DẠNG TOÁN DÀNH CHO ĐỐI TƯỢNG HỌC SINH KHÁ – MỨC 7-8 ĐIỂM

Dạng 1. Xác định đường tiệm cận đồ thị hàm số thông hàm số cho trước

1 Đường tiệm cận ngang

Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có TXD: D

Điều kiện cần: D phải chứa $+\infty$ hoặc $-\infty$

Điều kiện đủ:

Dạng 1. $y=f(x)=\dfrac{P(x)}{Q(x)}$.

Nếu $degP\left(x\right)>degQ\left(x\right)$: thì không có tiệm cận ngang

Nếu $degP\left(x\right)>degQ\left(x\right)$: TCN $y=0$

Nếu $degP\left(x\right)=degQ\left(x\right)$: $y=k$ (k là tỉ số hệ số bậc cao nhất của tử và mẫu)

Dạng 2: $y=f(x)=u-\sqrt{v}$ (hoặc $\sqrt{u}-\sqrt{v}$): Nhân liên hợp $\Rightarrow y=f(x)=\dfrac{u^2-v}{u+\sqrt{v}}$ (hoặc $\dfrac{u-v}{\sqrt{u}+\sqrt{v}}$)

2 Đường tiệm cận đứng

Cho hàm số $y=\dfrac{P\left(x\right)}{Q\left(x\right)}$ có TXD: D

Đkiện cần: giải $Q\left(x\right)=0\Leftrightarrow x=x_0$ là TCĐ khi thỏa mãn đk đủ

Đkiện đủ:

Đkiện 1: x_0 làm cho $P(x)$ và $Q(x)$ xác định.

Đkiện 2: - x_0 không phải nghiêm $P(x)\Rightarrow x=x_0$ là TCĐ

- x_0 là nghiêm $P(x)\Rightarrow x=x_0$ là TCĐ nếu $\lim\limits_{x\to x_0}f(x)=\infty$

Câu 1. **(Đề Minh Họa 2020 Lần 1)** Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{5x^2-4x-1}{x^2-1}$ là

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

Tiệm cận ngang:

Ta có: $\lim\limits_{x\to+\infty}y=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{5x^2-4x-1}{x^2-1}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x^2\left(5-\dfrac{4}{x}-\dfrac{1}{x^2}\right)}{x^2\left(1-\dfrac{1}{x^2}\right)}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{5-\dfrac{4}{x}-\dfrac{1}{x^2}}{1-\dfrac{1}{x^2}}=5$ nên đồ thị hàm số có một tiệm cận ngang $y=5$.

Tiệm cận đứng:

Cho $x^2=1\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=-1\end{array}\right.$

Ta có: $\lim\limits_{x\to 1} y=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{5x^2-4x-1}{x^2-1}=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{(5x+1)(x-1)}{(x+1)(x-1)}=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{5x+1}{x+1}=\dfrac{6}{2}=3$ nên $x=1$ không là tiệm cận đứng.

$$\lim\limits_{x\to(-1)^+} y=\lim\limits_{x\to(-1)^+}\dfrac{5x^2-4x-1}{x^2-1}=\lim\limits_{x\to(-1)^+}\dfrac{5x^2-4x-1}{(x+1)(x-1)}=\lim\limits_{x\to(-1)^+}\left(\dfrac{1}{x+1}.\dfrac{5x^2-4x-1}{x-1}\right)=-\infty$$

vì $\begin{cases}\lim\limits_{x\to(-1)^+}\dfrac{1}{x+1}=+\infty\\ \lim\limits_{x\to(-1)^+}\dfrac{5x^2-4x-1}{x-1}=-4<0\end{cases}$.

Khi đó, đồ thị hàm số có một tiệm cận đứng $x=-1$.

Tổng cộng đồ thị hàm số có 2 tiệm cận.

Câu 2. **(Đề Tham Khảo 2018)** Đồ thị của hàm số nào dưới đây có tiệm cận đứng?

A. $y=\dfrac{x^2-3x+2}{x-1}$ **B.** $y=\dfrac{x^2}{x^2+1}$ **C.** $y=\sqrt{x^2-1}$ **D.** $y=\dfrac{x}{x+1}$

Lời giải

Chọn D

Ta có $\lim\limits_{x\to -1^-}\dfrac{x}{x+1}=+\infty$, $\lim\limits_{x\to -1^+}\dfrac{x}{x+1}=-\infty$ nên đường thẳng $x=-1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Câu 3. **(Mã 110 2017)** Tìm số tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2-5x+4}{x^2-1}$.

A. 2 **B.** 3 **C.** 0 **D.** 1

Lời giải

Chọn A

Tập xác định: $D=\mathbb{R}\backslash\{\pm 1\}$

Ta có: $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{x^2-5x+4}{x^2-1}=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{1-\dfrac{5}{x}+\dfrac{4}{x^2}}{1-\dfrac{1}{x^2}}=1\Rightarrow y=1$ là đường tiệm cận ngang.

Mặc khác:

$$\lim\limits_{x\to 1} y=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2-5x+4}{x^2-1}=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{(x-1)(x-4)}{(x-1)(x+1)}=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{(x-4)}{(x+1)}=-\dfrac{3}{2}$$

$\Rightarrow x=1$ không là đường tiệm cận đứng.

$$\lim\limits_{x\to(-1)^+} y=\lim\limits_{x\to(-1)^+}\dfrac{x^2-5x+4}{x^2-1}=\lim\limits_{x\to 1^+}\dfrac{(x-1)(x-4)}{(x-1)(x+1)}=\lim\limits_{x\to(-1)^+}\dfrac{(x-4)}{(x+1)}=-\infty$$

$$\lim\limits_{x\to(-1)^-} y=\lim\limits_{x\to(-1)^-}\dfrac{x^2-5x+4}{x^2-1}=\lim\limits_{x\to(-1)^-}\dfrac{(x-1)(x-4)}{(x-1)(x+1)}=\lim\limits_{x\to(-1)^-}\dfrac{(x-4)}{(x+1)}=+\infty$$

$\Rightarrow x=-1$ là đường tiệm cận đứng.

Vậy đồ thị hàm số có 2 đường tiệm cận

Câu 4. **(Mã 123 2017)** Tìm số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số: $y=\dfrac{x^2-3x-4}{x^2-16}$

A. 2 **B.** 3 **C.** 1 **D.** 0

Lời giải

Chọn C

Ta có $y=\dfrac{x^2-3x-4}{x^2-16}=\dfrac{x+1}{x+4}$(với điều kiện xác định), do đó đồ thị hàm có 1 tiệm cận đứng.

Câu 5. **(Mã 104 2017)** Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-2}{x^2-4}$ có mấy tiệm cận.

A. 3 **B.** 1 **C.** 2 **D.** 0

Lời giải

Chọn C

Ta có $x^2-4=0 \Leftrightarrow x=\pm 2$

$\lim\limits_{x\to 2}\left(\dfrac{x-2}{x^2-4}\right)=\dfrac{1}{4}$ nên đường thẳng $x=2$ không phải là tiệm cân đứng của đồ thị hàm số.

$\lim\limits_{x\to -2^+}\left(\dfrac{x-2}{x^2-4}\right)=\lim\limits_{x\to -2^+}\dfrac{1}{x+2}=+\infty$, $\lim\limits_{x\to (-2)^-}\left(\dfrac{x-2}{x^2-4}\right)=\lim\limits_{x\to (-2)^-}\dfrac{1}{x+2}=-\infty$, nên đường thẳng $x=-2$ là tiệm cân đứng của đồ thị hàm số.

$\lim\limits_{x\to \pm\infty}\left(\dfrac{x-2}{x^2-4}\right)=0$ nên đường thẳng $y=0$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Vậy có đồ thị có hai đường tiệm cận.

Câu 6. **(Mã 101 2018)** Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x+9}-3}{x^2+x}$ là

A. 1 **B.** 2 **C.** 0 **D.** 3

Lời giải

Chọn A

Tập xác định của hàm số: $D=[-9;+\infty)\backslash\{0;-1\}$

Ta có: $\lim\limits_{x\to(-1)^+} y=\lim\limits_{x\to(-1)^+}\dfrac{\sqrt{x+9}-3}{x^2+x}=+\infty$ và $\lim\limits_{x\to(-1)^-} y=\lim\limits_{x\to(-1)^-}\dfrac{\sqrt{x+9}-3}{x^2+x}=-\infty$.

$\Rightarrow$ TCĐ: $x=-1$.

$$\lim_{x\to 0^+} y=\lim_{x\to 0^+}\frac{\sqrt{x+9}-3}{x^2+x}=\lim_{x\to 0^+}\frac{x}{(x^2+x)(\sqrt{x+9}+3)}=\lim_{x\to 0^+}\frac{1}{(x+1)(\sqrt{x+9}+3)}=\frac{1}{6}.$$

$$\lim_{x\to 0^-} y=\lim_{x\to 0^-}\frac{\sqrt{x+9}-3}{x^2+x}=\lim_{x\to 0^-}\frac{x}{(x^2+x)(\sqrt{x+9}+3)}=\lim_{x\to 0^-}\frac{1}{(x+1)(\sqrt{x+9}+3)}=\frac{1}{6}.$$

$\Rightarrow$ $x=0$ không là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Vậy đồ thị hàm số có 1 tiệm cận đứng.

Câu 7. **(Mã 102 2018)** Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x+4}-2}{x^2+x}$ là

A. 2 **B.** 1 **C.** 3 **D.** 0

Lời giải

Chọn B

Tập xác định của hàm số: $D=[-4;+\infty)\backslash\{0;-1\}$

Ta có: $\lim\limits_{x\to 0} y=\dfrac{1}{4}$.

$\lim\limits_{x\to(-1)^+} y=\lim\limits_{x\to(-1)^+}\dfrac{\sqrt{x+4}-2}{x^2+x}=+\infty$ và $\lim\limits_{x\to(-1)^-} y=\lim\limits_{x\to(-1)^-}\dfrac{\sqrt{x+4}-2}{x^2+x}=-\infty$

$\Rightarrow$ TCĐ: $x=-1$.

Vậy đồ thị hàm số có 1 tiệm cận đứng.

Câu 8. **(THPT Lê Văn Thịnh Bắc Ninh 2019)** Đồ thị hàm số $y=\dfrac{5x+1-\sqrt{x+1}}{x^2+2x}$ có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 3 **B.** 0 **C.** 2 **D.** 1

Lời giải

Chọn D

Tập xác định: $D=[-1;+\infty)\setminus\{0\}$.

• $\lim\limits_{x\to+\infty} y=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{5x+1-\sqrt{x+1}}{x^2+2x}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\dfrac{5}{x}+\dfrac{1}{x^2}-\sqrt{\dfrac{1}{x^3}+\dfrac{1}{x^4}}}{1+\dfrac{2}{x}}=0\Rightarrow y=0$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

• $\lim\limits_{x\to0} y=\lim\limits_{x\to0}\dfrac{5x+1-\sqrt{x+1}}{x^2+2x}=\lim\limits_{x\to0}\dfrac{(5x+1)^2-x-1}{(x^2+2x)(5x+1+\sqrt{x+1})}=\lim\limits_{x\to0}\dfrac{25x^2+9x}{(x^2+2x)(5x+1+\sqrt{x+1})}$

$=\lim\limits_{x\to0}\dfrac{25x+9}{(x-2)(5x+1+\sqrt{x+1})}=\dfrac{-9}{4}$

$\Rightarrow x=0$ **không** là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Vậy đồ thị hàm số có tất cả 1 đường tiệm cận.

