

DẠNG TOÁN DÀNH CHO ĐỐI TƯỢNG HỌC SINH KHÁ MỨC 7+8+9 ĐIỂM**Dạng 1. Bài toán tương giao đường thẳng với đồ thị hàm số bậc 3 (CHỨA THAM SỐ)**

Bài toán tổng quát: Tìm các giá trị của tham số m để đường thẳng $d: y = px + q$ cắt đồ thị hàm số $(C): y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ tại 3 điểm phân biệt thỏa điều kiện K ? (dạng có điều kiện)

Phương pháp giải:

Bước 1. Lập phương trình hoành độ giao điểm của d và (C) là: $ax^3 + bx^2 + cx + d = px + q$

Đưa về phương trình bậc ba và nhằm nghiệm đặc biệt $x = x_0$ để chia Hoocner được:

$$(x - x_0) \cdot (ax^2 + b'x + c') = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = x_0 \\ g(x) = ax^2 + b'x + c' = 0 \end{cases}$$

Bước 2. Để d cắt (C) tại ba điểm phân biệt \Leftrightarrow phương trình $g(x) = 0$ có 2 nghiệm phân biệt khác

$$x_0 \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta_{g(x)} > 0 \\ g(x_0) \neq 0 \end{cases} \cdot \text{Giải hệ này, tìm được giá trị } m \in D_1.$$

Bước 3. Gọi $A(x_0; px_0 + q)$, $B(x_1; px_1 + q)$, $C(x_2; px_2 + q)$ với x_1, x_2 là hai nghiệm của $g(x) = 0$.

Theo Viét, ta có: $x_1 + x_2 = -\frac{b'}{a}$ và $x_1 x_2 = \frac{c'}{a}$ (1)

Bước 4. Biến đổi điều kiện K về dạng tổng và tích của x_1, x_2 (2)

Thế (1) vào (2) sẽ thu được phương trình hoặc bất phương trình với biến là m . Giải chúng sẽ tìm được giá trị $m \in D_2$.

Kết luận: $m \in D_1 \cap D_2$.

Một số công thức tính nhanh “thường gặp” liên quan đến cấp số

□ **Tìm điều kiện để đồ thị hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt có hoành độ lập thành cấp số cộng.**

Điều kiện cần:

Giả sử x_1, x_2, x_3 là nghiệm của phương trình $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$

Khi đó: $ax^3 + bx^2 + cx + d = a(x - x_1)(x - x_2)(x - x_3)$, đồng nhất hệ số ta được $x_2 = -\frac{b}{3a}$

Thế $x_2 = -\frac{b}{3a}$ vào phương trình $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$ ta được điều kiện ràng buộc về tham số hoặc giá trị của tham số.

Điều kiện đủ:

Thử các điều kiện ràng buộc về tham số hoặc giá trị của tham số để phương trình $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$ có 3 nghiệm phân biệt.

□ **Tìm điều kiện để đồ thị hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt có hoành độ lập thành cấp số nhân.**

Điều kiện cần:

Giả sử x_1, x_2, x_3 là nghiệm của phương trình $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$

Khi đó: $ax^3 + bx^2 + cx + d = a(x - x_1)(x - x_2)(x - x_3)$, đồng nhất hệ số ta được $x_2 = \sqrt[3]{-\frac{d}{a}}$

Thế $x_2 = \sqrt[3]{-\frac{d}{a}}$ vào phương trình $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$ ta được điều kiện ràng buộc về tham số hoặc giá trị

của tham số.

Điều kiện đủ:

Thử các điều kiện ràng buộc về tham số hoặc giá trị của tham số để phương trình $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$ có 3 nghiệm phân biệt.

