

CHỦ ĐỀ 3. CON LẮC ĐƠN

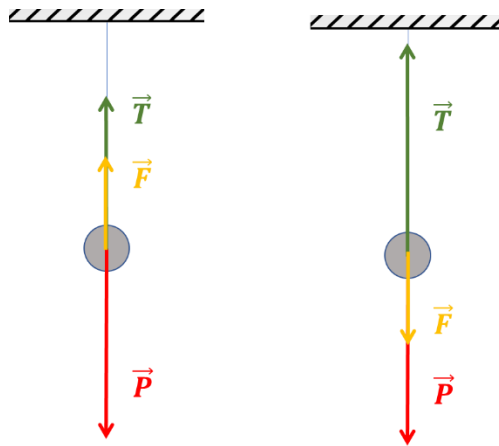
Phần 1. Con lắc đơn chịu tác dụng của ngoại lực khác trọng lực và lực căng dây

Ngoài trọng lực và lực căng dây con lắc đơn còn có thể chịu tác dụng của ngoại lực khác như: lực tĩnh điện, lực đẩy Archimedes, ...

Khi chưa có trường lực ngoài thì con lắc dao động với chu kỳ $T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$.

Khi con lắc chịu thêm tác dụng của ngoại lực \vec{F} , ta coi như con lắc chỉ chịu tác dụng của lực căng dây và trọng lực biểu kiến với: $\vec{P}' = \vec{P} + \vec{F}$. Khi đó gia tốc trọng trường biểu kiến: $\vec{g}' = \vec{g} + \frac{\vec{F}}{m}$.

1.1. Lực \vec{F} tác dụng theo phương trọng lực

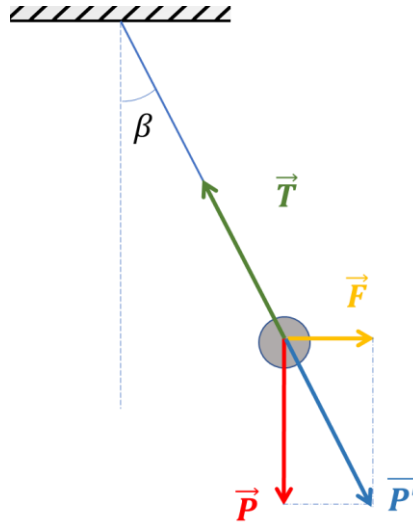


Trường hợp ngoại lực \vec{F} tác dụng theo phương trọng lực ta có $\vec{g}' = \vec{g} + \frac{\vec{F}}{m} \rightarrow \begin{cases} \vec{F} \uparrow \uparrow \vec{g} \Rightarrow g' = g + \frac{F}{m} \\ \vec{F} \uparrow \downarrow \vec{g} \Rightarrow g' = g - \frac{F}{m} \end{cases}$.

Vị trí cân bằng của con lắc không có sự thay đổi so với khi chưa chịu tác dụng của \vec{F} . Nếu được kích thích dao động, con lắc dao động quanh VTCB với chu kỳ $T' = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g'}}$.

1.2. Lực \vec{F} tác dụng theo phương vuông góc trọng lực

Trường hợp ngoại lực \vec{F} tác dụng theo phương vuông góc trọng lực tại vị trí cân bằng mới dây treo lệch góc β so với phương thẳng đứng.



Tại VTCB mới: $\vec{P} + \vec{T} + \vec{F} = \vec{0}$

$$\Rightarrow \tan \beta = \frac{F}{P} \Rightarrow \beta = \arctan\left(\frac{F}{P}\right).$$

$$\text{Độ lớn trọng lực biểu kiến: } P' = \sqrt{P^2 + F^2} \Rightarrow g' = \sqrt{g^2 + \left(\frac{F}{m}\right)^2} = \frac{g}{\cos \beta}.$$

Lúc này nếu được kích thích cho dao động điều hoà, con lắc dao động quanh vị trí cân bằng mới với chu kỳ

$$T' = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g'}}.$$

1.3. Mở rộng

Tương tự nếu ngoại lực \vec{F} tác dụng theo hướng bất kỳ ta cũng áp dụng điều kiện cân bằng để xác định vị trí cân bằng mới của con lắc đơn và độ lớn gia tốc biểu kiến với $\vec{g}' = \vec{g} + \frac{\vec{F}}{m}$.

