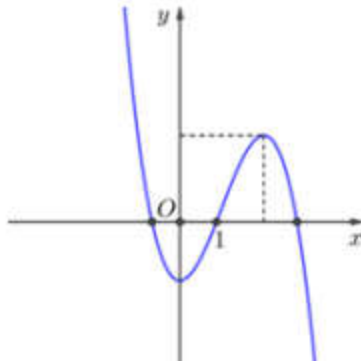


PHƯƠNG TRÌNH TIẾP TUYẾN

- Bài 1.** Cho hàm số $y = x^3 + mx^2 + 1$ có đồ thị (C_m) . Tìm các giá trị của tham số m để đường thẳng $(d): y = 1 - x$ cắt đồ thị (C_m) tại 3 điểm phân biệt sao cho tiếp tuyến của đồ thị (C_m) tại hai trong ba điểm đó vuông góc với nhau.
- Bài 2.** Cho hàm số $y = (m+1)x^3 - (2m+1)x - m + 1$ có đồ thị (C_m) , biết rằng (C_m) luôn qua 3 điểm cố định A, B, C thẳng hàng. Có bao nhiêu số nguyên $m \in [-10; 10]$ để (C_m) có tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng qua A, B, C ?
- Bài 3.** Cho hàm bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị (C) . Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Gọi Δ là tiếp tuyến của (C) tại điểm $x = 1$. Hỏi Δ và (C) có bao nhiêu điểm chung?



- Bài 4.** Cho hàm số $y = \frac{x+3}{x-1}$ có đồ thị (C) , điểm M thay đổi trên đường thẳng $d: y = 1 - 2x$ sao cho qua M có hai tiếp tuyến với (C) với hai tiếp điểm tương ứng là A, B . Biết rằng đường thẳng AB luôn qua điểm cố định H . Tính độ dài đoạn OH .
- Bài 5.** Cho hàm số $y = \frac{x-1}{2(x+1)}$ có đồ thị (C) . Gọi $M(x_0; y_0)$ với $x_0 > -1$ là điểm thuộc (C) , biết tiếp tuyến của (C) tại M cắt trục Ox, Oy lần lượt tại A, B và ΔOAB có trọng tâm G nằm trên đường thẳng $d: 4x + y = 0$. Tính giá trị của $T = x_0 + 2y_0$.
- Bài 6.** Tìm trên trục tung các điểm mà từ đó kẻ được đúng một tiếp tuyến với đồ thị $(C): y = \frac{x^2 + x - 3}{x + 2}$
- Bài 7.** Cho hàm số $y = \frac{x-2}{x+1}$ có đồ thị (C) và có tâm đối xứng là $I(-1; 1)$. Tiếp tuyến Δ của (C) cắt hai đường tiệm cận của (C) lần lượt tại A và B sao cho chu vi tam giác IAB đạt GTNN. Tính GTNN đó.
- Bài 8.** Cho hàm số $y = 2x^3 + 3ax^2 + b$ có đồ thị (C) . Gọi A, B là hai điểm phân biệt thuộc (C) sao cho tiếp tuyến của (C) tại A, B có cùng hệ số góc bằng 6. Biết khoảng cách từ gốc tọa độ O đến đường thẳng AB bằng 1. Tìm GTNN của biểu thức $T = 2a^2 + (a+b)^2$.
- Bài 9.** Cho hàm số $y = \frac{(3m+1)x - m^2 + m}{x + m}$, $m \neq 0$. Gọi S là tập hợp các giá trị của tham số thực m để tại giao điểm của đồ thị với trục hoành, tiếp tuyến sẽ vuông góc với đường thẳng $x + y - 2022 = 0$. Khi đó tổng các phần tử của S bằng bao nhiêu?

- Bài 10.** Cho hàm số $y = \frac{2x-1}{x+1}$ có đồ thị (C) . Có bao nhiêu điểm $M \in Oy$ có tung độ nguyên âm và thỏa mãn từ điểm M kẻ được hai tiếp tuyến với (C) sao cho hai tiếp điểm tương ứng nằm cùng một phía của trục Ox ?
- Bài 11.** Cho hàm số $y = f(x) = x^3 - 3mx^2 - 2mx + 16m - 7$ có đồ thị (C_m) . Gọi M là điểm cố định có tọa độ nguyên của (C_m) và Δ là tiếp tuyến của (C_m) tại điểm M . Tìm tham số m để Δ tạo với hai trục tọa độ một tam giác cân.
- Bài 12.** Cho hàm số $y = \frac{3x+2}{x+1}$ có đồ thị (C) . Gọi S là tập hợp các giá trị của tham số m để đường thẳng $d: y = x + m$ cắt (C) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho tiếp tuyến của (C) tại A, B có hệ số góc lần lượt là k_1, k_2 thỏa: $201(k_1 + k_2) + \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} = 2020.k_1^{2020}.k_2^{2020}$. Tổng các giá trị các phần tử của S thuộc khoảng nào sau đây?
- A. $(-10; 0)$ B. $(1; 10)$ C. $(11; 20)$ D. $(21; 30)$
- Bài 13.** Cho hàm số $y = \frac{2x+3}{x+2}$ có đồ thị (C) . Gọi d là tiếp tuyến của (C) tại điểm $M \in (C)$. Tìm tọa độ điểm M khi biết khoảng cách từ $A(6; -4)$ đến d bằng hai lần khoảng cách từ $B(5; 1)$ đến d .
- Bài 14.** Cho hàm số $y = \frac{x+1}{x-2}$ có đồ thị (C) . Gọi $M \in (C)$ sao cho tiếp tuyến của (C) tại M tạo với hai trục tọa độ một tam giác có tâm đường tròn ngoại tiếp nằm trên đường thẳng $\Delta: 3x - y = 0$. Tính độ dài OM biết điểm M có tung độ dương.

