

A. $S = 3$

B. $S = -1$

C. $S = 0$

D. $S = 1$

Bài 12. Tính tổng S tất cả các nghiệm của phương trình : $15x.5^x = 5^{x+1} + 27x + 23$. Khi đó S :

A. $S = 2$

B. $S = -1$

C. $S = 0$

D. $S = 1$

Bài 13. Số nghiệm thực của phương trình : $\ln \frac{\sqrt{x^2+80}}{3^x} = 2.3^{x+1} - 2\sqrt{x^2+80} + \ln 3$ là :

A. 0

B. 1

C. 2

D. 3

Bài 14. Biết phương trình $\log_5 \frac{2\sqrt{x}+1}{x} = 2\log_3 \left(\frac{\sqrt{x}}{2} - \frac{1}{2\sqrt{x}} \right)$ có một nghiệm dạng $x = a + b\sqrt{2}$ với

$a, b \in \mathbb{N}$ Tính $S = 2a + b$

A. $S = 3$

B. $S = 4$

C. $S = 8$

D. $S = 5$

Bài 15. (HSG 12-2015-2016) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} (x-y)(x^2+xy+y^2-2) = 2\ln \frac{y+\sqrt{y^2+1}}{x+\sqrt{x^2+1}} \\ (x-2)\log_3 x + y\log_3 y = x+1 \end{cases}$$

ĐS: $S = \left\{ (3;3); \left(\frac{1}{3}; \frac{1}{3} \right) \right\}$

Bài 16. Cho phương trình : $\frac{1}{2}\log_2(x+2) + x + 3 = \log_2\left(\frac{2x+1}{x}\right) + \left(1 + \frac{1}{x}\right)^2 + 2\sqrt{x+2}$. Gọi S là tổng tất cả các nghiệm của phương trình, khi đó S bằng :

A. $S = 2$

B. $S = -2$

C. $S = \frac{1-\sqrt{13}}{2}$

D. $S = \frac{1+\sqrt{13}}{2}$

Bài 17. Gọi $x_0 = \frac{a+b\sqrt{3}}{c} > 1$ là nghiệm của phương trình $2x \left[\left(\sqrt{3} \right)^{\frac{1}{x}} - \left(\frac{1}{3} \right)^{1-x} + 1 \right] = 2x^2 - 1$. Giá trị

$P = a + b + c$ bằng :

A. $P = 6$

B. $P = 0$

C. $P = 2$

D. $P = 4$

Bài 18. Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa : $0 \leq x \leq 2020$ và $\log_2(4x+4) + x = y + 1 + 2^y$

A. 10

B. 4

C. 11

D. 2020

Bài 19. Cho bất phương trình : $242^{10-x^2-y^2} + (9-x^2-y^2)2^{4x^2+6y^2} \geq (x^2+y^2-9)(4x^2+6y^2) + 242$. Tập hợp các cặp $(x; y)$ thỏa bpt trên tạo thành một hình phẳng. Tính diện tích S của hình phẳng trên ?

A. $S = 10\pi$

B. $S = 9\pi$

C. $S = 242$

D. $S = 9$

Bài 20. Có bao nhiêu bộ $(x; y)$ với x, y là các số nguyên thỏa : $1 \leq x, y \leq 243$ và

$9\log_3(9x^2) = 3^{xy} + 9x(y-x)$

A. 1

B. 12

C. 3

D. 243

Bài 21. Có bao nhiêu bộ nguyên dương $(x; y)$ thỏa : $\log_{\sqrt{2}} \frac{x+y+20}{x^2+y^2+6y} = x^2 + y^2 - 2x + 4y - 42$

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

Bài 22. Giải bất phương trình : $2021^{\sqrt{2(x-1)}+1} - 2021^x \leq x^2 - 4x + 3$

ĐS: $x \in [3; +\infty)$

Bài 23. Có bao nhiêu số nguyên dương x sao cho tồn tại số nguyên dương y thỏa mãn điều kiện

$\log_3(2x-2y+1)(x+2y) + 3.9^{x-y} = 27^{\frac{1}{x+2y}} + 1$

A. 1

B. 2021

C. 2

D. 2020

Bài 24. Có bao nhiêu cặp số nguyên dương $(x; y)$ thỏa mãn $\log_2 [(x+1)(y+1)]^{y+1} = 4 - (x-1)(y+1)$

