

**TÀI LIỆU DÀNH CHO ĐỐI TƯỢNG HỌC SINH KHÁ – MỨC 7-8 ĐIỂM****Dạng 1. Nguyên hàm cơ bản có điều kiện**

<i>Bảng nguyên hàm của một số hàm thường gặp (với <math>C</math> là hằng số tùy ý)</i>	
① $\int 0 dx = C.$	$\longrightarrow \int k dx = kx + C.$
② $\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C.$	$\longrightarrow \int (ax+b)^n dx = \frac{1}{a} \frac{(ax+b)^{n+1}}{n+1} + C.$
③ $\int \frac{1}{x} dx = \ln x  + C.$	$\longrightarrow \int \frac{1}{ax+b} dx = \frac{1}{a} \ln ax+b  + C.$
④ $\int \frac{1}{x^2} dx = -\frac{1}{x} + C.$	$\longrightarrow \int \frac{1}{(ax+b)^2} dx = -\frac{1}{a} \cdot \frac{1}{ax+b} + C.$
⑤ $\int \sin x dx = -\cos x + C.$	$\longrightarrow \int \sin(ax+b) dx = -\frac{1}{a} \cos(ax+b) + C.$
⑥ $\int \cos x dx = \sin x + C.$	$\longrightarrow \int \cos(ax+b) dx = \frac{1}{a} \sin(ax+b) + C.$
⑦ $\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\cot x + C.$	$\longrightarrow \int \frac{dx}{\sin^2(ax+b)} = -\frac{1}{a} \cot(ax+b) + C.$
⑧ $\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \tan x + C.$	$\longrightarrow \int \frac{dx}{\cos^2(ax+b)} = \frac{1}{a} \tan(ax+b) + C.$
⑨ $\int e^x dx = e^x + C.$	$\longrightarrow \int e^{ax+b} dx = \frac{1}{a} e^{ax+b} + C.$
⑩ $\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C.$	$\longrightarrow \int a^{\alpha x+\beta} dx = \frac{1}{\alpha} \frac{a^{\alpha x+\beta}}{\ln a} + C.$
♦ <b>Nhận xét.</b> Khi thay $x$ bằng $(ax+b)$ thì khi lấy nguyên hàm nhân kết quả thêm $\frac{1}{a}$ .	

**Một số nguyên tắc tính cơ bản**

- Tích của đa thức hoặc lũy thừa  $\xrightarrow{PP}$  khai triển.
- Tích các hàm mũ  $\xrightarrow{PP}$  khai triển theo công thức mũ.
- Bậc chẵn của sin và cosin  $\Rightarrow$  Hạ bậc:  $\sin^2 a = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos 2a$ ,  $\cos^2 a = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos 2a$ .
- Chứa tích các căn thức của  $x \xrightarrow{PP}$  chuyển về lũy thừa.

**Câu 1.** (Đề Tham Khảo 2018) Cho hàm số  $f(x)$  xác định trên  $\mathbb{R} \setminus \left\{\frac{1}{2}\right\}$  thỏa mãn

$$f'(x) = \frac{2}{2x-1}, f(0)=1, f(1)=2. \text{ Giá trị của biểu thức } f(-1)+f(3) \text{ bằng}$$

- A.  $2+\ln 15$       B.  $3+\ln 15$       C.  $\ln 15$       D.  $4+\ln 15$

**Câu 2.** (Sở Phú Thọ 2019) Cho  $F(x)$  là một nguyên hàm của  $f(x) = \frac{1}{x-1}$  trên khoảng  $(1; +\infty)$  thỏa mãn  $F(e+1)=4$  Tìm  $F(x)$ .

- A.  $2\ln(x-1)+2$       B.  $\ln(x-1)+3$       C.  $4\ln(x-1)$       D.  $\ln(x-1)-3$

**Câu 3. (THPT Minh Khai Hà Tĩnh 2019)** Cho  $F(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{1}{x-2}$ , biết  $F(1) = 2$ . Giá trị của  $F(0)$  bằng

- A.  $2 + \ln 2$ .      B.  $\ln 2$ .      C.  $2 + \ln(-2)$ .      D.  $\ln(-2)$ .

**Câu 4. (KTNL GV Thuận Thành 2 Bắc Ninh 2019)** Cho  $F(x)$  là một nguyên hàm của hàm  $f(x) = \frac{1}{2x+1}$ ; biết  $F(0) = 2$ . Tính  $F(1)$ .

- A.  $F(1) = \frac{1}{2}\ln 3 - 2$ .      B.  $F(1) = \ln 3 + 2$ .      C.  $F(1) = 2\ln 3 - 2$ .      D.  $F(1) = \frac{1}{2}\ln 3 + 2$ .

**Câu 5. (Chuyên ĐHSPT Hà Nội 2019)** Hàm số  $F(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $y = \frac{1}{x}$  trên  $(-\infty; 0)$  thỏa mãn  $F(-2) = 0$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.  $F(x) = \ln\left(\frac{-x}{2}\right) \forall x \in (-\infty; 0)$   
 B.  $F(x) = \ln|x| + C \forall x \in (-\infty; 0)$  với  $C$  là một số thực bất kì.  
 C.  $F(x) = \ln|x| + \ln 2 \forall x \in (-\infty; 0)$ .  
 D.  $F(x) = \ln(-x) + C \forall x \in (-\infty; 0)$  với  $C$  là một số thực bất kì.

**Câu 6. (THPT Minh Khai Hà Tĩnh 2019)** Cho hàm số  $f(x)$  xác định trên  $\mathbb{R} \setminus \{1\}$  thỏa mãn  $f'(x) = \frac{1}{x-1}$ ,  $f(0) = 2017$ ,  $f(2) = 2018$ . Tính  $S = f(3) - f(-1)$ .

- A.  $S = \ln 4035$ .      B.  $S = 4$ .      C.  $S = \ln 2$ .      D.  $S = 1$ .

**Câu 7. (Mã 105 2017)** Cho  $F(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x) = e^x + 2x$  thỏa mãn  $F(0) = \frac{3}{2}$ . Tìm  $F(x)$ .

- A.  $F(x) = e^x + x^2 + \frac{1}{2}$       B.  $F(x) = e^x + x^2 + \frac{5}{2}$   
 C.  $F(x) = e^x + x^2 + \frac{3}{2}$       D.  $F(x) = 2e^x + x^2 - \frac{1}{2}$

**Câu 8. (THCS - THPT Nguyễn Khuyến 2019)** Biết  $F(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x) = e^{2x}$  và  $F(0) = 0$ . Giá trị của  $F(\ln 3)$  bằng

- A. 2.      B. 6.      C. 8.      D. 4.

**Câu 9. (Sở Bình Phước 2019)** Biết  $F(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $e^{2x}$  và  $F(0) = \frac{201}{2}$ . Giá trị  $F\left(\frac{1}{2}\right)$  là

- A.  $\frac{1}{2}e + 200$       B.  $2e + 100$       C.  $\frac{1}{2}e + 50$       D.  $\frac{1}{2}e + 100$

**Câu 10. (Chuyên Nguyễn Trãi Hải Dương 2019)** Hàm số  $f(x)$  có đạo hàm liên tục trên  $\mathbb{R}$  và:  $f'(x) = 2e^{2x} + 1, \forall x, f(0) = 2$ . Hàm  $f(x)$  là

- A.  $y = 2e^x + 2x$ .      B.  $y = 2e^x + 2$ .      C.  $y = e^{2x} + x + 2$ .      D.  $y = e^{2x} + x + 1$ .

