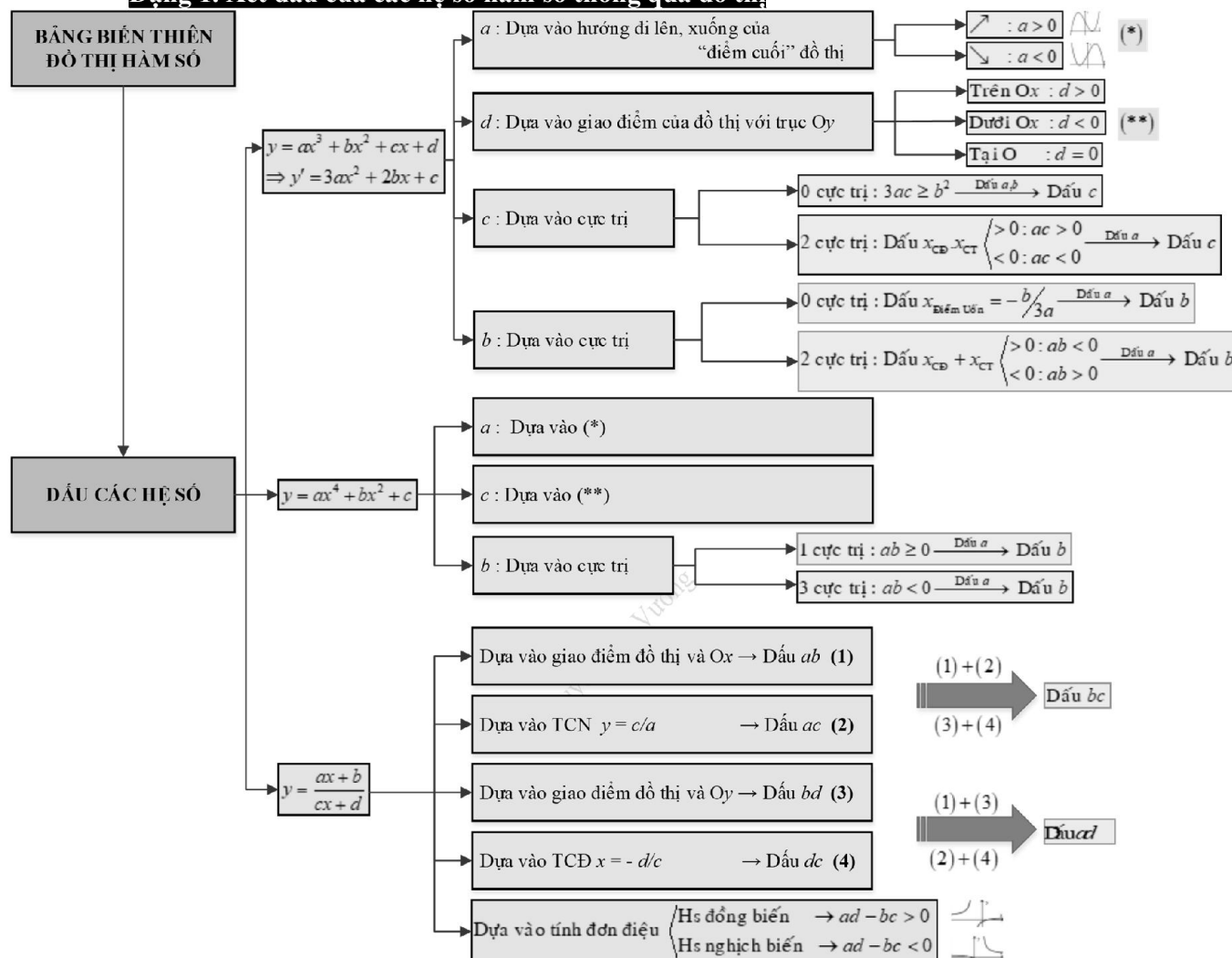
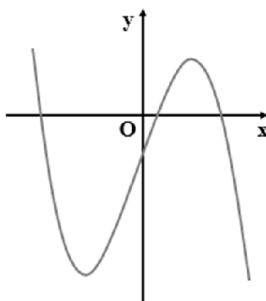


DẠNG TOÁN DÀNH CHO ĐỐI TƯỢNG HỌC SINH KHÁ MỨC 7-8 ĐIỂM

Dạng 1. Xét dấu của các hệ số hàm số thông qua đồ thị



Câu 1. (Đề Minh Họa 2020 Lần 1) Cho hàm số $y = ax^3 + 3x + d$ ($a, d \in \mathbb{R}$) có đồ thị như hình bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



- A. $a > 0, d > 0$. B. $a < 0, d > 0$. C. $a > 0, d < 0$. D. $a < 0, d < 0$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = -\infty \Rightarrow$ đồ thị nhánh ngoài cùng của hàm số hướng đi xuống nên hệ số $a < 0$.

Giao điểm của đồ thị hàm số với trục tung $Oy: x=0$ là điểm nằm bên dưới trục hoành nên khi $x=0 \Rightarrow y=d < 0$.

Câu 2. (Đề Tham Khảo 2020 Lần 2) Cho hàm số $f(x) = \frac{ax+1}{bx+c}$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$) có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$f'(x)$	+		+
$f(x)$	1	$+\infty$	$-\infty$
			1

Trong các số a, b và c có bao nhiêu số dương?

A. 2.

B. 3.

C. 1.

D. 0.

Lời giải

Chọn C

Hàm số $f(x) = \frac{ax+1}{bx+c}$ có đường tiệm cận đứng là đường thẳng $x = -\frac{c}{b}$ và đường tiệm cận ngang là đường thẳng $y = \frac{a}{b}$.

Từ bảng biến thiên ta có: $\begin{cases} -\frac{c}{b} = 2 \\ \frac{a}{b} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow a = b = -\frac{c}{2} \quad (1)$

Mặt khác: $f'(x) = \frac{ac-b}{(bx+c)^2}$.

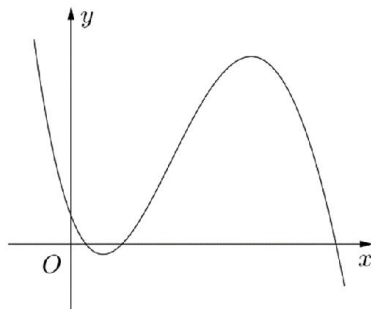
Vì hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 2)$ và $(2; +\infty)$ nên

$f'(x) = \frac{ac-b}{(bx+c)^2} > 0 \Leftrightarrow ac-b > 0 \quad (2)$

Thay (1) vào (2), ta được: $-\frac{c^2}{2} + \frac{c}{2} > 0 \Leftrightarrow -c^2 + c > 0 \Leftrightarrow 0 < c < 1$.

Suy ra c là số dương và a, b là số âm.

Câu 3. (Mã 101 - 2020 Lần 1) Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có đồ thị là đường cong trong hình bên. Có bao nhiêu số dương trong các số a, b, c, d ?



A. 4.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải

Chọn C.

Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty \Rightarrow a < 0$.

Gọi x_1, x_2 là hoành độ hai điểm cực trị của hàm số suy ra x_1, x_2 nghiệm phương trình

$y' = 3ax^2 + 2bx + c = 0$ nên theo định lý Viet:

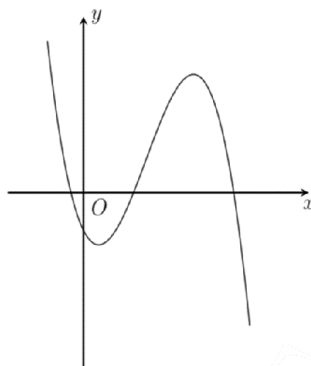
$$+) \text{ Tổng hai nghiệm } x_1 + x_2 = -\frac{2b}{3a} > 0 \Rightarrow \frac{b}{a} < 0 \Rightarrow b > 0.$$

$$+) \text{ Tích hai nghiệm } x_1 x_2 = \frac{c}{3a} > 0 \Rightarrow c < 0.$$

Lại có đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ dương nên $d > 0$.

Vậy có 2 số dương trong các số a, b, c, d .

Câu 4. (Mã 102 - 2020 Lần 1) Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có đồ thị là đường cong trong hình bên. Có bao nhiêu số dương trong các hệ số a, b, c, d ?



A. 4.

B. 3.

C. 1.

D. 2.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty \Rightarrow a < 0$

Đồ thị hàm số có hai điểm cực trị nằm cùng phía của trục tung nên $ac > 0 \Rightarrow c < 0$

Đồ thị hàm số có điểm uốn nằm bên phải trục tung nên $ab < 0 \Rightarrow b > 0$

Đồ thị hàm số cắt trục tung ở dưới trục hoành $\Rightarrow d < 0$

Câu 5. (Mã 103 - 2020 Lần 1) Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có đồ thị là đường cong trong hình bên. Có bao nhiêu số dương trong các số a, b, c, d ?

A. 4.

B. 2.

C. 1.

D. 3.

Lời giải

Chọn C

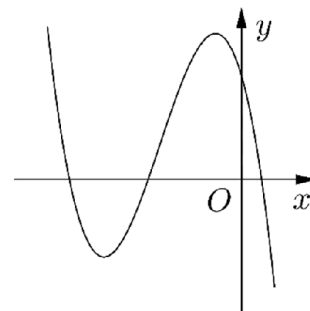
Ta có $y' = 3ax^2 + 2bx + c$. Dựa vào đồ thị ta thấy $a < 0$

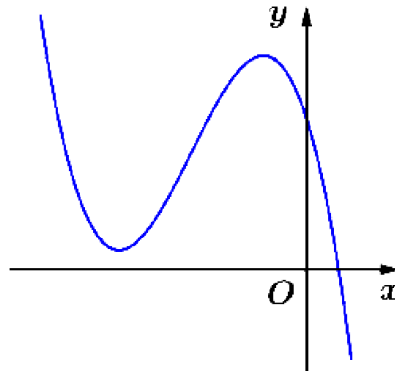
$$\text{Hàm số có 2 cực trị âm nên } \begin{cases} \Delta'_{y'} > 0 \\ S < 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b^2 - 9ac > 0 \\ -\frac{2b}{3a} < 0 \\ \frac{c}{3a} > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b < 0 \\ c < 0 \end{cases}$$

Đồ thị cắt trục Oy tại điểm $(0; d)$ nên $d > 0$.

Vậy có đúng một số dương trong các số a, b, c, d

Câu 6. (Mã 104 - 2020 Lần 1) Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có đồ thị là đường cong trong hình bên. Có bao nhiêu số dương trong các số a, b, c, d ?





- A. 4. B. 2. C. 1. D. 3.
Lời giải

Chọn C

Ta có: $y' = 3ax^2 + 2bx + c$

Dựa vào đồ thị ta thấy $a < 0$

$$\text{Hàm số có 2 cực trị âm nên } \begin{cases} \Delta_{y'} > 0 \\ S < 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b^2 - 9ac > 0 \\ -\frac{2b}{3a} < 0 \\ \frac{c}{3a} > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b < 0 \\ c < 0 \end{cases}$$

Đồ thị cắt trục Oy tại điểm $(0; d)$ nên $d > 0$

Vậy có đúng 1 số dương trong các số a, b, c, d .

Câu 7. (Mã 102 - 2020 Lần 2) Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-2		0		$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow 2$	$\searrow 1$	\nearrow		$+\infty$

Có bao nhiêu số dương trong các số a, b, c, d ?

- A. 2. B. 4. C. 1. D. 3.
Lời giải

Chọn D

Từ dấu hiệu sự biến thiên hàm số ta có $a > 0$.

Khi $x = 0$ thì $y = d = 1 > 0$.

Mặt khác $f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$. Từ bảng biến thiên ta có $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 0 \end{cases}$.

Từ đó suy ra $c = 0; \frac{-2b}{3a} = -2 \Rightarrow b = 3a > 0$.

Vậy có 3 số dương là a, b, d .

Câu 8. (Mã 103 - 2020 Lần 2) Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$			
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$			1		-1		$+\infty$

Có bao nhiêu số dương trong các số a, b, c, d ?

