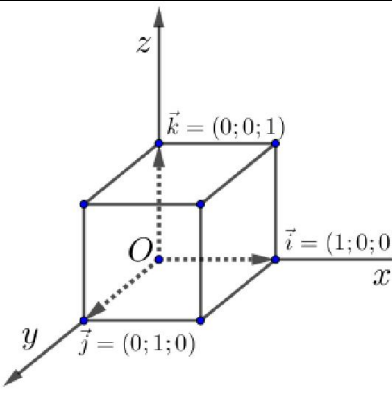


TÀI LIỆU DÀNH CHO ĐỐI TƯỢNG HỌC SINH TRUNG BÌNH MỨC 5-6

Lý thuyết chung

	<p>1. Hệ trục tọa độ Oxyz:</p> <ul style="list-style-type: none"> Hệ trục gồm ba trục Ox, Oy, Oz đôi một vuông góc nhau. Trục Ox: trục hoành, có vector đơn vị $\vec{i} = (1;0;0)$. Trục Oy: trục tung, có vector đơn vị $\vec{j} = (0;1;0)$. Trục Oz: trục cao, có vector đơn vị $\vec{k} = (0;0;1)$. Điểm $O(0;0;0)$ là gốc tọa độ. <p>2. Tọa độ vector: Vector $\vec{u} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k} \Leftrightarrow \vec{u} = (x; y; z)$.</p> <p>Cho $\vec{a} = (a_1; a_2; a_3)$, $\vec{b} = (b_1; b_2; b_3)$. Ta có:</p>
<ul style="list-style-type: none"> $\vec{a} \pm \vec{b} = (a_1 \pm b_1; a_2 \pm b_2; a_3 \pm b_3)$ $k\vec{a} = (ka_1; ka_2; ka_3)$ $\vec{a} = \vec{b} \Leftrightarrow \begin{cases} a_1 = b_1 \\ a_2 = b_2 \\ a_3 = b_3 \end{cases}$ 	<ul style="list-style-type: none"> \vec{a} cùng phương $\vec{b} \Leftrightarrow \vec{a} = k\vec{b} \ (k \in \mathbb{R})$ $\Leftrightarrow \begin{cases} a_1 = kb_1 \\ a_2 = kb_2 \\ a_3 = kb_3 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2} = \frac{a_3}{b_3}, \ (b_1, b_2, b_3 \neq 0).$
<ul style="list-style-type: none"> $\vec{a} \cdot \vec{b} = a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3$ 	<ul style="list-style-type: none"> $\vec{a} = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}$ $\vec{a}^2 = \vec{a} ^2 = a_1^2 + a_2^2 + a_3^2$
<ul style="list-style-type: none"> $\vec{a} \perp \vec{b} \Leftrightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \Leftrightarrow a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3 = 0$ 	<ul style="list-style-type: none"> $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{ \vec{a} \cdot \vec{b} } = \frac{a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3}{\sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2} \cdot \sqrt{b_1^2 + b_2^2 + b_3^2}}$
<p>3. Tọa độ điểm: $M(x; y; z) \Leftrightarrow \vec{OM} = (x; y; z)$. Cho $A(x_A; y_A; z_A)$, $B(x_B; y_B; z_B)$, $C(x_C; y_C; z_C)$, ta có:</p>	
<ul style="list-style-type: none"> $\vec{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A; z_B - z_A)$ 	<ul style="list-style-type: none"> $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 + (z_B - z_A)^2}$
<ul style="list-style-type: none"> Toạ độ trung điểm M của đoạn thẳng AB: $M\left(\frac{x_A + x_B}{2}; \frac{y_A + y_B}{2}; \frac{z_A + z_B}{2}\right)$. 	<ul style="list-style-type: none"> Toạ độ trọng tâm G của tam giác ABC: $G\left(\frac{x_A + x_B + x_C}{3}; \frac{y_A + y_B + y_C}{3}; \frac{z_A + z_B + z_C}{3}\right)$.
QUY TẮC CHIỀU ĐẶC BIỆT	
<p style="text-align: center;">Chiều điểm trên trục tọa độ</p> <ul style="list-style-type: none"> Điểm $M(x_M; y_M; z_M) \xrightarrow[\text{(Giữ nguyên } x)]{\text{Chiều vào } Ox}} M_1(x_M; 0; 0)$ Điểm $M(x_M; y_M; z_M) \xrightarrow[\text{(Giữ nguyên } y)]{\text{Chiều vào } Oy}} M_2(0; y_M; 0)$ Điểm $M(x_M; y_M; z_M) \xrightarrow[\text{(Giữ nguyên } z)]{\text{Chiều vào } Oz}} M_3(0; 0; z_M)$ 	<p style="text-align: center;">Chiều điểm trên mặt phẳng tọa độ</p> <ul style="list-style-type: none"> Điểm $M(x_M; y_M; z_M) \xrightarrow[\text{(Giữ nguyên } x, y)]{\text{Chiều vào } Oxy}} M_1(x_M; y_M; 0)$ Điểm $M(x_M; y_M; z_M) \xrightarrow[\text{(Giữ nguyên } y, z)]{\text{Chiều vào } Oyz}} M_2(0; y_M; z_M)$ Điểm $M(x_M; y_M; z_M) \xrightarrow[\text{(Giữ nguyên } x, z)]{\text{Chiều vào } Oxz}} M_3(x_M; 0; z_M)$
<p style="text-align: center;">Đối xứng điểm qua trục tọa độ</p> <ul style="list-style-type: none"> $M(x_M; y_M; z_M) \xrightarrow[\text{(Giữ nguyên } x; \text{ đổi dấu } y, z)]{\text{Đối xứng qua } Ox}} M_1(x_M; -y_M; -z_M)$ $M(x_M; y_M; z_M) \xrightarrow[\text{(Giữ nguyên } y; \text{ đổi dấu } x, z)]{\text{Đối xứng qua } Oy}} M_2(-x_M; y_M; -z_M)$ $M(x_M; y_M; z_M) \xrightarrow[\text{(Giữ nguyên } z; \text{ đổi dấu } x, y)]{\text{Đối xứng qua } Oz}} M_3(-x_M; -y_M; z_M)$ 	<p style="text-align: center;">Đối xứng điểm qua mặt phẳng tọa độ</p> <ul style="list-style-type: none"> $M(x_M; y_M; z_M) \xrightarrow[\text{(Giữ nguyên } x, y; \text{ đổi dấu } z)]{\text{Đối xứng qua } Oxy}} M_1(x_M; y_M; -z_M)$ $M(x_M; y_M; z_M) \xrightarrow[\text{(Giữ nguyên } x, z; \text{ đổi dấu } y)]{\text{Đối xứng qua } Oyz}} M_2(x_M; -y_M; z_M)$ $M(x_M; y_M; z_M) \xrightarrow[\text{(Giữ nguyên } y, z; \text{ đổi dấu } x)]{\text{Đối xứng qua } Oxz}} M_3(-x_M; y_M; z_M)$
<p style="text-align: center;">4. Tích có hướng của hai vector:</p>	

☞ **Định nghĩa:** Cho $\vec{a} = (a_1, a_2, a_3)$, $\vec{b} = (b_1, b_2, b_3)$, tích có hướng của \vec{a} và \vec{b} là:

$$[\vec{a}, \vec{b}] = \begin{pmatrix} a_2 & a_3 \\ b_2 & b_3 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} a_3 & a_1 \\ b_3 & b_1 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{pmatrix} = (a_2b_3 - a_3b_2; a_3b_1 - a_1b_3; a_1b_2 - a_2b_1).$$

☞ **Tính chất:** $[\vec{a}, \vec{b}] \perp \vec{a}$ $[\vec{a}, \vec{b}] \perp \vec{b}$ $|\vec{a}, \vec{b}| = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \sin(\vec{a}, \vec{b})$

▪ Điều kiện **cùng phương** của hai vectơ \vec{a} & \vec{b} là $[\vec{a}, \vec{b}] = \vec{0}$ với $\vec{0} = (0; 0; 0)$.
▪ Điều kiện **đồng phẳng** của ba vectơ \vec{a} , \vec{b} và \vec{c} là $[\vec{a}, \vec{b}] \cdot \vec{c} = 0$.

▪ **Diện tích hình bình hành**
 $ABCD: S_{\square ABCD} = |[\vec{AB}, \vec{AD}]|$.
▪ **Diện tích tam giác ABC:**
 $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} |[\vec{AB}, \vec{AC}]|$.

