

**DẠNG TOÁN DÀNH CHO HỌC SINH TRUNG BÌNH MỨC 5-6 ĐIỂM****Dạng 1. Bài toán tương giao đồ thị thông qua đồ thị, bảng biến thiên**

Nghiệm của phương trình  $af'(x) + b = 0$  là số giao điểm của đường thẳng  $y = \frac{-b}{a}$  với đồ thị hàm số  $y = f'(x)$

**Câu 1. (Đề Minh Họa 2020 Lần 1)** Cho hàm số  $f(x)$  có bảng biến thiên như sau

$x$	$-\infty$	2	3	$+\infty$		
$f'(x)$		+	0	-	0	+
$f(x)$	$-\infty$	↗ 1		↘ 0		↗ $+\infty$

Số nghiệm của phương trình  $3f(x) - 2 = 0$  là

A. 2.

B. 0.

C. 3.

D. 1.

**Lời giải**

**Chọn C**

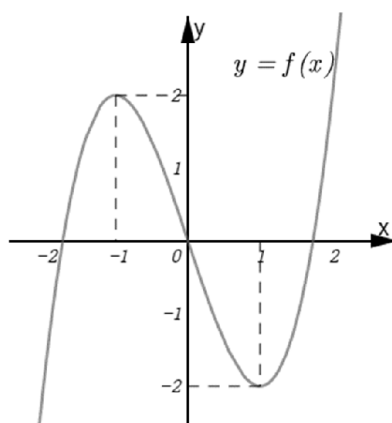
Ta có  $3f(x) - 2 = 0 \Leftrightarrow f(x) = \frac{2}{3}$

$x$	$-\infty$	2	3	$+\infty$		
$f'(x)$		+	0	-	0	+
$f(x)$						
	$-\infty$		1		0	$+\infty$

$y = \frac{2}{3}$

Căn cứ vào bảng biến thiên thì phương trình  $3f(x) - 2 = 0 \Leftrightarrow f(x) = \frac{2}{3}$  có 3 nghiệm phân biệt.

**Câu 2. (Mã 101 - 2020 Lần 1)** Cho hàm số bậc ba  $y = f(x)$  có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số nghiệm thực của phương trình  $f(x) = -1$  là:



A. 3.

B. 1.

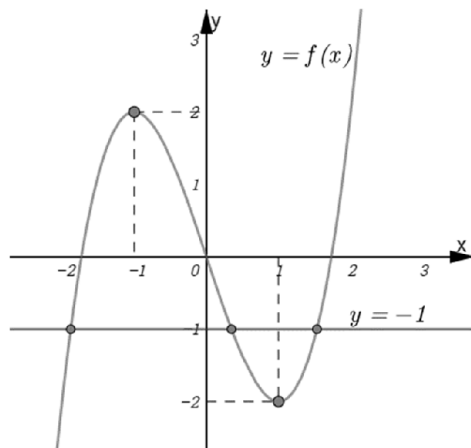
C. 0.

D. 2.

**Lời giải**

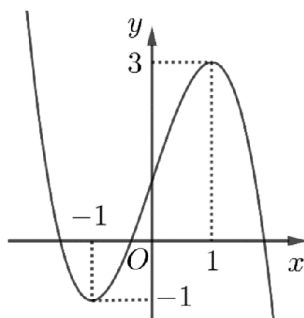
**Chọn A.**

Số nghiệm thực của phương trình  $f(x) = -1$  chính là số giao điểm của đồ thị hàm số  $y = f(x)$  và đường thẳng  $y = -1$ .



Từ hình vẽ suy ra 3 nghiệm.

**Câu 3. (Mã 102 - 2020 Lần 1)** Cho hàm số bậc ba  $y = f(x)$  có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số nghiệm thực của phương trình  $f(x) = 1$  là



A. 0.

B. 3.

C. 1.

D. 2.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta thấy đường thẳng  $y = 1$  cắt đồ thị hàm số  $y = f(x)$  tại 3 điểm phân biệt nên phương trình  $f(x) = 1$  có 3 nghiệm.

**Câu 4. (Mã 103 - 2020 Lần 1)** Cho hàm số bậc ba  $y = f(x)$  có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số nghiệm thực của phương trình  $f(x) = 1$  là

A. 1.

B. 0.

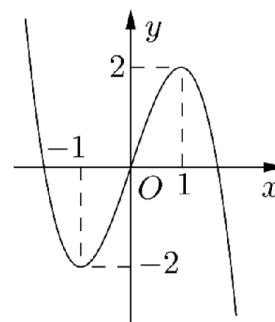
C. 2.

D. 3.

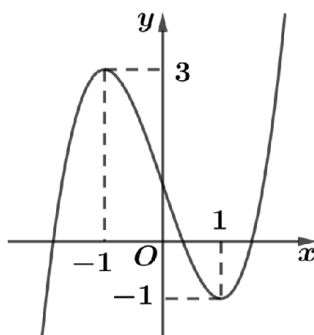
**Lời giải**

**Chọn D**

Từ đồ thị hàm số ta có số nghiệm thực của phương trình  $f(x) = 1$  là 3.



**Câu 5. (Mã 104 - 2020 Lần 1)** Cho hàm số bậc ba  $y = f(x)$  có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên.



Số nghiệm thực của phương trình  $f(x) = 2$  là:

A. 0.

**B. 3.**

C. 1.

D. 2.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có số nghiệm của phương trình là số giao điểm của đồ thị hàm số  $y = f(x)$  với đường thẳng  $y = 2$ .

Dựa vào đồ thị ta có phương trình có ba nghiệm phân biệt.

**Câu 6. (Mã 101 2019)** Cho hàm số  $f(x)$  có bảng biến thiên như sau:

$x$	$-\infty$	$-2$	$0$	$2$	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-	0	-
$f(x)$	$-\infty$	3	-1	3	$-\infty$

Số nghiệm thực của phương trình  $2f(x) - 3 = 0$  là

A. 2.

**B. 1.**

C. 4.

D. 3.

**Lời giải**

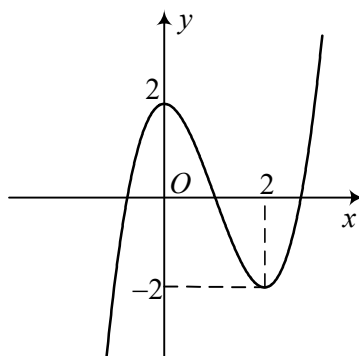
**Chọn C**

Ta có  $2f(x) - 3 = 0 \Leftrightarrow f(x) = \frac{3}{2}$ .

