

TÀI LIỆU DÀNH CHO ĐỐI TƯỢNG HỌC SINH KHÁ MỨC 7-8 ĐIỂM

Lý thuyết chung

	<p>1. Hệ trục tọa độ Oxyz:</p> <ul style="list-style-type: none"> Hệ trục gồm ba trục Ox, Oy, Oz đôi một vuông góc nhau. Trục Ox: trục hoành, có vector đơn vị $\vec{i} = (1;0;0)$. Trục Oy: trục tung, có vector đơn vị $\vec{j} = (0;1;0)$. Trục Oz: trục cao, có vector đơn vị $\vec{k} = (0;0;1)$. Điểm $O(0;0;0)$ là gốc tọa độ. <p>2. Tọa độ vector: Vector $\vec{u} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k} \Leftrightarrow \vec{u} = (x; y; z)$.</p> <p>Cho $\vec{a} = (a_1; a_2; a_3)$, $\vec{b} = (b_1; b_2; b_3)$. Ta có:</p>
<ul style="list-style-type: none"> $\vec{a} \pm \vec{b} = (a_1 \pm b_1; a_2 \pm b_2; a_3 \pm b_3)$ $k\vec{a} = (ka_1; ka_2; ka_3)$ $\vec{a} = \vec{b} \Leftrightarrow \begin{cases} a_1 = b_1 \\ a_2 = b_2 \\ a_3 = b_3 \end{cases}$ 	<ul style="list-style-type: none"> \vec{a} cùng phương $\vec{b} \Leftrightarrow \vec{a} = k\vec{b} \quad (k \in \mathbb{R})$ $\Leftrightarrow \begin{cases} a_1 = kb_1 \\ a_2 = kb_2 \\ a_3 = kb_3 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2} = \frac{a_3}{b_3}, \quad (b_1, b_2, b_3 \neq 0).$
<ul style="list-style-type: none"> $\vec{a} \cdot \vec{b} = a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3$ 	<ul style="list-style-type: none"> $\vec{a} = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}$ $\vec{a}^2 = \vec{a} ^2 = a_1^2 + a_2^2 + a_3^2$
<ul style="list-style-type: none"> $\vec{a} \perp \vec{b} \Leftrightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \Leftrightarrow a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3 = 0$ 	<ul style="list-style-type: none"> $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{ \vec{a} \cdot \vec{b} } = \frac{a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3}{\sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2} \cdot \sqrt{b_1^2 + b_2^2 + b_3^2}}$
<p>3. Tọa độ điểm: $M(x; y; z) \Leftrightarrow \vec{OM} = (x; y; z)$. Cho $A(x_A; y_A; z_A)$, $B(x_B; y_B; z_B)$, $C(x_C; y_C; z_C)$, ta có:</p>	
<ul style="list-style-type: none"> $\vec{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A; z_B - z_A)$ 	<ul style="list-style-type: none"> $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 + (z_B - z_A)^2}$
<ul style="list-style-type: none"> Toạ độ trung điểm M của đoạn thẳng AB: $M\left(\frac{x_A + x_B}{2}; \frac{y_A + y_B}{2}; \frac{z_A + z_B}{2}\right)$. 	<ul style="list-style-type: none"> Toạ độ trọng tâm G của tam giác ABC: $G\left(\frac{x_A + x_B + x_C}{3}; \frac{y_A + y_B + y_C}{3}; \frac{z_A + z_B + z_C}{3}\right)$.
QUY TẮC CHIỀU ĐẶC BIỆT	
<p style="text-align: center;">Chiều điểm trên trục tọa độ</p> <ul style="list-style-type: none"> Điểm $M(x_M; y_M; z_M) \xrightarrow[\text{(Giữ nguyên } x)]{\text{Chiều vào } Ox} M_1(x_M; 0; 0)$ Điểm $M(x_M; y_M; z_M) \xrightarrow[\text{(Giữ nguyên } y)]{\text{Chiều vào } Oy} M_2(0; y_M; 0)$ Điểm $M(x_M; y_M; z_M) \xrightarrow[\text{(Giữ nguyên } z)]{\text{Chiều vào } Oz} M_3(0; 0; z_M)$ 	<p style="text-align: center;">Chiều điểm trên mặt phẳng tọa độ</p> <ul style="list-style-type: none"> Điểm $M(x_M; y_M; z_M) \xrightarrow[\text{(Giữ nguyên } x, y)]{\text{Chiều vào } Oxy} M_1(x_M; y_M; 0)$ Điểm $M(x_M; y_M; z_M) \xrightarrow[\text{(Giữ nguyên } y, z)]{\text{Chiều vào } Oyz} M_2(0; y_M; z_M)$ Điểm $M(x_M; y_M; z_M) \xrightarrow[\text{(Giữ nguyên } x, z)]{\text{Chiều vào } Oxz} M_3(x_M; 0; z_M)$
<p style="text-align: center;">Đối xứng điểm qua trục tọa độ</p> <ul style="list-style-type: none"> $M(x_M; y_M; z_M) \xrightarrow[\text{(Giữ nguyên } x; \text{ đổi dấu } y, z)]{\text{Đối xứng qua } Ox} M_1(x_M; -y_M; -z_M)$ $M(x_M; y_M; z_M) \xrightarrow[\text{(Giữ nguyên } y; \text{ đổi dấu } x, z)]{\text{Đối xứng qua } Oy} M_2(-x_M; y_M; -z_M)$ $M(x_M; y_M; z_M) \xrightarrow[\text{(Giữ nguyên } z; \text{ đổi dấu } x, y)]{\text{Đối xứng qua } Oz} M_3(-x_M; -y_M; z_M)$ 	<p style="text-align: center;">Đối xứng điểm qua mặt phẳng tọa độ</p> <ul style="list-style-type: none"> $M(x_M; y_M; z_M) \xrightarrow[\text{(Giữ nguyên } x, y; \text{ đổi dấu } z)]{\text{Đối xứng qua } Oxy} M_1(x_M; y_M; -z_M)$ $M(x_M; y_M; z_M) \xrightarrow[\text{(Giữ nguyên } x, z; \text{ đổi dấu } y)]{\text{Đối xứng qua } Oyz} M_2(x_M; -y_M; z_M)$ $M(x_M; y_M; z_M) \xrightarrow[\text{(Giữ nguyên } y, z; \text{ đổi dấu } x)]{\text{Đối xứng qua } Oyz} M_3(-x_M; y_M; z_M)$
<p style="text-align: center;">4. Tích có hướng của hai vector:</p>	

