

TÀI LIỆU DÀNH CHO ĐỐI TƯỢNG HỌC SINH GIỎI MỨC 9-10 ĐIỂM**Dạng 1. Ứng dụng tích phân để giải bài toán chuyển động**

- Câu 1. (Mã 103 2018)** Một chất điểm A xuất phát từ O , chuyển động thẳng với vận tốc biến thiên theo thời gian bởi quy luật $v(t) = \frac{1}{100}t^2 + \frac{13}{30}t$ (m/s), trong đó t (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc A bắt đầu chuyển động. Từ trạng thái nghỉ, một chất điểm B cũng xuất phát từ O , chuyển động thẳng cùng hướng với A nhưng chậm hơn 10 giây so với A và có gia tốc bằng a (m/s²) (a là hằng số). Sau khi B xuất phát được 15 giây thì đuổi kịp A . Vận tốc của B tại thời điểm đuổi kịp A bằng
- A. 15 (m/s) B. 9 (m/s) C. 42 (m/s) D. 25 (m/s)
- Câu 2. (Mã 104 2018)** Một chất điểm A xuất phát từ O , chuyển động thẳng với vận tốc biến thiên theo thời gian bởi quy luật $v(t) = \frac{1}{120}t^2 + \frac{58}{45}t$ (m/s), trong đó t (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc A bắt đầu chuyển động. Từ trạng thái nghỉ, một chất điểm B cũng xuất phát từ O , chuyển động thẳng cùng hướng với A nhưng chậm hơn 3 giây so với A và có gia tốc bằng a (m/s²) (a là hằng số). Sau khi B xuất phát được 15 giây thì đuổi kịp A . Vận tốc của B tại thời điểm đuổi kịp A bằng
- A. 21 (m/s) B. 25 (m/s) C. 36 (m/s) D. 30 (m/s)
- Câu 3. (Đề Minh Họa 2017)** Một ô tô đang chạy với vận tốc 10m/s thì người lái đạp phanh; từ thời điểm đó, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -5t + 10$ (m/s), trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây, kể từ lúc bắt đầu đạp phanh. Hỏi từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn, ô tô còn di chuyển bao nhiêu mét?
- A. 0,2m B. 2m C. 10m D. 20m
- Câu 4. (Mã 102 2018)** Một chất điểm A xuất phát từ O , chuyển động thẳng với vận tốc biến thiên theo thời gian bởi quy luật $v(t) = \frac{1}{150}t^2 + \frac{59}{75}t$ (m/s), trong đó t (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc A bắt đầu chuyển động. Từ trạng thái nghỉ, một chất điểm B cũng xuất phát từ O , chuyển động thẳng cùng hướng với A nhưng chậm hơn 3 giây so với A và có gia tốc bằng a (m/s²) (a là hằng số). Sau khi B xuất phát được 12 giây thì đuổi kịp A . Vận tốc của B tại thời điểm đuổi kịp A bằng
- A. 15 (m/s) B. 20 (m/s) C. 16 (m/s) D. 13 (m/s)
- Câu 5. (Mã 101 2018)** Một chất điểm A xuất phát từ O , chuyển động thẳng với vận tốc biến thiên theo thời gian bởi quy luật $v(t) = \frac{1}{180}t^2 + \frac{11}{18}t$ (m/s), trong đó t (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc A bắt đầu chuyển động. Từ trạng thái nghỉ, một chất điểm B cũng xuất phát từ O , chuyển động thẳng cùng hướng với A nhưng chậm hơn 5 giây so với A và có gia tốc bằng a (m/s²) (a là hằng số). Sau khi B xuất phát được 10 giây thì đuổi kịp A . Vận tốc của B tại thời điểm đuổi kịp A bằng

A. $15(m/s)$

B. $10(m/s)$

C. $7(m/s)$

D. $22(m/s)$

Câu 6. (Mã 105 2017) Một vật chuyển động theo quy luật $s = -\frac{1}{2}t^3 + 6t^2$ với t (giây) là khoảng thời gian tính từ khi vật đó bắt đầu chuyển động và $s(m)$ là quãng đường vật di chuyển được trong khoảng thời gian đó. Hỏi trong khoảng thời gian 6 giây, kể từ khi bắt đầu chuyển động, vận tốc lớn nhất của vật đạt được bằng bao nhiêu?