A. 2

B. 1

C. 3

D. 9

Bài 25. Số nghiệm thực của phương trình : $6^x = 3 \log_6 (5x+1) + 2x+1$

A. 1

B. 0

C. 2

D. 3

Bài 26. Cho $x, y > 0$. Giải hệ phương trình :
$$\begin{cases} (y+1) \log_4 [(x+1)(y+1)] = 16 - (x-1)(y+1) \\ 4x^2 + 7xy - 3x + y^2 = 99 \end{cases}$$

Bài 27. Có bao nhiêu cặp số $(x; y)$ thỏa $0 \leq x \leq 2020$ và $2(x + \ln(x+1)) + x^2 + 1 = y + e^y$

A. 0

B. 1

C. 7

D. 8

Bài 28. Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa $1 \leq x^2 + x \leq 2020$ và $\log x + \log(x+1) + x^2 + x = y + 10^y$

A. 0

B. 4

C. 2

D. 8

Bài 29. Có bao nhiêu cặp số $(x; y)$ thuộc đoạn $[1; 2020]$ thỏa mãn y là số nguyên và $x + \ln x = y + e^y$

A. 2021

B. 2020

C. 7

D. 6

Bài 30. Trong hệ trục tọa độ Oxy cho điểm $M(x; y)$ với $x, y \in \mathbb{Z} : -6 < x < 6, y \neq 0$ thỏa mãn phương trình

$$3^{9y^2} - \frac{3^{36}}{3^{x^2}} = \log_3 \left(\frac{36 - x^2}{y^2} \right). \text{ Hỏi có bao nhiêu điểm } M \text{ thỏa yêu cầu trên ?}$$

A. 4

B. 3

C. 1

D. 2

3) **BÀI TOÁN GIÁ TRỊ LỚN NHẤT – NHỎ NHẤT**

Bài 1. Cho hai số $x, y > 0$ thỏa mãn $\log_5 [(x+2)(y+1)]^{y+1} = 125 - (x-1)(y+1)$. Giá trị nhỏ nhất của

$P = x + 5y$ là :

A. $P = 125$

B. $P = 57$

C. $P = 43$

D. $P = 25$

Bài 2. Cho hai số $x, y > 0$ thỏa mãn $\frac{x+y}{10} + \log \left(\frac{1}{2x} + \frac{1}{2y} \right) = 1 + 2xy$. Giá trị nhỏ nhất của $P = \frac{4}{x^2} + \frac{1}{y^2}$ là :

A. $P = 420$

B. $P = 360$

C. $P = 400$

D. $P = 320$

Bài 3. Cho hai số $x, y \geq 1$ và $\log_3 \left(\frac{x+y}{4xy} \right) = 4xy - 3(x+y) - 1$. Giá trị lớn nhất của biểu thức

$$P = x^2 + y^2 - 3 \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} \right) \text{ thuộc tập nào sau đây ?}$$

A. $[5; 9)$

B. $[-5; 0)$

C. $[0; 5)$

D. $[9; +\infty)$

Bài 4. Cho hai số $x, y > 0$ thỏa mãn $2^{2xy+x+y} = \frac{8-8xy}{x+y}$. Khi biểu thức $P = 2xy^2 + xy$ đạt GTLN thì giá trị

của $T = 3x + 2y$ bằng :

A. $T = 5$

B. $T = 4$

C. $T = 3$

D. $T = 2$

Bài 5. Cho hai số thực x, y thỏa $\log_2 \left(\frac{2-x}{2+x} \right) - \log_2 y = 2x + 2y + xy - 5$. Giá trị nhỏ nhất của

$P = x^2 + y^2 + xy$ bằng :

A. $P = 30 - 20\sqrt{2}$

B. $P = 33 - 22\sqrt{2}$

C. $P = 24 - 12\sqrt{2}$

D. $P = 36 - 24\sqrt{2}$

Bài 6. Cho hai số $x, y > 0$ thỏa mãn $\log_2 \left(\frac{3x+3y+4}{x^2+y^2} \right) = (x+y-1)(2x+2y-1) - 4(xy+1)$. Giá trị lớn nhất

của $P = x + y$ bằng :