☞ **Định nghĩa:** Cho $\vec{a} = (a_1, a_2, a_3)$, $\vec{b} = (b_1, b_2, b_3)$, tích có hướng của \vec{a} và \vec{b} là:

$$[\vec{a}, \vec{b}] = \begin{pmatrix} a_2 & a_3 \\ b_2 & b_3 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} a_3 & a_1 \\ b_3 & b_1 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{pmatrix} = (a_2b_3 - a_3b_2; a_3b_1 - a_1b_3; a_1b_2 - a_2b_1).$$

☞ **Tính chất:** $[\vec{a}, \vec{b}] \perp \vec{a}$ $[\vec{a}, \vec{b}] \perp \vec{b}$ $||[\vec{a}, \vec{b}]|| = ||\vec{a}|| \cdot ||\vec{b}|| \cdot \sin(\vec{a}, \vec{b})$

▪ Điều kiện **cùng phương** của hai vectơ \vec{a} & \vec{b} là $[\vec{a}, \vec{b}] = \vec{0}$ với $\vec{0} = (0; 0; 0)$.
▪ Điều kiện **đồng phẳng** của ba vectơ \vec{a} , \vec{b} và \vec{c} là $[\vec{a}, \vec{b}] \cdot \vec{c} = 0$.

▪ Diện tích hình bình hành $ABCD$: $S_{ABCD} = ||[\vec{AB}, \vec{AD}]||$.
▪ Diện tích tam giác ABC : $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} ||[\vec{AB}, \vec{AC}]||$.

▪ Thể tích khối hộp: $V_{ABCD.A'B'C'D'} = ||[\vec{AB}, \vec{AD}] \cdot \vec{AA'}||$.
▪ Thể tích tứ diện: $V_{ABCD} = \frac{1}{6} ||[\vec{AB}, \vec{AC}] \cdot \vec{AD}||$.

Dạng 1. Tìm tọa độ điểm, véc tơ liên quan đến hệ trục tọa độ OXYZ

Dạng 1.1 Một số bài toán liên quan đến vectơ, tọa độ vec tơ

Câu 1. (THPT Hùng Vương Bình Phước 2019) Trong không gian với hệ trục $Oxyz$ cho ba điểm $A(-1; 2; -3)$, $B(1; 0; 2)$, $C(x; y; -2)$ thẳng hàng. Khi đó $x + y$ bằng

A. $x + y = 1$. B. $x + y = 17$. C. $x + y = -\frac{11}{5}$. D. $x + y = \frac{11}{5}$.

Câu 2. (HSG Tỉnh Bắc Ninh 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các vectơ $\vec{a} = (2; m-1; 3)$, $\vec{b} = (1; 3; -2n)$. Tìm m, n để các vectơ \vec{a}, \vec{b} cùng hướng.