- Câu 11. (Sở Bắc Ninh 2019)** Cho hàm số  $f(x) = 2x + e^x$ . Tìm một nguyên hàm  $F(x)$  của hàm số  $f(x)$  thỏa mãn  $F(0) = 2019$ .
- A.  $F(x) = x^2 + e^x + 2018$ . B.  $F(x) = x^2 + e^x - 2018$ .  
C.  $F(x) = x^2 + e^x + 2017$ . D.  $F(x) = e^x - 2019$ .
- Câu 12.** Gọi  $F(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 2^x$ , thỏa mãn  $F(0) = \frac{1}{\ln 2}$ . Tính giá trị biểu thức  $T = F(0) + F(1) + \dots + F(2018) + F(2019)$ .
- A.  $T = 1009 \cdot \frac{2^{2019} + 1}{\ln 2}$ . B.  $T = 2^{2019 \cdot 2020}$ .  
C.  $T = \frac{2^{2019} - 1}{\ln 2}$ . D.  $T = \frac{2^{2020} - 1}{\ln 2}$ .
- Câu 13. (Mã 104 2017)** Tìm nguyên hàm  $F(x)$  của hàm số  $f(x) = \sin x + \cos x$  thỏa mãn  $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2$ .
- A.  $F(x) = -\cos x + \sin x + 3$  B.  $F(x) = -\cos x + \sin x - 1$   
C.  $F(x) = -\cos x + \sin x + 1$  D.  $F(x) = \cos x - \sin x + 3$
- Câu 14. (Mã 123 2017)** Cho hàm số  $f(x)$  thỏa mãn  $f'(x) = 3 - 5\sin x$  và  $f(0) = 10$ . Mệnh đề nào dưới đây đúng?
- A.  $f(x) = 3x - 5\cos x + 15$  B.  $f(x) = 3x - 5\cos x + 2$   
C.  $f(x) = 3x + 5\cos x + 5$  D.  $f(x) = 3x + 5\cos x + 2$
- Câu 15. (Việt Đức Hà Nội 2019)** Cho hàm số  $f(x)$  thỏa mãn  $f'(x) = 2 - 5\sin x$  và  $f(0) = 10$ . Mệnh đề nào dưới đây đúng?
- A.  $f(x) = 2x + 5\cos x + 3$ . B.  $f(x) = 2x - 5\cos x + 15$ .  
C.  $f(x) = 2x + 5\cos x + 5$ . D.  $f(x) = 2x - 5\cos x + 10$ .
- Câu 16. (Liên Trường THPT Tp Vinh Nghệ An 2019)** Biết  $F(x)$  là một nguyên hàm của hàm  $f(x) = \cos 3x$  và  $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{2}{3}$ . Tính  $F\left(\frac{\pi}{9}\right)$ .
- A.  $F\left(\frac{\pi}{9}\right) = \frac{\sqrt{3} + 2}{6}$  B.  $F\left(\frac{\pi}{9}\right) = \frac{\sqrt{3} - 2}{6}$  C.  $F\left(\frac{\pi}{9}\right) = \frac{\sqrt{3} + 6}{6}$  D.  $F\left(\frac{\pi}{9}\right) = \frac{\sqrt{3} - 6}{6}$
- Câu 17. (Chuyên Lê Quý Đôn Quảng Trị 2019)** Cho  $F(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{1}{\cos^2 x}$ . Biết  $F\left(\frac{\pi}{4} + k\pi\right) = k$  với mọi  $k \in \mathbb{Z}$ . Tính  $F(0) + F(\pi) + F(2\pi) + \dots + F(10\pi)$ .
- A. 55. B. 44. C. 45. D. 0.
- Câu 18. (Yên Lạc 2 - Vĩnh Phúc - 2020)** Gọi  $F(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 2^x$ , thỏa mãn  $F(0) = \frac{1}{\ln 2}$ . Tính giá trị biểu thức  $T = F(0) + F(1) + F(2) + \dots + F(2019)$ .
- A.  $T = \frac{2^{2020} - 1}{\ln 2}$ . B.  $T = 1009 \cdot \frac{2^{2019} - 1}{2}$ . C.  $T = 2^{2019 \cdot 2020}$ . D.  $T = \frac{2^{2019} - 1}{\ln 2}$ .

**Dạng 2. Tìm nguyên hàm bằng phương pháp đổi biến số**

“Nếu  $\int f(x) dx = F(x) + C$  thì  $\int f(u(x)) \cdot u'(x) dx = F(u(x)) + C$ ”.

Giả sử ta cần tìm họ nguyên hàm  $I = \int f(x) dx$ , trong đó ta có thể phân tích

$f(x) = g(u(x))u'(x) dx$  thì ta thực hiện phép đổi biến số  $t = u(x)$

$\Rightarrow dt = u'(x) dx$ . Khi đó:  $I = \int g(t) dt = G(t) + C = G(u(x)) + C$

**Chú ý:** Sau khi ta tìm được họ nguyên hàm theo  $t$  thì ta phải thay  $t = u(x)$

### 1. Đổi biến số với một số hàm thường gặp

- $\int f(ax+b)^n x dx \xrightarrow{PP} t = ax+b$ . •  $\int_a^b \sqrt[n]{f(x)} f'(x) dx \xrightarrow{PP} t = \sqrt[n]{f(x)}$ .
- $\int_a^b f(\ln x) \frac{1}{x} dx \xrightarrow{PP} t = \ln x$ . •  $\int_a^b f(e^x) e^x dx \xrightarrow{PP} t = e^x$ .
- $\int_a^b f(\sin x) \cos x dx \xrightarrow{PP} t = \sin x$ . •  $\int_a^b f(\cos x) \sin x dx \xrightarrow{PP} t = \cos x$ .
- $\int_a^b f(\tan x) \frac{1}{\cos^2 x} dx \xrightarrow{PP} t = \tan x$ . •  $\int_a^b f(\sin x \pm \cos x) (\sin x \pm \cos x) dx \Rightarrow t = \sin x \pm \cos x$ .
- $\int_a^\beta f(\sqrt{a^2 - x^2}) x^{2n} dx \xrightarrow{PP} x = a \sin t$ . •  $\int_a^\beta f\left(\sqrt{x^2 + a^2}\right) x^{2n} dx \xrightarrow{PP} x = a \tan t$ .
- $\int_a^\beta f\left(\sqrt{\frac{a \pm x}{a \mp x}}\right) dx \xrightarrow{PP} x = a \cos 2t$ . •  $\int_a^\beta \frac{dx}{\sqrt{(ax+b)(cx+d)}} \Rightarrow t = \sqrt{ax+b} + \sqrt{cx+d}$ .
- $\int_a^\beta R\left[\sqrt[5]{ax+b}, \sqrt[5]{ax+b}\right] dx \Rightarrow t^n = ax+b$ . •  $\int_a^\beta \frac{dx}{(a+bx^n)\sqrt[n]{a+bx^n}} \xrightarrow{PP} x = \frac{1}{t}$ .

### 2. Đổi biến số với hàm ẩn

- **Nhận dạng tương đối:** Đề cho  $f(x)$ , yêu cầu tính  $f(\neq x)$  hoặc đề cho  $f(\neq x)$ , yêu cầu tính  $f(x)$ .
- **Phương pháp:** Đặt  $t = (\neq x)$ .
- **Lưu ý:** Đổi biến nhớ đổi cận và ở trên đã sử dụng tính chất: “**Tích phân không phụ thuộc vào biến số, mà chỉ phụ thuộc vào hai cận**”, nghĩa là  $\int_a^b f(u) du = \int_a^b f(t) dt = \dots = \int_a^b f(x) dx = \dots$

**Câu 19. (Mã 101 – 2020 Lần 2)** Biết  $F(x) = e^x + x^2$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x)$  trên  $\mathbb{R}$ . Khi đó  $\int f(2x) dx$  bằng

- A.  $2e^x + 2x^2 + C$ .      B.  $\frac{1}{2}e^{2x} + x^2 + C$ .      C.  $\frac{1}{2}e^{2x} + 2x^2 + C$ .      D.  $e^{2x} + 4x^2 + C$ .

**Câu 20. (Mã 102 - 2020 Lần 2)** Biết  $F(x) = e^x - 2x^2$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x)$  trên  $\mathbb{R}$ . Khi đó  $\int f(2x) dx$  bằng

- A.  $2e^x - 4x^2 + C$ .      B.  $\frac{1}{2}e^{2x} - 4x^2 + C$ .      C.  $e^{2x} - 8x^2 + C$ .      D.  $\frac{1}{2}e^{2x} - 2x^2 + C$ .