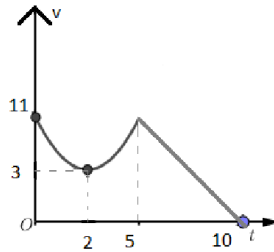
A. $18(m/s)$

B. $108(m/s)$

C. $64(m/s)$

D. $24(m/s)$

Câu 7. (ĐHQG Hà Nội - 2020) Chất điểm chuyển động theo quy luật vận tốc $v(t)(m/s)$ có dạng đường Parapol khi $0 \leq t \leq 5(s)$ và $v(t)$ có dạng đường thẳng khi $5 \leq t \leq 10(s)$. Cho đỉnh Parapol là $I(2,3)$. Hỏi quãng đường đi được chất điểm trong thời gian $0 \leq t \leq 10(s)$ là bao nhiêu mét?



A. $\frac{181}{2}$.

B. 90.

C. 92.

D. $\frac{545}{6}$.

Câu 8. (Chuyên Lương Thế Vinh Đồng Nai 2019) Một ô tô đang chạy với tốc độ $20(m/s)$ thì người lái đạp phanh, từ thời điểm đó ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -5t + 20(m/s)$, trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây, kể từ lúc bắt đầu đạp phanh. Hỏi từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn, ô tô còn di chuyển bao nhiêu mét (m)?

A. $20 m$.

B. $30 m$.

C. $10 m$.

D. $40 m$.

Câu 9. (THPT Quỳnh Lưu 3 Nghệ An 2019) Một ô tô đang chạy với vận tốc là $12(m/s)$ thì người lái đạp phanh; từ thời điểm đó ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -6t + 12(m/s)$, trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây kể từ lúc đạp phanh. Hỏi từ lúc đạp phanh đến lúc ô tô dừng hẳn, ô tô còn di chuyển được bao nhiêu mét?

A. $8m$.

B. $12m$.

C. $15m$.

D. $10m$.

Câu 10. (Chuyên Lê Hồng Phong Nam Định 2019) Một chiếc ô tô đang chạy với vận tốc $15m/s$ thì người lái xe hãm phanh. Sau khi hãm phanh, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -3t + 15(m/s)$, trong đó t (giây). Hỏi từ lúc hãm phanh đến khi dừng hẳn, ô tô di chuyển được bao nhiêu mét?

A. $38m$.

B. $37,2m$.

C. $37,5m$.

D. $37m$.

Câu 11. (Chuyên Bắc Giang 2019) động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -10t + 20(m/s)$, trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây, kể từ lúc bắt đầu đạp phanh. Hỏi từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn, ô tô còn di chuyển bao nhiêu mét?