A. $m = 7; n = -\frac{3}{4}$. B. $m = 4; n = -3$. C. $m = 1; n = 0$. D. $m = 7; n = -\frac{4}{3}$.

Câu 3. (THPT Nguyễn Khuyến -2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(2; -1; 5)$, $B(5; -5; 7)$, $M(x; y; 1)$. Với giá trị nào của x, y thì A, B, M thẳng hàng.

A. $x = 4; y = 7$ B. $x = -4; y = -7$ C. $x = 4; y = -7$ D. $x = -4; y = 7$

Câu 4. (THPT Quỳnh Lưu 3 Nghệ An -2019) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; -2; 1)$, $B(0; 1; 2)$. Tọa độ điểm M thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho ba điểm A, B, M thẳng hàng là

A. $M(4; -5; 0)$. B. $M(2; -3; 0)$. C. $M(0; 0; 1)$. D. $M(4; 5; 0)$.

Câu 5. (THPT Yên Khánh - Ninh Bình - 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho các véc tơ $\vec{u} = 2\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$, $\vec{v} = (m; 2; m+1)$ với m là tham số thực. Có bao nhiêu giá trị của m để $||\vec{u}|| = ||\vec{v}||$.

A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 6. (Chuyen ĐHSPT Hà Nội -2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(0; 0; 0)$, $B(a; 0; 0)$, $D(0; 2a; 0)$, $A'(0; 0; 2a)$ với $a \neq 0$. Độ dài đoạn thẳng AC' là

A. $|a|$. B. $2|a|$. C. $3|a|$. D. $\frac{3}{2}|a|$.

- Câu 7. (Chuyên Lê Quý Đôn - Đà Nẵng - 2018)** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = (2; 3; 1)$, $\vec{b} = (-1; 5; 2)$, $\vec{c} = (4; -1; 3)$ và $\vec{x} = (-3; 22; 5)$. Đẳng thức nào đúng trong các đẳng thức sau?
- A. $\vec{x} = 2\vec{a} - 3\vec{b} - \vec{c}$. B. $\vec{x} = -2\vec{a} + 3\vec{b} + \vec{c}$.
 C. $\vec{x} = 2\vec{a} + 3\vec{b} - \vec{c}$. D. $\vec{x} = 2\vec{a} - 3\vec{b} + \vec{c}$.
- Câu 8. (Chuyên Thái Bình - 2018)** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC với: $\vec{AB} = (1; -2; 2)$; $\vec{AC} = (3; -4; 6)$. Độ dài đường trung tuyến AM của tam giác ABC là:
- A. 29. B. $\sqrt{29}$. C. $\frac{\sqrt{29}}{2}$. D. $2\sqrt{29}$.
- Câu 9. (Hồng Quang - Hải Dương - 2018)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các vector $\vec{a} = (2; m-1; 3)$, $\vec{b} = (1; 3; -2n)$. Tìm m, n để các vector \vec{a}, \vec{b} cùng hướng.
- A. $m = 7; n = -\frac{3}{4}$. B. $m = 7; n = -\frac{4}{3}$. C. $m = 4; n = -3$. D. $m = 1; n = 0$.
- Câu 10. (THPT Chu Văn An - Thái Nguyên - 2018)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình vuông $ABCD$, $B(3; 0; 8)$, $D(-5; -4; 0)$. Biết đỉnh A thuộc mặt phẳng (Oxy) và có tọa độ là những số nguyên, khi đó $|\vec{CA} + \vec{CB}|$ bằng:
- A. $10\sqrt{5}$. B. $6\sqrt{10}$. C. $10\sqrt{6}$. D. $5\sqrt{10}$.
- Dạng 1.2 Tìm tọa độ điểm**
- Câu 11. (THPT Cù Huy Cận 2019)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(1; 0; 3)$, $B(2; 3; -4)$, $C(-3; 1; 2)$. Tìm tọa độ điểm D sao cho $ABCD$ là hình bình hành.
- A. $D(-4; -2; 9)$. B. $D(-4; 2; 9)$. C. $D(4; -2; 9)$. D. $D(4; 2; -9)$.
- Câu 12. (THPT - Yên Định Thanh Hóa 2019)** Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 0; 0)$, $B(1; 1; 0)$, $C(0; 1; 1)$. Tìm tọa độ điểm D sao cho tứ giác $ABCD$ (theo thứ tự các đỉnh) là hình bình hành?
- A. $D(2; 0; 0)$. B. $D(1; 1; 1)$. C. $D(0; 0; 1)$. D. $D(0; 2; 1)$.
- Câu 13. (THPT Nguyễn Khuyến 2019)** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 2; -1)$, $B(2; -1; 3)$ và $C(-3; 5; 1)$. Tìm tọa độ điểm D sao cho tứ giác $ABCD$ là hình bình hành.
- A. $D(-2; 8; -3)$ B. $D(-4; 8; -5)$ C. $D(-2; 2; 5)$ D. $D(-4; 8; -3)$
- Câu 14. (THPT Nguyễn Khuyến -2019)** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ $Oxyz$, Tam giác ABC với $A(1; -3; 3)$; $B(2; -4; 5)$, $C(a; -2; b)$ nhận điểm $G(1; c; 3)$ làm trọng tâm của nó thì giá trị của tổng $a + b + c$ bằng.
- A. -5 B. 3 C. 1 D. -2
- Câu 15. (THPT Nguyễn Khuyến 2019)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho 2 điểm $B(1; 2; -3)$, $C(7; 4; -2)$ Nếu điểm E thỏa mãn đẳng thức $\vec{CE} = 2\vec{EB}$ thì tọa độ điểm E là:

A. $\left(3; \frac{8}{3}; -\frac{8}{3}\right)$ B. $\left(\frac{8}{3}; 3; -\frac{8}{3}\right)$ C. $\left(3; 3; -\frac{8}{3}\right)$ D. $\left(1; 2; \frac{1}{3}\right)$

Câu 16. (KTNL Gia Bình 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(1; 2; -3)$, $B(2; 5; 7)$, $C(-3; 1; 4)$. Điểm D để tứ giác $ABCD$ là hình bình hành là

A. $D(6; 6; 0)$ B. $D\left(0; \frac{8}{3}; \frac{8}{3}\right)$ C. $D(0; 8; 8)$ D. $D(-4; -2; -6)$

Câu 17. (THPT Lương Thế Vinh Hà Nội 2019) Cho tam giác ABC có $A(1; -2; 0)$, $B(2; 1; -2)$, $C(0; 3; 4)$. Tìm tọa độ điểm D để tứ giác $ABCD$ là hình bình hành.

A. $(1; 0; -6)$. B. $(1; 6; 2)$. C. $(-1; 0; 6)$. D. $(1; 6; -2)$.

Câu 18. (Liên Trường Thpt Tp Vinh Nghệ An 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(3; 1; -2)$, $B(2; -3; 5)$. Điểm M thuộc đoạn AB sao cho $MA = 2MB$, tọa độ điểm M là

A. $\left(\frac{7}{3}; -\frac{5}{3}; \frac{8}{3}\right)$. B. $(4; 5; -9)$. C. $\left(\frac{3}{2}; -5; \frac{17}{2}\right)$. D. $(1; -7; 12)$.

Câu 19. (THPT Minh Khai Hà Tĩnh 2019) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(0; 1; -2)$ và $B(3; -1; 1)$. Tìm tọa độ điểm M sao cho $\overrightarrow{AM} = 3\overrightarrow{AB}$.

A. $M(9; -5; 7)$. B. $M(9; 5; 7)$.
C. $M(-9; 5; -7)$. D. $M(9; -5; -5)$.

Câu 20. (Chuyên Phan Bội Châu 2019) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; -1)$, $\overrightarrow{AB} = (1; 3; 1)$ thì tọa độ của điểm B là:

A. $B(2; 5; 0)$. B. $B(0; -1; -2)$. C. $B(0; 1; 2)$. D. $B(-2; -5; 0)$

Câu 21. (Đề Thi Công Bằng Khtn 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho hình bình hành $ABCD$. Biết $A = (1; 0; 1)$, $B = (2; 1; 2)$ và $D = (1; -1; 1)$. Tọa độ điểm C là

A. $(2; 0; 2)$. B. $(2; 2; 2)$. C. $(2; -2; 2)$. D. $(0; -2; 0)$.

Câu 22. (Sở Phú Thọ -2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; -2)$ và $B\left(\frac{8}{3}; \frac{4}{3}; \frac{8}{3}\right)$. Biết $I(a; b; c)$ là tâm của đường tròn nội tiếp tam giác OAB . Giá trị $a - b + c$ bằng

A. 1 B. 3 C. 2 D. 0

Câu 23. (Chuyên Đhsp Hà Nội -2019) Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho $A(2; 0; 0)$, $B(0; 2; 0)$, $C(0; 0; 2)$. Có tất cả bao nhiêu điểm M trong không gian thỏa mãn M không trùng với các điểm A, B, C và $\widehat{AMB} = \widehat{BMC} = \widehat{CMA} = 90^\circ$?