**Câu 21. (Mã 103 - 2020 Lần 2)** Biết  $F(x) = e^x - x^2$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x)$  trên  $\mathbb{R}$ . Khi đó  $\int f(2x) dx$  bằng

- A.  $\frac{1}{2}e^{2x} - 2x^2 + C$ .      B.  $e^{2x} - 4x^2 + C$ .      C.  $2e^x - 2x^2 + C$ .      D.  $\frac{1}{2}e^{2x} - x^2 + C$ .

- Câu 22.** (Mã 104 - 2020 Lần 2) Biết  $F(x) = e^x + 2x^2$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x)$  trên  $\mathbb{R}$ . Khi đó  $\int f(2x)dx$  bằng
- A.  $e^{2x} + 8x^2 + C$ .      B.  $2e^x + 4x^2 + C$ .      C.  $\frac{1}{2}e^{2x} + 2x^2 + C$ .      D.  $\frac{1}{2}e^{2x} + 4x^2 + C$ .
- Câu 28.** [DS12.C3.1.D09.b] (Thi thử Lâmônôxốp - Hà Nội lần V 2019) Biết  $\int f(2x)dx = \sin^2 x + \ln x + C$ . Tìm nguyên hàm  $\int f(x)dx$ ?
- A.  $\int f(x)dx = \sin^2 \frac{x}{2} + \ln x + C$ .      B.  $\int f(x)dx = 2\sin^2 2x + 2\ln x + C$ .  
 C.  $\int f(x)dx = 2\sin^2 \frac{x}{2} + 2\ln x + C$ .      D.  $\int f(x)dx = 2\sin^2 x + 2\ln x + C$ .
- Câu 46.** [DS12.C3.1.D09.b] Cho  $\int f(4x)dx = x^2 + 3x + c$ . Mệnh đề nào dưới đây đúng?
- A.  $\int f(x+2)dx = \frac{x^2}{4} + 2x + C$ .      B.  $\int f(x+2)dx = x^2 + 7x + C$ .  
 C.  $\int f(x+2)dx = \frac{x^2}{4} + 4x + C$ .      D.  $\int f(x+2)dx = \frac{x^2}{2} + 4x + C$ .
- Câu 5.** [DS12.C3.1.D09.b] Cho  $\int f(x)dx = 4x^3 + 2x + C_0$ . Tính  $I = \int xf(x^2)dx$ .
- A.  $I = 2x^6 + x^2 + C$ .      B.  $I = \frac{x^{10}}{10} + \frac{x^6}{6} + C$ .  
 C.  $I = 4x^6 + 2x^2 + C$ .      D.  $I = 12x^2 + 2$ .
- Câu 23.** (Sở Bắc Ninh 2019) Tìm họ nguyên hàm của hàm số  $f(x) = x^2 \cdot e^{x^3+1}$ .
- A.  $\int f(x)dx = \frac{x^3}{3} \cdot e^{x^3+1} + C$ .      B.  $\int f(x)dx = 3e^{x^3+1} + C$ .  
 C.  $\int f(x)dx = e^{x^3+1} + C$ .      D.  $\int f(x)dx = \frac{1}{3}e^{x^3+1} + C$ .
- Câu 24.** (THPT Hà Huy Tập - 2018) Nguyên hàm của  $f(x) = \sin 2x \cdot e^{\sin^2 x}$  là
- A.  $\sin^2 x \cdot e^{\sin^2 x-1} + C$ .      B.  $\frac{e^{\sin^2 x+1}}{\sin^2 x+1} + C$ .      C.  $e^{\sin^2 x} + C$ .      D.  $\frac{e^{\sin^2 x-1}}{\sin^2 x-1} + C$ .
- Câu 25.** Tìm tất cả các họ nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{1}{x^9+3x^5}$
- A.  $\int f(x)dx = -\frac{1}{3x^4} + \frac{1}{36} \ln \left| \frac{x^4}{x^4+3} \right| + C$       B.  $\int f(x)dx = -\frac{1}{12x^4} - \frac{1}{36} \ln \left| \frac{x^4}{x^4+3} \right| + C$   
 C.  $\int f(x)dx = -\frac{1}{3x^4} - \frac{1}{36} \ln \left| \frac{x^4}{x^4+3} \right| + C$       D.  $\int f(x)dx = -\frac{1}{12x^4} + \frac{1}{36} \ln \left| \frac{x^4}{x^4+3} \right| + C$
- Câu 26.** (Chuyên Lê Hồng Phong Nam Định 2019) Tìm hàm số  $F(x)$  biết  $F(x) = \int \frac{x^3}{x^4+1}dx$  và  $F(0) = 1$ .
- A.  $F(x) = \ln(x^4+1) + 1$ .      B.  $F(x) = \frac{1}{4} \ln(x^4+1) + \frac{3}{4}$ .  
 C.  $F(x) = \frac{1}{4} \ln(x^4+1) + 1$ .      D.  $F(x) = 4 \ln(x^4+1) + 1$ .

**Câu 27.** Biết  $\int \frac{(x-1)^{2017}}{(x+1)^{2019}} dx = \frac{1}{a} \cdot \left( \frac{x-1}{x+1} \right)^b + C, x \neq -1$  với  $a, b \in \mathbb{N}^*$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.  $a = 2b$ . B.  $b = 2a$ . C.  $a = 2018b$ . D.  $b = 2018a$ .

**Câu 28. (Chuyên Quốc Học Huế - 2018)** Biết rằng  $F(x)$  là một nguyên hàm trên  $\mathbb{R}$  của hàm số

$$f(x) = \frac{2017x}{(x^2+1)^{2018}} \text{ thỏa mãn } F(1) = 0. \text{ Tìm giá trị nhỏ nhất } m \text{ của } F(x).$$

- A.  $m = -\frac{1}{2}$ . B.  $m = \frac{1-2^{2017}}{2^{2018}}$ . C.  $m = \frac{1+2^{2017}}{2^{2018}}$ . D.  $m = \frac{1}{2}$ .

**Câu 29.** Cho  $F(x)$  là nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{1}{e^x+1}$  và  $F(0) = -\ln 2e$ . Tập nghiệm  $S$  của phương trình  $F(x) + \ln(e^x+1) = 2$  là:

- A.  $S = \{3\}$  B.  $S = \{2; 3\}$  C.  $S = \{-2; 3\}$  D.  $S = \{-3; 3\}$

**Câu 30. (THPT Lê Quý Đôn Đà Nẵng 2019)** Họ nguyên hàm của hàm số  $f(x) = x^3(x^2+1)^{2019}$  là

- A.  $\frac{1}{2} \left[ \frac{(x^2+1)^{2021}}{2021} - \frac{(x^2+1)^{2020}}{2020} \right]$ . B.  $\frac{(x^2+1)^{2021}}{2021} - \frac{(x^2+1)^{2020}}{2020}$ .  
C.  $\frac{(x^2+1)^{2021}}{2021} - \frac{(x^2+1)^{2020}}{2020} + C$ . D.  $\frac{1}{2} \left[ \frac{(x^2+1)^{2021}}{2021} - \frac{(x^2+1)^{2020}}{2020} \right] + C$ .

**Câu 31. (THPT Hà Huy Tập - 2018)** Nguyên hàm của  $f(x) = \frac{1+\ln x}{x \cdot \ln x}$  là:

- A.  $\int \frac{1+\ln x}{x \cdot \ln x} dx = \ln |\ln x| + C$ . B.  $\int \frac{1+\ln x}{x \cdot \ln x} dx = \ln |x^2 \cdot \ln x| + C$ .  
C.  $\int \frac{1+\ln x}{x \cdot \ln x} dx = \ln |x + \ln x| + C$ . D.  $\int \frac{1+\ln x}{x \cdot \ln x} dx = \ln |x \cdot \ln x| + C$ .

