

TÀI LIỆU DÀNH CHO ĐỐI TƯỢNG HỌC SINH TRUNG BÌNH MỨC 5-6

Lý thuyết chung

	<p>1. Hệ trục tọa độ $Oxyz$:</p> <ul style="list-style-type: none"> Hệ trục gồm ba trục Ox, Oy, Oz đôi một vuông góc nhau. Trục Ox: trục hoành, có vector đơn vị $\vec{i} = (1;0;0)$. Trục Oy: trục tung, có vector đơn vị $\vec{j} = (0;1;0)$. Trục Oz: trục cao, có vector đơn vị $\vec{k} = (0;0;1)$. Điểm $O(0;0;0)$ là gốc tọa độ. <p>2. Tọa độ vector: Vector $\vec{u} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k} \Leftrightarrow \vec{u} = (x; y; z)$.</p> <p>Cho $\vec{a} = (a_1; a_2; a_3)$, $\vec{b} = (b_1; b_2; b_3)$. Ta có:</p>
<ul style="list-style-type: none"> $\vec{a} \pm \vec{b} = (a_1 \pm b_1; a_2 \pm b_2; a_3 \pm b_3)$ $k\vec{a} = (ka_1; ka_2; ka_3)$ $\vec{a} = \vec{b} \Leftrightarrow \begin{cases} a_1 = b_1 \\ a_2 = b_2 \\ a_3 = b_3 \end{cases}$ 	<ul style="list-style-type: none"> \vec{a} cùng phương $\vec{b} \Leftrightarrow \vec{a} = k\vec{b} \ (k \in \mathbb{R})$ $\Leftrightarrow \begin{cases} a_1 = kb_1 \\ a_2 = kb_2 \\ a_3 = kb_3 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2} = \frac{a_3}{b_3}, \ (b_1, b_2, b_3 \neq 0).$
<ul style="list-style-type: none"> $\vec{a} \cdot \vec{b} = a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3$ 	<ul style="list-style-type: none"> $\vec{a} = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}$ $\vec{a}^2 = \vec{a} ^2 = a_1^2 + a_2^2 + a_3^2$
<ul style="list-style-type: none"> $\vec{a} \perp \vec{b} \Leftrightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \Leftrightarrow a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3 = 0$ 	<ul style="list-style-type: none"> $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{ \vec{a} \cdot \vec{b} } = \frac{a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3}{\sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2} \cdot \sqrt{b_1^2 + b_2^2 + b_3^2}}$
<p>3. Tọa độ điểm: $M(x; y; z) \Leftrightarrow \vec{OM} = (x; y; z)$. Cho $A(x_A; y_A; z_A)$, $B(x_B; y_B; z_B)$, $C(x_C; y_C; z_C)$, ta có:</p>	
<ul style="list-style-type: none"> $\vec{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A; z_B - z_A)$ 	<ul style="list-style-type: none"> $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 + (z_B - z_A)^2}$
<ul style="list-style-type: none"> Toạ độ trung điểm M của đoạn thẳng AB: $M\left(\frac{x_A + x_B}{2}; \frac{y_A + y_B}{2}; \frac{z_A + z_B}{2}\right)$. 	<ul style="list-style-type: none"> Toạ độ trọng tâm G của tam giác ABC: $G\left(\frac{x_A + x_B + x_C}{3}; \frac{y_A + y_B + y_C}{3}; \frac{z_A + z_B + z_C}{3}\right)$.
QUY TẮC CHIỀU ĐẶC BIỆT	
<p style="text-align: center;">Chiều điểm trên trục tọa độ</p> <ul style="list-style-type: none"> Điểm $M(x_M; y_M; z_M) \xrightarrow[\text{(Giữ nguyên } x)]{\text{Chiều vào } Ox} M_1(x_M; 0; 0)$ Điểm $M(x_M; y_M; z_M) \xrightarrow[\text{(Giữ nguyên } y)]{\text{Chiều vào } Oy} M_2(0; y_M; 0)$ Điểm $M(x_M; y_M; z_M) \xrightarrow[\text{(Giữ nguyên } z)]{\text{Chiều vào } Oz} M_3(0; 0; z_M)$ 	<p style="text-align: center;">Chiều điểm trên mặt phẳng tọa độ</p> <ul style="list-style-type: none"> Điểm $M(x_M; y_M; z_M) \xrightarrow[\text{(Giữ nguyên } x, y)]{\text{Chiều vào } Oxy} M_1(x_M; y_M; 0)$ Điểm $M(x_M; y_M; z_M) \xrightarrow[\text{(Giữ nguyên } y, z)]{\text{Chiều vào } Oyz} M_2(0; y_M; z_M)$ Điểm $M(x_M; y_M; z_M) \xrightarrow[\text{(Giữ nguyên } x, z)]{\text{Chiều vào } Oxz} M_3(x_M; 0; z_M)$
<p style="text-align: center;">Đối xứng điểm qua trục tọa độ</p> <ul style="list-style-type: none"> $M(x_M; y_M; z_M) \xrightarrow[\text{(Giữ nguyên } x; \text{ đổi dấu } y, z)]{\text{Đối xứng qua } Ox} M_1(x_M; -y_M; -z_M)$ $M(x_M; y_M; z_M) \xrightarrow[\text{(Giữ nguyên } y; \text{ đổi dấu } x, z)]{\text{Đối xứng qua } Oy} M_2(-x_M; y_M; -z_M)$ 	<p style="text-align: center;">Đối xứng điểm qua mặt phẳng tọa độ</p> <ul style="list-style-type: none"> $M(x_M; y_M; z_M) \xrightarrow[\text{(Giữ nguyên } x, y; \text{ đổi dấu } z)]{\text{Đối xứng qua } Oxy} M_1(x_M; y_M; -z_M)$ $M(x_M; y_M; z_M) \xrightarrow[\text{(Giữ nguyên } x, z; \text{ đổi dấu } y)]{\text{Đối xứng qua } Oxz} M_2(x_M; -y_M; z_M)$ $M(x_M; y_M; z_M) \xrightarrow[\text{(Giữ nguyên } y, z; \text{ đổi dấu } x)]{\text{Đối xứng qua } Oyz} M_3(-x_M; y_M; z_M)$

