Dạng 1. Tìm cực trị của hàm số dựa vào bảng biến thiên, đồ thị của hàm số y, y'

-Định lí cực trị

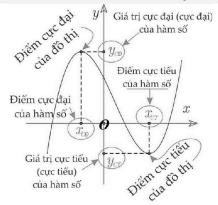
- Điều kiện cần (định lí 1): Nếu hàm số y = f(x) có đạo hàm trên khoảng (a;b) và đạt cực đại (hoặc cực tiểu) tại x thì f'(x) = 0.
- Điều kiện đủ (định lí 2):

Nếu f'(x) đổi dấu từ **âm sang dương** khi x đi qua điểm x_{\circ} (theo chiều tăng) thì hàm số y = f(x) đạt **cực tiểu** tại điểm x_{\circ} .

Nếu f'(x) đổi dấu từ **dương sang âm** khi x đi qua điểm x_{\circ} (theo chiều tăng) thì hàm số y = f(x) đạt **cực đại** tại điểm x_{\circ} .

• Định lí 3: Giả sử y=f(x) có đạo hàm cấp 2 trong khoảng $(x_{\circ}-h; x_{\circ}+h)$, với h>0. Khi đó: Nếu $y'(x_{\circ})=0, \ y''(x_{\circ})>0$ thì x_{\circ} là điểm cực tiểu. Nếu $y'(x_{\circ})=0, \ y''(x_{\circ})<0$ thì x_{\circ} là điểm cực đại.

- Các THUẬT NGỮ cần nhớ
- Điểm cực đại (cực tiểu) của hàm số là x_{\circ} , giá trị cực đại (cực tiểu) của hàm số là $f(x_{\circ})$ (hay $y_{\circ \circ}$ hoặc $y_{\circ \circ}$). Điểm cực đại của đồ thị hàm số là $M(x_{\circ}; f(x_{\circ}))$.
- Nếu $M(x_\circ;y_\circ)$ là điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=f(x)\Rightarrow \begin{cases} y'(x_\circ)=0\\ M(x_\circ;y_\circ)\in y=f(x) \end{cases}$



Câu 1. (Đề Tham Khảo 2020 – Lần 1) Cho hàm số y = f(x) có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		3		+∞
f'(x)		+	0	_	0	+	
f(x)	-∞		* ² \		-4	/	+∞

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

A. 2.

B. 3

C. 0.

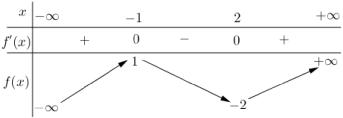
D. -4.

Lời giải

Chon D

Từ bảng biến thiên, ta thấy giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng -4.

Câu 2. (Đề Tham Khảo 2020 – Lần 2) Cho hàm số f(x) có bảng biến thiên như sau:



Hàm số đã cho đạt cực đại tại

A.
$$x = -2$$
.

B.
$$x = 2$$
.

C.
$$x = 1$$
.

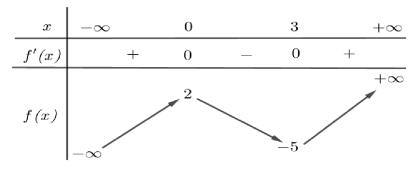
Lời giải

D.
$$x$$
 = −1.

Chon D

Hàm số đạt cực đại tại điểm mà đạo hàm đổi dấu từ dương sang âm. Từ bảng biến thiên hàm số đạt cực đại tại x = -1.

Câu 3. (Mã 101 – 2020 Lần 1) Cho hàm f(x) có bảng biến thiên như sau:



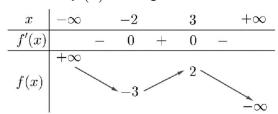
Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

B.
$$-5$$
.

Chọn B.

Từ BBT ta có hàm số đạt giá trị cực tiểu f(3) = -5 tại x = 3

Câu 4. (**Mã 102 - 2020 Lần 1**) Cho hàm số f(x) có bảng biến thiên như sau.

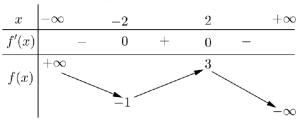


Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

Chon B

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy giá trị cực đại của hàm số đã cho là $y_{CD} = 2$.

Câu 5. (**Mã 103 - 2020 Lần 1**) Cho hàm số f(x) có bảng biến thiên như sau:



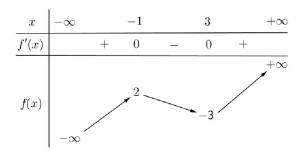
Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

Lời giải

Chọn D

Gía trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng −1.

Câu 6. (Mã 104 - 2020 Lần 1) Cho hàm số f(x) có bảng biến thiên như sau:



Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

A. 3.

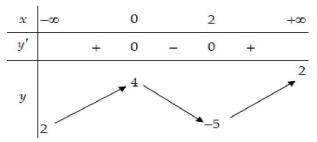
B. −3.

C. −1. Lời giải **D.** 2.

Chọn D

Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng 2.

Câu 7. (**Mã 105 - 2017**) Cho hàm số y = f(x) có bảng biến thiên như sau



Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số đạt cực tiểu tại x = -5

C. Hàm số đạt cực tiểu tại x = 2

B. Hàm số có bốn điểm cực trị

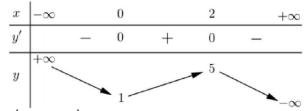
D. Hàm số không có cực đại

Lời giải

Chon.C

Dựa vào bảng biến thiên. Hàm số có đạo hàm trên \mathbb{R} và y'(2) = 0; y' đổi dấu từ âm sang dương khi đi qua x = 2 nên hàm số đạt cực tiểu tại x = 2.

