TÀI LIỆU DÀNH CHO ĐỐI TƯỢNG HỌC SINH KHÁ – MỨC 7-8 ĐIỂM

Dạng 1. Xác định phương trình đường thẳng

1. _Dạng 1_. _Viết phương trình đường thẳng d dạng tham số và dạng chính tắc (nếu có), biết d đi qua điểm $M(x_\circ;y_\circ;z_\circ)$ và có véctơ chỉ phương $\vec{u}_d=(a_1;a_2;a_3)$._

Phương pháp. Ta có: $d:\begin{cases}\bullet\ \text{Qua } M(x_\circ;y_\circ;z_\circ)\\ \bullet\ VTCP:\vec{u}_d=(a_1;a_2;a_3)\end{cases}$

Phương trình đường thẳng d **dạng tham số** $\boxed{d:\begin{cases}x=x_\circ+a_1t\\ y=y_\circ+a_2t\\ z=z_\circ+a_3t\end{cases}}, (t\in\mathbb{R}).$

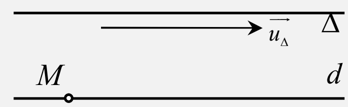
Phương trình đường thẳng d **dạng chính tắc** $\boxed{d:\dfrac{x-x_\circ}{a_1}=\dfrac{y-y_\circ}{a_2}=\dfrac{z-z_\circ}{a_3}}, (a_1a_2a_3\neq 0).$

2. _Dạng 2_. _Viết phương trình tham số và chính tắc (nếu có) của đường thẳng d đi qua A và B._

Phương pháp. Đường thẳng $d:\begin{cases}\bullet\ \text{Qua } A\ (\text{hay } B)\\ \bullet\ VTCP:\vec{u}_d=\overrightarrow{AB}\end{cases}$ **_(dạng 1)_**

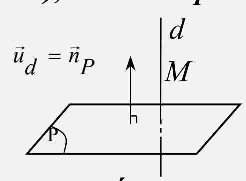
3. _Dạng 3_. _Viết phương trình đường thẳng d dạng tham số và chính tắc (nếu có), biết d đi qua điểm M và song song với đường thẳng Δ._

Phương pháp. Ta có $d:\begin{cases}\bullet\ \text{Qua } M(x_\circ;y_\circ;z_\circ)\\ \bullet\ VTCP:\overrightarrow{u_d}=\overrightarrow{u_\Delta}\end{cases}$ **_(dạng 1)_**



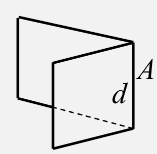
4. _Dạng 4_. _Viết phương trình đường thẳng d dạng tham số và chính tắc (nếu có), biết d đi qua điểm M và vuông góc với mặt phẳng $(P):ax+by+cz+d=0$._

Phương pháp. Ta có $d:\begin{cases}\bullet\ \text{Qua } M\\ \bullet\ VTCP:\vec{u}_d=\vec{n}_{(P)}=(a;b;c)\end{cases}$ **_(dạng 1)_**



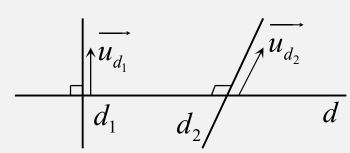
5. _Dạng 5_. _Viết phương trình tham số và chính tắc của đường thẳng d là giao tuyến của hai mặt phẳng (P) và (Q) cho trước._

Phương pháp. Ta có $d:\begin{cases}\bullet\ \text{Qua } A=(P)\cap(Q)\\ \bullet\ VTCP:\vec{u}_d=[\vec{n}_{(P)},\vec{n}_{(Q)}]\end{cases}$ **_(dạng 1)_**



6. _Dạng 6_. _Viết phương trình tham số và chính tắc (nếu có) của đường thẳng d đi qua điểm M và vuông góc với hai đường thẳng d_1, d_2 cho trước._

Phương pháp. Ta có $d:\begin{cases}\bullet\ \text{Qua } M\\ \bullet\ VTCP:\vec{u}_d=[\vec{u}_{d_1},\vec{u}_{d_2}]\end{cases}$ **_(dạng 1)_**



7. _Dạng 7_. _Viết phương trình đường thẳng d qua M và song song với hai mặt phẳng (P), (Q)._

Phương pháp. Ta có $d:\begin{cases}\bullet\ \text{Qua } M\\ \bullet\ VTCP:\vec{u}_d=[\vec{n}_P,\vec{n}_Q]\end{cases}$ **_(dạng 1)_**

8. _Dạng 8_. _Viết phương trình đường thẳng d qua M, vuông góc đường d' và song song mặt (P)._

Phương pháp. Ta có $d:\begin{cases}\bullet\ \text{Qua } M\\ \bullet\ VTCP:\vec{u}_d=[\vec{u}_{d'},\vec{n}_P]\end{cases}$ **_(dạng 1)_**

9. ***Dạng 9**. Viết phương trình đường thẳng d nằm trong mặt (P), song song mặt (Q) và qua M.*

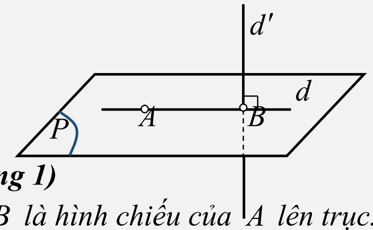
Phương pháp. Ta có $d:\begin{cases}\bullet\ Qua\ M\\ \bullet\ VTCP: \vec{u}_d=[\vec{n}_P,\vec{n}_Q]\end{cases}$ ***(dạng 1)***

10. ***Dạng 10**. Viết phương trình đường thẳng d đi qua điểm A, vuông góc và cắt đường thẳng d'.*

Phương pháp.

Viết phương trình mặt phẳng (P) qua A, vuông góc d'.

Nghĩa là mặt phẳng $(P):\begin{cases}\bullet\ Qua\ A\\ \bullet\ VTPT: \vec{n}_P=\vec{u}_{d'}\end{cases}$.



Tìm $B=d'\cap(P)$. Suy ra đường thẳng d qua A và B ***(dạng 1)***

***Lưu ý**: Trường hợp d' là các trục tọa độ thì $d\equiv AB$, với B là hình chiếu của A lên trục.*

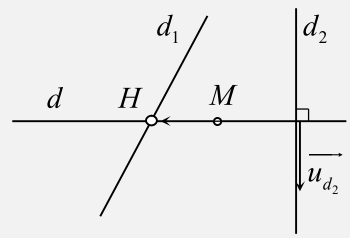
11. ***Dạng 11**. Viết phương trình tham số và chính tắc (nếu có) của đường thẳng d đi qua điểm M và cắt đường thẳng d_1 và vuông góc d_2 cho trước.*

Phương pháp. Giả sử $d\cap d_1=H,\ (H\in d_1,\ H\in d)$

$\Rightarrow H(x_1+a_1t;\ x_2+a_2t;\ x_3+a_2t)\in d_1$.

Vì $MH\perp d_2\Rightarrow \overrightarrow{MH}.\overrightarrow{u_{d_2}}=0\Rightarrow t\Rightarrow H$.

Suy ra đường thẳng $d:\begin{cases}\bullet\ Qua\ M\\ \bullet\ VTCP: \vec{u}_d=\overrightarrow{MH}\end{cases}$ ***(dạng 1)***



***Dạng 12**.* d đi qua điểm $M_0(x_0;y_0;z_0)$ và cắt hai đường thẳng $d_1,\ d_2$:

• ***Cách 1***: Gọi $M_1\in d_1,\ M_2\in d_2$ Từ điều kiện $M,\ M_1,\ M_2$ thẳng hàng ta tìm được $M_1,\ M_2$. Từ đó suy ra phương trình đường thẳng d.

• ***Cách 2***: Gọi $(P)=(M_0,d_1)$, $(Q)=(M_0,d_2)$. Khi đó $d=(P)\cap(Q)$, do đó, một VTCP của d có thể chọn là $\vec{a}=\left[\vec{n}_P,\vec{n}_Q\right]$.

***Dạng 13**.* d nằm trong mặt phẳng (P) và cắt cả hai đường thẳng $d_1,\ d_2$:

Tìm các giao điểm $A=d_1\cap(P)$, $B=d_2\cap(P)$. Khi đó d chính là đường thẳng AB.

Dạng 14. d song song với Δ và cắt cả hai đường thẳng $d_1,\ d_2$:

Viết phương trình mặt phẳng (P) chứa Δ và d_1, mặt phẳng (Q) chứa Δ và d_2.

Khi đó $d=(P)\cap(Q)$.

Dạng 15. d là đường vuông góc chung của hai đường thẳng $d_1,\ d_2$ chéo nhau:

• ***Cách 1***: Gọi $M\in d_1,\ N\in d_2$. Từ điều kiện $\begin{cases}MN\perp d_1\\ MN\perp d_2\end{cases}$, ta tìm được M,N.

Khi đó, d là đường thẳng MN.

• **Cách 2:**

– Vì $d\perp d_1$ và $d\perp d_2$ nên một VTCP của d có thể là: $\vec{a}=\left[\vec{a}_{d_1},\vec{a}_{d_2}\right]$.

– Lập phương trình mặt phẳng (P) chứa d và d_1, bằng cách:

+ Lấy một điểm A trên d_1.

+ Một VTPT của (P) có thể là: $\vec{n}_P=\left[\vec{a},\vec{a}_{d_1}\right]$.

– Tương tự lập phương trình mặt phẳng (Q) chứa d và d_1.

Khi đó $d=(P)\cap(Q)$.

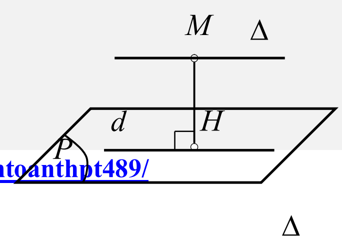
***Dạng 16*. Viết phương trình đường thẳng d là hình chiếu vuông góc của đường thẳng Δ lên mặt (P).**

Phương pháp: Xét vị trí tương đối của đường thẳng Δ và (P).

- Nếu $\Delta\,||\,(P)$.

  Chọn một điểm M trên Δ.

  Tìm H là hình chiếu của M lên (P).



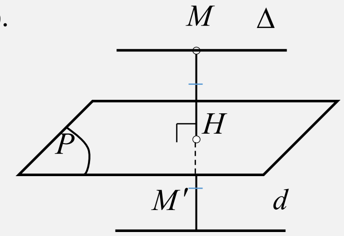
Hình chiếu $d:\begin{cases}\text{Qua } H\\ \text{VTCP}: \vec{u}_d=\vec{u}_\Delta\end{cases}$.

- Nếu $\Delta\cap(P)=I$.

  Chọn một điểm $M\neq I$ trên Δ.
  Tìm H là hình chiếu của M lên (P).
  Hình chiếu vuông góc của Δ lên (P) là $d\equiv IH$.

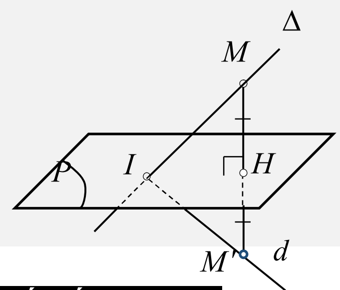
Dạng 17. Viết đường thẳng d là đường thẳng đối xứng với đường thẳng Δ qua mặt phẳng (P).

Phương pháp: Xét vị trí tương đối của đường thẳng Δ và (P).



- Nếu $\Delta \parallel (P)$.

  Chọn một điểm M trên Δ.
  Tìm H là hình chiếu của M lên (P).
  Tìm M' đối xứng với M qua (P).
  Đường thẳng đối xứng $d:\begin{cases}\text{Qua } M'\\ \text{VTCP}: \vec{u}_d=\vec{u}_\Delta\end{cases}$.



- Nếu $\Delta\cap(P)=I$.

  Chọn một điểm M trên Δ.
  Tìm H là hình chiếu của M lên (P).
  Tìm M' đối xứng với M qua (P).
  Đường thẳng đối xứng $d:\begin{cases}\text{Qua } M'\\ \text{VTCP}: \vec{u}_d=\overrightarrow{IM'}\end{cases}$.

Dạng 1.1 Xác định phương trình đường thẳng khi biết yếu tố vuông góc

Câu 1. **(Mã 101 2018)** Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $A(1;2;3)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z+7}{-2}$. Đường thẳng đi qua A, vuông góc với d và cắt trục Ox có phương trình là

A. $\begin{cases}x=-1+2t\\y=-2t\\z=t\end{cases}$ **B.** $\begin{cases}x=1+t\\y=2+2t\\z=3+3t\end{cases}$ **C.** $\begin{cases}x=-1+2t\\y=2t\\z=3t\end{cases}$ **D.** $\begin{cases}x=1+t\\y=2+2t\\z=3+2t\end{cases}$

Lời giải

<u>Chọn C</u>

Gọi Δ là đường thẳng cần tìm.

Gọi $M=\Delta\cap Ox$. Suy ra $M(a;0;0)$.

$\overrightarrow{AM}=(a-1;-2;-3)$.

d có VTCP: $\overrightarrow{u_d}=(2;1;-2)$.

Vì $\Delta\perp d$ nên $\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{u_d}=0\Leftrightarrow 2a-2-2+6=0\Leftrightarrow a=-1$.

Vậy Δ qua $M(-1;0;0)$ và có VTCP $\overrightarrow{AM}=(-2;-2;-3)=-(2;2;3)$ nên Δ có phương trình:

$\begin{cases}x=-1+2t\\y=2t\\z=3t\end{cases}$.

Câu 2. **(Mã 102 - 2019)** Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1;0;2), B(1;2;1), C(3;2;0)$ và $D(1;1;3)$. Đường thẳng đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (BCD) có phương trình là

A. $\begin{cases} x=1-t \\ y=4t \\ z=2+2t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=4 \\ z=2+2t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=2+t \\ y=4+4t \\ z=4+2t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=1-t \\ y=2-4t \\ z=2-2t \end{cases}$

Lời giải

Chọn C

Đường thẳng đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (BCD) nhận vectơ pháp tuyến của (BCD) là vectơ chỉ phương

Ta có $\overrightarrow{BC}=(2;0;-1), \overrightarrow{BD}=(0;-1;2)$

$\Rightarrow \overrightarrow{u_d}=\overrightarrow{n_{BCD}}=\left[\overrightarrow{BC};\overrightarrow{BD}\right]=(-1;-4;-2)$

Khi đó ta loại đáp án A và B

Thay điểm $A(1;0;2)$ vào phương trình ở phương án C ta có $\begin{cases} 1=2+t \\ 0=4+4t \\ 2=4+2t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t=-1 \\ t=-1 \\ t=-1 \end{cases}$.

Suy ra đường thẳng có phương trình tham số ở phương án C đi qua điểm A nên C là phương án đúng

Câu 3. **(Đề Tham Khảo 2018)** Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-3}{-1}=\frac{y-3}{-2}=\frac{z+2}{1}$; $d_2: \frac{x-5}{-3}=\frac{y+1}{2}=\frac{z-2}{1}$ và mặt phẳng $(P): x+2y+3z-5=0$. Đường thẳng vuông góc với (P), cắt d_1 và d_2 có phương trình là

A. $\frac{x-1}{3}=\frac{y+1}{2}=\frac{z}{1}$ **B.** $\frac{x-2}{1}=\frac{y-3}{2}=\frac{z-1}{3}$

C. $\frac{x-3}{1}=\frac{y-3}{2}=\frac{z+2}{3}$ **D.** $\frac{x-1}{1}=\frac{y+1}{2}=\frac{z}{3}$

Lời giải

Chọn D

Phương trình $d_1: \begin{cases} x=3-t_1 \\ y=3-2t_1 \\ z=-2+t_1 \end{cases}$ và $d_2: \begin{cases} x=5-3t_2 \\ y=-1+2t_2 \\ z=2+t_2 \end{cases}$.

Gọi đường thẳng cần tìm là Δ.

Giả sử đường thẳng Δ cắt đường thẳng d_1 và d_2 lần lượt tại A, B.

Gọi $A(3-t_1;3-2t_1;-2+t_1)$, $B(5-3t_2;-1+2t_2;2+t_2)$.

$\overrightarrow{AB}=(2-3t_2+t_1;-4+2t_2+2t_1;4+t_2-t_1)$.

Vectơ pháp tuyến của (P) là $\vec{n}=(1;2;3)$.

Do $\overrightarrow{AB}$ và $\vec{n}$ cùng phương nên $\frac{2-3t_2+t_1}{1}=\frac{-4+2t_2+2t_1}{2}=\frac{4+t_2-t_1}{3}$.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{2-3t_2+t_1}{1} = \dfrac{-4+2t_2+2t_1}{2} \\ \dfrac{-4+2t_2+2t_1}{2} = \dfrac{4+t_2-t_1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t_1 = 2 \\ t_2 = 1 \end{cases}$$. Do đó $A(1;-1;0)$, $B(2;-1;3)$.

Phương trình đường thẳng Δ đi qua $A(1;-1;0)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{n} = (1;2;3)$ là

$\dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y+1}{2} = \dfrac{z}{3}$.

Câu 4. **(Mã 101 - 2019)** Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1;2;0), B(2;0;2), C(2;-1;3), D(1;1;3)$. Đường thẳng đi qua C và vuông góc với mặt phẳng (ABD) có phương trình là

A. $\begin{cases} x = -2+4t \\ y = -4+3t \\ z = 2+t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = 4+2t \\ y = 3-t \\ z = 1+3t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = -2-4t \\ y = -2-3t \\ z = 2-t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = 2+4t \\ y = -1+3t \\ z = 3-t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn A

$\overrightarrow{AB} = (1;-2;2)$

$\overrightarrow{AD} = (0;-1;3)$

$\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AD} = (-4;-3;-1)$

Đường thẳng qua $C(2;-1;3)$ và vuông góc với mặt phẳng (ABD) có phương trình

$$\begin{cases} x = 2-4t \\ y = -1-3t \\ z = 3-t \end{cases}$$

Điểm $E(-2;-4;2)$ thuộc đường thẳng trên, suy ra đường thẳng cần tìm trùng với đường thẳng

có phương trình $\begin{cases} x = -2+4t \\ y = -4+3t \\ z = 2+t \end{cases}$

Chọn đáp án đúng là đáp án **C**

Câu 5. **(Mã 104 - 2019)** Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(2;-1;0)$, $B(1;2;1)$, $C(3;-2;0)$, $D(1;1;-3)$. Đường thẳng đi qua D và vuông góc với mặt phẳng (ABC) có phương trình là:

A. $\begin{cases} x = 1+t \\ y = 1+t \\ z = -2-3t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = 1+t \\ y = 1+t \\ z = -3+2t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = t \\ y = t \\ z = -1-2t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = t \\ y = t \\ z = 1-2t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\overrightarrow{AB}=(-1;3;1)$; $\overrightarrow{AC}=(1;-1;0)$; $\vec{n}_{(ABC)}=\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=(1;1;-2)$.

Đường thẳng đi qua D và vuông góc với mặt phẳng (ABC) nên có véc tơ chỉ phương

là $\vec{n}_{(ABC)}=(1;1;-2)$, phương trình tham số là: $\begin{cases}x=1+t\\y=1+t\\z=-3-2t\end{cases}$.

Câu 6. **(Mã 102 2018)** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;1;3)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y-1}{-2}=\dfrac{z-2}{2}$. Đường thẳng đi qua A, vuông góc với d và cắt trục Oy có phương trình là.

A. $\begin{cases}x=2t\\y=-3+4t\\z=3t\end{cases}$ **B.** $\begin{cases}x=2+2t\\y=1+t\\z=3+3t\end{cases}$ **C.** $\begin{cases}x=2+2t\\y=1+3t\\z=3+2t\end{cases}$ **D.** $\begin{cases}x=2t\\y=-3+3t\\z=2t\end{cases}$

Lời giải

Chọn A

Gọi đường thẳng cần tìm là Δ

$d:\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y-1}{-2}=\dfrac{z-2}{2}$ có VTCP $\vec{u}=(1;-2;2)$.

Gọi $M(0;m;0)\in Oy$, ta có $\overrightarrow{AM}=(-2;m-1;-3)$

Do $\Delta\perp d\Leftrightarrow\overrightarrow{AM}.\vec{u}=0\Leftrightarrow-2-2(m-1)-6=0\Leftrightarrow m=-3$

Ta có Δ có VTCP $\overrightarrow{AM}=(-2;-4;-3)$ nên có phương trình $\begin{cases}x=2t\\y=-3+4t\\z=3t\end{cases}$.

Câu 7. **(Mã 103 - 2019)** Trong không gian $Oxyz$ cho $A(0;0;2),B(2;1;0),C(1;2;-1)$ và $D(2;0;-2)$. Đường thẳng đi qua A và vuông góc với (BCD) có phương trình là

A. $\begin{cases}x=3\\y=2\\z=-1+2t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=3+3t\\y=2+2t\\z=1-t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=3t\\y=2t\\z=2+t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=3+3t\\y=-2+2t\\z=1-t\end{cases}$.

Lời giải

Chọn B

Gọi d là đường thẳng đi qua A và vuông góc với (BCD).

Ta có $\overrightarrow{BC}=(-1;1;-1);\overrightarrow{BD}=(0;-1;-2)$.