$M(x_M; y_M; z_M) \xrightarrow[\text{(Giữ nguyên } z; \text{ đổi dấu } x, y)]{\text{Đổi xứng qua } Oz} M_3(-x_M; -y_M; z_M)$	
4. Tích có hướng của hai vector:	
<p>☞ Định nghĩa: Cho $\vec{a} = (a_1, a_2, a_3)$, $\vec{b} = (b_1, b_2, b_3)$, tích có hướng của \vec{a} và \vec{b} là:</p> $[\vec{a}, \vec{b}] = \begin{pmatrix} a_2 & a_3 \\ b_2 & b_3 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} a_3 & a_1 \\ b_3 & b_1 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{pmatrix} = (a_2b_3 - a_3b_2; a_3b_1 - a_1b_3; a_1b_2 - a_2b_1).$	
☞ Tính chất:	$[\vec{a}, \vec{b}] \perp \vec{a}$ $[\vec{a}, \vec{b}] \perp \vec{b}$ $ [\vec{a}, \vec{b}] = \vec{a} \cdot \vec{b} \cdot \sin(\vec{a}, \vec{b})$
<p>▪ Điều kiện cùng phương của hai vector \vec{a} & \vec{b} là $[\vec{a}, \vec{b}] = \vec{0}$ với $\vec{0} = (0; 0; 0)$.</p>	<p>▪ Điều kiện đồng phẳng của ba vector \vec{a}, \vec{b} và \vec{c} là $[\vec{a}, \vec{b}] \cdot \vec{c} = 0$.</p>
<p>▪ Diện tích hình bình hành $ABCD: S_{\square ABCD} = [\vec{AB}, \vec{AD}] .$</p>	<p>▪ Diện tích tam giác ABC: $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} [\vec{AB}, \vec{AC}] .$</p>
<p>▪ Thể tích khối hộp: $V_{ABCD.A'B'C'D'} = [\vec{AB}, \vec{AD}] \cdot \vec{AA'} .$</p>	<p>▪ Thể tích tứ diện: $V_{ABCD} = \frac{1}{6} [\vec{AB}, \vec{AC}] \cdot \vec{AD} .$</p>

Dạng 1. Tìm tọa độ điểm, véc tơ liên quan đến hệ trục tọa độ OXYZ

Dạng 1.1 Tìm hình chiếu của điểm lên mặt phẳng, đường thẳng

- Câu 1. (Đề Minh Họa 2020 Lần 1)** Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(2; -2; 1)$ trên mặt phẳng (Oxy) có tọa độ là
- A. $(2; 0; 1)$. B. $(2; -2; 0)$. C. $(0; -2; 1)$. D. $(0; 0; 1)$.
- Câu 2. (Đề Tham Khảo 2020 Lần 2)** Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(2; 1; -1)$ trên mặt phẳng (Ozx) có tọa độ là
- A. $(0; 1; 0)$. B. $(2; 1; 0)$. C. $(0; 1; -1)$. D. $(2; 0; -1)$.
- Câu 3. (Mã 102 - 2020 Lần 1)** Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $A(1; 2; 5)$ trên trục Ox có tọa độ là
- A. $(0; 2; 0)$. B. $(0; 0; 5)$. C. $(1; 0; 0)$. D. $(0; 2; 5)$.
- Câu 4. (Mã 101 - 2020 Lần 1)** Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $A(3; 2; 1)$ trên trục Ox có tọa độ là:
- A. $(0; 2; 1)$. B. $(3; 0; 0)$. C. $(0; 0; 1)$. D. $(0; 2; 0)$.
- Câu 5. (Mã 103 - 2020 Lần 1)** Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $A(3; 5; 2)$ trên trục Ox có tọa độ là
- A. $(0; 5; 2)$. B. $(0; 5; 0)$. C. $(3; 0; 0)$. D. $(0; 0; 2)$.
- Câu 6. (Mã 104 - 2020 Lần 1)** Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $A(8; 1; 2)$ trên trục Ox có tọa độ là
- A. $(0; 1; 0)$. B. $(8; 0; 0)$. C. $(0; 1; 2)$. D. $(0; 0; 2)$.