Câu 9. Tìm tất cả các tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-1-\sqrt{x^2+x+3}}{x^2-5x+6}$.

A. $x=3$ và $x=2$. **B.** $x=3$. **C.** $x=-3$ và $x=-2$. **D.** $x=-3$.

Lời giải

Chọn B

Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{2;3\}$

$\lim\limits_{x\to2^+}\dfrac{2x-1-\sqrt{x^2+x+3}}{x^2-5x+6}=\lim\limits_{x\to2^+}\dfrac{(2x-1)^2-(x^2+x+3)}{(x^2-5x+6)(2x-1+\sqrt{x^2+x+3})}$

$=\lim\limits_{x\to2^+}\dfrac{(2x-1)^2-(x^2+x+3)}{(x^2-5x+6)(2x-1+\sqrt{x^2+x+3})}$

$=\lim\limits_{x\to2^+}\dfrac{(3x+1)}{(x-3)(2x-1+\sqrt{x^2+x+3})}=-\dfrac{7}{6}$

Tương tự $\lim\limits_{x\to2^-}\dfrac{2x-1-\sqrt{x^2+x+3}}{x^2-5x+6}=-\dfrac{7}{6}$. Suy ra đường thẳng $x=2$ **không** là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

$\lim\limits_{x\to3^+}\dfrac{2x-1-\sqrt{x^2+x+3}}{x^2-5x+6}=+\infty;\ \lim\limits_{x\to3^-}\dfrac{2x-1-\sqrt{x^2+x+3}}{x^2-5x+6}=-\infty$. Suy ra đường thẳng $x=3$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

Câu 10. **(Mã 103 2018)** Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x+25}-5}{x^2+x}$ là

A. 3 **B.** 2 **C.** 0 **D.** 1

Lời giải

Chọn D

Tập xác định $D=[-25;+\infty)\setminus\{-1;0\}$. Biến đổi $f(x)=\dfrac{1}{(x+1)\left(\sqrt{x+25}+5\right)}$.

Vì $\lim\limits_{x\to(-1)^+} y=\lim\limits_{x\to(-1)^+}\dfrac{1}{(x+1)\left(\sqrt{x+25}+5\right)}=+\infty$ nên đồ thị hàm số đã cho có 1 tiệm cận đứng $x=-1$.

Câu 11. **(Mã 104 2018)** Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x+16}-4}{x^2+x}$ là

A. 3 **B.** 2 **C.** 1 **D.** 0

Lời giải

Chọn C

Tập xác định hàm số $D=[-16;+\infty)\setminus\{-1;0\}$.

Ta có

$$\lim_{x\to0} y=\lim_{x\to0}\frac{\sqrt{x+16}-4}{(x+1)x}=\lim_{x\to0}\frac{x}{x(x+1)\left(\sqrt{x+16}+4\right)}=\lim_{x\to0}\frac{1}{(x+1)\left(\sqrt{x+16}+4\right)}=\frac{1}{8}.$$

$$\lim_{x\to(-1)^+} y=\lim_{x\to(-1)^+}\frac{\sqrt{x+16}-4}{(x+1)x}=\lim_{x\to(-1)^+}\frac{1}{(x+1)\left(\sqrt{x+16}+4\right)}=+\infty.$$

vì $\lim\limits_{x\to(-1)^+}\left(\sqrt{x+16}+4\right)=\sqrt{15}+4>0$, $\lim\limits_{x\to(-1)^+}(x+1)=0$ và $x\to(-1)^+$ thì $x>-1\Rightarrow x+1>0$.

Tương tự $\lim\limits_{x\to(-1)^-} y=\lim\limits_{x\to(-1)^-}\dfrac{1}{(x+1)\left(\sqrt{x+16}+4\right)}=-\infty$.

Vậy đồ thị hàm số đã cho có tiệm cận đứng là $x=-1$.

Câu 12. **(Chuyên Sơn La 2019)** Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x+4}-2}{x^2+x}$ là

A. 3. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

TXĐ: $D=[-4;+\infty)\setminus\{-1;0\}$.

Ta có: $\lim\limits_{x\to(-1)^+} y=\lim\limits_{x\to(-1)^+}\dfrac{\sqrt{x+4}-2}{x^2+x}=-\infty$

Nên đường thẳng $x=-1$ là một đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

$$\lim_{x\to0} y=\lim_{x\to0}\frac{\sqrt{x+4}-2}{x^2+x}=\lim_{x\to0}\frac{\left(\sqrt{x+4}-2\right)\left(\sqrt{x+4}+2\right)}{x(x+1)\left(\sqrt{x+4}+2\right)}=\lim_{x\to0}\frac{1}{(x+1)\left(\sqrt{x+4}+2\right)}=\frac{1}{4}$$

Nên đường thẳng $x=0$ không là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

Vậy đồ thị hàm số đã cho có một tiệm cận đứng $x=-1$.

Câu 13. **(THPT Gang Thép Thái Nguyên 2019)** Đồ thị hàm số $f\left(x\right)=\dfrac{x+1}{\sqrt{x^2-1}}$ có tất cả bao nhiêu tiệm cận đứng và tiệm cận ngang?

A. 4. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Lờigiải

Tập xác định của hàm số $D=\left(-\infty;-1\right)\cup\left(1;+\infty\right)$

TH1: $x<-1\Rightarrow x+1<0$. Khi đó $f\left(x\right)=\dfrac{x+1}{\sqrt{x^2-1}}=\dfrac{-\sqrt{\left(x+1\right)^2}}{\sqrt{\left(x-1\right)\left(x+1\right)}}=-\sqrt{\dfrac{x+1}{x-1}}$.

Suy ra hàm số TCN $y=-1$, không có TCĐ.

TH2: $x>1\Rightarrow x+1>0$. Khi đó $f\left(x\right)=\dfrac{x+1}{\sqrt{x^2-1}}=\dfrac{\sqrt{\left(x+1\right)^2}}{\sqrt{\left(x-1\right)\left(x+1\right)}}=\sqrt{\dfrac{x+1}{x-1}}$.

Suy ra hàm số TCN $y=1$, TCĐ $x=1$.

Vậy hàm số có 2 TCN và 1 TCN

Câu 14. Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x\left(4x+6\right)}-2}{x+2}$ là?

A. 1 **B.** 3 **C.** 2 **D.** 4

Lời giải

Chọn C

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{\sqrt{x\left(4x+6\right)}-2}{x+2}=\lim_{x\to+\infty}\frac{\sqrt{4+\frac{6}{x}}-\frac{2}{x}}{1+\frac{2}{x}}=2$$

$$\lim_{x\to-\infty}\frac{\sqrt{x\left(4x+6\right)}-2}{x+2}=\lim_{x\to-\infty}\frac{-\sqrt{4+\frac{6}{x}}-\frac{2}{x}}{1+\frac{2}{x}}=-2$$

$$\lim_{x\to-2^{\pm}}\frac{\sqrt{x\left(4x+6\right)}-2}{x+2}=\lim_{x\to-2^{\pm}}\frac{\left(x+2\right)\left(4x-2\right)}{\left(x+2\right)\left(\sqrt{x\left(4x+6\right)}+2\right)}=\lim_{x\to-2^{\pm}}\frac{4x-2}{\sqrt{x\left(4x+6\right)}+2}=\frac{-5}{2}$$

Vậy hàm số có hai tiệm cận ngang $y=\pm2$.

Câu 15. **(THPT Bạch Đằng Quảng Ninh 2019)** Cho hàm số $y=\dfrac{x^2+2x+3}{\sqrt{x^4-3x^2+2}}$. Đồ thị hàm số đã cho có bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 4. **B.** 5. **C.** 3. **D.** 6.

Lời giải

Điều kiện: $x\in\left(-\infty;-\sqrt{2}\right)\cup\left(-1;1\right)\cup\left(\sqrt{2};+\infty\right)$.

Do $\lim\limits_{x\to+\infty}y=\lim\limits_{x\to-\infty}y=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{x^2+2x+3}{\sqrt{x^4-3x^2+2}}=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{1+\frac{2}{x}+\frac{3}{x^2}}{\sqrt{1-\frac{3}{x^2}+\frac{2}{x^4}}}=1\Rightarrow y=1$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Có $\lim\limits_{x\to1^-}y=+\infty$ nên đường thẳng $x=1$ là đường tiệm cận đứng.

Có $\lim\limits_{x\to(-1)^+} y = \lim\limits_{x\to(-1)^+} \dfrac{(x+1)(x+2)}{\sqrt{(x+1)\left(x+\sqrt{2}\right)(x-1)\left(x-\sqrt{2}\right)}} = \lim\limits_{x\to(-1)^+} \dfrac{\sqrt{(x+1)}(x+2)}{\sqrt{\left(x+\sqrt{2}\right)(x-1)\left(x-\sqrt{2}\right)}} = 0$ nên đường thẳng $x=-1$ không là đường tiệm cận đứng.

Có $\lim\limits_{x\to\left(\sqrt{2}\right)^+} y = +\infty$ nên đường thẳng $x=\sqrt{2}$ là đường tiệm cận đứng.

Có $\lim\limits_{x\to\left(-\sqrt{2}\right)^-} y = +\infty$ nên đường thẳng $x=-\sqrt{2}$ là đường tiệm cận đứng.

Vậy đồ thị hàm số có 4 đường tiệm cận (1 tiệm cận ngang, 3 tiệm cận đứng).

Câu 16. **(THPT Lê Quy Đôn Điện Biên 2019)** Hàm số $y=\dfrac{x+\sqrt{x^2+x+1}}{x^3+x}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 1 **B.** 3 **C.** 2 **D.** 4

Lời giải

Chọn C

TXĐ: $D=\mathbb{R}\setminus\{0\}$

$$\lim_{x\to-\infty} y = \lim_{x\to-\infty} \frac{x\left(1-\sqrt{1+\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}}\right)}{x^3\left(1+\frac{1}{x^2}\right)} = \lim_{x\to-\infty}\left(\frac{1}{x^2}\cdot\frac{1-\sqrt{1+\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}}}{1+\frac{1}{x^2}}\right)=0$$

$$\lim_{x\to+\infty} y = \lim_{x\to+\infty} \frac{x\left(1+\sqrt{1+\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}}\right)}{x^3\left(1+\frac{1}{x^2}\right)} = \lim_{x\to+\infty}\left(\frac{1}{x^2}\cdot\frac{1+\sqrt{1+\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}}}{1+\frac{1}{x^2}}\right)=0$$

$\Rightarrow$ TCN: $y=0$

$\lim\limits_{x\to 0^+} y=+\infty \Rightarrow$ TCĐ: $x=0$.