Mặt phẳng (BCD) có vec tơ pháp tuyến là $\vec{n}_{(BCD)}=\left[\overrightarrow{BD},\overrightarrow{BC}\right]=(3;2;-1)$.

Gọi $\vec{u}_d$ là vec tơ chỉ phương của đường thẳng d.

Vì $d\perp(BCD)$ nên $\overrightarrow{u_d}=\vec{n}_{(BCD)}=(3;2;-1)$.

Đáp **A** và **C** có VTCP $\overrightarrow{u_d}=(3;2;-1)$ nên loại **B** và **D.**

Ta thấy điểm $A(0;0;2)$ thuộc đáp án **C** nên loại **A.**

Câu 8. **(Đề Minh Họa 2017)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho điểm $A(1;0;2)$ và đường thẳng d có phương trình: $\frac{x-1}{1}=\frac{y}{1}=\frac{z+1}{2}$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua A, vuông góc và cắt d.

A. $\frac{x-1}{2}=\frac{y}{2}=\frac{z-2}{1}$ **B.** $\frac{x-1}{1}=\frac{y}{-3}=\frac{z-2}{1}$ **C.** $\frac{x-1}{1}=\frac{y}{1}=\frac{z-2}{1}$ **D.** $\frac{x-1}{1}=\frac{y}{1}=\frac{z-2}{-1}$

Lời giải

Chọn D

Cách 1:

Đường thẳng $d:\frac{x-1}{1}=\frac{y}{1}=\frac{z+1}{2}$ có véc tơ chỉ phương $\vec{u}=(1;1;2)$

Gọi (P) là mặt phẳng qua điểm A và vuông góc với đường thẳng d, nên nhận véc tơ chỉ phương của d là vecto pháp tuyến $(P):1(x-1)+y+2(z-2)=0\Leftrightarrow x+y+2z-5=0$

Gọi B là giao điểm của mặt phẳng (P) và đường thẳng $d\Rightarrow B(1+t;t;-1+2t)$

Vì $B\in(P)\Leftrightarrow(1+t)+t+2(-1+2t)-5=0\Leftrightarrow t=1\Rightarrow B(2;1;1)$

Ta có đường thẳng Δ đi qua A và nhận vecto $\overrightarrow{AB}=(1;1;-1)$ là véc tơ chỉ phương có dạng $\Delta:\frac{x-1}{1}=\frac{y}{1}=\frac{z-2}{-1}$.

Cách 2:

Gọi $d\cap\Delta=B\Rightarrow B(1+t;t;-1+2t)$

$\overrightarrow{AB}=(t;t;-3+2t)$, Đường thẳng d có VTCP là $\overrightarrow{u_d}=(1;1;2)$

Vì $d\perp\Delta$ nên $\overrightarrow{AB}\perp\overrightarrow{u_d}\Leftrightarrow\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{u_d}=0\Leftrightarrow t+t+2(-3+2t)=0\Leftrightarrow t=1$

Suy ra $\overrightarrow{AB}=(1;1;-1)$.Ta có đường thẳng Δ đi qua $A(1;0;2)$ và nhận véc tơ $\overrightarrow{AB}=(1;1;-1)$ là véc tơ chỉ phương có dạng $\Delta:\frac{x-1}{1}=\frac{y}{1}=\frac{z-2}{-1}$.

Câu 9. **(Đề Tham Khảo 2018)** Trong không gian Oxyz, cho hai điểm $A(2;2;1),B(-\frac{8}{3};\frac{4}{3};\frac{8}{3})$. Đường thẳng qua tâm đường tròn nội tiếp tam giác OAB và vuông góc với mặt phẳng (OAB) có phương trình là:

A. $\frac{x+\frac{2}{9}}{1}=\frac{y-\frac{2}{9}}{-2}=\frac{z+\frac{5}{9}}{2}$ **B.** $\frac{x+1}{1}=\frac{y-8}{-2}=\frac{z-4}{2}$

C. $\frac{x+\frac{1}{3}}{1}=\frac{y-\frac{5}{3}}{-2}=\frac{z-\frac{11}{6}}{2}$ **D.** $\frac{x+1}{1}=\frac{y-3}{-2}=\frac{z+1}{2}$

Lời giải.

Chọn D

Ta có: $\left[\overrightarrow{OA};\overrightarrow{OB}\right]=(4;-8;8)$

Gọi d là đường thẳng thỏa mãn khi đó d có VTCP $\vec{u}=(1;-2;2)$

Ta có $OA=3,OB=4,AB=5$. Gọi $I(x;y;z)$ là tâm đường tròn nội tiếp tam giác OAB

Áp dụng hệ thức $OB.\overrightarrow{IA}+OA.\overrightarrow{IB}+AB.\overrightarrow{IO}=\vec{0}$

$\Leftrightarrow 4.(\overrightarrow{OA}-\overrightarrow{OI})+3.(\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OI})+5.\overrightarrow{IO}=\vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{OI}=\dfrac{1}{12}\left(4\overrightarrow{OA}+3\overrightarrow{OB}\right) \Rightarrow I\left(0;1;1\right)$

Suy ra $d:\begin{cases} x=t \\ y=1-2t \\ z=1+2t \end{cases}$ cho $t=-1 \Rightarrow d$ đi qua điểm $M(-1;3;-1)$

Do đó d đi qua $M(-1;3;-1)$ có VTCP $\vec{u}=(1;-2;2)$ nên đường thẳng có phương trình

$\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y-3}{-2}=\dfrac{z+1}{2}$

Câu 10. **(Mã 103 2018)** Trong không gian Oxyz, cho đường thẳng $d:\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z+2}{2}$ và mặt phẳng $(P):x+y-z+1=0$. Đường thẳng nằm trong mặt phẳng (P) đồng thời cắt và vuông góc với d có phương trình là:

A. $\begin{cases} x=-1+t \\ y=-4t \\ z=-3t \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x=3+t \\ y=-2+4t \\ z=2+t \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} x=3+t \\ y=-2-4t \\ z=2-3t \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x=3+2t \\ y=-2+6t \\ z=2+t \end{cases}$

Lời giải

Chọn C

$d:\begin{cases} x=-1+2t \\ y=-t \\ z=-2+2t \end{cases}$

Gọi Δ là đường thẳng nằm trong (P) vuông góc với d.

$\overrightarrow{u_\Delta}=\left[\overrightarrow{u_d};\overrightarrow{n_P}\right]=(-1;4;3)$

Gọi A là giao điểm của d và (P). Tọa độ A là nghiệm của phương trình:

$$(-1+2t)+(-t)-(-2+2t)+1=0 \Leftrightarrow t=2 \Rightarrow A(3;-2;2)$$

Phương trình Δ qua $A(3;-2;2)$ có vtcp $\overrightarrow{u_\Delta}=(-1;4;3)$ có dạng: $\begin{cases} x=3+t \\ y=-2-4t \\ z=2-3t \end{cases}$

Câu 11. **(Mã 123 2017)** Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $M\left(-1;1;3\right)$ và hai đường thẳng $\Delta:\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y+3}{2}=\dfrac{z-1}{1}$, $\Delta':\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z}{-2}$. Phương trình nào dưới đây là phương trình đường thẳng đi qua M và vuông góc với Δ và Δ'.

A. $\begin{cases} x=-1-t \\ y=1+t \\ z=1+3t \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x=-t \\ y=1+t \\ z=3+t \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} x=-1-t \\ y=1-t \\ z=3+t \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x=-1-t \\ y=1+t \\ z=3+t \end{cases}$

Lời giải

Chọn D

+) VTCP của Δ,Δ' lần lượt là $\vec{u}=\left(3;2;1\right)$ và $\vec{v}=\left(1;3;-2\right)$; $\left[\vec{u},\vec{v}\right]=\left(-7;7;7\right)$

+) Vì d vuông góc với Δ và Δ' nên $\vec{u}_d=\left(-1;1;1\right)$.

+) d đi qua $M(-1;1;3)$ nên $d:\begin{cases}x=-1-t\\y=1+t\\z=3+t\end{cases}$.

Câu 12. **(Mã 104 2018)** Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng $\Delta:\frac{x}{1}=\frac{y+1}{2}=\frac{z-1}{1}$ và mặt phẳng $(P):x-2y-z+3=0$. Đường thẳng nằm trong (P) đồng thời cắt và vuông góc với Δ có phương trình là:

A. $\begin{cases}x=1+2t\\y=1-t\\z=2\end{cases}$ **B.** $\begin{cases}x=-3\\y=-t\\z=2t\end{cases}$ **C.** $\begin{cases}x=1+t\\y=1-2t\\z=2+3t\end{cases}$ **D.** $\begin{cases}x=1\\y=1-t\\z=2+2t\end{cases}$

Lời giải

<u>Chọn D</u>

Ta có $\Delta:\frac{x}{1}=\frac{y+1}{2}=\frac{z-1}{1}\Rightarrow\Delta:\begin{cases}x=t\\y=-1+2t\\z=1+t\end{cases}$

Gọi $M=\Delta\cap(P)\Rightarrow M\in\Delta\Rightarrow M(t;2t-1;t+1)$

$M\in(P)\Rightarrow t-2(2t-1)-(t+1)+3=0\Leftrightarrow 4-4t=0\Leftrightarrow t=1\Rightarrow M(1;1;2)$

Véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n}=(1;-2;-1)$

Véc tơ chỉ phương của đường thẳng Δ là $\vec{u}=(1;2;1)$

Đường thẳng d nằm trong mặt phẳng (P) đồng thời cắt và vuông góc với Δ

$\Rightarrow$ Đường thẳng d nhận $\frac{1}{2}\left[\vec{n},\vec{u}\right]=(0;-1;2)$ làm véc tơ chỉ phương và $M(1;1;2)\in d$

$\Rightarrow$ Phương trình đường thẳng $d:\begin{cases}x=1\\y=1-t\\z=2+2t\end{cases}$

Câu 13. **(Mã 123 2017)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1:\begin{cases}x=1+3t\\y=-2+t\\z=2\end{cases}$, $d_2:\frac{x-1}{2}=\frac{y+2}{-1}=\frac{z}{2}$ và mặt phẳng $(P):2x+2y-3z=0$. Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng đi qua giao điểm của d_1 và (P), đồng thời vuông góc với d_2?

A. $2x-y+2z+13=0$ **B.** $2x+y+2z-22=0$

C. $2x-y+2z-13=0$ **D.** $2x-y+2z+22=0$

Lời giải:

<u>Chọn C</u>

Tọa độ giao điểm của d_1 và (P) là $A(4;-1;2)$

Mặt phẳng cần tìm đi qua A và nhận $\vec{u}_2(2;-1;2)$ làm VTCP có phương trình $2x-y+2z-13=0$.

Câu 14. **(Chuyên Lương Thế Vinh Đồng Nai -2019)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho $A(1;-1;3)$ và hai đường thẳng $d_1:\frac{x-4}{1}=\frac{y+2}{4}=\frac{z-1}{-2}$, $d_2:\frac{x-2}{1}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z-1}{1}$. Phương trình đường thẳng qua A, vuông góc với d_1 và cắt d_2 là

A. $\frac{x-1}{2}=\frac{y+1}{1}=\frac{z-3}{3}$. **B.** $\frac{x-1}{4}=\frac{y+1}{1}=\frac{z-3}{4}$.

C. $\frac{x-1}{-1}=\frac{y+1}{2}=\frac{z-3}{3}$. **D.** $\frac{x-1}{2}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z-3}{-1}$.

Lời giải

Gọi d là đường thẳng qua A và d cắt d_2 tại K. Khi đó $K(2+t;-1-t;1+t)$.

Ta có $\overrightarrow{AK}=(1+t;-t;t-2)$.

Đường $AK\perp d_1\Leftrightarrow \overrightarrow{AK}.\vec{u_1}=0$, với $\vec{u_1}=(1;4;-2)$ là một vectơ chỉ phương của d_1.

Do đó $1+t-4t-2t+4=0\Leftrightarrow t=1$, suy ra $\overrightarrow{AK}=(2;-1;-1)$.

Vậy phương trình đường thẳng $d:\frac{x-1}{2}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z-3}{-1}$.

Câu 15. **(Chuyên Lê Quý Đôn Điện Biên 2019)** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;0;1)$ và đường thẳng $d:\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{2}=\frac{z-3}{3}$. Đường thẳng đi qua M, vuông góc với d và cắt Oz có phương trình là

A. $\begin{cases}x=1-3t\\y=0\\z=1+t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=1-3t\\y=0\\z=1-t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=1-3t\\y=t\\z=1+t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=1+3t\\y=0\\z=1+t\end{cases}$.

Lời giải

Đường thẳng d có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(1;2;3)$.

Gọi Δ là đường thẳng đi qua M, vuông góc với d và cắt Oz.

Gọi $N(0;0;t)=\Delta\cap Oz \Rightarrow \overrightarrow{MN}=(-1;0;t-1)$.

$\Delta\perp d\Leftrightarrow \overrightarrow{MN}.\vec{u}=0 \Leftrightarrow t=\frac{4}{3}\Rightarrow \overrightarrow{MN}=\left(-1;0;\frac{1}{3}\right)$. Khi đó $\overrightarrow{MN}$ cùng phương với $\vec{u_1}=(-3;0;1)$

Đường thẳng Δ đi qua điểm $M(1;0;1)$ và có một vectơ chỉ phương $(-3;0;1)$ nên có phương

Câu 16. **(Kinh Môn - Hải Dương 2019)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho điểm $A(1;-1;3)$ và hai đường thẳng $d_1:\frac{x-3}{3}=\frac{y+2}{3}=\frac{z-1}{-1}$, $d_2:\frac{x-2}{1}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z-1}{1}$. Phương trình đường thẳng d đi qua A, vuông góc với đường thẳng d_1 và cắt thẳng d_2.

A. $\frac{x-1}{5}=\frac{y+1}{-4}=\frac{z-3}{2}$. **B.** $\frac{x-1}{3}=\frac{y+1}{-2}=\frac{z-3}{3}$.

C. $\frac{x-1}{6}=\frac{y+1}{-5}=\frac{z-3}{3}$. **D.** $\frac{x-1}{2}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z-3}{3}$.

Lời giải

Chọn C

Gọi $M(2+t;-1-t;1+t)=d\cap d_2$ với $t\in\mathbb{R}$.

Ta có $\overrightarrow{AM}=(1+t;-t;-2+t)$ và $\overrightarrow{u_1}=(3;3;-1)$ là vectơ chỉ phương của d_1

Mặt khác $\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{u_1}=0$ nên $3.(1+t)+3.(-t)-1.(-2+t)=0 \Leftrightarrow t=5$

$\Rightarrow \overrightarrow{AM}=(6;-5;3)$ là 1 vectơ chỉ phương của d.

Vậy phương trình đường thẳng d : $\dfrac{x-1}{6}=\dfrac{y+1}{-5}=\dfrac{z-3}{3}$.

Câu 17. **(Hội 8 trường chuyên 2019)** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;-1;2)$ và hai đường thẳng $d:\begin{cases}x=t\\y=-1-4t\\z=6+6t\end{cases}$, $d':\dfrac{x}{2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z+2}{-5}$. Phương trình nào dưới đây là phương trình đường thẳng đi qua M, vuông góc với d và d'?

A. $\dfrac{x-1}{17}=\dfrac{y+1}{14}=\dfrac{z-2}{9}$. **B.** $\dfrac{x-1}{14}=\dfrac{y+1}{17}=\dfrac{z+2}{9}$.

C. $\dfrac{x-1}{17}=\dfrac{y+1}{9}=\dfrac{z-2}{14}$. **D.** $\dfrac{x-1}{14}=\dfrac{y+1}{17}=\dfrac{z-2}{9}$.

Lời giải

Chọn D

Đường thẳng d có một vectơ chỉ phương $\vec{u}=(1;-4;6)$.

Đường thẳng d' có một vectơ chỉ phương $\overrightarrow{u'}=(2;1;-5)$.

Gọi Δ là đường thẳng qua M, vuông góc với d và d' nên có một vectơ chỉ phương là:

$\vec{u}_\Delta=\left[\vec{u},\overrightarrow{u'}\right]=(14;17;9)$.

Vậy phương trình đường thẳng Δ: $\dfrac{x-1}{14}=\dfrac{y+1}{17}=\dfrac{z-2}{9}$.

Câu 18. Cho hai đường thẳng $(d_1):\begin{cases}x=2+t\\y=1+t\\z=1+t\end{cases}$ và $(d_2):\dfrac{x}{1}=\dfrac{y-7}{-3}=\dfrac{z}{-1}$. Đường thẳng (Δ) là đường vuông góc chung của (d_1) và (d_2). Phương trình nào sau đâu là phương trình của (Δ)

A. $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z+2}{-2}$. **B.** $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-1}{-2}$.

C. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-4}{1}=\dfrac{z+1}{-2}$. **D.** $\dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y+2}{-1}=\dfrac{z+3}{-2}$.

Lời giải

Chọn A

Lấy điểm $M\in(d_1)$: $M(2+t_1;1+t_1;1+t_1)$

$N\in(d_2)$: $N(t_2;7-3t_2;-t_2)$

$\overrightarrow{MN}=(t_2-t_1-2;-3t_2-t_1+6;-t_2-t_1-1)$

Đường thẳng MN là đường vuông góc chung $\Leftrightarrow \begin{cases}\overrightarrow{MN}.\overrightarrow{u_1}=0\\\overrightarrow{MN}.\overrightarrow{u_2}=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}t_2+t_1=1\\11t_2+3t_1=19\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}t_2=2\\t_1=-1\end{cases}$

Suy ra $M(1;0;0), N(2;1;-2)$ và $\overrightarrow{MN}(1;1;-2)$

Phương trình đường thẳng (Δ) đi qua M,N là: $\frac{x-2}{1}=\frac{y-1}{1}=\frac{z+2}{-2}$

Câu 19. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):3x+y+z=0$ và đường thẳng $d:\frac{x-1}{1}=\frac{y}{-2}=\frac{z+3}{2}$. Gọi Δ là đường thẳng nằm trong (P), cắt và vuông góc với d. Phương trình nào sau đây là phương trình tham số của Δ?

A. $\begin{cases}x=-2+4t\\y=3-5t\\z=3-7t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=-3+4t\\y=5-5t\\z=4-7t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=1+4t\\y=1-5t\\z=-4-7t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=-3+4t\\y=7-5t\\z=2-7t\end{cases}$.

Lời giải

Chọn B

Do Δ nằm trong nằm trong (P) và vuông góc với d nên Δ có véctơ chỉ phương là

$$\overrightarrow{u_\Delta}=\left[\overrightarrow{n_{(P)}},\overrightarrow{u_d}\right]=(4;-5;-7)$$

Gọi $A=\Delta\cap d$ thì $A=(P)\cap d\Rightarrow A(1;0;-3)$

Vậy phương trình tham số của Δ là $\begin{cases}x=1+4t\\y=0-5t\\z=-3-7t\end{cases}$ hay $\begin{cases}x=-3+4t\\y=5-5t\\z=4-7t\end{cases}$

Câu 20. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;-1;3)$ và hai đường thẳng: $d_1:\frac{x-4}{1}=\frac{y+2}{4}=\frac{z-1}{-2}$, $d_2:\frac{x-2}{1}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z-1}{1}$. Viết phương trình đường thẳng d đi qua A, vuông góc với đường thẳng d_1 và cắt đường thẳng d_2.

A. $\frac{x-1}{2}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z-3}{-1}$. **B.** $\frac{x-1}{6}=\frac{y+1}{1}=\frac{z-3}{5}$.

C. $\frac{x-1}{6}=\frac{y+1}{-4}=\frac{z-3}{-1}$. **D.** $\frac{x-1}{2}=\frac{y+1}{1}=\frac{z-3}{3}$.

Lời giải

Ta có: $\vec{u}_{d_1}=(1;4;-2)$

$d_2:\frac{x-2}{1}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z-1}{1}$ nên phương trình tham số của $d_2:\begin{cases}x=2+t\\y=-1-t\\z=1+t\end{cases}(t\in\mathbb{R})$

Gọi đường thẳng d cắt đường thẳng d_2 tại $M(2+t;-1-t;1+t)$

Ta có: $\overrightarrow{AM}=(1+t;-t;t-2)$

Đường thẳng d đi qua $A;M$ nên vectơ chỉ phương $\vec{u}_d=(1+t;-t;t-2)$

Theo đề bài d vuông góc $d_1\Rightarrow\vec{u}_d\perp\vec{u}_{d_1}\Leftrightarrow\vec{u}_d.\vec{u}_{d_1}=0\Leftrightarrow1.(1+t)+4(-t)-2(t-2)=0\Leftrightarrow t=1$

$\Rightarrow\vec{u}_d=(2;-1;-1)$

Phương trình đường thẳng d đi qua $A(1;-1;3)$ và có $\vec{u}_d=(2;-1;-1)$ có dạng:

$\frac{x-1}{2}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z-3}{-1}$.

Câu 21. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x}{2}=\frac{y-3}{1}=\frac{z-2}{-3}$ và mặt phẳng $(P): x-y+2z-6=0$. Đường thẳng nằm trong (P) cắt và vuông góc với d có phương trình là?