- Câu 7. (Mã 101 - 2020 Lần 2)** Trong không gian $Oxyz$. Điểm nào sau đây là hình chiếu vuông góc của điểm $A(1;4;2)$ trên mặt phẳng Oxy ?
- A. $(0;4;2)$. B. $(1;4;0)$. C. $(1;0;2)$. D. $(0;0;2)$.
- Câu 8. (Mã 103 - 2020 Lần 2)** Trong không gian $Oxyz$ điểm nào dưới đây là hình chiếu vuông góc của điểm $A(3;5;2)$ trên mặt phẳng (Oxy) ?
- A. $M(3;0;2)$ B. $(0;0;2)$ C. $Q(0;5;2)$ D. $N(3;5;0)$
- Câu 9. (Mã 102 - 2020 Lần 2)** Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây là hình chiếu vuông góc của điểm $A(1;2;3)$ trên mặt phẳng Oxy .
- A. $Q(1;0;3)$ B. $P(1;2;0)$ C. $M(0;0;3)$ D. $N(0;2;3)$
- Câu 10. (Mã 104 - 2020 Lần 2)** Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây là hình chiếu vuông góc của điểm $A(3;4;1)$ trên mặt phẳng (Oxy) ?
- A. $Q(0;4;1)$. B. $P(3;0;1)$. C. $M(0;0;1)$. D. $N(3;4;0)$.
- Câu 11. (Mã 104 - 2019)** Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(3;1;-1)$ trên trục Oy có tọa độ là
- A. $(3;0;-1)$. B. $(0;1;0)$. C. $(3;0;0)$. D. $(0;0;-1)$.
- Câu 12. (Mã 103 - 2019)** Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(2;1;-1)$ trên trục Oy có tọa độ là
- A. $(0;0;-1)$. B. $(2;0;-1)$. C. $(0;1;0)$. D. $(2;0;0)$.
- Câu 13. (Mã 102 - 2019)** Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(3;-1;1)$ trên trục Oz có tọa độ là
- A. $(3;-1;0)$. B. $(0;0;1)$. C. $(0;-1;0)$. D. $(3;0;0)$.
- Câu 14. (Mã 101 - 2019)** Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(2;1;-1)$ trên trục Oz có tọa độ là
- A. $(2;0;0)$. B. $(0;1;0)$. C. $(2;1;0)$. D. $(0;0;-1)$.
- Câu 15. (Đề Tham Khảo 2018)** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(3;-1;1)$. Hình chiếu vuông góc của điểm A trên mặt phẳng (Oyz) là điểm
- A. $M(3;0;0)$ B. $N(0;-1;1)$ C. $P(0;-1;0)$ D. $Q(0;0;1)$
- Câu 16. (Chuyên Lương Thế Vinh Đồng Nai 2019)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, điểm nào sau đây nằm trên mặt phẳng tọa độ (Oyz) ?
- A. $M(3;4;0)$. B. $P(-2;0;3)$. C. $Q(2;0;0)$. D. $N(0;4;-1)$.
- Câu 17. (Chuyên Hạ Long 2019)** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho $M(4;5;6)$. Hình chiếu của M xuống mặt phẳng (Oyz) là M' . Xác định tọa độ M' .
- A. $M'(4;5;0)$. B. $M'(4;0;6)$. C. $M'(4;0;0)$. D. $M'(0;5;6)$.

- Câu 18. (Chuyên Hạ Long 2019)** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho điểm $M(x; y; z)$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?
- A. Nếu M' đối xứng với M qua mặt phẳng (Oxz) thì $M'(x; y; -z)$.
 B. Nếu M' đối xứng với M qua Oy thì $M'(x; y; -z)$.
 C. Nếu M' đối xứng với M qua mặt phẳng (Oxy) thì $M'(x; y; -z)$.
 D. Nếu M' đối xứng với M qua gốc tọa độ O thì $M'(2x; 2y; 0)$.
- Câu 19. (THCS - THPT Nguyễn Khuyến 2019)** Trong không gian $Oxyz$, tọa độ điểm đối xứng của $M(1; 2; 3)$ qua mặt phẳng (Oyz) là
- A. $(0; 2; 3)$. B. $(-1; -2; -3)$. C. $(-1; 2; 3)$. D. $(1; 2; -3)$.
- Câu 20. (Chuyên Hạ Long 2018)** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2; -3; 5)$. Tìm tọa độ A' là điểm đối xứng với A qua trục Oy .
- A. $A'(2; 3; 5)$. B. $A'(2; -3; -5)$. C. $A'(-2; -3; 5)$. D. $A'(-2; -3; -5)$.