Câu 17. **(Chuyên Lam Sơn Thanh Hóa 2019)** Số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x-2}+1}{x^2-3x+2}$ là

A. 4 **B.** 1 **C.** 3 **D.** 2

Lời giải

Chọn D

Đkxđ: $\begin{cases} x-2\ge 0 \\ x^2-3x+2\ne 0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\ge 2 \\ x\ne 2, x\ne 1\end{cases} \Leftrightarrow x>2$

Ta có: $\lim\limits_{x\to 2^+}\left(\dfrac{\sqrt{x-2}+1}{x^2-3x+2}\right)=+\infty$ nên đường thẳng $x=2$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

$\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{\sqrt{x-2}+1}{x^2-3x+2}\right)=0$ nên đường thẳng $y=0$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Câu 18. **(THPT Thiệu Hóa – Thanh Hóa 2019)** Cho hàm số $y=\dfrac{5\sqrt{x^2+6}+x-12}{4x^3-3x-1}$ có đồ thị (C). Mệnh đề nào sau đây là **đúng?**

A. Đồ thị (C) của hàm số không có tiệm cận.

B. Đồ thị (C) của hàm số chỉ có một tiệm cận ngang $y=0$.

C. Đồ thị (C) của hàm số có một tiệm cận ngang $y=0$ và hai tiệm cận đứng $x=1; x=-\dfrac{1}{2}$.

D. Đồ thị (C) của hàm số chỉ có một tiệm cận ngang $y=0$ và một tiện cận đứng $x=1$

Lời giải

Chọn D

TXĐ: $D=R\setminus\left\{1;-\dfrac{1}{2}\right\}$

Ta có: $\lim\limits_{x\to 1^-} y=-\infty; \lim\limits_{x\to 1^+} y=+\infty \Rightarrow$ Đồ thị hàm số có một TCĐ là $x=1$

$\lim\limits_{x\to\pm\infty} y=0 \Rightarrow$ Đồ thị hàm số có một TCN là $y=0$

Câu 19. **(Chuyên Lê Quý Đôn Quảng Trị 2019)** Đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+\sqrt{x^2-x}}{3x+1}$ có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 2. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A

Xét hàm số $y=\dfrac{2x+\sqrt{x^2-x}}{3x+1}$ có tập xác định $D=(-\infty;0]\cup[1;+\infty)\setminus\left\{-\dfrac{1}{3}\right\}$.

Ta có

$$\lim_{x\to-\frac{1}{3}}\frac{2x+\sqrt{x^2-x}}{3x+1}=\lim_{x\to-\frac{1}{3}}\frac{3x^2+x}{(3x+1)\left(2x-\sqrt{x^2-x}\right)}=\lim_{x\to-\frac{1}{3}}\frac{x}{2x-\sqrt{x^2-x}}=\frac{1}{4};$$

$\lim\limits_{x\to 0^-}\dfrac{2x+\sqrt{x^2-x}}{3x+1}=0$ và $\lim\limits_{x\to 1^+}\dfrac{2x+\sqrt{x^2-x}}{3x+1}=\dfrac{1}{2}$ nên đồ thị không có tiệm cận đứng.

$$\lim_{x\to-\infty}\frac{2x+\sqrt{x^2-x}}{3x+1}=\lim_{x\to-\frac{1}{3}}\frac{2x-x\sqrt{1-\frac{1}{x}}}{3x+1}=\lim_{x\to-\frac{1}{3}}\frac{2-\sqrt{1-\frac{1}{x}}}{3+\frac{1}{x}}=\frac{1}{3},$$

và $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2x+\sqrt{x^2-x}}{3x+1}=\lim\limits_{x\to-\frac{1}{3}}\dfrac{2x+x\sqrt{1-\frac{1}{x}}}{3x+1}=\lim\limits_{x\to-\frac{1}{3}}\dfrac{2+\sqrt{1-\frac{1}{x}}}{3+\frac{1}{x}}=1$ nên đồ thị có hai tiệm cận ngang là $y=\dfrac{1}{3}$ và $y=1$.

Vậy đồ thị hàm số có tất cả hai đường tiệm cận.

Câu 20. Đồ thị hàm số $y=\dfrac{1-\sqrt{4-x^2}}{x^2-2x-3}$ có số đường tiệm cận đứng là m và số đường tiệm cận ngang là n. Giá trị của $m+n$ là

A. 1 **B.** 2 **C.** 3 **D.** 0

Lời giải

Chọn A

$D=[-2;2]\setminus\{-1\}$

$\lim\limits_{x\to(-1)^+} y = \lim\limits_{x\to(-1)^+} \dfrac{1-\sqrt{4-x^2}}{x^2-2x-3} = +\infty$; $\lim\limits_{x\to(-1)^-} y = \lim\limits_{x\to(-1)^-} \dfrac{1-\sqrt{4-x^2}}{x^2-2x-3} = -\infty$

$\Rightarrow x=-1$ là tiệm cận đứng.

Đồ thị hàm số không có đường tiệm cận ngang.

Vậy $m+n=1$.

Câu 21. Gọi n,d lần lượt là số đường tiệm cận ngang và số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{1-x}}{(x-1)\sqrt{x}}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $n=0,d=2$. **B.** $n=d=1$. **C.** $n=1,d=2$. **D.** $n=0,d=1$.

Lời giải

Chọn A

Tập xác định: $D=(0;1)$.

Từ tập xác định suy ra đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang. $n=0$.

+) $\lim\limits_{x\to0^+} y = \lim\limits_{x\to0^+} \dfrac{\sqrt{1-x}}{(x-1)\sqrt{x}} = \lim\limits_{x\to0^+} \dfrac{-1}{\sqrt{1-x}\sqrt{x}} = -\infty$

+) $\lim\limits_{x\to1^-} y = \lim\limits_{x\to1^-} \dfrac{\sqrt{1-x}}{(x-1)\sqrt{x}} = \lim\limits_{x\to1^-} \dfrac{-1}{\sqrt{1-x}\sqrt{x}} = -\infty$

Suy ra đồ thị hàm số có hai tiệm cận đứng, $d=2$.

Câu 22. **(Chuyên Long An-2019)** Đồ thị hàm số $y=\dfrac{5x+1-\sqrt{x+1}}{x^2-2x}$ có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

Tập xác định của hàm số là $D=[-1;0)\cup(2;+\infty)$. Ta có

$$\lim_{x\to0-} y = \lim_{x\to0-}\frac{25x^2+9x}{(x^2-2x)\left(5x+1+\sqrt{x+1}\right)} = \lim_{x\to0-}\frac{25x+9}{(x-2)\left(5x+1+\sqrt{x+1}\right)} = -\frac{9}{4}.$$

$\lim\limits_{x\to2+} y = +\infty$.

$$\lim_{x\to+\infty} y = \lim_{x\to+\infty}\frac{\dfrac{5}{x}+\dfrac{1}{x^2}-\sqrt{\dfrac{1}{x^3}+\dfrac{1}{x^4}}}{1-\dfrac{2}{x}} = 0.$$

Vậy đồ thị của hàm số có hai đường tiệm cận có phương trình $x=2$ và $y=0$.

Câu 23. **(Chuyên Vĩnh Phúc 2019)** Tìm số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-1}{4\sqrt{3x+1}-3x-5}$.

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 0.

Lời giải

Chọn A

Tập xác định: $D=\left[-\frac{1}{3};+\infty\right)\setminus\{1\}$

+ Ta có: $\lim\limits_{x\to 1^+}\frac{x-1}{4\sqrt{3x+1}-3x-5}=\lim\limits_{x\to 1^+}\frac{(x-1)\left(4\sqrt{3x+1}+3x+5\right)}{-9(x-1)^2}=\lim\limits_{x\to 1^+}\frac{4\sqrt{3x+1}+3x+5}{-9(x-1)}=-\infty$

do đó đường thẳng $x=1$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

+ $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{x-1}{4\sqrt{3x+1}-3x-5}=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{1-\frac{1}{x}}{4\sqrt{\frac{3}{x}+\frac{1}{x^2}}-3-\frac{5}{x}}=-\frac{1}{3}$ do đó đường thẳng $y=-\frac{1}{3}$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số. Vậy đồ thị hàm số có 2 đường tiệm cận.

Câu 24. Cho hàm số $y=\frac{x^2+2x+3}{\sqrt{x^4-3x^2+2}}$. Đồ thị hàm số đã cho có bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 4. **B.** 5. **C.** 3. **D.** 6.

Lời giải

Chọn B

□ Tập xác định $D=\left(-\infty;-\sqrt{2}\right)\cup(-1;1)\cup\left(\sqrt{2};+\infty\right)$.

□ $\lim\limits_{x\to\left(-\sqrt{2}\right)^-}y=\lim\limits_{x\to\left(\sqrt{2}\right)^+}y=\lim\limits_{x\to(-1)^+}y=\lim\limits_{x\to(1)^-}y=+\infty$.

$\Rightarrow$ Các đường tiệm cận đứng của đồ thị là $x=\pm\sqrt{2}$, $x=\pm1$.

□ $\lim\limits_{x\to-\infty}y=\lim\limits_{x\to+\infty}y=1\Rightarrow$ đồ thị có một tiệm cận ngang $y=1$.

Câu 25. **(Chuyên Lê Quý Đôn Điện Biên 2019)** Đồ thị hàm số $y=\frac{5x-8}{\sqrt{x^2-3x}}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 2. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

Tập xác định $D=(-\infty;0)\cup(3;+\infty)$

$$\lim\limits_{x\to+\infty}y=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{5x-8}{\sqrt{x^2-3x}}=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{5x-8}{x\sqrt{1-\frac{3}{x}}}=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{5-\frac{8}{x}}{\sqrt{1-\frac{3}{x}}}=5$$

$\Rightarrow$ Đường thẳng $y=5$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

$$\lim\limits_{x\to-\infty}y=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{5x-8}{\sqrt{x^2-3x}}=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{5x-8}{-x\sqrt{1-\frac{3}{x}}}=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{5-\frac{8}{x}}{-\sqrt{1-\frac{3}{x}}}=-5$$

$\Rightarrow$Đường thẳng $y=-5$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

$$\lim_{x\to 0^-} y=\lim_{x\to 0^-}\frac{5x-8}{\sqrt{x^2-3x}}=-\infty$$

(vì $\lim_{x\to 0^-}(5x-8)=-8<0;\lim_{x\to 0^-}\sqrt{x^2-3x}=0;\sqrt{x^2-3x}>0\ \forall x\to 0^-$)

Suy ra: đường thẳng $x=0$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

$$\lim_{x\to 3^+} y=\lim_{x\to 3^+}\frac{5x-8}{\sqrt{x^2-3x}}=+\infty$$

(vì $\lim_{x\to 3^+}(5x-8)=7>0;\lim_{x\to 3^+}\sqrt{x^2-3x}=0;\sqrt{x^2-3x}>0\ \forall x\to 3^+$)

Suy ra: đường thẳng $x=3$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Câu 26. Đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{4x^2+2x-1}+x}{x+1}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

Hàm số $y=\dfrac{\sqrt{4x^2+2x-1}+x}{x+1}$ xác định $\Leftrightarrow\begin{cases}4x^2+2x-1\ge 0\\ x+1\ne 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\left[\begin{array}{l}x\le\dfrac{-1-\sqrt5}{4}\\ x\ge\dfrac{-1+\sqrt5}{4}\end{array}\right.\\ x\ne -1\end{cases}$.

