

TÀI LIỆU DÀNH CHO ĐỐI TƯỢNG HỌC SINH KHÁ + GIỎI MỨC 7-8-9-10 ĐIỂM

DẠNG 1. PHƯƠNG PHÁP GIẢI PHƯƠNG TRÌNH LOGARIT

Dạng 1.1 Phương pháp đưa về cùng cơ số

$$+ \text{ Nếu } a > 0, a \neq 1: \boxed{\log_a x = b \Leftrightarrow x = a^b} \quad (1)$$

$$+ \text{ Nếu } a > 0, a \neq 1: \boxed{\log_a f(x) = \log_a g(x) \Leftrightarrow f(x) = g(x)} \quad (2)$$

$$+ \text{ Nếu } a > 0, a \neq 1: \boxed{\log_a f(x) = g(x) \Leftrightarrow f(x) = a^{g(x)}} \quad (\text{mũ hóa}) \quad (3)$$

Các bước giải phương trình & bất phương trình mũ – logarit

□ **Bước 1.** Đặt điều kiện (điều kiện đại số + điều kiện loga), ta cần chú ý:

$$\log_a b \xrightarrow{\text{ĐK}} \begin{cases} 0 < a \neq 1 \\ b > 0 \end{cases} \text{ và } \begin{cases} \log_a [f(x)] & \xrightarrow[\text{mũ lẻ}]{\text{ĐK}} f(x) > 0 \\ \log_a [f(x)] & \xrightarrow[\text{mũ chẵn}]{\text{ĐK}} f(x) \neq 0 \end{cases}$$

□ **Bước 2.** Dùng các công thức và biến đổi đưa về các cơ bản trên, rồi giải.

□ **Bước 3.** So với điều kiện và kết luận nghiệm.

Câu 1. (Mã 110 2017) Tìm tập nghiệm S của phương trình $\log_{\sqrt{2}}(x-1) + \log_{\frac{1}{2}}(x+1) = 1$.

A. $S = \{3\}$

B. $S = \{2 - \sqrt{5}; 2 + \sqrt{5}\}$

C. $S = \{2 + \sqrt{5}\}$

D. $S = \left\{ \frac{3 + \sqrt{13}}{2} \right\}$

Câu 2. (THPT Hàm Rồng Thanh Hóa 2019) Số nghiệm của phương trình $\log_3(x^2 + 4x) + \log_{\frac{1}{3}}(2x + 3) = 0$ là

A. 2.

B. 3.

C. 0.

D. 1.

Câu 3. (Đề Tham Khảo 2018) Tổng giá trị tất cả các nghiệm của phương trình $\log_3 x \cdot \log_9 x \cdot \log_{27} x \cdot \log_{81} x = \frac{2}{3}$ bằng

A. 0.

B. $\frac{80}{9}$.

C. 9.

D. $\frac{82}{9}$.

Câu 4. Nghiệm của phương trình $\log_2 x + \log_4 x = \log_{\frac{1}{2}} \sqrt{3}$ là

A. $x = \frac{1}{\sqrt[3]{3}}$.

B. $x = \sqrt[3]{3}$.

C. $x = \frac{1}{3}$.

D. $x = \frac{1}{\sqrt{3}}$.

Câu 5. (THPT Lê Quý Đôn Đà Nẵng 2019) Gọi S là tập nghiệm của phương trình $\log_{\sqrt{2}}(x+1) = \log_2(x^2 + 2) - 1$. Số phần tử của tập S là

A. 2

B. 3

C. 1

D. 0

Câu 6. (Chuyên Lam Sơn Thanh Hóa 2019) Số nghiệm thực của phương trình $3 \log_3(x-1) - \log_{\frac{1}{3}}(x-5)^3 = 3$ là

A. 3

B. 1

C. 2

D. 0

- Câu 7. (Chuyên Lê Hồng Phong Nam Định 2019)** Tổng các nghiệm của phương trình $\log_{\sqrt{3}}(x-2) + \log_3(x-4)^2 = 0$ là $S = a + b\sqrt{2}$ (với a, b là các số nguyên). Giá trị của biểu thức $Q = a.b$ bằng
- A. 0. B. 3. C. 9. D. 6.
- Câu 8. (Chuyên Nguyễn Du-ĐăkLăk 2019)** Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\log_2(x+1) + \log_2 x = 1$ là
- A. 1. B. -1. C. 2. D. -2.
- Câu 9.** Tổng tất cả các nghiệm thực của phương trình $\frac{1}{2} \log(x^2 - 4x - 1) = \log 8x - \log 4x$ bằng
- A. 4. B. 3. C. 5. D. 1.
- Câu 10.** Gọi S là tập nghiệm của phương trình $2 \log_2(2x-2) + \log_2(x-3)^2 = 2$ trên \mathbb{R} . Tổng các phân tử của S bằng
- A. $6 + \sqrt{2}$. B. $8 + \sqrt{2}$. C. 8. D. $4 + \sqrt{2}$.
- Câu 11. (SGD Nam Định 2019)** Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\log_3 \sqrt{x^2 - 5x + 6} + \log_{\frac{1}{3}} \sqrt{x-2} = \frac{1}{2} \log_{\frac{1}{81}} (x+3)^4$ bằng
- A. $\sqrt{10}$. B. $3\sqrt{10}$. C. 0. D. 3.
- Câu 12. (SGD Gia Lai 2019)** Cho hai số thực dương x, y thỏa mãn $\log_2(x^2 + y^2) = 1 + \log_2 xy$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?
- A. $x = y$. B. $x > y$. C. $x < y$. D. $x = y^2$.
- Câu 13.** Biết phương trình $\log_2(x^2 - 5x + 1) = \log_4 9$ có hai nghiệm thực x_1, x_2 . Tích $x_1.x_2$ bằng:
- A. -8. B. -2. C. 1. D. 5.
- Câu 14. (Chuyên Long An-2019)** Tìm nghiệm phương trình $2 \log_4 x + \log_2(x-3) = 2$.
- A. $x = 4$. B. $x = 1$. C. $x = 3$. D. $x = 16$.
- Câu 15. (Chuyên - KHTN - Hà Nội - 2019)** Số nghiệm của phương trình $\log_3(x-1)^2 + \log_{\sqrt{3}}(2x-1) = 2$ là
- A. 2. B. 1. C. 4. D. 3.
- Câu 16. (Sở Quảng Trị 2019)** Số nghiệm của phương trình $\log_3(x^2 + 4x) + \log_{\frac{1}{3}}(2x+3) = 0$ là
- A. 2. B. 0. C. 3. D. 1.
- Câu 17.** Biết nghiệm lớn nhất của phương trình $\log_{\sqrt{2}} x + \log_{\frac{1}{2}}(2x-1) = 1$ là $x = a + b\sqrt{2}$ (a, b là hai số nguyên). Giá trị của $a + 2b$ bằng
- A. 4. B. 6. C. 0. D. 1.
- Câu 18.** Tính tổng tất cả các nghiệm thực của phương trình $\log_{\sqrt{3}}(x-2) + \log_3(x-4)^2 = 0$.
- A. $6 + \sqrt{2}$. B. 6. C. $3 + \sqrt{2}$. D. 9.
- Câu 19.** Gọi S là tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\frac{1}{2} \log x^2 + \log(x+10) = 2 - \log 4$. Tính S ?
- A. $S = -10$. B. $S = -15$. C. $S = -10 + 5\sqrt{2}$. D. $S = 8 - 5\sqrt{2}$.
- Câu 20.** Cho phương trình $\log_4(x+1)^2 + 2 = \log_{\sqrt{2}} \sqrt{4-x} + \log_8(4+x)^3$. Tổng các nghiệm của phương trình trên là