- Câu 1. (Sở Ninh Bình 2020)** Cho hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 2m$. Có bao nhiêu giá trị của tham số thực m để đồ thị hàm số cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt có hoành độ lập thành cấp số cộng?
A. 1. B. 2. C. 3. D. 0.
- Câu 2. (Cụm Liên Trường Hải Phòng 2019)** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$ (C) cắt đường thẳng $d: y = m(x-1)$ tại ba điểm phân biệt x_1, x_2, x_3 .
A. $m > -2$. B. $m = -2$. C. $m > -3$. D. $m = -3$.
- Câu 3. (Chuyên Vĩnh Phúc 2019)** Đường thẳng Δ có phương trình $y = 2x + 1$ cắt đồ thị của hàm số $y = x^3 - x + 3$ tại hai điểm A và B với tọa độ được kí hiệu lần lượt là $A(x_A; y_A)$ và $B(x_B; y_B)$ trong đó $x_B < x_A$. Tìm $x_B + y_B$?
A. $x_B + y_B = -5$ B. $x_B + y_B = -2$ C. $x_B + y_B = 4$ D. $x_B + y_B = 7$
- Câu 4. (THPT Ba Đình 2019)** Cho hàm số $y = x^3 + 3mx^2 - m^3$ có đồ thị (C_m) và đường thẳng $d: y = m^2x + 2m^3$. Biết rằng m_1, m_2 ($m_1 > m_2$) là hai giá trị thực của m để đường thẳng d cắt đồ thị (C_m) tại 3 điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2, x_3 thỏa mãn $x_1^4 + x_2^4 + x_3^4 = 83$. Phát biểu nào sau đây là **đúng** về quan hệ giữa hai giá trị m_1, m_2 ?
A. $m_1 + m_2 = 0$. B. $m_1^2 + 2m_2 > 4$. C. $m_2^2 + 2m_1 > 4$. D. $m_1 - m_2 = 0$.
- Câu 5. (THPT Bạch Đằng Quảng Ninh 2019)** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2$ cắt đường thẳng $y = m$ tại ba điểm phân biệt.
A. $m \in (-\infty; -4)$. B. $m \in (-4; 0)$.
C. $m \in (0; +\infty)$. D. $m \in (-\infty; -4) \cup (0; +\infty)$.
- Câu 6. (Mã 123 2017)** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đường thẳng $y = mx - m + 1$ cắt đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + x + 2$ tại ba điểm A, B, C phân biệt sao $AB = BC$
A. $m \in \left(-\frac{5}{4}; +\infty\right)$ B. $m \in (-2; +\infty)$
C. $m \in \mathbb{R}$ D. $m \in (-\infty; 0) \cup [4; +\infty)$
- Câu 7. (Sở Cần Thơ - 2019)** Tất cả giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^3 + (m^2 - 2)x + 2m^2 + 4$ cắt các trục tọa độ Ox, Oy lần lượt tại A, B sao cho diện tích tam giác OAB bằng 8 là
A. $m = \pm 2$. B. $m = \pm 1$. C. $m = \pm \sqrt{3}$. D. $m = \pm \sqrt{2}$.
- Câu 8. (Mã 110 2017)** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đường thẳng $y = -mx$ cắt đồ thị của hàm số $y = x^3 - 3x^2 - m + 2$ tại ba điểm phân biệt A, B, C sao cho $AB = BC$.
A. $m \in (-\infty; -1)$ B. $m \in (-\infty; +\infty)$ C. $m \in (1; +\infty)$ D. $m \in (-\infty; 3)$
- Câu 9. (Chuyên Bắc Ninh 2019)** Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $x^3 + 3x^2 - 2 = m$ có ba nghiệm phân biệt.
A. $m \in (2; +\infty]$. B. $m \in (-\infty; -2]$. C. $m \in (-2; 2)$. D. $m \in [-2; 2]$.

- Câu 10. (Chuyên Vĩnh Phúc 2019)** Đường thẳng Δ có phương trình $y = 2x + 1$ cắt đồ thị của hàm số $y = x^3 - x + 3$ tại hai điểm A và B với tọa độ được kí hiệu lần lượt là $A(x_A; y_A)$ và $B(x_B; y_B)$ trong đó $x_B < x_A$. Tìm $x_B + y_B$?
- A. $x_B + y_B = -5$ B. $x_B + y_B = -2$ C. $x_B + y_B = 4$ D. $x_B + y_B = 7$
- Câu 11. (Chuyên Lê Quý Đôn Điện Biên 2019)** Gọi S là tập tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $2x^3 - 3x^2 = 2m + 1$ có đúng hai nghiệm phân biệt. Tổng các phần tử của S bằng
- A. $-\frac{1}{2}$. B. $-\frac{3}{2}$. C. $-\frac{5}{2}$. D. $\frac{1}{2}$.
- Câu 12. (THPT Minh Khai Hà Tĩnh 2019)** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đường thẳng $y = -x + 5$ cắt đồ thị hàm số $y = x^3 + 2mx^2 + 3(m-1)x + 5$ tại 3 điểm phân biệt.
- A. $\begin{cases} m < 1 \\ m > 2 \end{cases}$. B. $\begin{cases} m \neq \frac{2}{3} \\ m \leq 1 \\ m \geq 2 \end{cases}$. C. $\begin{cases} m \neq \frac{2}{3} \\ m < 1 \\ m > 2 \end{cases}$. D. $\begin{cases} m \leq 1 \\ m \geq 2 \end{cases}$.
- Câu 13. (THPT Lương Thế Vinh Hà Nội 2019)** Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị (C) như hình vẽ, đường thẳng d có phương trình $y = x - 1$. Biết phương trình $f(x) = 0$ có ba nghiệm $x_1 < x_2 < x_3$. Giá trị của $x_1 x_3$ bằng
- A. -3 . B. $-\frac{7}{3}$. C. -2 . D. $-\frac{5}{2}$.
- Câu 14. (Chuyên Lê Thánh Tông 2019)** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in [-2018; 2019]$ để đồ thị hàm số $y = x^3 - 3mx + 3$ và đường thẳng $y = 3x + 1$ có duy nhất một điểm chung?
- A. 1. B. 2019. C. 4038. D. 2018.
- Câu 15. (THCS - THPT Nguyễn Khuyến 2019)** Phương trình $x^3 - 6mx + 5 = 5m^2$ có 3 nghiệm phân biệt lập thành cấp số cộng khi
- A. $m = 0$. B. $m = -1 \vee m = 1$. C. $m = 1$. D. $m \in \emptyset$.
- Câu 16.** Tính tổng tất cả các giá trị của m biết đồ thị hàm số $y = x^3 + 2mx^2 + (m+3)x + 4$ và đường thẳng $y = x + 4$ cắt nhau tại ba điểm phân biệt $A(0; 4)$, B , C sao cho diện tích tam giác IBC bằng $8\sqrt{2}$ với $I(1; 3)$.
- A. 3. B. 8. C. 1. D. 5.
- Câu 17.** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in [-2018; 2019]$ để đồ thị hàm số $y = x^3 - 3mx + 3$ và đường thẳng $y = 3x + 1$ có duy nhất một điểm chung?
- A. 1. B. 2019. C. 4038. D. 2018.
- Câu 18.** Đường thẳng d có phương trình $y = x + 4$ cắt đồ thị hàm số $y = x^3 + 2mx^2 + (m+3)x + 4$ tại 3 điểm phân biệt $A(0; 4)$, B và C sao cho diện tích của tam giác MBC bằng 4, với $M(1; 3)$. Tìm tất cả các giá trị của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.
- A. $m = 3$. B. $m = 2$ hoặc $m = 3$.
C. $m = -2$ hoặc $m = -3$. D. $m = -2$ hoặc $m = 3$
- Câu 19. (THPT Minh Khai - lần 1)** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đường thẳng $y = -x + 5$ cắt đồ thị hàm số $y = x^3 + 2mx^2 + 3(m-1)x + 5$ tại ba điểm phân biệt.