A. 3.

B. 4.

C. 2.

D. 1.

Lời giải

Chọn C

- $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty \Rightarrow a > 0$.
- $f(0) = -1 \Rightarrow d = -1 < 0$.
- $f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$.

$$\text{Ta có } \begin{cases} x_1 + x_2 = -2 \\ x_1 x_2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -\frac{2b}{3a} = -2 \\ \frac{c}{3a} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = 3a > 0 \\ c = 0 \end{cases}.$$

Có 2 số dương là a, b

Câu 9. (Mã 101 – 2020 Lần 2) Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	4	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	3	-5	$+\infty$	

Có bao nhiêu số dương trong các số a, b, c, d ?

A. 2.

B. 4.

C. 1.

D. 3.

Lời giải

Chọn A.

Từ bảng biến thiên, ta có

$$\begin{cases} f(0) = 3 \\ f(4) = -5 \\ f'(0) = 0 \\ f'(4) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} d = 3 \\ 64a + 16b + 4c + d = -5 \\ c = 0 \\ 48a + 8b + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{4} \\ b = -\frac{3}{2} \\ c = 0 \\ d = 3 \end{cases}$$

Vậy trong các số a, b, c, d có 2 số dương.

Câu 10. (Mã 104 - 2020 Lần 2) Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có bảng biến thiên như sau:

au.

x	$-\infty$	0	4	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0
$f(x)$	$-\infty$	-1	-5	$+\infty$

Có bao nhiêu số dương trong các số a, b, c, d ?

A. 4.

B. 2.

C. 3.

D. 1.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$)

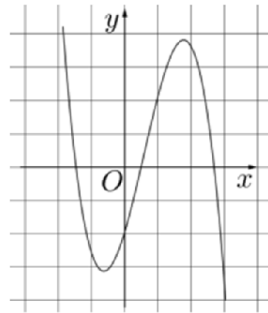
$$\Rightarrow f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$$

Đồ thị hàm số $f(x)$ có hai điểm cực trị $A(0; -1), B(4; -5)$ nên ta có hệ:

$$\begin{cases} f(0) = -1 \\ f(4) = -5 \\ f'(0) = 0 \\ f'(4) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} d = -1 \\ 64a + 16b + 4c + d = -5 \\ c = 0 \\ 48a + 8b + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{8} \\ b = -\frac{3}{4} \\ c = 0 \\ d = -1 \end{cases}.$$

Trong các số a, b, c, d có 1 số dương.

Câu 11. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $a < 0, b > 0, c > 0, d < 0$

B. $a < 0, b < 0, c > 0, d < 0$.

C. $a > 0, b < 0, c < 0, d > 0$

D. $a < 0, b > 0, c < 0, d < 0$.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào đồ thị suy ra hệ số $a < 0 \Rightarrow$ loại phương án C

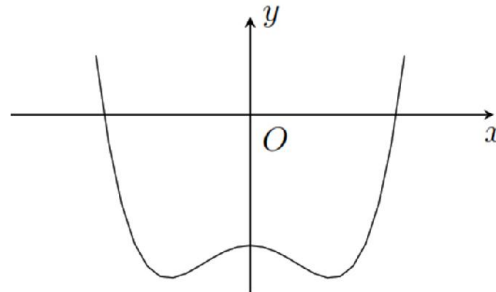
$y' = 3ax^2 + 2bx + c = 0$ có 2 nghiệm x_1, x_2 trái dấu (do hai điểm cực trị của đồ thị hàm số nằm hai phía với Oy) $\Rightarrow 3a \cdot c < 0 \Rightarrow c > 0 \Rightarrow$ loại phương án

D.

Do

$$(C) \cap Oy = D(0; d) \Rightarrow d < 0.$$

Câu 12. (THPT Nguyễn Khuyến 2019) Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình bên. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?



A. $a > 0, b < 0, c > 0$

B. $a > 0, b < 0, c < 0$

C. $a > 0, b > 0, c < 0$

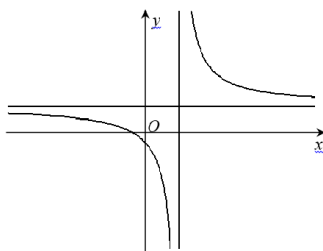
D. $a < 0, b > 0, c < 0$

Lời giải

Chọn B

Ta có đồ thị có hình dạng như trên với hàm bậc bốn trùng phương có hai điểm cực tiểu và một điểm cực đại nên $a > 0, b < 0$. Giá trị cực đại nhỏ hơn 0 nên $c < 0$.

Câu 13. (Chuyên Trần Phú Hải Phòng 2019) Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như sau.



Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $ac > 0; bd > 0$ B. $ab < 0; cd < 0$ C. $bc > 0; ad < 0$ D. $ad > 0; bd < 0$

Lời giải

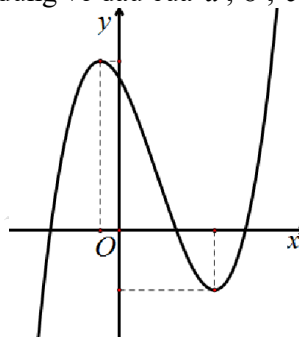
Theo đồ thị:

Tiệm cận ngang: $y = \frac{a}{c} > 0$ (1)

Tiệm cận đứng: $x = -\frac{d}{c} > 0 \Rightarrow \frac{d}{c} < 0$ (2)

$y = 0 \Rightarrow x = -\frac{b}{a} < 0 \Rightarrow \frac{b}{a} > 0$ (3)

Câu 14. (THPT Thiệu Hóa – Thanh Hóa 2019) Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a \neq 0$) có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Chọn khẳng định đúng về dấu của a, b, c, d ?



A. $a > 0, b > 0, d > 0, c > 0$

B. $a > 0, c > 0 > b, d < 0$

C. $a > 0, b > 0, c > 0, d > 0$.

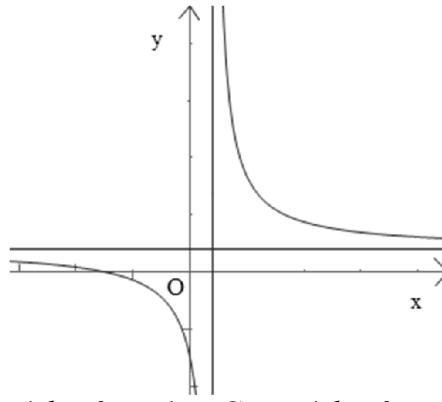
D. $a > 0, b < 0, c < 0, d > 0$

lời giải

Chọn D

Dựa vào đồ thị ta có $a > 0$, đồ thị cắt Oy tại 1 điểm có tung độ dương nên $d > 0$, đồ thị có 2 cực trị trái dấu nên $x_1 \cdot x_2 < 0 \Rightarrow \frac{c}{a} < 0 \Rightarrow c < 0$. Vậy đáp án D

Câu 15. (Toán Học Tuổi Trẻ 2019) Cho hàm số $y = \frac{(a-1)x+b}{(c-1)x+d}$, $d < 0$ có đồ thị như hình trên. Khẳng định nào dưới đây là đúng?



- A. $a > 1, b > 0, c < 1$. B. $a > 1, b < 0, c > 1$. C. $a < 1, b > 0, c < 1$. D. $a > 1, b > 0, c > 1$.

Lời giải

Theo bài ra, đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là $x = -\frac{d}{c-1}$.

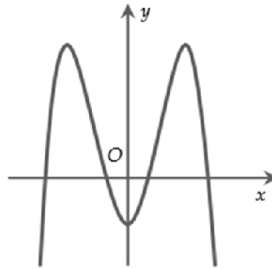
Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là: $y = \frac{a-1}{c-1}$.

Nhìn đồ thị ta thấy: $x = -\frac{d}{c-1} > 0$ mà $d < 0 \Rightarrow c-1 > 0 \Rightarrow c > 1$.

$y = \frac{a-1}{c-1} > 0 \Rightarrow a-1 > 0 \Rightarrow a > 1$.

Đồ thị cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng $\frac{b}{d} < 0 \Rightarrow b > 0$.

- Câu 16. (Sở Ninh Bình 2019)** Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ ($a \neq 0$) có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $a < 0, b > 0, c < 0$. B. $a < 0, b < 0, c > 0$.
C. $a < 0, b > 0, c > 0$. D. $a < 0, b < 0, c < 0$.

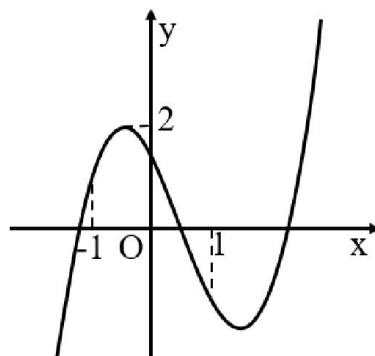
Lời giải

Đồ thị cắt trục tung tại điểm $(0; c)$, từ đồ thị suy ra $c < 0$

Mặt khác đồ thị hàm số có ba điểm cực trị nên $y' = 0$ có ba nghiệm phân biệt, hay $y' = 4ax^3 + 2bx = 2x(2ax^2 + b) = 0$ có ba nghiệm phân biệt. Suy ra a, b trái dấu.

Mà $a < 0 \Rightarrow b > 0$

- Câu 17. (Cụm Liên Trường Hải Phòng 2019)** Hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Khẳng định nào là đúng?

A. $a < 0, b < 0, c < 0, d < 0$.

B. $a > 0, b > 0, c > 0, d < 0$.

C. $a > 0, b > 0, c < 0, d > 0$.

D. $a > 0, b < 0, c < 0, d > 0$.

Lời giải

+ Dựa vào hình dạng đồ thị ta khẳng định được $a > 0$.

+ Đồ thị cắt trục Oy tại điểm có tọa độ $(0; d)$. Dựa vào đồ thị suy ra $d > 0$.

+ Ta có: $y' = 3ax^2 + 2bx + c$. Hàm số có hai điểm cực trị x_1, x_2 ($x_1 < x_2$) trái dấu nên phương trình $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 trái dấu. Vì thế $3a \cdot c < 0$, nên suy ra $c < 0$.

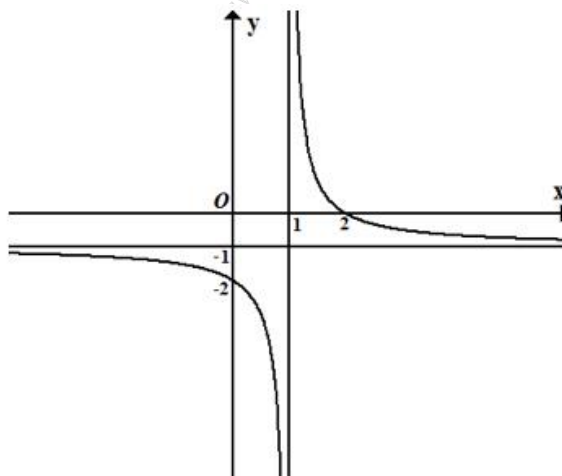
+ Mặt khác từ đồ thị ta thấy $\begin{cases} x_1 > -1 \\ x_2 > 1 \end{cases}$ nên $x_1 + x_2 > 0$.

Mà $x_1 + x_2 = \frac{-2b}{3a}$ nên suy ra $\frac{-2b}{3a} > 0 \Rightarrow b < 0$.

Vậy $a > 0, b < 0, c < 0, d > 0$.

Câu 18. (THPT Ba Đình 2019) Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{x+c}$ có đồ thị như hình bên dưới, với $a, b, c \in \mathbb{Z}$.

Tính giá trị của biểu thức $T = a + 2b + 3c$?



A. $T = -8$.

B. $T = 2$.

C. $T = 6$.

D. $T = 0$.

Lời giải

Từ đồ thị hàm số, ta suy ra

☐ Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là đường thẳng $x = 1$, tiệm cận ngang là đường thẳng $y = -1$.

☐ Đồ thị hàm số đi qua các điểm $A(2; 0), B(0; -2)$.