Số nghiệm của phương trình bằng số giao điểm của đồ thị hàm số  $y = f(x)$  và đường thẳng  $y = \frac{3}{2}$ .

Dựa vào bảng biến thiên của  $f(x)$  ta có số giao điểm của đồ thị

**Câu 7. (Mã 101 2018)** Cho hàm số  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$  ( $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ ). Đồ thị của hàm số  $y = f(x)$  như hình vẽ bên. Số nghiệm thực của phương trình  $3f(x) + 4 = 0$  là



A. 2

B. 0

C. 1

D. 3

**Lời giải**

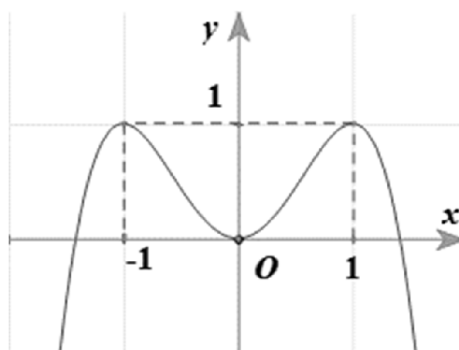
**Chọn D**

Ta có:  $3f(x) + 4 = 0 \Leftrightarrow f(x) = -\frac{4}{3}$  (\*)

(\*) là phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số  $y = f(x)$  và đường thẳng  $y = -\frac{4}{3}$ .

Dựa vào đồ thị hàm số, ta thấy (\*) có 3 nghiệm.

**Câu 8. (Mã 102 2018)** Cho hàm số  $f(x) = ax^4 + bx^2 + c$  ( $a, b, c \in \mathbb{R}$ ). Đồ thị của hàm số  $y = f(x)$  như hình vẽ bên.



Số nghiệm của phương trình  $4f(x) - 3 = 0$  là

A. 2

B. 0

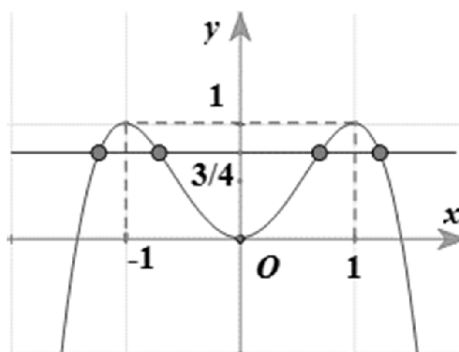
C. 4

D. 3

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có  $4f(x) - 3 = 0 \Leftrightarrow f(x) = \frac{3}{4}$



Đường thẳng  $y = \frac{3}{4}$  cắt đồ thị hàm số  $y = f(x)$  tại 4 điểm phân biệt nên phương trình đã cho có 4 nghiệm phân biệt.

**Câu 9. (Mã 103 2019)** Cho hàm số  $f(x)$  bảng biến thiên như sau:

$x$	$-\infty$		$-1$		$2$		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	$-$	$0$	$0$	$-$	
$f(x)$	$+\infty$			$-1$		$2$	$-\infty$

Số nghiệm thực của phương trình  $2f(x) - 3 = 0$  là

A. 3.

B. 0.

C. 1.

D. 2.

**Lời giải**

**Chọn A**

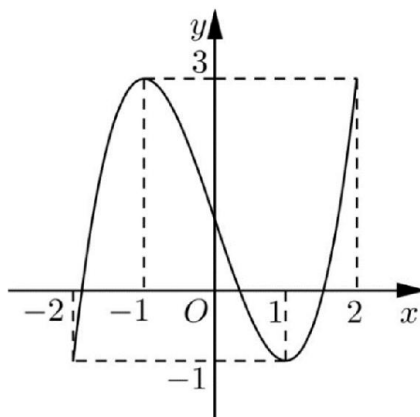
Ta có  $2f(x) - 3 = 0 \Leftrightarrow f(x) = \frac{3}{2}$  (1).

Số nghiệm thực của phương trình (1) bằng số giao điểm của đồ thị hàm số  $y = f(x)$  với đường thẳng  $y = \frac{3}{2}$ .

Từ bảng biến thiên đã cho của hàm số  $f(x)$ , ta thấy đường thẳng  $y = \frac{3}{2}$  cắt đồ thị hàm số  $y = f(x)$  tại ba điểm phân biệt.

Do đó phương trình (1) có ba nghiệm thực phân biệt.

**Câu 10. (Mã 103 2018)** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $[-2; 2]$  và có đồ thị như hình vẽ bên. Số nghiệm thực của phương trình  $3f(x) - 4 = 0$  trên đoạn  $[-2; 2]$  là



A. 4.

B. 3.

C. 1.

D. 2.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có  $3f(x) - 4 = 0 \Leftrightarrow f(x) = \frac{4}{3}$ .

Dựa vào đồ thị, ta thấy đường thẳng  $y = \frac{4}{3}$  cắt  $y = f(x)$  tại 3 điểm phân biệt nên phương trình đã cho có 3 nghiệm phân biệt.

Câu 11. (Mã 102 2019) Cho hàm số  $f(x)$  có bảng biến thiên như

$x$	$-\infty$	$-2$	$0$	$2$	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	$0$	$+$	$0$	$-$
$f(x)$	$+\infty$	$-1$	$2$	$-1$	$+\infty$

sau

Số nghiệm thực của phương trình  $3f(x) - 5 = 0$  là

- A. 3.                      B. 4.                      C. 0.                      D. 2.

Lời giải

**Chọn B**

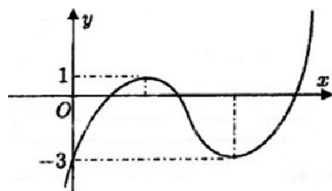
Bảng biến thiên

$x$	$-\infty$	$-2$	$0$	$2$	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	$0$	$+$	$0$	$-$
$f(x)$	$+\infty$	$-1$	$2$	$-1$	$+\infty$

Xét phương trình  $3f(x) - 5 = 0 \Leftrightarrow f(x) = \frac{5}{3}$ .