▪ **Thể tích khối hộp:** $V_{ABCD.A'B'C'D'} = |[\vec{AB}, \vec{AD}] \cdot \vec{AA'}|$.
▪ **Thể tích tứ diện:** $V_{ABCD} = \frac{1}{6} |[\vec{AB}, \vec{AC}] \cdot \vec{AD}|$.

Dạng 1. Tìm tọa độ điểm, véc tơ liên quan đến hệ trục tọa độ OXYZ

Dạng 1.1 Tìm hình chiếu của điểm lên mặt phẳng, đường thẳng

Câu 1. (Đề Minh Họa 2020 Lần 1) Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(2; -2; 1)$ trên mặt phẳng (Oxy) có tọa độ là

- A. $(2; 0; 1)$. B. $(2; -2; 0)$. C. $(0; -2; 1)$. D. $(0; 0; 1)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có hình chiếu của điểm $M(x_0; y_0; z_0)$ trên mặt phẳng (Oxy) là điểm $M'(x_0; y_0; 0)$.

Do đó hình chiếu của điểm $M(2; -2; 1)$ trên mặt phẳng (Oxy) là điểm $M'(2; -2; 0)$.

Câu 2. (Đề Tham Khảo 2020 Lần 2) Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(2; 1; -1)$ trên mặt phẳng (Ozx) có tọa độ là

- A. $(0; 1; 0)$. B. $(2; 1; 0)$. C. $(0; 1; -1)$. D. $(2; 0; -1)$.

Lời giải

Chọn D

Hình chiếu của $M(2; 1; -1)$ lên mặt phẳng (Ozx) là điểm có tọa độ $(2; 0; -1)$.

Câu 3. (Mã 102 - 2020 Lần 1) Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $A(1; 2; 5)$ trên trục Ox có tọa độ là

- A. $(0; 2; 0)$. B. $(0; 0; 5)$. C. $(1; 0; 0)$. D. $(0; 2; 5)$.

Lời giải

Chọn C

Hình chiếu vuông góc của điểm $A(1; 2; 5)$ trên trục Ox có tọa độ là $(1; 0; 0)$.

Câu 4. (Mã 101 - 2020 Lần 1) Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $A(3; 2; 1)$ trên trục Ox có tọa độ là:

- A. $(0; 2; 1)$. B. $(3; 0; 0)$. C. $(0; 0; 1)$. D. $(0; 2; 0)$.

Lời giải

Chọn B

- Câu 5. (Mã 103 - 2020 Lần 1)** Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $A(3;5;2)$ trên trục Ox có tọa độ là
- A. $(0;5;2)$. B. $(0;5;0)$. C. $(3;0;0)$. D. $(0;0;2)$.

Lời giải

Chọn C

Hình chiếu vuông góc của điểm $A(3;5;2)$ trên trục Ox có tọa độ là $(3;0;0)$.

- Câu 6. (Mã 104 - 2020 Lần 1)** Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $A(8;1;2)$ trên trục Ox có tọa độ là
- A. $(0;1;0)$. B. $(8;0;0)$. C. $(0;1;2)$. D. $(0;0;2)$.

Lời giải

Chọn B

Hình chiếu vuông góc của điểm $A(8;1;2)$ trên trục Ox là $(8;0;0)$.

- Câu 7. (Mã 101 - 2020 Lần 2)** Trong không gian $Oxyz$. Điểm nào sau đây là hình chiếu vuông góc của điểm $A(1;4;2)$ trên mặt phẳng Oxy ?
- A. $(0;4;2)$. B. $(1;4;0)$. C. $(1;0;2)$. D. $(0;0;2)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có hình chiếu của $A(1;4;2)$ trên mặt phẳng Oxy là $(1;4;0)$.

- Câu 8. (Mã 103 - 2020 Lần 2)** Trong không gian $Oxyz$ điểm nào dưới đây là hình chiếu vuông góc của điểm $A(3;5;2)$ trên mặt phẳng (Oxy) ?
- A. $M(3;0;2)$ B. $(0;0;2)$ C. $Q(0;5;2)$ D. $N(3;5;0)$

Lời giải

Chọn D

Hình chiếu vuông góc của điểm $A(3;5;2)$ trên mặt phẳng (Oxy) là điểm $N(3;5;0)$.

- Câu 9. (Mã 102 - 2020 Lần 2)** Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây là hình chiếu vuông góc của điểm $A(1;2;3)$ trên mặt phẳng Oxy .
- A. $Q(1;0;3)$ B. $P(1;2;0)$ C. $M(0;0;3)$ D. $N(0;2;3)$

Lời giải

Chọn B

Ta có hình chiếu vuông góc của điểm $A(1;2;3)$ trên mặt phẳng Oxy là điểm $P(1;2;0)$.

- Câu 10. (Mã 104 - 2020 Lần 2)** Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây là hình chiếu vuông góc của điểm $A(3;4;1)$ trên mặt phẳng (Oxy) ?
- A. $Q(0;4;1)$. B. $P(3;0;1)$. C. $M(0;0;1)$. D. $N(3;4;0)$.

Lời giải

Chọn D

Hình chiếu vuông góc của điểm $A(3;4;1)$ trên mặt phẳng (Oxy) là điểm $N(3;4;0)$.

- Câu 11. (Mã 104 - 2019)** Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(3;1;-1)$ trên trục Oy có tọa độ là

- A. $(3;0;-1)$. B. $(0;1;0)$. C. $(3;0;0)$. D. $(0;0;-1)$.

Lời giải

Chọn B

Hình chiếu vuông góc của điểm $M(3;1;-1)$ trên trục Oy có tọa độ là $(0;1;0)$.

Câu 12. (Mã 103 - 2019) Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(2;1;-1)$ trên trục Oy có tọa độ là

- A. $(0;0;-1)$. B. $(2;0;-1)$. C. $(0;1;0)$. D. $(2;0;0)$.

Lời giải

Chọn C

Hình chiếu vuông góc của điểm $M(2;1;-1)$ trên trục Oy có tọa độ là $(0;1;0)$.

Câu 13. (Mã 102 - 2019) Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(3;-1;1)$ trên trục Oz có tọa độ là

- A. $(3;-1;0)$. B. $(0;0;1)$. C. $(0;-1;0)$. D. $(3;0;0)$.

Lời giải

Chọn B

Hình chiếu vuông góc của điểm $M(3;-1;1)$ trên trục Oz có tọa độ là $(0;0;1)$

Câu 14. (Mã 101 - 2019) Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(2;1;-1)$ trên trục Oz có tọa độ là

- A. $(2;0;0)$. B. $(0;1;0)$. C. $(2;1;0)$. D. $(0;0;-1)$.

Lời giải

Chọn D

Hình chiếu vuông góc của điểm $M(2;1;-1)$ trên trục Oz có tọa độ là: $(0;0;-1)$.

Câu 15. (Đề Tham Khảo 2018) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(3;-1;1)$. Hình chiếu vuông góc của điểm A trên mặt phẳng (Oyz) là điểm

- A. $M(3;0;0)$ B. $N(0;-1;1)$ C. $P(0;-1;0)$ D. $Q(0;0;1)$

Lời giải

Chọn B

Khi chiếu vuông góc một điểm trong không gian lên mặt phẳng (Oyz) , ta giữ lại các thành phần tung độ và cao độ nên hình chiếu của $A(3;-1;1)$ lên (Oyz) là điểm $N(0;-1;1)$.

Câu 16. (Chuyên Lương Thế Vinh Đồng Nai 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, điểm nào sau đây nằm trên mặt phẳng tọa độ (Oyz) ?

- A. $M(3;4;0)$. B. $P(-2;0;3)$. C. $Q(2;0;0)$. D. $N(0;4;-1)$.

Lời giải

Mặt phẳng tọa độ (Oyz) có phương trình là $x=0 \Rightarrow N(0;4;-1) \in (Oyz)$.

Câu 17. (Chuyên Hạ Long 2019) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho $M(4;5;6)$. Hình chiếu của M xuống mặt phẳng (Oyz) là M' . Xác định tọa độ M' .

- A. $M'(4;5;0)$. B. $M'(4;0;6)$. C. $M'(4;0;0)$. D. $M'(0;5;6)$.

Lời giải

Hình chiếu của $M(4;5;6)$ xuống mặt phẳng (Oyz) là $M'(0;5;6)$.