Dạng 1.2 Xác định tọa độ vector, độ dài vector

- Câu 21. (Mã 102 2018)** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 1; -2)$ và $B(2; 2; 1)$. Vector \overrightarrow{AB} có tọa độ là
- A. $(-1; -1; -3)$ B. $(3; 1; 1)$ C. $(1; 1; 3)$ D. $(3; 3; -1)$
- Câu 22. (Đề Tham Khảo 2019)** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 1; -1)$ và $B(2; 3; 2)$. Vector \overrightarrow{AB} có tọa độ là
- A. $(1; 2; 3)$ B. $(-1; -2; 3)$ C. $(3; 5; 1)$ D. $(3; 4; 1)$
- Câu 23. (Mã 110 2017)** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2; 2; 1)$. Tính độ dài đoạn thẳng OA .
- A. $OA = \sqrt{5}$ B. $OA = 5$ C. $OA = 3$ D. $OA = 9$
- Câu 24. (THPT Nguyễn Khuyến 2019)** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba vectơ $\vec{a}(1; 2; 3); \vec{b}(2; 2; -1); \vec{c}(4; 0; -4)$. Tọa độ của vectơ $\vec{d} = \vec{a} - \vec{b} + 2\vec{c}$ là
- A. $\vec{d}(-7; 0; -4)$ B. $\vec{d}(-7; 0; 4)$ C. $\vec{d}(7; 0; -4)$ D. $\vec{d}(7; 0; 4)$
- Câu 25. (THPT Ba Đình 2019)** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(0; 1; -1), B(2; 3; 2)$. Vector \overrightarrow{AB} có tọa độ là
- A. $(2; 2; 3)$. B. $(1; 2; 3)$. C. $(3; 5; 1)$. D. $(3; 4; 1)$.
- Câu 26. (THPT Gia Lộc Hải Dương 2019)** Trong không gian $Oxyz$ cho $\vec{a} = (2; 3; 2)$ và $\vec{b} = (1; 1; -1)$. Vector $\vec{a} - \vec{b}$ có tọa độ là
- A. $(3; 4; 1)$. B. $(-1; -2; 3)$. C. $(3; 5; 1)$. D. $(1; 2; 3)$.
- Câu 27. (THPT Hoàng Hoa Thám Hưng Yên 2019)** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = (2; -3; 3), \vec{b} = (0; 2; -1), \vec{c} = (3; -1; 5)$. Tìm tọa độ của vectơ $\vec{u} = 2\vec{a} + 3\vec{b} - 2\vec{c}$.
- A. $(10; -2; 13)$. B. $(-2; 2; -7)$. C. $(-2; -2; 7)$. D. $(-2; 2; 7)$.

- Câu 28. (THPT Hùng Vương Bình Phước 2019)** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = -\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$. Tọa độ của vector \vec{a} là
 A. $(-1; 2; -3)$. B. $(2; -3; -1)$. C. $(2; -1; -3)$. D. $(-3; 2; -1)$.
- Câu 29.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = (2; -3; 3)$, $\vec{b} = (0; 2; -1)$, $\vec{c} = (3; -1; 5)$. Tìm tọa độ của vector $\vec{u} = 2\vec{a} + 3\vec{b} - 2\vec{c}$.
 A. $(10; -2; 13)$. B. $(-2; 2; -7)$. C. $(-2; -2; 7)$. D. $(-2; 2; 7)$.
- Câu 30. (THPT Minh Khai Hà Tĩnh 2019)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai vector $\vec{x} = (2; 1; -3)$ và $\vec{y} = (1; 0; -1)$. Tìm tọa độ của vector $\vec{a} = \vec{x} + 2\vec{y}$.
 A. $\vec{a} = (4; 1; -1)$. B. $\vec{a} = (3; 1; -4)$. C. $\vec{a} = (0; 1; -1)$. D. $\vec{a} = (4; 1; -5)$.
- Câu 31. (THPT - Yên Định Thanh Hóa 2019)** Trong không gian $Oxyz$, cho $A(2; -1; 0)$ và $B(1; 1; -3)$. Vector \overrightarrow{AB} có tọa độ là
 A. $(3; 0; -3)$. B. $(-1; 2; -3)$. C. $(-1; -2; 3)$. D. $(1; -2; 3)$.
- Câu 32. (Sở Hà Nội 2019)** Trong không gian $Oxyz$ cho $A(2; -2; 1)$, $B(1; -1; 3)$. Tọa độ vecto \overrightarrow{AB} là:
 A. $(-1; 1; 2)$. B. $(-3; 3; -4)$. C. $(3; -3; 4)$. D. $(1; -1; -2)$.
- Câu 33. (Chuyên Lương Thế Vinh Đồng Nai 2019)** Trong không gian $Oxyz$ với $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ lần lượt là các vectơ đơn vị trên các trục Ox, Oy, Oz . Tính tọa độ của vectơ $\vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$.
 A. $\vec{i} + \vec{j} - \vec{k} = (-1; -1; 1)$. B. $\vec{i} + \vec{j} - \vec{k} = (-1; 1; 1)$. C. $\vec{i} + \vec{j} - \vec{k} = (1; 1; -1)$. D. $\vec{i} + \vec{j} - \vec{k} = (1; -1; 1)$.
- Câu 34. (THPT Gang Thép Thái Nguyên 2019)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ giả sử $\vec{u} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k}$, khi đó tọa độ vectơ \vec{u} là
 A. $(-2; 3; 1)$. B. $(2; 3; -1)$. C. $(2; -3; -1)$. D. $(2; 3; 1)$.
- Câu 35. (THPT Lê Quý Đôn Đà Nẵng 2019)** Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a} = (1; 2; 1)$ và $\vec{b} = (-1; 3; 0)$. Vector $\vec{c} = 2\vec{a} + \vec{b}$ có tọa độ là
 A. $(1; 7; 2)$. B. $(1; 5; 2)$. C. $(3; 7; 2)$. D. $(1; 7; 3)$.
- Câu 36. (KTNL GV Thuận Thành 2 Bắc Ninh 2019)** Trong không gian với trục hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = -\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$. Tọa độ của vector \vec{a} là:
 A. $\vec{a}(-1; 2; -3)$. B. $\vec{a}(2; -3; -1)$. C. $\vec{a}(-3; 2; -1)$. D. $\vec{a}(2; -1; -3)$.
- Câu 37. (Sở Thanh Hóa 2019)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -3; 1)$, $B(3; 0; -2)$. Tính độ dài AB .
 A. 26. B. 22. C. $\sqrt{26}$. D. $\sqrt{22}$.
- Câu 38. (Chuyên - KHTN - Hà Nội - 2019)** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -2; -1)$, $B(1; 4; 3)$. Độ dài đoạn thẳng AB là
 A. $2\sqrt{13}$ B. $\sqrt{6}$ C. 3 D. $2\sqrt{3}$