A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 24. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(2; 2; 1)$, $N\left(-\frac{8}{3}; \frac{4}{3}; \frac{8}{3}\right)$. Tìm tọa độ tâm đường tròn nội tiếp tam giác OMN .

A. $I(1; 1; 1)$. B. $I(0; 1; 1)$. C. $I(0; -1; -1)$. D. $I(1; 0; 1)$.

- Câu 25.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1;2;-1)$, $B(2;-1;3)$, $C(-4;7;5)$. Gọi $D(a;b;c)$ là chân đường phân giác trong góc B của tam giác ABC . Giá trị của $a+b+2c$ bằng
- A. 5. B. 4. C. 14. D. 15.
- Câu 26.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-2;3;1)$ và $B(5; 6; 2)$. Đường thẳng AB cắt mặt phẳng (Oxz) tại điểm M . Tính tỉ số $\frac{AM}{BM}$.
- A. $\frac{AM}{BM} = \frac{1}{2}$ B. $\frac{AM}{BM} = 2$ C. $\frac{AM}{BM} = \frac{1}{3}$ D. $\frac{AM}{BM} = 3$
- Câu 27.** (Bình Giang-Hải Dương 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(-2;3;1)$, $B(2;1;0)$, $C(-3;-1;1)$. Tìm tất cả các điểm D sao cho $ABCD$ là hình thang có đáy AD và diện tích tứ giác $ABCD$ bằng 3 lần diện tích tam giác ABC .
- A. $D(-12;-1;3)$. B. $\begin{bmatrix} D(-8;-7;1) \\ D(12;1;-3) \end{bmatrix}$. C. $D(8;7;-1)$. D. $\begin{bmatrix} D(8;7;-1) \\ D(-12;-1;3) \end{bmatrix}$.
- Câu 28.** (THPT Trần Quốc Tuấn - 2018) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho hình thang $ABCD$ vuông tại A và B . Ba đỉnh $A(1;2;1)$, $B(2;0;-1)$, $C(6;1;0)$ Hình thang có diện tích bằng $6\sqrt{2}$. Giả sử đỉnh $D(a;b;c)$, tìm mệnh đề đúng?
- A. $a+b+c=6$. B. $a+b+c=5$. C. $a+b+c=8$. D. $a+b+c=7$.
- Câu 29.** (Chuyên Lê Quý Đôn - Đà Nẵng - 2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Biết $A(2;4;0)$, $B(4;0;0)$, $C(-1;4;-7)$ và $D'(6;8;10)$. Tọa độ điểm B' là
- A. $B'(8;4;10)$. B. $B'(6;12;0)$. C. $B'(10;8;6)$. D. $B'(13;0;17)$.
- Câu 30.** (Chuyên Lương Văn Chánh - Phú Yên - 2018) Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(1;0;1)$, $B(2;1;2)$, $D(1;-1;1)$, $C'(4;5;-5)$. Tính tọa độ đỉnh A' của hình hộp.
- A. $A'(4;6;-5)$. B. $A'(2;0;2)$. C. $A'(3;5;-6)$. D. $A'(3;4;-6)$.
- Câu 31.** (Chuyên Lê Hồng Phong 2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(0; 0; 0)$, $B(3; 0; 0)$, $D(0; 3; 0)$, $D'(0; 3; -3)$. Tọa độ trọng tâm tam giác $A'B'C$ là
- A. $(1; 1; -2)$. B. $(2; 1; -2)$. C. $(1; 2; -1)$. D. $(2; 1; -1)$.
- Câu 32.** (Chuyên Lê Hồng Phong - 2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;-1)$, $B(2;-1;3)$, $C(-4;7;5)$. Tọa độ chân đường phân giác trong góc B của tam giác ABC là
- A. $\left(-\frac{2}{3}; \frac{11}{3}; 1\right)$. B. $\left(\frac{11}{3}; -2; 1\right)$. C. $\left(\frac{2}{3}; \frac{11}{3}; \frac{1}{3}\right)$. D. $(-2; 1; 1)$.
- Câu 33.** (Toán Học Và Tuổi Trẻ - 2018) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{OA} = 2\vec{i} + 2\vec{j} + 2\vec{k}$, $B(-2; 2; 0)$ và $C(4;1;-1)$. Trên mặt phẳng (Oxz) , điểm nào dưới đây cách đều ba điểm A , B , C .