TIẾP TUYẾN CỦA HÀM ẨN

- Bài 1.** Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và có đạo hàm trên \mathbb{R} thỏa: $f(2x) = 4.f(x).\cos x - 2x, \forall x \in \mathbb{R}$. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số đã cho tại giao điểm của đồ thị với trục tung.
- A. $y = 2 - x$ B. $y = -x$ C. $y = x$ D. $y = 2x - 1$
- Bài 2.** Cho hàm số $y = f(x)$ xác định có đạo hàm liên tục trên \mathbb{R} thỏa: $f^2(1+2x) = x - f^3(1-x), \forall x \in \mathbb{R}$. Lập phương trình tiếp tuyến với đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại điểm $x = 1$
- A. $y = -\frac{1}{7}x - \frac{6}{7}$ B. $y = \frac{1}{7}x - \frac{6}{7}$ C. $y = \frac{1}{7}x + \frac{6}{7}$ D. $y = -\frac{1}{7}x + \frac{6}{7}$
- Bài 3.** Cho hàm số $y = f(x)$ xác định có đạo hàm liên tục trên \mathbb{R} , thỏa $[f(x)]^3 + 6f(x) = -3x + 10, \forall x \in \mathbb{R}$. Viết pttt của đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại điểm có hoành độ $x = 1$ là
- A. $y = x$ B. $y = -x + 2$ C. $y = \frac{1}{3}x + \frac{2}{3}$ D. $y = -\frac{1}{3}x + \frac{4}{3}$
- Bài 4.** Cho hàm số $y = f(x)$ xác định có đạo hàm liên tục trên \mathbb{R} có đồ thị (C) thỏa:
- $2.f(2x) + f(1-2x) = 12x^2, \forall x \in \mathbb{R}$. Viết pttt với đồ thị (C) tại điểm có hoành độ $x = 1$ là:
- A. $y = 2x + 2$ B. $y = 4x - 6$ C. $y = 2x - 1$ D. $y = 4x - 2$
- Bài 5.** Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $(0; +\infty)$ và thỏa: $f'(x) + \frac{f(x)}{x} = 4x^2 + 3x, \forall x \in (0; +\infty)$ và $f(1) = 2$. Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại điểm có hoành độ $x = 2$
- A. $y = -16x - 20$ B. $y = 16x - 20$ C. $y = 16x + 20$ D. $y = -16x + 20$

Bài 6. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $(0; +\infty)$ thỏa mãn: $f'(x-1) + \frac{f(x-1)}{x} = 3x + 2$ và $f(1) = 6$

Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại điểm có hoành độ $x = 3$.

Bài 7. Viết pttt với đồ thị hàm số $y = f(4 - 3x)$ tại điểm có hoành độ $x = 1$ biết tiếp tuyến với đồ thị hàm số

$$y = f\left(\frac{2x+1}{2x^2+1}\right) \text{ tại điểm có hoành độ } x = 0 \text{ có phương trình là } y = 7x - 6$$

Bài 8. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định có đạo hàm liên tục trên \mathbb{R} có đồ thị (C) thỏa :

$$x^2 \cdot f(x^2 + 3x - 3) = 2 \cdot f(x) + 2x - 7, \forall x \in \mathbb{R} . \text{Viết pttt với đồ thị (C) tại điểm có hoành độ } x = 1 .$$

Bài 9. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định có đạo hàm liên tục trên \mathbb{R} có đồ thị (C) thỏa :

$$x \cdot f^2(2x-1) = 6f^3(x) + 3x - 8 \text{ Viết pttt với đồ thị (C) tại điểm có hoành độ } x = 1 .$$

Bài 10. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định có đạo hàm liên tục trên \mathbb{R} có đồ thị (C) thỏa :

$$\cos x \cdot f(2 \sin x - 1) - 4 \sin x = 0, \forall x \in \mathbb{R} . \text{Viết pttt với đồ thị (C) tại điểm có hoành độ } x = 0 .$$

Bài 11. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định có đạo hàm liên tục trên \mathbb{R} có đồ thị (C) thỏa :

$f^2(x) = (x^2 - 2x + 5)f(2-x)$ và $f(x) \neq 0, \forall x \in \mathbb{R}$. Gọi d_1, d_2 lần lượt là tiếp tuyến của đồ thị (C) tại các điểm có hoành độ $x = 0$ và $x = 2$ Biết d_1, d_2 cắt nhau tại điểm M, độ dài đoạn thẳng OM bằng :

A. $OM = \sqrt{5}$ B. $OM = \sqrt{10}$ C. $OM = \sqrt{17}$ D. $OM = \sqrt{26}$

Bài 12. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm tại $x = 1$. Gọi d_1, d_2 lần lượt là tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = f(x)$

và $y = g(x) = x \cdot f(2x-1)$ tại điểm có hoành độ $x = 1$. Biết rằng d_1, d_2 vuông góc nhau, khẳng định nào sau đây ĐÚNG ?