Câu 18. (Chuyên Hạ Long 2019) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho điểm $M(x; y; z)$.

Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- A. Nếu M' đối xứng với M qua mặt phẳng (Oxz) thì $M'(x; y; -z)$.
 B. Nếu M' đối xứng với M qua Oy thì $M'(x; y; -z)$.
C. Nếu M' đối xứng với M qua mặt phẳng (Oxy) thì $M'(x; y; -z)$.
 D. Nếu M' đối xứng với M qua gốc tọa độ O thì $M'(2x; 2y; 0)$.

Lời giải

Nếu M' đối xứng với M qua mặt phẳng (Oxz) thì $M'(x; -y; z)$. Do đó phương án A sai.

Nếu M' đối xứng với M qua Oy thì $M'(-x; y; -z)$. Do đó phương án B sai.

Nếu M' đối xứng với M qua gốc tọa độ O thì $M'(-x; -y; -z)$. Do đó phương án D sai.

Câu 19. (THCS - THPT Nguyễn Khuyến 2019) Trong không gian $Oxyz$, tọa độ điểm đối xứng của $M(1; 2; 3)$ qua mặt phẳng (Oyz) là

- A. $(0; 2; 3)$. B. $(-1; -2; -3)$. C. $(-1; 2; 3)$. D. $(1; 2; -3)$.

Lời giải

Gọi H là hình chiếu của M lên mặt phẳng $(Oyz) \Rightarrow H(0; 2; 3)$

Gọi M' là điểm đối xứng với $M(1; 2; 3)$ qua mặt phẳng (Oyz)

$\Rightarrow H$ là trung điểm của $MM' \Rightarrow M'(-1; 2; 3)$.

Câu 20. (Chuyên Hạ Long 2018) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2; -3; 5)$. Tìm tọa độ A' là điểm đối xứng với A qua trục Oy .

- A. $A'(2; 3; 5)$. B. $A'(2; -3; -5)$. C. $A'(-2; -3; 5)$. D. $A'(-2; -3; -5)$.

Lời giải

Gọi H là hình chiếu vuông góc của $A(2; -3; 5)$ lên Oy . Suy ra $H(0; -3; 0)$

Khi đó H là trung điểm đoạn AA' .

$$\begin{cases} x_{A'} = 2x_H - x_A = -2 \\ y_{A'} = 2y_H - y_A = -3 \Rightarrow A'(-2; -3; -5). \\ z_{A'} = 2z_H - z_A = -5 \end{cases}$$

Dạng 1.2 Xác định tọa độ vector, độ dài vec tơ

Câu 21. (Mã 102 2018) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 1; -2)$ và $B(2; 2; 1)$. Vector \overrightarrow{AB} có tọa độ là

- A. $(-1; -1; -3)$ B. $(3; 1; 1)$ C. $(1; 1; 3)$ D. $(3; 3; -1)$

Lời giải

Chọn C

$$\overrightarrow{AB} = (2-1; 2-1; 1-(-2)) \text{ hay } \overrightarrow{AB} = (1; 1; 3).$$

- Câu 22. (Đề Tham Khảo 2019)** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;-1)$ và $B(2;3;2)$. Vector \overrightarrow{AB} có tọa độ là
- A. $(1; 2; 3)$ B. $(-1; -2; 3)$ C. $(3; 5; 1)$ D. $(3; 4; 1)$

Lời giải

Chọn A

$$\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A; z_B - z_A) = (1; 2; 3)$$

- Câu 23. (Mã 110 2017)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2;2;1)$. Tính độ dài đoạn thẳng OA .
- A. $OA = \sqrt{5}$ B. $OA = 5$ C. $OA = 3$ D. $OA = 9$

Lời giải

Chọn C

$$OA = \sqrt{2^2 + 2^2 + 1^2} = 3.$$

- Câu 24. (THPT Nguyễn Khuyến 2019)** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba vectơ $\vec{a}(1;2;3); \vec{b}(2;2;-1); \vec{c}(4;0;-4)$. Tọa độ của vectơ $\vec{d} = \vec{a} - \vec{b} + 2\vec{c}$ là
- A. $\vec{d}(-7;0;-4)$ B. $\vec{d}(-7;0;4)$ C. $\vec{d}(7;0;-4)$ D. $\vec{d}(7;0;4)$

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có: } \vec{d} = \vec{a} - \vec{b} + 2\vec{c} = (1-2+2.4; 2-2+2.0; 3+1+2.(-4)) = (7; 0; -4).$$

- Câu 25. (THPT Ba Đình 2019)** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;1;-1), B(2;3;2)$. Vector \overrightarrow{AB} có tọa độ là
- A. $(2;2;3)$. B. $(1;2;3)$. C. $(3;5;1)$. D. $(3;4;1)$.

Lời giải

$$\text{Hai điểm } A(0;1;-1), B(2;3;2). \text{ Vector } \overrightarrow{AB} \text{ có tọa độ là } (2;2;3).$$

- Câu 26. (THPT Gia Lộc Hải Dương 2019)** Trong không gian $Oxyz$ cho $\vec{a} = (2;3;2)$ và $\vec{b} = (1;1;-1)$. Vector $\vec{a} - \vec{b}$ có tọa độ là
- A. $(3;4;1)$. B. $(-1;-2;3)$. C. $(3;5;1)$. D. $(1;2;3)$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } \vec{a} - \vec{b} = (2-1; 3-1; 2+1) = (1; 2; 3).$$

- Câu 27. (THPT Hoàng Hoa Thám Hưng Yên 2019)** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = (2;-3;3), \vec{b} = (0;2;-1), \vec{c} = (3;-1;5)$. Tìm tọa độ của vectơ $\vec{u} = 2\vec{a} + 3\vec{b} - 2\vec{c}$.
- A. $(10;-2;13)$. B. $(-2;2;-7)$. C. $(-2;-2;7)$. D. $(-2;2;7)$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } 2\vec{a} = (4;-6;6), 3\vec{b} = (0;6;-3), -2\vec{c} = (-6;2;-10) \Rightarrow \vec{u} = 2\vec{a} + 3\vec{b} - 2\vec{c} = (-2;2;-7).$$

- Câu 28. (THPT Hùng Vương Bình Phước 2019)** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = -\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$. Tọa độ của vectơ \vec{a} là
- A. $(-1;2;-3)$. B. $(2;-3;-1)$. C. $(2;-1;-3)$. D. $(-3;2;-1)$.

Lời giải

$$\vec{a} = -\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k} \Rightarrow \vec{a}(-1; 2; -3).$$

- Câu 29.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = (2; -3; 3)$, $\vec{b} = (0; 2; -1)$, $\vec{c} = (3; -1; 5)$. Tìm tọa độ của vector $\vec{u} = 2\vec{a} + 3\vec{b} - 2\vec{c}$.
- A. $(10; -2; 13)$. **B.** $(-2; 2; -7)$. C. $(-2; -2; 7)$. D. $(-2; 2; 7)$.

Lời giải

$$\text{Có } 2\vec{a} = (4; -6; 6); 3\vec{b} = (0; 6; -3); -2\vec{c} = (-6; 2; -10).$$

$$\text{Khi đó: } \vec{u} = 2\vec{a} + 3\vec{b} - 2\vec{c} = (-2; 2; -7).$$

- Câu 30.** (THPT Minh Khai Hà Tĩnh 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai vector $\vec{x} = (2; 1; -3)$ và $\vec{y} = (1; 0; -1)$. Tìm tọa độ của vector $\vec{a} = \vec{x} + 2\vec{y}$.
- A. $\vec{a} = (4; 1; -1)$. B. $\vec{a} = (3; 1; -4)$. C. $\vec{a} = (0; 1; -1)$. **D.** $\vec{a} = (4; 1; -5)$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } 2\vec{y} = (2; 0; -2).$$

$$\vec{a} = \vec{x} + 2\vec{y} = (2 + 2; 1 + 0; -3 - 2) = (4; 1; -5).$$

- Câu 31.** (THPT - Yên Định Thanh Hóa 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho $A(2; -1; 0)$ và $B(1; 1; -3)$. Vector \overrightarrow{AB} có tọa độ là
- A. $(3; 0; -3)$. **B.** $(-1; 2; -3)$. C. $(-1; -2; 3)$. D. $(1; -2; 3)$.