$$\begin{array}{llll} \text{A. } \begin{cases} m < 1 \\ m > 2 \end{cases} & \text{B. } \begin{cases} m \neq \frac{2}{3} \\ m \leq 1 \\ m \geq 2 \end{cases} & \text{C. } \begin{cases} m \neq \frac{2}{3} \\ m < 1 \\ m > 2 \end{cases} & \text{D. } \begin{cases} m \leq 1 \\ m \geq 2 \end{cases} \end{array}$$

Câu 20. (Chuyên Lê Quý Đôn Điện Biên 2019) Gọi S là tập tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $2x^3 - 3x^2 = 2m + 1$ có đúng hai nghiệm phân biệt. Tổng các phần tử của S bằng

$$\text{A. } -\frac{1}{2}. \quad \text{B. } -\frac{3}{2}. \quad \text{C. } -\frac{5}{2}. \quad \text{D. } \frac{1}{2}.$$

Câu 21. (Kiểm tra năng lực - ĐH - Quốc Tế - 2019) Giá trị lớn nhất của m để đường thẳng $(d): y = x - m + 1$ cắt đồ thị hàm số $y = x^3 + 2(m-2)x^2 + (8-5m)x + m - 5$ tại 3 điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2, x_3 thỏa mãn điều kiện $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 20$ là

$$\text{A. } 3. \quad \text{B. } 1. \quad \text{C. } 0. \quad \text{D. } -\frac{3}{2}.$$

Câu 22. Có bao nhiêu giá trị của m để đồ thị hàm số $y = -2x^3 - 3m^2x^2 + (m^3 + 2m)x + 2$ cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt có hoành độ là ba số hạng liên tiếp của một cấp số nhân?

$$\text{A. } 0. \quad \text{B. } 1. \quad \text{C. } 2. \quad \text{D. } 3.$$

Câu 23. (Kinh Môn - Hải Dương 2019) Tìm m để đồ thị (C) của $y = x^3 - 3x^2 + 4$ và đường thẳng $y = mx + m$ cắt nhau tại 3 điểm phân biệt $A(-1; 0)$, B , C sao cho ΔOBC có diện tích bằng 64.

$$\text{A. } m = 14. \quad \text{B. } m = 15. \quad \text{C. } m = 16. \quad \text{D. } m = 17.$$

Câu 24. (Sở Bắc Ninh 2019) Cho hàm số $y = x^3 - 8x^2 + 8x$ có đồ thị (C) và hàm số $y = x^2 + (8-a)x - b$ (với $a, b \in \mathbb{R}$) có đồ thị (P) . Biết đồ thị hàm số (C) cắt (P) tại ba điểm có hoành độ nằm trong $[-1; 5]$. Khi a đạt giá trị nhỏ nhất thì tích ab bằng

$$\text{A. } -729. \quad \text{B. } 375. \quad \text{C. } 225. \quad \text{D. } -384.$$

Câu 25. (Sở Quảng Trị 2019) Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để đường thẳng $y = -mx + m$ cắt đồ thị hàm số $y = x^3 + mx^2 + m$ tại 3 điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2, x_3 thỏa mãn $-1 < x_1 + x_2 + x_3 < 3$?

$$\text{A. } 6. \quad \text{B. } 5. \quad \text{C. } 2. \quad \text{D. } 3.$$

Câu 26. (Chuyên Nguyễn Huệ 2019) Cho hàm số $y = x^3 + 2mx^2 + (m+3)x + 4$ (C_m). Tất cả các giá trị của tham số m để đường thẳng $(d): y = x + 4$ cắt (C_m) tại ba điểm phân biệt $A(0; 4)$, B , C sao cho tam giác KBC có diện tích bằng $8\sqrt{2}$ với điểm $K(1; 3)$ là:

$$\text{A. } m = \frac{1 + \sqrt{137}}{2}. \quad \text{B. } m = \frac{\pm 1 + \sqrt{137}}{2}. \quad \text{C. } m = \frac{1 \pm \sqrt{137}}{2}. \quad \text{D. } m = \frac{1 - \sqrt{137}}{2}.$$

Câu 27. (Chuyên Thái Nguyên - 2020) Gọi T là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m để phương trình $x^3 - 3x^2 - m^3 + 3m^2 = 0$ có ba nghiệm phân biệt. Tổng tất cả các phần tử của T bằng

$$\text{A. } 1. \quad \text{B. } 5. \quad \text{C. } 0. \quad \text{D. } 3.$$

Câu 28. (Đại Học Hà Tĩnh - 2020) Cho đồ thị hàm số $f(x) = x^3 + bx^2 + cx + d$ cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2, x_3 . Tính giá trị của biểu thức $P = \frac{1}{f'(x_1)} + \frac{1}{f'(x_2)} + \frac{1}{f'(x_3)}$.