**Câu 32. (Chuyên Hạ Long - 2018)** Tìm họ nguyên hàm của hàm số  $f(x) = x^2 e^{x^3+1}$

- A.  $\int f(x) dx = e^{x^3+1} + C$ . B.  $\int f(x) dx = 3e^{x^3+1} + C$ .  
C.  $\int f(x) dx = \frac{1}{3} e^{x^3+1} + C$ . D.  $\int f(x) dx = \frac{x^3}{3} e^{x^3+1} + C$ .

**Câu 33. (Chuyên Lương Văn Chánh Phú Yên 2019)** Nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \sqrt[3]{3x+1}$  là

- A.  $\int f(x) dx = (3x+1) \sqrt[3]{3x+1} + C$ . B.  $\int f(x) dx = \sqrt[3]{3x+1} + C$ .  
C.  $\int f(x) dx = \frac{1}{3} \sqrt[3]{3x+1} + C$ . D.  $\int f(x) dx = \frac{1}{4} (3x+1) \sqrt[3]{3x+1} + C$ .

**Câu 34.** Nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \sqrt{3x+2}$  là

- A.  $\frac{2}{3} (3x+2) \sqrt{3x+2} + C$  B.  $\frac{1}{3} (3x+2) \sqrt{3x+2} + C$   
C.  $\frac{2}{9} (3x+2) \sqrt{3x+2} + C$  D.  $\frac{3}{2} \frac{1}{\sqrt{3x+2}} + C$

**Câu 35. (HSG Bắc Ninh 2019)** Họ nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \sqrt{2x+1}$  là

A.  $-\frac{1}{3}(2x+1)\sqrt{2x+1}+C.$

B.  $\frac{1}{2}\sqrt{2x+1}+C.$

C.  $\frac{2}{3}(2x+1)\sqrt{2x+1}+C.$

D.  $\frac{1}{3}(2x+1)\sqrt{2x+1}+C.$

**Câu 36. (THPT An Lão Hải Phòng 2019)** Cho hàm số  $f(x) = 2^{\sqrt{x}} \cdot \frac{\ln 2}{\sqrt{x}}$ . Hàm số nào dưới đây **không** là nguyên hàm của hàm số  $f(x)$ ?

A.  $F(x) = 2^{\sqrt{x}} + C$

B.  $F(x) = 2(2^{\sqrt{x}} - 1) + C$

C.  $F(x) = 2(2^{\sqrt{x}} + 1) + C$

D.  $F(x) = 2^{\sqrt{x}+1} + C$

**Câu 37. (THPT Yên Phong Số 1 Bắc Ninh 2019)** Khi tính nguyên hàm  $\int \frac{x-3}{\sqrt{x+1}} dx$ , bằng cách đặt  $u = \sqrt{x+1}$  ta được nguyên hàm nào?

A.  $\int 2(u^2 - 4) du.$

B.  $\int (u^2 - 4) du.$

C.  $\int (u^2 - 3) du.$

D.  $\int 2u(u^2 - 4) du.$

**Câu 38. (Chuyên Hạ Long - 2018)** Tìm họ nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{1}{2\sqrt{2x+1}}$ .

A.  $\int f(x) dx = \frac{1}{2}\sqrt{2x+1} + C.$

B.  $\int f(x) dx = \sqrt{2x+1} + C.$

C.  $\int f(x) dx = 2\sqrt{2x+1} + C.$

D.  $\int f(x) dx = \frac{1}{(2x+1)\sqrt{2x+1}} + C.$

**Câu 39. (THCS - THPT Nguyễn Khuyến - 2018)** Nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1})$  là

A.  $F(x) = x \ln(x + \sqrt{x^2 + 1}) + \sqrt{x^2 + 1} + C.$

B.  $F(x) = x \ln(x + \sqrt{x^2 + 1}) - \sqrt{x^2 + 1} + C.$

C.  $F(x) = x \ln(x + \sqrt{x^2 + 1}) + C.$

D.  $F(x) = x^2 \ln(x + \sqrt{x^2 + 1}) + C.$

**Câu 40. (Chuyên Hạ Long - 2018)** Biết rằng trên khoảng  $\left(\frac{3}{2}; +\infty\right)$ , hàm số  $f(x) = \frac{20x^2 - 30x + 7}{\sqrt{2x-3}}$  có một nguyên hàm  $F(x) = (ax^2 + bx + c)\sqrt{2x-3}$  ( $a, b, c$  là các số nguyên). Tổng  $S = a + b + c$  bằng

A. 4.

B. 3.

C. 5.

D. 6.

**Câu 41. (Chuyên Bắc Ninh 2019)** Tìm nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{\sin x}{1 + 3 \cos x}$ .

A.  $\int f(x) dx = \frac{1}{3} \ln|1 + 3 \cos x| + C.$

B.  $\int f(x) dx = \ln|1 + 3 \cos x| + C.$

C.  $\int f(x) dx = 3 \ln|1 + 3 \cos x| + C.$

D.  $\int f(x) dx = -\frac{1}{3} \ln|1 + 3 \cos x| + C.$

**Câu 42. (Sở Thanh Hóa 2019)** Tìm các hàm số  $f(x)$  biết  $f'(x) = \frac{\cos x}{(2 + \sin x)^2}$ .

A.  $f(x) = \frac{\sin x}{(2 + \sin x)^2} + C.$

B.  $f(x) = \frac{1}{(2 + \cos x)} + C.$

C.  $f(x) = -\frac{1}{2 + \sin x} + C.$

D.  $f(x) = \frac{\sin x}{2 + \sin x} + C.$

**Câu 43. (THPT Quang Trung Đồng Đa Hà Nội 2019)** Biết  $F(x)$  là một nguyên hàm của hàm số

$$f(x) = \frac{\sin x}{1+3\cos x} \text{ và } F\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2. \text{ Tính } F(0).$$

A.  $F(0) = -\frac{1}{3}\ln 2 + 2$ . B.  $F(0) = -\frac{2}{3}\ln 2 + 2$ . C.  $F(0) = -\frac{2}{3}\ln 2 - 2$ . D.  $F(0) = -\frac{1}{3}\ln 2 - 2$ .

**Câu 44. (Liên Trường THPT Tp Vinh Nghệ An 2019)** Biết  $\int f(x)dx = 3x \cos(2x-5) + C$ . Tìm khẳng định đúng trong các khẳng định sau.

A.  $\int f(3x)dx = 3x \cos(6x-5) + C$  B.  $\int f(3x)dx = 9x \cos(6x-5) + C$   
C.  $\int f(3x)dx = 9x \cos(2x-5) + C$  D.  $\int f(3x)dx = 3x \cos(2x-5) + C$

**Câu 45. (Chuyên Hạ Long - 2018)** Tìm họ nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \tan^5 x$ .

A.  $\int f(x)dx = \frac{1}{4}\tan^4 x - \frac{1}{2}\tan^2 x + \ln|\cos x| + C$ .  
B.  $\int f(x)dx = \frac{1}{4}\tan^4 x + \frac{1}{2}\tan^2 x - \ln|\cos x| + C$ .  
C.  $\int f(x)dx = \frac{1}{4}\tan^4 x + \frac{1}{2}\tan^2 x + \ln|\cos x| + C$ .  
D.  $\int f(x)dx = \frac{1}{4}\tan^4 x - \frac{1}{2}\tan^2 x - \ln|\cos x| + C$ .

**Câu 46. (Hồng Bàng - Hải Phòng - 2018)** Biết  $F(x)$  là một nguyên hàm của hàm số

$$f(x) = \sin^3 x \cdot \cos x \text{ và } F(0) = \pi. \text{ Tính } F\left(\frac{\pi}{2}\right).$$

A.  $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = -\pi$ . B.  $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = \pi$ . C.  $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = -\frac{1}{4} + \pi$ . D.  $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{1}{4} + \pi$ .