Từ biểu thức hàm số $y = \frac{ax+b}{x+c}$ (vì đồ thị hàm số là đồ thị hàm nhất biến nên $ac - b \neq 0$), ta suy

ra

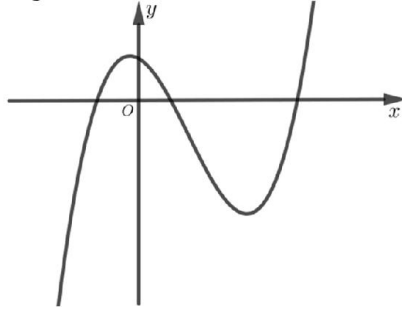
☐ Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là đường thẳng $x = -c$, tiệm cận ngang là đường thẳng $y = a$.

☐ Đồ thị hàm số đi qua $A\left(-\frac{b}{a}; 0\right), B\left(0; \frac{b}{c}\right)$.

Đổi chiều lại, ta suy ra $c = -1$, $a = -1$, $b = 2$.

Vậy $T = a + 2b + 3c = (-1) + 2.2 + 3(-1) = 0$.

Câu 19. (THPT Việt Đức Hà Nội 2019) Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình bên. Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào **đúng**?



- A.** $ab < 0, bc > 0, cd < 0$ **B.** $ab < 0, bc < 0, cd > 0$
C. $ab > 0, bc > 0, cd < 0$ **D.** $ab > 0, bc > 0, cd > 0$

Lời giải

Chọn A

Từ dáng điệu của đồ thị ta có ngay được:

$$\oplus \lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty; \lim_{x \rightarrow -\infty} y = -\infty \Rightarrow a > 0.$$

\oplus Đồ thị hàm số cắt trục tung tại một điểm có tung độ dương nên $d > 0$.

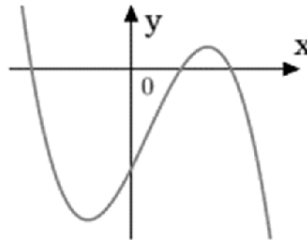
Ta có: $y' = 3ax^2 + 2bx + c$

Mặt khác dựa vào đồ thị ta thấy phương trình $y' = 0$ có hai nghiệm trái dấu và tổng hai nghiệm

$$\text{này luôn dương nên } \begin{cases} ac < 0 \\ -\frac{2b}{3a} > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c < 0 \\ b < 0 \end{cases} \text{ (do } a > 0)$$

Do đó: $ab < 0, bc > 0, cd < 0$.

Câu 20. (THPT Lương Thế Vinh Hà Nội 2019) Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình dưới. Khẳng định nào sau đây **đúng** ?



- A.** $a < 0, b < 0, c < 0, d < 0$ **B.** $a < 0, b > 0, c > 0, d > 0$
C. $a < 0, b > 0, c < 0, d > 0$ **D.** $a < 0, b > 0, c > 0, d < 0$

Lời giải

Chọn D

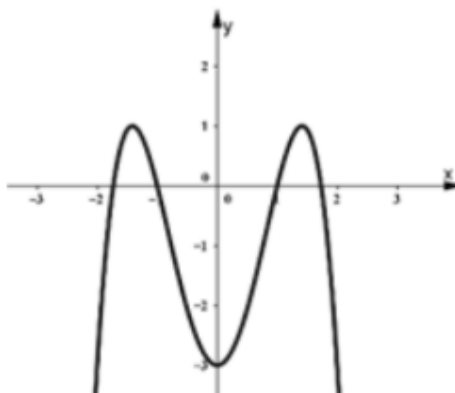
- Dựa vào hình dáng của đồ thị suy ra hệ số $a < 0$.

- Đồ thị cắt trục Oy tại điểm có tung độ âm nên $d < 0$.

- Ta thấy đồ thị như hình vẽ có hai điểm cực trị, hoành độ các điểm cực trị trái dấu suy ra phương trình $y' = 3ax^2 + 2bx + c = 0$ có 2 nghiệm x_1, x_2 trái dấu kéo theo $3a.c < 0 \Rightarrow c > 0$.

$$\text{- Mặt khác } \frac{x_1 + x_2}{2} = -\frac{b}{3a} > 0 \Rightarrow b > 0.$$

Câu 21. (THPT Chuyên Bắc Ninh 2019) Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình vẽ. Mệnh đề nào dưới đây **đúng** ?



A. $a > 0, b < 0, c < 0$. B. $a < 0, b < 0, c < 0$.

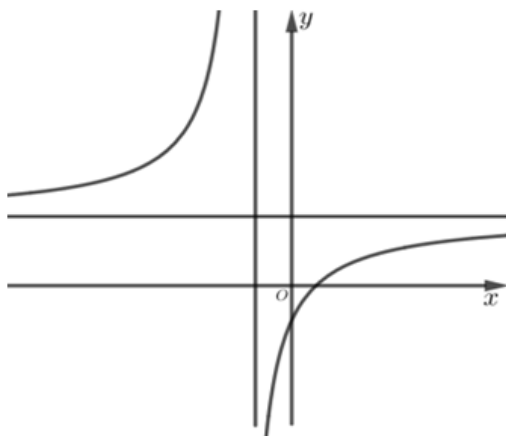
C. $a < 0, b > 0, c < 0$. D. $a > 0, b < 0, c > 0$

Lời giải

Chọn C

- Dựa vào hình dạng đồ thị suy ra $a < 0$
- Hàm số có 3 điểm cực trị nên $ab < 0 \Rightarrow b > 0$
- Giao điểm với trục tung nằm dưới hoành nên $c < 0$.

Câu 22. (Chuyên Lê Quý Đôn Quảng Trị 2019) Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như trong hình bên dưới. Biết rằng a là số thực dương, hỏi trong các số b, c, d có tất cả bao nhiêu số dương?



A. 1.

B. 2.

C. 0.

D. 3.

Lời giải

Chọn B

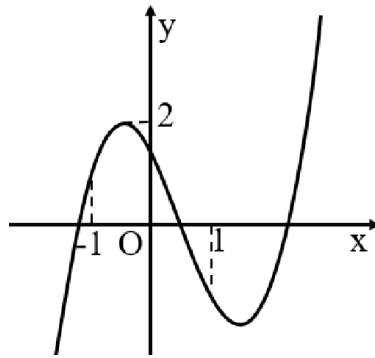
Nhìn vào đồ thị ta thấy

- tiệm cận ngang $y = \frac{a}{c}$ nằm trên trục hoành nên $c > 0$ (vì $a > 0$)
- tiệm cận đứng $x = \frac{-d}{c}$ nằm bên trái trục tung nên $\frac{-d}{c} < 0$. Suy ra $d > 0$ (vì $c > 0$)
- giao điểm của đồ thị và trục tung nằm bên dưới trục hoành nên $\frac{b}{d} < 0$.

Suy ra $b < 0$ (vì $d > 0$)

Vậy $c > 0, d > 0$

Câu 23. (Cụm liên trường Hải Phòng 2019) Hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Khẳng định nào là đúng?

A. $a < 0, b < 0, c < 0, d < 0$.

B. $a > 0, b > 0, c > 0, d < 0$.

C. $a > 0, b > 0, c < 0, d > 0$.

D. $a > 0, b < 0, c < 0, d > 0$.

Lời giải

Chọn D

+ Dựa vào hình dạng đồ thị ta khẳng định được $a > 0$.

+ Đồ thị cắt trục Oy tại điểm có tọa độ $(0; d)$. Dựa vào đồ thị suy ra $d > 0$.

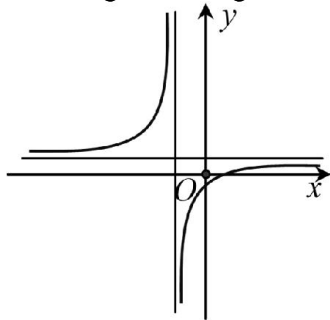
+ Ta có: $y' = 3ax^2 + 2bx + c$. Hàm số có hai điểm cực trị x_1, x_2 ($x_1 < x_2$) trái dấu nên phương trình $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 trái dấu. Vì thế $3a \cdot c < 0$, nên suy ra $c < 0$.

+ Mặt khác từ đồ thị ta thấy $\begin{cases} x_1 > -1 \\ x_2 > 1 \end{cases}$ nên $x_1 + x_2 > 0$.

Mà $x_1 + x_2 = \frac{-2b}{3a}$ nên suy ra $\frac{-2b}{3a} > 0 \Rightarrow b < 0$.

Vậy $a > 0, b < 0, c < 0, d > 0$.

Câu 24. (Chuyên Nguyễn Huệ 2019) Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như hình vẽ bên. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?



A. $\begin{cases} ad < 0 \\ bc > 0 \end{cases}$.

B. $\begin{cases} ad < 0 \\ bc < 0 \end{cases}$.

C. $\begin{cases} ad > 0 \\ bc < 0 \end{cases}$.

D. $\begin{cases} ad > 0 \\ bc > 0 \end{cases}$.

Lời giải

Chọn C

Nhận xét từ đồ thị:

+ Giao với trục hoành tại $x_0 = -\frac{b}{a} > 0 \Rightarrow a$ và b trái dấu (1).

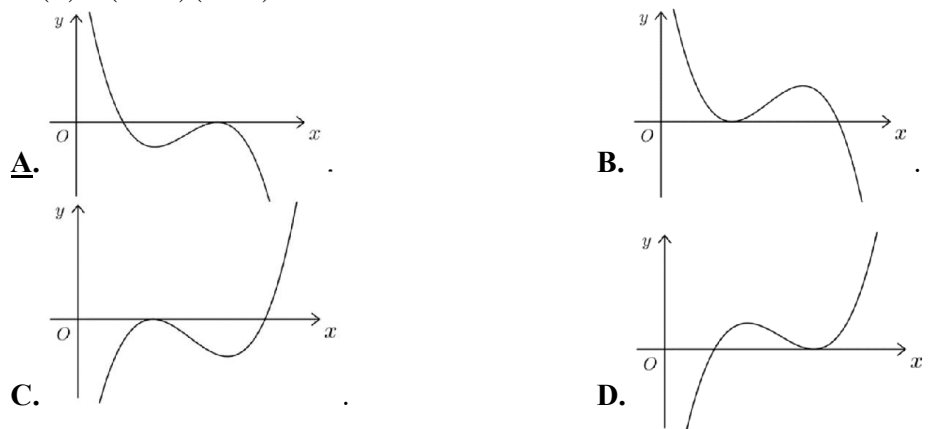
+ Giao với trục tung tại $y_0 = \frac{b}{d} < 0 \Rightarrow b$ và d trái dấu (2).

+ Tiệm cận đứng: $x = -\frac{d}{c} < 0 \Rightarrow d$ và c cùng dấu (3).

Từ (1) và (2) suy ra: a và d cùng dấu hay $ad > 0$.

Từ (2) và (3) suy ra: b và c trái dấu hay $bc < 0$.

Câu 25. Tìm đồ thị hàm số $y = f(x)$ được cho bởi một trong các phương án dưới đây, biết $f(x) = (a-x)(b-x)^2$ với $a < b$.



Lời giải

Chọn A

$$\text{Có } f'(x) = -(b-x)^2 + (a-x) \cdot (-2)(b-x) = -(b-x)(b-x+2a-2x) = -(b-x)(b+2a-3x)$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = b \\ x = \frac{2a+b}{3} \end{cases}$$

$$\text{Có } \frac{2a+b}{3} < \frac{2b+b}{3} = b.$$

Ta có bảng biến thiên

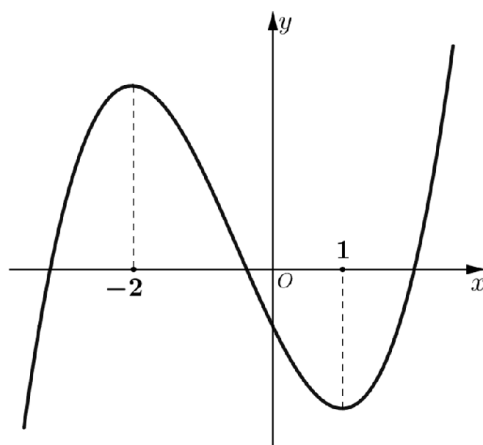
$$x \quad -\infty \quad \frac{2a+b}{3} \quad b \quad +\infty$$

$$y' \quad - \quad 0 \quad + \quad 0 \quad -$$

$$y \quad +\infty \quad \quad \quad 0 \quad \quad -\infty$$

Từ đó chọn đáp án A

Câu 26. Cho đường cong $(C): y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình bên.



Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $a > 0, b < 0, c < 0, d < 0$.
- B. $a > 0, b > 0, c < 0, d > 0$.
- C. $a < 0, b > 0, c > 0, d < 0$.

D. $a > 0, b > 0, c < 0, d < 0$.

Lời giải

Chọn D

Từ đồ thị ta có $x = 0 \Rightarrow y = d < 0$, từ dạng đồ thị suy ra $a > 0$.

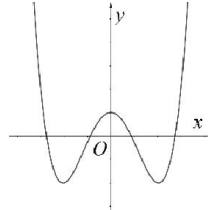
Mặt khác $y' = 3ax^2 + 2bx + c$ từ đồ thị ta có phương trình $y' = 0$ có hai nghiệm trái dấu suy ra $ac < 0$ mà $a > 0$ suy ra $c < 0$.

Hơn nữa phương trình $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt $x_1 + x_2 = -\frac{2b}{3a} = -1$ suy ra

$3a = 2b \Rightarrow b > 0$.

Vậy chọn đáp án **D**.

Câu 27. (Gia Lai 2019) Hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây đúng?



A. $a > 0, b > 0, c < 0$. **B.** $a < 0, b > 0, c < 0$.

C. $a > 0, b < 0, c > 0$. **D.** $a > 0, b < 0, c < 0$.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào đồ thị:

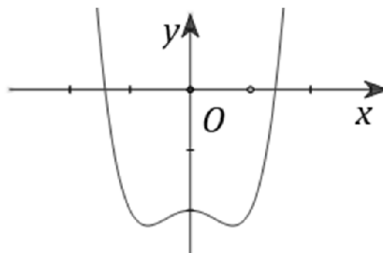
+ $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty \Rightarrow \boxed{a > 0}$.

+ Đồ thị hàm số có ba điểm cực trị $\Rightarrow ab < 0 \Rightarrow \boxed{b < 0}$.

+ Giao điểm của đồ thị hàm số và trục tung có tung độ dương $\Rightarrow \boxed{c > 0}$.

Vậy $a > 0, b < 0, c > 0$.

Câu 28. (THPT Thăng Long 2019) Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình vẽ. Tìm kết luận đúng



A. $a + b > 0$.

B. $bc > 0$.

C. $ab > 0$.

D. $ac > 0$.

Lời giải

Chọn B

Từ hình vẽ ta thấy:

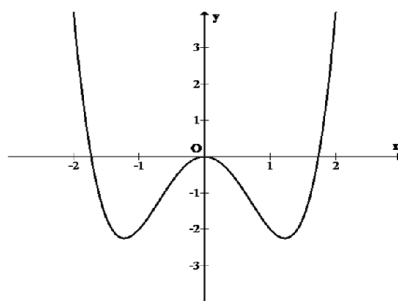
Đồ thị hàm số có bề lõm hướng lên $\Rightarrow a > 0$.

Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ âm $\Rightarrow c < 0$.

Đồ thị hàm số có 3 điểm cực trị $\Rightarrow ab < 0 \Rightarrow b < 0$.

Vậy chỉ có $bc > 0$.

Câu 29. (THPT Cẩm Bình Hà Tĩnh 2019) Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c (a \neq 0)$ có đồ thị như hình bên. Hãy chọn mệnh đề đúng.



- A. $a < 0, b < 0, c = 0$. B. $a < 0, b > 0, c = 0$.
C. $a > 0, b < 0, c = 0$. D. $a > 0, b < 0, c > 0$.

Lời giải

Chọn C

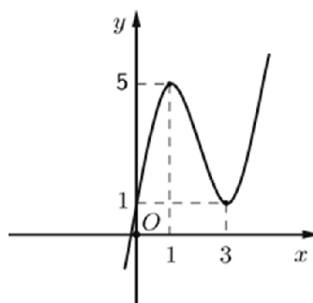
Dựa vào hình dạng đồ thị hàm số ta nhận thấy :

Hệ số $a > 0$

Đồ thị hàm số đi qua gốc tọa độ $\Rightarrow c = 0$

Hàm số có 3 điểm cực trị $\Rightarrow ab < 0 \Rightarrow b < 0$

- Câu 30. (Chuyên Long An 2019)** Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ ở bên. Mệnh đề nào sau đây đúng?



- A. $a > 0, b > 0, c > 0, d > 0$.
C. $a > 0, b < 0, c > 0, d > 0$.
 B. $a > 0, b > 0, c < 0, d > 0$.
 D. $a < 0, b < 0, c > 0, d < 0$.

Lời giải

Chọn C

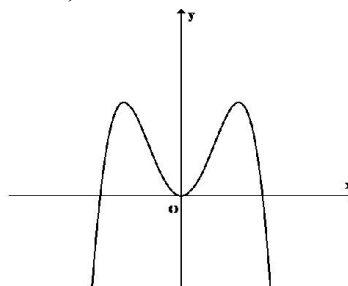
Đồ thị hàm số đi qua các điểm $A(0;1)$, $B(1;5)$ và $C(3;1)$ và đạt cực trị tại các điểm B và C .

$f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$. Ta có

$$\begin{cases} f(0) = 1 \\ f(1) = 5 \\ f'(1) = 0 \\ f'(3) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} d = 1 \\ a + b + c + d = 5 \\ 3a + 2b + c = 0 \\ 27a + 6b + c = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -6 \\ c = 9 \\ d = 1 \end{cases}.$$

- Câu 31. (THPT Trần Phú 2019)** Cho hàm số bậc bốn trùng phương $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây là **đúng**?

- A. $a < 0, b > 0, c > 0$. B. $a > 0, b < 0, c > 0$.
C. $a < 0, b > 0, c = 0$. D. $a > 0, b < 0, c < 0$.



Lời giải

Chọn C

Dựa vào hình dạng đồ thị hàm số ta nhận thấy :

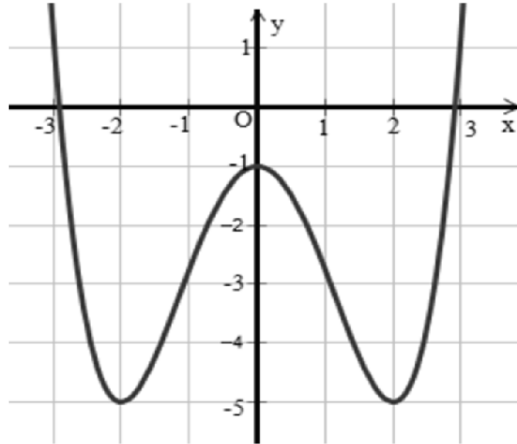
Hệ số $a < 0$.

Hàm số có 3 điểm cực trị $\Rightarrow a.b < 0 \Rightarrow b > 0$.

Đồ thị hàm số đi qua gốc tọa độ $\Rightarrow c = 0$.

Vậy $a < 0, b > 0, c = 0$.

Câu 32. (THPT Cộng Hiền 2019) Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hỏi khẳng định nào sau đây đúng?



- A.** $a > 0, b < 0, c < 0$. **B.** $a > 0, b > 0, c < 0$. **C.** $a > 0, b < 0, c > 0$. **D.** $a < 0, b > 0, c < 0$.

Lời giải

Chọn A

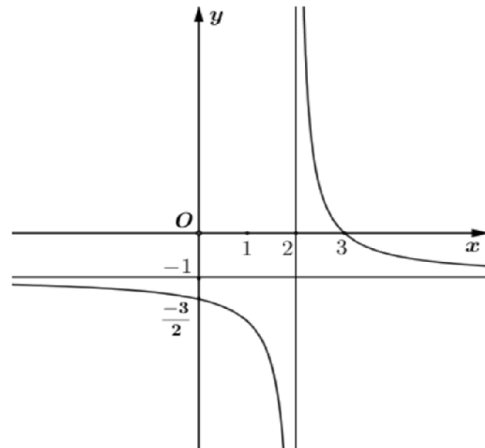
Nhìn vào đồ thị ta có:

Khi $x \in (2; +\infty)$ hàm số đồng biến $\Rightarrow a > 0$.

Hàm số có 3 điểm cực trị nên $a.b < 0$ mà $a > 0 \Rightarrow b < 0$.

$y(0) = -1 = c \Rightarrow c < 0$.

Câu 33. (SGD Điện Biên - 2019) Cho hàm số $y = \frac{ax+3}{x+c}$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tính giá trị của $a - 2c$.



- A.** $a - 2c = 3$. **B.** $a - 2c = -3$. **C.** $a - 2c = -1$. **D.** $a - 2c = -2$.

Lời giải

Chọn A

Đồ thị hàm số có TCN $y = -1 \Leftrightarrow \frac{a}{1} = -1 \Leftrightarrow a = -1$.

Mặt khác Đồ thị hàm số có TCD $x = 2$ nên $2 + c = 0 \Leftrightarrow c = -2$.

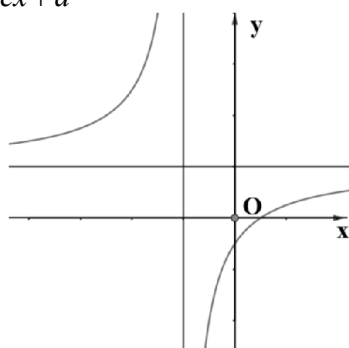
$\Rightarrow a - 2c = -1 - 2 \cdot (-2) = 3$.

Dựa vào đồ thị ta thấy các điểm $(3;0)$ và $\left(0;-\frac{3}{2}\right)$ thuộc vào đồ thị hàm số đã cho nên ta được hệ

$$\text{phương trình } \begin{cases} 0 = \frac{a \cdot 3 + 3}{3 + c} \\ -\frac{3}{2} = \frac{a \cdot 0 + 3}{0 + c} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3a + 3 = 0 \\ -3c = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ c = -2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow a - 2c = -1 - 2 \cdot (-2) = 3.$$

Câu 34. Hình vẽ bên là đồ thị hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$.



Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

A. $ad > 0$ và $bd > 0$. **B.** $ad > 0$ và $ab < 0$. **C.** $bd < 0$ và $ab > 0$. **D.** $ad < 0$ và $ab < 0$.

Lời giải

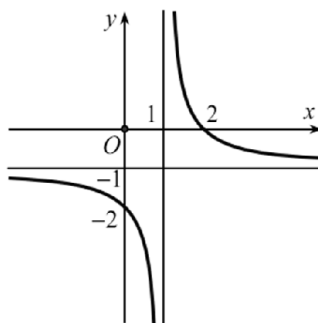
Chọn B

Đồ thị hàm số giao với trục Ox tại điểm có hoành độ $x = -\frac{b}{a}$, giao với Oy tại điểm có tung độ $y = \frac{b}{d}$.

$$\text{Dựa vào hình vẽ ta có } \begin{cases} -\frac{b}{a} > 0 \\ \frac{b}{d} < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{b}{a} < 0 \\ \frac{b}{d} < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} ab < 0 \\ bd < 0 \end{cases} \Rightarrow ad > 0.$$

Trong các phương án chỉ có phương án B thỏa mãn.

Câu 35. Cho hàm số $y = \frac{ax-b}{x-1}$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây:



Khẳng định nào sau đây **đúng**?

A. $b < a < 0$. **B.** $a < b < 0$. **C.** $b > a$ và $a < 0$. **D.** $a < 0 < b$.

Lời giải

Chọn A

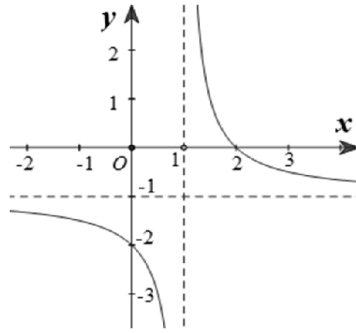
Ta thấy đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y = -1$ suy ra $a = -1$.