- Câu 39. (Hội 8 trường chuyên 2019)** Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a}(-2;2;0), \vec{b}(2;2;0), \vec{c}(2;2;2)$. Giá trị của $|\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}|$ bằng
- A. 6. B. 11. C. $2\sqrt{11}$. D. $2\sqrt{6}$.
- Câu 40. (Chuyên Nguyễn Du-ĐăkLăk 2019)** Trong không gian $Oxyz$, cho 2 điểm $A(1;3;5), B(2;2;3)$. Độ dài đoạn AB bằng
- A. $\sqrt{7}$. B. $\sqrt{8}$. C. $\sqrt{6}$. D. $\sqrt{5}$.

Dạng 1.3 Xác định tọa độ điểm

- Câu 41. (Mã 101 2018)** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;-4;3)$ và $B(2;2;7)$. Trung điểm của đoạn thẳng AB có tọa độ là
- A. $(4;-2;10)$ B. $(1;3;2)$ C. $(2;6;4)$ D. $(2;-1;5)$
- Câu 42. (Đề Tham Khảo 2017)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(3;-4;0), B(-1;1;3), C(3;1;0)$. Tìm tọa độ điểm D trên trục hoành sao cho $AD = BC$.
- A. $D(6;0;0), D(12;0;0)$ B. $D(0;0;0), D(6;0;0)$
C. $D(-2;1;0), D(-4;0;0)$ D. $D(0;0;0), D(-6;0;0)$
- Câu 43.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;-2;3)$ và $B(-1;2;5)$. Tìm tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng AB .
- A. $I(1;0;4)$. B. $I(2;0;8)$. C. $I(2;-2;-1)$. D. $I(-2;2;1)$.
- Câu 44. (THPT Cẩm Giàng 2 2019)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai điểm $A(3;-2;3)$ và $B(-1;2;5)$. Tìm tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng AB là :
- A. $I(-2;2;1)$. B. $I(1;0;4)$. C. $I(2;0;8)$. D. $I(2;-2;-1)$.
- Câu 45. (THPT Hoàng Hoa Thám Hưng Yên 2019)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(1;3;2), B(3;-1;4)$. Tìm tọa độ trung điểm I của AB .
- A. $I(2;-4;2)$. B. $I(4;2;6)$. C. $I(-2;-1;-3)$. D. $I(2;1;3)$.
- Câu 46.** Trong không gian cho hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;-2;3), B(-1;2;5), C(0;0;1)$. Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC .
- A. $G(0;0;3)$. B. $G(0;0;9)$. C. $G(-1;0;3)$. D. $G(0;0;1)$.
- Câu 47.** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho $A(1;3;2), B(3;-1;4)$. Tìm tọa độ trung điểm I của AB .
- A. $I(2;-4;2)$. B. $I(4;2;6)$. C. $I(-2;-1;3)$. D. $I(2;1;3)$.
- Câu 48. (THPT Đoàn Thượng - Hải Dương - 2019)** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;-4;3)$ và $B(2;2;7)$. Trung điểm của đoạn thẳng AB có tọa độ là
- A. $(1;3;2)$. B. $(2;-1;5)$. C. $(2;-1;-5)$. D. $(2;6;4)$.
- Câu 49. (THPT Cù Huy Cận 2019)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(1;3;4), B(2;-1;0), C(3;1;2)$. Tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC là

A. $G(2;1;2)$. B. $G(6;3;6)$. C. $G\left(3;\frac{2}{3};3\right)$. D. $G(2;-1;2)$.

Câu 50. (Chuyên Lê Quý Đôn Điện Biên 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho tam giác ABC biết $A(5;-2;0)$, $B(-2;3;0)$, $C(0;2;3)$. Trọng tâm G của tam giác ABC có tọa độ:

A. $(1;2;1)$. B. $(2;0;-1)$. C. $(1;1;1)$. D. $(1;1;-2)$.

Câu 51. (Chuyên Sơn La 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho 2 điểm $M(1;-2;2)$ và $N(1;0;4)$. Tọa độ trung điểm của đoạn thẳng MN là:

A. $(1;-1;3)$. B. $(0;2;2)$. C. $(2;-2;6)$. D. $(1;0;3)$.

Câu 52. (KTNL GV Bắc Giang 2019) Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(-3;4)$ và $B(5;6)$. Trung điểm của đoạn thẳng AB có tọa độ là