Câu 8. (Đề Tham Khảo 2019) Cho hàm số y = f(x) có bảng biến thiên như sau



Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

A. 5

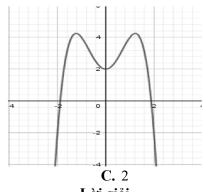
B. 2

C. 0 Lời giải **D.** 1

Chon A

Dựa bào BBT ta có: Giá trị cực đại của hàm số là $y_{CD} = 5$

Câu 9. (Mã 104 - 2018) Cho hàm số có đồ thị như hình vẽ bên. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là:



A. 3

B. 1

Lời giải

D. 0

Chon A

Hàm số có ba điểm cực trị.

(Mã 110 - 2017) Cho hàm số y = f(x) có bảng biến thiên như sau Câu 10.

χ	-∞	-2		2		+∞
\mathcal{Y}'	+	. 0	-	0	+	
у	-8	3		> 0	/	→ ^{+∞}

Tìm giá trị cực đại y_{CD} và giá trị cực tiểu y_{CT} của hàm số đã cho.

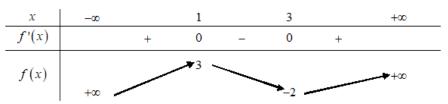
A.
$$y_{CD} = 2$$
 và $y_{CT} = 0$ **B.** $y_{CD} = 3$ và $y_{CT} = 0$

C.
$$y_{CD} = 3$$
 và $y_{CT} = -2$ **D.** $y_{CD} = -2$ và $y_{CT} = 2$

Chọn B

Dựa vào bảng biến thiên của hàm số ta có $y_{CD} = 3$ và $y_{CT} = 0$.

Câu 11. (**Mã 103 - 2019**) Cho hàm số f(x) có bảng biến thiên như sau:



Hàm số đạt cực đại tại:

A.
$$x = -2$$
.

B.
$$x = 3$$
.

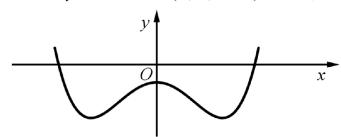
C.
$$x = 1$$
.
Lời giải

D.
$$x = 2$$
.

Chon C

Hàm số f(x) xác định tại x = 1, f'(1) = 0 và đạo hàm đổi dấu từ (+) sang (-)

(Mã 103 - 2018) Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ $(a, b, c \in \mathbb{R})$ có đồ thị như hình vẽ bên. Câu 12.



Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

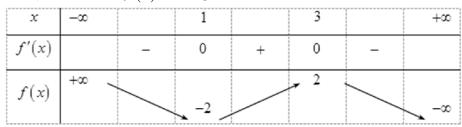
A. 3

B. 0

C. 1 Lời giải

D. 2

Câu 13. (**Mã 102 - 2019**) Cho hàm số f(x) có bảng biến thiên như sau:



Hàm số đạt cực đại tại

A. x = -2.

B. x = 3.

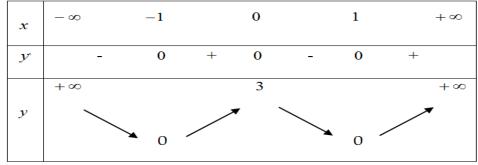
C. x = 1.

D. x = 2.

Lời giải

Chọn B

Câu 14. (**Mã 123 - 2017**) Cho hàm số y = f(x) có bảng biến thiên như sau



Mệnh đề nào dưới đây sai

A. Hàm số có giá trị cực đại bằng 3

C. Hàm số có giá trị cực đại bằng 0

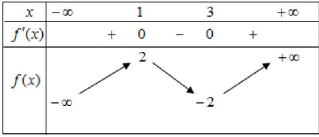
B. Hàm số có hai điểm cực tiểu

D. Hàm số có ba điểm cực trị

Lời giải

Chon C

Câu 15. (**Mã 104 - 2019**) Cho hàm số f(x) có bảng biến thiên như sau:



Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại

A. x = 2.

B. x = -2.

C. x = 1.

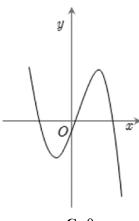
D. x = 3.

Lời giải

Chon D

Từ bảng biến thiên ta có điểm cực tiểu của hàm số là x = 3.

Câu 16. (**Mã 102 - 2018**) Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ $(a,b,c,d \in \mathbb{R})$ có đồ thị như hình vẽ bên. Số điểm cực trị của hàm số này là



A. 3

B. 2

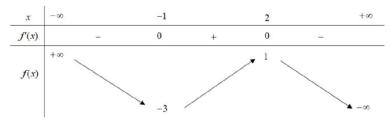
C. 0 Lời giải

D. 1

Chon B

Dựa vào hình dạng đồ thị hàm số có hai điểm cực trị.

Câu 17. (**Mã 101 - 2019**) Cho hàm số f(x) có bảng biến thiên như sau:



Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại

A.
$$x = -1$$
.

B.
$$\dot{x} = -3$$
.

C.
$$x = 2$$
.

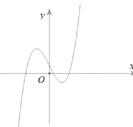
D.
$$x = 1$$
.

Lời giải

Chọn A

Theo bảng biến thiên thì hàm số đạt cực tiểu tại điểm x = -1

Câu 18. (**Mã 101 - 2018**) Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d(a,b,c,d \in \mathbb{R})$ có đồ thị như hình vẽ bên. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là



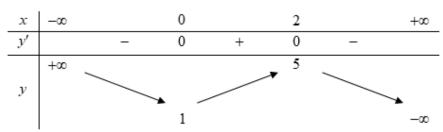
A. 2

B. 0

C. 3 Lời giải **D.** 1

Chon A

Câu 19. (Đề Tham Khảo 2018) Cho hàm số y = f(x) có bảng biến thiên như sau



Hàm số đạt cực đại tại điểm

A. x = 1

B. x = 0

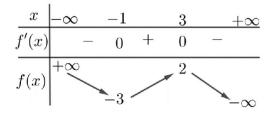
C. x = 5

D. x = 2

Chọn D

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy y' đối dấu từ (+) sang (-) tại x=2. Nên hàm số đạt cực đại tại điểm x=2.