**Câu 47.** Cho  $F(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{1}{x \ln x}$  thỏa mãn  $F\left(\frac{1}{e}\right) = 2$  và  $F(e) = \ln 2$ .

Giá trị của biểu thức  $F\left(\frac{1}{e^2}\right) + F(e^2)$  bằng

A.  $3\ln 2 + 2$ . B.  $\ln 2 + 2$ . C.  $\ln 2 + 1$ . D.  $2\ln 2 + 1$ .

**Câu 48. (Chuyên Nguyễn Huệ-HN 2019)** Gọi  $F(x)$  là nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{x}{\sqrt{8-x^2}}$  thỏa mãn  $F(2) = 0$ . Khi đó phương trình  $F(x) = x$  có nghiệm là:

A.  $x = 0$ . B.  $x = 1$ . C.  $x = -1$ . D.  $x = 1 - \sqrt{3}$ .

**Câu 49.** Gọi  $F(x)$  là nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{2x}{\sqrt{x+1}} - \frac{1}{x^2}$ . Biết  $F(3) = 6$ , giá trị của  $F(8)$  là

A.  $\frac{217}{8}$ . B. 27. C.  $\frac{215}{24}$ . D.  $\frac{215}{8}$ .

**Câu 50.** Họ nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{20x^2 - 30x + 7}{\sqrt{2x-3}}$  trên khoảng  $\left(\frac{3}{2}; +\infty\right)$  là

A.  $(4x^2 + 2x + 1)\sqrt{2x-3} + C$ . B.  $(4x^2 - 2x + 1)\sqrt{2x-3}$ .  
C.  $(3x^2 - 2x + 1)\sqrt{2x-3}$ . D.  $(4x^2 - 2x + 1)\sqrt{2x-3} + C$ .

### Dạng 3. Nguyên hàm của hàm số hữu tỉ



**1. Công thức thường áp dụng**

- $\int \frac{1}{ax+b} dx = \frac{1}{a} \ln|ax+b| + C$ . •  $\int \frac{1}{(ax+b)^2} dx = -\frac{1}{a} \cdot \frac{1}{ax+b} + C$ .
- $\ln a + \ln b = \ln(ab)$ . •  $\ln a - \ln b = \ln \frac{a}{b}$ .
- $\ln a^n = n \ln a$ . •  $\ln 1 = 0$ .

**2. Phương pháp tính nguyên hàm, tích phân của hàm số hữu tỷ  $I = \int \frac{P(x)}{Q(x)} dx$ .**

- Nếu bậc của tử số  $P(x) \geq$  bậc của mẫu số  $Q(x) \xrightarrow{PP}$  Chia đa thức.
- Nếu bậc của tử số  $P(x) <$  bậc của mẫu số  $Q(x) \xrightarrow{PP}$  phân tích mẫu  $Q(x)$  thành tích số, rồi sử dụng phương pháp che để đưa về công thức nguyên hàm số 01.
- Nếu mẫu không phân tích được thành tích số  $\xrightarrow{PP}$  thêm bớt để đổi biến hoặc lượng giác hóa bằng cách đặt  $X = a \tan t$ , nếu mẫu đưa được về dạng  $X^2 + a^2$ .

**Câu 51. (Đề Minh Họa 2020 Lần 1)** Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{x+2}{x-1}$  trên khoảng  $(1; +\infty)$  là

- A.  $x + 3 \ln(x-1) + C$ .    B.  $x - 3 \ln(x-1) + C$ .  
 C.  $x - \frac{3}{(x-1)^2} + C$ .    D.  $x + \frac{3}{(x-1)^2} + C$ .

**Câu 52. (Mã đề 104 - BGD - 2019)** Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{3x-2}{(x-2)^2}$  trên khoảng  $(2; +\infty)$  là

- A.  $3 \ln(x-2) + \frac{2}{x-2} + C$     B.  $3 \ln(x-2) - \frac{2}{x-2} + C$   
 C.  $3 \ln(x-2) - \frac{4}{x-2} + C$     D.  $3 \ln(x-2) + \frac{4}{x-2} + C$ .

**Câu 53. (Mã đề 101 - BGD - 2019)** Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{2x-1}{(x+1)^2}$  trên khoảng  $(-1; +\infty)$  là

- A.  $2 \ln(x+1) + \frac{2}{x+1} + C$ .    B.  $2 \ln(x+1) + \frac{3}{x+1} + C$ .  
 C.  $2 \ln(x+1) - \frac{2}{x+1} + C$ .    D.  $2 \ln(x+1) - \frac{3}{x+1} + C$ .

**Câu 54. (Chuyên Lê Quý Đôn Diên Biên 2019)** Tìm một nguyên hàm  $F(x)$  của hàm số  $f(x) = ax + \frac{b}{x^2} (x \neq 0)$ , biết rằng  $F(-1) = 1, F(1) = 4, f(1) = 0$

- A.  $F(x) = \frac{3}{2}x^2 + \frac{3}{4x} - \frac{7}{4}$ .    B.  $F(x) = \frac{3}{4}x^2 - \frac{3}{2x} - \frac{7}{4}$ .  
 C.  $F(x) = \frac{3}{4}x^2 + \frac{3}{2x} + \frac{7}{4}$ .    D.  $F(x) = \frac{3}{2}x^2 - \frac{3}{2x} - \frac{1}{2}$ .

**Câu 55.** Cho biết  $\int \frac{2x-13}{(x+1)(x-2)} dx = a \ln|x+1| + b \ln|x-2| + C$ .

Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.  $a+2b=8$ . B.  $a+b=8$ . C.  $2a-b=8$ . D.  $a-b=8$ .

**Câu 56.** Cho biết  $\int \frac{1}{x^3-x} dx = a \ln|(x-1)(x+1)| + b \ln|x| + C$ . Tính giá trị biểu thức:  $P = 2a + b$ .

- A. 0. B. -1. C.  $\frac{1}{2}$ . D. 1.

**Câu 57.** Cho biết  $\int \frac{4x+11}{x^2+5x+6} dx = a \ln|x+2| + b \ln|x+3| + C$ . Tính giá trị biểu thức:  $P = a^2 + ab + b^2$ .

- A. 12. B. 13. C. 14. D. 15.

**Câu 58.** Cho hàm số  $f(x)$  thỏa mãn  $f'(x) = ax^2 + \frac{b}{x^3}$ ,  $f'(1) = 3$ ,  $f(1) = 2$ ,  $f\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{12}$ . Khi đó  $2a + b$  bằng

- A.  $-\frac{3}{2}$ . B. 0. C. 5. D.  $\frac{3}{2}$ .

**Câu 59.** (Mã 102 2019) Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{3x-1}{(x-1)^2}$  trên khoảng  $(1; +\infty)$  là

- A.  $3 \ln(x-1) - \frac{1}{x-1} + c$ . B.  $3 \ln(x-1) + \frac{2}{x-1} + c$ .  
C.  $3 \ln(x-1) - \frac{2}{x-1} + c$ . D.  $3 \ln(x-1) + \frac{1}{x-1} + c$ .

**Câu 60.** (Mã 103 - 2019) Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{2x+1}{(x+2)^2}$  trên khoảng  $(-2; +\infty)$  là

- A.  $2 \ln(x+2) + \frac{3}{x+2} + C$ . B.  $2 \ln(x+2) + \frac{1}{x+2} + C$ .  
C.  $2 \ln(x+2) - \frac{1}{x+2} + C$ . D.  $2 \ln(x+2) - \frac{3}{x+2} + C$ .

**Câu 61.** (THPT Yên Khánh - Ninh Bình - 2019) Cho  $F(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{2x+1}{x^4+2x^3+x^2}$  trên khoảng  $(0; +\infty)$  thỏa mãn  $F(1) = \frac{1}{2}$ . Giá trị của biểu thức  $S = F(1) + F(2) + F(3) + \dots + F(2019)$  bằng

- A.  $\frac{2019}{2020}$ . B.  $\frac{2019 \cdot 2021}{2020}$ . C.  $2018 \frac{1}{2020}$ . D.  $-\frac{2019}{2020}$ .

