\right)^2-2\frac{z}{w}+1=0 \Leftrightarrow \frac{z}{w}=\frac{1}{3}\pm\frac{\sqrt{2}}{3}i \Rightarrow \left|\frac{z}{w}\right|=\frac{1}{\sqrt{3}}$.

Câu 14. **(SGD và ĐT Đà Nẵng 2019)** Cho phương trình $x^2-4x+\frac{c}{d}=0$ (với phân số $\frac{c}{d}$ tối giản) có hai nghiệm phức. Gọi A, B là hai điểm biểu diễn của hai nghiệm đó trên mặt phẳng Oxy. Biết tam giác OAB đều (với O là gốc tọa độ), tính $P=c+2d$.

A. $P=18$. **B.** $P=-10$. **C.** $P=-14$. **D.** $P=22$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $x^2-4x+\frac{c}{d}=0$ có hai nghiệm phức $\Leftrightarrow$ $\Delta'=4-\frac{c}{d}<0$.

Khi đó, phương trình có hai nghiệm phức $x_1 = 2+\sqrt{|\Delta'|}\,i$; $x_2 = 2-\sqrt{|\Delta'|}\,i$.

Gọi A, B lần lượt là hai điểm biểu diễn của x_1; x_2 trên mặt phẳng Oxy ta có:

$A\left(2;\sqrt{|\Delta'|}\right)$; $B\left(2;-\sqrt{|\Delta'|}\right)$.

Ta có: $AB = 2\sqrt{|\Delta'|}$; $OA = OB = \sqrt{4+|\Delta'|}$.

Tam giác OAB đều khi và chỉ khi $AB = OA = OB \Leftrightarrow 2\sqrt{|\Delta'|} = \sqrt{4+|\Delta'|} \Leftrightarrow 4|\Delta'| = 4+|\Delta'|$

$\Leftrightarrow |\Delta'| = \frac{4}{3}$. Vì $\Delta' < 0$ nên $\Delta' = -\frac{4}{3}$ hay $4-\frac{c}{d} = -\frac{4}{3} \Leftrightarrow \frac{c}{d} = \frac{16}{3}$.

Từ đó ta có $c = 16$; $d = 3$.

Vậy: $P = c+2d = 22$.

Câu 15. **(Đề thử nghiệm 2017)** Xét số phức z thỏa mãn $(1+2i)|z| = \frac{\sqrt{10}}{z} - 2 + i$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\frac{3}{2} < |z| < 2$. **B.** $|z| > 2$. **C.** $|z| < \frac{1}{2}$. **D.** $\frac{1}{2} < |z| < \frac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $z^{-1} = \frac{1}{|z|^2}\overline{z}$.

Vậy $(1+2i)|z| = \frac{\sqrt{10}}{z} - 2 + i$

$\Leftrightarrow (|z|+2) + (2|z|-1)i = \left(\frac{\sqrt{10}}{|z|^2}\right).\overline{z} \Rightarrow \left|(|z|+2) + (2|z|-1)i\right| = \left|\left(\frac{\sqrt{10}}{|z|^2}\right).\overline{z}\right|$

$\Rightarrow (|z|+2)^2 + (2|z|-1)^2 = \left(\frac{10}{|z|^4}\right).|z|^2 = \frac{10}{|z|^2}$. Đặt $|z| = a > 0$.

$\Rightarrow (a+2)^2 + (2a-1)^2 = \left(\frac{10}{a^2}\right) \Leftrightarrow a^4 + a^2 - 2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a^2 = 1 \\ a^2 = -2 \end{array}\right. \Rightarrow a = 1 \Rightarrow |z| = 1.$

Câu 16. Có bao nhiêu giá trị dương của số thực a sao cho phương trình $z^2 + \sqrt{3}z + a^2 - 2a = 0$ có nghiệm phức z_0 với phần ảo khác 0 thỏa mãn $|z_0| = \sqrt{3}$.

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 4.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\Delta = 3 - 4\left(a^2 - 2a\right) = 3 - 4a^2 + 8a$.

Phương trình $z^2 + \sqrt{3}z + a^2 - 2a = 0$ có nghiệm phức khi và chỉ khi

$\Delta < 0 \Leftrightarrow 3 - 4a^2 + 8a < 0 \Leftrightarrow 4a^2 - 8a - 3 > 0 \quad (*)$.

Khi đó phương trình có hai nghiệm z_1, z_2 là hai số phức liên hợp của nhau và $|z_1| = |z_2|$.

Ta có

$z_1.z_2 = a^2 - 2a \Rightarrow |z_1.z_2| = |a^2 - 2a| \Leftrightarrow |z_1|.|z_2| = |a^2 - 2a| \Rightarrow |z_0|^2 = |a^2 - 2a|$.

Theo giả thiết có $\left(\sqrt{3}\right)^2 = |a^2 - 2a| \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a^2 - 2a = 3 \\ a^2 - 2a = -3 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a = -1 \\ a = 3 \end{array}\right.$ (t/m ĐK(*)).

Các giá trị của a thỏa mãn điều kiện $(*)$. Vậy có 1 giá trị dương a thỏa mãn yêu cầu bài toán.

BẠN HỌC THAM KHẢO THÊM DẠNG CÂU KHÁC TẠI
☞**https://drive.google.com/drive/folders/15DX-hbY5paR0iUmcs4RU1DkA1-7QpKlG?usp=sharing**

Theo dõi Fanpage: Nguyễn Bảo Vương ☞ https://www.facebook.com/tracnghiemtoanthpt489/

Hoặc Facebook: Nguyễn Vương ☞ https://www.facebook.com/phong.baovuong

Tham gia ngay: Nhóm Nguyễn Bào Vương (TÀI LIỆU TOÁN) ☞ https://www.facebook.com/groups/703546230477890/

Ấn sub kênh Youtube: Nguyễn Vương
☞ **https://www.youtube.com/channel/UCQ4u2J5gIEI1iRUbT3nwJfA?view_as=subscriber**

Tải nhiều tài liệu hơn tại: http://diendangiaovientoan.vn/

ĐỂ NHẬN TÀI LIỆU SỚM NHẤT NHÉ!

Nguyễn Bảo Vương