Câu 20. (**Mã 101 – 2020 Lần 2**) Cho hàm số f(x) có bảng biến thiên như sau:



Lời giải

Điểm cực đại của hàm số đã cho là

$$\underline{\mathbf{A}}$$
. $x = 3$.

B.
$$x = -1$$
.

C.
$$x = 2$$
.

D.
$$x = -3$$
.

Chọn A

Dựa vào bảng biến thiên ta có: hàm số đạt cực đại tại điểm x = 3.

Câu 21. (**Mã 102 - 2020 Lần 2**) Cho hàm số f(x) có bảng biến thiên như sau:

x	-∞		-2		1		+∞
f'(x)		_	0	+	0	_	
f(x)	+∞		\ 1 /		* ³ \		▲ -∞

Điểm cực đại của hàm số đã cho là

A.
$$x = 3$$
.

B.
$$x = -1$$
.

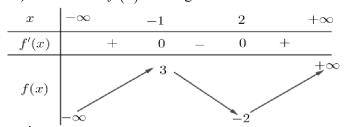
$$\underline{\mathbf{C}}$$
. $x = 1$. Lời giải

D.
$$x = -2$$
.

Chon C

Từ BBT của hàm số f(x) suy ra điểm cực đại của hàm số f(x) là x = 1.

Câu 22. (**Mã 103 - 2020 Lần 2**) Cho hàm số f(x) có bảng biến thiên như sau :



Điểm cực đại của hàm số đã cho là

A.
$$x = 3$$
.

B.
$$x = 2$$
.

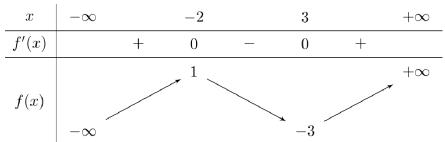
C.
$$x = -2$$
.

Lời giải

D.
$$x = -1$$
.

<u>C</u>họn <u>D</u>

Câu 23. (**Mã 104 - 2020 Lần 2**) Cho hàm số f(x) có bảng biến thiên như sau:



Điểm cực đại của hàm số đã cho là

$$\underline{\mathbf{A}}$$
. $x = -2$.

B.
$$x = -3$$

C.
$$x = 1$$
.

Lời giải

D.
$$x = 3$$
.

Chọn A

Hàm số đã cho xác định trên \mathbb{R} .

Qua x = -2, đạo hàm f'(x) đổi dấu từ dương sang âm nên hàm số đạt cực đại tại x = -2.

(Đề Tham Khảo 2020 – Lần 1) Cho hàm số f(x), bảng xét dấu của f'(x) như sau: Câu 24.

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 0.

C. 1.

Lời giải

D. 3.

<u>C</u>họn <u>B</u>

Chọn B
$$Ta \, \text{có} \, f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{bmatrix} x = -1 \\ x = 0 \\ x = 1 \end{bmatrix}$$

Từ bảng biến thiên ta thấy f'(x) đổi dấu khi x qua nghiệm -1 và nghiệm 1; không đổi dấu khi x qua nghiệm 0 nên hàm số có hai điểm cực trị.

(Đề Tham Khảo 2020 – Lần 2) Cho hàm số f(x) có bảng xét dấu của f'(x) như sau: Câu 25.

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 3.

B. 0.

D. 1.

Chọn C

Dựa vào bảng xét dấu của f'(x) hàm số đã cho có 2 điểm cực trị.

(Mã 101 - 2020 Lần 1) Cho hàm số f(x) liên tục trên \mathbb{R} và có bảng xét dấu của f'(x) như Câu 26. sau:

Số điểm cực đại của hàm số đã cho là

A. 4.

B. 1.

<u>C</u>. 2. Lời giải

D. 3.

Chọn C

Do hàm số f(x) liên tục trên \mathbb{R} , f'(-1) = 0,

f'(1) không xác định nhưng do hàm số liên tục trên $\mathbb R$ nên tồn tại f(1)

và f'(x) đổi dấu từ "+" sang "-" khi đi qua các điểm x=-1, x=1 nên hàm số đã cho đạt cực đai tai 2 điểm này.

Vậy số điểm cực đại của hàm số đã cho là 2.

Câu 27. (**Mã 102 - 2020 Lần 1**) Cho hàm f(x) liên tục trên \mathbb{R} và có bảng xét dấu f'(x) như sau:

Số điểm cực tiểu của hàm số là

A. 1.

B. 2

C. 3.

D. 4.

Lời giải

Chọn B

Ta thấy f'(x) đổi dấu 2 lần từ (-) sang (+) khi qua các điểm x=-1; x=1 nên hàm số có 2 điểm cực tiểu.

Câu 28. (Mã 103 - 2020 Lần 1) Cho hàm số f(x) liên tục trên \mathbb{R} và có bảng xét dấu của f'(x) như sau:

Số điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

A. 2.

B. 4.

C. 3.

D. 1.

Lời giải

Chon A

Câu 29. (**Mã 104 - 2020 Lần 1**) Cho hàm số f(x) liên tục trên R có bảng xét dấu f'(x)

Số điểm cực đại của hàm số đã cho là:

A. 3.

B. 1.

C. 2.

D. 4.

Lời giải

Chọn C

Ta có: f'(x) = 0, f'(x) không xác định tại x = -2; x = 1; x = 2, x = 3. Nhưng có 2 giá trị x = -2; x = 2 mà qua đó f'(x) đổi dấu từ dương sang âm nên hàm số đã cho có 2 điểm cực đại.

Dạng 2. Tìm cực trị của hàm số khi biết y, y'

\star <u>Bài toán</u>: Tìm các điểm cực đại, cực tiểu (nếu có) của hàm số y = f(x).

A Phương pháp: Sự dụng 2 qui tắc tìm cực trị sau:

Quy tắc I: sử dụng nội dụng định lý 1

- Bước 1. Tìm tập xác định D của hàm số.
- Bước 2. Tính đạo hàm y' = f'(x). Tìm các điểm x_i, (i = 1,2,3,...,n) mà tại đó đạo hàm bằng 0 hoặc không xác định.
- **Bước 3**. Sắp xếp các điểm x_i theo thứ tự tăng dần và lập bảng biến thiên.
- Bước 4. Từ bảng biến thiên, suy ra các điểm cực trị (dựa vào nội dung định lý 1).