A. $(1;5)$. B. $(4;1)$. C. $(5;1)$. D. $(8;2)$.

Câu 53. (Chuyên Lê Hồng Phong Nam Định 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;-4;3)$ và $B(2;2;9)$. Trung điểm của đoạn AB có tọa độ là

A. $(0;3;3)$. B. $(4;-2;12)$. C. $(2;-1;6)$. D. $\left(0;\frac{3}{2};\frac{3}{2}\right)$.

Câu 54. (Liên Trường Thpt Tp Vinh Nghệ An 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1;5;2)$ và $B(3;-3;2)$. Tọa độ trung điểm M của đoạn thẳng AB là

A. $M(1;1;2)$ B. $M(2;2;4)$ C. $M(2;-4;0)$ D. $M(4;-8;0)$

Câu 55. (THPT Nghĩa Hưng ND- 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai điểm $A(-1;5;3)$ và $M(2;1;-2)$. Tọa độ điểm B biết M là trung điểm của AB là

A. $B\left(\frac{1}{2};3;\frac{1}{2}\right)$. B. $B(-4;9;8)$.
C. $B(5;3;-7)$. D. $B(5;-3;-7)$.

Dạng 2. Tích vô hướng và ứng dụng

Câu 56. (Mã 105 2017) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai vector $\vec{a}=(2;1;0)$ và $\vec{b}=(-1;0;-2)$. Tính $\cos(\vec{a},\vec{b})$.

A. $\cos(\vec{a},\vec{b})=-\frac{2}{25}$ B. $\cos(\vec{a},\vec{b})=-\frac{2}{5}$ C. $\cos(\vec{a},\vec{b})=\frac{2}{25}$ D. $\cos(\vec{a},\vec{b})=\frac{2}{5}$

Câu 57. (KSCL THPT Nguyễn Khuyến 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho vector $\vec{a}=(2;-2;-4)$, $\vec{b}=(1;-1;1)$. Mệnh đề nào dưới đây sai?

A. $\vec{a}+\vec{b}=(3;-3;-3)$ B. \vec{a} và \vec{b} cùng phương
C. $|\vec{b}|=\sqrt{3}$ D. $\vec{a} \perp \vec{b}$

Câu 58. (THPT Lê Văn Thịnh Bắc Ninh 2019) Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC biết $A(1;3)$, $B(-2;-2)$, $C(3;1)$. Tính cosin góc A của tam giác.

A. $\cos A = \frac{2}{\sqrt{17}}$ B. $\cos A = \frac{1}{\sqrt{17}}$ C. $\cos A = -\frac{2}{\sqrt{17}}$ D. $\cos A = -\frac{1}{\sqrt{17}}$

Câu 59. (THPT Quỳnh Lưu 3 Nghệ An 2019) Trong không gian $Oxyz$, góc giữa hai vector \vec{i} và $\vec{u} = (-\sqrt{3}; 0; 1)$ là

A. 120° . B. 60° . C. 150° . D. 30° .

Câu 60. (Chuyên Đại Học Vinh 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a} = (-3; 4; 0)$, $\vec{b} = (5; 0; 12)$. Cosin của góc giữa \vec{a} và \vec{b} bằng

A. $\frac{3}{13}$. B. $\frac{5}{6}$. C. $-\frac{5}{6}$. D. $-\frac{3}{13}$.

Câu 61. (Chuyên Đhsp Hà Nội 2019) Trong không gian tọa độ $Oxyz$ góc giữa hai vector \vec{i} và $\vec{u} = (-\sqrt{3}; 0; 1)$ là

A. 120° . B. 30° . C. 60° . D. 150° .

Câu 62. (Chuyên Nguyễn Tất Thành Yên Bái 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho vector $\vec{u} = (3; 0; 1)$ và $\vec{v} = (2; 1; 0)$. Tính tích vô hướng $\vec{u} \cdot \vec{v}$.

A. $\vec{u} \cdot \vec{v} = 8$. B. $\vec{u} \cdot \vec{v} = 6$. C. $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$. D. $\vec{u} \cdot \vec{v} = -6$.

Câu 63. (Chuyên Hưng Yên 2019) Trong không gian tọa độ $Oxyz$, góc giữa hai vector \vec{i} và $\vec{u} = (-\sqrt{3}; 0; 1)$ là

A. 30° . B. 120° . C. 60° . D. 150° .

Câu 64. (Chuyên Trần Phú Hải Phòng 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-1; -2; 3)$, $B(0; 3; 1)$, $C(4; 2; 2)$. Cosin của góc \widehat{BAC} là

A. $\frac{9}{\sqrt{35}}$. B. $-\frac{9}{\sqrt{35}}$. C. $-\frac{9}{2\sqrt{35}}$. D. $\frac{9}{2\sqrt{35}}$.

Câu 65. (THPT Ngô Sĩ Liên Bắc Giang 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1; 0; 0)$, $B(0; 0; 1)$, $C(2; 1; 1)$. Diện tích của tam giác ABC bằng:

A. $\frac{\sqrt{11}}{2}$ B. $\frac{\sqrt{7}}{2}$ C. $\frac{\sqrt{6}}{2}$ D. $\frac{\sqrt{5}}{2}$

Câu 66. (Chuyên Đại học Vinh - 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a} = (-3; 4; 0)$ và $\vec{b} = (5; 0; 12)$. Cosin của góc giữa \vec{a} và \vec{b} bằng

A. $\frac{3}{13}$. B. $\frac{5}{6}$. C. $-\frac{5}{6}$. D. $-\frac{3}{13}$.

Câu 67. (Thpt Vĩnh Lộc - Thanh Hóa 2019) Trong hệ tọa độ Oxy , cho $\vec{u} = \vec{i} + 3\vec{j}$ và $\vec{v} = (2; -1)$. Tính $\vec{u} \cdot \vec{v}$.