Lời giải

$$A(2; -1; 0), B(1; 1; -3)$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{AB} = (1 - 2; 1 + 1; -3 - 0) = (-1; 2; -3).$$

- Câu 32.** (Sở Hà Nội 2019) Trong không gian $Oxyz$ cho $A(2; -2; 1)$, $B(1; -1; 3)$. Tọa độ vectơ \overrightarrow{AB} là:
- A.** $(-1; 1; 2)$. B. $(-3; 3; -4)$. C. $(3; -3; 4)$. D. $(1; -1; -2)$

Lời giải:

$$\text{Ta có: } \overrightarrow{AB} = (-1; 1; 2).$$

- Câu 33.** (Chuyên Lương Thế Vinh Đồng Nai 2019) Trong không gian $Oxyz$ với $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ lần lượt là các vectơ đơn vị trên các trục Ox, Oy, Oz . Tính tọa độ của vectơ $\vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$.
- A. $\vec{i} + \vec{j} - \vec{k} = (-1; -1; 1)$. B. $\vec{i} + \vec{j} - \vec{k} = (-1; 1; 1)$. **C.** $\vec{i} + \vec{j} - \vec{k} = (1; 1; -1)$. D. $\vec{i} + \vec{j} - \vec{k} = (1; -1; 1)$.

Lời giải

$$\text{Ta có } \vec{i} = (1; 0; 0), \vec{j} = (0; 1; 0), \vec{k} = (0; 0; 1).$$

$$\text{Do đó, } \vec{i} + \vec{j} - \vec{k} = (1; 1; -1).$$

- Câu 34.** (THPT Gang Thép Thái Nguyên 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ giả sử $\vec{u} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k}$, khi đó tọa độ vectơ \vec{u} là
- A. $(-2; 3; 1)$. **B.** $(2; 3; -1)$. C. $(2; -3; -1)$. D. $(2; 3; 1)$.

Lời giải

$$\text{Theo định nghĩa ta có } \vec{i} = (1; 0; 0), \vec{j} = (0; 1; 0) \text{ và } \vec{k} = (0; 0; 1).$$

Do đó, $\vec{u} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k} \Leftrightarrow \vec{u} = (2; 3; -1)$.

Câu 35. (THPT Lê Quý Đôn Đà Nẵng 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a} = (1; 2; 1)$ và $\vec{b} = (-1; 3; 0)$.

Vector $\vec{c} = 2\vec{a} + \vec{b}$ có tọa độ là

- A. $(1; 7; 2)$. B. $(1; 5; 2)$. C. $(3; 7; 2)$. D. $(1; 7; 3)$.

Lời giải

Có $\vec{c} = 2\vec{a} + \vec{b}$, gọi $\vec{c} = (c_1; c_2; c_3)$

$$\Rightarrow \begin{cases} c_1 = 2.1 + (-1) = 1 \\ c_2 = 2.2 + 3 = 7 \\ c_3 = 2.1 + 0 = 2 \end{cases}$$

Vậy $\vec{c} = (1; 7; 2)$

Câu 36. (KTNL GV Thuận Thành 2 Bắc Ninh 2019) Trong không gian với trục hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = -\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$. Tọa độ của vector \vec{a} là:

- A. $\vec{a}(-1; 2; -3)$. B. $\vec{a}(2; -3; -1)$. C. $\vec{a}(-3; 2; -1)$. D. $\vec{a}(2; -1; -3)$.

Lời giải

Chọn A

+) Ta có $\vec{a} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k} \Leftrightarrow \vec{a}(x; y; z)$ nên $\vec{a}(-1; 2; -3)$. Do đó Chọn A

Câu 37. (Sở Thanh Hóa 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -3; 1)$, $B(3; 0; -2)$. Tính độ dài AB .

- A. 26. B. 22. C. $\sqrt{26}$. D. $\sqrt{22}$.

Lời giải

$$\overline{AB} = (2; 3; -3) \Rightarrow AB = \sqrt{2^2 + 3^2 + (-3)^2} = \sqrt{22}.$$

Câu 38. (Chuyên - KHTN - Hà Nội - 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -2; -1)$, $B(1; 4; 3)$. Độ dài đoạn thẳng AB là

- A. $2\sqrt{13}$ B. $\sqrt{6}$ C. 3 D. $2\sqrt{3}$

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } AB = \sqrt{6^2 + 4^2} = 2\sqrt{13}.$$

Câu 39. (Hội 8 trường chuyên 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a}(-2; 2; 0)$, $\vec{b}(2; 2; 0)$, $\vec{c}(2; 2; 2)$. Giá trị của $|\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}|$ bằng

- A. 6. B. 11. C. $2\sqrt{11}$. D. $2\sqrt{6}$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có: } \vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = (2; 6; 2).$$

$$\text{Vậy } |\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}| = 2\sqrt{11}.$$

- Câu 40.** (Chuyên Nguyễn Du-ĐăkLăk 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho 2 điểm $A(1;3;5)$, $B(2;2;3)$. Độ dài đoạn AB bằng
- A. $\sqrt{7}$. B. $\sqrt{8}$. C. $\sqrt{6}$. D. $\sqrt{5}$.

Lời giải

Chọn C

$$AB = \sqrt{(2-1)^2 + (2-3)^2 + (3-5)^2} = \sqrt{6}.$$

Dạng 1.3 Xác định tọa độ điểm

- Câu 41.** (Mã 101 2018) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;-4;3)$ và $B(2;2;7)$. Trung điểm của đoạn thẳng AB có tọa độ là
- A. $(4;-2;10)$ B. $(1;3;2)$ C. $(2;6;4)$ D. $(2;-1;5)$

Lời giải

Chọn D

$$\text{Gọi } I \text{ là trung điểm của } AB, \text{ ta có tọa độ điểm } I \text{ là } \begin{cases} x_I = \frac{x_A + x_B}{2} = 2 \\ y_I = \frac{y_A + y_B}{2} = -1. \\ z_I = \frac{z_A + z_B}{2} = 5 \end{cases}$$

Vậy $I(2;-1;5)$.

- Câu 42.** (Đề Tham Khảo 2017) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(3;-4;0)$, $B(-1;1;3)$, $C(3,1,0)$. Tìm tọa độ điểm D trên trục hoành sao cho $AD = BC$.
- A. $D(6;0;0)$, $D(12;0;0)$ B. $D(0;0;0)$, $D(6;0;0)$
C. $D(-2;1;0)$, $D(-4;0;0)$ D. $D(0;0;0)$, $D(-6;0;0)$

Lời giải

Chọn B

Gọi $D(x;0;0) \in Ox$

$$AD = BC \Leftrightarrow \sqrt{(x-3)^2 + 16} = 5 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 6 \end{cases}.$$

- Câu 43.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;-2;3)$ và $B(-1;2;5)$. Tìm tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng AB .
- A. $I(1;0;4)$. B. $I(2;0;8)$. C. $I(2;-2;-1)$. D. $I(-2;2;1)$.

Lời giải

Chọn A

Tọa độ trung điểm I của đoạn AB với $A(3;-2;3)$ và $B(-1;2;5)$ được tính bởi

$$\begin{cases} x_I = \frac{x_A + x_B}{2} = 1 \\ y_I = \frac{y_A + y_B}{2} = 0 \Rightarrow I(1;0;4) \\ z_I = \frac{z_A + z_B}{2} = 4 \end{cases}$$

- Câu 44. (THPT Cẩm Giàng 2 2019)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai điểm $A(3;-2;3)$ và $B(-1;2;5)$. Tìm tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng AB là :
- A. $I(-2;2;1)$. **B. $I(1;0;4)$.** C. $I(2;0;8)$. D. $I(2;-2;-1)$.

Lời giải

Chọn B

Cho hai điểm $A(3;-2;3)$ và $B(-1;2;5)$.

$$\text{Trung điểm } I \text{ có tọa độ: } \begin{cases} \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{3 + (-1)}{2} = 1 \\ \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{(-2) + 2}{2} = 0 \\ \frac{z_A + z_B}{2} = \frac{3 + 5}{2} = 4 \end{cases} \Rightarrow I(1;0;4).$$

- Câu 45. (THPT Hoàng Hoa Thám Hưng Yên 2019)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(1;3;2)$, $B(3;-1;4)$. Tìm tọa độ trung điểm I của AB .
- A. $I(2;-4;2)$. **B. $I(4;2;6)$.** C. $I(-2;-1;-3)$. **D. $I(2;1;3)$.**

Lời giải

$$\text{Ta có } \begin{cases} x_I = \frac{x_A + x_B}{2} = 2 \\ y_I = \frac{y_A + y_B}{2} = 1 \\ z_I = \frac{z_A + z_B}{2} = 3 \end{cases} \Rightarrow I(2;1;3).$$

- Câu 46.** Trong không gian cho hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;-2;3)$, $B(-1;2;5)$, $C(0;0;1)$. Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC .
- A. $G(0;0;3)$.** B. $G(0;0;9)$. C. $G(-1;0;3)$. D. $G(0;0;1)$.