$$\text{A. } P = 3 + 2b + c. \quad \text{B. } P = 0. \quad \text{C. } P = b + c + d. \quad \text{D. } P = \frac{1}{2b} + \frac{1}{c}.$$

Câu 29. (Sở Bắc Ninh - 2020) Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị đi qua điểm $A(1;1), B(2;4), C(3;9)$. Các đường thẳng AB, AC, BC lại cắt đồ thị lần lượt tại các điểm M, N, P (M khác A và B , N khác A và C , P khác B và C). Biết rằng tổng các hoành độ của M, N, P bằng 5, giá trị của $f(0)$ là

- A. -6. B. -18. C. 18. D. 6.

Câu 30. (Đô Lương 4 - Nghệ An - 2020) Tìm giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2+2$ cắt đường thẳng $d:y=m(x-1)$ tại ba điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2, x_3 thỏa mãn $x_1^2+x_2^2+x_3^2>5$.

- A. $m \geq -3$. B. $m \geq -2$ C. $m > -3$. D. $m > -2$.

Câu 31. (Yên Lạc 2 - Vĩnh Phúc - 2020) Gọi S là tập tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y=x^3+3x^2-9x+2m+1$ và trục

Ox có đúng hai điểm chung phân biệt. Tính tổng T của các phần tử thuộc tập S

- A. $T=-10$. B. $T=10$. C. $T=-12$. D. $T=12$.

Dạng 2. Bài toán tương giao của đường thẳng với đồ thị hàm số nhất biến (CHỨA THAM SỐ)

Bài toán tổng quát

Cho hàm số $y=\frac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị (C) . Tìm tham số m để đường thẳng $d:y=\alpha x+\beta$ cắt (C) tại hai điểm phân biệt A, B thỏa mãn điều kiện K?

Phương pháp giải

□ **Bước 1.** (Bước này giống nhau ở các bài toán tương giao của hàm nhất biến)

Lập phương trình hoành độ giao điểm giữa d và (C) : $\frac{ax+b}{cx+d}=\alpha x+\beta$

$$\Leftrightarrow g(x)=\alpha cx^2+(\beta c+\alpha d-a)x+\beta d-b=0, \forall x \neq -\frac{d}{c}.$$

$$- \text{Đề } d \text{ cắt } (C) \text{ tại hai điểm phân biệt} \Leftrightarrow g(x)=0 \text{ có nghiệm nghiệm phân biệt} \neq -\frac{d}{c} \Leftrightarrow \begin{cases} c\alpha \neq 0; \Delta > 0 \\ g\left(-\frac{d}{c}\right) \neq 0 \end{cases}.$$

Giải hệ này, ta sẽ tìm được $m \in D_1$ (i)

-Gọi $A(x_1; \alpha x_1 + \beta)$, $B(x_2; \alpha x_2 + \beta)$ với x_1, x_2 là 2 nghiệm của $g(x)=0$ Theo Viét:

$$S=x_1+x_2=-\frac{\beta c+\alpha d-a}{c\alpha}; P=x_1x_2=\frac{\beta d-b}{\alpha c} \quad (ii)$$

□ **Bước 2.**

-Biến đổi điều kiện K cho trước về dạng có chứa tổng và tích của x_1, x_2 (iii)

-Thế (ii) vào (iii) sẽ thu được phương trình hoặc bất phương trình với biến số là m . Giải nó sẽ tìm được

$$m \in D_2 \quad (*)$$

-Từ (i), (*) $\Rightarrow m \in (D_1 \cap D_2)$ và kết luận giá trị m cần tìm.

Một số công thức tính nhanh “thường gặp” liên quan đến tương giao giữa đường thẳng $y=kx+p$ và

$$\text{đồ thị hàm số } y=\frac{ax+b}{cx+d}$$

Giả sử $d:y=kx+p$ cắt đồ thị hàm số $y=\frac{ax+b}{cx+d}$ tại 2 điểm phân biệt M, N .

Với $kx+p=\frac{ax+b}{cx+d}$ cho ta phương trình có dạng: $Ax^2+Bx+C=0$ thỏa điều kiện $cx+d \neq 0$, có

$$\Delta=B^2-4AC. \text{ Khi đó:}$$

$$1). M(x_1; kx_1 + p), N(x_2; kx_2 + p) \Rightarrow \overline{MN} = (x_2 - x_1; k(x_2 - x_1)) \Rightarrow MN = \sqrt{(k^2 + 1) \frac{\Delta}{A^2}}$$

Chú ý: khi $\min MN$ thì tồn tại $\min \Delta, k = \text{const}$

$$2). OM^2 + ON^2 = (k^2 + 1)(x_1^2 + x_2^2) + (x_1 + x_2)2kp + 2p^2$$

$$3). \overline{OM} \cdot \overline{ON} = (x_1 \cdot x_2)(1 + k^2) + (x_1 + x_2)kp + p^2$$

$$4). OM = ON \Leftrightarrow (x_1 + x_2)(1 + k^2) + 2kp = 0$$

Câu 1. (Sở Ninh Bình 2020) Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên thuộc đoạn $[-2020; 2020]$ của tham số

m để đường thẳng $y = x + m$ cắt đồ thị hàm số $y = \frac{2x-3}{x-1}$ tại hai điểm phân biệt?