Câu 1. Khảo sát dao động điều hòa của một con lắc đơn, vật dao động nặng 200 g, tích điện $q = -400 \mu\text{C}$ tại nơi có gia tốc trọng trường 10 m/s^2 . Khi chưa có điện trường chu kì dao động điều hòa là T . Khi có điện trường đều phương thẳng đứng thì chu kì dao động điều hòa là $2T$. Điện trường đều

- A. hướng xuống và $E = 7,5 \text{ kV/m}$.
 B. hướng lên và $E = 7,5 \text{ kV/m}$.
 C. hướng xuống và $E = 3,75 \text{ kV/m}$.
 D. hướng lên và $E = 3,75 \text{ kV/m}$.

Câu 2. Con lắc đơn gồm vật nặng có khối lượng 100 g, mang điện tích 10^{-5} C đang dao động điều hòa với biên độ góc 6° . Lấy $g = 10 \text{ m/s}^2$. Khi vật dao động đi qua vị trí cân bằng người ta thiết lập một điện trường đều theo phương thẳng đứng, hướng lên với độ lớn 25 kV/m thì biên độ góc sau đó là

- A. 3° .
 B. $4\sqrt{3}^\circ$.
 C. $6\sqrt{2}^\circ$.
 D. 6° .

Câu 3. Trong một điện trường đều có hướng ngang treo một con lắc đơn gồm sợi dây có chiều dài 1 m, quả nặng có khối lượng 100 g được tích điện q . Khi ở vị trí cân bằng, phương dây treo lệch so với phương thẳng đứng một góc 30° . Lấy $g = 10 \text{ m/s}^2$. Bỏ qua mọi ma sát. Kích thích cho con lắc dao động điều hòa trong mặt phẳng thẳng đứng với cơ năng $10/\sqrt{3} \text{ mJ}$ (mốc thế năng tại vị trí cân bằng). Biên độ góc của con lắc là

- A. 0,1 rad. B. 0,082 rad. C. 0,12 rad. D. 0,09 rad.

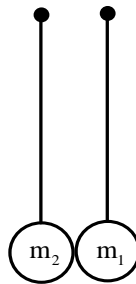
Câu 4. Một con lắc đơn gồm vật nhỏ có khối lượng 200 g mang điện tích 10^{-5} C đang dao động điều hòa tại nơi có $g = \pi^2 \text{ m/s}^2 = 10 \text{ m/s}^2$ với chu kì $T = 2 \text{ s}$ và biên độ góc 8° . Khi con lắc ở biên dương thì điện trường đều với vector cường độ điện trường hướng theo phương ngang cùng chiều với chiều dương của trục tọa độ và có độ lớn $4 \cdot 10^4 \text{ V/m}$. Tìm tốc độ cực đại của vật nhỏ sau khi có điện trường.

- A. 0,590 m/s. B. 0,184 m/s. C. 2,87 m/s. D. 1,071 m/s.

Câu 5. Một con lắc đơn gồm vật nhỏ có khối lượng m mang điện tích $q > 0$ đang dao động điều hòa tại nơi có gia tốc trọng trường g với biên độ góc α_{\max} . Khi con lắc có li độ góc $0,5 \alpha_{\max}$ thì điện trường đều với vector cường độ điện trường hướng theo phương thẳng đứng xuống dưới có độ lớn E sao cho $2qE = mg$. Biên độ góc sau khi có điện trường là

- A. $1,5 \alpha_{\max}$. B. $0,75 \alpha_{\max}$. C. $0,5\sqrt{3} \alpha_{\max}$. D. $0,25\sqrt{6} \alpha_{\max}$.