A. $5 m$

B. $20 m$

C. $40 m$

D. $10 m$

- Câu 12. (THPT Lương Thế Vinh Hà Nội 2019)** Một ô tô đang chạy với vận tốc 10 m/s thì người lái xe đạp phanh. Từ thời điểm đó, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -2t + 10 (\text{m/s})$, trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây, kể từ lúc bắt đầu đạp phanh. Tính quãng đường ô tô đi chuyển được trong 8 giây cuối cùng.
- A. 55 m . B. 25 m . C. 50 m . D. 16 m .
- Câu 13. (THPT Thực Hành - TPHCM - 2018)** Một chất điểm bắt đầu chuyển động thẳng đều với vận tốc v_0 , sau 6 giây chuyển động thì gặp chướng ngại vật nên bắt đầu giảm tốc độ với vận tốc chuyển động $v(t) = -\frac{5}{2}t + a (\text{m/s})$, ($t \geq 6$) cho đến khi dừng hẳn. Biết rằng kể từ lúc chuyển động đến lúc dừng thì chất điểm đi được quãng đường là 80 m . Tìm v_0 .
- A. $v_0 = 35\text{ m/s}$. B. $v_0 = 25\text{ m/s}$. C. $v_0 = 10\text{ m/s}$. D. $v_0 = 20\text{ m/s}$.
- Câu 14. (THPT Lương Thế Vinh - HN - 2018)** Một ô tô chuyển động nhanh dần đều với vận tốc $v(t) = 7t (\text{m/s})$. Đi được $5 (\text{s})$ người lái xe phát hiện chướng ngại vật và phanh gấp, ô tô tiếp tục chuyển động chậm dần đều với gia tốc $a = -35 (\text{m/s}^2)$. Tính quãng đường của ô tô đi được từ lúc bắt đầu chuyển bánh cho đến khi dừng hẳn?
- A. 87.5 mét. B. 96.5 mét. C. 102.5 mét. D. 105 mét.
- Câu 15. (Chuyên Lê Hồng Phong - ND - 2018)** Một chất điểm đang chuyển động với vận tốc $v_0 = 15\text{ m/s}$ thì tăng tốc với gia tốc $a(t) = t^2 + 4t (\text{m/s}^2)$. Tính quãng đường chất điểm đó đi được trong khoảng thời gian 3 giây kể từ lúc bắt đầu tăng vận tốc.
- A. $70,25\text{ m}$. B. $68,25\text{ m}$. C. $67,25\text{ m}$. D. $69,75\text{ m}$.
- Câu 16. (THPT Hoàng Hoa Thám - Hưng Yên - 2018)** Một chất điểm chuyển động theo phương trình $s(t) = 10 + t + 9t^2 - t^3$ trong đó s tính bằng mét, t tính bằng giây. Thời gian để vận tốc của chất điểm đạt giá trị lớn nhất (tính từ thời điểm ban đầu) là
- A. $t = 6(\text{s})$. B. $t = 3(\text{s})$. C. $t = 2(\text{s})$. D. $t = 5(\text{s})$.
- Câu 17. (Chuyên Vĩnh Phúc - 2018)** Một ô tô bắt đầu chuyển động nhanh dần đều với vận tốc $v_1(t) = 7t (\text{m/s})$. Đi được 5 s , người lái xe phát hiện chướng ngại vật và phanh gấp, ô tô tiếp tục chuyển động chậm dần đều với gia tốc $a = -70 (\text{m/s}^2)$. Tính quãng đường S đi được của ô tô từ lúc bắt đầu chuyển bánh cho đến khi dừng hẳn.
- A. $S = 96,25 (\text{m})$. B. $S = 87,5 (\text{m})$. C. $S = 94 (\text{m})$. D. $S = 95,7 (\text{m})$.
- Câu 18. (SGD Thanh Hóa - 2018)** Một ô tô bắt đầu chuyển động nhanh dần đều với vận tốc $v_1(t) = 2t (\text{m/s})$. Đi được 12 giây, người lái xe gặp chướng ngại vật và phanh gấp, ô tô tiếp tục chuyển động chậm dần đều với gia tốc $a = -12 (\text{m/s}^2)$. Tính quãng đường $s(\text{m})$ đi được của ô tô từ lúc bắt đầu chuyển động đến khi dừng hẳn?
- A. $s = 168(\text{m})$. B. $s = 166(\text{m})$. C. $s = 144(\text{m})$. D. $s = 152(\text{m})$.
- Câu 19. (Chuyên Thái Bình - 2018)** Để đảm bảo an toàn khi lưu thông trên đường, các xe ô tô khi dừng đèn đỏ phải cách nhau tối thiểu 1 m . Một ô tô A đang chạy với vận tốc 16 m/s bỗng gặp ô tô B đang dừng đèn đỏ nên ô tô A hãm phanh và chuyển động chậm dần đều với vận tốc được biểu thị bởi công thức $v_A(t) = 16 - 4t$ (đơn vị tính bằng m/s), thời gian tính bằng giây. Hỏi rằng để có 2 ô tô A và B đạt khoảng cách an toàn khi dừng lại thì ô tô A phải hãm phanh khi cách ô tô B một khoảng ít nhất là bao nhiêu?

A. 33.

B. 12.

C. 31.

D. 32.

Câu 20. (THPT Phan Đình Phùng - Hà Tĩnh - 2018) Một vật chuyển động với vận tốc 10 m/s thì tăng tốc với gia tốc được tính theo thời gian là $a(t) = t^2 + 3t$. Tính quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian 6 giây kể từ khi vật bắt đầu tăng tốc.

A. 136 m .

B. 126 m .

C. 276 m .

D. 216 m .

Câu 21. (Chuyên Phan Bội Châu - Nghệ An - 2018) Một chiếc máy bay chuyển động trên đường băng với vận tốc $v(t) = t^2 + 10t$ (m/s) với t là thời gian được tính theo đơn vị giây kể từ khi máy bay bắt đầu chuyển động. Biết khi máy bay đạt vận tốc $200(\text{m/s})$ thì rời đường băng. Quãng đường máy bay đã di chuyển trên đường băng là

A. $\frac{2500}{3}(\text{m})$.

B. $2000(\text{m})$.

C. $500(\text{m})$.

D. $\frac{4000}{3}(\text{m})$.

Câu 22. (Sở Lào Cai - 2018) Một ô tô đang dừng và bắt đầu chuyển động theo một đường thẳng với gia tốc $a(t) = 6 - 2t$ (m/s^2), trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây kể từ lúc ô tô bắt đầu chuyển động. Hỏi quãng đường ô tô đi được từ lúc bắt đầu chuyển động đến khi vận tốc của ô tô đạt giá trị lớn nhất là bao nhiêu mét?