A. $\vec{u} \cdot \vec{v} = -1$. B. $\vec{u} \cdot \vec{v} = 1$. C. $\vec{u} \cdot \vec{v} = (2; -3)$. D. $\vec{u} \cdot \vec{v} = 5\sqrt{2}$.

Câu 68. (THPT Ngô Quyền - Ba Vì - Hải Phòng 2019) Cho hai véc tơ $\vec{a} = (1; -2; 3)$, $\vec{b} = (-2; 1; 2)$. Khi đó, tích vô hướng $(\vec{a} + \vec{b}) \cdot \vec{b}$ bằng

- A. 12. B. 2. C. 11. D. 10.
- Câu 69. (Kiểm tra năng lực - ĐH - Quốc Tế - 2019)** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a} = (2; 1; -3)$, $\vec{b} = (-4; -2; 6)$. Phát biểu nào sau đây là **sai**?
- A. $\vec{b} = -2\vec{a}$. B. $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$. C. \vec{a} ngược hướng với \vec{b} . D. $|\vec{b}| = 2|\vec{a}|$.
- Câu 70. (THPT Mai Anh Tuấn_Thanh Hóa - 2019)** Cho $\vec{u} = (-1; 1; 0)$, $\vec{v} = (0; -1; 0)$, góc giữa hai vectơ \vec{u} và \vec{v} là
- A. 120° . B. 45° . C. 135° . D. 60° .
- Câu 71. (Chuyên Lê Hồng Phong - 2018)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ với $A(0; 0; 3)$, $B(0; 0; -1)$, $C(1; 0; -1)$, $D(0; 1; -1)$. Mệnh đề nào dưới đây sai?
- A. $AB \perp BD$. B. $AB \perp BC$. C. $AB \perp AC$. D. $AB \perp CD$.
- Câu 72. (THPT Thanh Miện I - Hải Dương - 2018)** Trong không gian $Oxyz$ cho 2 vectơ $\vec{a} = (2; 1; -1)$; $\vec{b} = (1; 3; m)$. Tìm m để $(\vec{a}; \vec{b}) = 90^\circ$.
- A. $m = -5$. B. $m = 5$. C. $m = 1$. D. $m = -2$.
- Câu 73. (SGD Đồng Tháp - 2018)** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{u} = (2; -1; 1)$ và $\vec{v} = (0; -3; -m)$. Tìm số thực m sao cho tích vô hướng $\vec{u} \cdot \vec{v} = 1$.
- A. $m = 4$. B. $m = 2$. C. $m = 3$. D. $m = -2$.
- Câu 74. (CỤM Chuyên Môn 4 - Hải Phòng - 2018)** Trong không gian $Oxyz$ cho $A(1; 2; 3)$; $B(-1; 2; 1)$; $C(3; -1; -2)$. Tính tích vô hướng $\vec{AB} \cdot \vec{AC}$.
- A. -6 . B. -14 . C. 14 . D. 6 .
- Câu 75. (THPT Mộ Đức - Quảng Ngãi - 2018)** Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-1; -2; 3)$, $B(0; 3; 1)$, $C(4; 2; 2)$. Cosin của góc BAC bằng
- A. $\frac{9}{\sqrt{35}}$. B. $\frac{9}{2\sqrt{35}}$. C. $-\frac{9}{2\sqrt{35}}$. D. $-\frac{9}{\sqrt{35}}$.

Dạng 3. Tích có hướng và ứng dụng

- Câu 76. (KTNL GV Bắc Giang 2019)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a} = (2; 1; -2)$ và vectơ $\vec{b} = (1; 0; 2)$. Tìm tọa độ vectơ \vec{c} là tích có hướng của \vec{a} và \vec{b} .
- A. $\vec{c} = (2; 6; -1)$. B. $\vec{c} = (4; 6; -1)$. C. $\vec{c} = (4; -6; -1)$. D. $\vec{c} = (2; -6; -1)$.
- Câu 77. (Chuyên Nguyễn Du-ĐăkLăk 2019)** Trong không gian $Oxyz$, tọa độ một vectơ \vec{n} vuông góc với cả hai vectơ $\vec{a} = (1; 1; -2)$, $\vec{b} = (1; 0; 3)$ là
- A. $(2; 3; -1)$. B. $(3; 5; -2)$. C. $(2; -3; -1)$. D. $(3; -5; -1)$.
- Câu 78.** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba vectơ $\vec{a} = (1; 2; -1)$, $\vec{b} = (3; -1; 0)$, $\vec{c} = (1; -5; 2)$. Câu nào sau đây **đúng**?
- A. \vec{a} cùng phương với \vec{b} . B. $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ không đồng phẳng.
- C. $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ đồng phẳng. D. \vec{a} vuông góc với \vec{b} .