Do đồ thị hàm số đi qua điểm $(2;0)$ nên $2a - b = 0 \Leftrightarrow -2 - b = 0 \Leftrightarrow b = -2$.

Vậy $b < a < 0$.

Câu 36. (Chuyên Lương Văn Chánh - Phú Yên - 2020) Đồ thị trong hình bên dưới là của hàm số

$$y = \frac{ax+b}{x+c} \quad (\text{với } a, b, c \in \mathbb{R}).$$



Khi đó tổng $a+b+c$ bằng

A. -1.

B. 1.

C. 2.

D. 0.

Lời giải

Chọn D

Đồ thị hàm số $y = \frac{ax+b}{x+c}$ có đường tiệm cận ngang $y=a$, đường tiệm cận đứng $x=-c$ và cắt

Oy tại điểm $\left(0; \frac{b}{c}\right)$.

Từ đồ thị hàm số ta có đường tiệm cận ngang $y=-1$, đường tiệm cận đứng $x=1$ và cắt Oy tại điểm $(0; -2)$.

Từ đó suy ra:
$$\begin{cases} a = -1 \\ -c = 1 \\ \frac{b}{c} = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ c = -1 \\ b = -2c \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ c = -1 \\ b = 2 \end{cases}. \text{ Vậy } a+b+c = -1-1+2 = 0.$$

Câu 37. (Chuyên Lương Văn Tỵ - Ninh Bình - 2020) Cho hàm số $f(x) = \frac{2-ax}{bx-c}$ ($a, b, c \in \mathbb{R}, b \neq 0$) có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y'	+		+
y	3 ↗ $+\infty$	$+\infty$ ↘ $-\infty$	$-\infty$ ↗ 3

Tổng các số $(a+b+c)^2$ thuộc khoảng nào sau đây

A. $(1; 2)$.

B. $(2; 3)$.

C. $\left(0; \frac{4}{9}\right)$.

D. $\left(\frac{4}{9}; 1\right)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2-ax}{bx-c} = \frac{-a}{b}$, theo giả thiết suy ra $\frac{-a}{b} = 3 \Leftrightarrow a = -3b$

Hàm số không xác định tại $x=1 \Rightarrow b-c=0 \Leftrightarrow b=c$

Hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định nên $f'(x) = \frac{ac-2b}{(bx-c)^2} > 0$ với mọi x khác 1

$$\text{Suy ra } ac-2b > 0 \Leftrightarrow -3b^2-2b > 0 \Leftrightarrow -\frac{2}{3} < b < 0 \Leftrightarrow 0 < -b < \frac{2}{3}$$

$$\text{Lại có } a+b+c = -3b+b+b = -b. \text{ Suy ra } (a+b+c)^2 = b^2 \in \left(0; \frac{4}{9}\right)$$

Vậy tổng $a+b+c$ thuộc khoảng $\left(0; \frac{4}{9}\right)$.

Câu 38. (Chuyên Hùng Vương - Gia Lai - 2020) Cho hàm số $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$ và $c \neq 0$). Biết rằng đồ thị hàm số đã cho đi qua điểm $(-1; 7)$ và giao điểm hai tiệm cận là $(-2; 3)$. Giá trị biểu thức $\frac{2a+3b+4c+d}{7c}$ bằng

A. 7.

B. 4.

C. 6.

D. -5.

Lời giải

Chọn C

+ Ta có đồ thị hàm số $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ có đường tiệm cận ngang là $y = \frac{a}{c}$, đường tiệm cận đứng là $x = \frac{-d}{c}$.

$$\text{Theo bài ra, ta có: } \begin{cases} \frac{a}{c} = 3 \\ \frac{-d}{c} = -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 3c \\ d = 2c \end{cases}$$

$$+ \text{ Điểm } (-1; 7) \text{ thuộc đồ thị hàm số } f(x) \text{ nên } \frac{-a+b}{-c+d} = 7 \Leftrightarrow \frac{-3c+b}{-c+2c} = 7 \Leftrightarrow b = 10c.$$

$$\text{Vậy } \frac{2a+3b+4c+d}{7c} = \frac{2.(3c)+3.(10c)+4c+2c}{7c} = 6.$$

Câu 39. (Chuyên Lê Hồng Phong - Nam Định - 2020) Cho hàm số $y = \frac{ax+1}{bx+c}$ (a, b, c là các tham số) có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$		2		$+\infty$
y'		+		+	
y			$+\infty$		1
	1			$-\infty$	

Xét các phát biểu sau: (1): $c > 1$; (2): $a+b < 0$; (3): $a+b+c = 0$; (4): $a > 0$. Số phát biểu đúng là?

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào bảng biến thiên ta có hàm số luôn đồng biến trên từng khoảng xác định, đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là đường thẳng $x = 2$ và tiệm cận ngang là đường thẳng $y = 1$ nên ta có hệ

$$\begin{cases} -\frac{c}{b} = 2 \\ \frac{a}{b} = 1 \\ ac - b > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = -2b \\ a = b \\ ac - b > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = -2b \\ a = b \\ -2b^2 - b > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < c < 1 \\ -\frac{1}{2} < a < 0 \\ -\frac{1}{2} < b < 0 \\ a + b + c = 0 \end{cases}$$

Dựa vào hệ trên ta có các phát biểu (1), (4) là sai, (2), (3) đúng.

- Câu 40. (Đô Lương 4 - Nghệ An - 2020)** Ta xác định được các số a, b, c để đồ thị hàm số $y = x^3 + ax^2 + bx + c$ đi qua điểm $(1; 0)$ và có điểm cực trị $(-2; 0)$. Tính giá trị biểu thức $T = a^2 + b^2 + c^2$.
- A.** 25. **B.** -1. **C.** 7. **D.** 14.

Lời giải

Chọn A

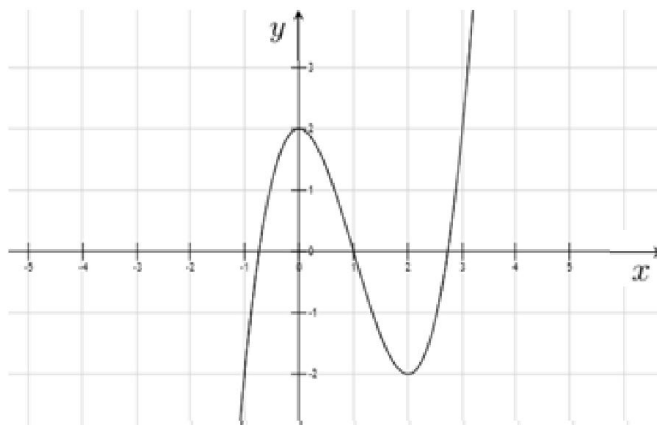
Ta có $y = x^3 + ax^2 + bx + c \Rightarrow y' = 3x^2 + 2ax + b$.

Theo đề, ta có hệ phương trình $\begin{cases} y(1) = 0 \\ y(-2) = 0 \\ y'(-2) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 = 1^3 + a \cdot 1^2 + b \cdot 1 + c \\ 0 = (-2)^3 + a \cdot (-2)^2 + b \cdot (-2) + c \\ 0 = 3 \cdot (-2)^2 + 2a \cdot (-2) + b \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a + b + c = -1 \\ 4a - 2b + c = 8 \\ -4a + b = -12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = 0 \\ c = -4 \end{cases}$$

Vậy $T = a^2 + b^2 + c^2 = 3^2 + 0^2 + (-4)^2 = 25$.

- Câu 41. (Lê Lai - Thanh Hóa - 2020)** Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ. Tính $S = a + b$?



- A.** $S = -2$. **B.** $S = 0$. **C.** $S = 1$. **D.** $S = -1$.

Lời giải

Chọn A

Vì đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm $y = 2$ nên $d = 2$.

$$y' = 3ax^2 + 2bx + c$$

Hàm số đạt cực trị tại $x = 0$ và $x = 2$ nên

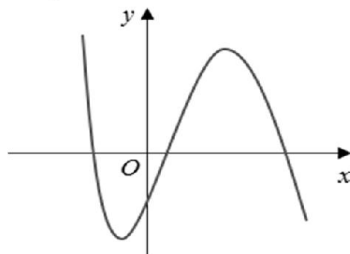
$$\begin{cases} y'(0)=0 \\ y'(2)=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c=0 \\ 12a+4b+c=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c=0 \\ b=-3a \end{cases} \quad (1)$$

Từ đồ thị ta nhận thấy $y(2)=-2 \Leftrightarrow 8a+4b+d=-2 \Leftrightarrow 8a+4b=-4 \Leftrightarrow 2a+b=-1 \quad (2)$

Thay (1) vào (2) ta tìm được $a=1, b=-3$.

Vậy $S=-2$.

Câu 42. (Lý Nhân Tông - Bắc Ninh - 2020) Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?



A. $a < 0, b < 0, c > 0, d < 0$.

B. $a < 0, b > 0, c < 0, d < 0$.

C. $a > 0, b < 0, c < 0, d > 0$.

D. $a < 0, b > 0, c > 0, d < 0$.

Lời giải

Chọn D

Ta có:

$$y' = 3ax^2 + 2bx + c, \quad y'' = 6ax + 2b$$

Từ đồ thị ta thấy:

☐ $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = -\infty$. Ta suy ra $a < 0$.

☐ $y(0) < 0 \Rightarrow d < 0$ loại **C.**

Đồ thị hàm số có hai điểm cực trị với hoành độ x_1, x_2 trái dấu và $x_1 + x_2 > 0$. Ta suy ra phương trình $y' = 0$ có hai nghiệm trái dấu và $x_1 + x_2 > 0$.

Ta suy ra $x_1 x_2 = \frac{c}{3a} < 0, \Rightarrow c > 0$ loại **B.**

Hơn nữa, $\begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{b}{3a} > 0 \\ a < 0 \end{cases} \Rightarrow b > 0$. Loại **A.**

Câu 43. (Nguyễn Huệ - Phú Yên - 2020) Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+1} (a, b, c \in \mathbb{R})$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
y'		+	+
y	2	$+\infty$	2

Tập các giá trị b là tập nghiệm của bất phương trình nào dưới đây?

A. $b^3 - 8 \leq 0$.

B. $-b^2 + 4 > 0$.

C. $b^2 - 3b + 2 < 0$.

D. $b^3 - 8 < 0$.

Lời giải

Chọn D

Đồ thị hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+1}$ có đường tiệm cận đứng là đường thẳng $x = -\frac{1}{c}$ và đường tiệm cận ngang là đường thẳng $y = \frac{a}{c}$.

Nhìn vào bảng biến thiên, ta thấy $-\frac{1}{c} = -1 \Rightarrow c = 1$ và $\frac{a}{c} = 2 \Rightarrow a = 2$ (vì $c = 1$).

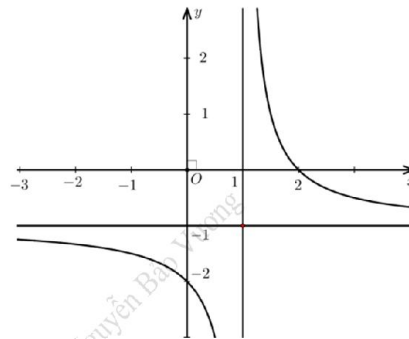
Ta có $y' = \frac{a-bc}{(cx+1)^2}$.

Vì hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$ nên

$$y' = \frac{a-bc}{(bx+c)^2} > 0 \Leftrightarrow a-bc > 0 \Leftrightarrow 2-b > 0 \Leftrightarrow b < 2 \Leftrightarrow b^3 < 8 \Leftrightarrow b^3 - 8 < 0.$$

Vậy tập các giá trị b là tập nghiệm của bất phương trình $b^3 - 8 < 0$.

Câu 44. (Tiên Du - Bắc Ninh - 2020) Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ (với a, b, c, d là số thực) có đồ thị như hình dưới đây. Tính giá trị biểu thức $T = \frac{a-2b+3d}{c}$.