- A. 4036. B. 4040. C. 4038. D. 4034.

Câu 2. (ĐHQG TPHCM 2019) Đường thẳng $y = x + 2m$ cắt đồ thị hàm số $y = \frac{x-3}{x+1}$ tại hai điểm phân biệt khi và chỉ khi

- A. $\begin{cases} m < -1 \\ m > 3 \end{cases}$. B. $\begin{cases} m \leq -1 \\ m \geq 3 \end{cases}$. C. $\begin{cases} m < -3 \\ m > 1 \end{cases}$. D. $-3 < m < 1$.

Câu 3. (Gia Lai 2019) Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đường thẳng $y = 2x + m$ cắt đồ thị của hàm số $y = \frac{x+3}{x+1}$ tại hai điểm phân biệt.

- A. $m \in (-\infty; +\infty)$. B. $m \in (-1; +\infty)$. C. $m \in (-2; 4)$. D. $m \in (-\infty; -2)$.

Câu 4. Gọi A và B là hai điểm thuộc hai nhánh khác nhau của đồ thị hàm số $y = \frac{x}{x-2}$. Khi đó độ dài đoạn AB ngắn nhất bằng

- A. $4\sqrt{2}$. B. 4. C. $2\sqrt{2}$. D. $2\sqrt{2}$.

Câu 5. (Chuyên Nguyễn Du Đắk Lắk 2019) Cho hàm số $y = \frac{x}{x-1}$ (C) và đường thẳng $d: y = -x + m$.

Gọi S là tập các số thực m để đường thẳng d cắt đồ thị (C) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho tam giác OAB (O là gốc tọa độ) có bán kính đường tròn ngoại tiếp bằng $2\sqrt{2}$. Tổng các phần tử của S bằng

- A. 4. B. 3. C. 0. D. 8.

Câu 6. Đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{1-x}$ (C) và đường thẳng $d: y = x + m$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đường thẳng d cắt đồ thị (C) tại 2 điểm phân biệt

- A. $m > -1$. B. $-5 < m < -1$. C. $m < -5$. D. $m < -5$ hoặc $m > -1$.

Câu 7. (Sở Cần Thơ 2019) Cho hàm số $y = \frac{x+3}{x+1}$ có đồ thị (C) và đường thẳng $d: y = x - m$, với m là tham số thực. Biết rằng đường thẳng d cắt (C) tại hai điểm phân biệt A và B sao cho điểm $G(2; -2)$ là trọng tâm của tam giác OAB (O là gốc tọa độ). Giá trị của m bằng

- A. 6. B. 3. C. -9. D. 5.

Câu 8. (Sở Nam Định 2019) Cho hàm số $y = \frac{3x-2m}{mx+1}$ với m là tham số. Biết rằng với mọi $m \neq 0$, đồ thị hàm số luôn cắt đường thẳng $d: y = 3x - 3m$ tại hai điểm phân biệt A, B . Tích tất cả các giá trị của m tìm được để đường thẳng d cắt các trục Ox, Oy lần lượt tại C, D sao cho diện tích ΔOAB bằng 2 lần diện tích ΔOCD bằng

A. $-\frac{4}{9}$.

B. -4 .

C. -1 .

D. 0 .

Câu 9. (Gia Lai 2019) Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để đường thẳng $y = -3x + m$ cắt đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ tại hai điểm phân biệt A và B sao cho trọng tâm tam giác OAB (O là gốc tọa độ) thuộc đường thẳng $x - 2y - 2 = 0$?

A. 2 .

B. 1 .

C. 0 .

D. 3 .

Câu 10. Giả sử $m = -\frac{b}{a}$, $a, b \in \mathbb{Z}^+$, $(a, b) = 1$ là giá trị thực của tham số m để đường thẳng $d: y = -3x + m$ cắt đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ (C) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho trọng tâm tam giác OAB thuộc đường thẳng $\Delta: x - 2y - 2 = 0$, với O là gốc tọa độ. Tính $a + 2b$.

A. 2 .

B. 5 .

C. 11 .

D. 21 .

Câu 11. Cho hàm số $y = \frac{3x+2}{x+2}$, (C) và đường thẳng $d: y = ax + 2b - 4$. Đường thẳng d cắt (C) tại A, B đối xứng nhau qua gốc tọa độ O , khi đó $T = a + b$ bằng

A. $T = 2$.

B. $T = \frac{5}{2}$.

C. $T = 4$.

D. $T = \frac{7}{2}$.

Câu 12. Tìm giá trị thực của tham số m để đường thẳng $d: y = -3x + m$ cắt đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ tại hai điểm phân biệt A, B sao cho trọng tâm ΔOAB thuộc đường thẳng $\Delta: x - 2y - 2 = 0$, với O là gốc tọa độ.

A. $m = -\frac{11}{5}$.

B. $m = -\frac{1}{5}$.

C. $m = 0$.

D. $m = -2$.

Câu 13. Cho hàm số $y = \frac{2x}{x-1}$ có đồ thị là (C). Tìm tập hợp tất cả các giá trị $a \in \mathbb{R}$ để qua điểm $M(0; a)$ có thể kẻ được đường thẳng cắt (C) tại hai điểm phân biệt đối xứng nhau qua điểm M .