Tập xác định của hàm số đã cho là $D=(-\infty;-1)\cup\left(-1;\dfrac{-1-\sqrt5}{4}\right]\cup\left[\dfrac{-1+\sqrt5}{4};+\infty\right)$.

$$\lim_{x\to-\infty} y=\lim_{x\to-\infty}\frac{\sqrt{4x^2+2x-1}+x}{x+1}=\lim_{x\to-\infty}\frac{|x|\sqrt{4+\frac{2}{x}-\frac{1}{x^2}}+x}{x+1}$$
$$=\lim_{x\to-\infty}\frac{-x\sqrt{4+\frac{2}{x}-\frac{1}{x^2}}+x}{x+1}=\lim_{x\to-\infty}\frac{-\sqrt{4+\frac{2}{x}-\frac{1}{x^2}}+1}{1+\frac{1}{x}}=-1.$$

$\Rightarrow y=-1$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số khi $x\to-\infty$.

$$\lim_{x\to+\infty} y=\lim_{x\to+\infty}\frac{\sqrt{4x^2+2x-1}+x}{x+1}=\lim_{x\to+\infty}\frac{|x|\sqrt{4+\frac{2}{x}-\frac{1}{x^2}}+x}{x+1}$$
$$=\lim_{x\to+\infty}\frac{x\sqrt{4+\frac{2}{x}-\frac{1}{x^2}}+x}{x+1}=\lim_{x\to-\infty}\frac{\sqrt{4+\frac{2}{x}-\frac{1}{x^2}}+1}{1+\frac{1}{x}}=3.$$

$\Rightarrow y=3$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số khi $x\to+\infty$.

$$\lim_{x\to -1} y=\lim_{x\to -1}\frac{\sqrt{4x^2+2x-1}+x}{x+1}=\lim_{x\to -1}\frac{4x^2+2x-1-x^2}{(x+1)\left(\sqrt{4x^2+2x-1}-x\right)}=\lim_{x\to -1}\frac{(x+1)(3x-1)}{(x+1)\left(\sqrt{4x^2+2x-1}-x\right)}=-2.$$

Vậy đồ thị hàm số $y=\frac{\sqrt{4x^2+2x-1}+x}{x+1}$ có 2 đường tiệm cận.

Dạng 2. Định m để đồ thị hàm số có đường tiệm cận thỏa mãn điều kiện cho trước

1 Đường tiệm cận ngang

Cho hàm số $y=f(x)$ có TXD: D

Điều kiện cần: D phải chứa $+\infty$ hoặc $-\infty$

Điều kiện đủ:

Dạng 1. $y=f(x)=\frac{P(x)}{Q(x)}$.

Nếu $degP(x)>degQ(x)$: thì không có tiệm cận ngang

Nếu $degP(x)>degQ(x)$: TCN $y=0$

Nếu $degP(x)=degQ(x)$: $y=k$ (k là tỉ số hệ số bậc cao nhất của tử và mẫu)

Dạng 2: $y=f(x)=u-\sqrt{v}$ (hoặc $\sqrt{u}-\sqrt{v}$): Nhân liên hợp $\Rightarrow y=f(x)=\frac{u^2-v}{u+\sqrt{v}}$ (hoặc $\frac{u-v}{\sqrt{u}+\sqrt{v}}$)

2 Đường tiệm cận đứng

Cho hàm số $y=\frac{P(x)}{Q(x)}$ có TXD: D

Đkiện cần: giải $Q(x)=0 \Leftrightarrow x=x_0$ là TCĐ khi thỏa mãn đk đủ

Đkiện đủ:

Đkiện 1: x_0 làm cho $P(x)$ và $Q(x)$ xác định.

Đkiện 2: - x_0 không phải nghiêm $P(x)\Rightarrow x=x_0$ là TCĐ

- x_0 là nghiêm $P(x)\Rightarrow x=x_0$ là TCĐ nếu $\lim_{x\to x_0} f(x)=\infty$

Câu 1. **(Đề Minh Họa 2017)** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị của hàm số $y=\frac{x+1}{\sqrt{mx^2+1}}$ có hai tiệm cận ngang

A. $m<0$

B. $m=0$

C. $m>0$

D. Không có giá trị thực nào của m thỏa mãn yêu cầu đề bài

Lời giải

Chọn C

Xét các trường hợp sau:

Với $m=0$: hàm số trở thành $y=x+1$ nên không có tiệm cận ngang.

Với $m<0$:

hàm số $y=\frac{x+1}{\sqrt{mx^2+1}}=\frac{x+1}{\sqrt{1-|m|x^2}}$ có tập xác định là $D=\left(-\frac{1}{\sqrt{|m|}};\frac{1}{\sqrt{|m|}}\right)$ suy ra không tồn tại giới hạn $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y$ hay hàm số không có tiệm cận ngang.

Với $m>0$:

Ta có: $\lim\limits_{x\to-\infty} y=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{x+1}{\sqrt{mx^2+1}}=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{x+1}{|x|\sqrt{m+\frac{1}{x^2}}}=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{x+1}{-x\sqrt{m+\frac{1}{x^2}}}=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{-\left(1+\frac{1}{x}\right)}{\sqrt{m+\frac{1}{x^2}}}=-\frac{1}{\sqrt{m}}$.

và $\lim\limits_{x\to+\infty} y=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{x+1}{\sqrt{mx^2+1}}=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{x+1}{|x|\sqrt{m+\frac{1}{x^2}}}=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{x+1}{x\sqrt{m+\frac{1}{x^2}}}=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{\left(1+\frac{1}{x}\right)}{\sqrt{m+\frac{1}{x^2}}}=\frac{1}{\sqrt{m}}$.

Vậy hàm số có hai tiệm cận ngang là : $y=\frac{1}{\sqrt{m}};y=-\frac{1}{\sqrt{m}}$ khi $m>0$.

Câu 2. **(Chuyên KHTN - 2020)** Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên m để đồ thị hàm số $y=\frac{\sqrt{x+2}}{\sqrt{x^2-6x+2m}}$ có hai đường tiệm cận đứng. Số phần tử của S là

A. vô số. **B.** 12. **C.** 14. **D.** 13.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện xác định $\begin{cases}x+2\ge 0\\x^2-6x+2m>0\end{cases}$.

Để đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận đứng thì phương trình $x^2-6x+2m=0$ có hai nghiệm phân biệt x_1,x_2 lớn hơn $-2\Leftrightarrow\begin{cases}\Delta'=9-2m>0\\x_1+x_2>-2\\(-2)^2-6\cdot(-2)+2m>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m<\frac{9}{2}\\3>-2\\4+12+2m>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m<\frac{9}{2}\\m>-8\end{cases}$.

Do đó tập $S=\{-7;-6;-5;...;4\}$ có 12 giá trị.

Câu 3. **(Chuyên Phan Bội Châu - Nghệ An - 2020)** Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để đồ thị hàm số $y=\frac{x-1}{x^2-8x+m}$ có 3 đường tiệm cận?

A. 14. **B.** 8. **C.** 15. **D.** 16.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{x-1}{x^2-8x+m}=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{x-1}{x^2-8x+m}=0$ nên hàm số có một tiện cận ngang $y=0$.

Hàm số có 3 đường tiệm cận khi và chỉ khi hàm số có hai đường tiệm cận đứng $\Leftrightarrow$ phương trình $x^2-8x+m=0$ có hai nghiệm phân biệt khác $1\Leftrightarrow\begin{cases}\Delta'=16-m>0\\m-7\ne 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m<16\\m\ne 7\end{cases}$.

Kết hợp với điều kiện m nguyên dương ta có $m\in\{1;2;3;...;6;8;...;15\}$. Vậy có 14 giá trị của m thỏa mãn đề bài.

Câu 4. **(THPT Nguyễn Viết Xuân - 2020)** Cho hàm số $y=\frac{x-3}{x^3-3mx^2+\left(2m^2+1\right)x-m}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $\left[-2020;2020\right]$ để đồ thị hàm số có 4 đường tiệm cận?

A. 4039. **B.** 4040. **C.** 4038. **D.** 4037.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty} y=0,\ \lim\limits_{x\to-\infty} y=0 \Rightarrow$ đồ thị hàm số đã cho có 1 tiệm cận ngang.

Do đó đồ thị hàm số đã cho có 4 đường tiệm cận khi và chỉ khi nó có 3 tiệm cận đứng $(*)$.

Có $x^3-3mx^2+\left(2m^2+1\right)x-m=\left(x-m\right)\left(x^2-2mx+1\right)$

$x^3-3mx^2+\left(2m^2+1\right)x-m=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=m \\ x^2-2mx+1=0 \qquad (2)\end{array}\right.$

$(*) \Leftrightarrow x^3-3mx^2+\left(2m^2+1\right)x-m=0$ có 3 nghiệm phân biệt khác 3.

$\Leftrightarrow\ m\neq 3$ và (2) có 2 nghiệm phân biệt khác m và khác 3.

$\Leftrightarrow \begin{cases} m\neq 3 \\ m^2-2m.m+1\neq 0 \\ 3^2-2m.3+1\neq 0 \\ \Delta'_2=m^2-1>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m\neq 3, m\neq \frac{5}{3} \\ \left[\begin{array}{l} m>1 \\ m<-1 \end{array}\right. \end{cases}$

Do đó tập tất cả giá trị nguyên của m thỏa ycbt là $\left\{-2020;-2019;...;-2;2;4;5;...;2020\right\}$.

Vậy có 4037 giá trị m thỏa ycbt.

Câu 5. **(Chuyên Sư Phạm Hà Nội - 2020)** Có bao nhiêu số nguyên của m thuộc đoạn $\left[-100;100\right]$ để đồ thị hàm số $y=\frac{1}{\left(x-m\right)\sqrt{2x-x^2}}$ có đúng hai đường tiệm cân?

A. 200. **B.** 2. **C.** 199. **D.** 0.

Lời giải

Chọn A

Ta có điều kiện xác định là $\begin{cases} x\neq m \\ x\in\left(0;2\right)\end{cases}$, khi đó đồ thị hàm số sẽ không có tiệm cận ngang.

Ta có $\lim\limits_{x\to 0^+} y=\infty,\ \lim\limits_{x\to 2^-} y=\infty$

Suy ra $x=0,\ x=2$ là hai đường tiệm cận đứng

Vậy để đồ thị hàm số có đúng hai đường tiệm cận thì $\left[\begin{array}{l} m\leq 0 \\ m\geq 2\end{array}\right.$, theo bài m thuộc đoạn $\left[-100;100\right]$.

Vậy có 200 số nguyên của m thỏa mãn đầu bài.

Câu 6. **(HSG Bắc Ninh 2019)** Tìm tất cả các giá trị của tham số thực m để đồ thị hàm số $y=\frac{x^2+m}{x^2-3x+2}$ có đúng hai đường tiệm cận.

A. $m=-1$ **B.** $m\in\{1;4\}$ **C.** $m=4$ **D.** $m\in\{-1;-4\}$

Lời giải

$y=\frac{x^2+m}{x^2-3x+2}=\frac{x^2+m}{\left(x-1\right)\left(x-2\right)}$.