Quy tắc II: sử dụng nội dụng định lý 2

- Bước 1. Tìm tập xác định D của hàm số.
- **Bước 2**. Tính đạo hàm y' = f'(x). Giải phương trình f'(x) = 0 và kí hiệu x_i , (i = 1, 2, 3, ..., n) là các nghiệm của nó.
- **Bước 3**. Tính f''(x) và $f''(x_i)$.
- **Bước 4**. Dựa vào dấu của $y''(x_i)$ suy ra tính chất cực trị của điểm x_i :
- + Nếu $f''(x_i) < 0$ thì hàm số đạt cực đại tại điểm x_i .
- + Nếu $f''(x_i) > 0$ thì hàm số đạt cực tiểu tại điểm x_i .
- **Câu 1.** (**Mã 101 2020 Lần 2**) Cho hàm số f(x) có đạo hàm $f'(x) = x(x-1)(x+4)^3$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực đại của hàm số đã cho là
 - **A.** 3.

- **B.** 4.
- **C.** 2.
- **<u>D</u>.** 1.

Lời giải

Chọn D

Ta có
$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{bmatrix} x = 0 \\ x = 1 \\ x = -4 \end{bmatrix}$$

Bảng xét dấu f'(x):

Từ bảng xét dấu suy ra hàm số có đúng 1 điểm cực đại.

- **Câu 2.** (**Mã 103 2020 Lần 2**) Cho hàm số f(x) có đạo hàm $f'(x) = x(x+1)(x-4)^3$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực đại của hàm số đã cho là
 - **A.** 2.

- **B.** 3.
- **C.** 4.
- **<u>D</u>.** 1.

Lời

<u>C</u>họn <u>D</u>

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x(x+1)(x-4)^3 = 0 \Leftrightarrow \begin{bmatrix} x = 0 \\ x = -1. \\ x = 4 \end{bmatrix}$$

Lập bảng biến thiên của hàm số f(x)

\boldsymbol{x}	$-\infty$		-1		0		4		$+\infty$
<i>y'</i>		_	0	+	0	_	0	+	
					f(0)				
y			f(-1)	/	•		f(4)		5

Vậy hàm số đã cho có một điểm cực đại.

- **Câu 3.** (**Mã 104 2020 Lần 2**) Cho hàm số f(x) có $f'(x) = x(x+1)(x-4)^3$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực tiểu của hàm số đã cho là
 - **A.** 4.

- **B.** 3.
- **C.** 1.

Lời giải

D. 2.

<u>C</u>họn <u>D</u>

$$f'(x) = x(x+1)(x-4)^3 = 0 \Leftrightarrow \begin{bmatrix} x = 0 \\ x = -1. \\ x = 4 \end{bmatrix}$$

Bảng xét dấu của f'(x)

 $x -\infty$ -1 0 4 $+\infty$



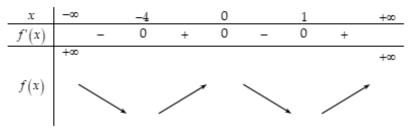
Vậy hàm số đã cho có hai điểm cực tiểu là x = -1 và x = 4.

Câu 4. (**Mã 102 - 2020 Lần 2**) Cho hàm số f(x) có đạo hàm $f'(x) = x(x-1)(x+4)^3$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

 $\underline{\mathbf{C}}$ họn $\underline{\mathbf{A}}$

Ta có:
$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x(x-1)(x+4)^3 = 0 \Leftrightarrow \begin{bmatrix} x=0 \\ x=1 \\ x=-4 \end{bmatrix}$$

Bảng biến thiên:



Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số đã cho có 2 điểm cực tiểu.

Câu 5. (Đề Tham Khảo 2019) Cho hàm số f(x) có đạo hàm $f'(x) = x(x-1)(x+2)^3$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

Chon B

Phuong trình $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x(x-1)(x+2)^3 = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{bmatrix} x = 0 \\ x = 1 \\ x = -2 \end{bmatrix}$$

Do f'(x) = 0 có ba nghiệm phân biệt và f'(x) đổi dấu qua ba nghiệm này nên hàm số có ba điểm cực trị.

Câu 6. (**Mã 101 - 2019**) Cho hàm số f(x) có đạo hàm $f'(x) = x(x+2)^2$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

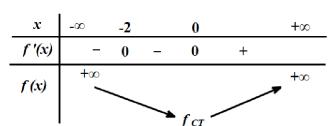
A. 2.

B. 1.

C. 0. Lời giải **D.** 3.

Chon B

Bảng biến thiên



Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số đã cho có đúng một điểm cực trị đó là điểm cực tiểu x = 0.

Câu 7. (**Mã 103 - 2019**) Cho hàm số f(x) có đạo hàm $f'(x) = x(x-1)^2$, $\forall x \in R$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 2.

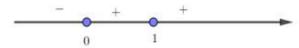
B. 0.

C. 1. Lời giải

D. 3.

Chon C

Xét dấu của đao hàm:



Ta thấy đạo hàm đổi dấu đúng 1 lần nên hàm số đã cho có đúng 1 điểm cực trị

Câu 8. (**Mã 104 - 2019**) Cho hàm số f(x) có đạo hàm $f'(x) = x(x+1)^2$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 1.

B. 2.

C. 3.

Lời giải

D. 0.

Chọn A

Ta có
$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x(x+1)^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{bmatrix} x = 0 \\ (x+1)^2 = 0 \end{bmatrix} \Leftrightarrow \begin{bmatrix} x = 0 \\ x = -1 \end{bmatrix}$$
.

Vì nghiệm x = 0 là nghiệm bội lẻ và x = -1 là nghiệm bội chẵn nên số điểm cực trị của hàm số là 1.