**Câu 62.** Giả sử  $\int \frac{(2x+3)dx}{x(x+1)(x+2)(x+3)+1} = -\frac{1}{g(x)} + C$  ( $C$  là hằng số).

Tính tổng các nghiệm của phương trình  $g(x) = 0$ .

- A. -1. B. 1. C. 3. D. -3.

**Câu 63.** (Nam Trực - Nam Định - 2018) Cho  $I = \int \frac{1}{x^3(1+x^2)} dx = \frac{-a}{x^2} - b \ln|x| + 2c \ln(1+x^2) + C$ . Khi

đó  $S = a + b + c$  bằng

- A.  $-\frac{1}{4}$ . B.  $\frac{3}{4}$ . C.  $\frac{7}{4}$ . D. 2.

- Câu 64. (Trường VINSCHOOL - 2020)** Cho hàm số  $f(x)$  xác định trên  $\mathbb{R} \setminus \{-1; 1\}$  thỏa mãn  $f'(x) = \frac{1}{x^2 - 1}$ . Biết  $f(3) + f(-3) = 4$  và  $f\left(\frac{1}{3}\right) + f\left(\frac{-1}{3}\right) = 2$ . Giá trị của biểu thức  $f(-5) + f(0) + f(2)$  bằng
- A.  $5 - \frac{1}{2} \ln 2$ .      B.  $6 - \frac{1}{2} \ln 2$ .      C.  $5 + \frac{1}{2} \ln 2$ .      D.  $6 + \frac{1}{2} \ln 2$ .
- Câu 65. (Quảng Xương - Thanh Hóa - 2018)** Cho hàm số  $f(x)$  xác định trên  $\mathbb{R} \setminus \{-2; 1\}$  thỏa mãn  $f'(x) = \frac{1}{x^2 + x - 2}$ ,  $f(-3) - f(3) = 0$  và  $f(0) = \frac{1}{3}$ . Giá trị của biểu thức  $f(-4) + f(-1) - f(4)$  bằng
- A.  $\frac{1}{3} \ln 2 + \frac{1}{3}$ .      B.  $\ln 80 + 1$ .      C.  $\frac{1}{3} \ln \frac{4}{5} + \ln 2 + 1$ .      D.  $\frac{1}{3} \ln \frac{8}{5} + 1$ .
- Câu 66. (Chuyên Nguyễn Quang Diêu - Đồng Tháp - 2018)** Cho hàm số  $f(x)$  xác định trên  $\mathbb{R} \setminus \{1\}$  thỏa mãn  $f'(x) = \frac{1}{x-1}$ ,  $f(0) = 2017$ ,  $f(2) = 2018$ . Tính  $S = (f(3) - 2018)(f(-1) - 2017)$ .
- A.  $S = 1$ .      B.  $S = 1 + \ln^2 2$ .      C.  $S = 2 \ln 2$ .      D.  $S = \ln^2 2$ .
- Câu 67. (Sở Phú Thọ - 2018)** Cho hàm số  $f(x)$  xác định trên  $\mathbb{R} \setminus \{-1; 1\}$  thỏa mãn  $f'(x) = \frac{2}{x^2 - 1}$ ,  $f(-2) + f(2) = 0$  và  $f\left(-\frac{1}{2}\right) + f\left(\frac{1}{2}\right) = 2$ . Tính  $f(-3) + f(0) + f(4)$  được kết quả
- A.  $\ln \frac{6}{5} + 1$ .      B.  $\ln \frac{6}{5} - 1$ .      C.  $\ln \frac{4}{5} + 1$ .      D.  $\ln \frac{4}{5} - 1$ .

**Dạng 4. Nguyên hàm từng phần**

Cho hai hàm số  $u$  và  $v$  liên tục trên  $[a; b]$  và có đạo hàm liên tục trên  $[a; b]$ . Khi đó:

$$\int u dv = uv - \int v du (*)$$

Để tính tích phân  $I = \int_a^b f(x) dx$  bằng phương pháp từng phần ta làm như sau:

**Bước 1:** Chọn  $u, v$  sao cho  $f(x) dx = u dv$  (chú ý:  $dv = v'(x) dx$ ).

Tính  $v = \int dv$  và  $du = u' \cdot dx$ .

**Bước 2:** Thay vào công thức (\*) và tính  $\int v du$ .

Cần phải lựa chọn  $u$  và  $dv$  hợp lý sao cho ta dễ dàng tìm được  $v$  và tích phân  $\int v du$  dễ tính hơn

$\int u dv$ . Ta thường gặp các dạng sau

**Dạng 1:**  $I = \int P(x) \begin{bmatrix} \sin x \\ \cos x \end{bmatrix} dx$ , trong đó  $P(x)$  là đa thức

Với dạng này, ta đặt  $u = P(x)$ ,  $dv = \begin{bmatrix} \sin x \\ \cos x \end{bmatrix} dx$ .

**Dạng 2:**  $I = \int (x) e^{ax+b} dx$

Với dạng này, ta đặt  $\begin{cases} u = P(x) \\ dv = e^{ax+b} dx \end{cases}$ , trong đó  $P(x)$  là đa thức

**Dạng 3 :**  $I = \int P(x) \ln(mx+n) dx$

Với dạng này, ta đặt  $\begin{cases} u = \ln(mx+n) \\ dv = P(x) dx \end{cases}$ .

**Dạng 4 :**  $I = \int \left[ \frac{\sin x}{\cos x} \right] e^x dx$

Với dạng này, ta đặt  $\begin{cases} u = \left[ \frac{\sin x}{\cos x} \right] \\ dv = e^x dx \end{cases}$  để tính  $\int v du$  ta đặt  $\begin{cases} u = \left[ \frac{\sin x}{\cos x} \right] \\ dv = e^x dx \end{cases}$ .

**Câu 68. (Mã 101 - 2020 Lần 1)** Cho hàm số  $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2+2}}$ . Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số

$g(x) = (x+1) \cdot f'(x)$  là

- A.  $\frac{x^2+2x-2}{2\sqrt{x^2+2}} + C$ . B.  $\frac{x-2}{\sqrt{x^2+2}} + C$ . C.  $\frac{x^2+x+2}{\sqrt{x^2+2}} + C$ . D.  $\frac{x+2}{2\sqrt{x^2+2}} + C$ .

**Câu 69. (Mã 102 - 2020 Lần 1)** Cho hàm số  $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2+3}}$ . Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số

$g(x) = (x+1) f'(x)$  là

- A.  $\frac{x^2+2x-3}{2\sqrt{x^2+3}} + C$ . B.  $\frac{x+3}{2\sqrt{x^2+3}} + C$ . C.  $\frac{2x^2+x+3}{\sqrt{x^2+3}} + C$ . D.  $\frac{x-3}{\sqrt{x^2+3}} + C$ .

**Câu 70. (Mã 103 - 2020 Lần 1)** Cho hàm số  $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$ . Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số

$g(x) = (x+1) f'(x)$

- A.  $\frac{x^2+2x-1}{2\sqrt{x^2+1}} + C$ . B.  $\frac{x+1}{\sqrt{x^2+1}} + C$ . C.  $\frac{2x^2+x+1}{\sqrt{x^2+1}} + C$ . D.  $\frac{x-1}{\sqrt{x^2+1}} + C$ .

**Câu 71. (Mã 104 - 2020 Lần 1)** Cho hàm số  $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2+4}}$ . Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số

$g(x) = (x+1) f'(x)$  là

- A.  $\frac{x+4}{2\sqrt{x^2+4}} + C$ . B.  $\frac{x-4}{\sqrt{x^2+4}} + C$ . C.  $\frac{x^2+2x-4}{2\sqrt{x^2+4}} + C$ . D.  $\frac{2x^2+x+4}{\sqrt{x^2+4}} + C$ .