$\lim\limits_{x\to\pm\infty} y=1 \Rightarrow y=1$ là đường tiệm cận ngang.

Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2+m}{x^2-3x+2}$ có đúng hai đường tiệm cận $\Leftrightarrow$ đồ thị hàm số có đúng một tiệm cận đứng $\Leftrightarrow$ pt $x^2+m=0$ nhận nghiệm $x=1$ hoặc $x=2$.

Khi đó: $\left[\begin{array}{l} m=-1 \\ m=-4 \end{array}\right.$.

Với $m=-1$ có một tiệm cận đứng $x=2$.

Với $m=-4$ có một tiệm cận đứng $x=1$.

Vậy $m\in\{-1;-4\}$.

Câu 7. **(THPT Hoàng Hoa Thám Hưng Yên 2019)** Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để đồ thị hàm số $y=\dfrac{6x-3}{\left(mx^2-6x+3\right)\left(9x^2+6mx+1\right)}$ có đúng một đường tiệm cận?

A. 0. **B.** 2. **C.** 1. **D.** Vô số.

Lời giải

Kí hiệu (C) là đồ thị hàm số $y=\dfrac{6x-3}{\left(mx^2-6x+3\right)\left(9x^2+6mx+1\right)}$.

* Trường hợp 1: $m=0$.

Khi đó $y=\dfrac{6x-3}{(-6x+3)\left(9x^2+1\right)}$. Đồ thị hàm số có đúng một đường tiệm cận ngang $y=0$.

Do đó chọn $m=0$.

* Trường hợp 2: $m\neq 0$.

Xét phương trình $\left(mx^2-6x+3\right)\left(9x^2+6mx+1\right)=0$ (1)

Nhận thấy: (C) luôn có một đường tiệm cận ngang $y=0$ và phương trình (1) không thể có duy nhất một nghiệm đơn với mọi m.

Do đó (C) có đúng một đường tiệm cận khi và chỉ khi (C) không có tiệm cận đứng $\Leftrightarrow (1)$ vô nghiệm $\Leftrightarrow \begin{cases} 9-3m<0 \\ 9m^2-9<0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m>3 \\ -1<m<1 \end{cases}$, (không tồn tại m).

Kết hợp các trường hợp ta được $m=0$.

Câu 8. **(THPT Lương Thế Vinh Hà Nội 2019)** Cho hàm số $y=f(x)=\dfrac{x+1}{x^2-2mx+4}$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị có ba đường tiệm cận

A. $m>2$ **B.** $\begin{cases} m<-2 \\ m\neq -\dfrac{5}{2} \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} \left[\begin{array}{l} m>2 \\ m<-2 \end{array}\right. \\ m\neq -\dfrac{5}{2} \end{cases}$ **D.** $\left[\begin{array}{l} m<-2 \\ m>2 \end{array}\right.$

Lời giải

Chọn C

Để đồ thị có ba đường tiệm cận thì $x^2-2mx+4=0$ có hai nghiệm phân biệt $\neq -1$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ (-1)^2 - 2m(-1) + 4 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} m > 2 \\ m < -2 \end{array}\right. \\ m \neq -\dfrac{5}{2} \end{cases}.$$

Câu 9. **(Chuyên Vĩnh Phúc 2019)** Biết rằng đồ thị của hàm số $y = \dfrac{(n-3)x + n - 2017}{x + m + 3}$ (m, n là các số thực) nhận trục hoành làm tiệm cận ngang và trục tung là tiệm cận đứng. Tính tổng $m + n$.

A. 0 **B.** –3 **C.** 3 **D.** 6

Lờigiải

Chọn A

Theo công thức tìm nhanh tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \dfrac{ax+b}{cx+d}$ ta có

Đồ thị hàm số nhận $x = -\dfrac{d}{c} = -m - 3 = 0$ làm TCĐ $\Rightarrow m = -3$

Đồ thị hàm số nhận $y = \dfrac{a}{c} = n - 3 = 0$ làm TCN $\Rightarrow n = 3$.

Vậy $m + n = 0$.

Câu 10. **(Sở Vĩnh Phúc 2019)** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để đồ thị hàm số $y = \dfrac{x-1}{\sqrt{mx^2 - 8x + 2}}$ có đúng bốn đường tiệm cận?

A. 8 **B.** 6 **C.** 7 **D.** Vô số

Lời giải

TH1: $m < 0$ suy ra tập xác định của hàm số là $D = (x_1; x_2)$, ($x_1; x_2$ là nghiệm của phương trình $mx^2 - 8x + 2 = 0$). Do đó $m < 0$ không thỏa yêu cầu của bài toán.

TH2: $m = 0 \Rightarrow y = \dfrac{x-1}{\sqrt{-8x+2}}$ suy ra tập xác định của hàm số là $D = (-\infty; 4)$.

$\lim\limits_{x\to-\infty} y = -\infty; \lim\limits_{x\to 4^-} y = -\infty$. Khi đó ta có $x = -4$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Do đó $m = 0$ không thỏa yêu cầu của bài toán

TH3: $m > 0$ suy ra tập xác định của hàm số là $D = (-\infty; x_1) \cup (x_2; +\infty)$ ($x_1; x_2$ là nghiệm của phương trình $mx^2 - 8x + 2 = 0$). Do đó đồ thị hàm số có bốn đường tiệm cận khi phương trình $mx^2 - 8x + 2 = 0$ có hai nghiệm phân biệt khác

$1 \Leftrightarrow \begin{cases} 16 - 2m > 0 \\ m > 0; m \in \mathbb{Z} \\ m - 8 + 2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 8 \\ m > 0; m \in \mathbb{Z} \\ m \neq 6 \end{cases} \Rightarrow m = \{1;2;3;4;5;7\}$. Suy ra có tất cả 6 giá trị nguyên của tham số m thỏa mãn yêu cầu của bài toán.

Câu 11. **(THPT Việt Đức Hà Nội 2019)** Với giá trị nào của hàm số m để đồ thị hàm số $y = x - \sqrt{mx^2 - 3x + 7}$ có tiệm cận ngang.

A. $m = 1$ **B.** $m = -1$ **C.** $m = \pm 1$ **D.** Không có m

Lời giải

Chọn A

Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang

$\Rightarrow$ Hàm số xác định trên một trong các miền $(-\infty; a), (-\infty; a], (a, +\infty)$ hoặc $[a; +\infty)$

$m \ge 0$

TH1: $m = 0 \Rightarrow y = x - \sqrt{-3x+7}$, $\lim\limits_{x \to \pm\infty} y = \pm\infty$ đồ thị không có tiệm cận ngang

TH2: $m > 0, y = x - \sqrt{mx^2 - 3x + 7}$

Khi $\lim\limits_{x \to +\infty} y = \lim\limits_{x \to +\infty} \left(x - x\sqrt{m - \dfrac{3}{x} + \dfrac{7}{x^2}} \right) = \dfrac{3}{2}$ đồ thị hàm số có tiệm cận ngang khi và chỉ khi $m = 1$.

Vậy $m = 1$

Cách trắc nghiệm:

Thay $m = 1 \Rightarrow y = x - \sqrt{x^2 - 3x + 7} \Rightarrow \lim\limits_{x \to +\infty} \left(x - \sqrt{x^2 - 3x + 7} \right) = \dfrac{3}{2}$ đồ thị hàm số có tiệm cận ngang

$\Rightarrow \lim\limits_{x \to -\infty} \left(x - \sqrt{x^2 - 3x + 7} \right) = -\infty$ không có tiệm cận ngang.

Thay $m = -1 \Rightarrow y = x - \sqrt{-x^2 - 3x + 7} \Rightarrow \lim\limits_{x \to +\infty} \left(x - \sqrt{-x^2 - 3x + 7} \right)$ không xác định.

$\lim\limits_{x \to -\infty} \left(x - \sqrt{-x^2 - 3x + 7} \right)$ không xác định.

Vậy $m = 1$

Câu 12. Cho hàm số $y = \dfrac{ax+1}{bx-2}$. Tìm a, b để đồ thị hàm số có $x = 1$ là tiệm cận đứng và $y = \dfrac{1}{2}$ là tiệm cận ngang.

A. $a = -1; b = 2$. **B.** $a = 4; b = 4$. **C.** $a = 1; b = 2$. **D.** $a = -1; b = -2$.

Lời giải

Chọn C

$+$ $b = 0 \Rightarrow$ đồ thị hàm số $y = \dfrac{ax+1}{-2}$ không có tiệm cận.

$+$ $b \ne 0$, tập xác định của hàm số $y = \dfrac{ax+1}{bx-2}$ là $D = R \setminus \left\{ \dfrac{2}{b} \right\}$.

$$\lim_{x \to \pm\infty} y = \lim_{x \to \pm\infty} \frac{ax+1}{bx-2} = \lim_{x \to \pm\infty} \frac{a + \frac{1}{x}}{b - \frac{2}{x}} = \frac{a}{b}.$$

$\Rightarrow$ đồ thị hàm số $y = \dfrac{ax+1}{bx-2}$ có tiệm cận ngang là đường thẳng $y = \dfrac{a}{b} \Rightarrow \dfrac{a}{b} = \dfrac{1}{2} \Leftrightarrow b = 2a$.

$$\lim_{x \to \frac{2}{b}^+} y = \lim_{x \to \frac{2}{b}^+} \frac{ax+1}{bx-2} = \left[\begin{array}{l} +\infty \\ -\infty \end{array} \right. .$$

$\Rightarrow$ đồ thị hàm số $y = \dfrac{ax+1}{bx-2}$ có tiệm cận đứng là đường thẳng $x = \dfrac{2}{b} \Rightarrow \dfrac{2}{b} = 1 \Leftrightarrow b = 2 \Rightarrow a = 1$.

Vậy $a = 1; b = 2$.

Câu 13. Có bao nhiêu giá trị nguyên $m \in [-10; 10]$ sao cho đồ thị hàm số $y = \dfrac{x-1}{2x^2 + 6x - m - 3}$ có hai đường tiệm cận đứng?

A. 19. **B.** 15. **C.** 17. **D.** 18.

Lời giải

Chọn C

Ta có đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-1}{2x^2+6x-m-3}$ có hai đường tiệm cận đứng khi phương trình

$2x^2+6x-m-3=0$ có hai nghiệm phân biệt khác 1 $\Leftrightarrow \begin{cases} 3^2-2(-m-3)>0 \\ 2.1^2+6.1-m-3\neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m>-\dfrac{15}{2} \\ m\neq 5 \end{cases}$

Từ đó ta suy ra tập các giá trị nguyên của m thỏa mãn là

$\{-7,-6,-5,-4,-3,-2,-1,0,1,2,3,4,6,7,8,9,10\}$. Vậy có 17 giá trị nguyên của m thỏa mãn.

Câu 14. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{mx^2+3mx+4}}{x+2}$ bằng 3?

A. 4. **B.** 2. **C.** Vô số. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

Đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{mx^2+3mx+4}}{x+2}$ có nhiều nhất một tiệm cận đứng và hai tiệm cận ngang.