- A. $4+2\sqrt{6}$. B. -4 . C. $4-2\sqrt{6}$. D. $2-2\sqrt{3}$.
- Câu 21.** Cho $\log_8 |x| + \log_4 y^2 = 5$ và $\log_8 |y| + \log_4 x^2 = 7$. Tìm giá trị của biểu thức $P = |x| - |y|$.
A. $P = 56$. B. $P = 16$. C. $P = 8$. D. $P = 64$.
- Câu 22.** Cho $a, b, x > 0$; $a > b$ và $b, x \neq 1$ thỏa mãn $\log_x \frac{a+2b}{3} = \log_x \sqrt{a} + \frac{1}{\log_b x^2}$.
Khi đó biểu thức $P = \frac{2a^2 + 3ab + b^2}{(a+2b)^2}$ có giá trị bằng:
A. $P = \frac{5}{4}$. B. $P = \frac{2}{3}$. C. $P = \frac{16}{15}$. D. $P = \frac{4}{5}$.
- Câu 23.** Cho $x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$, biết rằng $\log_2(\sin x) + \log_2(\cos x) = -2$ và $\log_2(\sin x + \cos x) = \frac{1}{2}(\log_2 n + 1)$.
Giá trị của n bằng
A. $\frac{1}{4}$. B. $\frac{5}{2}$. C. $\frac{1}{2}$. D. $\frac{3}{4}$.
- Câu 24.** (Kim Liên - Hà Nội - 2018) Biết rằng phương trình $2\ln(x+2) + \ln 4 = \ln x + 4\ln 3$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 ($x_1 < x_2$). Tính $P = \frac{x_1}{x_2}$.
A. $\frac{1}{4}$. B. 64 . C. $\frac{1}{64}$. D. 4 .
- Câu 25.** (THPT Lê Xoay - 2018) Phương trình $\log_{49} x^2 + \frac{1}{2} \log_7 (x-1)^2 = \log_7 (\log_{\sqrt{3}} 3)$ có bao nhiêu nghiệm?
A. 2. B. 3. C. 1. D. 4.
- Câu 26.** (THPT Lương Văn Tụy - Ninh Bình - 2018) Phương trình $\log_4 (x+1)^2 + 2 = \log_{\sqrt{2}} \sqrt{4-x} + \log_8 (4+x)^3$ có bao nhiêu nghiệm?
A. Vô nghiệm. B. Một nghiệm. C. Hai nghiệm. D. Ba nghiệm.
- Câu 27.** (SGD&ĐT BRVT - 2018) Tổng giá trị tất cả các nghiệm của phương trình $\log_2 (x+2) + \log_4 (x-5)^2 + \log_{\frac{1}{2}} 8 = 0$ bằng
A. 6. B. 3. C. 9. D. 12.
- Câu 28.** (Xuân Trường - Nam Định - 2018) Cho phương trình $\log_2 (x - \sqrt{x^2 - 1}) \cdot \log_3 (x + \sqrt{x^2 - 1}) = \log_6 |x - \sqrt{x^2 - 1}|$. Biết phương trình có một nghiệm là 1 và một nghiệm còn lại có dạng $x = \frac{1}{2}(a^{\log_b c} + a^{-\log_b c})$ (với a, c là các số nguyên tố và $a > c$). Khi đó giá trị của $a^2 - 2b + 3c$ bằng:
A. 0. B. 3. C. 6. D. 4.

Dạng 1.2 Phương pháp đặt ẩn phụ

① Loại 1. $P(\log_a f(x)) = 0 \xrightarrow{PP}$ đặt $t = \log_a f(x)$.

② Loại 2. Sử dụng công thức $a^{\log_b c} = c^{\log_b a}$ để đặt $t = a^{\log_b x} \Rightarrow t = x^{\log_b a}$.

- Câu 29.** Phương trình $\log_x 2 + \log_2 x = \frac{5}{2}$ có hai nghiệm x_1, x_2 ($x_1 < x_2$). Khi đó tổng $x_1^2 + x_2$ bằng

- A. $\frac{9}{2}$. B. 3. C. 6. D. $\frac{9}{4}$.

Câu 30. (SGD Gia Lai 2019) Số nghiệm của phương trình $\log_2^2 x^2 + 8\log_2 x + 4 = 0$ là:

- A. 2. B. 3. C. 0. D. 1.

Câu 31. Tích tất cả các nghiệm của phương trình $\log_3^2 x - 2\log_3 x - 7 = 0$ là

- A. 9. B. -7. C. 1. D. 2.

Câu 32. (Yên Dũng 2-Bắc Giang 2019) Tổng các nghiệm của phương trình $\log_2^2 x - \log_2 9 \cdot \log_3 x = 3$ là

- A. 2. B. $\frac{17}{2}$. C. 8. D. -2.

Câu 33. (THPT Hai Bà Trưng - Huế - 2019) Biết phương trình $\log_2^2(2x) - 5\log_2 x = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1 và x_2 . Tính $x_1 \cdot x_2$.

- A. 8. B. 5. C. 3. D. 1.

Câu 34. (Chuyên Đại học Vinh - 2019) Biết rằng phương trình $\log_2^2 x - 7\log_2 x + 9 = 0$ có 2 nghiệm x_1, x_2 . Giá trị của $x_1 x_2$ bằng

- A. 128. B. 64. C. 9. D. 512.

Câu 35. (Hội 8 trường chuyên ĐBSH - 2019) Cho phương trình $\log_2^2(4x) - \log_{\sqrt{2}}(2x) = 5$. Nghiệm nhỏ nhất của phương trình thuộc khoảng

- A. (0;1). B. (3;5). C. (5;9). D. (1;3).

Câu 36. Gọi T là tổng các nghiệm của phương trình $\log_{\frac{1}{3}}^2 x - 5\log_3 x + 4 = 0$. Tính T .

- A. $L = 4$. B. $T = -5$. C. $T = 84$. D. $T = 5$.

Câu 37. (Ngô Quyền - Hải Phòng 2019) Phương trình $\log_2^2 x - 5\log_2 x + 4 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 . Tính tích $x_1 \cdot x_2$.

- A. 32. B. 36. C. 8. D. 16.

Câu 38. (Chuyên ĐH Vinh 2019) Cho các số thực a, b thỏa mã $1 < a < b$ và $\log_a b + \log_b a^2 = 3$. Tính giá trị của biểu thức $T = \log_{ab} \frac{a^2 + b}{2}$.

- A. $\frac{1}{6}$. B. $\frac{3}{2}$. C. 6. D. $\frac{2}{3}$.

Câu 39. Biết rằng phương trình $\log_2^2 x - \log_2(2018x) - 2019 = 0$ có hai nghiệm thực x_1, x_2 . Tích $x_1 \cdot x_2$ bằng

- A. $\log_2 2018$. B. 0,5. C. 1. D. 2.

Câu 40. Cho phương trình $\log_3^2(3x) - \log_3^2 x^2 - 1 = 0$. Biết phương trình có 2 nghiệm, tính tích P của hai nghiệm đó.

- A. $P = 9$. B. $P = \frac{2}{3}$. C. $P = \sqrt[3]{9}$. D. $P = 1$.