A. $T = 6$.

B. $T = 0$.

C. $T = -8$.

D. $T = 2$.

Lời giải

Chọn C

Từ đồ thị ta có

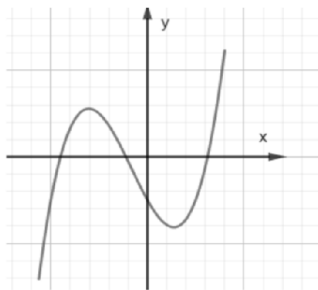
$$\text{TCĐ: } x = 1 \Rightarrow \frac{-d}{c} = 1 \Rightarrow \frac{d}{c} = -1 \Rightarrow d = -c$$

$$\text{TCN: } y = -1 \Rightarrow \frac{a}{c} = -1 \Rightarrow a = -c$$

$$\text{Đồ thị cắt trục hoành tại điểm: } x = 2 \Rightarrow \frac{-b}{a} = 2 \Rightarrow \frac{-b}{-c} = 2 \Rightarrow \frac{b}{c} = 2 \Rightarrow b = 2c$$

$$\text{Vậy } T = \frac{a-2b+3d}{c} = \frac{-c-4c-3c}{c} = -8$$

Câu 45. (Thanh Chương 1 - Nghệ An - 2020) Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ. Trong các số a, b, c và d có bao nhiêu số dương?



A. 1.

B. 4.

C. 3.

D. 2.

Lời giải

Chọn DTừ hình dạng đồ thị hàm số ta có $a > 0$ Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ âm $\Rightarrow d < 0$ Ta có: $y' = 3ax^2 + 2bx + c$ Hàm số có hai điểm cực trị trái dấu $\Rightarrow y' = 0$ có hai nghiệm trái dấu $\Leftrightarrow ca < 0$ Mà $a > 0$ nên $c < 0$ Ta lại có: $y'' = 6ax + 2b$

$$y'' = 0 \Leftrightarrow 6ax + 2b = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{b}{3a}$$

Từ đồ thị hàm số ta thấy tâm đối xứng có hoành độ âm. Do đó $-\frac{b}{3a} < 0$ Mà $a > 0$ nên $b > 0$ Vậy trong các số a, b, c và d có 2 số dương là a và b

Câu 46. (Tiên Lãng - Hải Phòng - 2020) Cho hàm số $f(x) = \frac{ax-6}{bx-c}$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$) có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
$f'(x)$	-		-
$f(x)$	1	$+\infty$	1

Trong các số a, b, c có bao nhiêu số âm?

A. 0.

B. 3.

C. 1.

D. 2.

Lời giải

Chọn DTừ bảng biến thiên của hàm số, ta thấy đồ thị có hai đường tiệm cận, trong đó tiệm cận đứng là đường thẳng $x = -2$ và tiệm cận ngang là đường thẳng $y = 1$.

$$\text{Suy ra } \begin{cases} \frac{c}{b} = -2 \\ \frac{a}{b} = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} bc < 0 \\ ab > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b > 0, c < 0, a > 0 & (1) \\ b < 0, c > 0, a < 0 & (2) \end{cases}$$

Lại có hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng xác định $f'(x) = \frac{-ac+6b}{(bx-c)^2} < 0 \Rightarrow ac > 6b$.Ta thấy (1) không thể xảy ra do nếu $b > 0$ thì $ac > 6b > 0$; và (2) có thể xảy ra do nếu $c > 0, a < 0$ thì $6b < ac < 0$.Vậy trong các số a, b, c có hai số âm.

Dạng 2. Đồ thị hàm số chứa dấu giá trị tuyệt đối (BIẾN ĐỔI ĐỒ THỊ)

Dạng 1

Từ đồ thị $(C): y = f(x)$ suy ra đồ thị $(C'): y = |f(x)|$.

$$\text{Ta có: } y = |f(x)| = \begin{cases} f(x) & \text{khi } f(x) \geq 0 \\ -f(x) & \text{khi } f(x) < 0 \end{cases}$$

*** Cách vẽ (C') từ (C) :**

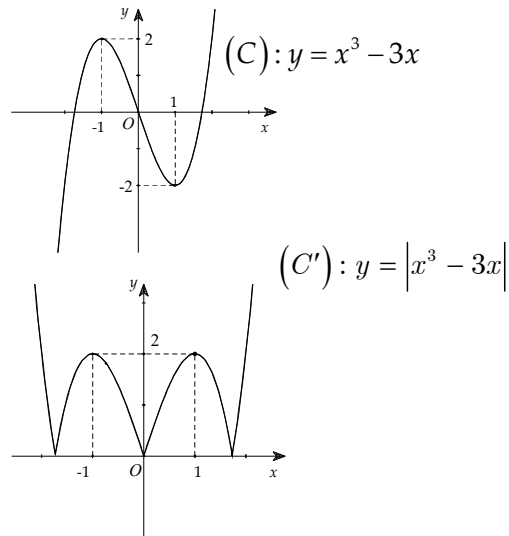
- ☐ Giữ nguyên phần đồ thị phía trên Ox của đồ thị $(C): y = f(x)$.
- ☐ Bỏ phần đồ thị phía dưới Ox của (C) , **lấy đối xứng phần đồ thị bị bỏ** qua Ox .

Ví dụ: Từ đồ thị $(C): y = f(x) = x^3 - 3x$ suy ra đồ thị $y = |x^3 - 3x|$.

Biến đổi (C) :

Bỏ phần đồ thị của (C) dưới Ox , giữ nguyên (C) phía trên Ox .

Lấy đối xứng phần đồ thị bị bỏ qua Ox .



Dạng 2

Từ đồ thị $(C): y = f(x)$ suy ra đồ thị $(C'): y = f(|x|)$.

$$\text{Ta có: } y = f(|x|) = \begin{cases} f(x) & \text{khi } x \geq 0 \\ f(-x) & \text{khi } x < 0 \end{cases}$$

và $y = f(|x|)$ là hàm *chẵn* nên đồ thị (C') nhận Oy làm trục đối xứng.

*** Cách vẽ (C') từ (C) :**

- ☐ Giữ nguyên phần đồ thị bên phải Oy của đồ thị $(C): y = f(x)$.
- ☐ Bỏ phần đồ thị bên trái Oy của (C) , **lấy đối xứng phần đồ thị được giữ** qua Oy .

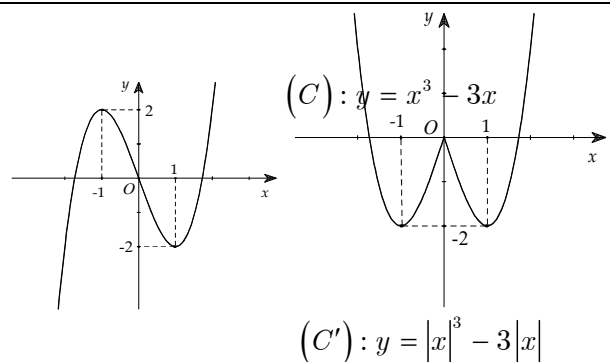
Ví dụ: Từ đồ thị $(C): y = f(x) = x^3 - 3x$ suy ra đồ thị

$$(C'): y = |x|^3 - 3|x|.$$

Biến đổi (C) :

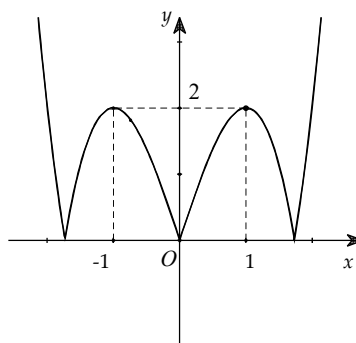
Bỏ phần đồ thị của (C) bên trái Oy , giữ nguyên (C) bên phải Oy .

Lấy đối xứng phần đồ thị được giữ qua Oy .



Chú ý với dạng: $y = f(|x|)$ ta lần lượt biến đổi 2 đồ thị $y = f(|x|)$ và $y = |f(x)|$

Ví dụ: Từ đồ thị $(C): y = f(x) = x^3 - 3x$ suy ra đồ thị $y = |x|^3 - 3|x|$. Biến đổi (C) để được đồ thị $(C'): y = |x|^3 - 3|x|$. Biến đổi $(C'): y = |x|^3 - 3|x|$ ta được đồ thị $(C''): y = |x|^3 - 3|x|$.



Dạng 3

Từ đồ thị $(C): y = u(x).v(x)$ suy ra đồ thị $(C'): y = |u(x)|.v(x)$.

$$\text{Ta có: } y = |u(x)|.v(x) = \begin{cases} u(x).v(x) = f(x) & \text{khi } u(x) \geq 0 \\ -u(x).v(x) = f(x) & \text{khi } u(x) < 0 \end{cases}$$

* Cách vẽ (C') từ (C) :

- Giữ nguyên phần đồ thị trên miền $u(x) \geq 0$ của đồ thị $(C): y = f(x)$.
- Bỏ phần đồ thị trên miền $u(x) < 0$ của (C) , lấy đối xứng phần đồ thị bị bỏ qua Ox .

Ví dụ

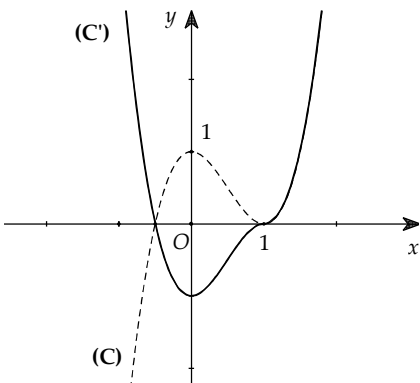
a) Từ đồ thị $(C): y = f(x) = 2x^3 - 3x^2 + 1$ suy ra đồ thị $(C'): y = |x-1|(2x^2 - x - 1)$

$$y = |x-1|(2x^2 - x - 1) = \begin{cases} f(x) & \text{khi } x \geq 1 \\ -f(x) & \text{khi } x < 1 \end{cases}$$

Đồ thị (C') :

Giữ nguyên (C) với $x \geq 1$.

Bỏ (C) với $x < 1$. Lấy đối xứng phần đồ thị bị bỏ qua Ox .



Nhận xét: Trong quá trình thực hiện phép suy đồ thị nên lấy đối xứng các điểm đặc biệt của (C) : giao điểm với Ox , Oy , CĐ, CT...

Ví dụ

b) Từ đồ thị $(C): y = f(x) = \frac{x}{x-1}$ suy ra đồ thị

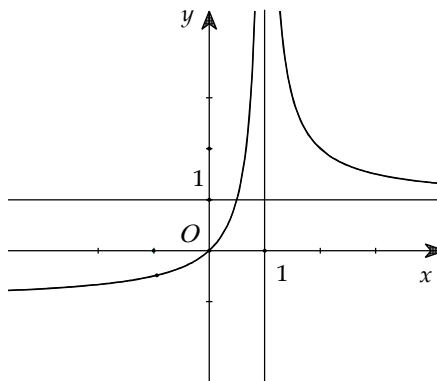
$$(C'): y = \frac{x}{|x-1|}$$

$$y = \frac{x}{|x-1|} = \begin{cases} \frac{x}{x-1} & \text{khi } x \in (1; +\infty) \\ -\frac{x}{x-1} & \text{khi } x \in (-\infty; 1) \end{cases} \text{ . Đồ thị}$$

(C') :

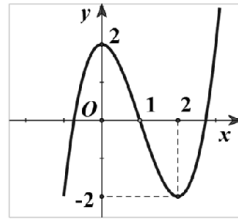
Bỏ phần đồ thị của (C) với $x < 1$, giữ nguyên (C) với $x > 1$.

Lấy đối xứng phần đồ thị bị bỏ qua Ox .

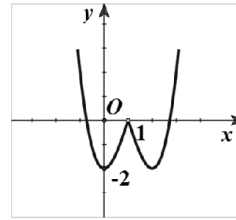


Nhận xét: Đối với hàm phân thức thì nên lấy đối xứng các đường tiệm cận để thực hiện phép suy đồ thị một cách tương đối chính xác.

Câu 1. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$ có đồ thị như hình 1. Đồ thị hình 2 là của hàm số nào dưới đây?