A. $\frac{x-2}{1}=\frac{y+2}{7}=\frac{z+5}{3}$. **B.** $\frac{x+2}{1}=\frac{y-2}{7}=\frac{z-5}{3}$.

C. $\frac{x-2}{1}=\frac{y-4}{7}=\frac{z+1}{3}$. **D.** $\frac{x+2}{1}=\frac{y+4}{7}=\frac{z-1}{3}$.

Lời giải

$\overrightarrow{n_P}=(1;-1;2)$, $\overrightarrow{u_d}=(2;1;-3)$, Gọi $I=d\cap(P)$, $I\in d \Rightarrow I(2t;3+t;2-3t)$

$I\in(P) \Rightarrow 2t-(3+t)+2(2-3t)-6=0 \Leftrightarrow t=-1 \Rightarrow I(-2;2;5)$

Gọi Δ là đường thẳng cần tìm.

Theo giả thiết $\begin{cases}\overrightarrow{u_\Delta}\perp\overrightarrow{u_d}\\ \overrightarrow{u_\Delta}\perp\overrightarrow{n_P}\end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{u_\Delta}=\left[\overrightarrow{n_P},\overrightarrow{u_d}\right]=(1;7;3)$

Và đường thẳng Δ đi qua điểm I. Vậy $\Delta: \frac{x+2}{1}=\frac{y-2}{7}=\frac{z-5}{3}$.

Câu 22. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+2y+3z-7=0$ và hai đường thẳng $d_1:\frac{x+3}{2}=\frac{y+2}{-1}=\frac{z+2}{-4}$; $d_2:\frac{x+1}{3}=\frac{y+1}{2}=\frac{z-2}{3}$. Đường thẳng vuông góc mặt phẳng (P) và cắt cả hai đường thẳng $d_1;d_2$ có phương trình là

A. $\frac{x+7}{1}=\frac{y}{2}=\frac{z-6}{3}$ **B.** $\frac{x+5}{1}=\frac{y+1}{2}=\frac{z-2}{3}$

C. $\frac{x+4}{1}=\frac{y+3}{2}=\frac{z+1}{3}$ **D.** $\frac{x+3}{1}=\frac{y+2}{2}=\frac{z+2}{3}$

Lời giải

Gọi Δ là đường thẳng cần tìm

$\Delta\cap d_1=M$ nên $M(-3+2t;-2-t;-2-4t)$

$\Delta\cap d_2=N$ nên $N(-1+3u;-1+2u;2+3u)$

$\overrightarrow{MN}=(2+3u-2t;1+2u+t;4+3u+4t)$

Ta có $\overrightarrow{MN}$ cùng phương với $\overrightarrow{n_{(P)}}$

Nên $\frac{2+3u-2t}{1}=\frac{1+2u+t}{2}=\frac{4+3u+4t}{3}$ ta giải hệ phương trình tìm được $\begin{cases}u=-2\\ t=-1\end{cases}$

Khi đó tọa độ điểm $M(-5;-1;2)$ và VTCP $\overrightarrow{MN}=(-2;-4-6)=-2(1;2;3)$

Phương trình tham số Δ là $\frac{x+5}{1}=\frac{y+1}{2}=\frac{z-2}{3}$

Câu 23. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z}{1}$ và $d_2:\begin{cases}x=-1+t\\y=-1\\z=-t\end{cases}$ và mặt phẳng $(P):x+y+z-1=0$. Đường thẳng vuông góc với (P) cắt d_1 và d_2 có phương trình là

A. $\dfrac{x+\frac{13}{5}}{1}=\dfrac{y-\frac{9}{5}}{1}=\dfrac{z-\frac{4}{5}}{1}$.

B. $\dfrac{x-\frac{1}{5}}{1}=\dfrac{y+\frac{3}{5}}{1}=\dfrac{z+\frac{2}{5}}{1}$.

C. $\dfrac{x-\frac{7}{5}}{1}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-\frac{2}{5}}{1}$.

D. $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z}{1}$.

Lời giải

Chọn B

Giả sử đường thẳng (d) vuông góc với (P) cắt d_1 và d_2 tại M,N

Ta có: $M(1+2a;-1-a;a)$, $N(-1+t;-1;-t)$, $\overrightarrow{NM}=(2a-t+2;-a;a+t)$.

Mặt phẳng (P) có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}(1;1;1)$

Vì MN vuông góc với mặt phẳng (P) nên $\overrightarrow{NM}$ cùng phương $\vec{n}$ $\Leftrightarrow \dfrac{2a-t}{1}=\dfrac{-a}{1}=\dfrac{a+t}{1}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}a=-\dfrac{2}{5}\Rightarrow M\left(\dfrac{1}{5};-\dfrac{3}{5};-\dfrac{2}{5}\right)\\ t=\dfrac{4}{5}\end{cases}$

Đường thẳng (d) qua điểm M nhận $\vec{n}$ làm vec tơ chỉ phương

Phương trình $d:\dfrac{x-\frac{1}{5}}{1}=\dfrac{y+\frac{3}{5}}{1}=\dfrac{z+\frac{2}{5}}{1}$.

Câu 24. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng (Δ) đi qua điểm $M(0;1;1)$, vuông góc với đường thẳng $(d_1):\begin{cases}x=t\\y=1-t\ (t\in\mathbb{R})\\z=-1\end{cases}$ và cắt đường thẳng $(d_2):\dfrac{x}{2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z}{1}$. Phương trình của (Δ) là?

A. $\begin{cases}x=0\\y=t\\z=1+t\end{cases}$.

B. $\begin{cases}x=0\\y=1\\z=1+t\end{cases}$.

C. $\begin{cases}x=0\\y=1+t\\z=1\end{cases}$.

D. $\begin{cases}x=0\\y=0\\z=1+t\end{cases}$.

Lời giải

Chọn B

Gọi $A(2t';1+t';t')\in(d_2)$ là giao điểm giữa đường thẳng (Δ) và đường thẳng (d_2)

Ta có vecto chỉ phương $\overrightarrow{u_{d_1}}=(1;-1;0)$, $\overrightarrow{MA}=(2t';t';t'-1)$

Theo đề bài: $\overrightarrow{u_{d_1}}.\overrightarrow{MA}=0\Leftrightarrow 2t'-t'=0\Leftrightarrow t'=0$

Suy ra $A(0;1;0)$

Khi đó vecto chỉ phương của đường thẳng (Δ) là $\overrightarrow{u_\Delta}=\overrightarrow{AM}=(0;0;1)$

Phương trình đường thẳng (Δ) qua $M(0;1;1)$ có vecto chỉ phương $\overrightarrow{u_\Delta}=(0;0;1)$ có dạng:

$$\begin{cases}x=0\\y=1\\z=1+t\end{cases}$$

Câu 25. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho điểm $A(1;0;2)$ và đường thẳng d có phương trình: $\frac{x-1}{1}=\frac{y}{1}=\frac{z+1}{2}$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua A, vuông góc và cắt d.

A. $\frac{x-1}{1}=\frac{y}{1}=\frac{z-2}{1}$ **B.** $\frac{x-1}{1}=\frac{y}{1}=\frac{z-2}{-1}$ **C.** $\frac{x-1}{2}=\frac{y}{2}=\frac{z-2}{1}$ **D.** $\frac{x-1}{1}=\frac{y}{-3}=\frac{z-2}{1}$

Lời giải

Chọn B

Đường thẳng $d:\frac{x-1}{1}=\frac{y}{1}=\frac{z+1}{2}$ có véc tơ chỉ phương $\vec{u}=(1;1;2)$

Gọi (P) là mặt phẳng qua điểm A và vuông góc với đường thẳng d, nên nhận véc tơ chỉ phương của d là vecto pháp tuyến $(P):1(x-1)+y+2(z-2)=0\Leftrightarrow x+y+2z-5=0$

Gọi B là giao điểm của mặt phẳng (P) và đường thẳng $d\Rightarrow B(1+t;t;-1+2t)$

Vì $B\in(P)\Leftrightarrow(1+t)+t+2(-1+2t)-5=0\Leftrightarrow t=1\Rightarrow B(2;1;1)$

Ta có đường thẳng Δ đi qua A và nhận vecto $\overrightarrow{AB}=(1;1;-1)$ là véc tơ chỉ phương có dạng $\Delta:\frac{x-1}{1}=\frac{y}{1}=\frac{z-2}{-1}$.

Câu 26. **(Chuyên Lê Quý Đôn – Điện Biên 2019)** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;0;1)$ và đường thẳng $d:\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{2}=\frac{z-3}{3}$. Đường thẳng đi qua M, vuông góc với d và cắt Oz có phương trình là

A. $\begin{cases}x=1-3t\\y=0\\z=1+t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=1-3t\\y=0\\z=1-t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=1-3t\\y=t\\z=1+t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=1+3t\\y=0\\z=1+t\end{cases}$.

Lời giải

Chọn A

Gọi Δ là đường thẳng cần tìm và $N=\Delta\cap Oz$.

Ta có $N(0;0;c)$. Vì Δ qua M,N và $M\notin Oz$ nên $\overrightarrow{MN}(-1;0;c-1)$ là VTCP của Δ.

d có 1 VTCP $\vec{u}(1;2;3)$ và $\Delta\perp d$ nên

$\overrightarrow{MN}\cdot\vec{u}=0\Leftrightarrow-1+3(c-1)=0\Leftrightarrow c=\frac{4}{3}\Rightarrow\overrightarrow{MN}(-1;0;\frac{1}{3})$.

Chọn $\vec{v}(-3;0;1)$ là 1 VTCP của Δ, phương trình tham số của đường thẳng Δ là

$$\begin{cases}x=1-3t\\y=0\\z=1+t\end{cases}.$$

Câu 27. Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, đường vuông góc chung của hai đường thẳng chéo nhau $d_1:\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y-3}{3}=\dfrac{z+4}{-5}$ và $d_2:\dfrac{x+1}{3}=\dfrac{y-4}{-2}=\dfrac{z-4}{-1}$ có phương trình

A. $\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y+2}{3}=\dfrac{z-3}{4}$. **B.** $\dfrac{x}{2}=\dfrac{y-2}{3}=\dfrac{z-3}{-1}$.

C. $\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y+2}{2}=\dfrac{z-3}{2}$. **D.** $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-1}{1}$.

Lời giải

Chọn D

Gọi Δ là đường thẳng cần tìm.

Gọi $A=\Delta\cap d_1;B=\Delta\cap d_2\Rightarrow A(2+2t;3+3t;-4-5t),B(-1+3t';4-2t';4-t')$

Ta có: $\overrightarrow{AB}=(3t'-2t-3;-2t'-3t+1;-t'+5t+8)$.

Gọi $\overrightarrow{u_\Delta},\overrightarrow{u_{d_1}}=(2;3;-5),\overrightarrow{u_{d_2}}=(3;-2;-1)$ lần lượt là véc tơ chỉ phương của Δ,d_1,d_2 ta có:

$\begin{cases}\overrightarrow{u_\Delta}\perp\overrightarrow{u_{d_1}}\\ \overrightarrow{u_\Delta}\perp\overrightarrow{u_{d_2}}\end{cases}$.Chọn $\overrightarrow{u_\Delta}=\left[\overrightarrow{u_{d_1}},\overrightarrow{u_{d_2}}\right]=(-13;-13;-13)=-13(1;1;1)=-13\vec{u}$.

Vì $\overrightarrow{AB},\vec{u}$ đều là véc tơ chỉ phương của Δ nên ta có:

$$\overrightarrow{AB}=k\vec{u}\Leftrightarrow\begin{cases}3t'-2t-3=k\\-2t'-3t+1=k\\-t'+5t+8=k\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}3t'-2t-k=3\\-2t'-3t-k=-1\\-t'+5t-k=-8\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t'=1\\t=-1\\k=2\end{cases}\Rightarrow A(0;0;1).$$

$\Rightarrow\Delta:\dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-1}{1}$.

Câu 28. **(Chuyên Nguyễn Huệ- 2019)** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):2x+y-2z+9=0$ và đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{-1}=\dfrac{y+3}{2}=\dfrac{z-3}{1}$. Phương trình tham số của đường thẳng Δ đi qua $A(0;-1;4)$, vuông góc với d và nằm trong (P) là:

A. $\Delta:\begin{cases}x=5t\\y=-1+t\\z=4+5t\end{cases}$. **B.** $\Delta:\begin{cases}x=2t\\y=t\\z=4-2t\end{cases}$. **C.** $\Delta:\begin{cases}x=t\\y=-1\\z=4+t\end{cases}$. **D.** $\Delta:\begin{cases}x=-t\\y=-1+2t\\z=4+t\end{cases}$.

Lời giải

Chọn C

$\begin{cases}\Delta\perp d\\ \Delta\subset(P)\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\overrightarrow{u_\Delta}\perp\overrightarrow{u_d}\\ \overrightarrow{u_\Delta}\perp\overrightarrow{n_{(P)}}\end{cases}$

$\left[\overrightarrow{u_d},\overrightarrow{n_{(P)}}\right]=(5;0;5)$. Do đó một vectơ chỉ phương của đường thẳng Δ là $\vec{u}_\Delta=(1;0;1)$

$\Rightarrow \Delta:\begin{cases}x=t\\y=-1\\z=4+t\end{cases}$

Câu 29. **(Đại học Hồng Đức –Thanh Hóa 2019)** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):x+2y+z-4=0$ và đường thẳng $d:\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+2}{3}$. Phương trình đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng (P), đồng thời cắt và vuông góc với đường thẳng d là

A. $\dfrac{x-1}{5}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z-2}{2}$. **B.** $\dfrac{x+1}{5}=\dfrac{y+3}{-1}=\dfrac{z-1}{3}$.

C. $\dfrac{x-1}{5}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-1}{-3}$. **D.** $\dfrac{x-1}{5}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z-1}{-3}$.

Lời giải

Chọn D

Gọi $M=d\cap\Delta\Rightarrow M\in d:\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+2}{3}\Rightarrow M(2t-1;t;3t-2)$.

$M\in\Delta\subset(P)\Rightarrow M\in(P):x+2y+z-4=0\Rightarrow 2t-1+2t+3t-2-4=0\Rightarrow t=1\Rightarrow M(1;1;1)$.

Vì $\Delta\perp d$ và $\Delta\subset(P)\Rightarrow\Delta$ có vectơ chỉ phương $\vec{u}=\left[\vec{n};\vec{u}_d\right]=(5;-1;-3)$.

Vậy phương trình Δ là $\Delta:\dfrac{x-1}{5}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z-1}{-3}$.

Câu 30. **(Sở Hà Nam - 2019)** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x+3}{2}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z}{-1}$ và mặt phẳng $(P):x+y-3z-2=0$. Gọi d' là đường thẳng nằm trong mặt phẳng (P), cắt và vuông góc với d. Đường thẳng d' có phương trình là

A. $\dfrac{x+1}{-2}=\dfrac{y}{-5}=\dfrac{z+1}{1}$. **B.** $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y}{5}=\dfrac{z+1}{1}$. **C.** $\dfrac{x+1}{-2}=\dfrac{y}{5}=\dfrac{z+1}{1}$. **D.** $\dfrac{x+1}{-2}=\dfrac{y}{5}=\dfrac{z+1}{-1}$.

Lời giải

Chọn C

Phương trình tham số của $d:\begin{cases}x=-3+2t\\y=-1+t\\z=\quad -t\end{cases}$.

Tọa độ giao điểm của d và (P) là nghiệm của hệ:

$$\begin{cases}x=-3+2t\\y=-1+t\\z=\quad -t\\x+y-3z-2=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=-3+2t\\y=-1+t\\z=\quad -t\\-3+2t-1+t+3t-2=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}t=1\\x=-1\\y=0\\z=-1\end{cases}\Rightarrow d\cap(P)=M(-1;0;-1).$$

Vì d' nằm trong mặt phẳng (P), cắt và vuông góc với d nên d' đi qua M và có véc tơ chỉ phương $\vec{u}_{d'}=\vec{n}_P\wedge\vec{u}_d=(2;-5;-1)$ hay d' nhận véc tơ $\vec{v}=(-2;5;1)$ làm véc tơ chỉ phương.

Phương trình của d': $\dfrac{x+1}{-2}=\dfrac{y}{5}=\dfrac{z+1}{1}$.

Câu 31. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $\Delta_1:\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-1}{1}$ và $\Delta_2:\dfrac{x+2}{-4}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z+2}{-1}$. Đường thẳng chứa đoạn vuông góc chung của Δ_1 và Δ_2 đi qua điểm nào sau đây?

A. $M(0;-2;-5)$. **B.** $N(1;-1;-4)$. **C.** $P(2;0;1)$. **D.** $Q(3;1;-4)$.

Lời giải

Gọi $A(-1+2t;-2+t;1+t)$ và $B(-2-4t';1+t';-2-t')$ là hai điểm lần lượt thuộc Δ_1 và Δ_2.

$\overrightarrow{AB}=(-1-2t-4t';3-t+t';-3-t-t')$. Δ_1 có VTCP $\vec{u}=(2;1;1)$; Δ_2 có VTCP $\vec{u'}=(-4;1;-1)$.

AB là đoạn vuông góc chung của Δ_1 và Δ_2 $\Leftrightarrow\begin{cases}\overrightarrow{AB}.\vec{u}=0\\ \overrightarrow{AB}.\vec{u'}=0\end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}2(-1-2t-4t')+(3-t+t')+(-3-t-t')=0\\ -4(-1-2t-4t')+(3-t+t')-(-3-t-t')=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-6t-8t'=2\\ 8t+18t'=-10\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t=1\\ t'=-1\end{cases}$

Suy ra $A(1;-1;2)$ và $\overrightarrow{AB}=(1;1;-3)$.

Phương trình đường thẳng chứa đoạn vuông góc chung của Δ_1 và Δ_2 là: $\begin{cases}x=1+t_1\\ y=-1+t_1\\ z=2-3t_1\end{cases}$.

Chỉ có điểm $Q(3;1;-4)$ có tọa độ thỏa mãn phương trình.

Dạng 1.2 Xác định phương trình đường thẳng khi biết yếu tố song song

Câu 32. **(Mã 110 2017)** Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;-2;3)$ và hai mặt phẳng $(P): x+y+z+1=0$, $(Q): x-y+z-2=0$. Phương trình nào dưới đây là phương trình đường thẳng đi qua A, song song với (P) và (Q)?

A. $\begin{cases}x=1+t\\ y=-2\\ z=3-t\end{cases}$ **B.** $\begin{cases}x=-1+t\\ y=2\\ z=-3-t\end{cases}$ **C.** $\begin{cases}x=1+2t\\ y=-2\\ z=3+2t\end{cases}$ **D.** $\begin{cases}x=1\\ y=-2\\ z=3-2t\end{cases}$

Lời giải

Chọn A

Ta có $\begin{cases}\vec{n}_{(P)}=(1;1;1)\\ \vec{n}_{(Q)}=(1;-1;1)\end{cases}$ và $\left[\vec{n}_{(P)},\vec{n}_{(Q)}\right]=(2;0;-2)$. Vì đường thẳng d song song với hai mặt phẳng (P) và (Q), nên d có véctơ chỉ phương $\vec{u}=(1;0;-1)$.

Đường thẳng d đi qua $A(1;-2;3)$ nên có phương trình: $\begin{cases}x=1+t\\ y=-2\\ z=3-t\end{cases}$

Câu 33. **(Chuyên Nguyễn Tất Thành Yên Bái 2019)** Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho điểm $M(1;-3;4)$, đường thẳng d có phương trình: $\dfrac{x+2}{3}=\dfrac{y-5}{-5}=\dfrac{z-2}{-1}$ và mặt phẳng (P): $2x+z-2=0$. Viết phương trình đường thẳng Δ qua M vuông góc với d và song song với (P).

A. $\Delta:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+3}{-1}=\dfrac{z-4}{-2}$. **B.** $\Delta:\dfrac{x-1}{-1}=\dfrac{y+3}{-1}=\dfrac{z-4}{-2}$.

C. $\Delta:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+3}{1}=\dfrac{z-4}{-2}$. **D.** $\Delta:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+3}{-1}=\dfrac{z+4}{2}$.

Lời giải

Ta có $\vec{u}_d=(3;-5;-1)$ là véc tơ chỉ phương của d.

$\vec{n}_{(P)}=(2;0;1)$ là véc tơ pháp tuyến của (P).

$\left[\overrightarrow{u_d},n_{(p)}\right]=(-5;-5;10)$.

Do Δ vuông góc với d và song song với (P) nên $\vec{u}=(1;1;-2)$ là véctơ chỉ phương của Δ.

Khi đó, phương trình của Δ là $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+3}{1}=\dfrac{z-4}{-2}$.

Câu 34. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):2x-y+2z+3=0$ và hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x}{3}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z+1}{1};d_2:\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-1}{-2}=\dfrac{z+3}{1}$. Xét các điểm A,B lần lượt di động trên d_1 và d_2 sao cho AB song song với mặt phẳng (P). Tập hợp trung điểm của đoạn thẳng AB là

A. Một đường thẳng có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(-9;8;-5)$

B. Một đường thẳng có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(-5;9;8)$

C. Một đường thẳng có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(1;-2;-5)$

D. Một đường thẳng có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(1;5;-2)$

Lời giải

Chọn A

$A\in d_1\Rightarrow A(3a;1-a;-1+a)$; $B\in d_2\Rightarrow B(2+b;1-2b;-3+b)$.

$\overrightarrow{AB}=(2+b-3a;-2b+a;b-2-a)$; $\vec{n}_P=(2;-1;2)$.