Câu 9. (Mã 102 - 2019) Cho hàm số y = f(x) có đạo hàm $f'(x) = x(x-2)^2$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 0.

B. 3.

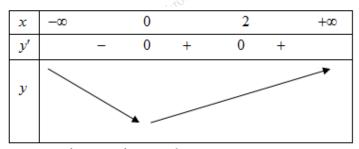
C. 2

D. 1.

Chọn D

Ta có:
$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x(x-2)^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{bmatrix} x = 0 \\ x - 2 = 0 \end{bmatrix} \Leftrightarrow \begin{bmatrix} x = 0 \\ x = 2 \end{bmatrix}$$

Bảng biến thiên:



Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy hàm số có 1 điểm cực trị x = 0.

Câu 10. (THPT L**ê** Quý Dôn Dà Nẵng 2019) Cho hàm số f(x) có đạo hàm $f'(x) = x(1-x)^2(3-x)^3(x-2)^4$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

A. x = 2

B. x = 3.

C. x = 0.

Lời giải

D. x = 1.

Ta có

$$f'(x) = x(1-x)^{2}(3-x)^{3}(x-2)^{4} \Rightarrow f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{bmatrix} x = 0 \\ x = 1 \\ x = 2 \\ x = 3 \end{bmatrix}$$

Bảng xét dấu đao hàm.

X	-∞		0		1		2		3		+00
f'(x)		_	0	+	0	+	0	+	0	_	

Suy ra hàm số f(x) đạt cực tiểu tại x = 0

Câu 11. (Chuyên Sơn La 2019) Cho hàm số f(x) có đạo hàm $f'(x) = x^3(x-1)(x-2), \forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực tri của hàm số đã cho là

A. 1.

- **B.** 3.
- **C.** 5.
- **D.** 2.

Lời giải

Ta có:
$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x^3(x-1)(x-2) = 0 \Leftrightarrow \begin{bmatrix} x = 0 \\ x = 1 \\ x = 2 \end{bmatrix}$$

Bảng xét dấu:

Ì	х	-∞		0		1		2		+∞
	f'(x)		_	0	+	0	_	0	+	

Dựa vào bảng xét dấu nhận thấy hàm số f(x) có 3 điểm cực trị.

Câu 12. (VTED 2019) Hàm số y = f(x) có đạo hàm f'(x) = (x-1)(x-2)...(x-2019), $\forall x \in R$. Hàm số y = f(x) có tất cả bao nhiều điểm cực tiểu?

A. 1008

- **B.** 1010
- **C.** 1009

Lời giải

D. 1011

Chon B

Ta có:
$$f'(x) = (x-1)(x-2)...(x-2019) = 0 \Leftrightarrow \begin{bmatrix} x = 1 \\ x = 2 \\ \\ x = 2019 \end{bmatrix}$$

f'(x) = 0 có 2019 nghiệm bội lẻ và hệ số a dương nên có 1010 cực tiểu

Câu 13. (THPT Yên Phong 1 Bắc Ninh 2019) Hàm số f(x) có đạo hàm $f'(x) = x^2(x+1)(x-2)^3$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Hỏi f(x) có bao nhiều điểm cực đại?

A. 2.

- **B.** 0.
- **C.** 1.

D. 3.

Lời giải

Ta có
$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{bmatrix} x^2 = 0 \\ x - 1 = 0 \\ (x - 2)^3 = 0 \end{bmatrix} \Leftrightarrow \begin{bmatrix} x = 0 \\ x = 1 \\ x = 2 \end{bmatrix}$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		0		2		+∞
f'(x)		+	0	_	0	-	0	+	
f(x)	-∞		1 -				. /		+∞

Dựa vào bảng biến thiên suy ra hàm số có 1 điểm cực đại.

Câu 14. (THPT Cù Huy Cận 2019) Cho hàm số f(x) có đạo hàm là $f'(x) = x(x-1)(x+2)^2 \ \forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số là?

A. 5.

- **B.** 2.
- **C.** 1.

D. 3.

Lời giải

NGUYĒN <mark>BẢO</mark> VƯƠNG - 0946798489

Ta có $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{vmatrix} x = 0 \\ x = 1 \end{vmatrix}$. Do x = 0, x = 1 là nghiệm đơn, còn các nghiệm và x = -2 là nghiệm x = -2 là nghiệm x = -2 là nghiệm x = -2

bội chẵn nên f'(x) chỉ đổi khi đi qua x = 0, x = 1.

 $\Rightarrow \text{ Hàm số (1)} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ \Delta' < 0 \end{cases} \Leftrightarrow m^2 - 4 > 0 \Leftrightarrow m < -2 \lor m > 2 \text{ có 2 điểm cực trị.}$

Phước 2019) Cho hàm Câu 15. (Sở Bình đao hàm $f'(x) = (x-1)(x-2)^2(x-3)^3(x-4)^4$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là **A.** 3 **B.** 5 **C.** 2 **D.** 4

Lời giải

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{bmatrix} x = 1 \\ x = 2 \\ x = 3 \\ x = 4 \end{bmatrix}$$

Bảng biến thiên

x	-∞		1		2		3		4		+∞
f'(x)		+	0	-	0	-	0	+	0	+	
f(x)		_	-	_		_	•	_			+∞

Dưa vào bảng biến thiên: Số điểm cực tri của hàm số đã cho là 2.

Câu 16. (THPT Gia Lộc Hải Dương 2019) Cho hàm hàm $f'(x)=x\big(x-1\big)\big(x-2\big)^2$, $\forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

D. 3.

Ta có $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x(x-1)(x-2)^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{bmatrix} x = 0 \\ x = 1 \\ x = 2 \end{bmatrix}$

Lập bảng xét dấu của f'(x) như sau:

Ta thấy f'(x) đổi dấu khi đi qua các điểm x=0 và x=1, do đó hàm số y=f(x) có hai điểm cuc tri.