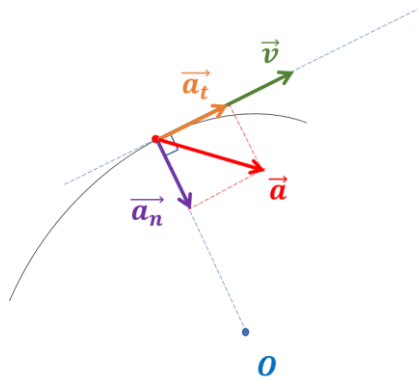
Câu 6. Hai con lắc đơn có cùng chiều dài 0,9 m được treo sao cho hai quả cầu sát nhau như hình vẽ. Quả cầu m_2 có khối lượng 100 g và được tích điện tích 10^{-5} C , quả cầu m_1 nặng 200 g làm bằng chất điện môi. Hệ được đặt trong điện trường đều có độ lớn $10^5 \sqrt{3} \text{ V/m}$, có hướng ngang sao cho hai quả cầu tách xa nhau. Khi hệ cân bằng, người ta tắt điện trường đi. Coi va chạm hai quả cầu là đàn hồi (động lượng bảo toàn, động năng bảo toàn). Lấy $g = 10 \text{ m/s}^2$. Góc cực đại hợp bởi hai dây treo của hai con lắc gần giá trị nào nhất sau đây?



- A. 19° . B. 58° . C. 39° . D. 22° .

Phần 2. GIA TỐC TOÀN PHẦN CỦA CON LẮC ĐƠN

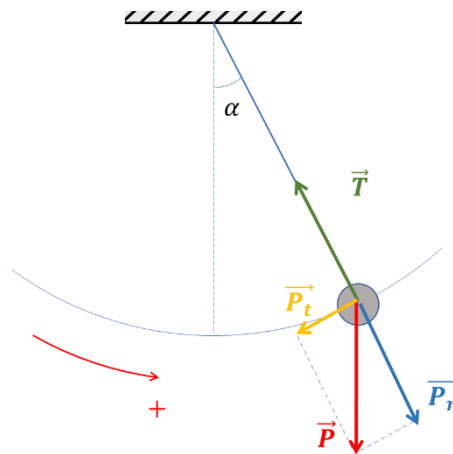
Xét chất điểm chuyển động trên quỹ đạo cong



Gia tốc của chất điểm gồm:

- Gia tốc tiếp tuyến \vec{a}_t có hướng tiếp tuyến với quỹ đạo $\vec{a}_t = \frac{d\vec{v}}{dt}$. Gia tốc tiếp tuyến đặc trưng cho độ biến đổi về độ lớn của vận tốc theo thời gian.
- Gia tốc pháp tuyến \vec{a}_n có hướng pháp tuyến với quỹ đạo $\vec{a}_n = \frac{v^2}{R} \cdot \vec{n}$. Gia tốc pháp tuyến đặc trưng cho độ biến đổi về hướng của vận tốc theo thời gian.
- Gia tốc toàn phần của chất điểm $\vec{a} = \vec{a}_t + \vec{a}_n$. Độ lớn của gia tốc toàn phần $a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2}$.

Xét con lắc đơn dao động điều hoà với biên độ góc α_0 , lực thành phần \vec{P}_t là lực kéo về và có giá trị đại số: $P_t = -mg \sin \alpha$.



Vận tốc của con lắc tại thời điểm có li độ góc α : $v = \sqrt{2gl(\cos \alpha - \cos \alpha_0)}$

Gia tốc toàn phần của con lắc đơn: $\vec{a} = \vec{a}_t + \vec{a}_n$. Trong đó, độ lớn các gia tốc thành phần

$$\begin{cases} a_t = \frac{P_t}{m} = g \sin \alpha \\ a_n = \frac{v^2}{\ell} = 2g(\cos \alpha - \cos \alpha_0) \end{cases}$$

Như vậy, độ lớn gia tốc tổng hợp: $a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2}$.

Trường hợp con lắc dao động với biên độ nhỏ ($\alpha_0 \leq 10^\circ$) ta có $\sin \alpha \approx \alpha$ và $1 - \cos \alpha \approx \frac{\alpha^2}{2}$ với α tính theo đơn vị radian.

Khi đó $\begin{cases} a_t = g\alpha \\ a_n = g(\alpha_0^2 - \alpha^2) \end{cases}$.