Lời giải

Tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC bằng

$$\begin{cases} x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} = \frac{1 - 1 + 0}{3} = 0 \\ y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} = \frac{-2 + 2 + 0}{3} = 0 \\ z_G = \frac{z_A + z_B + z_C}{3} = \frac{3 + 5 + 1}{3} = 3 \end{cases} \Rightarrow G(0;0;3)$$

- Câu 47.** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho $A(1;3;2)$, $B(3;-1;4)$. Tìm tọa độ trung điểm I của AB .
- A. $I(2;-4;2)$. **B. $I(4;2;6)$.** C. $I(-2;-1;3)$. **D. $I(2;1;3)$.**

Lời giải

Tọa độ trung điểm I của AB là

$$\begin{cases} x_I = \frac{1+3}{2} = 2 \\ y_I = \frac{3-1}{2} = 1 \Rightarrow I(2;1;3). \\ z_I = \frac{2+4}{2} = 3 \end{cases}$$

- Câu 48. (THPT Đoàn Thượng - Hải Dương - 2019)** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; -4; 3)$ và $B(2; 2; 7)$. Trung điểm của đoạn thẳng AB có tọa độ là
- A. $(1; 3; 2)$. B. $(2; -1; 5)$. C. $(2; -1; -5)$. D. $(2; 6; 4)$.

Lời giải

Gọi M là trung điểm của đoạn thẳng AB , ta có:
$$\begin{cases} x_M = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{2+2}{2} = 2 \\ y_M = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{-4+2}{2} = -1 \Rightarrow M(2; -1; 5). \\ z_M = \frac{z_A + z_B}{2} = \frac{3+7}{2} = 5 \end{cases}$$

- Câu 49. (THPT Cù Huy Cận 2019)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(1; 3; 4), B(2; -1; 0), C(3; 1; 2)$. Tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC là
- A. $G(2; 1; 2)$. B. $G(6; 3; 6)$. C. $G\left(3; \frac{2}{3}; 3\right)$. D. $G(2; -1; 2)$.

Lời giải

Tọa độ trọng tâm G là

$$\begin{cases} x_G = \frac{1+2+3}{3} = 2 \\ y_G = \frac{3-1+1}{3} = 1 \Rightarrow G(2; 1; 2). \\ z_G = \frac{4+0+2}{3} = 2 \end{cases}$$

- Câu 50. (Chuyên Lê Quý Đôn Điện Biên 2019)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho tam giác ABC biết $A(5; -2; 0), B(-2; 3; 0), C(0; 2; 3)$. Trọng tâm G của tam giác ABC có tọa độ:
- A. $(1; 2; 1)$. B. $(2; 0; -1)$. C. $(1; 1; 1)$. D. $(1; 1; -2)$.

Lời giải

Giả sử $G(x, y, z)$.

Vì G là trọng tâm của tam giác ABC suy ra

$$\begin{cases} x = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} \\ y = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} \\ z = \frac{z_A + z_B + z_C}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{5+(-2)+0}{3} = 1 \\ y = \frac{-2+3+2}{3} = 1 \Rightarrow G(1; 1; 1). \\ z = \frac{0+0+3}{3} = 1 \end{cases}$$

Câu 51. (Chuyên Sơn La 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho 2 điểm $M(1;-2;2)$ và $N(1;0;4)$. Tọa độ trung điểm của đoạn thẳng MN là:

- A. $(1;-1;3)$. B. $(0;2;2)$. C. $(2;-2;6)$. D. $(1;0;3)$.

Lời giải

Gọi I là trung điểm MN . Ta có:

$$\begin{cases} x_I = \frac{x_M + x_N}{2} = \frac{1+1}{2} = 1 \\ y_I = \frac{y_M + y_N}{2} = \frac{-2+0}{2} = -1 \\ z_I = \frac{z_M + z_N}{2} = \frac{2+4}{2} = 3 \end{cases}$$

Vậy $I(1;-1;3)$.

Câu 52. (KTNL GV Bắc Giang 2019) Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(-3;4)$ và $B(5;6)$. Trung điểm của đoạn thẳng AB có tọa độ là

- A. $(1;5)$. B. $(4;1)$. C. $(5;1)$. D. $(8;2)$.

Lời giải

Chọn A.

Gọi I là trung điểm của đoạn thẳng AB . Khi đó ta có:
$$\begin{cases} x_I = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{-3+5}{2} = 1 \\ y_I = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{4+6}{2} = 5 \end{cases} \Rightarrow I(1;5).$$

Câu 53. (Chuyên Lê Hồng Phong Nam Định 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;-4;3)$ và $B(2;2;9)$. Trung điểm của đoạn AB có tọa độ là

- A. $(0;3;3)$. B. $(4;-2;12)$. C. $(2;-1;6)$. D. $\left(0;\frac{3}{2};\frac{3}{2}\right)$.

Lời giải

Chọn C

Gọi I là trung điểm của đoạn AB . Ta có
$$\begin{cases} x_I = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{2+2}{2} = 2 \\ y_I = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{-4+2}{2} = -1 \\ z_I = \frac{z_A + z_B}{2} = \frac{3+9}{2} = 6 \end{cases} \Rightarrow I(2;-1;6).$$

Câu 54. (Liên Trường THPT Tp Vinh Nghệ An 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1;5;2)$ và $B(3;-3;2)$. Tọa độ trung điểm M của đoạn thẳng AB là

- A. $M(1;1;2)$ B. $M(2;2;4)$ C. $M(2;-4;0)$ D. $M(4;-8;0)$

Lời giải

Chọn A

$$\text{Trung điểm } M \text{ có tọa độ là } \begin{cases} x_M = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{-1+3}{2} = 1 \\ y_M = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{5-3}{2} = 1 \\ z_M = \frac{z_A + z_B}{2} = \frac{2+2}{2} = 2 \end{cases} \Leftrightarrow M(1;1;2).$$

- Câu 55. (THPT Nghĩa Hưng ND- 2019)** Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz cho hai điểm $A(-1;5;3)$ và $M(2;1;-2)$. Tọa độ điểm B biết M là trung điểm của AB là
- A. $B\left(\frac{1}{2}; 3; \frac{1}{2}\right)$. B. $B(-4;9;8)$.
 C. $B(5;3;-7)$. D. $B(5;-3;-7)$.

Lời giải

Giả sử $B(x_B; y_B; z_B)$.

Vì M là trung điểm của AB nên ta có:

$$\begin{cases} x_M = \frac{x_A + x_B}{2} \\ y_M = \frac{y_A + y_B}{2} \\ z_M = \frac{z_A + z_B}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 = \frac{-1 + x_B}{2} \\ 1 = \frac{5 + y_B}{2} \\ -2 = \frac{3 + z_B}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_B = 5 \\ y_B = -3 \\ z_B = -7 \end{cases}. \text{ Vậy } B(5; -3; -7).$$

Dạng 2. Tích vô hướng và ứng dụng

- Câu 56. (Mã 105 2017)** Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho hai vector $\vec{a} = (2;1;0)$ và $\vec{b} = (-1;0;-2)$. Tính $\cos(\vec{a}, \vec{b})$.
- A. $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = -\frac{2}{25}$ B. $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = -\frac{2}{5}$ C. $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{2}{25}$ D. $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{2}{5}$

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có: } \cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{-2}{\sqrt{5} \cdot \sqrt{5}} = -\frac{2}{5}.$$

- Câu 57. (KSCL THPT Nguyễn Khuyến 2019)** Trong không gian Oxyz, cho vector $\vec{a} = (2; -2; -4)$, $\vec{b} = (1; -1; 1)$. Mệnh đề nào dưới đây sai?
- A. $\vec{a} + \vec{b} = (3; -3; -3)$ B. \vec{a} và \vec{b} cùng phương
 C. $|\vec{b}| = \sqrt{3}$ D. $\vec{a} \perp \vec{b}$

Lời giải

Chọn B

- Xét đáp án A: $\vec{a} + \vec{b} = (3; -3; -3)$ đúng.
- Xét đáp án B: $\vec{a} = 2(1; -1; -2) \neq \vec{b} = (1; -1; 1)$. Suy ra \vec{a} và \vec{b} không cùng phương.