A. $(-\infty; 0) \cup (2; +\infty)$.

B. $(3; +\infty)$.

C. $(-\infty; 0)$.

D. $(-\infty; -1] \cup [3; +\infty)$.

Câu 14. (Đại học Hồng Đức – Thanh Hóa 2019) Có bao nhiêu số nguyên dương m sao cho đường thẳng $y = x + m$ cắt đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{x+1}$ tại hai điểm phân biệt M, N sao cho $MN \leq 10$.

A. 2 .

B. 3 .

C. 1 .

D. 4 .

Câu 15. Cho là đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x+1}$. Tìm k để đường thẳng $d: y = kx + 2k + 1$ cắt tại hai điểm phân biệt A, B sao cho khoảng cách từ A đến trục hoành bằng khoảng cách từ B đến trục hoành.

A. 1 .

B. $\frac{2}{5}$.

C. -3 .

D. -2 .

Câu 16. (THPT Lương Thế Vinh Hà Nội 2019) Tìm điều kiện của m để đường thẳng $y = mx + 1$ cắt đồ thị hàm số $y = \frac{x-3}{x+1}$ tại hai điểm phân biệt.

A. $(-\infty; 0] \cup [16; +\infty)$

B. $(16; +\infty)$

C. $(-\infty; 0)$

D. $(-\infty; 0) \cup (16; +\infty)$

Câu 17. (Chuyên Lê Quý Đôn Quảng Trị 2019) Gọi $M(a; b)$ là điểm trên đồ thị hàm số $y = \frac{x-2}{x}$ sao cho khoảng cách từ M đến đường thẳng $d: y = 2x + 6$ nhỏ nhất. Tính $(4a+5)^2 + (2b-7)^2$.

A. 162 .

B. 2 .

C. 18 .

D. 0 .

- Câu 18. (Toán Học Tuổi Trẻ 2019)** Có bao nhiêu giá trị của m để đồ thị của hàm số $y = \frac{x}{1-x}$ cắt đường thẳng $y = x - m$ tại hai điểm phân biệt A, B sao cho góc giữa hai đường thẳng OA và OB bằng 60° (với O là gốc tọa độ)?
 A. 2 B. 1 C. 3 D. 0
- Câu 19. (THPT Lê Quý Đôn Điện Biên 2019)** Để đường thẳng $d: y = x - m + 2$ cắt đồ thị hàm số $y = \frac{2x}{x-1}$ (C) tại hai điểm phân biệt A và B sao cho độ dài AB ngắn nhất thì giá trị của m thuộc khoảng nào?
 A. $m \in (-4; -2)$ B. $m \in (2; 4)$ C. $m \in (-2; 0)$ D. $m \in (0; 2)$
- Câu 20. (THPT Lương Tài Số 2 2019)** Biết rằng đường thẳng $y = 2x + 2m$ luôn cắt đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 + 3}{x + 1}$ tại hai điểm phân biệt A, B với mọi giá trị của tham số m . Tìm hoành độ trung điểm của AB ?
 A. $m + 1$ B. $-m - 1$ C. $-2m - 2$ D. $-2m + 1$
- Câu 21. (THPT Gia Lộc Hải Dương 2019)** Gọi (H) là đồ thị hàm số $y = \frac{2x+3}{x+1}$. Điểm $M(x_0; y_0)$ thuộc (H) có tổng khoảng cách đến hai đường tiệm cận là nhỏ nhất, với $x_0 < 0$ khi đó $x_0 + y_0$ bằng
 A. -1 . B. -2 . C. 3 . D. 0 .
- Câu 22. (Chuyên Bến Tre - 2020)** Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m để đường thẳng $d: y = -x + m$ cắt đồ thị hàm số $y = \frac{-2x+1}{x+1}$ tại hai điểm phân biệt A, B sao cho $AB \leq 2\sqrt{2}$. Tổng giá trị các phần tử của S bằng
 A. -6 . B. -27 . C. 9 . D. 0 .
- Câu 23. (Lương Thế Vinh - Hà Nội - 2020)** Cho hàm số $y = \frac{2x-m^2}{x+1}$ có đồ thị (C_m) , trong đó m là tham số thực. Đường thẳng $d: y = m - x$ cắt (C_m) tại hai điểm $A(x_A; y_A), B(x_B; y_B)$ với $x_A < x_B$; đường thẳng $d': y = 2 - m - x$ cắt (C_m) tại hai điểm $C(x_C; y_C), D(x_D; y_D)$ với $x_C < x_D$. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để $x_A \cdot x_D = -3$. Số phần tử của tập S là
 A. 1. B. 2. C. 0. D. 3.

Dạng 3. Bài toán tương giao của đường thẳng với hàm số trùng phương (CHỨA THAM SỐ)

Bài toán tổng quát: Tìm m để đường thẳng $d: y = \alpha$ cắt đồ thị $(C): y = f(x; m) = ax^4 + bx^2 + c$ tại n điểm phân biệt thỏa mãn điều kiện K cho trước?

Phương pháp giải:

Bước 1. Lập phương trình hoành độ giao điểm của d và (C) là: $ax^4 + bx^2 + c - \alpha = 0$ (1)

Đặt $t = x^2 \geq 0$ thì (1) $\Leftrightarrow at^2 + bt + c - \alpha = 0$ (2)

Tùy vào số giao điểm n mà ta biện luận để tìm giá trị $m \in D_1$. Cụ thể:

• Để $d \cap (C) = n = 4$ điểm phân biệt \Leftrightarrow (1) có 4 nghiệm phân biệt

\Leftrightarrow (2) có 2 nghiệm t_1, t_2 thỏa điều kiện: $0 < t_1 < t_2 \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ S > 0 \\ P > 0 \end{cases} \Rightarrow m \in D_1$.