Hình 1



Hình 2

A. $y = |x^3 - 3x^2 + 2|$. B. $y = |x|^3 - 3x^2 + 2$

C. $y = |x-1|(x^2 - 2x - 2)$.

D. $y = (x-1)|x^2 - 2x - 2|$.

Hướng dẫn

Ta có: $y = x^3 - 3x^2 + 2 = (x-1)(x^2 - 2x - 2)$

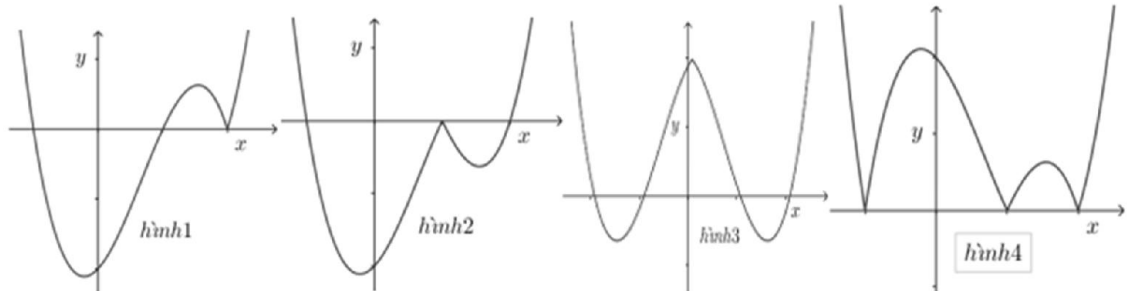
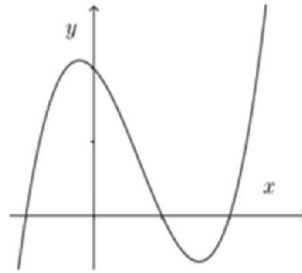
Từ đồ thị ban đầu (hình 1) sang đồ thị thứ 2 (hình 2) ta thấy

Toàn bộ đồ thị ứng với $x \geq 1$ được giữ nguyên.

Phần đồ thị ứng với $x < 1$ lấy đối xứng qua trục hoành.

⇒ **Chọn đáp án C.**

Câu 2. (Đề Tham Khảo 2017) Hàm số $y = (x-2)(x^2 - 1)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hình nào dưới đây là đồ thị của hàm số $y = |x-2|(x^2 - 1)$?



A. Hình 1

B. Hình 2

C. Hình 3

D. Hình 4

Lời giải

Chọn A

$$y = |x-2|(x^2 - 1) = \begin{cases} (x-2)(x^2 - 1), & x \geq 2 \\ -(x-2)(x^2 - 1), & x < 2 \end{cases} \quad \text{Đồ thị gồm 2 phần:}$$

+) Giữ nguyên phần đồ thị đã cho ứng với $x \geq 2$.

+) Lấy đối xứng phần đồ thị đã cho ứng với $x < 2$ qua trục Ox

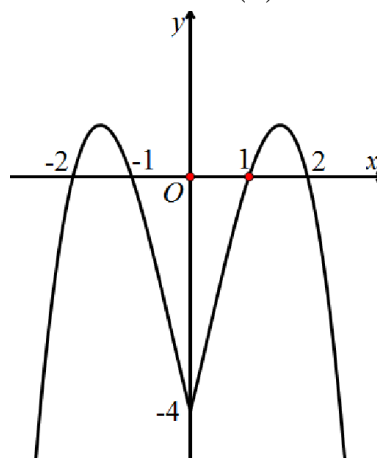
Hình 1 nhận vì đồ thị là hàm $y = |x-2|(x^2 - 1)$

Hình 2 loại vì đồ thị là hàm $y = (x-2)|x-1|(x+1)$

Hình 3 loại vì đồ thị hàm số $y = (|x|-2)(x^2 - 1)$

Hình 4 loại vì đồ thị hàm $y = |(x-2)(x^2 - 1)|$

Câu 3. (THPT Việt Đức Hà Nội 2019) Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị hàm số $y = f(|x|)$ như hình vẽ.



Chọn kết luận **đúng** trong các kết luận sau:

A. $f(x) = -x^3 + x^2 + 4x - 4$

B. $f(x) = x^3 - x^2 - 4x + 4$

C. $f(x) = -x^3 - x^2 + 4x - 4$

D. $f(x) = x^3 + x^2 - 4x - 4$.

Lời giải

Chọn A

Do đồ thị giao với trục Oy tại điểm có tung độ bằng -4 và $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = -\infty$.

Câu 4. Biết phương trình $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$ ($a \neq 0$) có đúng hai nghiệm thực. Hỏi đồ thị hàm số $y = |ax^3 + bx^2 + cx + d|$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 4.

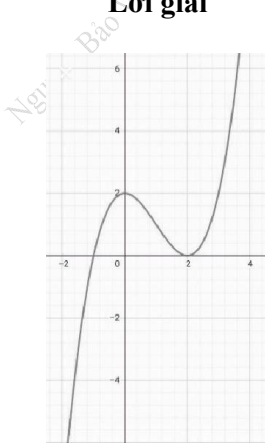
B. 5.

C. 2.

D. 3.

Lời giải

Chọn D



Ta có:

Phương trình $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$ ($a \neq 0$) có đúng hai nghiệm thực

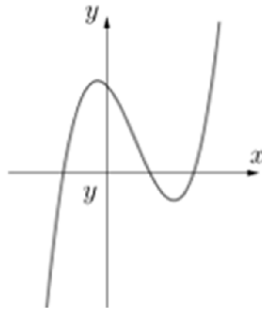
Nên đồ thị hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ được minh họa như hình vẽ.

Gọi m là số điểm cực trị của hàm số $y = f(x)$ và k là nghiệm bội lẻ của phương trình $f(x) = 0$.

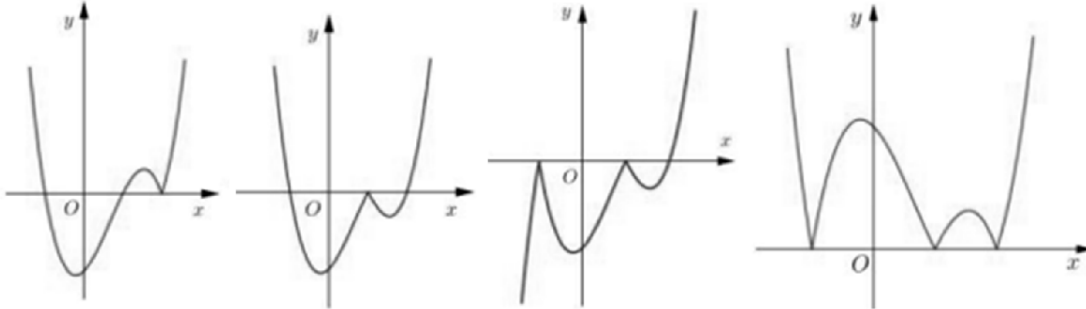
\Rightarrow Số điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = |f(x)|$ là $m + k$.

Vậy đồ thị hàm số $y = |ax^3 + bx^2 + cx + d|$ có số điểm cực trị là $2 + 1$.

Câu 5. (Chu Văn An - Hà Nội - 2019) Cho hàm số $y = (x-2)(x^2-1)$ có đồ thị như hình vẽ



Một trong bốn hình dưới đây là đồ thị của hàm số $y = (x-2)|x^2-1|$. Hỏi đó là hình nào?



- Hình 1 Hình 2 Hình 3 Hình 4
A. Hình 2. **B.** Hình 4. **C.** Hình 3. **D.** Hình 1.
Lời giải

Chọn C

Gọi (C) là đồ thị hàm số $y = (x-2)(x^2-1)$.

$$\text{Ta có } y = (x-2)|x^2-1| = \begin{cases} (x-2)(x^2-1) & \text{khi } x \leq -1 \text{ hay } x \geq 1 \\ -(x-2)(x^2-1) & \text{khi } -1 < x < 1 \end{cases}$$

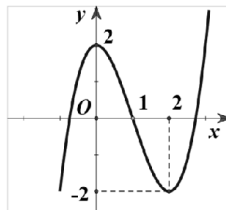
Cách vẽ đồ thị như sau:

+ Giữ nguyên phần đồ (C) ứng với $x \in (-\infty; -1] \cup [1; +\infty)$ ta được (C_1) .

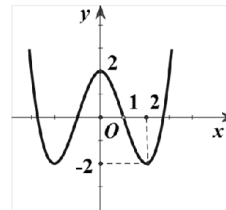
+ Lấy đối xứng phần (C) ứng với $x \in (-1; 1)$ qua trục hoành ta được (C_2) .

Khi đó đồ thị hàm số $y = (x-2)|x^2-1|$ gồm (C_1) và (C_2) .

Câu 6. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$ có đồ thị như hình 1. Đồ thị hình 2 là của hàm số nào dưới đây?



Hình 1



Hình 2

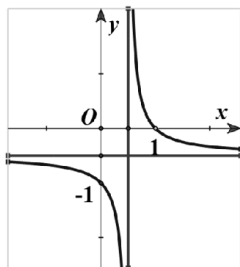
- A.** $y = |x^3 - 3x^2 + 2|$. **B.** $y = |x|^3 - 3x^2 + 2$
C. $y = |x-1|(x^2 - 2x - 2)$. **D.** $y = (x-1)|x^2 - 2x - 2|$.

Hướng dẫn

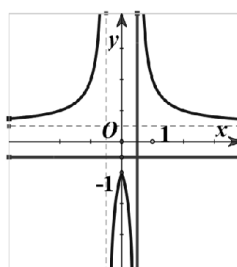
Từ đồ thị ban đầu (hình 1) sang đồ thị thứ 2 (hình 2) ta thấy
 Toàn bộ đồ thị phía “phải” Oy sau đó lấy đối xứng sang trái.

\Rightarrow **Chọn đáp án B.**

Câu 7. Cho hàm số $y = \frac{-x+1}{2x-1}$ có đồ thị như hình 1. Đồ thị hình 2 là của hàm số nào dưới đây?



Hình 1



Hình 2

A. $y = \frac{-x+1}{2x-1}$

B. $y = \frac{|x|+1}{2|x|-1}$

C. $y = \frac{-x+1}{2x-1}$

D. $y = \frac{-x+1}{|2x-1|}$

Hướng dẫn

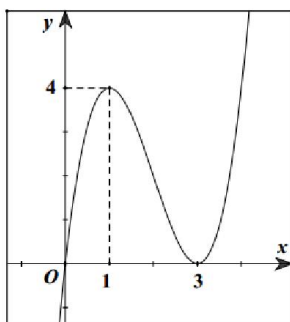
Từ đồ thị ban đầu (hình 1) sang đồ thị thứ 2 (hình 2) ta thấy

Toàn bộ đồ thị phía bên phải Oy được giữ nguyên

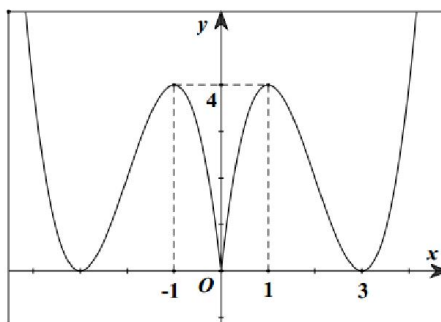
Sau đó, được lấy đối xứng sang trái.

Chọn đáp án B.

Câu 8. Cho hàm số $y = x^3 - 6x^2 + 9x$ có đồ thị như Hình 1. Khi đó đồ thị Hình 2 là của hàm số nào dưới đây?



Hình 1



Hình 2

A. $y = -x^3 + 6x^2 - 9x$. B. $y = |x^3 - 6x^2 + 9x|$.

C. $y = |x|^3 - 6x^2 + 9|x|$. D. $y = |x|^3 + 6|x|^2 + 9|x|$.

Lời giải

Chọn C

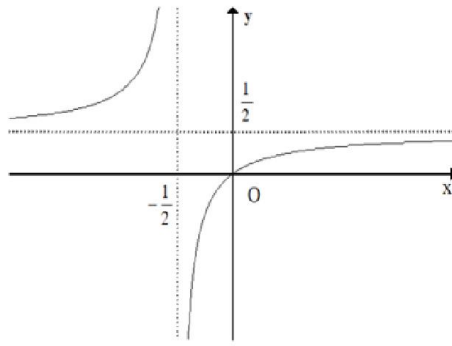
+/- Loại đáp án A vì: $y = -x^3 + 6x^2 - 9x = -(x^3 - 6x^2 + 9x)$

+/- Loại đáp án B, vì đồ thị của hàm số $y = |x^3 - 6x^2 + 9x|$ giữ lại phần đồ thị phía trên trục hoành và chỉ lấy đối xứng phần dưới trục hoành của đồ thị Hình 1.