**Câu 72. (Đề Minh Họa 2020 Lần 1)** Cho hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ . Biết  $\cos 2x$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x)e^x$ , họ tất cả các nguyên hàm của hàm số  $f'(x)e^x$  là:

- A.  $-\sin 2x + \cos 2x + C$ . B.  $-2\sin 2x + \cos 2x + C$ .  
C.  $-2\sin 2x - \cos 2x + C$ . D.  $2\sin 2x - \cos 2x + C$ .

**Câu 73. (Đề Tham Khảo 2019)** Họ nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 4x(1 + \ln x)$  là:

- A.  $2x^2 \ln x + 3x^2$ . B.  $2x^2 \ln x + x^2$ .  
C.  $2x^2 \ln x + 3x^2 + C$ . D.  $2x^2 \ln x + x^2 + C$ .

**Câu 74.** Họ các nguyên hàm của hàm số  $f(x) = x \sin x$  là

A.  $F(x) = x \cos x + \sin x + C.$

B.  $F(x) = x \cos x - \sin x + C.$

C.  $F(x) = -x \cos x - \sin x + C.$

D.  $F(x) = -x \cos x + \sin x + C.$

**Câu 75. (Chuyên Phan Bội Châu 2019)** Họ nguyên hàm của hàm số  $f(x) = x.e^{2x}$  là :

A.  $F(x) = \frac{1}{2}e^{2x} \left( x - \frac{1}{2} \right) + C$

B.  $F(x) = \frac{1}{2}e^{2x} (x - 2) + C$

C.  $F(x) = 2e^{2x} (x - 2) + C$

D.  $F(x) = 2e^{2x} \left( x - \frac{1}{2} \right) + C$

**Câu 76. (THPT Gia Lộc Hải Dương 2019)** Họ nguyên hàm của hàm số  $f(x) = (2x - 1)e^x$  là

A.  $(2x - 3)e^x + C.$

B.  $(2x + 3)e^x + C.$

C.  $(2x + 1)e^x + C.$

D.  $(2x - 1)e^x + C.$

**Câu 77. (Chuyên Phan Bội Châu Nghệ An 2019)** Tìm họ nguyên hàm của hàm số  $f(x) = xe^{2x}$ ?

A.  $F(x) = \frac{1}{2}e^{2x} \left( x - \frac{1}{2} \right) + C.$

B.  $F(x) = \frac{1}{2}e^{2x} (x - 2) + C.$

C.  $F(x) = 2e^{2x} (x - 2) + C.$

D.  $F(x) = 2e^{2x} \left( x - \frac{1}{2} \right) + C.$

**Câu 78. (Chuyên Sơn La 2019)** Họ nguyên hàm của hàm số  $f(x) = x(1 + \sin x)$  là

A.  $\frac{x^2}{2} - x \sin x + \cos x + C.$

B.  $\frac{x^2}{2} - x \cos x + \sin x + C.$

C.  $\frac{x^2}{2} - x \cos x - \sin x + C.$

D.  $\frac{x^2}{2} - x \sin x - \cos x + C.$

**Câu 79. (Chuyên Thái Bình - Lần 3 - 2020)** Giả sử  $F(x) = (ax^2 + bx + c)e^x$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x) = x^2e^x$ . Tính tích  $P = abc$ .

A.  $-4.$

B.  $1.$

C.  $-5.$

D.  $-3.$

**Câu 80.** Họ nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 2x(1 + e^x)$  là

A.  $(2x - 1)e^x + x^2.$

B.  $(2x + 1)e^x + x^2.$

C.  $(2x + 2)e^x + x^2.$

D.  $(2x - 2)e^x + x^2.$

**Câu 81.** Họ nguyên hàm của  $f(x) = x \ln x$  là kết quả nào sau đây?

A.  $F(x) = \frac{1}{2}x^2 \ln x + \frac{1}{2}x^2 + C.$

B.  $F(x) = \frac{1}{2}x^2 \ln x + \frac{1}{4}x^2 + C.$

C.  $F(x) = \frac{1}{2}x^2 \ln x - \frac{1}{4}x^2 + C.$

D.  $F(x) = \frac{1}{2}x^2 \ln x + \frac{1}{4}x + C.$

**Câu 82. (Chuyên Lê Hồng Phong Nam Định 2019)** Tìm tất cả các nguyên hàm của hàm số  $f(x) = (3x^2 + 1) \cdot \ln x$ .

A.  $\int f(x) dx = x(x^2 + 1) \ln x - \frac{x^3}{3} + C.$

B.  $\int f(x) dx = x^3 \ln x - \frac{x^3}{3} + C.$

C.  $\int f(x) dx = x(x^2 + 1) \ln x - \frac{x^3}{3} - x + C.$

D.  $\int f(x) dx = x^3 \ln x - \frac{x^3}{3} - x + C.$

**Câu 83. (Chuyên Đại Học Vinh 2019)** Tất cả các nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{x}{\sin^2 x}$  trên khoảng  $(0; \pi)$  là

A.  $-x \cot x + \ln(\sin x) + C.$

B.  $x \cot x - \ln|\sin x| + C.$

C.  $x \cot x + \ln|\sin x| + C$ . D.  $-x \cot x - \ln(\sin x) + C$ .

**Câu 84. (Sở Phú Thọ 2019)** Họ nguyên hàm của hàm số  $y = 3x(x + \cos x)$  là

- A.  $x^3 + 3(x \sin x + \cos x) + C$  B.  $x^3 - 3(x \sin x + \cos x) + C$   
C.  $x^3 + 3(x \sin x - \cos x) + C$  D.  $x^3 - 3(x \sin x - \cos x) + C$

**Câu 85. (Chuyên Lê Hồng Phong Nam Định 2019)** Họ nguyên hàm của hàm số  $f(x) = x^4 + xe^x$  là

- A.  $\frac{1}{5}x^5 + (x+1)e^x + C$ . B.  $\frac{1}{5}x^5 + (x-1)e^x + C$ .  
C.  $\frac{1}{5}x^5 + xe^x + C$ . D.  $4x^3 + (x+1)e^x + C$ .

**Câu 86.** Cho hai hàm số  $F(x), G(x)$  xác định và có đạo hàm lần lượt là  $f(x), g(x)$  trên  $\mathbb{R}$ . Biết rằng

$$F(x).G(x) = x^2 \ln(x^2 + 1) \text{ và } F(x).g(x) = \frac{2x^3}{x^2 + 1}.$$

Họ nguyên hàm của  $f(x).G(x)$  là

- A.  $(x^2 + 1) \ln(x^2 + 1) + 2x^2 + C$ . B.  $(x^2 + 1) \ln(x^2 + 1) - 2x^2 + C$ .  
C.  $(x^2 + 1) \ln(x^2 + 1) - x^2 + C$ . D.  $(x^2 + 1) \ln(x^2 + 1) + x^2 + C$ .

**Câu 87. (Sở Bắc Ninh 2019)** Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A.  $\int xe^x dx = e^x + xe^x + C$ . B.  $\int xe^x dx = \frac{x^2}{2} e^x + e^x + C$ .  
C.  $\int xe^x dx = xe^x - e^x + C$ . D.  $\int xe^x dx = \frac{x^2}{2} e^x + C$ .

**Câu 88. (Sở Bắc Giang 2019)** Cho hai hàm số  $F(x), G(x)$  xác định và có đạo hàm lần lượt là  $f(x), g(x)$  trên  $\mathbb{R}$ . Biết  $F(x).G(x) = x^2 \ln(x^2 + 1)$  và  $F(x)g(x) = \frac{2x^3}{x^2 + 1}$ . Tìm họ nguyên hàm của  $f(x)G(x)$ .

- A.  $(x^2 + 1) \ln(x^2 + 1) + 2x^2 + C$ . B.  $(x^2 + 1) \ln(x^2 + 1) - 2x^2 + C$ .  
C.  $(x^2 + 1) \ln(x^2 + 1) - x^2 + C$ . D.  $(x^2 + 1) \ln(x^2 + 1) + x^2 + C$ .