• Để $d \cap (C) = n = 3$ điểm phân biệt \Leftrightarrow (1) có 3 nghiệm phân biệt

$$\Leftrightarrow (2) \text{ có nghiệm } t_1, t_2 \text{ thỏa điều kiện: } 0 = t_1 < t_2 \Leftrightarrow \begin{cases} c - \alpha = 0 \\ \frac{b}{a} < 0 \end{cases} \Rightarrow m \in D_1.$$

• Để $d \cap (C) = n = 2$ điểm phân biệt $\Leftrightarrow (1)$ có 2 nghiệm phân biệt

$$\Leftrightarrow (2) \text{ có 2 nghiệm trái dấu hoặc có nghiệm kép dương} \Leftrightarrow \begin{cases} ac < 0 \\ \Delta = 0 \Rightarrow m \in D_1 \\ S > 0 \end{cases}$$

• Để $d \cap (C) = n = 1$ điểm phân biệt $\Leftrightarrow (1)$ có đúng 1 nghiệm

$$\Leftrightarrow (2) \text{ có nghiệm kép } = 0 \text{ hoặc } \begin{cases} t_1 < 0 \\ t_2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta = 0 \\ c - \alpha = 0 \end{cases} \vee \begin{cases} c - \alpha = 0 \\ \frac{b}{a} > 0 \end{cases} \Rightarrow m \in D_1.$$

Bước 2. Biến đổi điều kiện K về dạng có chứa tổng và tích của t_1, t_2 (3)

Thế biểu thức tổng, tích vào (3) sẽ thu được phương trình hoặc bất phương trình với biến số là m . Giải chúng ta sẽ tìm được $m \in D_2$.

Kết luận: $m \in D_1 \cap D_2$.

□ **Tìm điều kiện để đồ thị hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ cắt trục hoành tại 4 điểm phân biệt có hoành độ lập thành cấp số cộng.**

Ta có: $ax^4 + bx^2 + c = 0$ (1), đặt $t = x^2 \geq 0$, thì có: $at^2 + bt + c = 0$ (2)

$$\text{Để (1) có 4 nghiệm phân biệt thì (2) có hai nghiệm phân biệt dương, tức là: } \begin{cases} \Delta > 0 \\ t_1 + t_2 > 0 \\ t_1 \cdot t_2 > 0 \end{cases}$$

Khi đó (1) có 4 nghiệm phân biệt lần lượt là $-\sqrt{t_2}; -\sqrt{t_1}; \sqrt{t_1}; \sqrt{t_2}$ lập thành cấp số cộng khi và chỉ khi:

$$\sqrt{t_2} - \sqrt{t_1} = \sqrt{t_1} - (-\sqrt{t_1}) \Leftrightarrow \sqrt{t_2} = 3\sqrt{t_1} \Leftrightarrow t_2 = 9t_1. \text{ Theo định lý Vi - et } t_1 + t_2 = -\frac{b}{a} \text{ suy ra}$$

$$t_1 = -\frac{b}{10a}; t_2 = -\frac{9b}{10a}, \text{ kết hợp } t_1 \cdot t_2 = \frac{c}{a} \text{ nên có: } 9ab^2 = 100a^2c$$

Tóm lại: Hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt có hoành độ lập thành cấp số cộng,

$$\text{thì điều kiện cần và đủ là: } \begin{cases} b^2 - 4ac > 0 \\ -\frac{b}{a} > 0 \\ \frac{c}{a} > 0 \\ 9ab^2 = 100a^2c \end{cases}$$

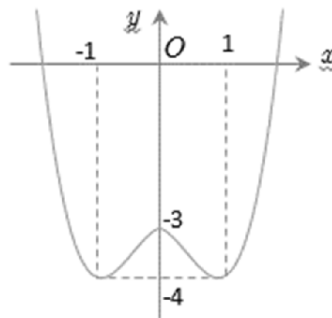
Câu 1. Tập tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $x^4 - 4x^2 + 3 + m = 0$ có 4 nghiệm phân biệt là

- A. $(-1; 3)$. B. $(-3; 1)$. C. $(2; 4)$. D. $(-3; 0)$.

Câu 2. Tập tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $x^4 - 2mx^2 + (2m - 1) = 0$ có 4 nghiệm thực phân biệt là

- A. $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right) \setminus \{1\}$. B. $(1; +\infty)$. C. $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$. D. \mathbb{R} .