Điều kiện để đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{mx^2+3mx+4}}{x+2}$ có 3 tiệm cận là nó có đúng 1 tiệm cận đứng và 2 tiệm cận ngang.

* Xét điều kiện tồn tại $\lim\limits_{x\to+\infty} y$ và $\lim\limits_{x\to-\infty} y$

Trường hợp 1: $g(x)=mx^2+3mx+4\geq 0$ với $\forall x\in\mathbb{R} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=0 \\ \begin{cases} m>0 \\ \Delta=9m^2-16m\leq 0 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow 0\leq m\leq\dfrac{16}{9}$

Trường hợp 2: $g(x)=mx^2+3mx+4\geq 0$ với $\forall x\in(-\infty;x_1)\cup(x_2;+\infty)$ với x_1; x_2 là nghiệm của $g(x)$ $\Leftrightarrow \begin{cases} m>0 \\ \Delta=9m^2-16m>0 \end{cases} \Leftrightarrow m>\dfrac{16}{9}$

Vậy $m\geq 0$ thì tồn tại $\lim\limits_{x\to+\infty} y$ và $\lim\limits_{x\to-\infty} y$

Khi đó:

$$\lim_{x\to+\infty} y=\lim_{x\to+\infty}\frac{\sqrt{mx^2+3mx+4}}{x+2}=\lim_{x\to+\infty}\frac{\sqrt{m+\frac{3m}{x}+\frac{4}{x^2}}}{1+\frac{2}{x}}=\sqrt{m}$$

$$\lim_{x\to-\infty} y=\lim_{x\to-\infty}\frac{\sqrt{mx^2+3mx+4}}{x+2}=\lim_{x\to-\infty}\frac{-\sqrt{m+\frac{3m}{x}+\frac{4}{x^2}}}{1+\frac{2}{x}}=-\sqrt{m}$$

Vậy điều kiện để đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận ngang là $m>0$

* Xét trường hợp $x=-2$ là nghiệm của tử số $\Rightarrow x=-2$ là nghiệm của $g(x)=mx^2+3mx+4$

$\Rightarrow g(-2)=0\Rightarrow m=2$

Khi đó $y=\dfrac{\sqrt{2x^2+6x+4}}{x+2} \Rightarrow \lim\limits_{x\to-2^-} y=\dfrac{\sqrt{2(x+1)(x+2)}}{x+2}=\lim\limits_{x\to-2^-}\left[-\sqrt{\dfrac{2(x+1)}{x+2}}\right]=-\infty$

$\Rightarrow$ Đồ thị hàm số có một tiệm cận đứng $x=-2$.

$\Rightarrow$ $m=2$ thỏa mãn

* Xét trường hợp $x=-2$ không là nghiệm của tử số, để $x=-2$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số thì $\begin{cases} g(-2)\neq 0 \\ g(-2)\geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow g(-2)>0 \Leftrightarrow 4-2m>0 \Leftrightarrow m<2$

$\Rightarrow$ đồ thị hàm số có một đường tiệm cận đứng $x=-2$ với $\forall m\in(0;2]$

Vậy điều kiện để đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{mx^2+3mx+4}}{x+2}$ có 3 tiệm cận là $\forall m\in(0;2]$

Vậy có hai giá trị nguyên của m thỏa mãn đề bài là $m=1$; $m=2$.

Câu 15. **(Thi thử Lômônôxốp - Hà Nội 2019)** Tổng các giá trị của tham số m để đồ thị của hàm số $y=\dfrac{x-1}{x^2+2(m-1)x+m^2-2}$ có đúng một tiệm cận đứng.

A. $-\dfrac{1}{2}$. **B.** 2. **C.** -3. **D.** $\dfrac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn A

Đặt $f(x)=x^2+2(m-1)x+m^2-2$

Đồ thị hàm số có đúng một tiệm cận đứng khi và chỉ khi $f(x)=0$ có 2 nghiệm phân biệt trong đó có 1 nghiệm $x=1$ hoặc $f(x)=0$ có nghiệm kép

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} \Delta'>0 \\ f(1)=0 \end{cases} \\ \Delta'=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} (m-1)^2-(m^2-2)>0 \\ 1+2(m-1)+m^2-2=0 \end{cases} \\ m=\dfrac{3}{2} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} m<\dfrac{3}{2} \\ m=1; m=-3 \end{cases} \\ m=\dfrac{3}{2} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=1 \\ m=-3 \\ m=\dfrac{3}{2} \end{array}\right..$$

Vậy tổng các giá trị m thỏa mãn là: $-\dfrac{1}{2}$.

Câu 16. Cho hàm số $y=\dfrac{x-3}{x^3-3mx^2+(2m^2+1)x-m}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên thuộc đoạn $[-6;6]$ của tham số m để đồ thị hàm số có bốn đường tiệm cận?

A. 12. **B.** 9. **C.** 8. **D.** 11.

Lời giải

Chọn B

$\lim\limits_{x\to+\infty} y=\lim\limits_{x\to-\infty} y=0$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là đường thẳng $y=0$.

Do đó, đồ thị hàm số có bốn đường tiệm cận khi phương trình $x^3-3mx^2+(2m^2+1)x-m=0$ có 3 nghiệm phân biệt $x\neq 3$.

Xét phương trình $x^3-3mx^2+(2m^2+1)x-m=0$ (*) ta có

$$x^3-3mx^2+(2m^2+1)x-m=0 \Leftrightarrow (x-m)(x^2-2mx+1)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=m \\ x^2-2mx+1=0 \end{array}\right..$$

Phương trình (*) có ba nghiệm phân biệt $x \neq 3$ khi và chỉ khi $m \neq 3$ và phương trình $x^2 - 2mx + 1 = 0$ có hai nghiệm phân biệt $x \neq 3$ $\Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 3 \\ m^2 - 1 > 0 \\ 3^2 - 2.3.m + 1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 3 \\ \left[\begin{array}{l} m > 1 \\ m < -1 \end{array}\right. \\ m \neq \dfrac{5}{3} \end{cases}$.

Do m nguyên và $m \in [-6;6]$ nên $m \in \{-6;-5;-4;-3;-2;2;4;5;6\}$.

Vậy có 9 giá trị nguyên của m thỏa mãn đề bài.

Câu 17. **(THPT Yên Dũng 2-Bắc Giang)** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị hàm số $y = \dfrac{2x^2 + 3x + m}{x - m}$ không có tiệm cận đứng.

A. $m = 1$. **B.** $m > 1$. **C.** $m = 1$ và $m = 0$. **D.** $m \neq 0$.

Lời giải

Chọn C

TXĐ $\mathbb{R} \setminus \{m\}$.

Có $\lim\limits_{x \to m} \dfrac{2x^2 - 3x + m}{x - m} = \lim\limits_{x \to m} \left(2x + 2m - 3 + \dfrac{2m^2 - 2m}{x - m} \right)$.

Để đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng thì phải tồn tại $\lim\limits_{x \to m} \dfrac{2x^2 - 3x + m}{x - m}$,

$\Rightarrow 2m^2 - 2m = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 0 \\ m = 1 \end{array}\right.$

Vậy đáp án **C.**

Câu 18. **(Cụm liên trường Hải Phòng 2019)** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số thực m thuộc đoạn $[-2017;2017]$ để đồ thị hàm số $y = \dfrac{x+2}{\sqrt{x^2 - 4x + m}}$ có hai tiệm cận đứng.

A. 2019. **B.** 2021. **C.** 2018. **D.** 2020.

Lời giải

Chọn D

Để đồ thị hàm số $y = \dfrac{x+2}{\sqrt{x^2 - 4x + m}}$ có hai tiệm cận đứng thì phương trình $x^2 - 4x + m = 0$ có hai nghiệm phân biệt khác -2

$\Leftrightarrow \begin{cases} 4 - m > 0 \\ 12 + m \neq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -2017 \leq m < 4 \\ m \neq -12 \\ m \in \mathbb{Z} \end{cases} \Rightarrow m \in \{-2017;-2016;..;3\} \setminus \{-12\}$.

Do đó số giá trị nguyên của tham số m thỏa đề bài là: $3 - (-2017) + 1 - 1 = 2020$ giá trị.

Câu 19. **(THPT Quỳnh Lưu- Nghệ An- 2019)** Cho hàm số $y=f(x)$ thỏa mãn $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=2019m$, $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=2020m^4$ (với m là tham số thực). Hỏi có tất cả bao nhiêu giá trị của m để đồ thị của hàm số $y=f(x)$ có duy nhất một tiệm cận ngang?

A. 4. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B

Đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ có duy nhất một tiệm cận ngang

$$\Leftrightarrow 2019m=2020m^4 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=0 \\ m=\sqrt[3]{\dfrac{2019}{2020}} \end{array}\right..$$

Vậy có 2 giá trị của m thỏa bài toán

Câu 20. **(THPT Hai Bà Trưng - Huế - Lần 1- 2019)** Cho hàm số $y=\dfrac{1}{\left[x^2-\left(2m+1\right)x+2m\right]\sqrt{x-m}}$.

Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số có 4 đường tiệm cận.

A. $\begin{cases} 0<m<1 \\ m\neq\dfrac{1}{2} \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} m<1 \\ m\neq\dfrac{1}{2} \end{cases}$. **C.** $m>1$. **D.** $\begin{cases} 0\le m\le 1 \\ m\neq\dfrac{1}{2} \end{cases}$.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện $x>m$.

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty} y=0 \Rightarrow y=0$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Xét phương trình $\left[x^2-\left(2m+1\right)x+2m\right]\sqrt{x-m}=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=m \\ x^2-\left(2m+1\right)x+2m=0\,(*) \end{array}\right.$

Để hàm số có 4 đường tiệm cận thì phương trình $(*)$ có 2 nghiệm phân biệt $m<x_1<x_2$.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \left(2m-1\right)^2>0 \\ \left(x_1-m\right)\left(x_2-m\right)>0 \\ x_1+x_2>2m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m\neq\dfrac{1}{2} \\ x_1x_2-m\left(x_1+x_2\right)-m^2>0 \\ 2m+1>2m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m\neq\dfrac{1}{2} \\ m-m^2>0 \\ 1>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m\neq\dfrac{1}{2} \\ 0<m<1 \end{cases}.$$

Câu 21. **(THPT Hoàng Hoa Thám - Hưng Yên 2019)** Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để đồ thị hàm số $y=\dfrac{6x-3}{\left(mx^2-6x+3\right)\left(9x^2+6mx+1\right)}$ có đúng 1 đường tiệm cận?

A. 0. **B.** 2. **C.** 1. **D.** Vô số.

Lời giải

Chọn C

Đặt $f\left(x\right)=mx^2-6x+3$ và $g\left(x\right)=9x^2+6mx+1$. Ta xét các trường hợp:

+ Trường hợp 1: $m=0$ khi đó ta có $y=\dfrac{6x-3}{\left(-6x+3\right)\left(9x^2+1\right)}$ đồ thị hàm số có 1 đường tiệm cận ngang là đường thẳng $y=0$ do đó $m=0$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

+ Trường hợp 2: $m \neq 0$ và cả hai tam thức $f(x)$ và $g(x)$ đều vô nghiệm $\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta'_f < 0 \\ \Delta'_g < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9-3m<0 \\ 9m^2-9<0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m>3 \\ -1<m<1 \end{cases} \Leftrightarrow m \in \varnothing$.