Do $AB//(P)$ nên $\overrightarrow{AB}.\vec{n}_P=0\Leftrightarrow a=\dfrac{2}{3}b$.

Tọa độ trung điểm của đoạn thẳng AB là

$I\left(\dfrac{3a+2+b}{2};\dfrac{2-2b-a}{2};\dfrac{-4+a+b}{2}\right)$ hay $I\left(1+\dfrac{3}{2}b;1-\dfrac{8}{6}b;-2+\dfrac{5}{6}b\right)$

Suy ra tập hợp trung điểm của đoạn thẳng AB là một đường thẳng có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(-9;8;-5)$.

Câu 35. **(THPT Lương Văn Can - 2018)** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(3;2;-4)$ và mặt phẳng $(P):3x-2y-3z-7=0$, đường thẳng $d:\dfrac{x-2}{3}=\dfrac{y+4}{-2}=\dfrac{z-1}{2}$. Phương trình nào sau đây là phương trình đường thẳng Δ đi qua A, song song (P) và cắt đường thẳng d?

A. $\begin{cases}x=3+11t\\y=2-54t\\z=-4+47t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=3+54t\\y=2+11t\\z=-4-47t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=3+47t\\y=2+54t\\z=-4+11t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=3-11t\\y=2-47t\\z=-4+54t\end{cases}$.

Lời giải

Gọi $\overrightarrow{n_{(P)}}=(3;-2;-3)$ là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P).

Đường thẳng d đi qua điểm $M(2;-4;1)$ và có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{u_d}=(3;-2;2)$.

Giả sử $\Delta \cap d = M$ nên $M(2+3t;-4-2t;1+2t)$ khi đó vectơ chỉ phương của đường thẳng Δ là $\overrightarrow{u_\Delta}=\overrightarrow{AM}=(3t-1;-2t-6;2t+5)$.

Ta có $\overrightarrow{AM}\perp\overrightarrow{n_{(P)}}\Leftrightarrow\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{n_{(P)}}=0$ nên $3(3t-1)-2(-2t-6)-3(2t+5)=0\Leftrightarrow t=\dfrac{6}{7}$.

Suy ra $\overrightarrow{AM}=\left(\dfrac{11}{7};-\dfrac{54}{7};\dfrac{47}{7}\right)$

Chọn vectơ chỉ phương của đường thẳng Δ có tọa độ là $(11;-54;47)$ do đó phương trình đường thẳng cần tìm là $\begin{cases}x=3+11t\\y=2-54t\\z=-4+47t\end{cases}$.

Câu 36. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho điểm $M(1;-3;4)$, đường thẳng $d:\dfrac{x+2}{3}=\dfrac{y-5}{-5}=\dfrac{z-2}{-1}$ và mặt phẳng (P): $2x+z-2=0$. Viết phương trình đường thẳng Δ qua M vuông góc với d và song song với (P).

A. $\Delta:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+3}{-1}=\dfrac{z-4}{-2}$.

B. $\Delta:\dfrac{x-1}{-1}=\dfrac{y+3}{-1}=\dfrac{z-4}{-2}$.

C. $\Delta:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+3}{1}=\dfrac{z-4}{-2}$.

D. $\Delta:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+3}{-1}=\dfrac{z+4}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Đường thẳng $d:\dfrac{x+2}{3}=\dfrac{y-5}{-5}=\dfrac{z-2}{-1}$ có vec tơ chỉ phương $\overrightarrow{u_d}=(3;-5;-1)$

Mặt phẳng (P): $2x+z-2=0$ có vec tơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_{(P)}}=(2;0;1)$

Đường thẳng Δ vuông góc với d nên vec tơ chỉ phương $\overrightarrow{u_\Delta}\perp\overrightarrow{u_d}$,

Đường thẳng Δ song song với (P) nên $\overrightarrow{u_\Delta}\perp\overrightarrow{n_{(P)}}$

Ta có $\overrightarrow{u_d}\wedge\vec{n}_{(P)}=(-5;-5;10)$.

Chọn vec tơ chỉ phương $\overrightarrow{u_\Delta}=(1;1;-2)$

Vậy phương trình đường thẳng Δ qua M vuông góc với d và song song với (P) là $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+3}{1}=\dfrac{z-4}{-2}$.

Câu 37. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;-2;3)$ và hai mặt phẳng (P): $x+y+z+1=0$, (Q): $x-y+z-2=0$. Phương trình nào dưới đây là phương trình đường thẳng đi qua A, song song với (P) và (Q)?

A. $\begin{cases}x=1\\y=-2\\z=3-2t\end{cases}$ **B.** $\begin{cases}x=-1+t\\y=2\\z=-3-t\end{cases}$ **C.** $\begin{cases}x=1+2t\\y=-2\\z=3+2t\end{cases}$ **D.** $\begin{cases}x=1+t\\y=-2\\z=3-t\end{cases}$

Lời giải

Chọn D

Ta có $\begin{cases} \vec{n}_{(P)} = (1;1;1) \\ \vec{n}_{(Q)} = (1;-1;1) \end{cases}$ và $\left[\vec{n}_{(P)}, \vec{n}_{(Q)}\right] = (2;0;-2) = 2(1;0;-1)$. Vì đường thẳng d song song với hai mặt phẳng, nên nhận véc tơ $(1;0;-1)$ làm véc tơ chỉ phương.

Câu 38. Trong không gian Oxyz, cho điểm $A(2;0;-1)$ và mặt phẳng $(P): x+y-1=0$. Đường thẳng đi qua A đồng thời song song với (P) và mặt phẳng (Oxy) có phương trình là

A. $\begin{cases} x = 3+t \\ y = 2t \\ z = 1-t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = 2+t \\ y = -t \\ z = -1 \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = 1+2t \\ y = -1 \\ z = -t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = 3+t \\ y = 1+2t \\ z = -t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\vec{n}_{(Oxy)} = (1;1;0)$, $\vec{n}_{(Oxy)} = (0;0;1)$.

Gọi d là đường thẳng đi qua A đồng thời song song với (P) và mặt phẳng (Oxy). Khi đó:

$\begin{cases} \vec{u}_d \perp \vec{n}_{(P)} \\ \vec{u}_d \perp \vec{n}_{(Oxy)} \end{cases} \Rightarrow \vec{u}_d = \left[\vec{n}_{(P)}, \vec{n}_{(Oxy)}\right] = (1;-1;0)$. Vậy $d: \begin{cases} x = 2+t \\ y = -t \\ z = -1 \end{cases}$.

Câu 39. **(Chuyên Lê Quý Đôn Quảng Trị 2019)** Trong không gian tọa độ $Oxyz$, viết phương trình chính tắc của đường thẳng đi qua điểm $A(3;-1;5)$ và cùng song song với hai mặt phẳng $(P): x-y+z-4=0$, $(Q): 2x+y+z+4=0$.

A. $d: \dfrac{x-3}{2} = \dfrac{y+1}{1} = \dfrac{z-5}{-3}$. **B.** $\dfrac{x-3}{2} = \dfrac{y+1}{-1} = \dfrac{z-5}{-3}$.

C. $\dfrac{x+3}{2} = \dfrac{y-1}{1} = \dfrac{z+5}{-3}$. **D.** $\dfrac{x+3}{2} = \dfrac{y-1}{-1} = \dfrac{z+5}{-3}$.

Lời giải

Chọn B

Mặt phẳng (P) có một vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_P} = (1;-1;1)$; mặt phẳng (Q) có một vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_Q} = (2;1;1)$.

Nhận thấy $A \notin (P)$ và $A \notin (Q)$.

Gọi đường thẳng cần lập là d và $\vec{u}$ là một vectơ chỉ phương của nó.

Ta chọn $\vec{u} = \left[\overrightarrow{n_Q}, \overrightarrow{n_P}\right] = (2;-1;-3)$.

Mặt khác, d qua $A(3;-1;5)$ nên có phương trình chính tắc là $\dfrac{x-3}{2} = \dfrac{y+1}{-1} = \dfrac{z-5}{-3}$.

Câu 40. **(Chu Văn An - Hà Nội - 2019)** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(\alpha): x-2y+z-1=0$, $(\beta): 2x+y-z=0$ và điểm $A(1;2;-1)$. Đường thẳng Δ đi qua điểm A và song song với cả hai mặt phẳng $(\alpha), (\beta)$ có phương trình là

A. $\dfrac{x-1}{-2} = \dfrac{y-2}{4} = \dfrac{z+1}{-2}$. **B.** $\dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y-2}{3} = \dfrac{z+1}{5}$.

C. $\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{-2}=\frac{z+1}{-1}$. **D.** $\frac{x}{1}=\frac{y+2}{2}=\frac{z-3}{1}$.

Lời giải

Chọn B

mp(α) có véc tơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_1}=(1;-2;1)$, mp$(\beta)$ có véc tơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_2}=(2;1;-1)$.

Đường thẳng Δ có véc tơ chỉ phương là $\vec{u}=\left[\overrightarrow{n_1};\overrightarrow{n_2}\right]=(1;3;5)$.

Phương trình của đường thẳng $\Delta:\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{3}=\frac{z+1}{5}$.

Câu 41. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;0;0)$, $B(0;2;0)$, $C(0;0;3)$. Đường thẳng đi qua tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC, song song với mặt phẳng (Oxy) và vuông góc với AB.

A. $\begin{cases} x=\frac{13}{98}-t \\ y=-\frac{40}{49}+2t \\ z=\frac{135}{98} \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=\frac{13}{98}-2t \\ y=\frac{40}{49}+t \\ z=\frac{135}{98} \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=\frac{13}{98}+2t \\ y=\frac{40}{49}+t \\ z=\frac{135}{98} \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=-\frac{13}{98}-t \\ y=\frac{40}{49}+2t \\ z=\frac{135}{98} \end{cases}$.

Lời giải

Chọn C

Gọi $I(x;y;z)$ là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC, ta có:

$$\begin{cases} AI=BI \\ AI=CI \\ I\in(ABC) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x-1)^2+y^2+z^2=x^2+(y-2)^2+z^2 \\ (x-1)^2+y^2+z^2=x^2+y^2+(z-3)^2 \\ \frac{x}{1}+\frac{y}{2}+\frac{z}{3}=1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x-4y=-3 \\ 2x-6z=-8 \\ 6x+3y+2z=6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\frac{13}{98} \\ y=\frac{40}{49} \\ z=\frac{135}{98} \end{cases} \Rightarrow I\left(\frac{13}{98};\frac{40}{49};\frac{135}{98}\right).$$

Ta có: $\overrightarrow{AB}=(-1;2;0)$.

Mặt phẳng (Oxy) có 1 véc tơ pháp tuyến $\vec{k}=(0;0;1)$.

Theo giả thiết đường thẳng Δ cần tìm có 1 véc tơ chỉ phương là $\vec{u}_{\Delta}=\left[\overrightarrow{AB},\vec{k}\right]=(2;1;0)$.

Phương trình tham số của đường thẳng $\Delta:\begin{cases} x=\dfrac{13}{98}+2t \\ y=\dfrac{40}{49}+t \\ z=\dfrac{135}{98} \end{cases}$.

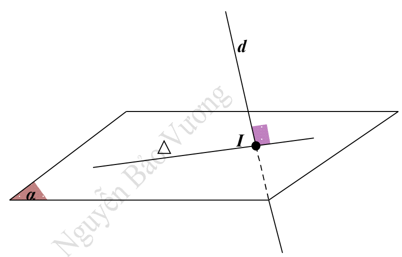
Câu 42. **(THPT Cẩm Bình 2019)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): x-2z-6=0$ và đường thẳng $d:\begin{cases} x=1+t \\ y=3+t \\ z=-1-t \end{cases}$. Viết phương trình đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng (α) cắt đồng thời vuông góc với d.

A. $\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y-4}{1}=\dfrac{z+2}{1}$. **B.** $\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y-4}{-1}=\dfrac{z+2}{1}$.

C. $\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y-3}{-1}=\dfrac{z+2}{1}$. **D.** $\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y-4}{-1}=\dfrac{z-2}{1}$.

Lời giải

Chọn B



Giao điểm I của d và (α) là nghiệm của hệ $\begin{cases} x=1+t \\ y=3+t \\ z=-1-t \\ x-2z-6=0 \end{cases} \Rightarrow I(2;4;-2)$.

Mặt phẳng (α) có một vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(1;0;-2)$; đường thẳng d có một vectơ chỉ phương $\vec{u}=(1;1;-1)$.

Khi đó đường thẳng Δ có một vectơ chỉ phương là $[\vec{n},\vec{u}]=(2;-1;1)$.

Đường thẳng Δ qua điểm $I(2;4;-2)$ và có một vectơ chỉ phương $[\vec{n},\vec{u}]=(2;-1;1)$ nên có phương trình chính tắc: $\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y-4}{-1}=\dfrac{z+2}{1}$.

Câu 43. Trong không gian Oxyz, cho ba đường thẳng $d_1:\dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-2}{-2}$; $d_2:\dfrac{x+1}{3}=\dfrac{y}{-2}=\dfrac{z+4}{-1}$ và $d_3:\dfrac{x+3}{4}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z}{6}$. Đường thẳng song song với d_3, cắt d_1 và d_2 có phương trình là

A. $\dfrac{x-3}{4}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-2}{6}$. **B.** $\dfrac{x-3}{-4}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-2}{-6}$.

C. $\dfrac{x+1}{4}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z-4}{6}$. **D.** $\dfrac{x-1}{4}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z+4}{6}$.

Lời giải

Chọn B

Từ $d_1:\dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-2}{-2}\Rightarrow d_1:\begin{cases}x=3+2t\\y=-1+t\\z=2-2t\end{cases}$; từ $d_2:\dfrac{x+1}{3}=\dfrac{y}{-2}=\dfrac{z+4}{-1}\Rightarrow\begin{cases}\overrightarrow{u_2}=(3;-2;-1)\\A(-1;0;-4)\end{cases}$;

Từ $d_3:\dfrac{x+3}{4}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z}{6}\Rightarrow\overrightarrow{u_3}=(4;-1;6)$

Gọi (P) là mặt phẳng chứa d_2 và song song với d_3

$$\Rightarrow\begin{cases}\overrightarrow{n_P}=\left[\overrightarrow{u_2};\overrightarrow{u_3}\right]=\left(\begin{vmatrix}-2&-1\\-1&6\end{vmatrix};\begin{vmatrix}-1&3\\6&4\end{vmatrix};\begin{vmatrix}3&-2\\4&-1\end{vmatrix}\right)=(-13;-22;5)\\A(-1;0;-4)\in(P)\end{cases}$$

$\Rightarrow(P):-13(x+1)-22y+5(z+4)=0\Leftrightarrow(P):13x+22y-5z-7=0$

Gọi B là giao điểm của (P) và d_1. Đường thẳng đi qua B và song song với d_3 chính là đường thẳng cần tìm.

Gọi $B(3+2t;-1+t;2-2t)$. Thay tọa độ B vào (P): $13(3+2t)+22(-1+t)-5(2-2t)-7=0$

$\Rightarrow t=0\Rightarrow B(3;-1;2)$

Vì đường thẳng cần tìm song song với (d_3) nên có các véc tơ chỉ phương là $n.\overrightarrow{u_3}$ $(n\neq0;n\in\mathbb{Z})$

Như vậy chỉ có đáp án B là hợp lý.

Câu 44. **(SGD Cần Thơ 2019)** Trong không gian $Oxyz$, cho các đường thẳng $d_1:\dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-2}{-2}$, $d_2:\begin{cases}x=-1+3t\\y=-2t\\z=-4-t\end{cases}$, $d_3:\dfrac{x+3}{4}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z}{6}$. Đường thẳng song song với d_3 và cắt đồng thời d_1 và d_2 có phương trình là:

A. $\dfrac{x+1}{4}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z-4}{6}$. **B.** $\dfrac{x-1}{4}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z+4}{6}$.

C. $\dfrac{x-3}{4}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-2}{6}$. **D.** $\dfrac{x-3}{-4}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-2}{-6}$.

Lời giải

Chọn D

Gọi Δ đường thẳng song song với d_3 và cắt d_1 và d_2.

$\vec{u}_\Delta;\vec{u}_3$ lần lượt là véctơ chỉ phương của Δ và d_3.

Ta có $\Delta\cap d_1=A\Rightarrow A(2x+3;x-1;-2x+2)$; $\Delta\cap d_2=B\Rightarrow B(-1+3y;-2y;-4-y)$.

$\overrightarrow{AB}=(3y-2x-4;-2y-x+1;-y+2x-6)$.

Vì $\Delta//d_3\Rightarrow\vec{u}_\Delta=k\vec{u}_3\Rightarrow\dfrac{3y-2x-4}{4}=\dfrac{-2y-x+1}{-1}=\dfrac{-y+2x-6}{6}$.

$$\Rightarrow\begin{cases}2x-3y+4=-8y-4x+4\\-12y-6x+6=y-2x+6\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}6x+5y=0\\-13y+4x=0\end{cases}\Leftrightarrow x=y=0.$$

Từ đó suy ra: $A(3;-1;2);B(-1;0;-4)\Rightarrow\overrightarrow{AB}=(-4;1;-6)$ là véctơ chỉ phương của Δ.

Phương trình Δ là: $\dfrac{x-3}{-4}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-2}{-6}$.

Câu 45. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình tham số của đường thẳng đi qua điểm $M(1;3;-2)$, đồng thời song song với giao tuyến của hai mặt phẳng $(P): x+y-3=0$ và $(Q): 2x-y+z-3=0$.

A. $\begin{cases} x=1+3t \\ y=3-t \\ z=-2+t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=1-3t \\ y=3+t \\ z=-2+t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=3-t \\ z=-2-3t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=3+t \\ z=-2-3t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn C

Hai mặt phẳng $(P): x+y-3=0$ và $(Q): 2x-y+z-3=0$ có vectơ pháp tuyến lần lượt là: $\overrightarrow{n_P}=(1;1;0)$; $\overrightarrow{n_Q}=(2;-1;1)$.

Giao tuyến của hai mặt phẳng (P) và (Q) có vectơ chỉ phương: $\vec{u}=\left[\overrightarrow{n_P};\overrightarrow{n_Q}\right]=(1;-1;-3)$.

Đường thẳng đi qua điểm $M(1;3;-2)$, đồng thời song song với giao tuyến của hai mặt phẳng $(P): x+y-3=0$ và $(Q): 2x-y+z-3=0$ nhận vectơ $\vec{u}$ làm vectơ chỉ phương có phương trình tham số là: $\begin{cases} x=1+t \\ y=3-t \\ z=-2-3t \end{cases}$.

Câu 46. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho đường thẳng $d: \frac{x}{1}=\frac{y-1}{2}=\frac{z+2}{2}$, mặt phẳng $(P): 2x+y+2z-5=0$ và điểm $A(1;1;-2)$. Phương trình chính tắc của đường thẳng Δ đi qua điểm A song song với mặt phẳng (P) và vuông góc với d là:

A. $\Delta: \frac{x-1}{1}=\frac{y-1}{2}=\frac{z+2}{-2}$. **B.** $\Delta: \frac{x-1}{2}=\frac{y-1}{1}=\frac{z+2}{-2}$.

C. $\Delta: \frac{x-1}{2}=\frac{y-1}{2}=\frac{z+2}{-3}$. **D.** $\Delta: \frac{x-1}{1}=\frac{y-1}{2}=\frac{z+2}{2}$.

Lời giải

Chọn C

$d: \frac{x}{1}=\frac{y-1}{2}=\frac{z+2}{2} \Rightarrow d$ có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}(1;2;2)$.

$(P): 2x+y+2z-5=0 \Rightarrow (P)$ có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}(2;1;2)$.

Đường thẳng Δ song song với mặt phẳng (P) và vuông góc với d

$\Rightarrow \Delta$ có một vectơ chỉ phương là $\vec{v}=\left[\vec{u},\vec{n}\right]=(2;2;-3)$, và đường thẳng Δ đi qua điểm $A(1;1;-2) \Rightarrow$ Phương trình chính tắc của đường thẳng Δ là: $\frac{x-1}{2}=\frac{y-1}{2}=\frac{z+2}{-3}$.

Câu 47. **(SP Đồng Nai - 2019)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+y-z+9=0$, đường thẳng $d: \frac{x-3}{1}=\frac{y-3}{3}=\frac{z}{2}$ và điểm $A(1;2;-1)$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua điểm A cắt d và song song với mặt phẳng (P).

A. $\frac{x-1}{-1}=\frac{y-2}{2}=\frac{z+1}{1}$. **B.** $\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{2}=\frac{z+1}{-1}$.

C. $\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{2}=\frac{z+1}{1}$. **D.** $\frac{x-1}{-1}=\frac{y-2}{2}=\frac{z+1}{-1}$.

Lời giải

Chọn A

Cách 1:

Ta có: (P) có vectơ pháp tuyến là: $\vec{n}=(1;1;-1)$.

d có vectơ chỉ phương là: $\vec{u}=(1;3;2)$ và $B(3;3;0)\in d$.

Δ có vectơ chỉ phương là: $\overrightarrow{u_\Delta}=(a;b;c)$ và $A(1;2;-1)\in\Delta$ (trong đó $a^2+b^2+c^2>0$).