Số nghiệm của phương trình bằng số giao điểm của đồ thị hàm số  $(C): y = f(x)$  và đường thẳng  $d: y = \frac{5}{3}$ . Dựa vào bảng biến thiên ta thấy đường thẳng  $d$  cắt đồ thị  $(C)$  tại bốn điểm phân biệt.

Câu 12. (THCS - THPT Nguyễn Khuyến 2019) Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có đồ thị như hình vẽ.



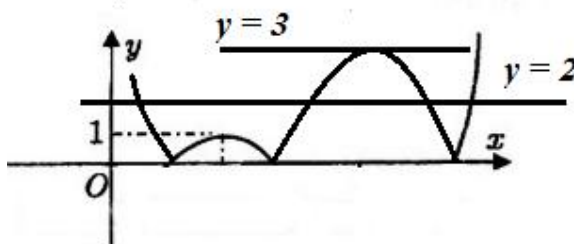
Số nghiệm của phương trình  $|f(x)| = 2$  là

- A. 3.                      B. 2.                      C. 4.                      D. 6.

Lời giải

\*Đồ thị  $y = |f(x)|$

- Bước 1: Giữ nguyên phần đồ thị của  $y = f(x)$  nằm phía trên Ox
- Bước 2: Lấy đối xứng phần đồ thị của  $y = f(x)$  nằm phía dưới Ox qua trục hoành.
- Bước 3: Xóa phần đồ thị của  $y = f(x)$  nằm phía dưới trục hoành



Số nghiệm của phương trình  $|f(x)| = 2$  cũng chính là số giao điểm của đồ thị hàm số  $y = |f(x)|$  và đường thẳng  $y = 2$ . Dựa vào hình vẽ trên, ta thấy có 4 giao điểm.

**\*Cách giải khác:**

$$|f(x)| = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = 2 \\ f(x) = -2 \end{cases}, \text{ dựa vào đồ thị suy ra phương trình đã cho có 4 nghiệm}$$

**Câu 13. (Mã 104 2019)** Cho hàm số  $f(x)$  có bảng biến thiên như sau:

$x$	$-\infty$	$-1$	$2$	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	$0$	$-$	$0$	$+$
$f(x)$					
	$-\infty$	$2$	$-2$	$+\infty$	

Số nghiệm thực của phương trình  $2f(x) + 3 = 0$  là

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

**Lời giải**

**Chọn D**

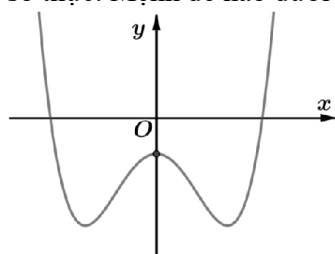
$x$	$-\infty$	$-1$	$2$	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	$0$	$-$	$0$	$+$
$f(x)$	$-\infty$	$2$	$-2$	$+\infty$	

$y = -\frac{3}{2}$

$$\text{Ta có } 2f(x) + 3 = 0 \Leftrightarrow f(x) = -\frac{3}{2}.$$

Nhìn bảng biến thiên ta thấy phương trình này có 3 nghiệm.

**Câu 14. (Mã 110 2017)** Đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số  $y = ax^4 + bx^2 + c$ , với  $a, b, c$  là các số thực. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. Phương trình  $y' = 0$  vô nghiệm trên tập số thực

B. Phương trình  $y' = 0$  có đúng một nghiệm thực

C. Phương trình  $y' = 0$  có đúng hai nghiệm thực phân biệt

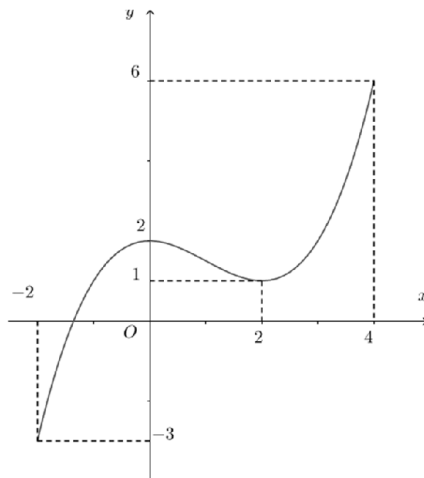
D. Phương trình  $y' = 0$  có đúng ba nghiệm thực phân biệt

**Lời giải**

**Chọn D**

Dựa vào hình dáng của đồ thị hàm số  $y = ax^4 + bx^2 + c$  ta thấy đây là đồ thị của hàm số bậc bốn trùng phương có 3 điểm cực trị nên phương trình  $y' = 0$  có ba nghiệm thực phân biệt.

**Câu 15. (Mã 104 2018)** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên đoạn  $[-2; 4]$  và có đồ thị như hình vẽ bên. Số nghiệm thực của phương trình  $3f(x) - 5 = 0$  trên đoạn  $[-2; 4]$  là



A. 2

B. 1

C. 0

D. 3

**Lời giải**

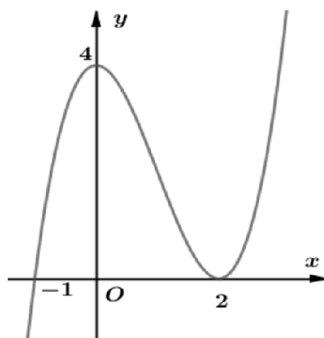
**Chọn D**

Ta có  $3f(x) - 5 = 0 \Leftrightarrow f(x) = \frac{5}{3}$ .

Dựa vào đồ thị ta thấy đường thẳng  $y = \frac{5}{3}$  cắt đồ thị hàm số  $y = f(x)$  tại ba điểm phân biệt thuộc đoạn  $[-2; 4]$ .

Do đó phương trình  $3f(x) - 5 = 0$  có ba nghiệm thực.

**Câu 16. (THPT Cù Huy Cận 2019)** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như hình vẽ.



Số nghiệm thực của phương trình  $4f(x) - 7 = 0$

A. 2.

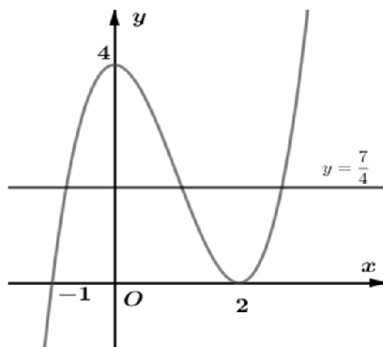
B. 4.