A. $\sqrt{2} < |f(1)| < 2$ B. $|f(1)| \leq \sqrt{2}$ C. $|f(1)| \geq 2\sqrt{2}$ D. $2 \leq |f(1)| \leq 2\sqrt{2}$

Bài 13. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm, liên tục trên \mathbb{R} . Gọi d_1, d_2 lần lượt là tiếp tuyến của đồ thị hàm số

$y = f(x^4)$ và $y = g(x) = x^3 \cdot f(6x-5)$ tại điểm có hoành độ $x = 1$. Biết rằng d_1, d_2 có tích hệ số góc bằng -6 GTNN của biểu thức $S = |f(1)|^3 - 3|f(1)| + 2$ bằng :

A. 3 B. 4 C. 8 D. 2

Bài 14. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định có đạo hàm liên tục trên \mathbb{R} , thỏa

$f(1-x) + f^2(1+2x) = 4f^2(1+3x) - 7x - 2$ và $f(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R}$. tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại điểm có hoành độ $x = 1$ đi qua điểm nào sau đây :

A. $(-1; 1)$ B. $(1; 3)$ C. $(2; 4)$ D. $(-2; 0)$

Bài 15. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định có đạo hàm liên tục trên \mathbb{R} , thỏa $f(3x) + 3 \cdot f(1-3x) = 9x^2 + 3x$. Tiếp

tuyến của đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại điểm có hoành độ $x = 1$ là đường thẳng $d: y = ax + b$. Khi đó $a + 3b$ là

A. 1 B. -1 C. $\frac{1}{2}$ D. $-\frac{1}{2}$

Bài 16. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, có đạo hàm liên tục trên \mathbb{R} , thỏa mãn

$f^2(3-x) = x - f^3(3-2x), \forall x \in \mathbb{R}$ i mọi $x \in \mathbb{R}$. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại điểm có hoành độ bằng 3 đi qua điểm nào sau đây?

A. $(1; 0)$. B. $(-1; 0)$. C. $(4; 1)$. D. $(4; 3)$.

Bài 17. Cho các hàm số $y_1 = f(x)$, $y_2 = f(f(x))$, $y_3 = f(x^2 + 4)$ có đồ thị lần lượt là (C_1) , (C_2) , (C_3) . Đường thẳng $x = 1$ cắt (C_1) , (C_2) , (C_3) lần lượt tại M , N , P . Biết phương trình tiếp tuyến của (C_1) tại M và của (C_2) tại N lần lượt là $y = 3x + 2$ và $y = 12x - 5$. Phương trình tiếp tuyến của (C_3) tại P là :

A. $y = 8x - 1$ B. $y = 8x + 16$ C. $y = 8x + 1$ D. $y = 3x + 4$

Bài 18. Đồ thị hàm số $y = f(x)$, $y = g(x)$ và $y = \frac{f(x)}{g(x)}$ có tiếp tuyến tại điểm có hoành độ $x = 0$ có cùng hệ số góc và khác 0. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $f(0) < \frac{1}{4}$. B. $f(0) \leq \frac{1}{4}$. C. $f(0) > \frac{1}{4}$. D. $f(0) \geq \frac{1}{4}$.

Bài 19. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, có đạo hàm trên \mathbb{R} . Gọi d_1, d_2 là tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^2 \cdot f(2x - 1)$ và $y = x \cdot f(2x - 1)$ tại điểm có hoành độ $x = 1$. Biết hai đường thẳng d_1, d_2 có hệ số góc lần lượt là 2021 và 2022. Tính $f(1)$.

Bài 20. Đồ thị các hàm số $y = f(x)$, $y = g(x)$ và $y = \frac{f(x) + 3}{g(x) + 3}$ có tiếp tuyến tại điểm có hoành độ $x = 1$ có cùng hệ số góc và khác 0. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $f(1) \leq -\frac{11}{4}$. B. $f(1) < -\frac{11}{4}$. C. $f(1) > \frac{11}{4}$. D. $f(1) \geq \frac{11}{4}$.

Bài 21. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị (C) , biết tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm có hoành độ $x = 0$ là đường thẳng $y = 3x - 3$. Giá trị của $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x}{f(3x) - 5f(4x) + 4f(7x)}$

- A. $\frac{1}{10}$ B. $\frac{3}{31}$ C. $\frac{3}{25}$ D. $\frac{1}{11}$