$\Rightarrow \overrightarrow{AB}=(2;1;1); d\,||(P)\Leftrightarrow \overrightarrow{u_\Delta}.\vec{n}=0\Leftrightarrow a+b-c=0\Leftrightarrow c=a+b \Rightarrow \overrightarrow{u_\Delta}=(a;b;a+b)$.

Do d cắt Δ $\Leftrightarrow \left[\overrightarrow{AB},\vec{u}\right].\overrightarrow{u_\Delta}=0\Leftrightarrow 2a+b=0\Leftrightarrow b=-2a$.

Chọn $a=-1\Rightarrow b=2\Rightarrow c=1\Rightarrow \overrightarrow{u_\Delta}=(-1;2;1)\Rightarrow \Delta:\frac{x-1}{-1}=\frac{y-2}{2}=\frac{z+1}{1}$.

Kết luận: $\Delta:\frac{x-1}{-1}=\frac{y-2}{2}=\frac{z+1}{1}$.

Cách 2:

Ta có: (P) có vectơ pháp tuyến là: $\vec{n}=(1;1;-1)$.

Δ có vectơ chỉ phương là: $\overrightarrow{u_\Delta}=(a;b;c)$ và $A(1;2;-1)\in\Delta$ (trong đó $a^2+b^2+c^2>0$).

Do Δ song song với mặt phẳng $(P)\Rightarrow \overrightarrow{u_\Delta}.\vec{n}=0$.

Nhận xét đáp án A: $\overrightarrow{u_\Delta}.\vec{n}=0$.

Nhận xét đáp án B: $\overrightarrow{u_\Delta}.\vec{n}=4\neq 0\Rightarrow$ loại đáp án **B.**

đáp án C: $\overrightarrow{u_\Delta}.\vec{n}=2\neq 0\Rightarrow$ loại đáp án **C.**

đáp án D: $\overrightarrow{u_\Delta}.\vec{n}=2\neq 0\Rightarrow$ loại đáp án **D.**

Kết luận: Chọn đáp án **A.**

Câu 48. (THPT Thăng Long-Hà Nội- 2019) Trong không gian, cho mặt phẳng (P): $x+y-z-4=0$ và điểm $A(2;-1;3)$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua A và song song với (P), biết Δ có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(a;b;c)$, đồng thời Δ đồng phẳng và không song song với Oz. Tính $\frac{a}{c}$.

A. $\frac{a}{c}=2$. **B.** $\frac{a}{c}=-2$. **C.** $\frac{a}{c}=-\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{a}{c}=\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn A

(P) có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(1;1;-1)$.

Δ đi qua điểm $A(2;-1;3)$ và có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(a;b;c)$.

Oz đi qua điểm $O(0;0;0)$ và có một vectơ chỉ phương là $\vec{k}=(0;0;1)$.

Δ không song song với Oz $\Leftrightarrow$ $a:b:c\neq 0:0:1$.

Δ đồng phẳng với Oz $\Leftrightarrow$ Ba vectơ $\vec{u}$; $\vec{k}$; $\overrightarrow{OA}$ đồng phẳng

$\Leftrightarrow \left[\vec{k},\overrightarrow{OA}\right]\vec{u}=0 \Leftrightarrow a+2b=0 \Leftrightarrow a=-2b$.

Do $\Delta//(P) \Rightarrow \vec{u}\perp\vec{n} \Leftrightarrow \vec{u}.\vec{n}=\vec{0} \Leftrightarrow a+b-c=0 \Rightarrow c=-b$. Suy ra $\dfrac{a}{c}=2$.

Dạng 1.3 Phương trình đường thẳng hình chiếu, đối xứng

Câu 49. **(Đề Tham Khảo 2017)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+5}{-1}=\dfrac{z-3}{4}$. Phương trình nào dưới đây là phương trình hình chiếu vuông góc của d trên mặt phẳng $x+3=0$?

A. $\begin{cases}x=-3\\y=-5+2t\\z=3-t\end{cases}$ **B.** $\begin{cases}x=-3\\y=-6-t\\z=7+4t\end{cases}$ **C.** $\begin{cases}x=-3\\y=-5-t\\z=-3+4t\end{cases}$ **D.** $\begin{cases}x=-3\\y=-5+t\\z=3+4t\end{cases}$

Lời giải

Chọn B

Cách 1: Đường thẳng d đi qua điểm $M_0(1;-5;3)$ và có VTCP $\vec{u}_d=(2;-1;4)$

Gọi (Q) là mặt phẳng chứa d và vuông góc với $(P):x+3=0$.

Suy ra mặt phẳng (Q) đi qua điểm $M_0(1;-5;3)$ và có VTPT là $[\vec{n}_P;\vec{u}_d]=(0;4;1)$

$\Rightarrow (Q):4y+z+17=0$.

Phương trình hình chiếu vuông góc của d trên mặt phẳng (P) là

$\begin{cases}4y+z+17=0\\x+3=0\end{cases}$ hay $\begin{cases}x=-3\\y=-6-t\\z=7+4t\end{cases}$

Cách 2: Ta có $M\in d \Rightarrow M(1+2t;-5-t;3+4t)$. Gọi M' là hình chiếu của M trên $(P):x+3=0$. Suy ra $M'(-3;-5-t;3+4t)$. Suy ra $d':\begin{cases}x=-3\\y=-5-t\\z=3+4t\end{cases}$

So sánh với các phương án, ta chọn D là đáp án đúng.

Câu 50. **(Đề Tham Khảo 2019)** Trong không gian Oxyz, cho mặt phẳng $(P):x+y+z-3=0$ và đường thẳng $d:\dfrac{x}{1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-2}{-1}$. Hình chiếu vuông góc của d trên (P) có phương trình là

A. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-1}{4}=\dfrac{z-1}{-5}$ **B.** $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-4}{1}=\dfrac{z+5}{1}$

C. $\dfrac{x+1}{-1}=\dfrac{y+1}{-4}=\dfrac{z+1}{5}$ **D.** $\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y-1}{-2}=\dfrac{z-1}{-1}$

Lời giải

Chọn A

Gọi M là giao điểm của d với (P).

Tọa độ của M là nghiệm của hệ: $\begin{cases}x+y+z-3=0\\\dfrac{x}{1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-2}{-1}\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x+y+z=3\\2x-y=1\\x+z=2\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=1\\y=1\\z=1\end{cases} \Rightarrow M(1;1;1)$

Lấy điểm $N(0;-1;2)\in d$.

Một vec tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là: $\vec{n}=(1;1;1)$.

Gọi Δ là đường thẳng đi qua N và nhận $\vec{n}=(1;1;1)$ làm vec tơ chỉ phương.

Phương trình đường thẳng $\Delta:\frac{x}{1}=\frac{y+1}{1}=\frac{z-2}{1}$

Gọi N' là giao điểm của Δ với (P).

Tọa độ của N' là nghiệm của hệ: $\begin{cases}x+y+z-3=0\\ \frac{x}{1}=\frac{y+1}{1}=\frac{z-2}{1}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x+y+z=3\\ x-y=1\\ x-z=-2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=\frac{2}{3}\\ y=-\frac{1}{3}\\ z=\frac{8}{3}\end{cases}$ $N'\left(\frac{2}{3};-\frac{1}{3};\frac{8}{3}\right)$

$\overrightarrow{MN'}=\left(-\frac{1}{3};-\frac{4}{3};\frac{5}{3}\right)=-\frac{1}{3}\vec{u}(1;4;-5)$

Đường thẳng cần tìm đi qua điểm $M(1;1;1)$ và nhận $\vec{u}=(1;4;-5)$ làm vec tơ chỉ phương nên có phương trinh $\frac{x-1}{1}=\frac{y-1}{4}=\frac{z-1}{-5}$.

Câu 51. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha):2x+y+z-3=0$ và đường thẳng $d:\frac{x+4}{3}=\frac{y-3}{-6}=\frac{z-2}{-1}$. Viết phương trình đường thẳng d' đối xứng với đường thẳng d qua mặt phẳng (α).

A. $\frac{x}{11}=\frac{y+5}{-17}=\frac{z-4}{-2}$. **B.** $\frac{x}{11}=\frac{y-5}{-17}=\frac{z+4}{-2}$.

C. $\frac{x}{11}=\frac{y-5}{-17}=\frac{z-4}{-2}$. **D.** $\frac{x}{11}=\frac{y-5}{-17}=\frac{z-4}{2}$.

Lời giải

Mặt phẳng $(\alpha):2x+y+z-3=0$ có vectơ pháp tuyến $\vec{n}(2;1;1)$.

Gọi tọa độ giao điểm của d và (α) là I thì $I(-22;39;8)$.

Lấy $A(-4;3;2)\in d$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua A và vuông góc với (α).

Suy ra phương trình đường thẳng Δ là $\begin{cases}x=-4+2t\\ y=3+t\\ z=2+t\end{cases}$

Gọi H là hình chiếu của A lên (α) thì $H=\Delta\cap(\alpha)\Rightarrow H(-2;4;3)$.

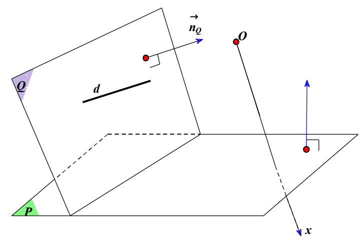
A' đối xứng với A qua $(\alpha)\Leftrightarrow H$ là trung điểm $AA'\Rightarrow A'(0;5;4)$.

Đường thẳng d' đối xứng với đường thẳng d qua mặt phẳng $(\alpha)\Rightarrow d'$ đi qua điểm I, A' có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{A'I}=(22;-34;-4)=2(11;-17;-2)$ có phương trình là: $\frac{x}{11}=\frac{y-5}{-17}=\frac{z-4}{-2}$.

Câu 52. **(Chuyen Phan Bội Châu Nghệ An 2019)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x-1}{2}=\frac{y-2}{1}=\frac{z+1}{3}$ và mặt phẳng $(P):x+y+z-3=0$. Đường thẳng d' là hình chiếu của d theo phương Ox lên (P), d' nhận $\vec{u}=(a;b;2019)$ là một vectơ chỉ phương. Xác định tổng $(a+b)$.

A. 2019. **B.** -2019. **C.** 2018. **D.** -2020.

Lời giải



Chọn $A(1;2;-1)\in d;\vec{u}_d=(2;1;3);[\vec{u},\vec{i}]=(0;3;-1)$.

Ta thấy $[\vec{u}_d;\vec{i}].\overrightarrow{OA}=7\neq 0\Rightarrow d$ và Ox chéo nhau.

Gọi (Q) là mặt phẳng chứa d và song song với Ox.

Một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (Q) là $\vec{n}_Q=[\vec{u}_d;\vec{i}]=(0;3;-1)$.

Hình chiếu d' của d trên mặt phẳng (P) là đường giao tuyến giữa hai mặt phẳng (P) và (Q).

d' có một vectơ chỉ phương là $[\vec{n}_Q;\vec{n}_P]=(-4;1;3)\Rightarrow \vec{u}=673[\vec{n}_Q;\vec{n}_P]=(-2692;673;2019)$ cũng là một vectơ chỉ phương.

Vậy $a+b=-2019$.

Câu 53. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha):x+y-z+6=0$ và đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+4}{3}=\dfrac{z}{5}$. Hình chiếu vuông góc của d trên (α) có phương trình là

A. $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y+4}{3}=\dfrac{z-1}{5}$. **B.** $\dfrac{x}{2}=\dfrac{y+5}{3}=\dfrac{z-1}{5}$.

C. $\dfrac{x+5}{2}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z-1}{5}$. **D.** $\dfrac{x}{2}=\dfrac{y-5}{3}=\dfrac{z-1}{5}$.

Lời giải

Mặt phẳng $(\alpha):x+y-z+1=0$ có vectơ pháp tuyến $\vec{n}(1;1;-1)$.

Đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+4}{3}=\dfrac{z}{5}$ có vectơ chỉ phương $\vec{u}(2;3;5)$.

Vì $\vec{n}.\vec{u}=1.2+1.3+(-1).5=0$ nên $d//(\alpha)$.

Gọi d' là hình chiếu vuông góc của d trên $(\alpha)\Rightarrow d'//d$.

Lấy $A(1;-4;0)\in d$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua A và vuông góc với (α).

Suy ra phương trình đường thẳng Δ là $\begin{cases}x=1+t\\y=-4+t\\z=-t\end{cases}$.

Gọi A' là hình chiếu của A lên (α) thì $A'=\Delta\cap(\alpha)\Rightarrow A'(0;-5;1)$.

Đường thẳng d' là đường thẳng đi qua $A'(0;-5;1)$, có vectơ chỉ phương $\vec{u}(2;3;5)$ có phương trình là $\dfrac{x}{2}=\dfrac{y+5}{3}=\dfrac{z-1}{5}$.

Câu 54. **(KTNL GV Bắc Giang 2019)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+y-z-1=0$ và đường thẳng $d: \frac{x+2}{2}=\frac{y-4}{-2}=\frac{z+1}{1}$. Viết phương trình đường thẳng d' là hình chiếu vuông góc của d trên (P).

A. $d': \frac{x+2}{7}=\frac{y}{-5}=\frac{z+1}{2}$.

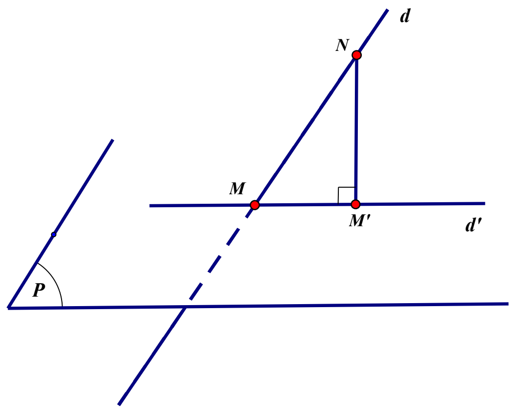
B. $d': \frac{x-2}{7}=\frac{y}{-5}=\frac{z-1}{2}$.

C. $d': \frac{x+2}{7}=\frac{y}{5}=\frac{z+1}{2}$.

D. $d': \frac{x-2}{7}=\frac{y}{5}=\frac{z-1}{2}$.

Lời giải

Chọn B.



+) Phương trình tham số của $d: \begin{cases} x=-2+2t \\ y=4-2t \\ z=-1+t \end{cases}, t \in R$. Gọi $M=(-2+2t;4-2t;-1+t)$ là giao điểm của d và (P) $\Rightarrow (-2+2t)+(4-2t)-(-1+t)-1=0 \Leftrightarrow t=2 \Rightarrow M=(2;0;1)$.

+) Mặt phẳng (P) có 1 vector pháp tuyến là $\overrightarrow{n_P}=(1;1;-1)$. Điểm $N=(0;2;0) \in d$.

Gọi Δ là đường thẳng qua $N(0;2;0)$ và vuông góc với mặt phẳng (P) $\Rightarrow$ Δ nhận vector $\overrightarrow{n_P}=(1;1;-1)$ làm vector chỉ phương. Suy ra phương trình của Δ là:

$(\Delta): \frac{x-0}{1}=\frac{y-2}{1}=\frac{z-0}{-1} \Leftrightarrow (\Delta): \begin{cases} x=c \\ y=2+c \\ z=-c \end{cases}, c \in R$. Gọi $M'=(c;2+c;-c)$ là giao điểm của Δ với mặt phẳng (P) $\Rightarrow c+(2+c)-(-c)-1=0 \Leftrightarrow c=-\frac{1}{3} \Rightarrow M'\left(-\frac{1}{3};\frac{5}{3};\frac{1}{3}\right)$.

+) $\overrightarrow{MM'}=\left(-\frac{7}{3};\frac{5}{3};-\frac{2}{3}\right)$, đường thẳng d' là hình chiếu vuông góc của d trên mặt phẳng (P) nên d' chính là đường thẳng MM', suy ra d' đi qua $M(2;0;1)$ và nhận vector $\vec{u}=-3\overrightarrow{MM'}=(7;-5;2)$ làm vector chỉ phương nên phương trình của d' là:

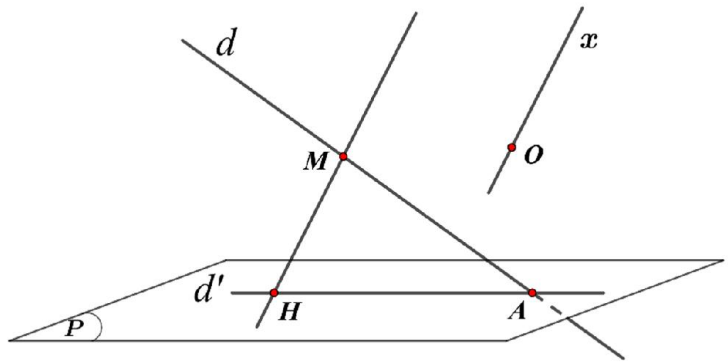
$d': \frac{x-2}{7}=\frac{y}{-5}=\frac{z-1}{2}$.

Câu 55. **(Chuyên Phan Bội Châu 2019)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2}=\frac{y-2}{1}=\frac{z+1}{3}$ và mặt phẳng $(P): x+y+z-3=0$. Đường thẳng d' là hình chiếu của d

theo phương Ox lên (P); d' nhận $\vec{u}(a;b;2019)$ làm một véctơ chỉ phương. Xác định tổng $a+b$.

A. 2019 **B.** -2019 **C.** 2018 **D.** -2020

Lời giải



• Mặt phẳng (P) có véctơ pháp tuyến $\vec{n}_{(P)}=(1;1;1)$.

Đường thẳng d có véctơ chỉ phương là $\vec{u}_d=(2;1;3)$, đường thẳng chứa trục Ox có có véctơ chỉ phương $\vec{i}=(1;0;0)$.

• Gọi (Q) là mặt phẳng chứa đường thẳng d và song song (hoặc chứa) trục Ox.

Khi đó (Q) có véctơ pháp tuyến $\vec{n}_{(Q)}=\left[\vec{u}_d,\vec{i}\right]=(0;3;-1)$.

• Đường thẳng d' chính là giao tuyến của (P) và (Q).

$\Rightarrow$ Vectơ chỉ phương của d' là $\vec{u}_1=\left[\vec{n}_{(P)},\vec{n}_{(Q)}\right]=(-4;1;3)$.

Suy ra: $\vec{u}(-2692;673;2019)$ cũng là chỉ phương của d'.

Ta có: $a+b=-2692+673=-2019$.

Câu 56. **(THPT Đông Sơn 1 - Thanh Hóa 2019)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $x+y+z-3=0$ và đường thẳng $d:\dfrac{x}{1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-2}{-1}$. Hình chiếu của d trên (P) có phương trình là đường thẳng d'. Trong các điểm sau điểm nào thuộc đường thẳng d':

A. $M(2;5;-4)$. **B.** $P(1;3;-1)$. **C.** $N(1;-1;3)$. **D.** $Q(2;7;-6)$.

Lời giải

Chọn A

Gọi $A=d\cap(P)$. Vì $A\in d:\begin{cases}x=t\\y=-1+2t\\z=2-t\end{cases}\Rightarrow A(t;-1+2t;2-t)$.

Mặt khác $A\in(P)\Rightarrow t-1+2t+2-t-3=0\Leftrightarrow t=1$. Vậy $A(1;1;1)$.

Lấy $B(0;-1;2)\in d$. Gọi Δ là đường thẳng qua B và vuông góc (P).

Thì $\Delta:\begin{cases}x=t'\\y=-1+t'\\z=2+t'\end{cases}$. Gọi C là hình chiếu của B lên (P).

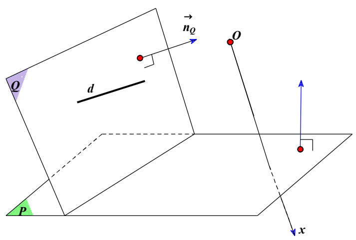
Suy ra $C \in \Delta \Rightarrow C(t';-1+t';2+t')$.

Mặt khác $C \in (P) \Rightarrow t'-1+t'+2+t'-3=0 \Leftrightarrow t'=\dfrac{2}{3}$. Vậy $C\left(\dfrac{2}{3};\dfrac{-1}{3};\dfrac{8}{3}\right)$.

Lúc này d' qua $A(1;1;1)$ và có một vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{AC}=\left(\dfrac{-1}{3};\dfrac{-4}{3};\dfrac{5}{3}\right)$. Hay d' nhận $\vec{u}=(1;4;-5)$ làm một vectơ chỉ phương.

Suy ra $d':\begin{cases} x=1+s \\ y=1+4s \\ z=1-5s \end{cases}$. Vậy điểm thuộc đường thẳng d' là $M(2;5;-4)$.

Câu 57. **(THPT Phan Bội Châu - Nghệ An - 2019)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z+1}{3}$ và mặt phẳng $(P): x+y+z-3=0$. Đường thẳng d' là hình chiếu của d theo phương Ox lên (P), d' nhận $\vec{u}=(a;b;2019)$ là một vectơ chỉ phương. Xác định



tổng $(a+b)$.

A. 2019. **B.** -2019. **C.** 2018. **D.** -2020.

Lời giải

Chọn B

Chọn $A(1;2;-1) \in d; \vec{u}_d=(2;1;3); [\vec{u},\vec{i}]=(0;3;-1)$.