C. 3.

D. 1.

**Lời giải**

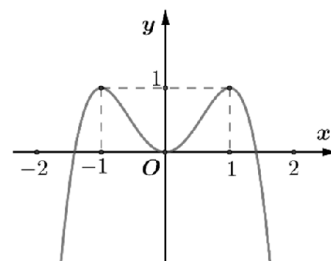




Ta có:  $4f(x) - 7 = 0 \Leftrightarrow f(x) = \frac{7}{4}$ . Do đường thẳng  $y = \frac{7}{4}$  cắt đồ thị hàm số  $y = f(x)$  tại 3 điểm phân biệt nên suy ra phương trình đã cho có 3 nghiệm.

**Câu 17. (TRƯỜNG THPT Lương Tài Số 2 2019)** Cho hàm số  $y = f(x) = ax^4 + bx^2 + c$  có đồ thị như hình vẽ. Phương trình  $1 - 2.f(x) = 0$  có tất cả bao nhiêu nghiệm?

- A.** 4                                      **B.** 3  
**C.** Vô nghiệm                      **D.** 2



**Lời giải**

**Chọn A**

Xét phương trình:  $1 - 2.f(x) = 0 \Leftrightarrow f(x) = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} y = f(x) \text{ (C)} \\ y = \frac{1}{2} \text{ (d)} \end{cases}$

Số giao điểm của đường thẳng (d) và đường cong (C) ứng với số nghiệm của phương trình (1).

Theo hình vẽ ta có 4 giao điểm  $\Rightarrow$  phương trình (1) sẽ có 4 nghiệm phân biệt.

**Câu 18. (THPT Yên Phong 1 Bắc Ninh 2019)** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên sau đây.

$x$	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
$y'$	-	0	+	0	-
$y$	$+\infty$		3		$-\infty$

Hỏi phương trình  $2.f(x) - 5 = 0$  có bao nhiêu nghiệm thực?

- A.** 0.                                      **B.** 1.                                      **C.** 3.                                      **D.** 2.

**Lời giải**

Phương trình  $2.f(x) - 5 = 0 \Leftrightarrow f(x) = \frac{5}{2} (*)$ .

Số nghiệm của phương trình (\*) bằng số giao điểm của đồ thị hàm số  $y = f(x)$  và đường thẳng

$y = \frac{5}{2}$ . Nhìn vào bảng biến thiên ta thấy 2 đồ thị  $y = f(x)$  và  $y = \frac{5}{2}$  có 3 điểm chung.

Vậy phương trình  $2.f(x) - 5 = 0$  có 3 nghiệm thực.

**Câu 19.** (THPT Lương Thế Vinh Hà Nội 2019) Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như hình bên.

$x$	$-\infty$	$-1$	$3$	$+\infty$		
$y'$		$+$	$0$	$-$	$0$	$+$
$y$			$4$		$-2$	$+\infty$
	$-\infty$					

Số nghiệm của phương trình  $f(x) - 3 = 0$  là

**A.** 3

**B.** 2

**C.** 1

**D.** 0

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có:  $f(x) - 3 = 0 \Leftrightarrow f(x) = 3$ , theo bảng biến thiên ta có phương trình có 3 nghiệm.

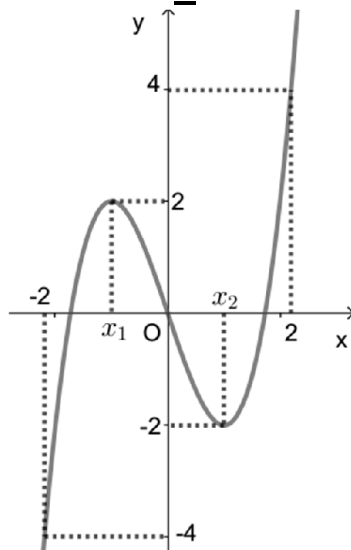
**Câu 20.** (THPT - Yên Định Thanh Hóa 2019) Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên đoạn  $[-2; 2]$  và có đồ thị là đường cong như hình vẽ bên. Tìm số nghiệm của phương trình  $|f(x)| = 1$  trên đoạn  $[-2; 2]$ .

**A.** 3.

**B.** 5.

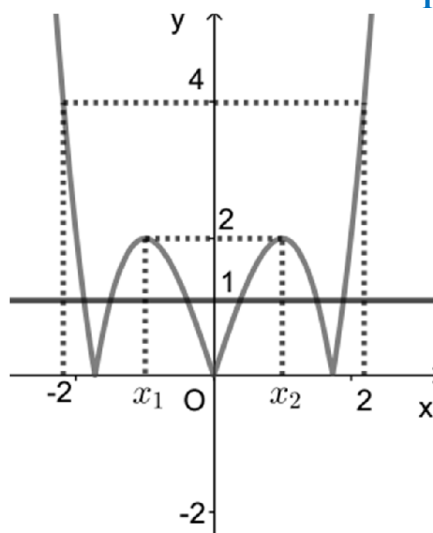
**C.** 6.

**D.** 4.



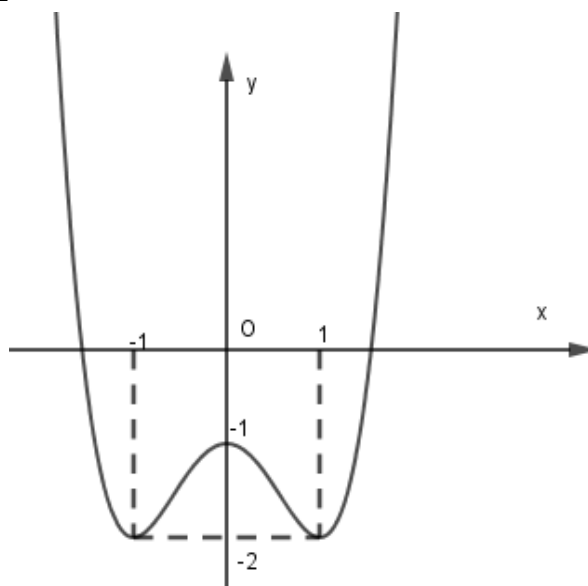
**Lời giải**

Ta có số nghiệm của phương trình  $|f(x)| = 1$  là số giao điểm của đồ thị hàm số  $y = |f(x)|$  với đường thẳng  $y = 1$ .