Đáp án B sai.

Câu 58. (THPT Lê Văn Thịnh Bắc Ninh 2019) Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC biết $A(1;3)$, $B(-2;-2)$, $C(3;1)$. Tính cosin góc A của tam giác.

- A. $\cos A = \frac{2}{\sqrt{17}}$ B. $\cos A = \frac{1}{\sqrt{17}}$ C. $\cos A = -\frac{2}{\sqrt{17}}$ D. $\cos A = -\frac{1}{\sqrt{17}}$

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (-3; -5)$, $\overrightarrow{AC} = (2; -2)$.

Khi đó: $\cos A = \cos(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC}) = \frac{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}}{|\overrightarrow{AB}| \cdot |\overrightarrow{AC}|} = \frac{-3 \cdot 2 + 5 \cdot 2}{\sqrt{34} \cdot 2\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{17}}$.

Câu 59. (THPT Quỳnh Lưu 3 Nghệ An 2019) Trong không gian $Oxyz$, góc giữa hai vectơ \vec{i} và $\vec{u} = (-\sqrt{3}; 0; 1)$ là

- A. 120° . B. 60° . C. 150° . D. 30° .

Lời giải

Ta có $\vec{i} = (1; 0; 0)$.

Vậy: $\cos(\vec{i}, \vec{u}) = \frac{\vec{i} \cdot \vec{u}}{|\vec{i}| \cdot |\vec{u}|} = \frac{1 \cdot (-\sqrt{3}) + 0 \cdot 0 + 0 \cdot 1}{1 \cdot \sqrt{(-\sqrt{3})^2 + 0^2 + 1^2}} = \frac{-\sqrt{3}}{2} \Rightarrow (\vec{i}, \vec{u}) = 150^\circ$.

Câu 60. (Chuyên Đại Học Vinh 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a} = (-3; 4; 0)$, $\vec{b} = (5; 0; 12)$. Cosin của góc giữa \vec{a} và \vec{b} bằng

- A. $\frac{3}{13}$. B. $\frac{5}{6}$. C. $-\frac{5}{6}$. D. $-\frac{3}{13}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\cos(\vec{a}; \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{-3 \cdot 5 + 4 \cdot 0 + 0 \cdot 12}{\sqrt{(-3)^2 + 4^2 + 0^2} \cdot \sqrt{5^2 + 0^2 + 12^2}} = \frac{-3}{13}$.

Câu 61. (Chuyên Đhsp Hà Nội 2019) Trong không gian tọa độ $Oxyz$ góc giữa hai vectơ \vec{i} và $\vec{u} = (-\sqrt{3}; 0; 1)$ là

- A. 120° . B. 30° . C. 60° . D. 150° .

Lời giải

Ta có $\vec{i} = (1; 0; 0)$

$\Rightarrow \cos(\vec{u}, \vec{i}) = \frac{\vec{u} \cdot \vec{i}}{|\vec{u}| \cdot |\vec{i}|} = \frac{-\sqrt{3}}{2}$. Vậy $(\vec{u}, \vec{i}) = 150^\circ$.

Câu 62. (Chuyên Nguyễn Tất Thành Yên Bái 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho vectơ $\vec{u} = (3; 0; 1)$ và $\vec{v} = (2; 1; 0)$. Tính tích vô hướng $\vec{u} \cdot \vec{v}$.

- A. $\vec{u} \cdot \vec{v} = 8$. B. $\vec{u} \cdot \vec{v} = 6$. C. $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$. D. $\vec{u} \cdot \vec{v} = -6$.

Lời giải

Ta có $\vec{u} \cdot \vec{v} = 3 \cdot 2 + 0 \cdot 1 + 1 \cdot 0 = 6$.

- Câu 63. (Chuyên Hưng Yên 2019)** Trong không gian tọa độ $Oxyz$, góc giữa hai vectơ \vec{i} và $\vec{u} = (-\sqrt{3}; 0; 1)$ là
- A. 30° . B. 120° . C. 60° . D. 150° .

Lời giải

Gọi α là góc giữa hai vectơ \vec{i} và $\vec{u} = (-\sqrt{3}; 0; 1)$, ta có:

$$\cos \alpha = \frac{\vec{i} \cdot \vec{u}}{|\vec{i}| \cdot |\vec{u}|} = \frac{-\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \alpha = 150^\circ.$$

- Câu 64. (Chuyên Trần Phú Hải Phòng 2019)** Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-1; -2; 3)$, $B(0; 3; 1)$, $C(4; 2; 2)$. Cosin của góc \widehat{BAC} là
- A. $\frac{9}{\sqrt{35}}$. B. $-\frac{9}{\sqrt{35}}$. C. $-\frac{9}{2\sqrt{35}}$. D. $\frac{9}{2\sqrt{35}}$.

Lời giải

$$\text{Ta có } \overrightarrow{AB}(1; 5; -2); \overrightarrow{AC}(5; 4; -1). \cos \widehat{BAC} = \frac{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}}{|\overrightarrow{AB}| \cdot |\overrightarrow{AC}|} = \frac{5 + 20 + 2}{\sqrt{30} \cdot \sqrt{42}} = \frac{9}{2\sqrt{35}}.$$

- Câu 65. (THPT Ngô Sĩ Liên Bắc Giang 2019)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1; 0; 0)$, $B(0; 0; 1)$, $C(2; 1; 1)$. Diện tích của tam giác ABC bằng:

A. $\frac{\sqrt{11}}{2}$ B. $\frac{\sqrt{7}}{2}$ C. $\frac{\sqrt{6}}{2}$ D. $\frac{\sqrt{5}}{2}$

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có: } \overrightarrow{AB} = (-1; 0; 1), \overrightarrow{AC} = (1; 1; 1) \Rightarrow (-1) \cdot 1 + 0 \cdot 1 + 1 \cdot 1 = 0 \Rightarrow AB \perp AC.$$

$$\text{Nên diện tích tam giác } ABC \text{ là } S = \frac{1}{2} AB \cdot AC = \frac{\sqrt{6}}{2}.$$

- Câu 66. (Chuyên Đại học Vinh - 2019)** Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a} = (-3; 4; 0)$ và $\vec{b} = (5; 0; 12)$. Cosin của góc giữa \vec{a} và \vec{b} bằng
- A. $\frac{3}{13}$. B. $\frac{5}{6}$. C. $-\frac{5}{6}$. D. $-\frac{3}{13}$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có: } \cos(\vec{a}; \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| |\vec{b}|} = \frac{-15}{\sqrt{(-3)^2 + 4^2} \cdot \sqrt{5^2 + 12^2}} = -\frac{3}{13}.$$

- Câu 67. (Thpt Vinh Lộc - Thanh Hóa 2019)** Trong hệ tọa độ Oxy , cho $\vec{u} = \vec{i} + 3\vec{j}$ và $\vec{v} = (2; -1)$. Tính $\vec{u} \cdot \vec{v}$.
- A. $\vec{u} \cdot \vec{v} = -1$. B. $\vec{u} \cdot \vec{v} = 1$. C. $\vec{u} \cdot \vec{v} = (2; -3)$. D. $\vec{u} \cdot \vec{v} = 5\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Từ } \vec{u} = \vec{i} + 3\vec{j} \Rightarrow \vec{u} = (1; 3).$$

Do đó, $\vec{u} \cdot \vec{v} = 1.2 + 3.(-1) = -1$.

Câu 68. (THPT Ngô Quyền - Ba Vì - Hải Phòng 2019) Cho hai véc tơ $\vec{a} = (1; -2; 3)$, $\vec{b} = (-2; 1; 2)$. Khi đó, tích vô hướng $(\vec{a} + \vec{b}) \cdot \vec{b}$ bằng

- A. 12. B. 2. C. 11. D. 10.

Lời giải

Chọn C

$$\vec{a} + \vec{b} = (-1; -1; 5) \Rightarrow (\vec{a} + \vec{b}) \cdot \vec{b} = -1.(-2) + (-1).1 + 5.2 = 11.$$

Câu 69. (Kiểm tra năng lực - ĐH - Quốc Tế - 2019) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a} = (2; 1; -3)$, $\vec{b} = (-4; -2; 6)$. Phát biểu nào sau đây là **sai**?