- Câu 79. (Việt Đức Hà Nội 2019)** Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(1;-2;0)$, $B(2;0;3)$, $C(-2;1;3)$ và $D(0;1;1)$. Thể tích khối tứ diện $ABCD$ bằng:
- A. 6. B. 8. C. 12. D. 4.
- Câu 80.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = (1;-2;3)$ và $\vec{b} = (1;1;-1)$. Khẳng định nào sau đây sai?
- A. $|\vec{a} + \vec{b}| = 3$. B. $\vec{a} \cdot \vec{b} = -4$. C. $|\vec{a} - \vec{b}| = 5$. D. $[\vec{a}, \vec{b}] = (-1;-4;3)$.
- Câu 81. (Chuyên Trần Phú Hải Phòng 2019)** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;0;-1)$, $B(1;-1;2)$. Diện tích tam giác OAB bằng
- A. $\sqrt{11}$. B. $\frac{\sqrt{6}}{2}$. C. $\frac{\sqrt{11}}{2}$. D. $\sqrt{6}$.
- Câu 82. (Yên Phong 1 - 2018)** Trong không gian $Oxyz$, cho 4 điểm $A(2;0;2)$, $B(1;-1;-2)$, $C(-1;1;0)$, $D(-2;1;2)$. Thể tích của khối tứ diện $ABCD$ bằng
- A. $\frac{42}{3}$. B. $\frac{14}{3}$. C. $\frac{21}{3}$. D. $\frac{7}{3}$.
- Câu 83. (SGD và ĐT Đà Nẵng 2019)** Trong không gian $Oxyz$, tính diện tích S của tam giác ABC , biết $A(2;0;0)$, $B(0;3;0)$ và $C(0;0;4)$.
- A. $S = \frac{\sqrt{61}}{3}$. B. $S = \frac{\sqrt{61}}{2}$. C. $S = 2\sqrt{61}$. D. $S = \sqrt{61}$.
- Câu 84.** Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $O(0;0;0)$, $A(0;1;-2)$, $B(1;2;1)$, $C(4;3;m)$. Tất cả giá trị của m để 4 điểm O, A, B, C đồng phẳng?
- A. $m = 14$. B. $m = -14$. C. $m = 7$. D. $m = -7$.
- Câu 85.** Trong không gian $Oxyz$, cho hình chóp $ABCD$ có $A(0;1;-1)$, $B(1;1;2)$, $C(1;-1;0)$ và $D(0;0;1)$. Tính độ dài đường cao của hình chóp $ABCD$.
- A. $2\sqrt{2}$. B. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$. C. $3\sqrt{2}$. D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.
- Câu 86. (Chuyên Lê Quý Đôn - Đà Nẵng - 2018)** Trong không gian với hệ trục tọa độ, cho hình bình hành $ABCD$. Biết $A(2;1;-3)$, $B(0;-2;5)$ và $C(1;1;3)$. Diện tích hình bình hành $ABCD$ là
- A. $2\sqrt{87}$. B. $\frac{\sqrt{349}}{2}$. C. $\sqrt{349}$. D. $\sqrt{87}$.
- Câu 87. (SGD - Bình Dương - 2018)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(0;1;1)$, $B(-1;0;2)$, $C(-1;1;0)$ và điểm $D(2;1;-2)$. Khi đó thể tích tứ diện $ABCD$ là
- A. $V = \frac{5}{6}$. B. $V = \frac{5}{3}$. C. $V = \frac{6}{5}$. D. $V = \frac{3}{2}$.
- Câu 88. (THPT Mộ Đức - Quảng Ngãi - 2018)** Trong không gian $Oxyz$, cho $A(1;2;-1)$, $B(0;-2;3)$. Tính diện tích tam giác OAB .
- A. $\frac{\sqrt{29}}{6}$. B. $\frac{\sqrt{29}}{2}$. C. $\frac{\sqrt{78}}{2}$. D. $\frac{7}{2}$.

BẠN HỌC THAM KHẢO THÊM DẠNG CÂU KHÁC TẠI

<https://drive.google.com/drive/folders/15DX-hbY5paR0iUmcs4RU1DkA1-7QpKIG?usp=sharing>

Theo dõi Fanpage: **Nguyễn Bảo Vương** <https://www.facebook.com/tracnghiemtoanthpt489/>

Hoặc Facebook: **Nguyễn Vương** <https://www.facebook.com/phong.baovuong>

Tham gia ngay: **Nhóm Nguyễn Bảo Vương (TÀI LIỆU TOÁN)** <https://www.facebook.com/groups/703546230477890/>

Ấn sub kênh Youtube: Nguyễn Vương

https://www.youtube.com/channel/UCQ4u2J5gIEI1iRUbT3nwJfA?view_as=subscriber

Tải nhiều tài liệu hơn tại: <http://diendangiaovientoan.vn/>

ĐỂ NHẬN TÀI LIỆU SỚM NHẤT NHÉ!

Nguyễn Bảo Vương