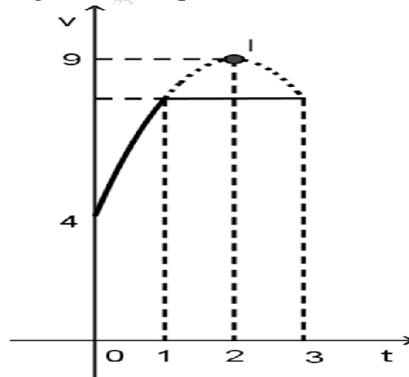
A. 18 m .

B. 36 m .

C. $22,5 \text{ m}$.

D. $6,75 \text{ m}$.

Câu 23. (Mã 123 2017) Một vật chuyển động trong 3 giờ với vận tốc $v(\text{km/h})$ phụ thuộc vào thời gian $t(\text{h})$ có đồ thị vận tốc như hình bên. Trong thời gian 1 giờ kể từ khi bắt đầu chuyển động, đồ thị đó là một phần của đường parabol có đỉnh $I(2;9)$ và trục đối xứng song song với trục tung, khoảng thời gian còn lại đồ thị là một đoạn thẳng song song với trục hoành. Tính quãng đường s mà vật chuyển động được trong 3 giờ đó (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).



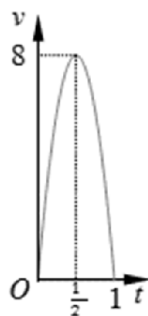
A. $s = 21,58(\text{km})$

B. $s = 23,25(\text{km})$

C. $s = 13,83(\text{km})$

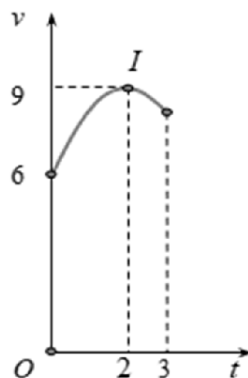
D. $s = 15,50(\text{km})$

Câu 24. (Mã 104 2017) Một người chạy trong thời gian 1 giờ, vận tốc v (km/h) phụ thuộc vào thời gian t (h) có đồ thị là một phần parabol với đỉnh $I\left(\frac{1}{2}; 8\right)$ và trục đối xứng song song với trục tung như hình bên. Tính quãng đường s người đó chạy được trong khoảng thời gian 45 phút, kể từ khi chạy?



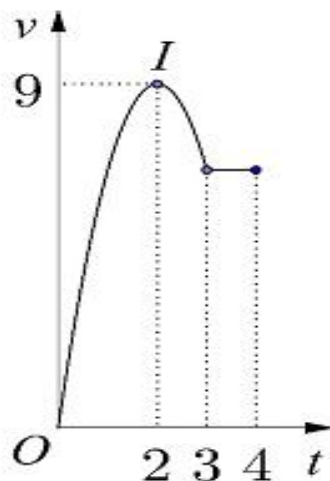
- A. $s = 2,3$ (km) B. $s = 4,5$ (km) C. $s = 5,3$ (km) D. $s = 4$ (km)

Câu 25. (Mã 110 2017) Một vật chuyển động trong 3 giờ với vận tốc v (km/h) phụ thuộc thời gian t (h) có đồ thị là một phần của đường parabol có đỉnh $I(2;9)$ và trục đối xứng song song với trục tung như hình bên. Tính quãng đường s mà vật di chuyển được trong 3 giờ đó.