(THPT Ba Đình 2019) Cho hàm số y = f(x) có đạo hàm $f'(x) = (x-2)(x^2-3)(x^4-9)$. Số Câu 17. điểm cực trị của hàm số y = f(x) là

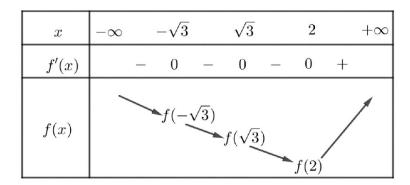
A. 3.

D. 1.

A. 3. **B.** 4. **C.** 2. **Lòi giải**
$$f'(x) = (x-2)(x^2-3)^2(x^2+3) = (x-2)(x-\sqrt{3})^2(x+\sqrt{3})^2(x^2+3)$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow (x-2)(x+\sqrt{3})^2(x-\sqrt{3})^2(x^2+3) = 0 \Leftrightarrow \begin{bmatrix} x = -\sqrt{3} \\ x = \sqrt{3} \\ x = 2 \end{bmatrix}.$$

Bảng biến thiên



Từ bảng biến thiên của hàm số y = f(x), ta thấy hàm số y = f(x) có đúng 1 điểm cực trị.

Câu 18. (THCS - THPT Nguyễn Khuyến 2019) Nếu hàm số f(x) có đạo hàm là $f'(x) = x^2(x-2)(x^2-x-2)(x+1)^4$ thì tổng các điểm cực trị của hàm số f(x) bằng A -1 B 2 C 1 D 0

Lời giải

Có $f'(x) = x^2(x-2)^2(x+1)^5$. Ta thấy f'(x) chỉ đổi dấu qua nghiệm x = -1 nên hàm số f(x) có đúng một điểm cực trị là x = -1.

Vậy tổng các điểm cực trị của hàm số f(x) bằng -1.

Câu 19. (Chuyên Quang Trung Bình Phước 2019) Cho hàm số y = f(x) có đạo hàm $f'(x) = x(x^2 + 2x)^3(x^2 - \sqrt{2}) \forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số là **A.** 4 **B.** 1 **C.** 2 **D.** 3

Lời giải

Chọn D

Cách 1: Sử dung MTCT chon một số nằm giữa các khoảng suy ra bảng xét dấu

x		-2		$-\sqrt[4]{2}$		0		⁴√2		+∞
f'(x)	_	0	+	0	_	0	_	0	+	

f'(x) đổi dấu 3 lần qua x = -2, $x = -\sqrt[4]{2}$, $x = \sqrt[4]{2}$. suy ra hàm số có 3 cực trị.

Cách 2: Sử dụng nghiệm bội chẵn lẻ, nghiệm đơn.

$$f'(x) = x(x^2 + 2x)^3(x^2 - \sqrt{2}) = x^4(x+2)^2(x+2)(x-\sqrt[4]{2})(x+\sqrt[4]{2})$$

f'(x) đổi dấu qua 3 nghiệm đơn. 2 nghiệm bội chẵn không đổi dấu nên có 3 cực trị.

Câu 20. (Chuyên Lam Sơn Thanh Hóa 2019) Cho hàm số y = f(x) có đạo hàm trên \mathbb{R} và $f'(x) = (x-1)(x-2)^2(x+3)$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là:

A. 3

B. 1

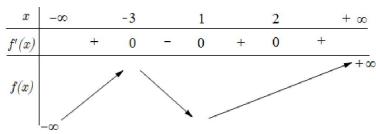
C. 0 Lời giải

D. 2

Chọn D

Ta có
$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{bmatrix} x = 1 \\ x = 2 \\ x = -3 \end{bmatrix}$$

Bảng biến thiên



Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số đã cho có 2 điểm cực tri.

(Đề Minh Họa 2017) Tìm giá trị cực đại y_{CD} của hàm số $y = x^3 - 3x + 2$.

A.
$$y_{CD} = -1$$

B.
$$y_{CD} = 4$$

C.
$$y_{CD} = 1$$

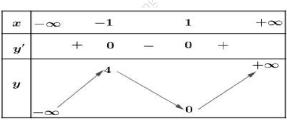
D.
$$y_{CD} = 0$$

Chon B

Ta có
$$y' = 3x^2 - 3 \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{bmatrix} x = 1 & \Rightarrow y(1) = 0 \\ x = -1 & \Rightarrow y(-1) = 4 \end{bmatrix}$$

$$\lim_{x \to -\infty} \left(x^3 - 3x + 2 \right) = \lim_{x \to -\infty} x^3 \left(1 - \frac{3}{x^2} + \frac{2}{x^3} \right) = -\infty, \quad \lim_{x \to +\infty} \left(x^3 - 3x + 2 \right) = \lim_{x \to +\infty} x^3 \left(1 - \frac{3}{x^2} + \frac{2}{x^3} \right) = +\infty$$

Bảng biến thiên



Từ bảng biến thiên, ta thấy giá trị cực đại của hàm số bằng 4

(Mã 104 - 2017) Hàm số $y = \frac{2x+3}{x+1}$ có bao nhiều điểm cực trị? A. 1 B. 3 C. 0

A. 1

Lời giải

D. 2

Có
$$y' = \frac{-1}{(x+1)^2} > 0, \forall x \neq -1$$
 nên hàm số không có cực trị.

Câu 23. Cho hàm số $y = \frac{x^2 + 3}{x + 1}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Cực tiểu của hàm số bằng −3

B. Cực tiểu của hàm số bằng 1

C. Cực tiểu của hàm số bằng -6

D. Cực tiểu của hàm số bằng 2

Lời giải

Chon D

□ Cách 1.
Ta có:
$$y' = \frac{x^2 + 2x - 3}{(x+1)^2}$$
; $y' = 0 \Leftrightarrow x^2 + 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{bmatrix} x = -3 \\ x = 1 \end{bmatrix}$

Lập bảng biến thiên. Vậy hàm số đạt cực tiểu tại x = 1 và giá trị cực tiểu bằng 2.

□ Cách 2.