+ Trường hợp 3: Tam thức $g(x)$ nhận $x=\frac{1}{2}$ làm nghiệm $g\left(\frac{1}{2}\right)=0 \Leftrightarrow m=-\frac{13}{12}$ khi đó $f(x)$ luôn có 2 nghiệm phân biệt nên đồ thị hàm số đã cho có nhiều hơn 1 đường tiệm cận.

Vậy có 1 giá trị nguyên của m để đồ thị hàm số $y=\frac{6x-3}{\left(mx^2-6x+3\right)\left(9x^2+6mx+1\right)}$ có đúng 1 đường tiệm cận

Câu 22. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số: $y=x+\sqrt{mx^2+1}$ có tiệm cận ngang.

A. $0<m<1$. **B.** $m=1$. **C.** $m=-1$. **D.** $m>1$.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện cần và đủ để đồ thị hàm số: $y=x+\sqrt{mx^2+1}$ có tiệm cận ngang là tồn tại số thực k sao cho: $\left[\begin{array}{l} \lim\limits_{x\to+\infty}(x+\sqrt{mx^2+1})=\text{k} \\ \lim\limits_{x\to-\infty}(x+\sqrt{mx^2+1})=\text{k} \end{array}\right.$

$x\to\infty$

Hiển nhiên nếu $m \leq 0$ thì giới $\lim\limits_{x\to\pm\infty}(x+\sqrt{mx^2+1})$ không hữu hạn

Nếu $m>0$ ta có

+ $\lim\limits_{x\to+\infty}(x+\sqrt{mx^2+1})=+\infty$.

+ $\lim\limits_{x\to-\infty}\text{y}=\lim\limits_{x\to-\infty}(x+\sqrt{mx^2+1})=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{x^2(1-m)-1}{x-\sqrt{mx^2+1}}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\text{x}(1-m)-\frac{1}{x}}{1+\sqrt{m+\frac{1}{x^2}}}$

Để giới hạn trên hữu hạn khi và chỉ khi m=1.

Câu 23. **(Chuyên Lê Hồng Phong Nam Định 2019)** Cho hàm số $y=\frac{x-2}{mx^2-2x+4}$. Có tất cả bao nhiêu giá trị của tham số m để đồ thị hàm số có đúng hai đường tiệm cận (tiệm cận đứng và tiệm cận ngang)?

A. 0. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Chọn D

Với $m=0$; ta có hàm số $y=\frac{x-2}{-2x+4}=-2 \Rightarrow$ Không thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Với $m \neq 0$, ta có: $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\frac{x-2}{mx^2-2x+4}=0 \Rightarrow y=0$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Đồ thị hàm số có đúng hai đường tiệm cận $\Leftrightarrow$ đồ thị hàm số có đúng 1 tiệm cận đứng $\Leftrightarrow$ $mx^2-2x+4=0$ có nghiệm duy nhất hoặc $mx^2-2x+4=0$ có hai nghiệm phân biệt trong đó có một nghiệm $x=2$.

$mx^2-2x+4=0$ có nghiệm duy nhất $\Leftrightarrow \Delta'=0 \Leftrightarrow 1-4m=0 \Leftrightarrow m=\frac{1}{4}$.

$mx^2-2x+4=0$ có hai nghiệm phân biệt trong đó có một nghiệm $x=2$. $\Leftrightarrow \begin{cases}\Delta'>0\\4m=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}m<\frac{1}{4}\\m=0\end{cases}$

$\Rightarrow$ $m=0$ không thỏa mãn điều kiện.

Vậy chỉ có một giá trị của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 24. **(HSG Sở Nam Định-2019)** Gọi S là tập các giá trị nguyên của m sao cho đồ thị hàm số $y=\frac{2019x}{\sqrt{17x^2-1}-m|x|}$ có bốn đường tiệm cận (bao gồm tiệm cận đứng và tiệm cận ngang). Tính số phần tử của tập *S*.

A. Vô số **B.** 3 **C.** 5 **D.** 4

Lời giải

Chọn C

$\lim\limits_{x\to-\infty} y=\frac{2019}{m-\sqrt{17}}$, $\lim\limits_{x\to+\infty} y=\frac{2019}{\sqrt{17}-m}$.

Với $m\neq\sqrt{17}$ thì đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận ngang là $y=\frac{2019}{m-\sqrt{17}}$, $y=\frac{2019}{\sqrt{17}-m}$.

Khi đó đồ thị hàm số đã cho có 4 đường tiệm cận khi và chỉ khi phương trình $\sqrt{17x^2-1}-m|x|=0$ (1) có hai nghiệm phân biệt khác 0.

Ta có: $(1)\Leftrightarrow\sqrt{17x^2-1}=m|x| \Leftrightarrow \begin{cases}m\geq 0\\17x^2-1=m^2x^2\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}m\geq 0\\(17-m^2)x^2=1\ (2)\end{cases}$

Phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt khác 0 khi và chỉ khi phương trình (2) có hai nghiệm phân biệt khác 0 $\Leftrightarrow \begin{cases}m\geq 0\\17-m^2>0\end{cases} \Leftrightarrow 0\leq m<\sqrt{17}$.

Suy ra $S=\{0,1,2,3,4\}$.

Câu 25. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực m sao cho đồ thị hàm số $f(x)=\frac{x}{\sqrt{x^3+mx+1}-\sqrt[3]{x^4+x+1}+m^2x}$ nhận trục tung làm tiệm cận đứng. Khi đó tổng các phần tử của S bằng

A. $\frac{1}{2}$. **B.** $-\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{1}{3}$. **D.** $-\frac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\lim\limits_{x\to 0} f(x)=\lim\limits_{x\to 0}\frac{1}{\frac{\sqrt{x^3+mx+1}-\sqrt[3]{x^4+x+1}+m^2x}{x}}$.

Mà $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{x^3+mx+1}-\sqrt[3]{x^4+x+1}+m^2x}{x}$

$=\lim\limits_{x\to 0}\left[\dfrac{\sqrt{x^3+mx+1}-1}{x}-\dfrac{\sqrt[3]{x^4+x+1}-1}{x}+\dfrac{m^2x}{x}\right]$

$=\lim\limits_{x\to 0}\left[\dfrac{x^3+mx}{x(\sqrt{x^3+mx+1}+1)}-\dfrac{x^4+x}{x(\sqrt[3]{(x^4+x+1)^2}+\sqrt[3]{x^4+x+1}+1)}+m^2\right]$.

Đồ thị hàm số $f(x)$ nhận trục tung làm tiệm cận đứng

$\Leftrightarrow \lim\limits_{x\to 0}(\dfrac{(x^2+m)}{(\sqrt{x^3+mx+1}+1)}-\dfrac{(x^3+1)}{\sqrt[3]{(x^4+x+1)^2}+\sqrt[3]{x^4+x+1}+1}+m^2)=0 \Leftrightarrow \dfrac{m}{2}-\dfrac{1}{3}+m^2=0$.

$\Leftrightarrow 6m^2+3m-2=0$ Vậy $m_1+m_2=-\dfrac{1}{2}$.

Câu 26. **(Trường THPT Thăng Long Lần 2019)** Có bao nhiêu giá trị m nguyên thuộc khoảng $(-10;10)$ để đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x(x-m)}-1}{x+2}$ có đúng ba đường tiệm cận?

A. 12. **B.** 11. **C.** 0. **D.** 10.

Lời giải

Chọn A

Xét $g(x)=\sqrt{x(x-m)}-1$.

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sqrt{x(x-m)}-1}{x+2}=1$ và $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\sqrt{x(x-m)}-1}{x+2}=-1$. Nên đồ thị hàm số luôn có hai đường tiệm cận ngang $y=1$ và $y=-1$.

Trường hợp 1: $m=0$ khi đó hàm số là $y=\dfrac{|x|-1}{x+2}$. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x=-2$.

Vậy $m=0$ thỏa mãn yêu cầu đề bài.

Trường hợp 2: $m>0$. Hàm số $g(x)$ có tập xác định là $D=(-\infty;0]\cup[m;+\infty)$.

$x=-2\in D$. $g(-2)=\sqrt{2(m+2)}-1\neq 0$ nên $x=-2$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số

Vậy $m=1$, $m=2$,.$m=9$ thỏa mãn. Nên có 9 giá trị m.

Trường hợp 3: $m<0$. Hàm số $g(x)$ có tập xác định là $D=(-\infty;m]\cup[0;+\infty)$.

Để $x=-2$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số thì trước hết $x=-2\in D$ hay $m\geq -2$. Nên chỉ có $m=-2$, $m=-1$ thỏa mãn

Với $m=-1$ ta có $g(x)=\sqrt{x(x+1)}-1$, $g(-2)=\sqrt{2}-1\neq 0$ nên $x=-2$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Với $m=-2$ ta có $g(x)=\sqrt{x(x+2)}-1$, $g(-2)=\sqrt{x(x+2)}-1=-1\neq 0$ nên $x=-2$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Vậy 12 giá trị m nguyên thỏa mãn yêu cầu.

Câu 27. Tìm số giá trị nguyên thuộc đoạn $[-2019;2019]$ của tham số m để đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x-3}}{x^2+x-m}$ có đúng hai đường tiệm cận.

A. 2007. **B.** 2010. **C.** 2009. **D.** 2008.

Lời giải

Chọn D.

Điều kiện xác định: $\begin{cases} x-3 \geq 0 \\ x^2+x \neq m \end{cases}$.

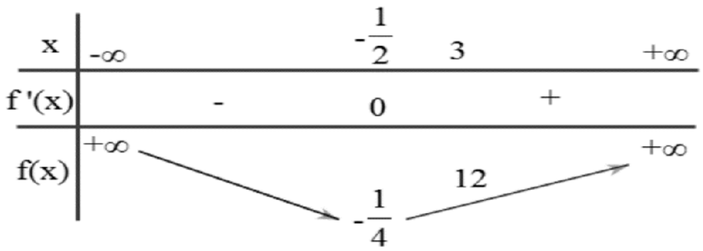
Dựa vào điều kiện xác định ta suy ra hàm số đã cho không có giới hạn khi $x \to -\infty$.

$\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{\sqrt{x-3}}{x^2+x-m} = 0, \forall m$.

$\Rightarrow y = 0$ là pt đường tiệm cận ngang.

Xét hàm số $f(x) = x^2 + x$.

$f'(x) = 2x+1;\ f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = -\dfrac{1}{2}$



Dựa vào bảng biến thiên ta thấy:

Khi $m < 12$ thì đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng.

Khi $m \geq 12$ thì đồ thị hàm số có 1 tiệm cận đứng.

Do đó để hàm số có đúng 2 đường tiệm cận thì $m \in [12; 2019]$.

Vậy có 2008 giá trị nguyên của m.

Câu 28. **(Chuyên Bắc Ninh 2019)** Cho hàm số $y = \dfrac{x-1}{mx^2-2x+3}$. Có tất cả bao nhiêu giá trị m để đồ thị hàm số có đúng hai đường tiệm cận.