- A. $\vec{b} = -2\vec{a}$. B. $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$. C. \vec{a} ngược hướng với \vec{b} . D. $|\vec{b}| = 2|\vec{a}|$.

Lời giải

Chọn B

Dễ thấy $\vec{b} = -2\vec{a}$. Từ đó suy ra vectơ \vec{a} ngược hướng với vectơ \vec{b} và $|\vec{b}| = 2|\vec{a}|$.

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = 2.(-4) + 1.(-2) + (-3).6 = -28 \neq 0.$$

Do đó đáp án B sai.

Câu 70. (THPT Mai Anh Tuấn - Thanh Hóa - 2019) Cho $\vec{u} = (-1; 1; 0)$, $\vec{v} = (0; -1; 0)$, góc giữa hai vectơ \vec{u} và \vec{v} là

- A. 120° . B. 45° . C. 135° . D. 60° .

Lời giải

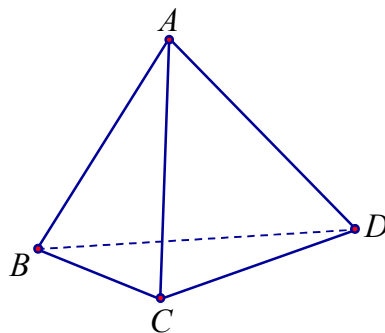
Chọn C

$$\text{Ta có } \cos(\vec{u}, \vec{v}) = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|} = \frac{-1}{\sqrt{2}} \Rightarrow (\vec{u}, \vec{v}) = 135^\circ.$$

Câu 71. (Chuyên Lê Hồng Phong - 2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ với $A(0; 0; 3)$, $B(0; 0; -1)$, $C(1; 0; -1)$, $D(0; 1; -1)$. Mệnh đề nào dưới đây sai?

- A. $AB \perp BD$. B. $AB \perp BC$. C. $AB \perp AC$. D. $AB \perp CD$.

Lời giải



Ta có $\vec{AB} = (0; 0; -4)$, $\vec{AC} = (1; 0; -4) \Rightarrow \vec{AB} \cdot \vec{AC} = 16 \neq 0 \Rightarrow AB$ và AC không vuông góc.

Câu 72. (THPT Thanh Miện I - Hải Dương - 2018) Trong không gian $Oxyz$ cho 2 véc tơ $\vec{a} = (2; 1; -1)$; $\vec{b} = (1; 3; m)$. Tìm m để $(\vec{a}; \vec{b}) = 90^\circ$.

- A. $m = -5$. B. $m = 5$. C. $m = 1$. D. $m = -2$

Lời giải

$$(\vec{a}; \vec{b}) = 90^\circ \Leftrightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \Leftrightarrow 5 - m = 0 \Leftrightarrow m = 5.$$

Câu 73. (SGD Đồng Tháp - 2018) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{u} = (2; -1; 1)$ và $\vec{v} = (0; -3; -m)$. Tìm số thực m sao cho tích vô hướng $\vec{u} \cdot \vec{v} = 1$.

- A. $m = 4$. B. $m = 2$. C. $m = 3$. D. $m = -2$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } \vec{u} \cdot \vec{v} = 1 \Leftrightarrow 3 - m = 1 \Leftrightarrow m = 2.$$

Câu 74. (CỤM Chuyên Môn 4 - Hải Phòng - 2018) Trong không gian $Oxyz$ cho $A(1; 2; 3); B(-1; 2; 1); C(3; -1; -2)$. Tính tích vô hướng $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$.

- A. -6 . B. -14 . C. 14 . D. 6 .

Lời giải

$$\text{Ta có: } \overrightarrow{AB} = (-2; 0; -2); \overrightarrow{AC} = (2; -3; -5) \Rightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 6$$

Câu 75. (THPT Mộ Đức - Quảng Ngãi - 2018) Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-1; -2; 3)$, $B(0; 3; 1)$, $C(4; 2; 2)$. Côsin của góc BAC bằng

- A. $\frac{9}{\sqrt{35}}$. B. $\frac{9}{2\sqrt{35}}$. C. $-\frac{9}{2\sqrt{35}}$. D. $-\frac{9}{\sqrt{35}}$.

Lời giải

$$\text{Ta có } \cos \widehat{BAC} = \cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = \frac{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}}{|\overrightarrow{AB}| |\overrightarrow{AC}|} \text{ với } \overrightarrow{AB} = (1; 5; -2), \overrightarrow{AC} = (5; 4; -1).$$

$$\cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = \frac{1 \cdot 5 + 5 \cdot 4 + (-2) \cdot (-1)}{\sqrt{1^2 + 5^2 + (-2)^2} \sqrt{5^2 + 4^2 + (-1)^2}} = \frac{27}{\sqrt{30} \sqrt{42}} = \frac{9}{2\sqrt{35}}$$

Dạng 3. Tích có hướng và ứng dụng

Câu 76. (KTNL GV Bắc Giang 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai vector $\vec{a} = (2; 1; -2)$ và vector $\vec{b} = (1; 0; 2)$. Tìm tọa độ vector \vec{c} là tích có hướng của \vec{a} và \vec{b} .

- A. $\vec{c} = (2; 6; -1)$. B. $\vec{c} = (4; 6; -1)$. C. $\vec{c} = (4; -6; -1)$. D. $\vec{c} = (2; -6; -1)$.

Lời giải

Chọn D.

Áp dụng công thức tính tích có hướng trong hệ trục tọa độ $Oxyz$ ta được:

$$\vec{c} = [\vec{a}, \vec{b}] = (2; -6; -1)$$

Vậy chọn đáp án D

Câu 77. (Chuyên Nguyễn Du-ĐăkLăk 2019) Trong không gian $Oxyz$, tọa độ một vector \vec{n} vuông góc với cả hai vector $\vec{a} = (1; 1; -2)$, $\vec{b} = (1; 0; 3)$ là

A. $(2; 3; -1)$.

B. $(3; 5; -2)$.

C. $(2; -3; -1)$.

D. $(3; -5; -1)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $[\vec{a}, \vec{b}] = (3; -5; -1)$.

Câu 78. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba vectơ $\vec{a} = (1; 2; -1)$, $\vec{b} = (3; -1; 0)$, $\vec{c} = (1; -5; 2)$.

Câu nào sau đây **đúng**?

A. \vec{a} cùng phương với \vec{b} .

B. $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ không đồng phẳng.

C. $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ đồng phẳng.

D. \vec{a} vuông góc với \vec{b} .

Lời giải

Chọn C

Ta có: $[\vec{a}, \vec{b}] = (-1; -3; -7) \neq \vec{0}$. Hai vectơ \vec{a}, \vec{b} không cùng phương.

$[\vec{a}, \vec{b}] \cdot \vec{c} = -1 + 15 - 14 = 0$. Ba vectơ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ đồng phẳng.

Câu 79. (Việt Đức Hà Nội 2019) Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(1; -2; 0)$, $B(2; 0; 3)$, $C(-2; 1; 3)$ và $D(0; 1; 1)$. Thể tích khối tứ diện $ABCD$ bằng:

A. 6.

B. 8.

C. 12.

D. 4.

Lời giải

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (1; 2; 3)$; $\overrightarrow{AC} = (-3; 3; 3)$; $\overrightarrow{AD} = (-1; 3; 1)$.

$[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (-3; -12; 9)$;

$[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] \cdot \overrightarrow{AD} = (-3) \cdot (-1) + (-12) \cdot 3 + 9 \cdot 1 = -24$.

$V_{ABCD} = \frac{1}{6} |[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] \cdot \overrightarrow{AD}| = \frac{1}{6} |-24| = 4$.

Câu 80. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = (1; -2; 3)$ và $\vec{b} = (1; 1; -1)$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. $|\vec{a} + \vec{b}| = 3$.

B. $\vec{a} \cdot \vec{b} = -4$.

C. $|\vec{a} - \vec{b}| = 5$.

D. $[\vec{a}, \vec{b}] = (-1; -4; 3)$.

Lời giải

Ta có

☐ $|\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{u}| = \sqrt{(1+1)^2 + (-2+1)^2 + (3-1)^2} = \sqrt{4+1+4} = 3$ (đúng).