Từ hình vẽ ta thấy đường thẳng  $y = 1$  cắt đồ thị hàm số  $y = |f(x)|$  tại 6 điểm. Vậy số nghiệm của phương trình  $|f(x)| = 1$  là 6.

- Câu 21. (Mã 102 - 2020 Lần 2)** Cho hàm số bậc bốn  $y = f(x)$  có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Số nghiệm thực của phương trình  $f(x) = -\frac{3}{2}$  là



A. 4

B. 1

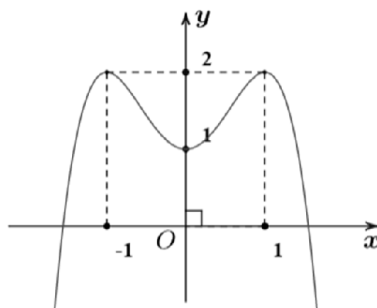
C. 3

D. 2

**Lời giải**

Từ đồ thị ta  $f(x) = -\frac{3}{2}$  có 4 nghiệm phân biệt

- Câu 22. (Mã 103 - 2020 Lần 2)** Cho hàm số bậc bốn  $y = f(x)$  có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số nghiệm thực của phương trình  $f(x) = \frac{1}{2}$  là



A. 2.

B. 4.

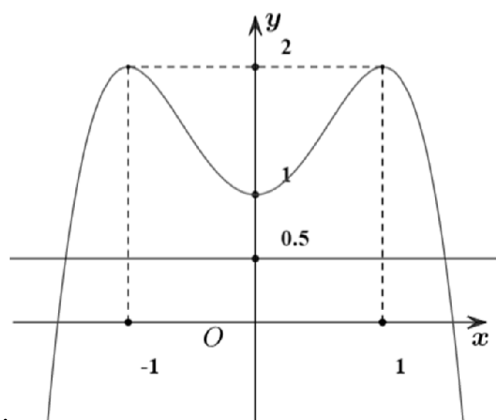
C. 1.

D. 3.

Lời giải

Chọn A

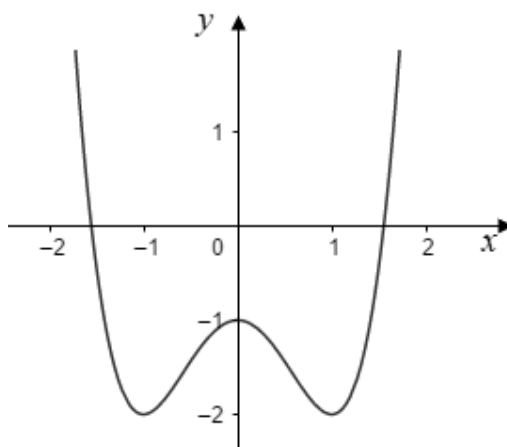
Số nghiệm thực của phương trình  $f(x) = \frac{1}{2}$  chính là số giao điểm của đồ thị hàm số  $f(x)$  với đường thẳng  $y = \frac{1}{2}$



Dựa vào hình trên ta thấy đồ thị hàm số  $f(x)$  với đường thẳng  $y = \frac{1}{2}$  có 2 giao điểm.

Vậy phương trình  $f(x) = \frac{1}{2}$  có hai nghiệm.

**Câu 23.** (Mã 101 – 2020 Lần 2) Cho hàm số bậc bốn  $y = f(x)$  có đồ thị là đường cong trong hình bên.



Số nghiệm của phương trình  $f(x) = -\frac{1}{2}$  là

A. 3.

B. 4.

C. 2.

D.  $x = 1$ .

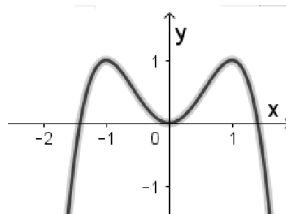
Lời giải

Số nghiệm của phương trình  $f(x) = -\frac{1}{2}$  bằng số giao điểm của đồ thị hàm số  $y = f(x)$  và đường thẳng  $y = -\frac{1}{2}$ .

Dựa vào đồ thị ta thấy: đồ thị hàm số  $y = f(x)$  và đường thẳng  $y = -\frac{1}{2}$  cắt nhau tại 2 điểm.

Nên phương trình  $f(x) = -\frac{1}{2}$  có 2 nghiệm.

**Câu 24. (Mã 104 - 2020 Lần 2)** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số nghiệm thực của phương trình  $f(x) = \frac{1}{2}$  là



**A.** 4.

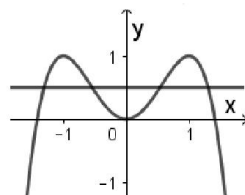
**B.** 2.

**C.** 1.

**D.** 3.

**Lời giải**

**Chọn A**



Số nghiệm thực của phương trình  $f(x) = \frac{1}{2}$  bằng số giao điểm của đường thẳng  $y = \frac{1}{2}$  và có đồ thị hàm số  $y = f(x)$ .

Ta thấy đường thẳng  $y = \frac{1}{2}$  cắt đồ thị hàm số tại 4 điểm nên phương trình  $f(x) = \frac{1}{2}$  có 4 nghiệm.

### **Dạng 2. Bài toán tương giao đồ thị thông qua hàm số cho trước (không chứa tham số)**

Cho hai đồ thị  $y = f(x)$  và  $y = g(x)$ .

Bước 1. Giải phương trình  $f(x) = g(x)$ .

Bước 2. Tìm

- Số giao điểm?
- Hoành độ giao điểm?
- Tung độ giao điểm?

**Câu 25. (Đề Tham Khảo 2020 Lần 2)** Số giao điểm của đồ thị hàm số  $y = x^3 - 3x + 1$  và trục hoành là

**A.** 3.

**B.** 0.

**C.** 2.

**D.** 1.

**Lời giải**

**Chọn A**

Tập xác định:  $\mathbb{R}$ .

Ta có:  $y' = 3x^2 - 3 = 3(x^2 - 1)$ ;  $y' = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$ .

Bảng biến thiên

$x$	$-\infty$	$-1$	$1$	$+\infty$	
$y'(x)$	$+$	$0$	$-$	$0$	$+$
$y(x)$	$-\infty$	$3$	$-1$	$+\infty$	

Từ bảng biến thiên ta thấy đồ thị hàm số cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt.

**Câu 26. (Mã 101 - 2020 Lần 1)** Số giao điểm của đồ thị hàm số  $y = x^3 + 3x^2$  và đồ thị hàm số  $y = 3x^2 + 3x$  là

- A. 3.                      B. 1.                      C. 2.                      D. 0.