A. 2 **B.** 3 **C.** 0 **D.** 1

Lời giải

Chọn B

Nhận xét:

+ $f(x) = mx^2 - 2x + 3$ *có bậc* ≥ 1 *nên đồ thị hàm số luôn có* 1 *tiệm cận ngang.*

+ *Do đó: Yêu cầu bài toán* 9 *đồ thị hàm số có đúng* 1 *tiệm cận đứng.*

+ $m = 0$, đồ thị hàm số có 1 tiệm cận đứng là đường thẳng $x = \dfrac{3}{2} \Rightarrow m = 0$ thỏa bài toán.

+ $m \neq 0$, đồ thị hàm số có đúng 1 tiệm cận đứng khi và chỉ khi phương trình $mx^2 - 2x + 3 = 0$ có nghiệm kép hoặc nhận $x = 1$ làm nghiệm $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \Delta_f = 0 \\ f(1) = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = \dfrac{1}{3} \\ m = -1 \end{array}\right.$

+ KL: $m \in \left\{0; \dfrac{1}{3}; -1\right\}$.

Câu 29. Cho hàm số $y = \dfrac{1}{\sqrt{x^3 - 3x^2 + m - 1}}$ với m là tham số. Tìm tất cả các giá trị của m để đồ thị hàm số đã cho có 4 đường thẳng tiệm cận.

A. $1<m<5$. **B.** $-1<m<2$. **C.** $m<1$ hoặc $m>5$. **D.** $m>2$ hoặc $m<-1$.

Lời giải

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty} y=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1}{\sqrt{x^3-3x^2+m-1}}=0$, $\lim\limits_{x\to-\infty} y=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{1}{\sqrt{x^3-3x^2+m-1}}$ không tồn tại. Suy ra $y=0$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Do đó, để đồ thị hàm số đã cho có 4 đường thẳng tiệm cận thì phương trình $x^3-3x^2+m-1=0$ có 3 nghiệm phân biệt.

Xét hàm số $g(x)=x^3-3x^2+m-1$. Tập xác định $D=\mathbb{R}$.

$g'(x)=3x^2-6x$; $g'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=2\end{array}\right.$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$g(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	$m-1$	$\searrow$	$m-5$	$\nearrow$	$+\infty$

Từ bảng biến thiên, ta thấy phương trình $x^3-3x^2+m-1=0$ có 3 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $m-5<0<m-1\Leftrightarrow 1<m<5$.

Câu 30. Hàm số $y=\dfrac{\sqrt{3x+1}+ax+b}{(x-1)^2}$ không có tiệm cận đứng. Khi đó hiệu $a-b$ bằng:

A. $\dfrac{1}{2}$. **B.** $-\dfrac{3}{4}$. **C.** $-\dfrac{5}{4}$. **D.** $-\dfrac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn A

Do hàm số không có tiệm cận đứng nên $f(x)=\sqrt{3x+1}+ax+b=(x-1)^2 g(x)$.

Suy ra $\begin{cases}f(1)=0\\f'(1)=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a+b+2=0\\a+\dfrac{3}{4}=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=-\dfrac{3}{4}\\b=-\dfrac{5}{4}\end{cases}\Rightarrow a-b=\dfrac{1}{2}\rightarrow$ đáp án **A.**

Chú ý: Với $f(x)=(x-x_0)^n g(x)$ thì ta luôn có $f(x_0)=f'(x_0)=f''(x_0)=...=f^{(n-1)}(x_0)=0$.

Câu 31. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham để m đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{-x^2+2016x+2017}-24\sqrt{7}}{x-m}$ có tiệm cận đứng?

A. vô số. **B.** 2. **C.** 2017 **D.** 2019.

Lời giải

Chọn C

Biểu thức: $\sqrt{-x^2+2016x+2017}$ có nghĩa khi $-x^2+2016x+2017\ge 0\Leftrightarrow -1\le x\le 2017$.

Đặt $f(x)=\sqrt{-x^2+2016x+2017}$.

Xét $x-m=0\Leftrightarrow x=m$. Vậy đồ thị nếu có tiệm cận đứng chỉ có thể là $x=m$, khi đó điều kiện là:

$\begin{cases}-1\le x\le 2017\\f(m)\ne 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m\in[-1;2017] & (1)\\\sqrt{-m^2+2016m+2017}\ne 24\sqrt{7} & (*)\end{cases}$

Ta có $(*) \Leftrightarrow m^2 - 2016m + 2015 \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 1 \\ m \neq 2015 \end{cases} (2)$

Từ $(1),(2) \Rightarrow m \in [-1;2017] \setminus \{1;2015\} \xrightarrow{m\in\mathbb{Z}}$ có $2019-2=2017$ số nguyên m thỏa mãn bài toán $\to$ đáp án **C.**

Câu 32. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực m sao cho đồ thị hàm số $f(x) = \dfrac{x}{\sqrt{x^3+mx+1} - \sqrt[3]{x^4+x+1} + m^2x}$ nhận trục tung làm tiệm cận đứng. Khi đó tổng các phần tử của S bằng

A. $\dfrac{1}{2}$. **B.** $-\dfrac{1}{2}$. **C.** $\dfrac{1}{3}$. **D.** $-\dfrac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\lim\limits_{x\to 0} f(x) = \lim\limits_{x\to 0} \dfrac{1}{\dfrac{\sqrt{x^3+mx+1} - \sqrt[3]{x^4+x+1} + m^2x}{x}}$.

Mà $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sqrt{x^3+mx+1} - \sqrt[3]{x^4+x+1} + m^2x}{x}$

$= \lim\limits_{x\to 0} \left[\dfrac{\sqrt{x^3+mx+1}-1}{x} - \dfrac{\sqrt[3]{x^4+x+1}-1}{x} + \dfrac{m^2x}{x} \right]$

$= \lim\limits_{x\to 0} \left[\dfrac{x^3+mx}{x(\sqrt{x^3+mx+1}+1)} - \dfrac{x^4+x}{x(\sqrt[3]{(x^4+x+1)^2} + \sqrt[3]{x^4+x+1}+1)} + m^2 \right]$.

Đồ thị hàm số $f(x)$ nhận trục tung làm tiệm cận đứng

$\Leftrightarrow \lim\limits_{x\to 0} \left(\dfrac{(x^2+m)}{(\sqrt{x^3+mx+1}+1)} - \dfrac{(x^3+1)}{\sqrt[3]{(x^4+x+1)^2} + \sqrt[3]{x^4+x+1}+1} + m^2 \right) = 0 \Leftrightarrow \dfrac{m}{2} - \dfrac{1}{3} + m^2 = 0$.

$\Leftrightarrow 6m^2 + 3m - 2 = 0$ Vậy $m_1 + m_2 = -\dfrac{1}{2}$.

Câu 33. **(THPT Thăng Long 2019)** Có bao nhiêu giá trị m nguyên thuộc khoảng $(-10;10)$ để đồ thị hàm số $y = \dfrac{\sqrt{x(x-m)}-1}{x+2}$ có đúng ba đường tiệm cận?

A. 12. **B.** 11. **C.** 0. **D.** 10.

Lời giải

Chọn A

Xét $g(x) = \sqrt{x(x-m)} - 1$.

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{\sqrt{x(x-m)}-1}{x+2} = 1$ và $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{\sqrt{x(x-m)}-1}{x+2} = -1$. Nên đồ thị hàm số luôn có hai đường tiệm cận ngang $y=1$ và $y=-1$.

Trường hợp 1: $m=0$ khi đó hàm số là $y = \dfrac{|x|-1}{x+2}$. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x=-2$.

Vậy $m=0$ thỏa mãn yêu cầu đề bài.

Trường hợp 2: $m>0$. Hàm số $g(x)$ có tập xác định là $D = (-\infty;0] \cup [m;+\infty)$.

$x=-2\in D$. $g(-2)=\sqrt{2(m+2)}-1\neq 0$ nên $x=-2$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số

Vậy $m=1$, $m=2$,.$m=9$ thỏa mãn. Nên có 9 giá trị m.

Trường hợp 3: $m<0$. Hàm số $g(x)$ có tập xác định là $D=(-\infty;m]\cup[0;+\infty)$.

Để $x=-2$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số thì trước hết $x=-2\in D$ hay $m\geq -2$. Nên chỉ có $m=-2$, $m=-1$ thỏa mãn

Với $m=-1$ ta có $g(x)=\sqrt{x(x+1)}-1$, $g(-2)=\sqrt{2}-1\neq 0$ nên $x=-2$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Với $m=-2$ ta có $g(x)=\sqrt{x(x+2)}-1$, $g(-2)=\sqrt{x(x+2)}-1=-1\neq 0$ nên $x=-2$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Vậy 12 giá trị m nguyên thỏa mãn yêu cầu.

Câu 34. **(THPT Mai Anh Tuấn_Thanh Hóa 2019)** Tìm tất cả các giá trị thực của m sao cho đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{mx^2+1}}{x+1}$ có đúng một đường tiệm cận.

A. $-1\leq m<0$. **B.** $-1\leq m\leq 0$. **C.** $m<-1$. **D.** $m>0$.

Lời giải

Chọn A

Nếu $m=0$ thì $y=\dfrac{1}{x+1}$. Hàm số này có tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{-1\}$.

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1}{x+1}=0$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y=0$.

$\lim\limits_{x\to(-1)^+}\dfrac{1}{x+1}=+\infty$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x=-1$.

Vậy với $m=0$ thì đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận (loại).

Nếu $m>0$ thì $mx^2+1>0$ với mọi x và tập xác định của hàm số là $D=\mathbb{R}\setminus\{-1\}$.

$\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sqrt{mx^2+1}}{x+1}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sqrt{m+\dfrac{1}{x^2}}}{1+\dfrac{1}{x}}=\sqrt{m}$, $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\sqrt{mx^2+1}}{x+1}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{-\sqrt{m+\dfrac{1}{x^2}}}{1+\dfrac{1}{x}}=-\sqrt{m}$. Suy ra đồ thị hàm số có hai tiệm cận ngang là $y=\sqrt{m}$ và $y=-\sqrt{m}$.

$\lim\limits_{x\to(-1)^+}\dfrac{\sqrt{mx^2+1}}{x+1}=+\infty$ nên $x=-1$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Vậy $m>0$ không thỏa mãn.

Nếu $m<0$ thì tập xác định của hàm số là $D=\left[-\sqrt{-\dfrac{1}{m}};\sqrt{-\dfrac{1}{m}}\right]\setminus\{-1\}$.

Trường hợp này đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang. Để đồ thị hàm số có đúng một đường tiệm cận thì đồ thị hàm số phải có một tiệm cận đứng. Điều này xảy ra khi

$-\sqrt{-\dfrac{1}{m}}\leq -1\Leftrightarrow\sqrt{-\dfrac{1}{m}}\geq 1\Leftrightarrow -\dfrac{1}{m}\geq 1\Leftrightarrow m\geq -1$.

Vậy với $-1\leq m<0$ thì đồ thị hàm số có đúng một đường tiệm cận.