Câu 41. (THPT Ba Đình 2019) Biết rằng phương trình $\log_3^2 x = \log_3 \frac{x^4}{3}$ có hai nghiệm a và b . Khi đó ab bằng

- A. 8. B. 81. C. 9. D. 64.

Câu 42. (Chuyên Quốc Học Huế -2019) Gọi T là tổng các nghiệm của phương trình $\log_{\frac{1}{3}}^2 x - 5\log_3 x + 4 = 0$. Tính T .

- A. $T = 4$ B. $T = -4$ C. $T = 84$ D. $T = 5$
- Câu 43. (Cụm 8 Trường Chuyên 2019)** Cho phương trình $\log_2^2(4x) - \log_{\sqrt{2}}(2x) = 5$. Nghiệm nhỏ nhất của phương trình thuộc khoảng nào sau đây?
- A. $(1; 3)$. B. $(5; 9)$. C. $(0; 1)$. D. $(3; 5)$.
- Câu 44. (THPT Lương Thế Vinh Hà Nội 2019)** Tích tất cả các nghiệm của phương trình $\log_3^2 x - 2\log_3 x - 7 = 0$ là
- A. 9. B. -7. C. 1. D. 2.
- Câu 45. (Chuyên Hùng Vương Gia Lai 2019)** Cho 2 số thực dương a và b thỏa mãn $\log_9 a^4 + \log_3 b = 8$ và $\log_3 a + \log_{\sqrt[3]{3}} b = 9$. Giá trị biểu thức $P = ab + 1$ bằng
- A. 82. B. 27. C. 243. D. 244.
- Câu 46. (Chuyên Đại Học Vinh 2019)** Biết phương trình $\log_2^2 x - 7\log_2 x + 9 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 . Giá trị $x_1 \cdot x_2$ bằng
- A. 128 B. 64 C. 9 D. 512
- Câu 47. (Mã 104 2017)** Xét các số nguyên dương a, b sao cho phương trình $a \ln^2 x + b \ln x + 5 = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 và phương trình $5 \log^2 x + b \log x + a = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_3, x_4 thỏa mãn $x_1 x_2 > x_3 x_4$. Tính giá trị nhỏ nhất S_{\min} của $S = 2a + 3b$.
- A. $S_{\min} = 17$ B. $S_{\min} = 30$ C. $S_{\min} = 25$ D. $S_{\min} = 33$
- Câu 48. (Chuyên Lê Quý Đôn Điện Biên 2019)** Tích các nghiệm của phương trình $\log_x(125x) \cdot \log_{25}^2 x = 1$.
- A. 630. B. $\frac{1}{125}$. C. $\frac{630}{625}$. D. $\frac{7}{125}$
- Câu 49. (Chuyên Lê Quý Đôn Điện Biên 2019)** Tích các nghiệm của phương trình $\log_x(125x) \cdot \log_{25}^2 x = 1$.
- A. 630. B. $\frac{1}{125}$. C. $\frac{630}{625}$. D. $\frac{7}{125}$
- Câu 50. (Kiểm tra năng lực - ĐH - Quốc Tế - 2019)** Xét phương trình $(\log_2 x - 1)(\log_3 x + 2) = 3$. Mệnh đề nào sau đây đúng?
- A. Phương trình trên vô nghiệm.
B. Phương trình trên có nghiệm bé hơn 1.
C. Phương trình trên có nghiệm lớn hơn 1 và một nghiệm bé hơn 1.
D. Phương trình trên chỉ có nghiệm hơn 1.
- Câu 51. (Tham khảo 2018)** Cho dãy số (u_n) thỏa mãn $\log u_1 + \sqrt{2 + \log u_1 - 2 \log u_{10}} = 2 \log u_{10}$ và $u_{n+1} = 2u_n$ với mọi $n \geq 1$. Giá trị nhỏ nhất của n để $u_n > 5^{100}$ bằng
- A. 247. B. 248. C. 229. D. 290.
- Câu 52.** Cho a, b là các số dương thỏa mãn $\log_9 a = \log_{16} b = \log_{12} \frac{5b-a}{2}$. Tính giá trị $\frac{a}{b}$.
- A. $\frac{a}{b} = \frac{3+\sqrt{6}}{4}$. B. $\frac{a}{b} = 7-2\sqrt{6}$. C. $\frac{a}{b} = 7+2\sqrt{6}$. D. $\frac{a}{b} = \frac{3-\sqrt{6}}{4}$.
- Câu 53. (THPT Hai Bà Trưng - Huế - 2019)** Cho hai số thực dương m, n thỏa mãn $\log_4 \left(\frac{m}{2} \right) = \log_6 n = \log_9 (m+n)$. Tính giá trị của biểu thức $P = \frac{m}{n}$.

- A. $P=2$. B. $P=1$. C. $P=4$. D. $P=\frac{1}{2}$.

Câu 54. (Hội 8 trường chuyên ĐBSH - 2019) Giả sử p, q là các số thực dương thỏa mãn $\log_{16} p = \log_{20} q = \log_{25} (p+q)$. Tính giá trị của $\frac{p}{q}$.

- A. $\frac{1}{2}(-1+\sqrt{5})$. B. $\frac{8}{5}$. C. $\frac{1}{2}(1+\sqrt{5})$. D. $\frac{4}{5}$.

Câu 55. (TT Diệu Hiền - Cần Thơ - 2018) Tích các nghiệm của phương trình $\log_x (125x) \log_{25}^2 x = 1$ bằng

- A. $\frac{7}{25}$. B. $\frac{630}{625}$. C. $\frac{1}{125}$. D. 630.

Câu 56. (Đặng Thúc Hứa - Nghệ An - 2018) Tích tất cả các nghiệm của phương trình $\log_2^2 x + \sqrt{\log_2 x + 1} = 1$

- A. $2^{\frac{-1-\sqrt{5}}{2}}$. B. 1. C. $2^{\frac{1-\sqrt{5}}{2}}$. D. $\frac{1}{2}$.

Câu 57. (Lý Nhân Tông - Bắc Ninh - 2020) Gọi x, y các số thực dương thỏa mãn điều kiện $\log_9 x = \log_6 y = \log_4 (x+y)$ và $\frac{x}{y} = \frac{-a+\sqrt{b}}{2}$, với a, b là hai số nguyên dương. Tính $T = a^2 + b^2$.

- A. $T=26$. B. $T=29$. C. $T=20$. D. $T=25$.

Câu 58. (THPT Nguyễn Viết Xuân - 2020) Cho các số thực dương a, b thỏa mãn $\log_4 a = \log_6 b = \log_9 (4a-5b) - 1$. Đặt $T = \frac{b}{a}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $1 < T < 2$. B. $\frac{1}{2} < T < \frac{2}{3}$. C. $-2 < T < 0$. D. $0 < T < \frac{1}{2}$.

Dạng 1.3 Phương pháp mũ hóa

+ Nếu $a > 0, a \neq 1$: $\log_a f(x) = g(x) \Leftrightarrow f(x) = a^{g(x)}$ (mũ hóa)

Câu 59. (Cần Thơ 2019) Tích tất cả các nghiệm của phương trình $\log_2 (12-2^x) = 5-x$ bằng

- A. 2. B. 32. C. 6. D. 3.