**Lời giải**

**Chọn A**

Phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị đã cho là:

$$x^3 + 3x^2 = 3x^2 + 3x \Leftrightarrow x^3 - 3x = 0 \Leftrightarrow x(x^2 - 3) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \sqrt{3} \\ x = -\sqrt{3} \end{cases}.$$

Hai đồ thị đã cho cắt nhau tại 3 điểm.

**Câu 27. (Mã 102 - 2020 Lần 1)** Số giao điểm của đồ thị hàm số  $y = x^3 - x^2$  và đồ thị hàm số  $y = -x^2 + 5x$  là

- A. 2.                      B. 3.                      C. 1.                      D. 0.

**Lời giải**

**Chọn B**

Số giao điểm của đồ thị hàm số  $y = x^3 - x^2$  và đồ thị hàm số  $y = -x^2 + 5x$  chính là số nghiệm

thực của phương trình  $x^3 - x^2 = -x^2 + 5x \Leftrightarrow x^3 - 5x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm\sqrt{5} \end{cases}.$

**Câu 28. (Mã 103 - 2020 Lần 1)** Số giao điểm của đồ thị hàm số  $y = x^3 + x^2$  và đồ thị hàm số  $y = x^2 + 5x$

- A. 3.                      B. 0.                      C. 1.                      D. 2.

**Lời giải**

**Chọn A**

Phương trình hoành độ giao điểm:  $x^3 + x^2 = x^2 + 5x \Leftrightarrow x^3 - 5x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm\sqrt{5} \end{cases}.$

Vậy số giao điểm của 2 đồ thị là 3.

**Câu 29. (Mã 104 - 2020 Lần 1)** Số giao điểm của đồ thị hàm số  $y = -x^2 + 3x$  và đồ thị hàm số  $y = x^3 - x^2$  là

- A. 1.                      B. 0.                      C. 2.                      D. 3

**Lời giải**

**Chọn D**

Phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị là  $x^3 - x^2 = -x^2 + 3x \Leftrightarrow x^3 - 3x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm\sqrt{3} \end{cases}.$

**Câu 30. (Mã 102 - 2020 Lần 2)** Số giao điểm của đồ thị hàm số  $y = -x^3 + 7x$  với trục hoành là

A. 0.

B. 3.

C. 2.

D. 1.

Lời giải

Chọn BPhương trình hoành độ giao điểm của đồ thị và trục hoành là:  $-x^3 + 7x = 0$ 

$$\Leftrightarrow x(x^2 - 7) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm\sqrt{7} \end{cases}$$

Số giao điểm của đồ thị hàm số  $y = -x^3 + 7x$  với trục hoành bằng 3.**Câu 31. (Mã 103 - 2020 Lần 2)** Số giao điểm của đồ thị hàm số  $y = -x^3 + 3x$  với trục hoành là

A. 2.

B. 0.

C. 3.

D. 1.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Xét phương trình hoành độ giao điểm } -x^3 + 3x = 0 \Leftrightarrow x(-x^2 + 3) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm\sqrt{3} \end{cases}$$

Vậy có 3 giao điểm.

**Câu 32. (Mã 101 - 2020 Lần 2)** Số giao điểm của đồ thị hàm số  $y = -x^3 + 6x$  với trục hoành là

A. 2.

B. 3.

C. 1.

D. 0.

Lời giải

Chọn BTa có hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số  $y = -x^3 + 6x$  với trục hoành là nghiệm của phương

$$\text{trình } -x^3 + 6x = 0 (*) \Leftrightarrow -x(x^2 - 6) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm\sqrt{6} \end{cases}$$

Phương trình (\*) có ba nghiệm phân biệt, do đó đồ thị hàm số  $y = -x^3 + 6x$  cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt.**Câu 33. (Mã 104 - 2020 Lần 2)** Số giao điểm của đồ thị hàm số  $y = -x^3 + 5x$  với trục hoành là:A. 3

B. 2

C. 0

D. 1

Lời giải

Chọn A.

$$\text{Ta có } -x^3 + 5x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \sqrt{5} \\ x = -\sqrt{5} \\ x = 0 \end{cases}$$

Vậy số giao điểm của đồ thị hàm số  $y = -x^3 + 5x$  với trục hoành là 3**Câu 34. (Mã 105 2017)** Cho hàm số  $y = (x - 2)(x^2 + 1)$  có đồ thị (C). Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. (C) cắt trục hoành tại một điểm.

B. (C) cắt trục hoành tại ba điểm.

C. (C) cắt trục hoành tại hai điểm.

D. (C) không cắt trục hoành.

Lời giải

Chọn ADễ thấy phương trình  $(x - 2)(x^2 + 1) = 0$  có 1 nghiệm  $x = 2 \Rightarrow (C)$  cắt trục hoành tại một điểm.

**Câu 35. (Đề Minh Họa 2017)** Biết rằng đường thẳng  $y = -2x + 2$  cắt đồ thị hàm số  $y = x^3 + x + 2$  tại điểm duy nhất; kí hiệu  $(x_0; y_0)$  là tọa độ của điểm đó. Tìm  $y_0$

A.  $y_0 = 4$

B.  $y_0 = 0$

C.  $y_0 = 2$

D.  $y_0 = -1$

**Lời giải**

**Chọn C**

Xét phương trình hoành độ giao điểm:  $-2x + 2 = x^3 + x + 2 \Leftrightarrow x^3 + 3x = 0 \Leftrightarrow x = 0$

Với  $x_0 = 0 \Rightarrow y_0 = 2$ .

**Câu 36. (THPT - Yên Định Thanh Hóa 2019)** Gọi  $P$  là số giao điểm của hai đồ thị  $y = x^3 - x^2 + 1$  và  $y = x^2 + 1$ . Tìm  $P$ .

A.  $P = 0$ .

B.  $P = 2$ .

C.  $P = 1$ .

D.  $P = 3$ .

**Lời giải**

Xét phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị  $y = x^3 - x^2 + 1$  và  $y = x^2 + 1$ :

$$x^3 - x^2 + 1 = x^2 + 1 \Leftrightarrow x^3 - 2x^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$$

Với  $x = 0 \Rightarrow y = 1$ .

Với  $x = 2 \Rightarrow y = 5$ .