Ta thấy $[\vec{u}_d;\vec{i}].\overrightarrow{OA}=7 \neq 0 \Rightarrow d$ và Ox chéo nhau.

Gọi (Q) là mặt phẳng chứa d và song song với Ox.

Một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (Q) là $\vec{n}_Q=[\vec{u}_d;\vec{i}]=(0;3;-1)$.

Hình chiếu d' của d trên mặt phẳng (P) là đường giao tuyến giữa hai mặt phẳng (P) và (Q).

d' có một vectơ chỉ phương là $[\vec{n}_Q;\vec{n}_P]=(-4;1;3) \Rightarrow \vec{u}=673[\vec{n}_Q;\vec{n}_P]=(-2692;673;2019)$ cũng là một vectơ chỉ phương.

Vậy $a+b=-2019$..

Câu 58. **(SGD Bắc Ninh 2019)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z-2}{-1}$ và mặt phẳng $(P): 2x+y+2z-1=0$. Gọi d' là hình chiếu của đường thẳng d lên mặt phẳng (P), véc tơ chỉ phương của đường thẳng d' là

A. $\overrightarrow{u_3}=(5;-6;-13)$. **B.** $\overrightarrow{u_2}=(5;-4;-3)$.

C. $\overrightarrow{u_4}=(5;16;13)$. **D.** $\overrightarrow{u_1}=(5;16;-13)$.

Lời giải

Chọn D

Đường thẳng d đi qua điểm $A(1;1;2)$ và có 1 véc tơ chỉ phương $\overrightarrow{u_d}=(1;2;-1)$.

Mặt phẳng (P) có 1 véc tơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_{(P)}}=(2;1;2)$.

Gọi $\overrightarrow{u_{d'}}$ là một véc tơ chỉ phương của đường thẳng d'.

Gọi (Q) là mặt phẳng chứa đường thẳng d và vuông góc với mặt phẳng (P). Khi đó (Q) đi qua điểm $A(1;1;2)$ và có 1 véc tơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_{(Q)}}=\left[\overrightarrow{u_d},\overrightarrow{n_{(P)}}\right]=(5;-4;-3)$.

d' là hình chiếu của đường thẳng d trên mặt phẳng $(P)\Leftrightarrow d'=(P)\cap(Q)$ nên $\begin{cases}\overrightarrow{u_{d'}}\perp\overrightarrow{n_{(P)}}\\ \overrightarrow{u_{d'}}\perp\overrightarrow{n_Q}\end{cases}$. Véc tơ chỉ phương của đường thẳng d' là $\overrightarrow{u_{d'}}=\left[\overrightarrow{n_{(P)}},\overrightarrow{n_{(Q)}}\right]=(5;16;-13)$.

Câu 59. Trong không gian $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P): x+y+z-3=0$ và đường thẳng $d:\frac{x}{1}=\frac{y+1}{2}=\frac{z-2}{-1}$. Hình chiếu vuông góc của d trên (P) có phương trình là

A. $\frac{x+1}{-1}=\frac{y+1}{-4}=\frac{z+1}{5}$. **B.** $\frac{x-1}{3}=\frac{y-1}{-2}=\frac{z-1}{-1}$.

C. $\frac{x-1}{1}=\frac{y-1}{4}=\frac{z-1}{-5}$. **D.** $\frac{x-1}{1}=\frac{y+4}{1}=\frac{z+5}{1}$.

Lời giải

Chọn C

Cách 1: Đường thẳng d đi qua điểm $M(0;-1;2)$ và có một vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{u_d}=(1;2;-1)$.

Gọi (Q) là mặt phẳng chứa d và vuông góc với (P).

(Q) đi qua điểm $M(0;-1;2)$ và có một vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_Q}=\left[\overrightarrow{u_d},\overrightarrow{n_P}\right]=(3;-2;-1)$.

$\Rightarrow(Q): 3x-2y-z=0$.

Gọi Δ là hình chiếu vuông góc của d trên (P), khi đó tập hợp các điểm thuộc Δ là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases}3x-2y-z=0\\ x+y+z-3=0\end{cases}\quad(I)$.

Trong hệ (I) cho $z=1$, ta được $x=1,\ y=1$. Vậy điểm $A(1;1;1)$ thuộc Δ.

Δ là đường thẳng đi qua điểm $A(1;1;1)$ và có một vectơ chỉ phương $\vec{u}_\Delta=\left[\overrightarrow{n_P},\overrightarrow{n_Q}\right]=(1;4;-5)$ nên có phương trình chính tắc là $\frac{x-1}{1}=\frac{y-1}{4}=\frac{z-1}{-5}$.

Cách 2: Gọi $A=d\cap(P)$.

$A\in d\Rightarrow A(t;-1+2t;2-t)$.

$A\in(P)\Rightarrow t+(-1+2t)+(2-t)-3=0\Rightarrow 2t-2=0\Rightarrow t=1\Rightarrow A(1;1;1)$.

Lấy điểm $M(0;-1;2)\in d$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P). Khi đó Δ có phương trình tham số là $\begin{cases}x=t\\ y=-1+t\\ z=2+t\end{cases}$.

Gọi $B=\Delta\cap(P)$.

$B\in\Delta\Rightarrow B(t;-1+t;2+t)$.

$B\in(P)\Rightarrow t+(-1+t)+(2+t)-3=0\Rightarrow 3t-2=0\Rightarrow t=\dfrac{2}{3}\Rightarrow B\left(\dfrac{2}{3};\dfrac{-1}{3};\dfrac{8}{3}\right)$.

Phương trình hình chiếu vuông góc của d trên mặt phẳng (P) là đường thẳng AB đi qua điểm $A(1;1;1)$ và có một vectơ chỉ phương $\vec{u}=-3.\overrightarrow{AB}=-3.\left(\dfrac{-1}{3};\dfrac{-4}{3};\dfrac{5}{3}\right)=(1;4;-5)$ nên có phương trình chính tắc là $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-1}{4}=\dfrac{z-1}{-5}$.

Dạng 1.4 Xác định một số phương trình đường thẳng đặc biệt (phân giác, trung tuyến, giao tuyến…)

Hai đường thẳng d_1,d_2 cắt nhau tại điểm $A(x_0;y_0;z_0)$ và có véctơ chỉ phương |ần lượt là $\overrightarrow{u_1}(a_1;b_1;c_1),\overrightarrow{u_2}(a_2;b_2;c_2)$

Đường thẳng phân giác của góc tạo bởi hai đường thẳng này có véctơ chỉ phương được xác định theo công thức

$\vec{u}=\dfrac{1}{|u_1|}\cdot\overrightarrow{u_1}\pm\dfrac{1}{|u_2|}\cdot\overrightarrow{u_2}=\dfrac{1}{\sqrt{a_1^2+b_1^2+c_1^2}}(a_1;b_1;c_1)\pm\dfrac{1}{\sqrt{a_2^2+b_2^2+c_2^2}}(a_2;b_2;c_2)$

Chi tiết có hai phân giác:

Nếu $\overrightarrow{u_1}\overrightarrow{u_2}>0\Rightarrow\vec{u}=\dfrac{1}{|u_1|}\cdot\overrightarrow{u_1}+\dfrac{1}{|u_2|}\cdot\overrightarrow{u_2}$ là véctơ chỉ phương của phân giác tạo bởi góc nhọn giữa hai đường thẳng và $\vec{u}=\dfrac{1}{|u_1|}\cdot\overrightarrow{u_1}-\dfrac{1}{|u_2|}\cdot\overrightarrow{u_2}$ là véctơ chỉ phương của phân giác tạo bởi góc tù giữa hai đường thẳng.

Nếu $\overrightarrow{u_1}\overrightarrow{u_2}>0\Rightarrow\vec{u}=\dfrac{1}{|u_1|}\cdot\overrightarrow{u_1}+\dfrac{1}{|u_2|}\cdot\overrightarrow{u_2}$ là véctơ chỉ phương của phân giác tạo bởi góc tù giữa hai đường thẳng và $\vec{u}=\dfrac{1}{|u_1|}\cdot\overrightarrow{u_1}-\dfrac{1}{|u_2|}\cdot\overrightarrow{u_2}$ là véctơ chỉ phương của phân giác tạo bởi góc nhọn giữa hai đường thẳng.

Câu 60. (Mã 102 2018) Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=1+3t\\y=-3\\z=5+4t\end{cases}$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua điểm $A(1;-3;5)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}(1;2;-2)$. Đường phân giác của góc nhọn tạo bởi d và Δ có phương trình là

A. $\begin{cases}x=-1+2t\\y=2-5t\\z=6+11t\end{cases}$ **B.** $\begin{cases}x=-1+2t\\y=2-5t\\z=-6+11t\end{cases}$ **C.** $\begin{cases}x=1+7t\\y=-3+5t\\z=5+t\end{cases}$ **D.** $\begin{cases}x=1-t\\y=-3\\z=5+7t\end{cases}$

Lời giải

Chọn B

Ta có điểm $A(1;-3;5)$ thuộc đường thẳng d, nên $A(1;-3;5)$ là giao điểm của d và Δ.

Một vectơ chỉ phương của đường thẳng d là $\vec{v}(-3;0;-4)$. Ta xét:

$\overrightarrow{u_1}=\dfrac{1}{|\vec{u}|}.\vec{u}=\dfrac{1}{3}(1;2;-2)=\left(\dfrac{1}{3};\dfrac{2}{3};-\dfrac{2}{3}\right)$;

$\overrightarrow{v_1}=\dfrac{1}{|\vec{v}|}.\vec{v}=\dfrac{1}{5}(-3;0;-4)=\left(-\dfrac{3}{5};0;-\dfrac{4}{5}\right)$.

Nhận thấy $\overrightarrow{u_1}.\overrightarrow{v_1} > 0$, nên góc tạo bởi hai vectơ $\overrightarrow{u_1}$, $\overrightarrow{v_1}$ là góc nhọn tạo bởi d và Δ.

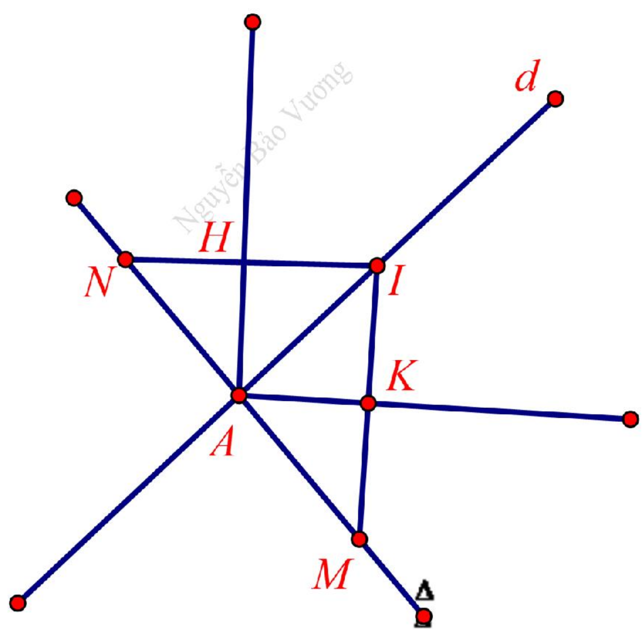
Ta có $\overrightarrow{w} = \overrightarrow{u_1} + \overrightarrow{v_1} = \left(-\frac{4}{15};\frac{10}{15};-\frac{22}{15}\right) = -\frac{15}{2}(2;-5;11)$ là vectơ chỉ phương của đường phân giác của góc nhọn tạo bởi d và Δ hay đường phân giác của góc nhọn tạo bởi d và Δ có vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{w_1} = (2;-5;11)$. Do đó có phương trình: $\begin{cases} x = -1+2t \\ y = 2-5t \\ z = -6+11t \end{cases}$.

Câu 61. **(Mã 101 2018)** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1+7t \\ y = 1+4t \\ z = 1 \end{cases}$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua điểm $A(1;1;1)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (1;-2;2)$. Đường phân giác của góc nhọn tạo bởi d và Δ có phương trình là.

A. $\begin{cases} x = -1+2t \\ y = -10+11t \\ z = -6-5t \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x = -1+2t \\ y = -10+11t \\ z = 6-5t \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} x = -1+3t \\ y = 1+4t \\ z = 1-5t \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x = 1+7t \\ y = 1+t \\ z = 1+5t \end{cases}$

Lời giải

Chọn B



Phương trình $\Delta: \begin{cases} x = 1+t' \\ y = 1-2t' \\ z = 1+2t' \end{cases}$.

Ta có $d \cap \Delta = A(1;1;1)$. Lấy $I(4;5;1) \in d \Rightarrow \overrightarrow{AI} = (3;4;0) \Rightarrow AI = 5$.

Gọi $M(1+t';1-2t';1+2t') \in \Delta$ sao cho $AM = AI$.

Khi đó $3|t'| = 5 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t' = \frac{5}{3} \\ t' = -\frac{5}{3} \end{array}\right.$.

Với $t'=\frac{5}{3}\Rightarrow M\left(\frac{8}{3};-\frac{7}{3};\frac{13}{3}\right)\Rightarrow \overrightarrow{AM}=\left(\frac{5}{3};\frac{-10}{3};\frac{10}{3}\right)\Rightarrow AM=\frac{15}{3}$.

Khi đó $\cos\widehat{IAM}=-\frac{1}{3}\Rightarrow \widehat{IAM}>90^0\Rightarrow$ trong trường hợp này $(d;\Delta)>90^0$ (loại)

Với $t'=-\frac{5}{3}\Rightarrow N\left(-\frac{2}{3};\frac{13}{3};\frac{-7}{3}\right)\Rightarrow \overrightarrow{AN}=\left(-\frac{5}{3};\frac{10}{3};-\frac{10}{3}\right)\Rightarrow AN=\frac{15}{3}$.

Khi đó $\cos\widehat{IAN}=\frac{1}{3}\Rightarrow \widehat{IAM}<90^0\Rightarrow$ trong trường hợp này $(d;\Delta)<90^0$(thỏa mãn)

Gọi H là trung điểm của $NI\Rightarrow H\left(\frac{5}{3};\frac{14}{3};\frac{-2}{3}\right)\Rightarrow \overrightarrow{AH}=\frac{1}{3}(2;11;-5)$.

Khi đó đường phân giác của góc nhọn tạo bởi d và Δ đi qua $H\left(\frac{5}{3};\frac{14}{3};\frac{-2}{3}\right)$ hoặc $A(1;1;1)$

và nhận làm $\vec{u}=(2;11;-5)$ VTCP $\Rightarrow$ phương trình phân giác là $\begin{cases}x=-1+2t\\ y=-10+11t\\ z=6-5t\end{cases}$.

Câu 62. **(Mã 104 2018)** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=1+3t\\ y=1+4t\\ z=1\end{cases}$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua điểm $A(1;1;1)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(-2;1;2)$. Đường phân giác của góc nhọn tạo bởi d và Δ có phương trình là.

A. $\begin{cases}x=1+27t\\ y=1+t\\ z=1+t\end{cases}$ **B.** $\begin{cases}x=-18+19t\\ y=-6+7t\\ z=11-10t\end{cases}$ **C.** $\begin{cases}x=-18+19t\\ y=-6+7t\\ z=-11-10t\end{cases}$ **D.** $\begin{cases}x=1-t\\ y=1+17t\\ z=1+10t\end{cases}$

Lời giải

Chọn B

$A=d\cap\Delta$

Phương trình tham số của đường thẳng $\Delta:\begin{cases}x=1-2t\\ y=1+1t\\ z=1+2t\end{cases}$.

Chọn điểm $B(-1;2;3)\in\Delta, AB=3$.

Gọi $C\in d$ thỏa mãn $AC=AB\Rightarrow C\left(\frac{14}{5};\frac{17}{5};1\right)$ hoặc $C\left(-\frac{4}{5};-\frac{7}{5};1\right)$

Kiểm tra được điểm $C\left(-\frac{4}{5};-\frac{7}{5};1\right)$ thỏa mãn BAC là góc nhọn.

Trung điểm của BC là $I\left(-\frac{9}{10};\frac{3}{10};2\right)$.Đường phân giác cần tìm là AI có vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(19;7;-10)$ có phương trình là $\begin{cases}x=1+19t\\ y=1+7t\\ z=1-10t\end{cases}$. Tọa độ điểm của đáp án B thuộc AI.

Câu 63. **(Mã 103 2018)** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=1+t\\y=2+t\\z=3\end{cases}$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua điểm $A(1;2;3)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(0;-7;-1)$. Đường phân giác của góc nhọn tạo bởi d và Δ có phương trình là

A. $\begin{cases}x=1+5t\\y=2-2t\\z=3-t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=1+6t\\y=2+11t\\z=3+8t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=-4+5t\\y=-10+12t\\z=2+t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=-4+5t\\y=-10+12t\\z=-2+t\end{cases}$.

Lời giải

Chọn C

Đường thẳng d đi qua $A(1;2;3)$ và có VTCP $\vec{a}=(1;1;0)$.

Ta có $\vec{a}.\vec{u}=1.0+1.(-7)+0.(-1)=-7<0\Rightarrow(\vec{a},\vec{u})>90^\circ$.

Đường phân giác của góc nhọn tạo bởi d và Δ có VTCP: $\vec{b}=-\frac{\vec{u}}{|\vec{u}|}+\frac{\vec{a}}{|\vec{a}|}=\frac{1}{5\sqrt{2}}(5;12;1)\,//\,(5;12;1)$.

Phương trình đường thẳng cần tìm là $\begin{cases}x=-4+5t\\y=-10+12t\\z=2+t\end{cases}$.

Câu 64. **(THPT An Lão Hải Phòng 2019)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(-1;3;2)$, $B(2;0;5)$, $C(0;-2;1)$. Viết phương trình đường trung tuyến AM của tam giác ABC.

A. $AM:\frac{x+1}{2}=\frac{y-3}{-4}=\frac{z-2}{1}$ **B.** $AM:\frac{x-1}{2}=\frac{y-3}{-4}=\frac{z+2}{1}$

C. $AM:\frac{x-1}{2}=\frac{y+3}{4}=\frac{z+2}{-1}$ **D.** $AM:\frac{x-2}{1}=\frac{y+4}{-1}=\frac{z+1}{3}$

Lời giải

Chọn A

Gọi $M(x;y;z)$ là trung điểm BC. Khi đó $M(1;-1;3)$

Ta có $\overrightarrow{AM}=vtcp\vec{u}=(2;-4;1)$

PTĐT $AM:\frac{x+1}{2}=\frac{y-3}{-4}=\frac{z-2}{1}$

Câu 65. **(THPT Yên Phong 1 Bắc Ninh 2019)** Trong không gian $Oxyz$, cho $A(2;0;0)$, đường thẳng d đi qua A cắt chiều âm trục Oy tại điểm B sao cho diện tích tam giác OAB bằng 1. Phương trình tham số đường thẳng d là

A. $\begin{cases}x=1-2t\\y=t\\z=0\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=2+2t\\y=-t\\z=0\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=2-2t\\y=-t\\z=0\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=2-2t\\y=t\\z=1\end{cases}$.

Lời giải

Gọi $B(0;b;0)$ là giao điểm của d với trục Oy. (Điều kiện $b<0$)

Ta có $OA = 2$ và tam giác OAB vuông tại O nên $S_{\Delta OAB} = \frac{1}{2}OA.OB = 1 \Rightarrow OB = 1$

Suy ra $B(0;-1;0)$. Ta có $\overrightarrow{AB} = (-2;-1;0)$ là một vec tơ chỉ phương của d.

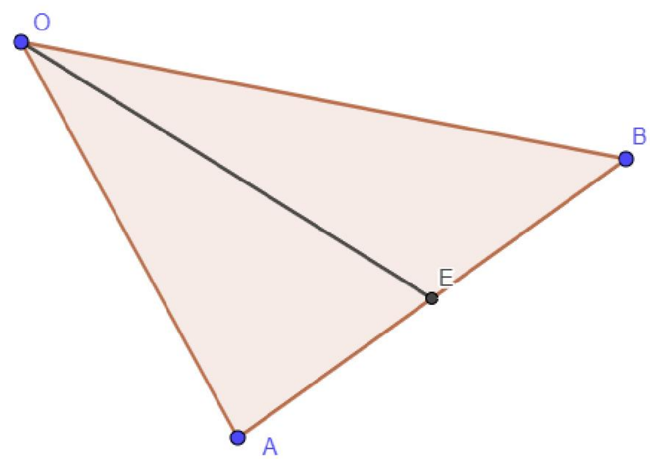
Và đường thẳng d đi qua điểm $A(2;0;0)$ nên $\begin{cases} x = 2-2t \\ y = -t \\ z = 0 \end{cases}$.