Câu 60. Phương trình $\log_4 (3 \cdot 2^x) = x-1$ có nghiệm là x_0 thì nghiệm x_0 thuộc khoảng nào sau đây

- A. $(1; 2)$. B. $(2; 4)$. C. $(-2; 1)$. D. $(4; +\infty)$.

Câu 61. Phương trình $\log_4 (3 \cdot 2^x - 1) = x-1$ có hai nghiệm $x_1; x_2$. Tính giá trị của $P = x_1 + x_2$.

- A. $6+4\sqrt{2}$. B. 12. C. $\log_2 (6-4\sqrt{2})$. D. 2.

Câu 62. (Sở Bạc Liêu - 2018) Gọi x_1, x_2 (với $x_1 < x_2$) là nghiệm của phương trình $\log_3 (3^{2x-1} - 3^{x-1} + 1) = x$ khi đó giá trị của biểu thức $\sqrt{3^{x_1}} - \sqrt{3^{x_2}}$ là:

- A. $1-\sqrt{3}$. B. $1+\sqrt{3}$. C. $2-\sqrt{3}$. D. $2-\sqrt{3}$.

Câu 63. (Chuyên Thái Bình - 2018) Số nghiệm của phương trình $2^{\log_5 (x+3)} = x$ là:

- A. 0. B. 1. C. 3. D. 2.

Câu 64. (Hồng Bàng - Hải Phòng - 2018) Phương trình $\log_2(5-2^x)=2-x$ có hai nghiệm x_1, x_2 . Tính

$$P = x_1 + x_2 + x_1 x_2.$$

A. 11.

B. 9.

C. 3.

D. 2.

Câu 65. (THPT Cao Bá Quát - 2018) Cho phương trình $\log_4(3.2^x - 1) = x - 1$ có hai nghiệm x_1, x_2 .

Tổng $x_1 + x_2$ là:

A. $\log_2(6 - 4\sqrt{2})$.

B. 2.

C. 4.

D. $6 + 4\sqrt{2}$.

Dạng 1.4 Phương pháp hàm số, đánh giá

Thông thường ta sẽ vận dụng nội dung các định lý (và các kết quả) sau:

① Nếu hàm số $y = f(x)$ đơn điệu một chiều trên D thì phương trình $f(x) = 0$ không quá một nghiệm trên D.

→ Để vận dụng định lý này, ta cần nắm được 1 nghiệm $x = x_0$ của phương trình, rồi chỉ rõ hàm đơn điệu một chiều trên D (luôn đồng biến hoặc luôn nghịch biến trên D) và kết luận $x = x_0$ là nghiệm duy nhất.

② Hàm số $f(t)$ đơn điệu một chiều trên khoảng $(a; b)$ và tồn tại $u; v \in (a; b)$ thì $f(u) = f(v) \Leftrightarrow u = v$.

→ Để áp dụng định lý này, ta cần xây dựng hàm đặc trưng $f(t)$.

Câu 66. (Đề tham khảo 2017) Hỏi phương trình $3x^2 - 6x + \ln(x+1)^3 + 1 = 0$ có bao nhiêu nghiệm phân biệt?

A. 2.

B. 1.

C. 3.

D. 4.

Câu 67. (Chuyên Lam Sơn - Thanh Hóa - 2018) Số nghiệm của phương trình $\ln(x-1) = \frac{1}{x-2}$ là:

A. 1.

B. 0.

C. 3.

D. 2.

Câu 68. (THPT Nguyễn Trãi - Đà Nẵng - 2018) Giải phương trình $\log_2 x \cdot \log_3 x + x \cdot \log_3 x + 3 = \log_2 x + 3 \log_3 x + x$. Ta có tổng tất cả các nghiệm bằng

A. 35.

B. 5.

C. 10.

D. 9.

Câu 69. Tính tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\frac{1}{2} \log_2(x+3) = \log_2(x+1) + x^2 - x - 4 + 2\sqrt{x+3}$.

A. $S = 2$.B. $S = 1$.C. $S = -1$.D. $S = 1 - \sqrt{2}$.

Câu 70. Biết phương trình $\log_5 \frac{2\sqrt{x}+1}{x} = 2 \log_3 \left(\frac{\sqrt{x}}{2} - \frac{1}{2\sqrt{x}} \right)$ có một nghiệm dạng $x = a + b\sqrt{2}$ trong đó

a, b là các số nguyên. Tính $2a + b$.

A. 3.

B. 8.

C. 4.

D. 5.

Câu 71. Số nghiệm thực của phương trình $2^{\sqrt{x^2+1}} \log_2(x + \sqrt{x^2+1}) = 4^x \log_2(3x)$.

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Câu 72. (Bắc Ninh - 2018) Cho phương trình $\frac{1}{2} \log_2(x+2) + x + 3 = \log_2 \frac{2x+1}{x} + \left(1 + \frac{1}{x}\right)^2 + 2\sqrt{x+2}$, gọi

S là tổng tất cả các nghiệm của nó. Khi đó, giá trị của S là

A. $S = -2$.

B. $S = \frac{1 - \sqrt{13}}{2}$.

C. $S = 2$.

D. $S = \frac{1 + \sqrt{13}}{2}$.

- Câu 73. (Toán Học Và Tuổi Trẻ - 2018)** Biết x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $\log_7 \left(\frac{4x^2 - 4x + 1}{2x} \right) + 4x^2 + 1 = 6x$ và $x_1 + 2x_2 = \frac{1}{4}(a + \sqrt{b})$ với a, b là hai số nguyên dương. Tính $a + b$.
- A. $a + b = 16$. B. $a + b = 11$. C. $a + b = 14$. D. $a + b = 13$.
- Câu 74. (Chuyên Hoàng Văn Thụ - Hòa Bình - 2018)** Số nghiệm của phương trình $\frac{x^2}{2} + x - \ln(x^2 - 2) = 2018$ là
- A. 3. B. 1. C. 4. D. 2.
- Câu 75. (THPT Lê Xoay - 2018)** Số nghiệm của phương trình $\sin 2x - \cos x = 1 + \log_2(\sin x)$ trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ là:
- A. 4. B. 3. C. 2. D. 1.
- Câu 76. (THPT Nguyễn Thị Minh Khai - Hà Tĩnh - 2018)** Phương trình $\log_3(x^2 + 2x - 3) + x^2 - x - 7 = \log_3(x + 1)$ có số nghiệm là T và tổng các nghiệm là S . Khi đó $T + S$ bằng
- A. 2. B. 4. C. 3. D. 1.
- Câu 77. (THPT Nguyễn Tất Thành - Yên Bái - 2018)** Biết $x_1, x_2 (x_1 < x_2)$ là hai nghiệm của phương trình $\log_7 \left(\frac{4x^2 - 4x + 1}{2x} \right) + 4x^2 + 1 = 6x$ và $x_1 + 3x_2 = \frac{1}{4}(a + 2\sqrt{b})$ với a, b là các số nguyên dương. Tính $a + b$
- A. $a + b = 14$. B. $a + b = 16$. C. $a + b = 17$. D. $a + b = 15$.
- Câu 78. (THPT Lương Văn Can - 2018)** Cho biết phương trình $\log_5 \frac{2\sqrt{x} + 1}{x} = 2 \log_3 \left(\frac{\sqrt{x}}{2} - \frac{1}{2\sqrt{x}} \right)$ có nghiệm duy nhất $x = a + b\sqrt{2}$. Hỏi m thuộc khoảng nào dưới đây để hàm số $y = \frac{mx + a - 2}{x - m}$ có giá trị lớn nhất trên đoạn $[1; 2]$ bằng -2 .
- A. $m \in (7; 9)$. B. $m \in (6; 7)$. C. $m \in (2; 4)$. D. $m \in (4; 6)$.