A. $M\left(\frac{3}{4}; 0; \frac{1}{2}\right)$. B. $N\left(\frac{-3}{4}; 0; \frac{-1}{2}\right)$. C. $P\left(\frac{3}{4}; 0; \frac{-1}{2}\right)$. D. $Q\left(\frac{-3}{4}; 0; \frac{1}{2}\right)$.

Câu 34. (SGD Thanh Hóa - 2018) Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm là $A(1;3;-1)$, $B(3;-1;5)$.
Tìm tọa độ của điểm M thỏa mãn hệ thức $\overrightarrow{MA} = 3\overrightarrow{MB}$.

A. $M\left(\frac{5}{3}; \frac{13}{3}; 1\right)$. B. $M\left(\frac{7}{3}; \frac{1}{3}; 3\right)$. C. $M\left(\frac{7}{3}; \frac{1}{3}; 3\right)$. D. $M(4;-3;8)$.

Câu 35. (SGD - Đà Nẵng - 2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$, biết rằng $A(-3;0;0)$, $B(0;2;0)$, $D(0;0;1)$, $A'(1;2;3)$. Tìm tọa độ điểm C' .

A. $C'(10;4;4)$. B. $C'(-13;4;4)$. C. $C'(13;4;4)$. D. $C'(7;4;4)$.

Câu 36. (Đặng Thúc Hứa - Nghệ An - 2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;2;-2)$, $B(2;2;-4)$. Giả sử $I(a;b;c)$ là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác OAB . Tính $T = a^2 + b^2 + c^2$.

A. $T = 8$. B. $T = 2$. C. $T = 6$. D. $T = 14$.

Câu 37. (THPT Trần Quốc Tuấn - 2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai điểm $A(4; 2; 1)$, $B(-2;-1;4)$. Tìm tọa độ điểm M thỏa mãn đẳng thức $\overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{MB}$.

A. $M(0;0;3)$. B. $M(0;0;-3)$. C. $M(-8;-4;7)$. D. $M(8;4;-7)$.

Câu 38. (Chuyên Lê Hồng Phong - TPHCM - 2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(-2;3;1)$, $B(2;1;0)$, $C(-3;-1;1)$. Tìm tất cả các điểm D sao cho $ABCD$ là hình thang có đáy AD và $S_{ABCD} = 3S_{\triangle ABC}$

A. $D(8;7;-1)$. B. $\begin{bmatrix} D(-8;-7;1) \\ D(12;1;-3) \end{bmatrix}$. C. $\begin{bmatrix} D(8;7;-1) \\ D(-12;-1;3) \end{bmatrix}$. D. $D(-12;-1;3)$.

Dạng 2. Tích vô hướng, tích có hướng và ứng dụng

Dạng 2.1 Tích vô hướng và ứng dụng

Câu 1. (Mã 104 2017) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho ba điểm $M(2;3;-1)$, $N(-1;1;1)$ và $P(1;m-1;2)$. Tìm m để tam giác MNP vuông tại N .

A. $m = 2$ B. $m = -6$ C. $m = 0$ D. $m = -4$

Câu 2. (THPT Yên Khánh - Ninh Bình - 2019) Trong không gian $Oxyz$ cho các điểm $A(5;1;5)$; $B(4;3;2)$; $C(-3;-2;1)$. Điểm $I(a;b;c)$ là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC . Tính $a + 2b + c$?

A. 1. B. 3. C. 6. D. -9.

Câu 3. (HSG Bắc Ninh 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho vec tơ $\vec{u} = (1;1;-2)$, $\vec{v} = (1;0;m)$. Tìm tất cả giá trị của m để góc giữa \vec{u} , \vec{v} bằng 45° .

A. $m = 2$. B. $m = 2 \pm \sqrt{6}$. C. $m = 2 - \sqrt{6}$. D. $m = 2 + \sqrt{6}$.

Câu 4. (Sở Kon Tum - 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho các vec tơ $\vec{a} = (5;3;-2)$ và $\vec{b} = (m;-1;m+3)$. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của m để góc giữa hai vec tơ \vec{a} và \vec{b} là góc tù?