Câu 66. Trong không gian Oxyz cho hai điểm $A(2;2;1), B(\frac{-8}{3};\frac{4}{3};\frac{8}{3})$. Đường phân giác trong của tam giác OAB có phương trình là

A. $\begin{cases} x = 0 \\ y = t \\ z = t \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x = 4t \\ y = t \\ z = -t \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} x = 14t \\ y = 2t \\ z = -5t \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x = 2t \\ y = 14t \\ z = 13t \end{cases}$

Lời giải

Chọn A



Ta có:

$$\overrightarrow{EA} = -\frac{OA}{OB}.\overrightarrow{EB} = -\frac{\sqrt{4+4+1}}{\sqrt{\frac{64}{9}+\frac{16}{9}+\frac{64}{9}}}.\overrightarrow{EB} = -\frac{3}{4}.\overrightarrow{EB} = \frac{3}{4}.\overrightarrow{BE}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2-x = \frac{3}{4}\left(x+\frac{8}{3}\right) \\ 2-y = \frac{3}{4}\left(y-\frac{4}{3}\right) \\ 1-z = \frac{3}{4}\left(z-\frac{8}{3}\right) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = \frac{12}{7} \\ z = \frac{12}{7} \end{cases}$$

$$\overrightarrow{OE} = \left(0;\frac{12}{7};\frac{12}{7}\right) \Rightarrow \vec{u} = (0;1;1)$$

$$\Delta: \begin{cases} qua\ \mathrm{O} \\ VTCP\ \vec{u} \end{cases} \Rightarrow \Delta: \begin{cases} x = 0 \\ y = t \\ z = t \end{cases}$$

Câu 67. **(Chuyên Hạ Long 2019)** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho hai đường thẳng $d_1\begin{cases}x=4+t\\y=-4-t\\z=6+2t\end{cases}$; $d_2:\dfrac{x-5}{2}=\dfrac{y-11}{4}=\dfrac{z-5}{2}$. Đường thẳng d đi qua $A(5;-3;5)$ cắt $d_1;d_2$ lần lượt ở B,C. Tính tỉ sô $\dfrac{AB}{AC}$.

A. 2. **B.** 3. **C.** $\dfrac{1}{2}$. **D.** $\dfrac{1}{3}$.

Lời giải

$B\in d_1\Rightarrow B(4+t;-4-t;6+2t)$. PT tham số của $d_2:\begin{cases}x=5+2s\\y=11+4s\\z=5+2s\end{cases}$.

$C\in d_2\Rightarrow C(5+2s;11+4s;5+2s)$. Khi đó: $\overrightarrow{AB}=(1-t;-1-t;2t+1);\overrightarrow{AC}=(2s;4s+14;2s)$.

Do A,B,C thẳng hàng $\Leftrightarrow \overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}$ cùng phương $\Leftrightarrow \exists k\in\mathbb{R}:\overrightarrow{AB}=k\overrightarrow{AC}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}t-1=2ks\\-t-1=4ks+14k\\2t+1=2ks\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t=-2\\s=-3\\k=\dfrac{1}{2}\end{cases}$. Do đó: $\overrightarrow{AB}=\dfrac{1}{2}\overrightarrow{AC}\Rightarrow\dfrac{AB}{AC}=\dfrac{1}{2}$.

Câu 68. **(THPT Gang Thép Thái Nguyên -2019)** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho 2 điểm $M(1;2;3)$, $A(2;4;4)$ và hai mặt phẳng $(P):x+y-2z+1=0$, $(Q):x-2y-z+4=0$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua M, cắt $(P),(Q)$ lần lượt tại B,C sao cho tam giác ABC cân tại A và nhận AM làm đường trung tuyến.

A. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z-3}{-1}$. **B.** $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z-3}{1}$.

C. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z-3}{1}$. **D.** $\dfrac{x-1}{-1}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z-3}{1}$.

Lời giải

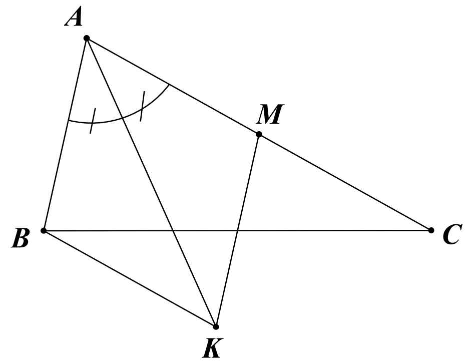
Điểm B thuộc mặt (P) nên $B(2c-b-1;b;c)$ vì $M(1;2;3)$ là trung điểm BC nên $C(3-2c+b;4-b;6-c)$. Do C thuộc mặt (Q) nên $3c-c-7=0\Leftrightarrow c=3b-7$. Khi đó $B(5b-15;b;3b-7)$, $C(-5b+17;4-b;13-3b)$. $\overrightarrow{BC}(-10b+32;-2b+4;-6b+20)$. ABC cân tại A nên $\overrightarrow{BC}.\overrightarrow{AM}=0\Leftrightarrow 20b-60=0\Leftrightarrow b=3\Rightarrow B(0;3;2)$. Đường thẳng Δ đi qua $M(1;2;3)$ và $B(0;3;2)$ có phương trình là $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z-3}{1}$.

Câu 69. **(Chuyên Bắc Giang 2019)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho tam giác ABC biết $A(2;1;0),B(3;0;2),C(4;3;-4)$. Viết phương trình đường phân giác trong góc A.

A. $\begin{cases}x=2\\y=1+t\\z=0\end{cases}$ **B.** $\begin{cases}x=2\\y=1\\z=t\end{cases}$ **C.** $\begin{cases}x=2+t\\y=1\\z=0\end{cases}$ **D.** $\begin{cases}x=2+t\\y=1\\z=t\end{cases}$

Lời giải

Chọn C



Ta có $\overrightarrow{AB}=(1;\,-1;\,2)$ và $\overrightarrow{AC}=(2;\,2;\,-4)$.

Gọi M là trung điểm AC, ta có $M(3;\,2;\,-2)$, $\overrightarrow{AM}=(1;\,1;\,-2)$.

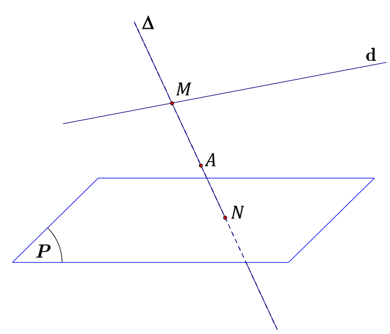
Do đó ΔABM cân tại A. Gọi K là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{AK}=\overrightarrow{AM}+\overrightarrow{AB}=(2;\,0;\,0)$. Khi đó AK là tia phân giác trong góc $\widehat{BAC}$.

Vậy phương trình đường phân giác trong góc $\widehat{BAC}$ là $\begin{cases} x=2+t \\ y=1 \\ z=0 \end{cases}$, $t\in\mathbb{R}$.

Câu 70. **(Chuyên Nguyễn Tất Thành Yên Bái 2019)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-2}{1}$, mặt phẳng $(P): x+y-2z+5=0$ và $A(1;-1;2)$. Đường thẳng Δ cắt d và (P) lần lượt tại M và N sao cho A là trung điểm của đoạn thẳng MN. Một vectơ chỉ phương của Δ là

A. $\vec{u}=(4;\,5;\,-13)$. **B.** $\vec{u}=(2;\,3;\,2)$. **C.** $\vec{u}=(1;\,-1;\,2)$. **D.** $\vec{u}=(-3;\,5;\,1)$.

Lời giải



Ta có $d:\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-2}{1}\Rightarrow\begin{cases} x=-1+2t \\ y=t \\ z=2+t \end{cases}$. Do đó $M\in d\Rightarrow M(-1+2t;t;2+t)$.

Vì $A(1;-1;2)$ là trung điểm $MN\Rightarrow N(3-2t;-2-t;2-t)$.

Mặt khác $N\in(P)\Rightarrow 3-2t-2-t-2(2-t)+5=0\Leftrightarrow t=2\Rightarrow M(3;2;4)\Rightarrow\overrightarrow{AM}=(2;3;2)$ là một vectơ chỉ phương của Δ.

Câu 71. **(THPT Phan Đình Phùng - Hà Tĩnh - 2018)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình vuông $ABCD$ biết $A(1;0;1)$, $B(1;0;-3)$ và điểm D có hoành độ âm. Mặt phẳng $(ABCD)$ đi qua gốc tọa độ O. Khi đó đường thẳng d là trục đường tròn ngoại tiếp hình vuông $ABCD$ có phương trình

A. $d:\begin{cases}x=-1\\y=t\\z=-1\end{cases}$. **B.** $d:\begin{cases}x=1\\y=t\\z=-1\end{cases}$. **C.** $d:\begin{cases}x=-1\\y=t\\z=1\end{cases}$. **D.** $d:\begin{cases}x=t\\y=1\\z=t\end{cases}$.

Lời giải

Ta có $\overrightarrow{AB}=(0;0;-4)=-4(0;0;1)$. Hay AB có véc-tơ chỉ phương $\vec{k}=(0;0;1)$.

Mặt phẳng $(ABCD)$ có một véc-tơ pháp tuyến: $\left[\overrightarrow{OA};\overrightarrow{OB}\right]=(0;4;0)=4(0;1;0)$, hay $\vec{j}=(0;1;0)$ là một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng $(ABCD)$.

Vì $\begin{cases}AD\perp AB\\AD\subset(ABCD)\end{cases}$ nên $\begin{cases}\overrightarrow{AD}\perp\vec{k}\\\overrightarrow{AD}\perp\vec{j}\end{cases}$. Đường thẳng AD có véc-tơ chỉ phương là $\left[\vec{j};\vec{k}\right]=(1;0;0)$.

Phương trình đường thẳng AD là: $\begin{cases}x=1+t\\y=0\\z=1\end{cases}$.

Do đó $D(1+t;0;1)$.

Mặt khác $AD=AB\Leftrightarrow\sqrt{t^2+0^2+(1-1)^2}=4\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=4\\t=-4\end{array}\right.$.

Vì điểm D có hoành độ âm nên $D(-3;0;1)$.

Vì tâm I của hình vuông $ABCD$ là trung điểm BD, nên $I=(-1;0;-1)$.

Đường thẳng d là trục đường tròn ngoại tiếp hình vuông $ABCD$ có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{j}=(0;1;0)$, nên phương trình đường thẳng d là: $d:\begin{cases}x=-1\\y=t\\z=-1\end{cases}$.

Câu 72. **(THPT Nghen - Hà Tĩnh - 2018)** Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $\Delta_1:\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z+1}{3}$ và $\Delta_2:\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z+1}{-3}$ cắt nhau và cùng nằm trong mặt phẳng (P). Lập phương trình đường phân giác d của góc nhọn tạo bởi Δ_1, Δ_2 và nằm trong mặt phẳng (P).

A. $d:\begin{cases}x=-1\\y=2\\z=-1+t\end{cases},(t\in\mathbb{R})$. **B.** $d:\begin{cases}x=-1+t\\y=2\\z=-1+2t\end{cases},(t\in\mathbb{R})$.

C. $d:\begin{cases}x=-1+t\\y=2-2t\\z=-1-t\end{cases},(t\in\mathbb{R})$. **D.** $d:\begin{cases}x=-1+t\\y=2+2t\\z=-1\end{cases},(t\in\mathbb{R})$

Lời giải

Nhận thấy $A(-1;2;-1)$ là giao điểm của Δ_1 và Δ_2.

Δ_1 có VTCP là $\overrightarrow{u_1}=(1;2;3)$

Δ_2 có VTCP là $\overrightarrow{u_2}=(1;2;-3)$.

$\left[\overrightarrow{u_1};\overrightarrow{u_2}\right]=(-12;6;0)=-6(2;-1;0)$.

Phương trình mặt phẳng (P): $2x-y+4=0$.

Gọi $\vec{u}=(a;b;c)$ là VTCP của d cần tìm.

Ta có d nằm trong mặt phẳng (P) chứa hai đường thẳng Δ_1, $\Delta_2 \Rightarrow \vec{u}\perp\left[\overrightarrow{u_1};\overrightarrow{u_2}\right]$

$\Rightarrow 2a-b=0 \Rightarrow b=2a$

Lại có d là phân giác của Δ_1, Δ_2

$$\Rightarrow \cos(d,\Delta_1)=\cos(d,\Delta_2)\Rightarrow \frac{|a+2b+3c|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}.\sqrt{14}}=\frac{|a+2b-3c|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}.\sqrt{14}}$$

$$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} a+2b+3c=a+2b-3c \\ a+2b+3c=-a-2b+3c \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} c=0 & (1) \\ a+2b=0 & (2) \end{array}\right..$$

Xét (1), $c=0$, $b=2a\Rightarrow \vec{u}=(a,2a,0)=(1;2;0).\Rightarrow d:\begin{cases} x=-1+t \\ y=2+2t \\ z=-1 \end{cases},t\in\mathbb{R}$.

$$\cos(\Delta_1;d)=\frac{|1.1+2.2|}{\sqrt{14}.\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{70}}{14}\Rightarrow(\Delta_1;d)\approx 53°18'.$$

Xét (2): $\begin{cases} a+2b=0 \\ b=2a \end{cases}\Rightarrow a=b=0\Rightarrow \vec{u}=(0;0;c)=c(0;0;1)\Rightarrow d:\begin{cases} x=-1 \\ y=2 \\ z=-1+t \end{cases},t\in\mathbb{R}$.

$$\cos(\Delta_1,d)=\frac{|-3|}{\sqrt{14}.1}=\frac{3}{\sqrt{14}}\Rightarrow(\Delta_1,d)\approx 36°42'.$$

Do d là đường phân giác của góc nhọn nên $(\Delta_1,d)<45°$.

Vậy đường thẳng d cần tìm là $d:\begin{cases} x=-1 \\ y=2 \\ z=-1+t \end{cases},t\in\mathbb{R}$.

Nhận xét: Có thể làm đơn giản hơn bằng cách: ta thấy $\overrightarrow{u_1}=(1;2;3)$; $\overrightarrow{u_2}=(1;2;-3)$ là hai véc tơ có độ dài bằng nhau và $\overrightarrow{u_1}.\overrightarrow{u_2}<0\Rightarrow\left(\overrightarrow{u_1},\overrightarrow{u_2}\right)>90°$. Vậy $\left(\overrightarrow{u_1}-\overrightarrow{u_2}\right)$ chính là véc tơ chỉ phương của d.

Câu 73. **(Quảng Xương - Thanh Hóa - 2018)** Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC biết $A(1;0;-1)$, $B(2;3;-1)$, $C(-2;1;1)$. Phương trình đường thẳng đi qua tâm đường tròn ngoại tiếp của tam giác ABC và vuông góc với mặt phẳng (ABC) là:

A. $\dfrac{x-3}{3}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z-5}{5}$. **B.** $\dfrac{x}{3}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z}{5}$.

C. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{-2}=\dfrac{z+1}{2}$. **D.** $\dfrac{x-3}{3}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z-5}{5}$.

Lời giải

Ta có: $\overrightarrow{AB}=(1;3;0)$; $\overrightarrow{BC}=(-4;-2;2)$, $\overrightarrow{AC}=(-3;1;2)$

$\Rightarrow AB^2=10$, $BC^2=24$, $AC^2=14\Rightarrow \Delta ABC$ vuông tại A.

Tâm I của đường tròn ngoại tiếp tam giác là trung điểm của $BC\Rightarrow I(0;2;0)$.

Đường thẳng d cần tìm đi qua $I(0;2;0)$ và nhận vectơ $\vec{u}=\frac{1}{2}\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=(3;-1;5)$ làm véc tơ chỉ phương. Phương trình chính tắc của đường thẳng d là: $\frac{x-3}{3}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z-5}{5}$.

Câu 74. **(SGD Bắc Giang - 2018)** Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác nhọn ABC có $H(2;2;1)$, $K\left(-\frac{8}{3};\frac{4}{3};\frac{8}{3}\right)$, O lần lượt là hình chiếu vuông góc của A, B, C trên các cạnh BC, AC, AB. Đường thẳng d qua A và vuông góc với mặt phẳng (ABC) có phương trình là

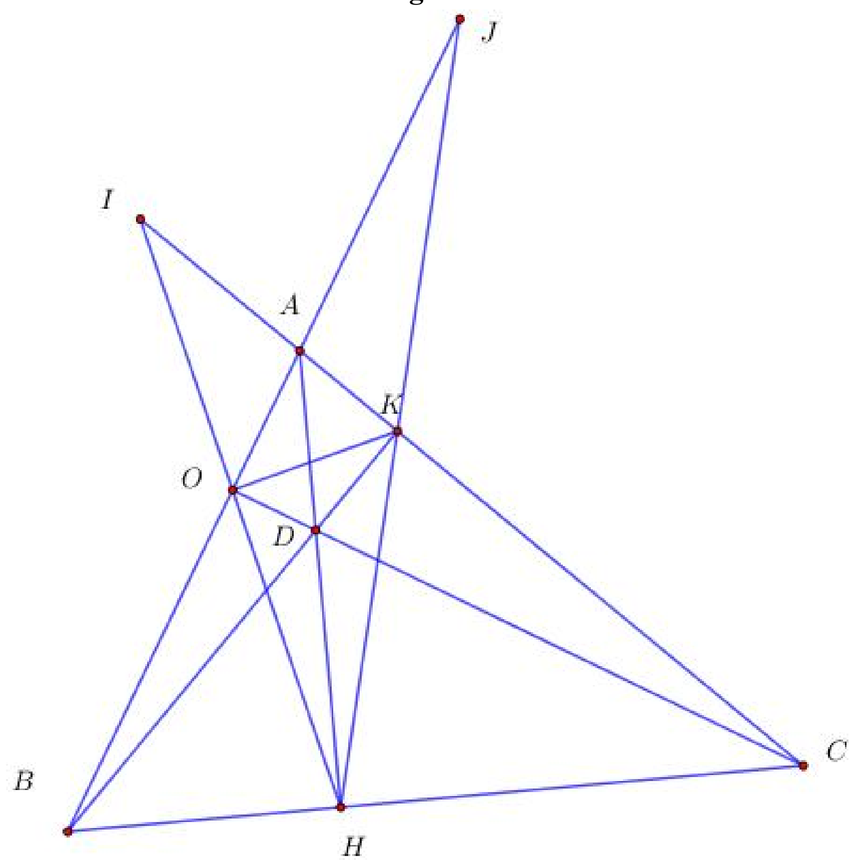
A. $d:\frac{x+4}{1}=\frac{y+1}{-2}=\frac{z-1}{2}$.

B. $d:\frac{x-\frac{8}{3}}{1}=\frac{y-\frac{2}{3}}{-2}=\frac{z+\frac{2}{3}}{2}$.

C. $d:\frac{x+\frac{4}{9}}{1}=\frac{y-\frac{17}{9}}{-2}=\frac{z-\frac{19}{9}}{2}$.

D. $d:\frac{x}{1}=\frac{y-6}{-2}=\frac{z-6}{2}$.

Lời giải



Ta có tứ giác $BOKC$ là tứ giác nội tiếp đường tròn (vì có hai góc vuông K, O cùng nhìn BC dưới một góc vuông) suy ra $\widehat{OKB}=\widehat{OCB}$ (1)

Ta có tứ giác $KDHC$ là tứ giác nội tiếp đường tròn (vì có hai góc vuông K, H cùng nhìn DC dưới một góc vuông) suy ra $\widehat{DKH}=\widehat{OCB}$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $\widehat{DKH}=\widehat{OKB}$ do đó BK là đường phân giác trong của góc $\widehat{OKH}$ và AC là đường phân giác ngoài của góc $\widehat{OKH}$.

Tương tự ta chứng minh được OC là đường phân giác trong của góc $\widehat{KOH}$ và AB là đường phân giác ngoài của góc $\widehat{KOH}$.

Ta có $OK = 4$; $OH = 3$; $KH = 5$.

Gọi I, J lần lượt là chân đường phân giác ngoài của góc $\widehat{OKH}$ và $\widehat{KOH}$.

Ta có $I = AC \cap HO$ ta có $\frac{IO}{IH} = \frac{KO}{KH} = \frac{4}{5} \Rightarrow \overrightarrow{IO} = \frac{4}{5}\overrightarrow{IH} \Rightarrow I(-8;-8;-4)$.

Ta có $J = AB \cap KH$ ta có $\frac{JK}{JH} = \frac{OK}{OH} = \frac{4}{3} \Rightarrow \overrightarrow{JK} = \frac{4}{3}\overrightarrow{JH} \Rightarrow J(16;4;-4)$.

Đường thẳng IK qua I nhận $\overrightarrow{IK} = \left(\frac{16}{3};\frac{28}{3};\frac{20}{3}\right) = \frac{4}{3}(4;7;5)$ làm vec tơ chỉ phương có phương trình $(IK):\begin{cases} x = -8+4t \\ y = -8+7t \\ z = -4+5t \end{cases}$

Đường thẳng OJ qua O nhận $\overrightarrow{OJ} = (16;4;-4) = 4(4;1;-1)$ làm vec tơ chỉ phương có phương trình $(OJ):\begin{cases} x = 4t' \\ y = t' \\ z = -t' \end{cases}$

Khi đó $A = IK \cap OJ$, giải hệ ta tìm được $A(-4;-1;1)$.

Ta có $\overrightarrow{IA} = (4;7;5)$ và $\overrightarrow{IJ} = (24;12;0)$, ta tính $\left[\overrightarrow{IA},\overrightarrow{IJ}\right] = (-60;120;-120) = -60(1;-2;2)$.

Khi đó đường thẳng đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (ABC) có véc tơ chỉ phương $\vec{u} = (1;-2;2)$ nên có phương trình $\frac{x+4}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-1}{2}$.