DẠNG 2. PHƯƠNG PHÁP GIẢI PHƯƠNG TRÌNH MŨ

Dạng 2.1 Phương pháp đưa về cùng cơ số

+ Nếu $a > 0, a \neq 1$ thì $a^{f(x)} = a^{g(x)} \Leftrightarrow f(x) = g(x)$

+ Nếu a chứa ẩn thì $a^{f(x)} = a^{g(x)} \Leftrightarrow (a - 1)[f(x) - g(x)] = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ f(x) = g(x) \end{cases}$

+ $a^{f(x)} = b^{g(x)} \Leftrightarrow \log_a a^{f(x)} = \log_a b^{g(x)} \Leftrightarrow f(x) = \log_a b \cdot g(x)$ (logarit hóa).

- Câu 1. (Chuyên Bắc Giang 2019)** Nghiệm của phương trình $\left(\frac{1}{5}\right)^{x^2 - 2x - 3} = 5^{x+1}$ là
- A. $x = -1; x = 2$. B. $x = 1; x = -2$. C. $x = 1; x = 2$. D. Vô nghiệm.

- Câu 2.** Tập nghiệm của phương trình $\left(\frac{1}{7}\right)^{x^2-2x-3} = 7^{x+1}$ là
 A. $\{-1\}$. B. $\{-1; 2\}$. C. $\{-1; 4\}$. D. $\{2\}$.
- Câu 3.** Tổng các nghiệm của phương trình $2^{x^2+2x} = 8^{2-x}$ bằng
 A. -6 . B. -5 . C. 5 . D. 6 .
- Câu 4.** (SGD Điện Biên - 2019) Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $7^{x+1} = \left(\frac{1}{7}\right)^{x^2-2x-3}$. Khi đó $x_1^2 + x_2^2$ bằng:
 A. 17 . B. 1 . C. 5 . D. 3 .
- Câu 5.** Tổng bình phương các nghiệm của phương trình $5^{3x-2} = \left(\frac{1}{5}\right)^{-x^2}$ bằng
 A. 2 . B. 5 . C. 0 . D. 3 .
- Câu 6.** Nghiệm của phương trình $2^{7x-1} = 8^{2x-1}$ là
 A. $x = 2$. B. $x = -3$. C. $x = -2$. D. $x = 1$.
- Câu 7.** (THPT Lương Văn Tụy - Ninh Bình - 2018) Giải phương trình $(2,5)^{5x-7} = \left(\frac{2}{5}\right)^{x+1}$.
 A. $x \geq 1$. B. $x = 1$. C. $x < 1$. D. $x = 2$.
- Câu 8.** (THPT Nguyễn Thị Minh Khai - Hà Tĩnh - 2018) Phương trình $3^{x^2-4} = \left(\frac{1}{9}\right)^{3x-1}$ có hai nghiệm x_1, x_2 . Tính x_1x_2 .
 A. -6 . B. -5 . C. 6 . D. -2 .
- Câu 9.** (Sở Quảng Nam - 2018) Tổng các nghiệm của phương trình $2^{x^2+2x} = 8^{2-x}$ bằng
 A. 5 . B. -5 . C. 6 . D. -6 .
- Câu 10.** (THPT Thăng Long - Hà Nội - 2018) Tập nghiệm của phương trình $4^{x-x^2} = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ là
 A. $\left\{0; \frac{2}{3}\right\}$. B. $\left\{0; \frac{1}{2}\right\}$. C. $\{0; 2\}$. D. $\left\{0; \frac{3}{2}\right\}$.
- Câu 11.** (THPT Kim Liên - Hà Nội - 2018) Tính tổng $S = x_1 + x_2$ biết x_1, x_2 là các giá trị thực thỏa mãn đẳng thức $2^{x^2-6x+1} = \left(\frac{1}{4}\right)^{x-3}$.
 A. $S = -5$. B. $S = 8$. C. $S = 4$. D. $S = 2$.
- Câu 12.** (THPT Nguyễn Thị Minh Khai - Hà Nội - 2018) Tích các nghiệm của phương trình $(\sqrt{5} + 2)^{x-1} = (\sqrt{5} - 2)^{\frac{x-1}{x+1}}$ là
 A. -2 . B. -4 . C. 4 . D. 2 .
- Câu 13.** (THCS&THPT Nguyễn Khuyến - Bình Dương - 2018) Giải phương trình $4^{2x+3} = 8^{4-x}$.
 A. $x = \frac{6}{7}$. B. $x = \frac{2}{3}$. C. $x = 2$. D. $x = \frac{4}{5}$.
- Câu 14.** (THPT Cao Bá Quát - 2018) Cho phương trình $2^{\left|\frac{28}{3}x+4\right|} = 16^{x^2-1}$. Khẳng định nào sau đây là đúng:
 A. Nghiệm của phương trình là các số vô tỷ.
 B. Tổng các nghiệm của một phương trình là một số nguyên.

C. Tích các nghiệm của phương trình là một số âm.

D. Phương trình vô nghiệm.

Dạng 2.2 Phương pháp đặt ẩn phụ

① Loại 1. $P(a^{f(x)}) = 0 \xrightarrow{PP} \text{đặt } t = a^{f(x)}, t > 0.$

② Loại 2. $\alpha \cdot a^{2 \cdot f(x)} + \beta \cdot (a \cdot b)^{f(x)} + \lambda \cdot b^{2 \cdot f(x)} = 0 \xrightarrow{PP} \text{Chia hai vế cho } b^{2 \cdot f(x)}, \text{ rồi đặt } t = \left(\frac{a}{b}\right)^{f(x)} > 0$
(chia cho cơ số lớn nhất hoặc nhỏ nhất).

③ Loại 3. $a^{f(x)} + b^{f(x)} = c \text{ với } a \cdot b = 1 \xrightarrow{PP} \text{đặt } t = a^{f(x)} \Rightarrow b^{f(x)} = \frac{1}{t}.$

④ Loại 4. $\alpha \cdot a^{f(x)} + \frac{a^{f(x)} \cdot a^{g(x)}}{a^{g(x)}} + \beta \cdot a^{g(x)} + b = 0 \xrightarrow{PP} \text{đặt } \begin{cases} u = a^{f(x)} \\ v = a^{g(x)} \end{cases}.$

Câu 15. (Mã 123 2017) Cho phương trình $4^x + 2^{x+1} - 3 = 0$. Khi đặt $t = 2^x$ ta được phương trình nào sau đây

- A. $2t^2 - 3t = 0$ B. $4t - 3 = 0$ C. $t^2 + t - 3 = 0$ D. $t^2 + 2t - 3 = 0$

Câu 16. (THPT Hoàng Hoa Thám Hưng Yên 2019) Tập nghiệm của phương trình $5^{x^2-4x+3} + 5^{x^2+7x+6} = 5^{2x^2+3x+9} + 1$ là

- A. $\{1; -1; 3\}$. B. $\{-1; 1; 3; 6\}$. C. $\{-6; -1; 1; 3\}$. D. $\{1; 3\}$.

Câu 17. (Chuyên Lê Quý Đôn Điện Biên 2019) Phương trình $9^x - 6^x = 2^{2x+1}$ có bao nhiêu nghiệm âm?