- A. 2. B. 3. C. 1. D. 5.
- Câu 5.** Biết $\vec{c} = (x; y; z)$ khác $\vec{0}$ và vuông góc với cả hai vector $\vec{a} = (1; 3; 4)$, $\vec{b} = (-1; 2; 3)$. Khẳng định nào đúng?
 A. $5z - x = 0$. B. $7x - y = 0$. C. $5z + x = 0$. D. $7x + y = 0$.
- Câu 6.** Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho $A(2; 0; 0)$, $B(0; 2; 0)$, $C(0; 0; 2)$. Có tất cả bao nhiêu điểm M trong không gian thỏa mãn M không trùng với các điểm A, B, C và $\widehat{AMB} = \widehat{BMC} = \widehat{CMA} = 90^\circ$
 A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.
- Câu 7.** (Chuyên Lương Văn Chánh - Phú Yên - 2018) Trong không gian $Oxyz$, cho hai vector \vec{u} và \vec{v} tạo với nhau một góc 120° và $|\vec{u}| = 2$, $|\vec{v}| = 5$. Tính $|\vec{u} + \vec{v}|$
 A. $\sqrt{19}$. B. -5 . C. 7. D. $\sqrt{39}$.
- Câu 8.** (THPT Trần Nhân Tông - 2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $M(2; 3; -1)$, $N(-1; 1; 1)$ và $P(1; m-1; 2)$. Tìm m để tam giác MNP vuông tại N .
 A. $m = -6$. B. $m = 0$. C. $m = -4$. D. $m = 2$.
- Dạng 2.2 Tích có hướng và ứng dụng**
- Câu 9.** (Yên Phong 1 - 2018) Trong không gian $Oxyz$, cho 4 điểm $A(2; 0; 2)$, $B(1; -1; -2)$, $C(-1; 1; 0)$, $D(-2; 1; 2)$. Thể tích của khối tứ diện $ABCD$ bằng
 A. $\frac{42}{3}$. B. $\frac{14}{3}$. C. $\frac{21}{3}$. D. $\frac{7}{3}$.
- Câu 10.** (SGD Cần Thơ - 2018) Trong không gian $Oxyz$, cho các vector $\vec{a} = (-5; 3; -1)$, $\vec{b} = (1; 2; 1)$, $\vec{c} = (m; 3; -1)$. Giá trị của m sao cho $\vec{a} = [\vec{b}, \vec{c}]$ là
 A. $m = -1$. B. $m = -2$. C. $m = 1$. D. $m = 2$.
- Câu 11.** (SGD - Đà Nẵng - 2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai vector $\vec{m} = (4; 3; 1)$, $\vec{n} = (0; 0; 1)$. Gọi \vec{p} là vector cùng hướng với $[\vec{m}, \vec{n}]$ (tích có hướng của hai vector \vec{m} và \vec{n}). Biết $|\vec{p}| = 15$, tìm tọa độ vector \vec{p} .
 A. $\vec{p} = (9; -12; 0)$. B. $\vec{p} = (45; -60; 0)$. C. $\vec{p} = (0; 9; -12)$. D. $\vec{p} = (0; 45; -60)$.
- Câu 12.** (THPT Hoàng Hoa Thám - Hưng Yên - 2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(0; -2; 2-a)$; $B(a+3; -1; 1)$; $C(-4; -3; 0)$; $D(-1; -2; a-1)$. Tập hợp các giá trị của a để bốn điểm A, B, C, D đồng phẳng là tập con của tập nào sau?
 A. $(-7; -2)$. B. $(3; 6)$. C. $(5; 8)$. D. $(-2; 2)$.
- Câu 13.** (Việt Đức Hà Nội 2019) Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ biết $A(3; -2; m)$, $B(2; 0; 0)$, $C(0; 4; 0)$, $D(0; 0; 3)$. Tìm giá trị dương của tham số m để thể tích tứ diện bằng 8.
 A. $m = 8$. B. $m = 4$. C. $m = 12$. D. $m = 6$.