Câu 7. Một con lắc đơn có khối lượng vật nặng là m , sợi dây mảnh tại nơi có gia tốc trọng trường là g . Từ vị trí cân bằng kéo vật sao cho dây treo hợp với phương thẳng đứng góc 45° rồi thả nhẹ. Bỏ qua mọi lực cản. Khi độ lớn gia tốc của con lắc có giá trị nhỏ nhất là

- A. g . B. $g/\sqrt{3}$. C. $g\sqrt{2/3}$. D. 0.

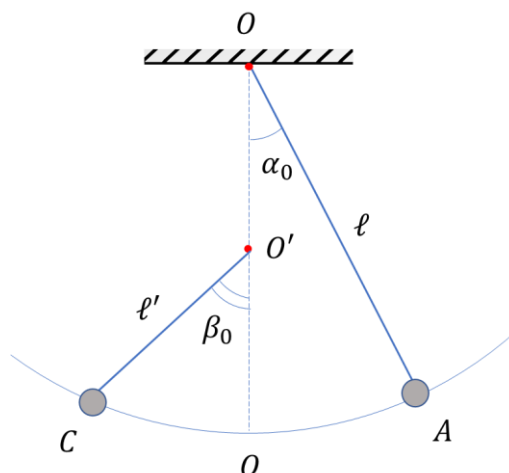
Câu 8. Một con lắc đơn có khối lượng vật nặng là m , sợi dây mảnh, với biên độ góc 0,1 rad, tại nơi có gia tốc trọng trường là $g = 10 \text{ m/s}^2$. Khi vật có li độ dài $8\sqrt{3} \text{ cm}$ thì có vận tốc 20cm/s. Độ lớn gia tốc của vật khi nó qua li độ 8 cm là:

- A. $0,075 \text{ m/s}^2$. B. $0,506 \text{ m/s}^2$. C. $0,5 \text{ m/s}^2$. D. $0,07 \text{ m/s}^2$.

Phần 3. BÀI TOÁN CON LẮC VƯỚNG ĐỈNH VÀ DÂY TREO BỊ ĐÚT

3.1. Bài toán con lắc vướng đỉnh

Xét con lắc đơn dao động điều hoà với biên độ góc α_0 khi qua VTCB dây treo con lắc bị vướng vào đỉnh tại vị trí O' như hình vẽ. Sau khi vướng vào đỉnh phần chiều dài dây treo còn lại của con lắc là $\ell' = \ell - OO'$, biên độ góc của con lắc đơn sau khi vướng đỉnh là β_0 .



Trước khi vướng đỉnh con lắc dao động với chu kỳ $T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$, sau khi vướng đỉnh con lắc dao động với chu kỳ $T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{\ell'}{g}}$.

Xét trong nửa chu kỳ đầu:

- Con lắc dao động từ A đến O trong khoảng thời gian: $\frac{T_1}{4}$
- Con lắc dao động từ O đến C trong khoảng thời gian: $\frac{T_2}{4}$

Như vậy, chu kỳ dao động toàn phần của con lắc đơn: $T = 2\left(\frac{T_1}{4} + \frac{T_2}{4}\right) = \frac{T_1}{2} + \frac{T_2}{2}$.

Để xác định biên độ góc của con lắc sau khi vướng đỉnh ta áp dụng định luật bảo toàn cơ năng cho con lắc tại A và C:

$$W_A = W_C$$

$$\Leftrightarrow mg\ell(1 - \cos \alpha_0) = mg\ell'(1 - \cos \beta_0)$$

$$\Leftrightarrow \ell(1 - \cos \alpha_0) = \ell'(1 - \cos \beta_0)$$

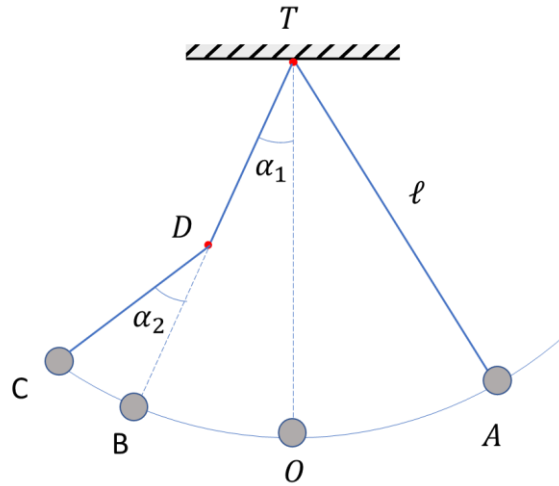
Trường hợp con lắc đơn dao động với biên độ bé, ta có $1 - \cos \alpha \approx \frac{\alpha^2}{2}$. Như vậy phương trình trên được viết