Ta có
$$y' = \frac{x^2 + 2x - 3}{(x+1)^2}$$
; $y' = 0 \Leftrightarrow x^2 + 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{bmatrix} x = -3 \\ x = 1 \end{bmatrix}$

$$y'' = \frac{8}{(x+1)^3}$$
. Khi đó: $y''(1) = \frac{1}{2} > 0$; $y''(-3) = -\frac{1}{2} < 0$.

Nên hàm số đạt cực tiểu tại x = 1 và giá trị cực tiểu bằng 2.

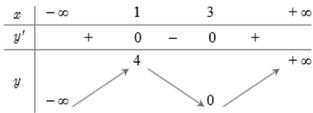
- **Câu 24.** (Chuyên Hùng Vương Gia Lai 2019) Điểm cực đại của đồ thị hàm số $y = x^3 6x^2 + 9x$ có tổng hoành đô và tung đô bằng
 - **A.** 5.

- **C.** 3.
- **D.** -1.

Lời giải

Ta có:
$$y' = 3x^2 - 12x + 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{bmatrix} x = 1 \\ x = 3 \end{bmatrix}$$

Bảng biến thiên



Khi đó: $x_{CD} = 1 \Rightarrow y_{CD} = 4 \Rightarrow x_{CD} + y_{CD} = 5$.

(Chuyên Vĩnh Phúc 2019) Tìm giá trị cực tiểu y_{CT} của hàm số $y = -x^3 + 3x - 4$. Câu 25.

A.
$$y_{CT} = -6$$

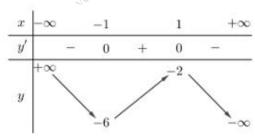
B.
$$y_{CT} = -1$$

C.
$$y_{CT} = -2$$
 D. $y_{CT} = 1$

D.
$$y_{CT} = 1$$

Tập xác định:
$$D = \mathbb{R}$$
; $y' = -3x^2 + 3$; $y' = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$.

Bảng biến thiên



Vây $y_{CD} = y(1) = -2$; $y_{CT} = y(-1) = -6$.

Câu 26. (THPT Cù Huy Cận 2019) Giá trị cực tiểu y_{CT} của hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 4$ là:

A.
$$y_{CT} = 0$$
.

B.
$$y_{CT} = 3$$
.

C.
$$y_{CT} = 2$$
. **D.** $y_{CT} = 4$.

D.
$$y_{CT} = 4$$
.

Lời giải

Ta có
$$y' = 3x^2 - 6x$$
, $y'' = 6x - 6$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{bmatrix} x = 0 \\ x = 2 \end{bmatrix}$$

$$y''(0) = -6, y''(2) = 6$$

Do đó hàm số đạt cực tiểu tại $x = 2 \Rightarrow y_{CT} = y(2) = 0$.

- Câu 27. (Liên Trường Thọt Tọ Vinh Nghệ An 2019) Đồ thị hàm số $y = x^4 x^2 + 1$ có bao nhiều điểm cực trị có tung độ là số dương?
 - **A.** 3.

- **B.** 1.
- **C.** 2.
- **D.** 0.

Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

$$y' = 4x^3 - 2x; \ y' = 0 \Leftrightarrow \begin{bmatrix} x = 0 \Rightarrow y = 1 \\ x = \pm \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow y = \frac{3}{4} \end{bmatrix}.$$

Suy ra đồ thị có hàm số $y = x^4 - x^2 + 1$ có 3 điểm cực trị có tung độ là số dương.

(Hsg Bắc Ninh 2019) Hàm số nào dưới đây không có cực trị? Câu 28.

A.
$$y = \frac{x^2 + 1}{x}$$

A.
$$y = \frac{x^2 + 1}{x}$$
 B. $y = \frac{2x - 2}{x + 1}$ **C.** $y = x^2 - 2x + 1$ **D.** $y = -x^3 + x + 1$

C.
$$y = x^2 - 2x + 1$$

D.
$$y = -x^3 + x + 1$$

Lời giải

+ Xét hàm số
$$y = \frac{2x-2}{x+1}$$
.

Tập xác định
$$D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}, y' = \frac{4}{(x+1)^2} > 0, \forall x \in D.$$

Nên hàm số luôn đồng biến trên từng khoảng xác định.

Do đó hàm số $y = \frac{2x-2}{x+1}$ không có cực trị.

Câu 29. (THPT Ba Đình 2019) Cho hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 1$. Xét các mênh đề sau đây

- 1) Hàm số có 3 điểm cực trị.
- 2) Hàm số đồng biến trên các khoảng (-1;0); $(1;+\infty)$.
- 3) Hàm số có 1 điểm cực tri.
- 4) Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$; (0;1).

Có bao nhiều mênh đề **đúng** trong bốn mênh đề trên?

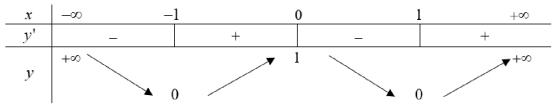
A. 2.

Lời giải

D. 3.

 $y' = 4x^3 - 4x \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow \begin{bmatrix} x = 0 & \Rightarrow y = 1 \\ x = 1 & \Rightarrow y = 0 \\ x = -1 & \Rightarrow v = 0 \end{bmatrix}$

Bảng xét dấu:



Hàm số có 3 điểm cực trị, đồng biến trên khoảng (-1;0); $(1;+\infty)$ và nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1); (0;1)$. Vậy mệnh đề 1, 2, 4 đúng.

(THPT Ba Đình 2019) Tìm giá trị cực đại của hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 2$. Câu 30.

A. -2.

B. 0.

D. 1.

Lời giải

Tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R}$.

Ta có:
$$y' = 3x^2 - 6x \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow \begin{bmatrix} x = 0 \\ x = 2 \end{bmatrix}$$
.

 $y'' = 6x - 6 \Rightarrow y''(0) = -6 < 0 \Rightarrow$ Giá trị cực đại của hàm số là: y(0) = -2.