- A. 2. B. 3. C. 0. D. 1.

Câu 18. (Chuyên Nguyễn Trãi Hải Dương 2019) Tổng các nghiệm của phương trình $4^x - 6 \cdot 2^x + 2 = 0$ bằng

- A. 0. B. 1. C. 6. D. 2.

Câu 19. (Cụm 8 Trường Chuyên 2019) Tổng các nghiệm của phương trình $3^{x+1} + 3^{1-x} = 10$ là

- A. 1. B. 0. C. -1. D. 3.

Câu 20. Gọi x_1, x_2 là nghiệm của phương trình $(2 - \sqrt{3})^x + (2 + \sqrt{3})^x = 4$. Khi đó $x_1^2 + 2x_2^2$ bằng

- A. 2. B. 3. C. 5. D. 4.

Câu 21. (Đề Thi Công Bằng KHTN 2019) Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $2 \cdot 4^x - 9 \cdot 2^x + 4 = 0$ bằng.

- A. 2. B. -1. C. 0. D. 1.

Câu 22. (THPT Nghĩa Hưng NB 2019) Phương trình $6^{2x-1} - 5 \cdot 6^{x-1} + 1 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 . Khi đó tổng hai nghiệm $x_1 + x_2$ là.

- A. 5. B. 3. C. 2. D. 1.

Câu 23. Cho phương trình $25^x - 20 \cdot 5^{x-1} + 3 = 0$. Khi đặt $t = 5^x$, ta được phương trình nào sau đây.

- A. $t^2 - 3 = 0$. B. $t^2 - 4t + 3 = 0$. C. $t^2 - 20t + 3 = 0$. D. $t - \frac{20}{t} + 3 = 0$.

Câu 24. (Sở Bình Phước -2019) Tập nghiệm của phương trình $9^x - 4 \cdot 3^x + 3 = 0$ là

- A. $\{0; 1\}$ B. $\{1\}$ C. $\{0\}$ D. $\{1; 3\}$

Câu 25. (Chuyên Thái Nguyên 2019) Số nghiệm thực của phương trình $4^{x-1} + 2^{x+3} - 4 = 0$ là:

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

- Câu 26. (Chuyên Bắc Giang 2019)** Tập nghiệm của phương trình $3^{2+x} + 3^{2-x} = 30$ là
 A. $S = \left\{3; \frac{1}{3}\right\}$ B. $S = \{-1\}$ C. $S = \{1; -1\}$ D. $S = \{3; 1\}$.
- Câu 27. (THPT Nguyễn Khuyến 2019)** Cho hàm số $f(x) = x \cdot 5^x$. Tổng các nghiệm của phương trình $25^x + f'(x) - x \cdot 5^x \cdot \ln 5 - 2 = 0$ là
 A. -2 B. 0 C. -1 D. 1
- Câu 28. (Chuyên KHTN 2019)** Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $3^{2x} - 2 \cdot 3^{x+2} + 27 = 0$ bằng
 A. 9 . B. 18 . C. 3 . D. 27 .
- Câu 29. (THPT-Thang-Long-Ha-Noi- 2019)** Phương trình $9^x - 6^x = 2^{2x+1}$ có bao nhiêu nghiệm âm?
 A. 3 B. 0 C. 1 D. 2
- Câu 30. (Chuyen Phan Bội Châu Nghệ An 2019)** Phương trình $(\sqrt{2}-1)^x + (\sqrt{2}+1)^x - 2\sqrt{2} = 0$ có tích các nghiệm là?
 A. 0 . B. 2 . C. -1 . D. 1 .
- Câu 31. (Chuyên Bắc Giang 2019)** Gọi $x_1; x_2$ là 2 nghiệm của phương trình $4^{x^2-x} + 2^{x^2-x+1} = 3$. Tính $|x_1 - x_2|$
 A. 3 B. 0 C. 2 D. 1
- Câu 32. (HSG Bắc Ninh 2019)** Giải phương trình: $4^{1+x} + 4^{1-x} = 2(2^{2+x} - 2^{2-x}) + 8$
- Câu 33.** Tính tổng tất cả các nghiệm của phương trình $3^{2x+8} - 4 \cdot 3^{x+5} + 27 = 0$?
 A. 5 . B. -5 . C. $\frac{4}{27}$. D. $-\frac{4}{27}$.
- Câu 34.** Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $3^{2x} - 2 \cdot 3^{x+2} + 27 = 0$ bằng
 A. 0 . B. 18 . C. 3 . D. 27 .
- Câu 35. (Hội 8 trường chuyên ĐBSH 2019)** Tổng các nghiệm của phương trình $3^{x+1} + 3^{1-x} = 10$ là
 A. 1 . B. 3 . C. -1 . D. 0 .
- Câu 36. (SGD Điện Biên - 2019)** Tích tất cả các nghiệm của phương trình $3^x + 3^{4-x} = 30$ bằng
 A. 3 . B. 1 . C. 9 . D. 27 .
- Câu 37. (Thi thử hội 8 trường chuyên 2019)** Kí hiệu x_1, x_2 là hai nghiệm thực của phương trình $4^{x^2-x} + 2^{x^2-x+1} = 3$. Giá trị của $|x_1 - x_2|$ bằng
 A. 3 . B. 4 . C. 2 . D. 1 .
- Câu 38. (Đại học Hồng Đức 2019)** Cho phương trình $\left(\sqrt{7+4\sqrt{3}}\right)^{\sin x} + \left(\sqrt{7-4\sqrt{3}}\right)^{\sin x} = 4$. Tổng các nghiệm của phương trình trong $[-2\pi; 2\pi]$ bằng
 A. $\frac{3\pi}{2}$. B. $\frac{\pi}{2}$. C. 0 . D. π .
- Câu 39. (Xuân Trường - Nam Định - 2018)** Gọi a là một nghiệm của phương trình $4 \cdot 2^{2\log x} - 6^{\log x} - 18 \cdot 3^{2\log x} = 0$. Khẳng định nào sau đây đúng khi đánh giá về a ?
 A. $(a-10)^2 = 1$.
 B. a cũng là nghiệm của phương trình $\left(\frac{2}{3}\right)^{\log x} = \frac{9}{4}$.
 C. $a^2 + a + 1 = 2$.

D. $a = 10^2$.

Câu 40. (THPT Lục Ngạn - 2018) Nghiệm của phương trình $25^x - 2(3-x)5^x + 2x - 7 = 0$ nằm trong khoảng nào sau đây?

- A. $(5;10)$. B. $(0;2)$. C. $(1;3)$. D. $(0;1)$

Câu 41. (THPT Chu Văn An - Thái Nguyên - 2018) Số nghiệm nguyên không âm của bất phương trình $\sqrt{15 \cdot 2^{x+1} + 1} \geq |2^x - 1| + 2^{x+1}$ bằng bao nhiêu?

- A. 3. B. 0. C. 1. D. 2.

Câu 42. (Toán Học Tuổi Trẻ Số 6) Cho phương trình $8^{x+1} + 8 \cdot (0,5)^{3x} + 3 \cdot 2^{x+3} = 125 - 24 \cdot (0,5)^x$. Khi đặt $t = 2^x + \frac{1}{2^x}$, phương trình đã cho trở thành phương trình nào dưới đây?

- A. $8t^3 - 3t - 12 = 0$. B. $8t^3 + 3t^2 - t - 10 = 0$. C. $8t^3 - 125 = 0$. D. $8t^3 + t - 36 = 0$.