☐ $\vec{a} \cdot \vec{b} = 1 \cdot 1 + (-2) \cdot 1 + 3 \cdot (-1) = 1 - 2 - 3 = -4$ (đúng).

☐ $|\vec{a} - \vec{b}| = |\vec{u}| = \sqrt{(1-1)^2 + (-2-1)^2 + (3+1)^2} = \sqrt{0+9+16} = 5$ (đúng).

☐ $[\vec{a}, \vec{b}] = \left(\begin{vmatrix} -2 & 3 \\ 1 & -1 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 1 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} \right) = (-1; 4; 3)$ (sai).

Câu 81. (Chuyên Trần Phú Hải Phòng 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 0; -1)$, $B(1; -1; 2)$. Diện tích tam giác OAB bằng

A. $\sqrt{11}$. B. $\frac{\sqrt{6}}{2}$. C. $\frac{\sqrt{11}}{2}$. D. $\sqrt{6}$.

Lời giải

$$[\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}] = (-1; -3; -1)$$

$$S_{\Delta OAB} = \frac{1}{2} \left| [\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}] \right| = \frac{1}{2} \sqrt{1+9+1} = \frac{\sqrt{11}}{2}.$$

Câu 82. (Yên Phong 1 - 2018) Trong không gian $Oxyz$, cho 4 điểm $A(2;0;2)$, $B(1;-1;-2)$, $C(-1;1;0)$, $D(-2;1;2)$. Thể tích của khối tứ diện $ABCD$ bằng

A. $\frac{42}{3}$. B. $\frac{14}{3}$. C. $\frac{21}{3}$. D. $\frac{7}{3}$.

Lời giải

$$\overrightarrow{AC} = (-3;1;-2); \overrightarrow{AB} = (-1;-1;-4); \overrightarrow{AD} = (-4;1;0).$$

$$[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (-6; -10; 4).$$

$$\text{Thể tích khối tứ diện là: } V = \frac{1}{6} \cdot |[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] \cdot \overrightarrow{AD}| = \frac{1}{6} |14| = \frac{7}{3}.$$

Câu 83. (SGD và ĐT Đà Nẵng 2019) Trong không gian $Oxyz$, tính diện tích S của tam giác ABC , biết $A(2;0;0)$, $B(0;3;0)$ và $C(0;0;4)$.

A. $S = \frac{\sqrt{61}}{3}$. B. $S = \frac{\sqrt{61}}{2}$. C. $S = 2\sqrt{61}$. D. $S = \sqrt{61}$.

Lời giải

Chọn D

$$\overrightarrow{AB} = (-2;3;0), \overrightarrow{AC} = (-2;0;4), [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (12;8;6).$$

$$\text{Ta có } |[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]| = |\overrightarrow{AB}| \cdot |\overrightarrow{AC}| \cdot \sin(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = 2S.$$

$$\text{Diện tích tam giác } ABC \text{ là } S = \frac{1}{2} \cdot |[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]| = \frac{1}{2} \sqrt{12^2 + 8^2 + 6^2} = \sqrt{61}.$$

Câu 84. Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $O(0;0;0)$, $A(0;1;-2)$, $B(1;2;1)$, $C(4;3;m)$. Tất cả giá trị của m để 4 điểm O, A, B, C đồng phẳng?

A. $m = 14$. B. $m = -14$. C. $m = 7$. D. $m = -7$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } \overrightarrow{OA} = (0;1;-2), \overrightarrow{OB} = (1;2;1), \overrightarrow{OC} = (4;3;m). \text{ Bốn điểm } O, A, B, C \text{ đồng phẳng}$$

$$\Leftrightarrow [\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}] \cdot \overrightarrow{OC} = 0 \Leftrightarrow 5 \cdot 4 - 2 \cdot 3 - 1 \cdot m = 0 \Leftrightarrow m = 14.$$

$$\text{Vậy } m = 14.$$

Câu 85. Trong không gian $Oxyz$, cho hình chóp $ABCD$ có $A(0;1;-1)$, $B(1;1;2)$, $C(1;-1;0)$ và $D(0;0;1)$. Tính độ dài đường cao của hình chóp $ABCD$.

A. $2\sqrt{2}$. B. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$. C. $3\sqrt{2}$. D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Có $\overrightarrow{BC} = (0; -2; -2)$, $\overrightarrow{BD} = (-1; -1; -1)$, $\overrightarrow{BA} = (-1; 0; 3)$; $[\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BD}] = (0; 2; -2)$; $[\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BD}] \cdot \overrightarrow{BA} = 6$

$$h_A = \frac{|\overrightarrow{BA} \cdot [\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BD}]|}{|[\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BD}]|} = \frac{6}{2\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{2}.$$

Câu 86. (Chuyên Lê Quý Đôn - Đà Nẵng - 2018) Trong không gian với hệ trục tọa độ, cho hình bình hành $ABCD$. Biết $A(2; 1; -3)$, $B(0; -2; 5)$ và $C(1; 1; 3)$. Diện tích hình bình hành $ABCD$ là

- A. $2\sqrt{87}$. B. $\frac{\sqrt{349}}{2}$. C. $\sqrt{349}$. D. $\sqrt{87}$.

Lời giải

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (-2; -3; 8)$ và $\overrightarrow{AC} = (-1; 0; 6) \Rightarrow [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (-18; 4; -3)$.

Vậy: $S_{ABCD} = |[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]| = \sqrt{(-18)^2 + 4^2 + (-3)^2} = \sqrt{349}$.

Câu 87. (SGD - Bình Dương - 2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(0; 1; 1)$, $B(-1; 0; 2)$, $C(-1; 1; 0)$ và điểm $D(2; 1; -2)$. Khi đó thể tích tứ diện $ABCD$ là

- A. $V = \frac{5}{6}$. B. $V = \frac{5}{3}$. C. $V = \frac{6}{5}$. D. $V = \frac{3}{2}$.

Lời giải

Ta có $\overrightarrow{AB} = (-1; -1; 1)$, $\overrightarrow{AC} = (-1; 0; -1)$, $\overrightarrow{AD} = (2; 0; -3)$ và $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (1; -2; -1)$.

Thể tích tứ diện $ABCD$ là $V = \frac{1}{6} |[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] \cdot \overrightarrow{AD}| = \frac{5}{6}$.

Câu 88. (THPT Mộ Đức - Quảng Ngãi - 2018) Trong không gian $Oxyz$, cho $A(1; 2; -1)$, $B(0; -2; 3)$. Tính diện tích tam giác OAB .

- A. $\frac{\sqrt{29}}{6}$. B. $\frac{\sqrt{29}}{2}$. C. $\frac{\sqrt{78}}{2}$. D. $\frac{7}{2}$.

Lời giải

Diện tích tam giác OAB được xác định bởi công thức: $S = \frac{1}{2} |[\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}]|$

Ta có $\overrightarrow{OA} = (1; 2; -1)$, $\overrightarrow{OB} = (0; -2; 3) \Rightarrow [\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}] = (4; -3; -2)$

Vậy $S = \frac{1}{2} |[\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}]| = \frac{1}{2} \sqrt{4^2 + (-3)^2 + (-2)^2} = \frac{\sqrt{29}}{2}$.

BẠN HỌC THAM KHẢO THÊM DẠNG CÂU KHÁC TẠI

<https://drive.google.com/drive/folders/15DX-hbY5paR0iUmcs4RU1Dka1-7OpKlG?usp=sharing>

Theo dõi Fanpage: **Nguyễn Bảo Vương** <https://www.facebook.com/tracnghiemtoanthpt489/>

Hoặc Facebook: **Nguyễn Vương** <https://www.facebook.com/phong.baovuong>

Tham gia ngay: **Nhóm Nguyễn Bào Vương (TÀI LIỆU TOÁN)** <https://www.facebook.com/groups/703546230477890/>

Trang 20 Fanpage **Nguyễn Bảo Vương** <https://www.facebook.com/tracnghiemtoanthpt489/>

Ấn sub kênh Youtube: Nguyễn Vương

👉 https://www.youtube.com/channel/UCQ4u2J5gIEI1iRUbT3nwJfA?view_as=subscriber

Tải nhiều tài liệu hơn tại: <http://diendangiaovientoan.vn/>

ĐỂ NHẬN TÀI LIỆU SỚM NHẤT NHÉ!

Nguyễn Bảo Vương