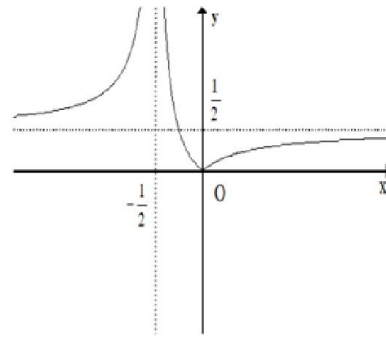
+/- Loại đáp án D vì hệ số của x^2 khác -6.

+/- Đồ thị ở đáp án C là đồ thị của hàm số dạng $y = f(|x|)$. Chọn đáp án C

Câu 9. (Cụm liên trường Hải Phòng -2019) Cho hàm số $y = \frac{x}{2x+1}$ có đồ thị như Hình 1. Đồ thị Hình 2 là của hàm số nào trong các đáp án A, B, C, D dưới đây?



Hình 1



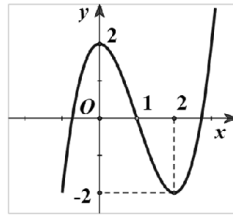
Hình 2

A. $y = \left| \frac{x}{2x+1} \right|$ B. $y = \frac{|x|}{2|x|+1}$ C. $y = \frac{x}{2|x|+1}$ D. $y = \left| \frac{|x|}{2|x|+1} \right|$

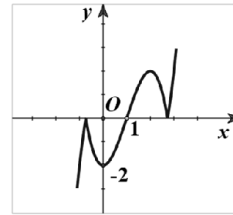
Lời giải

Chọn A

Câu 10. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$ có đồ thị như hình 1. Đồ thị hình 2 là của hàm số nào dưới đây?



Hình 1



Hình 2

A. $y = |x^3 - 3x^2 + 2|$ B. $y = |x|^3 - 3x^2 + 2$
C. $y = |x-1|(x^2 - 2x - 2)$ D. $y = (x-1)|x^2 - 2x - 2|$

Hướng dẫn

Ta có: $y = x^3 - 3x^2 + 2 = (x-1)(x^2 - 2x - 2)$

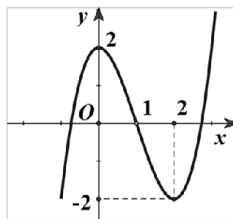
Từ đồ thị ban đầu (hình 1) sang đồ thị thứ 2 (hình 2) ta thấy

Toàn bộ đồ thị ứng với $\begin{cases} x \geq 1 + \sqrt{3} \\ x \leq 1 - \sqrt{3} \end{cases}$ được giữ nguyên.

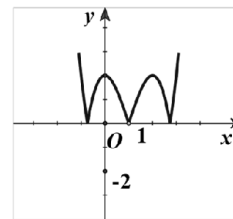
Phần đồ thị ứng với $1 - \sqrt{3} \leq x \leq 1 + \sqrt{3}$ lấy đối xứng qua trục hoành.

\Rightarrow **Chọn đáp án D.**

Câu 11. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$ có đồ thị như hình 1. Đồ thị hình 2 là của hàm số nào dưới đây?



Hình 1



Hình 2

A. $y = |x^3 - 3x^2 + 2|$ B. $y = |x|^3 - 3x^2 + 2$
C. $y = |x-1|(x^2 - 2x - 2)$ D. $y = (x-1)|x^2 - 2x - 2|$

Hướng dẫn

Ta có: $y = x^3 - 3x^2 + 2 = (x-1)(x^2 - 2x - 2)$

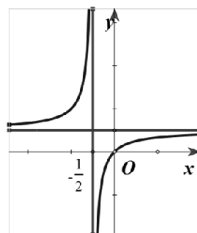
Từ đồ thị ban đầu (hình 1) sang đồ thị thứ 2 (hình 2) ta thấy

Toàn bộ đồ thị nằm phía trên Ox được giữ nguyên.

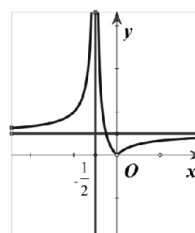
Phần đồ thị phía dưới Ox được lấy đối xứng qua Ox .

⇒ **Chọn đáp án A.**

Câu 12. Cho hàm số $y = \frac{x}{2x+1}$ có đồ thị như hình 1. Đồ thị hình 2 là của hàm số nào dưới đây?



Hình 1



Hình 2

A. $y = \frac{x}{2|x|+1}$

B. $y = \frac{|x|}{2|x|+1}$

C. $y = \left| \frac{x}{2x+1} \right|$

D. $y = \left| \frac{|x|}{2|x|+1} \right|$

Hướng dẫn

Từ đồ thị ban đầu (hình 1) sang đồ thị thứ 2 (hình 2) ta thấy

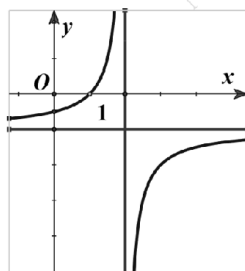
Toàn bộ đồ thị phía trên Ox giữ nguyên

Toàn bộ phần phía dưới Ox được lấy đối xứng lên trên

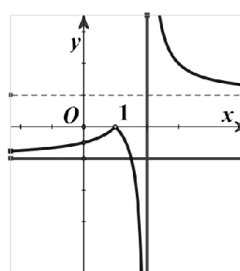
⇒ dạng $|f(x)|$.

Chọn đáp án C.

Câu 13. Cho hàm số $y = \frac{-x+1}{x-2}$ có đồ thị như hình 1. Đồ thị hình 2 là của hàm số nào dưới đây?



Hình 1



Hình 2

A. $y = \left| \frac{-x+1}{x-2} \right|$

B. $y = \frac{|x|+1}{|x|-2}$

C. $y = \frac{|-x+1|}{x-2}$

D. $y = \frac{-x+1}{|x-2|}$

Hướng dẫn

Từ đồ thị ban đầu (hình 1) sang đồ thị thứ 2 (hình 2) ta thấy

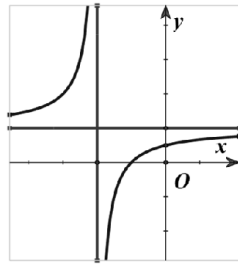
Toàn bộ đồ thị phía bên trái đường thẳng $x = 1$ được giữ nguyên

Toàn bộ đồ thị phía bên phải đường thẳng $x = 1$ lấy đối xứng qua Ox

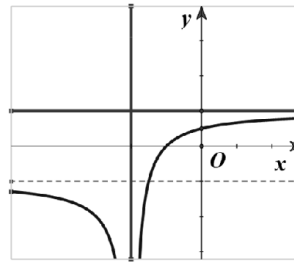
Chọn đáp án C.

Chú ý: $y = \frac{|-x+1|}{x-2} = \begin{cases} \frac{-x+1}{x-2}, & x \leq 1 \\ -\frac{-x+1}{x-2}, & x > 1 \end{cases}$

Câu 14. Cho hàm số $y = \frac{x+1}{x+2}$ có đồ thị như hình 1. Đồ thị hình 2 là của hàm số nào dưới đây?



Hình 1



Hình 2

A. $y = \left| \frac{x+1}{x+2} \right|$

B. $y = \frac{|x|+1}{|x|+2}$

C. $y = \frac{|x+1|}{x+2}$

D. $y = \frac{x+1}{|x+2|}$

Hướng dẫn

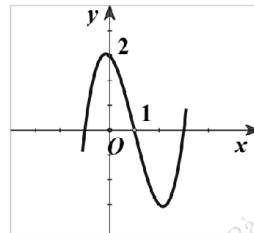
Từ đồ thị ban đầu (hình 1) sang đồ thị thứ 2 (hình 2) ta thấy

Toàn bộ đồ thị phía bên phải đường thẳng $x = -2$ được giữ nguyên

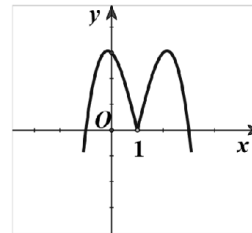
Toàn bộ đồ thị phía bên trái đường thẳng $x = -2$ lấy đối xứng qua Ox

Chọn đáp án D.

Câu 15. Cho hàm số $y = (x-1)(x^2 - 2x - 3)$ có đồ thị như hình 1. Đồ thị hình 2 là của hàm số nào dưới đây?



Hình 1



Hình 2

A. $y = |(x-1)(x^2 - 2x - 3)|$

B. $y = |x-1|(x^2 - 2x - 3)$

C. $y = -|x-1|(x^2 - 2x - 3)$

D. $y = (x-1)|x^2 - 2x - 3|$

Hướng dẫn

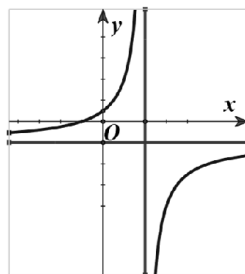
Từ đồ thị ban đầu (hình 1) sang đồ thị thứ 2 (hình 2) ta thấy

Toàn bộ đồ thị nằm bên trái (ứng với $x \leq 1$) đường thẳng $x = 1$ được giữ nguyên

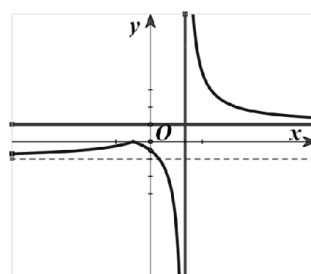
Toàn bộ đồ thị nằm bên phải (ứng với $x > 1$) đường thẳng $x = 1$ được lấy đối xứng qua Ox .

\Rightarrow **Chọn đáp án C.**

Câu 16. Cho hàm số $y = \frac{x+1}{-x+2}$ có đồ thị như hình 1. Đồ thị hình 2 là của hàm số nào dưới đây?



Hình 1



Hình 2

A. $y = \left| \frac{x+1}{x+2} \right|$

B. $y = \frac{|x+1|}{x-2}$

C. $y = \frac{|x+1|}{-x+2}$

D. $y = \frac{x+1}{|x+2|}$

Hướng dẫn

Từ đồ thị ban đầu (hình 1) sang đồ thị thứ 2 (hình 2) ta thấy

Toàn bộ đồ thị phía bên trái đường thẳng $x = -1$ (ứng với $x \leq -1$) được giữ nguyên

Toàn bộ đồ thị phía bên phải đường thẳng $x = -1$ (ứng với $x \leq -1$) được lấy đối xứng qua trục Ox .

Chọn đáp án **B.**

BẠN HỌC THAM KHẢO THÊM DẠNG CÂU KHÁC TẠI

<https://drive.google.com/drive/folders/15DX-hbY5paR0iUmcs4RU1DkA1-7QpKlG?usp=sharing>

Theo dõi Fanpage: **Nguyễn Bảo Vương** <https://www.facebook.com/tracnghiemtoanthpt489/>

Hoặc Facebook: **Nguyễn Vương** <https://www.facebook.com/phong.baovuong>

Tham gia ngay: **Nhóm Nguyễn Bảo Vương (TÀI LIỆU TOÁN)** <https://www.facebook.com/groups/703546230477890/>

Ấn sub kênh Youtube: Nguyễn Vương

https://www.youtube.com/channel/UCQ4u2J5gIEI1iRUbT3nwJfA?view_as=subscriber

Tải nhiều tài liệu hơn tại: <http://diendangiaovientoan.vn/>

ĐỂ NHẬN TÀI LIỆU SỚM NHẤT NHÉ!

Nguyễn Bảo Vương