Câu 43. (THPT Bình Giang - Hải Dương - 2018) Gọi S là tập nghiệm của của phương trình: $4^{x^2-3x+2} + 4^{x^2+6x+5} = 4^{2x^2+3x+7} + 1$. Khi đó S là

- A. $\{1;2\}$. B. $\{1;2;-1\}$. C. $\{1;2;-1;-5\}$. D. \emptyset .

Dạng 2.3 Phương pháp logarit hóa

Dạng 1: Phương trình: $a^{f(x)} = b \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < a \neq 1, b > 0 \\ f(x) = \log_a b \end{cases}$

Dạng 2: Phương trình:

$$a^{f(x)} = b^{g(x)} \Leftrightarrow \log_a a^{f(x)} = \log_a b^{g(x)} \Leftrightarrow f(x) = g(x) \cdot \log_a b$$

$$\text{hoặc } \log_b a^{f(x)} = \log_b b^{g(x)} \Leftrightarrow f(x) \cdot \log_b a = g(x).$$

Câu 44. (THPT Thuận Thành 3 - Bắc Ninh 2019) Số giao điểm của các đồ thị hàm số $y = 3^{x^2+1}$ và $y = 5$ là

- A. 0. B. 3. C. 2. D. 1.

Câu 45. (Sở GD Nam Định - 2019) Tính tích các nghiệm thực của phương trình $2^{x^2-1} = 3^{2x+3}$

- A. $-3\log_2 3$. B. $-\log_2 54$. C. -1 . D. $1 - \log_2 3$.

Câu 46. Cho hai số thực $a > 1, b > 1$. Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $a^x \cdot b^{x^2-1} = 1$. Trong trường

hợp biểu thức $S = \left(\frac{x_1 \cdot x_2}{x_1 + x_2} \right)^2 - 4x_1 - 4x_2$ đạt giá trị nhỏ nhất, mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. $a \geq b$. B. $ab = 4$. C. $ab = 2$. D. $a < b$.

Câu 47. (TT Điện Biên - Cần Thơ - 2018) Cho x, y, z là các số thực thỏa mãn $2^x = 3^y = 6^{-z}$. Giá trị của biểu thức $M = xy + yz + xz$ là:

- A. 0. B. 6. C. 3. D. 1.

Câu 48. (Lý Nhân Tông - Bắc Ninh - 2020) Gọi x, y các số thực dương thỏa mãn điều kiện

$\log_9 x = \log_6 y = \log_4 (x+y)$ và $\frac{x}{y} = \frac{-a + \sqrt{b}}{2}$, với a, b là hai số nguyên dương. Tính

$$T = a^2 + b^2.$$

- A. $T = 26$. B. $T = 29$. C. $T = 20$. D. $T = 25$.

Câu 49. (THPT Nguyễn Viết Xuân - 2020) Cho các số thực dương a, b thỏa mãn

$$\log_4 a = \log_6 b = \log_9 (4a - 5b) - 1. \text{ Đặt } T = \frac{b}{a}. \text{ Khẳng định nào sau đây đúng?}$$

- A. $1 < T < 2$. B. $\frac{1}{2} < T < \frac{2}{3}$. C. $-2 < T < 0$. D. $0 < T < \frac{1}{2}$.

Câu 50. (THPT Cao Bá Quát - 2018) Phương trình $3^{x^2} \cdot 4^{x+1} - \frac{1}{3^x} = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 . Tính

$$T = x_1 \cdot x_2 + x_1 + x_2.$$

- A. $T = -\log_3 4$. B. $T = \log_3 4$. C. $T = -1$. D. $T = 1$.

Dạng 2.4 Phương pháp hàm số, đánh giá

Thông thường ta sẽ vận dụng nội dung các định lý (và các kết quả) sau:

① Nếu hàm số $y = f(x)$ đơn điệu một chiều trên D thì phương trình $f(x) = 0$ không quá một nghiệm trên D.

—→ Để vận dụng định lý này, ta cần nắm được 1 nghiệm $x = x_0$ của phương trình, rồi chỉ rõ hàm đơn điệu một chiều trên D (luôn đồng biến hoặc luôn nghịch biến trên D) và kết luận $x = x_0$ là nghiệm duy nhất.

② Hàm số $f(t)$ đơn điệu một chiều trên khoảng $(a; b)$ và tồn tại $u; v \in (a; b)$ thì $f(u) = f(v) \Leftrightarrow u = v$.

—→ Để áp dụng định lý này, ta cần xây dựng hàm đặc trưng $f(t)$.

Câu 51. (SGD Nam Định 2019) Tổng tất cả các nghiệm thực của phương trình $15x \cdot 5^x = 5^{x+1} + 27x + 23$ bằng.

- A. -1. B. 2. C. 1. D. 0.

Câu 52. Cho số thực α sao cho phương trình $2^x - 2^{-x} = 2\cos(\alpha x)$ có đúng 2019 nghiệm thực. Số nghiệm của phương trình $2^x + 2^{-x} = 4 + 2\cos(\alpha x)$ là

- A. 2019. B. 2018. C. 4037. D. 4038.

Câu 53. Biết x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $\log_7 \left(\frac{4x^2 - 4x + 1}{2x} \right) + 4x^2 + 1 = 6x$ và

$$x_1 + 2x_2 = \frac{1}{4}(a + \sqrt{b}) \text{ với } a, b \text{ là hai số nguyên dương. Tính } a + b.$$

- A. $a + b = 13$. B. $a + b = 11$. C. $a + b = 16$. D. $a + b = 14$.

Câu 54. Phương trình $x(2^{x-1} + 4) = 2^{x+1} + x^2$ có tổng các nghiệm bằng

- A. 7 B. 3 C. 5 D. 6

Câu 55. (Chuyên Ngữ Hà Nội 2019) Tìm số nghiệm của phương trình $(|x| - 1)^2 e^{|x|-1} - \log 2 = 0$.

- A. 4. B. 3. C. 2. D. 0.

Câu 56. Tính số nghiệm của phương trình $\cot x = 2^x$ trong khoảng $\left(\frac{11\pi}{12}; 2019\pi \right)$.

- A. 2019. B. 2018. C. 1. D. 2020.

Câu 57. Hỏi phương trình $3 \cdot 2^x + 4 \cdot 3^x + 5 \cdot 4^x = 6 \cdot 5^x$ có tất cả bao nhiêu nghiệm thực?

- A. 0. B. 1. C. 3. D. 2.