Nên hai đồ thị trên có hai giao điểm là  $(0;1)$  và  $(2;5)$ .

Vậy  $P = 2$ .

**Câu 37. (Đề Tham Khảo 2017)** Cho hàm số  $y = x^3 - 3x$  có đồ thị  $(C)$ . Tìm số giao điểm của  $(C)$  và trục hoành.

A. 2

B. 3

C. 1

D. 0

**Lời giải**

**Chọn B**

Xét phương trình hoành độ giao điểm của  $(C)$  và trục hoành:  $x^3 - 3x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm\sqrt{3} \end{cases}$

Vậy số giao điểm của  $(C)$  và trục hoành là 3.

**Câu 38. (THPT Yên Khánh - Ninh Bình 2019)** Cho hàm số  $y = x^4 - 3x^2$  có đồ thị  $(C)$ . Số giao điểm của đồ thị  $(C)$  và đường thẳng  $y = 2$  là

A. 2.

B. 1.

C. 0.

D. 4.

**Lời giải**

Số giao điểm của đồ thị  $(C)$  và đường thẳng  $y = 2$  là số nghiệm của phương trình sau:

$$x^4 - 3x^2 = 2 \Leftrightarrow x^4 - 3x^2 - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = \frac{3 + \sqrt{17}}{2} \\ x^2 = \frac{3 - \sqrt{17}}{2} < 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{\frac{3 + \sqrt{17}}{2}}.$$



Phương trình hoành độ giao điểm có 2 nghiệm nên số giao điểm của đồ thị (C) và đường thẳng là 2.

**Câu 39. (Chuyên Trần Phú Hải Phòng 2019)** Biết rằng đường thẳng  $y = 4x + 5$  cắt đồ thị hàm số  $y = x^3 + 2x + 1$  tại điểm duy nhất; kí hiệu  $(x_0; y_0)$  là tọa độ của điểm đó. Tìm  $y_0$ .

- A.  $y_0 = 10$ .                      B.  $y_0 = 13$ .                      C.  $y_0 = 11$ .                      D.  $y_0 = 12$ .

**Lời giải**

Phương trình hoành độ giao điểm là  $x^3 + 2x + 1 = 4x + 5 \Leftrightarrow x^3 - 2x - 4 = 0 \Leftrightarrow x = 2$

Với  $x = 2 \Rightarrow y = 13$ . Vậy  $y_0 = 13$

**Câu 40. (THPT Yên Phong 1 Bắc Ninh 2019)** Đồ thị của hàm số  $y = -x^4 - 3x^2 + 1$  cắt trục tung tại điểm có tung độ bao nhiêu

- A. -3.                      B. 0.                      C. 1.                      D. -1.

**Lời giải**

Trục tung có phương trình:  $x = 0$ . Thay  $x = 0$  vào  $y = -x^4 - 3x^2 + 1$  được:  $y = 1$ .

**Câu 41. (THPT Việt Đức Hà Nội 2019)** Số giao điểm của đường cong  $y = x^3 - 2x^2 + 2x + 1$  và đường thẳng  $y = 1 - x$  là

- A. 1                      B. 2                      C. 3                      D. 0

**Lời giải**

**Chọn A**

Xét phương trình hoành độ giao điểm

$$x^3 - 2x^2 + 2x + 1 = 1 - x$$

$$\Leftrightarrow x^3 - 2x^2 + 3x = 0$$

$$\Leftrightarrow x(x^2 - 2x + 3) = 0 \Leftrightarrow x = 0$$

**Câu 42.** đồ thị hàm số  $y = x^4 - 3x^2 + 1$  và đồ thị hàm số  $y = -2x^2 + 7$  có bao nhiêu điểm chung?

- A. 0.                      B. 1.                      C. 2.                      D. 3.

**Lời giải**

**Chọn C.**

Pthdgd:

$$x^4 - 3x^2 + 1 = -2x^2 + 7 \Leftrightarrow x^4 - x^2 - 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 3 \\ x^2 = -2 \end{cases} \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{3}.$$

Do pt có 2 nghiệm nên đồ thị hai hàm số có 2 điểm chung.

**Câu 43.** Cho hàm số  $y = -2x^3 + 5x$  có đồ thị (C) Tìm số giao điểm của (C) và trục hoành.

- A. 2.                      B. 3.                      C. 1.                      D. 0.

**Lời giải**

**Chọn B.**

Pthd của (C) và trục hoành là:

$$-2x^3 + 5x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm\sqrt{\frac{5}{2}} \end{cases} \text{ có 3 giao điểm.}$$

Chú ý: Ở bài toán này hoàn toàn có thể giải trực tiếp bằng Casio với phương trình  $-2x^3 + 5x = 0$ , nhưng chắc chắn thao tác bấm máy sẽ chậm hơn việc tính tay( thậm chí bài này không cần nháp

khi mà kết quả đã hiện ra luôn khi ta đọc đề xong). Vì vậy, Casio là điều không cần thiết với câu hỏi này.

**Câu 44.** Cho hàm số  $y = (x-3)(x^2+2)$  có đồ thị  $(C)$ . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A.  $(C)$  cắt trục hoành tại hai điểm.                      B.  $(C)$  cắt trục hoành tại một điểm.  
C.  $(C)$  không cắt trục hoành.                      D.  $(C)$  cắt trục hoành tại ba điểm.

**Lời giải**

**Chọn B.**

Pthd của  $(C)$  và trục hoành là:

$$(x-3)(x^2+2)=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ x^2=-2 \end{cases} \Leftrightarrow x=3 \text{ nghĩa là } (C) \text{ cắt trục hoành tại một điểm}$$

**Câu 45.** Biết rằng đường thẳng  $y = x+2$  cắt đồ thị hàm số  $y = x^3 - x^2 + x + 4$  tại điểm duy nhất, kí hiệu  $(x_0; y_0)$  là tọa độ của điểm đó. Tìm  $y_0$ .

- A.  $y_0 = 1$ .                      B.  $y_0 = 3$ .                      C.  $y_0 = -2$ .                      D.  $y_0 = 4$ .