- Câu 14. (THPT Nguyễn Khuyến 2019)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{u} = (1; 1; 2)$, $\vec{v} = (-1; m; m-2)$. Khi $[\vec{u}, \vec{v}] = \sqrt{14}$ thì
- A. $m=1$ hoặc $m=-\frac{11}{5}$ B. $m=-1$ hoặc $m=-\frac{11}{3}$
 C. $m=1$ hoặc $m=-3$ D. $m=-1$
- Câu 15. (THPT Nguyễn Khuyến 2019)** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ có $A(2; -1; 1)$, $B(3; 0; -1)$, $C(2; -1; 3)$, $D \in Oy$ và có thể tích bằng 5. Tính tổng tung độ của các điểm D .
- A. -6 B. 2 C. 7 D. -4
- Câu 16. (Toán Học Tuổi Trẻ 2019)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1; -2; 0)$, $B(1; 0; -1)$, $C(0; -1; 2)$, $D(-2; m; n)$. Trong các hệ thức liên hệ giữa m và n dưới đây, hệ thức nào để bốn điểm A, B, C, D đồng phẳng?
- A. $2m + n = 13$. B. $2m - n = 13$. C. $m + 2n = 13$. D. $2m - 3n = 10$.
- Câu 17.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai véc tơ $\vec{m} = (4; 3; 1)$ và $\vec{n} = (0; 0; 1)$. Gọi \vec{p} là véc tơ cùng hướng với $[\vec{m}, \vec{n}]$ và $|\vec{p}| = 15$. Tọa độ của véc tơ \vec{p} là
- A. $(9; -12; 0)$. B. $(0; 9; -12)$. C. $(-9; 12; 0)$. D. $(0; 9; -12)$.
- Câu 18. (Việt Đức Hà Nội 2019)** Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(0; -2; 1)$; $B(1; 0; -2)$; $C(3; 1; -2)$; $D(-2; -2; -1)$. Câu nào sau đây **sai**?
- A. Bốn điểm A, B, C, D không đồng phẳng. B. Tam giác ACD là tam giác vuông tại A .
 C. Góc giữa hai vectơ \overrightarrow{AB} và \overrightarrow{CD} là góc tù. D. Tam giác ABD là tam giác cân tại B .
- Câu 19. (THPT Lương Thế Vinh - 2018)** Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-2; 3; 1)$, $B(2; 1; 0)$, $C(-3; -1; 1)$. Tìm tất cả các điểm D sao cho $ABCD$ là hình thang có đáy AD và $S_{ABCD} = 3S_{ABC}$.
- A. $D(8; 7; -1)$. B. $\begin{bmatrix} D(-8; -7; 1) \\ D(12; 1; -3) \end{bmatrix}$. C. $\begin{bmatrix} D(8; 7; -1) \\ D(-12; -1; 3) \end{bmatrix}$. D. $D(-12; -1; 3)$.
- Câu 20. (Bình Giang-Hải Dương 2019)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(0; 0; 2)$, $B(3; 0; 5)$, $C(1; 1; 0)$, $A(4; 1; 2)$. Độ dài đường cao của tứ diện $ABCD$ hạ từ đỉnh D xuống mặt phẳng ABC là
- A. $\frac{\sqrt{11}}{11}$. B. 1. C. 11. D. $\sqrt{11}$.
- Câu 21. (THPT Hoàng Hoa Thám - Hưng Yên - 2018)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(0; -2; 2-a)$; $B(a+3; -1; 1)$; $C(-4; -3; 0)$; $D(-1; -2; a-1)$. Tập hợp các giá trị của a để bốn điểm A, B, C, D đồng phẳng là tập con của tập nào sau?
- A. $(-7; -2)$. B. $(3; 6)$. C. $(5; 8)$. D. $(-2; 2)$.

BẠN HỌC THAM KHẢO THÊM DẠNG CÂU KHÁC TẠI

<https://drive.google.com/drive/folders/15DX-hbY5paR0iUmcs4RU1DkA1-7QpKlG?usp=sharing>

Theo dõi Fanpage: **Nguyễn Bảo Vương** <https://www.facebook.com/tracnghiemtoanthpt489/>

Hoặc Facebook: **Nguyễn Vương** <https://www.facebook.com/phong.baovuong>

Tham gia ngay: **Nhóm Nguyễn Bào Vương (TÀI LIỆU TOÁN)** <https://www.facebook.com/groups/703546230477890/>

Ấn sub kênh Youtube: Nguyễn Vương

https://www.youtube.com/channel/UCQ4u2J5gIEI1iRUbT3nwJfA?view_as=subscriber

Tải nhiều tài liệu hơn tại: <http://diendangiaovientoan.vn/>

ĐỂ NHẬN TÀI LIỆU SỚM NHẤT NHÉ!

Nguyễn Bảo Vương