- Câu 58. (SP Đồng Nai - 2019)** Phương trình $2019^{\sin x} = \sin x + \sqrt{2 - \cos^2 x}$ có bao nhiêu nghiệm thực trên $[-5\pi; 2019\pi]$?
- A. 2025. B. 2017. C. 2022. D. Vô nghiệm.
- Câu 59. (Bỉm Sơn - Thanh Hóa - 2019)** Số nghiệm của phương trình $3^{\log_7(x+4)} = x$ là
- A. 1. B. 0. C. 2. D. 3.
- Câu 60.** Cho các số thực x, y với $x \geq 0$ thỏa mãn $e^{x+3y} + e^{xy+1} + x(y+1) + 1 = e^{-xy-1} + \frac{1}{e^{x+3y}} - 3y$. Gọi m là giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T = x + 2y + 1$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?
- A. $m \in (2; 3)$. B. $m \in (-1; 0)$. C. $m \in (0; 1)$. D. $m \in (1; 2)$.
- Câu 61. (Chuyên Vĩnh Phúc - 2018)** Số nghiệm của phương trình $x^2 - 5x - 2 = (x^2 - 8x + 3) \cdot 8^{3x-5} + (3x-5) \cdot 8^{x^2-8x+3}$ là
- A. 4. B. 3. C. 1. D. 2.
- Câu 62. (THPT Chu Văn An - Hà Nội - 2018)** Tích tất cả các giá trị của x thỏa mãn phương trình $(3^x - 3)^2 - (4^x - 4)^2 = (3^x + 4^x - 7)^2$ bằng
- A. 2. B. 1. C. 4. D. 3.
- Câu 63. (THPT Chu Văn An - Hà Nội - 2018)** Phương trình $e^x - e^{\sqrt{2x+1}} = 1 - x^2 + 2\sqrt{2x+1}$ có nghiệm trong khoảng nào?
- A. $\left(2; \frac{5}{2}\right)$. B. $\left(\frac{3}{2}; 2\right)$. C. $\left(1; \frac{3}{2}\right)$. D. $\left(\frac{1}{2}; 1\right)$.

DẠNG 3. PHƯƠNG TRÌNH TỔ HỢP CỦA MŨ VÀ LOGARIT

- Câu 1. (Tham khảo 2019)** Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\log_3(7 - 3^x) = 2 - x$ bằng
- A. 2. B. 1. C. 7. D. 3.
- Câu 2.** Tích các nghiệm của phương trình $\log_{\frac{1}{\sqrt{5}}}(6^{x+1} - 36^x) = -2$ bằng
- A. 0. B. $\log_6 5$. C. 5. D. 1.
- Câu 3.** Tổng các nghiệm của phương trình $\log_2(5 - 2^x) = 2 - x$ bằng
- A. 3. B. 1. C. 2. D. 0.
- Câu 4. (Thi thử cụm Vũng Tàu - 2019)** Số nghiệm của phương trình $\log_2(4^x + 4) = x - \log_{\frac{1}{2}}(2^{x+1} - 3)$
- A. 3. B. 1. C. 0. D. 2.
- Câu 5.** Gọi S là tập hợp tất cả các nghiệm nguyên dương của phương trình $\log(2 - 10^{2x}) = x$. Số tập con của S bằng
- A. 4. B. 1. C. 2. D. 0.
- Câu 6.** Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\log_2(6 - 2^x) = 1 - x$ bằng
- A. 1. B. 2. C. 0. D. 3.
- Câu 7. (Chuyên Thái Bình - 2018)** Tính tích tất cả các nghiệm thực của phương trình $\log_2\left(\frac{2x^2 + 1}{2x}\right) + 2^{\left(x + \frac{1}{2x}\right)} = 5$.
- A. 0. B. 2. C. 1. D. $\frac{1}{2}$.

- Câu 8.** (Thi thử hội 8 trường chuyên 2019) Phương trình $\log_2(5 \cdot 2^x - 4) = 2x$ có bao nhiêu nghiệm nguyên dương?
 A. 2. B. 0. C. 3. D. 1.
- Câu 9.** (SP Đồng Nai - 2019) Phương trình $\log_2(5 - 2^x) = 2 - x$ có hai nghiệm thực x_1, x_2 . Tính $P = x_1 + x_2 + x_1 x_2$
 A. 2. B. 9. C. 3. D. 11.
- Câu 10.** Phương trình $(2^x - 5)(\log_2 x - 3) = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 (với $x_1 < x_2$). Tính giá trị của biểu thức $K = x_1 + 3x_2$.
 A. $K = 32 + \log_3 2$. B. $K = 18 + \log_2 5$. C. $K = 24 + \log_2 5$. D. $K = 32 + \log_2 3$.
- Câu 11.** Cho biết phương trình $\log_3(3^{x+1} - 1) = 2x + \log_3 2$ có hai nghiệm x_1, x_2 . Hãy tính tổng $S = 27^{x_1} + 27^{x_2}$.
 A. $S = 252$. B. $S = 45$. C. $S = 9$. D. $S = 180$.
- Câu 12.** (THPT Yên Dũng 2-Bắc Giang 2019) Tính tích tất cả các nghiệm thực của phương trình $\log_2\left(\frac{2x^2 + 1}{2x}\right) + 2^{x + \frac{1}{2x}} = 5$.
 A. 2. B. 0. C. $\frac{1}{2}$. D. 1.
- Câu 13.** Số nghiệm của phương trình $\log_2 \frac{2^x + 4}{2^x + 12} = x - 3$
 A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.
- Câu 14.** Tính tích tất cả các nghiệm thực của phương trình $\log_2\left(\frac{2x^2 + 1}{2x}\right) + 2^{x + \frac{1}{2x}} = 5$.
 A. 0. B. 2. C. 1. D. $\frac{1}{2}$.
- Câu 15.** Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\log_2\left(10\left(\sqrt{2019}\right)^x - 2019^x\right) = 4$ bằng
 A. $\log_{2019} 16$. B. $2\log_{2019} 16$. C. $\log_{2019} 10$. D. $2\log_{2019} 10$.
- Câu 16.** (THPT Hòa Vang - Đà Nẵng - 2018) Biết rằng $2^{\frac{x+1}{x}} = \log_2\left[14 - (y-2)\sqrt{y+1}\right]$ với $x > 0$. Tính giá trị của biểu thức $P = x^2 + y^2 - xy + 1$.
 A. 3. B. 1. C. 2. D. 4.
- Câu 17.** (Toán Học Tuổi Trẻ - 2018) Phương trình $(4x)^{\log_8 x} + x^{\log_8(4x)} = 4$ có tập nghiệm là
 A. $\{2; 8\}$. B. $\left\{\frac{1}{2}; 8\right\}$. C. $\left\{\frac{1}{2}; \frac{1}{8}\right\}$. D. $\left\{2; \frac{1}{8}\right\}$.
- Câu 18.** (THPT Yên Lạc- 2018) Tính tổng S tất cả các nghiệm của phương trình:
 $\ln\left(\frac{5^x + 3^x}{6x + 2}\right) + 5^{x+1} + 5 \cdot 3^x - 30x - 10 = 0$.
 A. $S = 1$. B. $S = 2$. C. $S = -1$. D. $S = 3$.

BẠN HỌC THAM KHẢO THÊM DẠNG CÂU KHÁC TẠI

<https://drive.google.com/drive/folders/15DX-hbY5paR0iUmcs4RU1DkA1-7QpKIG?usp=sharing>

Theo dõi Fanpage: **Nguyễn Bảo Vương** ➦ <https://www.facebook.com/tracnghiemtoanthpt489/>

Hoặc Facebook: **Nguyễn Vương** ➦ <https://www.facebook.com/phong.baovuong>

Tham gia ngay: **Nhóm Nguyễn Bào Vương (TÀI LIỆU TOÁN)** ➦ <https://www.facebook.com/groups/703546230477890/>

Ấn sub kênh Youtube: Nguyễn Vương
➦ https://www.youtube.com/channel/UCQ4u2J5glEI1iRUbT3nwJfA?view_as=subscriber

Tải nhiều tài liệu hơn tại: <http://diendangiaovientoan.vn/>

ĐỂ NHẬN TÀI LIỆU SỚM NHẤT NHÉ!

Nguyễn Bảo Vương