- Câu 3.** (THPT Lương Thế Vinh - Hn - 2018) Cho hàm số $y = x^4 - 3x^2 - 2$. Tìm số thực dương m để đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị hàm số tại 2 điểm phân biệt A, B sao cho tam giác OAB vuông tại O , trong đó O là gốc tọa độ.
- A. $m = 2$. B. $m = \frac{3}{2}$. C. $m = 3$. D. $m = 1$.
- Câu 4.** Đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị hàm số $y = x^4 - x^2$ tại 4 điểm phân biệt khi và chỉ khi
- A. $-\frac{1}{4} < m < 0$. B. $0 < m < \frac{1}{4}$. C. $m > 0$. D. $m > -\frac{1}{4}$.
- Câu 5.** (THPT Quỳnh Lưu- Nghệ An- 2019) Một đường thẳng cắt đồ thị hàm số $y = x^4 - 2x^2$ tại 4 điểm phân biệt có hoành độ là $0, 1, m, n$. Tính $S = m^2 + n^2$.
- A. $S = 1$. B. $S = 0$. C. $S = 3$. D. $S = 2$.
- Câu 6.** Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để đồ thị hàm số $y = x^4 - 4x^3 + (m-2)x^2 + 8x + 4$ cắt trục hoành tại đúng hai điểm có hoành độ lớn hơn 1.
- A. 8. B. 7. C. 5. D. 3.
- Câu 7.** (Sở Hà Nam - 2019) Cho hàm số $f(x) = -4x^4 + 8x^2 - 1$. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của m để phương trình $f(x) = m$ có đúng hai nghiệm phân biệt?
- A. 0. B. 2. C. 3. D. 1.
- Câu 8.** (Sở Thanh Hóa 2018) Cho hàm số $y = x^4 + 2mx^2 + m$ (với m là tham số thực). Tập tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số đã cho cắt đường thẳng $y = -3$ tại bốn điểm phân biệt, trong đó có một điểm có hoành độ lớn hơn 2 còn ba điểm kia có hoành độ nhỏ hơn 1, là khoảng $(a; b)$ (với $a, b \in \mathbb{Q}$, a, b là phân số tối giản). Khi đó, $15ab$ nhận giá trị nào sau đây?
- A. -63. B. 63. C. 95. D. -95.
- Câu 9.** (Chuyên Hà Tĩnh 2018) Đường thẳng $y = m^2$ cắt đồ thị hàm số $y = x^4 - x^2 - 10$ tại hai điểm phân biệt A, B sao cho tam giác OAB vuông (O là gốc tọa độ). Mệnh đề nào sau đây đúng?
- A. $m^2 \in (5; 7)$. B. $m^2 \in (3; 5)$. C. $m^2 \in (1; 3)$. D. $m^2 \in (0; 1)$.
- Câu 10.** (Sở Bình Phước 2018) Cho hàm số $y = x^4 - 2x^2 - 3$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Với giá trị nào của m thì phương trình $x^4 - 2x^2 - 3 = 2m - 4$ có 2 nghiệm phân biệt.



- A. $\begin{cases} m < 0 \\ m = \frac{1}{2} \end{cases}$. B. $m \leq \frac{1}{2}$. C. $0 < m < \frac{1}{2}$. D. $\begin{cases} m = 0 \\ m > \frac{1}{2} \end{cases}$.

- Câu 11.** (THPT Bình Giang - Hải Dương - 2018) Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $-x^4 + 2x^2 + 3 + 2m = 0$ có 4 nghiệm phân biệt.
- A. $-2 \leq m \leq -\frac{3}{2}$. B. $-\frac{3}{2} < m < 2$. C. $-2 < m < -\frac{3}{2}$. D. $3 < m < 4$.
- Câu 12.** (THPT Vân Nội - Hà Nội - 2018) Tất cả các giá trị thực của tham số m , để đồ thị hàm số $y = x^4 - 2(2-m)x^2 + m^2 - 2m - 2$ không cắt trục hoành.

A. $m \geq \sqrt{3} + 1$.

B. $m < 3$.

C. $m > \sqrt{3} + 1$.

D. $m > 3$.

Câu 13. (Sở Nam Định - 2018) Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = (m+1)x^4 - 2(2m-3)x^2 + 6m+5$ cắt trục hoành tại 4 điểm phân biệt có các hoành độ x_1, x_2, x_3, x_4 thỏa mãn $x_1 < x_2 < x_3 < 1 < x_4$.

A. $m \in \left(-1; \frac{-5}{6}\right)$.

B. $m \in (-3; -1)$.

C. $m \in (-3; 1)$.

D. $m \in (-4; -1)$.

Câu 14. (Chuyên Vĩnh Phúc 2019) Cho hàm số $y = x^4 - (3m+2)x^2 + 3m$ có đồ thị là (C_m) . Tìm m để đường thẳng $d: y = -1$ cắt đồ thị (C_m) tại 4 điểm phân biệt đều có hoành độ nhỏ hơn 2.

A. $-\frac{1}{3} < m < 1$ và $m \neq 0$

B. $-\frac{1}{2} < m < 1$ và $m \neq 0$

C. $-\frac{1}{2} < m < \frac{1}{2}$ và $m \neq 0$

D. $-\frac{1}{3} < m < \frac{1}{2}$ và $m \neq 0$

BẠN HỌC THAM KHẢO THÊM DẠNG CÂU KHÁC TẠI

<https://drive.google.com/drive/folders/15DX-hbY5paR0iUmcs4RU1DkA1-7QpKlG?usp=sharing>

Theo dõi Fanpage: **Nguyễn Bảo Vương** <https://www.facebook.com/tracnghiemtoanthpt489/>

Hoặc Facebook: **Nguyễn Vương** <https://www.facebook.com/phong.baovuong>

Tham gia ngay: **Nhóm Nguyễn Bảo Vương (TÀI LIỆU TOÁN)** <https://www.facebook.com/groups/703546230477890/>

Ấn sub kênh Youtube: Nguyễn Vương

https://www.youtube.com/channel/UCO4u2J5gIEI1iRUbT3nwJfA?view_as=subscriber

Tải nhiều tài liệu hơn tại: <http://diendangiaovientoan.vn/>

ĐỂ NHẬN TÀI LIỆU SỚM NHẤT NHÉ!

Nguyễn Bảo Vương