Nhận xét:

□ Mấu chốt của bài toán trên là chứng minh trực tâm D của tam giác ABC là tâm đường tròn nội tiếp tam giác OHK. Khi đó, ta tìm tọa độ điểm D dựa vào tính chất quen thuộc sau: "Cho tam giác ABC với I là tâm đường tròn nội tiếp, ta có $a.\overrightarrow{IA} + b.\overrightarrow{IB} + c.\overrightarrow{IC} = \vec{0}$, với $a = BC$, $b = CA$, $c = AB$". Sau khi tìm được D, ta tìm được A với chú ý rằng $A \in DH$ và $OA \perp DA$.

□ Ta cũng có thể tìm ngay tọa độ điểm A bằng cách chứng minh A là tâm đường tròn bàng tiếp góc H của tam giác OHK. Khi đó, ta tìm tọa độ điểm D dựa vào tính chất quen thuộc sau: "Cho tam giác ABC với J là tâm đường tròn bàng tiếp góc A, ta có $-a.\overrightarrow{JA} + b.\overrightarrow{JB} + c.\overrightarrow{JC} = \vec{0}$, với $a = BC$, $b = CA$, $c = AB$".

Câu 75. **(Chuyên Vinh - 2018)** Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(2;3;3)$, phương trình đường trung tuyến kẻ từ B là $\frac{x-3}{-1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-2}{-1}$, phương trình đường phân giác trong của góc C là $\frac{x-2}{2} = \frac{y-4}{-1} = \frac{z-2}{-1}$. Đường thẳng AB có một véc-tơ chỉ phương là

A. $\vec{u}_3 = (2;1;-1)$. **B.** $\vec{u}_2 = (1;-1;0)$. **C.** $\vec{u}_4 = (0;1;-1)$. **D.** $\vec{u}_1 = (1;2;1)$.

Lời giải

Phương trình tham số của đường phân giác trong góc C là $CD:\begin{cases} x = 2+2t \\ y = 4-t \\ z = 2-t \end{cases}$.

Gọi $C=\left(2+2t;4-t;2-t\right)$, suy ra tọa độ trung điểm M của AC là $M=\left(2+t;\frac{7-t}{2};\frac{5-t}{2}\right)$. Vì $M\in BM$ nên:

$$\frac{\left(2+t\right)-3}{-1}=\frac{\left(\frac{7-t}{2}\right)-3}{2}=\frac{\left(\frac{5-t}{2}\right)-2}{-1}\Leftrightarrow\frac{t-1}{-1}=\frac{1-t}{4}=\frac{1-t}{-2}\Rightarrow t=1.$$

Do đó $C=\left(4;3;1\right)$.

Phương trình mặt phẳng $\left(P\right)$ đi qua A và vuông góc CD là

$2.\left(x-2\right)-1.\left(y-3\right)-1.\left(z-3\right)=0$ hay $2x-y-z+2=0$.

Tọa độ giao điểm H của $\left(P\right)$ và CD là nghiệm $\left(x;y;z\right)$ của hệ

$$\begin{cases}x=2+2t\\y=4-t\\z=2-t\\2x-y-z+2=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=2+2t\\y=4-t\\z=2-t\\2\left(2+2t\right)-\left(4-t\right)-\left(2-t\right)+2=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=2\\y=4\\z=2\\t=0\end{cases}\Rightarrow H\left(2;4;2\right).$$

Gọi A' là điểm đối xứng với A qua đường phân giác CD, suy ra H là trung điểm AA', bởi vậy:

$$\begin{cases}x_{A'}=2x_H-x_A=2.2-2=2\\y_{A'}=2y_H-y_A=2.4-3=5\\x_{A'}=2z_H-z_A=2.2-3=1\end{cases}\Rightarrow A'\left(2;5;1\right).$$

Do $A'\in BC$ nên đường thẳng BC có véc-tơ chỉ phương là $\overrightarrow{CA'}=\left(-2;2;0\right)=2\left(-1;1;0\right)$, nên phương trình đường thẳng BC là $\begin{cases}x=4-t\\y=3+t\\z=1\end{cases}$.

Vì $B=BM\cap BC$ nên tọa độ B là nghiệm $\left(x;y;z\right)$ của hệ

$$\begin{cases}x=4-t\\y=3+t\\z=1\\\frac{x-3}{-1}=\frac{y-3}{2}=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=2\\y=5\\z=1\\t=2\end{cases}\Rightarrow B\left(2;5;1\right)\equiv A'.$$

Đường thẳng AB có một véc-tơ chỉ phương là $\overrightarrow{AB}=\left(0;2;-2\right)=2\left(0;1;-1\right)$; hay $\vec{u}_4=\left(0;1;-1\right)$ là một véc-tơ chỉ của phương đường thẳng AB.

Câu 76. **(Chuyên Quang Trung- Bình Phước 2019)** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $\left(P\right):x+y+z-3=0$ và đường thẳng $d:\frac{x}{1}=\frac{y+1}{2}=\frac{z-2}{-1}$. Đường thẳng d' đối xứng với d qua mặt phẳng $\left(P\right)$ có phương trình là

A. $\frac{x-1}{1}=\frac{y-1}{-2}=\frac{z-1}{7}$. **B.** $\frac{x-1}{1}=\frac{y-1}{2}=\frac{z-1}{7}$.

C. $\frac{x+1}{1}=\frac{y+1}{2}=\frac{z+1}{7}$. **D.** $\frac{x+1}{1}=\frac{y+1}{-2}=\frac{z+1}{7}$.

Lời giải

Chọn A

+ d không vuông góc với $\left(P\right)$.

Phương trình tham số của đường thẳng $d:\begin{cases}x=t\\y=-1+2t\\z=2-t\end{cases}$.

Tọa độ giao điểm I của d và mặt phẳng (P) là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases}x=t\\y=-1+2t\\z=2-t\\x+y+z-3=0\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}x=1\\y=1\\z=1\end{cases} \Rightarrow I(1;1;1)$.

+ Lấy điểm $M(0;-1;2)\in d$.

Đường thẳng Δ qua M và vuông góc với (P) có phương trình $\begin{cases}x=t\\y=-1+t\\z=2+t\end{cases}$.

$\Delta\cap(P)=H\Rightarrow H\left(\frac{2}{3};-\frac{1}{3};\frac{8}{3}\right)$.

M' đối xứng với M qua $(P)\Leftrightarrow H$ là trung điểm của $MM'\Rightarrow M'\left(\frac{4}{3};\frac{1}{3};\frac{10}{3}\right)$.

+ Đường thẳng d' đối xứng với d qua mặt phẳng (P)

$\Rightarrow d'$ đi qua $I(1;1;1)$ và $M'\left(\frac{4}{3};\frac{1}{3};\frac{10}{3}\right)$ có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{IM'}=\left(\frac{1}{3};-\frac{2}{3};\frac{7}{3}\right)=\frac{1}{3}(1;-2;7)$, phương trình d' là $\frac{x-1}{1}=\frac{y-1}{-2}=\frac{z-1}{7}$.

Câu 77. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=1+3t\\y=-3\\z=5+4t\end{cases}$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua điểm $A(1;-3;5)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}(1;2;-2)$. Đường phân giác của góc nhọn tạo bởi d và Δ có phương trình là

A. $\begin{cases}x=-1+2t\\y=2-5t\\z=6+11t\end{cases}$. **<u>B.</u>** $\begin{cases}x=-1+2t\\y=2-5t\\z=-6+11t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=1+7t\\y=-3+5t\\z=5+t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=1-t\\y=-3\\z=5+7t\end{cases}$.

Lời giải

<u>Chọn B</u>

Ta có điểm $A(1;-3;5)$ thuộc đường thẳng d, nên $A(1;-3;5)$ là giao điểm của d và Δ.

Một vectơ chỉ phương của đường thẳng d là $\vec{v}(-3;0;-4)$. Ta xét:

$\overrightarrow{u_1}=\frac{1}{|\vec{u}|}.\vec{u}=\frac{1}{3}(1;2;-2)=\left(\frac{1}{3};\frac{2}{3};-\frac{2}{3}\right)$;

$\overrightarrow{v_1}=\frac{1}{|\vec{v}|}.\vec{v}=\frac{1}{5}(-3;0;-4)=\left(-\frac{3}{5};0;-\frac{4}{5}\right)$.

Nhận thấy $\overrightarrow{u_1}.\overrightarrow{v_1}>0$, nên góc tạo bởi hai vectơ $\overrightarrow{u_1}$, $\overrightarrow{v_1}$ là góc nhọn tạo bởi d và Δ.

Ta có $\overrightarrow{w}=\overrightarrow{u_1}+\overrightarrow{v_1}=\left(-\frac{4}{15};\frac{10}{15};-\frac{22}{15}\right)=-\frac{15}{2}(2;-5;11)$ là vectơ chỉ phương của đường phân giác của góc nhọn tạo bởi d và Δ hay đường phân giác của góc nhọn tạo bởi d và Δ có vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{w_1}=(2;-5;11)$. Do đó có phương trình: $\begin{cases}x=-1+2t\\y=2-5t\\z=-6+11t\end{cases}$.

Câu 78. **(THPT Ninh Bình-Bạc Liêu-2019)** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):2x-y+z-10=0$, điểm $A(1;3;2)$ và đường thẳng $d:\begin{cases}x=-2+2t\\y=1+t\\z=1-t\end{cases}$. Tìm phương trình đường thẳng Δ cắt (P) và d lần lượt tại hai điểm M và N sao cho A là trung điểm của đoạn MN.

A. $\frac{x+6}{7}=\frac{y+1}{4}=\frac{z-3}{-1}$. **B.** $\frac{x-6}{7}=\frac{y-1}{4}=\frac{z+3}{-1}$.

C. $\frac{x-6}{7}=\frac{y-1}{-4}=\frac{z+3}{-1}$. **D.** $\frac{x+6}{7}=\frac{y+1}{-4}=\frac{z-3}{-1}$.

Lời giải

Chọn A

Theo giả thiết: $N\in d\Rightarrow N(2t-2;t+1;1-t)$.

Mà A là trung điểm $MN\Rightarrow M(4-2t;5-t;3+t)$.

Mặt khác, $M\in(P)\Leftrightarrow 2(4-2t)-(5-t)+(3+t)-10=0\Leftrightarrow t=-2$.

$\Rightarrow N(-6;-1;3)\Rightarrow \overrightarrow{NA}=(7;4;-1)$.

Đường thẳng Δ đi qua $N(-6;-1;3)$ và có một VTCP là $\vec{u}=\overrightarrow{NA}=(7;4;-1)$ nên có phương trình chính tắc là: $\frac{x+6}{7}=\frac{y+1}{4}=\frac{z-3}{-1}$.

Câu 79. **(Chuyên Bắc Giang 2019)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ viết phương trình đường thẳng giao tuyến của hai mặt phẳng $(\alpha):x+3y-z+1=0$, $(\beta):2x-y+z-7=0$.

A. $\frac{x+2}{2}=\frac{y}{-3}=\frac{z+3}{-7}$ **B.** $\frac{x-2}{2}=\frac{y}{3}=\frac{z-3}{-7}$

C. $\frac{x}{-2}=\frac{y-3}{-3}=\frac{z-10}{7}$ **D.** $\frac{x-2}{-2}=\frac{y}{3}=\frac{z-3}{7}$

Lời giải

Chọn D

Tọa độ các điểm thuộc giao tuyến d của hai mặt phẳng thỏa mãn hệ phương trình:

$\begin{cases}x+3y-z+1=0\\2x-y+z-7=0\end{cases}$.

Với $y=0\Rightarrow\begin{cases}x-z=-1\\2x+z=7\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=2\\z=3\end{cases}\Rightarrow A(2;0;3)\in d$

Với $y=3\Rightarrow\begin{cases}x-z=-10\\2x+z=10\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=0\\z=10\end{cases}\Rightarrow B(0;3;10)\in d$.

Vậy đường thẳng d đi qua $A(2;0;3)$ và nhận $\overrightarrow{AB}=(-2;3;7)$ làm vecto chỉ phương có phương trình chính tắc là: $\frac{x-2}{-2}=\frac{y}{3}=\frac{z-3}{7}$.

Câu 80. Đường thẳng Δ là giao tuyến của 2 mặt phẳng: $x+z-5=0$ và $x-2y-z+3=0$ thì có phương trình là

A. $\frac{x+2}{1}=\frac{y+1}{3}=\frac{z}{-1}$ **B.** $\frac{x+2}{1}=\frac{y+1}{2}=\frac{z}{-1}$

C. $\frac{x-2}{1}=\frac{y-1}{1}=\frac{z-3}{-1}$ **D.** $\frac{x-2}{1}=\frac{y-1}{2}=\frac{z-3}{-1}$

Lời giải

Chọn C

$(P): x+z-5=0$ có 1 vtpt $\overrightarrow{n_1}=(1;0;1)$

$(Q): x-2y-z+3=0$ có 1 vtpt $\overrightarrow{n_2}=(1;-2;-1)$

Gọi Δ là giao tuyến của 2 mặt phẳng thì Δ có 1 vtcp $\vec{u}=\left[\overrightarrow{n_1},\overrightarrow{n_2}\right]=(2;2;-2)$.

Câu 81. **(Chuyên KHTN 2019)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, gọi (α) là mặt phẳng chứa đường thẳng $(d):\frac{x-2}{1}=\frac{y-3}{1}=\frac{z}{2}$ và vuông góc với mặt phẳng $(\beta): x+y-2z+1=0$. Hỏi giao tuyến của (α) và (β) đi qua điểm nào?

A. $(0;1;3)$. **B.** $(2;3;3)$. **C.** $(5;6;8)$ **D.** $(1;-2;0)$

Lời giải

$\overrightarrow{u_d}(1;1;2)$ là một VTCP của đường thẳng d

$\overrightarrow{n_\beta}(1;1;-2)$ là một VTPT của (β)

$\Rightarrow \overrightarrow{n_\alpha}=\left[\overrightarrow{u_d};\overrightarrow{n_\beta}\right]=(-4;4;0)$

$A(2;3;0)\in d \Rightarrow A\in(\alpha)$

Phương trình mặt phẳng

$(\alpha): -4(x-2)+4(y-3)+0(z-0)=0 \Leftrightarrow -4x+4y-4=0 \Leftrightarrow x-y+1=0$.

Giả sử $M(x;y;z)\in(\alpha)\cap(\beta)$. Khi đó tọa độ M thỏa mãn hệ $\begin{cases} x-y+1=0 \\ x+y-2z+1=0 \end{cases}$

Thay các đáp án vào hệ trên ta thấy $M(2;3;3)$ thỏa mãn. Chọn đáp án B

Câu 82. **(Chuyên Nguyễn Trãi Hải Dương 2019)** Đường thẳng Δ là giao của hai mặt phẳng $x+z-5=0$ và $x-2y-z+3=0$ thì có phương trình là

A. $\frac{x+2}{1}=\frac{y+1}{3}=\frac{z}{-1}$. **B.** $\frac{x+2}{1}=\frac{y+1}{2}=\frac{z}{-1}$.

C. $\frac{x-2}{1}=\frac{y-1}{1}=\frac{z-3}{-1}$. **D.** $\frac{x-2}{1}=\frac{y-1}{2}=\frac{z-3}{-1}$.

Lời giải

$(P): x+z-5=0$ có vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_1}=(1;0;1)$.

$(Q): x-2y-z+3=0$ có vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_2}=(1;-2;-1)$.

Ta có: $\left[\overrightarrow{n_1},\overrightarrow{n_2}\right]=(2;2;-2)$.

Gọi $\vec{u}$ là một vectơ chỉ phương của Δ, thì $\vec{u} \perp \overrightarrow{n_1}$ và $\vec{u} \perp \overrightarrow{n_2}$.

Suy ra $\vec{u}$ cùng phương với $\left[\overrightarrow{n_1}, \overrightarrow{n_2}\right]$. Chọn $\vec{u} = (1;1;-1)$.

Lấy $M(2;1;3)$ thuộc mặt phẳng (P) và (Q).

Đường thẳng Δ đi qua $M(2;1;3)$ có một véctơ chỉ phương $\vec{u} = (1;1;-1)$.

Vậy phương trình Δ là: $\dfrac{x-2}{1} = \dfrac{y-1}{1} = \dfrac{z-3}{-1}$.

Câu 83. **(Mã 105 2017)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2+3t \\ y = -3+t \\ z = 4-2t \end{cases}$ và $d': \dfrac{x-4}{3} = \dfrac{y+1}{1} = \dfrac{z}{-2}$. Phương trình nào dưới đây là phương trình đường thẳng thuộc mặt phẳng chứa d và d', đồng thời cách đều hai đường thẳng đó.

A. $\dfrac{x-3}{3} = \dfrac{y+2}{1} = \dfrac{z-2}{-2}$ **B.** $\dfrac{x+3}{3} = \dfrac{y+2}{1} = \dfrac{z+2}{-2}$.

C. $\dfrac{x-3}{3} = \dfrac{y-2}{1} = \dfrac{z-2}{-2}$ **D.** $\dfrac{x+3}{3} = \dfrac{y-2}{1} = \dfrac{z+2}{-2}$

Lời giải

Chọn D

Ta thấy hai đường thẳng d và d' có cùng véctơ chỉ phương hay $d // d'$

Vậy đường thẳng cần tìm có véctơ chỉ phương là $\vec{u} = (3;1;-2)$ và đi qua trung điểm $I(3;-2;2)$ của AB với $A(2;-3;4) \in d$ và $B(4;-1;0) \in d'$

Vậy phương trình đường thẳng cần tìm là $\dfrac{x-3}{3} = \dfrac{y+2}{1} = \dfrac{z-2}{-2}$.

Câu 84. **(THPT Nghen - Hà Tĩnh - 2018)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2-t \\ y = 1+2t \\ z = 4-2t \end{cases}$ và $d': \dfrac{x-4}{1} = \dfrac{y+1}{-2} = \dfrac{z}{2}$. Phương trình nào dưới đây là phương trình đường thẳng thuộc mặt phẳng chứa d và d' đồng thời cách đều hai đường thẳng đó.

A. $\dfrac{x-2}{3} = \dfrac{y-1}{1} = \dfrac{z-4}{-2}$. **B.** $\dfrac{x+3}{1} = \dfrac{y+2}{-2} = \dfrac{z+2}{2}$.

C. $\dfrac{x-3}{1} = \dfrac{y}{-2} = \dfrac{z-2}{2}$. **D.** $\dfrac{x+3}{-1} = \dfrac{y-2}{2} = \dfrac{z+2}{-2}$.

Lời giải

d đi qua $A(2;1;4)$ và có véc tơ chỉ phương $\overrightarrow{u_1} = (-1;2;-2)$.

d' đi qua $B(4;-1;0)$ có véc tơ chỉ phương $\overrightarrow{u_2} = (1;-2;2)$.

Ta có $\overrightarrow{u_1} = -\overrightarrow{u_2}$ và $\dfrac{2-4}{1} \neq \dfrac{1+1}{-2} \neq \dfrac{4}{2}$ nên $d // d'$.

Đường thẳng Δ thuộc mặt phẳng chứa d và d' đồng thời cách đều hai đường thẳng đó khi và chỉ khi $\begin{cases} \Delta // d // d' \\ d(\Delta, d) = d(\Delta, d') \end{cases}$ hay Δ qua trung điểm $I(3;0;2)$ và có một véc tơ chỉ phương là $\vec{u} = (1;-2;2)$. Khi đó phương trình của Δ: $\dfrac{x-3}{1} = \dfrac{y}{-2} = \dfrac{z-2}{2}$.

Câu 85. **(Toán Học Tuổi Trẻ 2019)** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng d và mặt phẳng (P) lần lượt có phương trình $\dfrac{x+1}{2} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z-2}{1}$ và $x + y - 2z + 8 = 0$, điểm $A(2;-1;3)$. Phương trình đường thẳng Δ cắt d và (P) lần lượt tại M và N sao cho A là trung điểm của đoạn thẳng MN là:

A. $\dfrac{x+1}{3} = \dfrac{y+5}{4} = \dfrac{z-5}{2}$ **B.** $\dfrac{x-2}{6} = \dfrac{y+1}{1} = \dfrac{z-3}{2}$

C. $\dfrac{x-5}{6} = \dfrac{y-3}{1} = \dfrac{z-5}{2}$ **D.** $\dfrac{x-5}{3} = \dfrac{y-3}{4} = \dfrac{z-5}{2}$

Lời giải

Đường thẳng d có phương trình tham số: $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = t \\ z = 2 + t \end{cases}$

Điểm M thuộc đường thẳng d nên $M(-1 + 2t; t; 2 + t)$.

Điểm A là trung điểm của MN nên:

$A(2;-1;3)$

$\begin{cases} x_N = 2x_A - x_M = 5 - 2t \\ y_N = 2y_A - y_M = -2 - t \Rightarrow N(5 - 2t; -2 - t; 4 - t) \\ z_N = 2z_A - z_M = 4 - t \end{cases}$

Mặt khác điểm $N \in (P)$ nên: $5 - 2t - 2 - t - 8 + 2t + 8 = 0 \Leftrightarrow t = 3$

Suy ra: $M(5;3;5)$.

Đường thẳng Δ có véc tơ chỉ phương $\overrightarrow{AM}(3;4;2)$ và đi qua điểm $M(5;3;5)$ nên có phương trình: $\dfrac{x-5}{3} = \dfrac{y-3}{4} = \dfrac{z-5}{2}$