A. 4

B. 3

C. 1

D. 2

Bài 7. Cho các số thực $x, y \geq -1$ thỏa $x.3^{2x+y} = (y+1)3^{2y-x}$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = xy - x^2$ bằng

A. $\frac{1}{8}$

B. $-\frac{1}{8}$

C. $\frac{1}{4}$

D. $-\frac{1}{4}$

Bài 8. Cho các số thực x, y thỏa mãn $5 + 16.4^{x^2-2y} = (5 + 16^{x^2-2y}).7^{2y-x^2+2}$. Gọi M, m lần lượt là

GTLN, GTNN của biểu thức $P = \frac{10x+6y+25}{2x+2y+5}$. Tính $M + m$

A. $\frac{19}{2}$

B. $\frac{21}{2}$

C. 10

D. 15

Bài 9. Cho hai số $x, y > 0$ thỏa mãn $\log_{\sqrt{3}} \frac{x+y}{x^2+y^2+xy+2} = x(x-3) + y(y-3) + xy$. Tìm giá trị lớn nhất

của biểu thức $P = \frac{3x+2y+1}{x+y+6}$

A. 4

B. 3

C. 1

D. 2

Bài 10. Cho các số thực x, y, z thỏa mãn $\log_{16} \frac{x+y+z}{2x^2+2y^2+2z^2+1} = x(x-2) + y(y-2) + z(z-2)$. Tổng của

GTLN và GTNN của biểu thức $P = \frac{x+y-z}{z+y+z}$ bằng :

A. $\frac{1}{3}$

B. $-\frac{1}{3}$

C. $\frac{2}{3}$

D. $-\frac{2}{3}$

Bài 11. Cho $x, y > 0$ thỏa : $2(x^2 + y^2 + 4) + \log_2 \left(\frac{2}{x} + \frac{2}{y} \right) = \frac{1}{2}(xy-4)^2$. Khi $x+4y$ đạt GTNN thì $\frac{x}{y}$ bằng :

A. 2

B. 4

C. $\frac{1}{2}$

D. $\frac{1}{4}$

Bài 12. Cho các số thực a, b thỏa $\log_{a^2+b^2+20} (6a+8b-4) = 1$ và các số thực c, d thỏa

$\ln(2c + \sqrt{1+4c^2}) + \ln(d + \sqrt{1+d^2}) \leq 0$. Tìm GTNN của $T = (a-2c)^2 + (b-d)^2$

A. $\frac{51-14\sqrt{2}}{2}$

B. $2\sqrt{5}-1$

C. $\frac{7}{\sqrt{2}}-1$

D. $21-4\sqrt{5}$

Bài 13. Cho các số thực a, b thỏa : $\log_{a^2+b^2+20} (6a+8b-4) = 1$ và các số thực dương c, d thỏa :

$(c+d)\log_3(2c+d) + 2c^2 + 3cd + d^2 - 4c - 4d = 0$. Tìm GTNN của $T = (a-2c)^2 + (b-d)^2$

A. $5+3\sqrt{2}$

B. $9-4\sqrt{2}$

C. $6+3\sqrt{2}$

D. $2\sqrt{2}-1$

Bài 14. Cho các số thực $a, b > 0$: $\log_2 \frac{4040-2b^2}{a^2+b^2+2019} = a^2+2b^2$. Tìm GTNN của $P = \frac{a}{b^2} + \frac{2\sqrt{3}}{2a^2+b^2}$

A. $\frac{3\sqrt{3}}{2}$

B. $\frac{3\sqrt{3}}{4}$

C. $3\sqrt{3}$

D. $\sqrt{3}$

Bài 15. Cho $0 \leq x, y \leq 1$ thỏa : $2018^{1-x-y} = \frac{x^2+2019}{y^2-2y+2020}$. Gọi M, m lần lượt là GTLN, GTNN của

$P = (4x^2+3y)(4y^2+3x) + 25xy$. Giá trị $M+m$ bằng :