**Lời giải**

**Chọn A.**

Pthdgd:

$$x+2 = x^3 - x^2 + x + 4 \Leftrightarrow x^3 - x^2 + 2 = 0 \Leftrightarrow x = -1 \Rightarrow y_0 = 1.$$

**Câu 46.** đồ thị hàm số nào sau đây cắt trục tung tại điểm có tung độ âm?

- A.  $y = \frac{x-1}{x-3}$ .                      B.  $y = \frac{x+1}{x+4}$ .                      C.  $y = \frac{x-1}{x+2}$ .                      D.  $y = \frac{2x-1}{x+5}$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

Trục tung có phương trình  $x=0$ , ta thay  $x=0$  lần lượt vào các phương án thì chỉ có phương án C cho ta  $y = -\frac{1}{2} < 0$ .

**Câu 47.** Gọi  $M, N$  là giao điểm của đường thẳng  $y = x+1$  và đường cong  $y = \frac{2x+4}{x-1}$ . Khi đó hoành độ  $x_I$  của trung điểm  $I$  của đoạn  $MN$  bằng bao nhiêu?

- A.  $x_I = 2$ .                      B.  $x_I = 1$ .                      C.  $x_I = -5$ .                      D.  $x_I = -\frac{5}{2}$ .

**Lời giải**

**Chọn B.**

$$\text{Pthdgd } \frac{2x+4}{x-1} = x+1 (x \neq 1) \Leftrightarrow x^2 - 2x - 5 = 0 (*)$$

$$\text{Khi đó } x_I = \frac{x_M + x_N}{2} = 1.$$

Chú ý: có thể giải (\*), tìm được  $x_M = 1 + \sqrt{6}, x_N = 1 - \sqrt{6} \Rightarrow x_I = 1$

**Câu 48.** Cho hàm số  $y = \frac{x+1}{x-3}$  có đồ thị  $(C)$  và các đường thẳng  $d_1: y = 2x$ ,  $d_2: y = 2x-2$ ,  $d_3: y = 3x+3$ ,  $d_4: y = -x+3$ . Hỏi có bao nhiêu đường thẳng trong bốn đường thẳng  $d_1, d_2, d_3, d_4$  đi qua giao điểm của  $(C)$  và trục hoành.

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Lời giải

Chọn A.

Ta có (C) cắt trục hoành ( $y=0$ ) tại điểm  $M(-1;0)$ .

Trong các đường thẳng  $d_1, d_2, d_3, d_4$  chỉ có  $M \in d_3$ , có nghĩa là có 1 đường thẳng đi qua  $M(-1;0)$ .

**Câu 49. (THPT Quang Trung Đồng Đa Hà Nội 2019)** Tìm số giao điểm của đồ thị hàm số  $y = \sqrt{x^4 - 4} + 5$  và đường thẳng  $y = x$

A. 3.

B. 0.

C. 2.

D. 1.

Lời giải

**Cách 1:** Phương trình hoành độ giao điểm  $\sqrt{x^4 - 4} + 5 = x \Leftrightarrow \sqrt{x^4 - 4} = x - 5$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 5 \\ x^4 - 4 = (x - 5)^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 5 \\ x^4 - x^2 + 10x - 29 = 0 \quad (*) \end{cases}$$

Do  $x \geq 5$  nên  $x^4 - x^2 = x^2(x^2 - 1) > 0$  và  $10x - 29 > 0$ . Vì vậy (\*) vô nghiệm

Như vậy phương trình  $\sqrt{x^4 - 4} + 5 = x$  vô nghiệm hay đồ thị hàm số  $y = \sqrt{x^4 - 4} + 5$  và đường thẳng  $y = x$  không có giao điểm nào.

**Cách 2:**

Phương trình hoành độ giao điểm  $\sqrt{x^4 - 4} + 5 = x$ . Ta có điều kiện xác định  $\begin{cases} x \geq \sqrt{2} \\ x \leq -\sqrt{2} \end{cases}$

Với điều kiện trên ta có  $\sqrt{x^4 - 4} + 5 = x \Leftrightarrow \sqrt{x^4 - 4} + 5 - x = 0$

Xét hàm số  $h(x) = \sqrt{x^4 - 4} + 5 - x$ . Ta có  $h'(x) = \frac{2x^3}{\sqrt{x^4 - 4}} - 1$ ;

$$h'(x) = 0 \Leftrightarrow 2x^3 = \sqrt{x^4 - 4}$$

Với  $x \geq \sqrt{2}$  ta có  $2x^3 > \sqrt{x^4 - 4}$ . Với  $x \leq -\sqrt{2}$  ta có  $2x^3 < \sqrt{x^4 - 4}$

Ta có Bảng biến thiên:

$x$	$-\infty$	$-\sqrt{2}$	$\sqrt{2}$	$+\infty$
$h'(x)$		-		+
$h(x)$	$+\infty$	$5 + \sqrt{2}$	$5 - \sqrt{2}$	$+\infty$

Số nghiệm của phương trình  $\sqrt{x^4 - 4} + 5 = x$  là số giao điểm của đồ thị  $y = h(x) = \sqrt{x^4 - 4} + 5 - x$  và trục hoành  $y = 0$ . Dựa vào BBT ta thấy phương trình  $\sqrt{x^4 - 4} + 5 = x$  vô nghiệm hay đồ thị hàm số  $y = \sqrt{x^4 - 4} + 5$  và đường thẳng  $y = x$  không có giao điểm nào.

**NGUYỄN BẢO VƯƠNG - 0946798489**

**BẠN HỌC THAM KHẢO THÊM DẠNG CÂU KHÁC TẠI**

**<https://drive.google.com/drive/folders/15DX-hbY5paR0iUmcs4RU1DkA1-7QpKlG?usp=sharing>**

Theo dõi Fanpage: **Nguyễn Bảo Vương** <https://www.facebook.com/tracnghiemtoanthpt489/>

Hoặc Facebook: **Nguyễn Vương** <https://www.facebook.com/phong.baovuong>

Tham gia ngay: **Nhóm Nguyễn Bào Vương (TÀI LIỆU TOÁN)** <https://www.facebook.com/groups/703546230477890/>

**Ấn sub kênh Youtube: Nguyễn Vương**

[https://www.youtube.com/channel/UCQ4u2J5gIEI1iRUbT3nwJfA?view\\_as=subscriber](https://www.youtube.com/channel/UCQ4u2J5gIEI1iRUbT3nwJfA?view_as=subscriber)

**Tải nhiều tài liệu hơn tại: <http://diendangiaovientoan.vn/>**

**ĐỂ NHẬN TÀI LIỆU SỚM NHẤT NHÉ!**

Nguyễn Bảo Vương