(THCS - THPT Nguyễn Khuyến 2019) Hàm số $y = \frac{1}{4}x^4 - \frac{1}{3}x^3 - \frac{5}{2}x^2 - 3x + 2019m (m \in \mathbb{R})$ đạt Câu 31. cưc tiểu tai điểm:

A.
$$x = 3$$
.

B.
$$x = -3$$
.

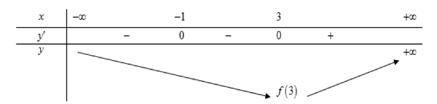
C.
$$x = 1$$
.

Lời giải

D.
$$x = -1$$
.

TXĐ: $D = \mathbb{R}$.

$$y' = x^3 - x^2 - 5x - 3$$
; $y' = 0 \Leftrightarrow x^3 - x^2 - 5x - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{bmatrix} x = 3 \\ x = -1 \end{bmatrix}$.



Hàm số đạt cực tiểu tại x = 3.

(THCS - THPT Nguyễn Khuyến 2019) Điểm cực đại của đồ thị hàm số $y = -x^3 + 3x + 1$ là: Câu 32.

A.
$$M(-1;-1)$$
.

B.
$$N(0;1)$$
.

C.
$$P(2;-1)$$
.

D.
$$Q(1;3)$$
.

Lời giải

$$y' = -3x^2 + 3; \ y' = 0 \iff x = \pm 1$$

$$y'' = -6x$$
; $y''(1) = -6 < 0$; $y''(-1) = 6 > 0$

Do đó hàm số đạt cực đại tại x = 1; y(1) = 3. Vậy chọn đáp án Q(1;3).

(Sở Ninh Bình 2019) Hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 + x^2 - 3x + 1$ đạt cực tiểu tại điểm Câu 33.

A.
$$x = -1$$
.

B.
$$x = 1$$
.

C.
$$x = -3$$
.
Lời giải

D.
$$x = 3$$
.

Ta có hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 + x^2 - 3x + 1$ có tập xác định $D = \mathbb{R}$.

$$y' = x^2 + 2x - 3$$
; $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{bmatrix} x = 1 \\ x = -3 \end{bmatrix}$.

$$y'' = 2x + 2$$
; $y''(-3) = -4 < 0$; $y''(1) = 4 > 0$.

Suy ra hàm số đạt cực tiểu tại điểm x = 1.

(THPT Sơn Tây Hà Nội 2019) Tìm số điểm cực trị của hàm số $y = x^4 - 2x^2$. Câu 34.

Lời giải

Chon C

Tự luận

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

$$y' = 4x^3 - 4x = 0 \Leftrightarrow \begin{bmatrix} x = 0 \\ x = \pm 1 \end{bmatrix}.$$

Bảng biến thiên:

CII.									
\boldsymbol{x}	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		1—1	0	+	0	_	0	+	
y	+∞ (<u></u>	-1	/	. 0 _	_	-1	/	+∞

Dựa vào bảng biến thiên suy ra hàm số có 3 điểm cực trị.

Trắc nghiệm

Hàm số bậc 4 trùng phương $y = ax^4 + bx^2 + c$ có hệ số a.b < 0 thì sẽ có 3 điểm cực trị.

Vậy chọn ngay đáp án

Câu 35. (Chuyên Quang Trung Bình Phước 2019) Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $v = -x^3 + x^2 + 5x - 5$ là

A.
$$(-1;-8)$$
 B. $(0;-5)$

B.
$$(0;-5)$$

C.
$$\left(\frac{5}{3}; \frac{40}{27}\right)$$
 D. $(1;0)$

Lời giải

Chon A

$$y' = -3x^2 + 2x + 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{bmatrix} x = -1 \\ x = \frac{5}{3} \end{bmatrix}.$$

$$y'' = -6x + 2.$$

Ta có: $y''(-1) = 8 > 0 \implies \text{Hàm số đạt cực tiểu tại } x = -1; \ y_{CT} = y(-1) = -8.$

Vây điểm cực tiểu của đồ thi hàm số là (-1;-8).

Câu 36. Hàm số nào trong bốn hàm số được liệt kê dưới đây không có cực trị?

A.
$$y = \frac{2x-3}{x+2}$$
. **B.** $y = x^4$. **C.** $y = -x^3 + x$. **D.** $y = |x+2|$.

B.
$$y = x^4$$

C.
$$y = -x^3 + x$$
.

D.
$$y = |x + 2|$$

Lời giải

+ Hàm số
$$y = \frac{2x-3}{x+2}$$

Tập xác định: $D = (-\infty; -2) \cup (-2; +\infty)$.

Có $y' = \frac{7}{(x+2)^2} > 0 \,\forall x \in D \Rightarrow$ hàm số luôn đồng biến trên từng khoảng xác định \Rightarrow hàm số

không có cực tri.

Các hàm số khác dễ dàng chứng minh được y' có nghiệm và đổi dấu qua các nghiệm. Riêng hàm số cuối v' không xác định tại -2 nhưng hàm số xác định trên R và v' đổi dấu qua -2 do đó có hàm $s\delta$ có điểm cực tri x = -2.

BẠN HỌC THAM KHẢO THÊM DẠNG CÂU KHÁC TẠI

https://drive.google.com/drive/folders/15DX-hbY5paR0iUmcs4RU1DkA1-70pKlG?usp=sharing

Theo dõi Fanpage: Nguyễn Bảo Vương @ https://www.facebook.com/tracnghiemtoanthpt489/

Hoặc Facebook: Nguyễn Vương 🎔 https://www.facebook.com/phong.baovuong

Tham gia ngay: Nhóm Nguyễn Bào Vương (TÀI LIỆU TOÁN) # https://www.facebook.com/groups/703546230477890/

Ân sub kênh Youtube: Nguyễn Vương

https://www.youtube.com/channel/UCO4u2J5gIEI1iRUbT3nwJfA?view as=subscriber

Tải nhiều tài liệu hơn tại: http://diendangiaovientoan.vn/

ĐỂ NHÂN TÀI LIÊU SỚM NHẤT NHÉ!