**Câu 89.** Cho biết  $F(x) = \frac{1}{3}x^3 + 2x - \frac{1}{x}$  là một nguyên hàm của  $f(x) = \frac{(x^2 + a)^2}{x^2}$ . Tìm nguyên hàm của  $g(x) = x \cos ax$ .

- A.  $x \sin x - \cos x + C$  B.  $\frac{1}{2}x \sin 2x - \frac{1}{4} \cos 2x + C$   
C.  $x \sin x + \cos x + C$  D.  $\frac{1}{2}x \sin 2x + \frac{1}{4} \cos 2x + C$

**Câu 90.** Họ nguyên hàm của hàm số  $y = \frac{(2x^2 + x) \ln x + 1}{x}$  là

- A.  $(x^2 + x + 1) \ln x - \frac{x^2}{2} + x + C$ . B.  $(x^2 + x - 1) \ln x + \frac{x^2}{2} - x + C$ .  
C.  $(x^2 + x + 1) \ln x - \frac{x^2}{2} - x + C$ . D.  $(x^2 + x - 1) \ln x - \frac{x^2}{2} + x + C$ .

- Câu 91. (Mã 104 2017)** Cho  $F(x) = \frac{1}{2x^2}$  là một nguyên hàm của hàm số  $\frac{f(x)}{x}$ . Tìm nguyên hàm của hàm số  $f'(x)\ln x$ .
- A.  $\int f'(x)\ln x dx = -\left(\frac{\ln x}{x^2} + \frac{1}{x^2}\right) + C$       B.  $\int f'(x)\ln x dx = \frac{\ln x}{x^2} + \frac{1}{2x^2} + C$   
 C.  $\int f'(x)\ln x dx = -\left(\frac{\ln x}{x^2} + \frac{1}{2x^2}\right) + C$       D.  $\int f'(x)\ln x dx = \frac{\ln x}{x^2} + \frac{1}{x^2} + C$
- Câu 92. (Mã 105 2017)** Cho  $F(x) = -\frac{1}{3x^3}$  là một nguyên hàm của hàm số  $\frac{f(x)}{x}$ . Tìm nguyên hàm của hàm số  $f'(x)\ln x$
- A.  $\int f'(x)\ln x dx = \frac{\ln x}{x^3} + \frac{1}{5x^5} + C$       B.  $\int f'(x)\ln x dx = \frac{\ln x}{x^3} - \frac{1}{5x^5} + C$   
 C.  $\int f'(x)\ln x dx = -\frac{\ln x}{x^3} + \frac{1}{3x^3} + C$       D.  $\int f'(x)\ln x dx = \frac{\ln x}{x^3} + \frac{1}{3x^3} + C$
- Câu 93. (Mã 110 2017)** Cho  $F(x) = (x-1)e^x$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x)e^{2x}$ . Tìm nguyên hàm của hàm số  $f'(x)e^{2x}$ .
- A.  $\int f'(x)e^{2x} dx = (4-2x)e^x + C$       B.  $\int f'(x)e^{2x} dx = (x-2)e^x + C$   
 C.  $\int f'(x)e^{2x} dx = \frac{2-x}{2}e^x + C$       D.  $\int f'(x)e^{2x} dx = (2-x)e^x + C$
- Câu 94.** Cho hàm số  $f(x)$  thỏa mãn  $f'(x) = xe^x$  và  $f(0) = 2$ . Tính  $f(1)$ .
- A.  $f(1) = 3$ .      B.  $f(1) = e$ .      C.  $f(1) = 5 - e$ .      D.  $f(1) = 8 - 2e$ .
- Câu 95. (Chuyên Đại Học Vinh 2019)** Cho hàm số  $f(x)$  thỏa mãn  $f(x) + f'(x) = e^{-x}, \forall x \in \mathbb{R}$  và  $f(0) = 2$ . Tất cả các nguyên hàm của  $f(x)e^{2x}$  là
- A.  $(x-2)e^x + e^x + C$       B.  $(x+2)e^{2x} + e^x + C$       C.  $(x-1)e^x + C$       D.  $(x+1)e^x + C$
- Câu 96. (Việt Đức Hà Nội 2019)** Cho hàm số  $y = f(x)$  thỏa mãn  $f'(x) = (x+1)e^x, f(0) = 0$  và  $\int f(x) dx = (ax+b)e^x + c$  với  $a, b, c$  là các hằng số. Khi đó:
- A.  $a+b=2$ .      B.  $a+b=3$ .      C.  $a+b=1$ .      D.  $a+b=0$ .
- Câu 97. (THPT Nguyễn Thị Minh Khai - Hà Tĩnh - 2018)** Gọi  $F(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x) = xe^{-x}$ . Tính  $F(x)$  biết  $F(0) = 1$ .
- A.  $F(x) = -(x+1)e^{-x} + 2$ .      B.  $F(x) = (x+1)e^{-x} + 1$ .  
 C.  $F(x) = (x+1)e^{-x} + 2$ .      D.  $F(x) = -(x+1)e^{-x} + 1$ .
- Câu 98. (Sở Quảng Nam - 2018)** Biết  $\int x \cos 2x dx = ax \sin 2x + b \cos 2x + C$  với  $a, b$  là các số hữu tỉ. Tính tích  $ab$ ?
- A.  $ab = \frac{1}{8}$ .      B.  $ab = \frac{1}{4}$ .      C.  $ab = -\frac{1}{8}$ .      D.  $ab = -\frac{1}{4}$ .
- Câu 99. (Chuyên ĐH Vinh - 2018)** Giả sử  $F(x)$  là một nguyên hàm của  $f(x) = \frac{\ln(x+3)}{x^2}$  sao cho  $F(-2) + F(1) = 0$ . Giá trị của  $F(-1) + F(2)$  bằng

- A.  $\frac{10}{3} \ln 2 - \frac{5}{6} \ln 5$ .      B. 0.      C.  $\frac{7}{3} \ln 2$ .      D.  $\frac{2}{3} \ln 2 + \frac{3}{6} \ln 5$ .

**Câu 100. (THCS&THPT Nguyễn Khuyến - Bình Dương - 2018)** Gọi  $g(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \ln(x-1)$ . Cho biết  $g(2) = 1$  và  $g(3) = a \ln b$  trong đó  $a, b$  là các số nguyên dương phân biệt. Hãy tính giá trị của  $T = 3a^2 - b^2$

- A.  $T = 8$ .      B.  $T = -17$ .      C.  $T = 2$ .      D.  $T = -13$ .

**Câu 101. (Sở Quảng Nam - 2018)** Biết  $\int x \cos 2x dx = ax \sin 2x + b \cos 2x + C$  với  $a, b$  là các số hữu tỉ. Tính tích  $ab$ ?

- A.  $ab = \frac{1}{8}$ .      B.  $ab = \frac{1}{4}$ .      C.  $ab = -\frac{1}{8}$ .      D.  $ab = -\frac{1}{4}$ .

**BẠN HỌC THAM KHẢO THÊM DẠNG CÂU KHÁC TẠI**

<https://drive.google.com/drive/folders/15DX-hbY5paR0iUmcs4RU1DkA1-7QpKlG?usp=sharing>

Theo dõi Fanpage: **Nguyễn Bảo Vương** <https://www.facebook.com/tracnghiemtoanthpt489/>

Hoặc Facebook: **Nguyễn Vương** <https://www.facebook.com/phong.baovuong>

Tham gia ngay: **Nhóm Nguyễn Bảo Vương (TÀI LIỆU TOÁN)** <https://www.facebook.com/groups/703546230477890/>

**Ấn sub kênh Youtube: Nguyễn Vương**

[https://www.youtube.com/channel/UCQ4u2J5gIEI1iRUbT3nwJfA?view\\_as=subscriber](https://www.youtube.com/channel/UCQ4u2J5gIEI1iRUbT3nwJfA?view_as=subscriber)

**Tải nhiều tài liệu hơn tại:** <http://diendangiaovientoan.vn/>

**ĐỂ NHẬN TÀI LIỆU SỚM NHẤT NHÉ!**