$$\text{gọn lại thành } \ell\alpha_0^2 = \ell'\beta_0^2 \Rightarrow \beta_0 = \sqrt{\frac{\ell}{\ell'}} \cdot \alpha_0$$

Câu 9. Một con lắc đơn đang dao động điều hoà với biên độ góc bằng 5° . Khi vật nặng đi qua vị trí cân bằng thì người ta giữ chặt điểm chính giữa của dây treo, sau đó vật tiếp tục dao động điều hoà với biên độ góc α_0 . Giá trị của α_0 bằng

- A. $7,1^\circ$. B. 10° . C. $3,5^\circ$. D. $2,5^\circ$.

Câu 10. Một con lắc đơn có chiều dài 1,92m treo vào điểm T cố định. Từ vị trí cân bằng O, kéo con lắc về phía bên phải đến A rồi thả nhẹ. Mỗi khi vật nhỏ đi từ phải sang trái ngang qua B thì dây bị vướng vào đỉnh nhỏ tại D, vật dao động trên quỹ đạo AOBC (được minh hoạ như hình bên). Biết $TD = 1,28\text{m}$, $\alpha_1 = \alpha_2 = 4^\circ$. Bỏ qua mọi ma sát. Lấy $g = \pi^2 = 10\text{m/s}^2$. Chu kỳ dao động của con lắc là



A. 2,26 s.

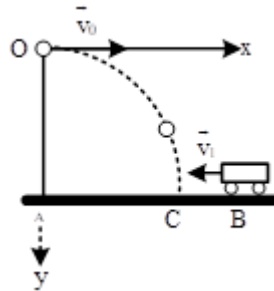
B. 2,61 s.

C. 1,60 s.

D. 2,77 s.

3.2. Chuyển động của vật nặng sau khi dây treo bị đứt

Câu 11. Một con lắc đơn có chiều dài 0,4 m được treo vào trần nhà cách mặt sàn nằm ngang 3,6 m. Con lắc đơn dao động điều hòa với biên độ góc 0,1 rad, tại nơi có gia tốc trọng trường 10 m/s^2 . Khi vật nặng con lắc đi qua vị trí thấp nhất (điểm O) thì dây bị đứt. Trên sàn có một xe lăn chuyển động với vận tốc 2,8 m/s hướng về phía vật rơi. Lúc dây đứt xe ở vị trí B như hình vẽ. Bỏ qua mọi ma sát, muốn vật rơi trúng vào xe thì AB bằng bao nhiêu?



A. 2,08 m.

B. 2,40 m.

C. 2,55 m.

D. 2,10 m

Câu 12. Một con lắc đơn gồm quả cầu nhỏ nặng $m = 0,2 \text{ kg}$ và sợi dây nhẹ không dãn có chiều dài 1 (m). Từ vị trí cân bằng của quả cầu truyền cho nó một động năng W_0 để nó dao động trong mặt phẳng thẳng đứng. Bỏ qua ma sát và lấy gia tốc trọng trường là $10 \text{ (m/s}^2)$. Khi quả cầu đi lên đến điểm B ứng với li độ góc 30° (điểm B cách mặt đất 1,8 m) thì dây bị tuột ra. Trong mặt phẳng dao động từ điểm B nếu căng một sợi dây nghiêng với mặt đất một góc 30° thì quả cầu sẽ rơi qua trung điểm của sợi dây. Tìm W_0 .

A. 1,628 J.

B. 1,827 J.

C. 0,6 J.

D. 1,168 J.

--- HẾT ---