A. $\frac{136}{3}$

B. $\frac{391}{16}$

C. $\frac{383}{16}$

D. $\frac{25}{2}$

Bài 16. Cho hai số $x, y > 0$ thỏa mãn $(x+y)^3 + x + y + \log_2 \frac{x+y}{1-xy} = 8(1-xy)^3 - 2xy + 3$. Tìm GTNN của

biểu thức $P = x + 3y$

A. $\frac{1+\sqrt{15}}{2}$

B. $\frac{3+\sqrt{15}}{2}$

C. $\sqrt{15}-2$

D. $\frac{3+2\sqrt{15}}{6}$

4) PHƯƠNG TRÌNH – HỆ PHƯƠNG TRÌNH – BẤT PHƯƠNG TRÌNH CÓ THAM SỐ

Bài 1. Cho hai số $x, y > 0$ thỏa mãn $5x + y = 4$. Tổng các giá trị nguyên dương của tham số m để phương

trình $\log_3 \frac{x^2 + 2y + m}{x + y} + x^2 - 3x - y + m - 1 = 0$ có nghiệm là :

A. 10

B. 5

C. 9

D. 2

Bài 2. Cho phương trình $5^x + m = \log_5(x - m)$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in (-20; 20)$ để phương trình có nghiệm ?

A. 20

B. 19

C. 9

D. 21

Bài 3. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để bất phương trình $\log_3 \frac{x^2 - 4x + m}{x^2 + x + 2} \leq 2x^2 + 7x + 7 - m$ nghiệm đúng với mọi $x \in [1; 5]$?

A. 11

B. 9

C. 10

D. 12

Bài 4. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương nhỏ hơn 2018 của tham số m để phương trình

$\log_2(m + \sqrt{m + 2^x}) = 2x$ có nghiệm thực ?

A. 2017

B. 2016

C. 1005

D. 1004

Bài 5. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m ($|m| < 10$) để phương trình $2^{x-1} = \log_4(x + 2m) + m$ có nghiệm thực ?

A. 9

B. 10

C. 5

D. 4

Bài 6. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $\ln(m + \ln(x + m)) = x$ có nhiều nghiệm nhất .

A. $m \geq 0$

B. $m > 1$

C. $m < e$

D. $m \geq -1$

Bài 7. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để tồn tại cặp số $(x; y)$ thỏa $e^{3x+5y} - e^{x+3y+1} = 1 - 2x - 2y$ và $\log_3^2(3x + 2y - 1) - (m + 6)\log_3 x + m^2 + 9 = 0$

A. 6

B. 5

C. 8

D. 7

Bài 8. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $\log_2 \frac{3x^2 + 3x + m + 1}{2x^2 - x + 1} = x^2 + 5x + 2 - m$ có hai nghiệm lớn hơn 1 ?

A. 3

B. 2

C. 4

D. vô số

Bài 9. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để phương trình

$\log_2 \frac{\sqrt{2x^2 + mx + 1}}{x + 2} + \sqrt{2x^2 + mx + 1} = x + 2$ có hai nghiệm thực phân biệt

A. 3

B. 2

C. 1

D. 4

Bài 10. Cho phương trình $27^x + 3x.9^x + (3x^2 + 1).3^x = (m^3 - 1)x^3 + (m - 1)x$. Biết rằng giá trị tham số m nhỏ nhất để phương trình đã cho có nghiệm trên $(0; +\infty)$ là $a + e.\ln b$ với $a, b \in \mathbb{Z}$. Giá trị của $T = 17a + 3b$ bằng ?

A. 26

B. 15

C. 54

D. 18

Bài 11. Cho phương trình $2^{(x-1)^2} . \log_2(x^2 - 2x + 3) = 4^{|x-m|} . \log_2(2|x-m| + 2)$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in [-2019; 2019]$ để phương trình có đúng hai nghiệm phân biệt ?

A. 4036

B. 4034

C. 4038

D. 4040

Bài 12. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số $m \in [-10; 10]$ để bất phương trình

$$\log_3 \frac{2x^2 + x + m + 1}{x^2 + x + 1} \geq 2x^2 + 4x + 5 - 2m \text{ có nghiệm. Số phần tử của } S \text{ bằng ?}$$

A. 20

B. 10

C. 15

D. 5

Bài 13. Cho hai số thực x, y thỏa : $2^{2|y|-x^2} = \log_{2|y|+1} x$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in [-40; 40]$

để tồn tại duy nhất một số thực x thỏa mãn $4y^2 - 10x^2 - mx - 1 = 0$.

A. 51

B. 52

C. 53

D. 31