- A. $s = 25,25$ (km) B. $s = 24,25$ (km) C. $s = 24,75$ (km) D. $s = 26,75$ (km)

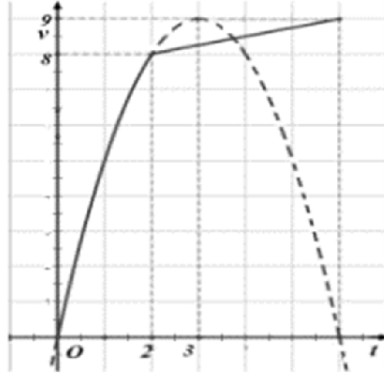
Câu 26. (Mã 105 2017) Một vật chuyển động trong 4 giờ với vận tốc v (km/h) phụ thuộc thời gian t (h) có đồ thị của vận tốc như hình bên. Trong khoảng thời gian 3 giờ kể từ khi bắt đầu chuyển động, đồ thị đó là một phần của đường parabol có đỉnh $I(2;9)$ với trục đối xứng song song với trục tung, khoảng thời gian còn lại đồ thị là một đoạn thẳng song song với trục hoành. Tính quãng đường s mà vật di chuyển được trong 4 giờ đó.



- A. $s = 24$ (km) B. $s = 28,5$ (km) C. $s = 27$ (km) D. $s = 26,5$ (km)

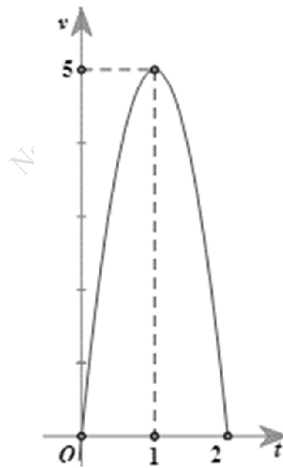
Câu 27. (KTNL GV THPT Lý Thái Tổ 2019) Một vật chuyển động trong 6 giờ với vận tốc v (km/h) phụ thuộc vào thời gian t (h) có đồ thị như hình bên dưới. Trong khoảng thời gian 2 giờ

từ khi bắt đầu chuyển động, đồ thị là một phần đường Parabol có đỉnh $I(3;9)$ và có trục đối xứng song song với trục tung. Khoảng thời gian còn lại, đồ thị vận tốc là một đường thẳng có hệ số góc bằng $\frac{1}{4}$. Tính quãng đường s mà vật di chuyển được trong 6 giờ?



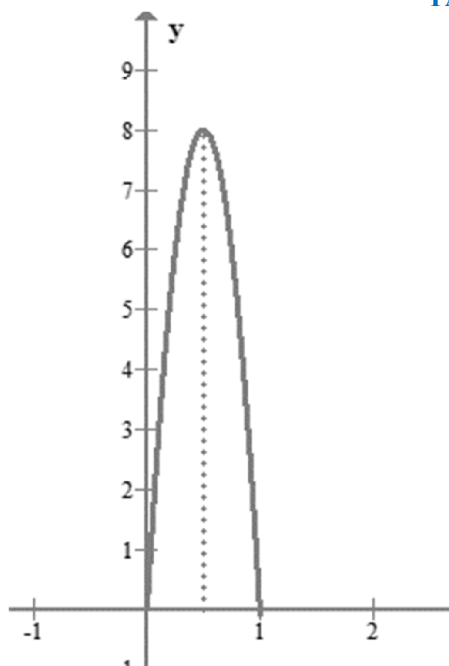
- A. $\frac{130}{3}(km)$. B. $9(km)$. C. $40(km)$. D. $\frac{134}{3}(km)$.

Câu 28. (THPT Thực Hành - TPHCM - 2018) Một người chạy trong 2 giờ, vận tốc v (km/h) phụ thuộc vào thời gian t (h) có đồ thị là 1 phần của đường Parabol với đỉnh $I(1;5)$ và trục đối xứng song song với trục tung Ov như hình vẽ. Tính quãng đường S người đó chạy được trong 1 giờ 30 phút kể từ lúc bắt đầu chạy (kết quả làm tròn đến 2 chữ số thập phân).



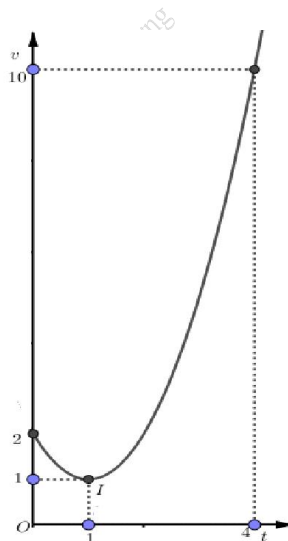
- A. 2,11km. B. 6,67 km. C. 5,63 km. D. 5,63 km.

Câu 29. (SGD Đồng Tháp - 2018) Một người chạy trong thời gian 1 giờ, với vận tốc v (km/h) phụ thuộc vào thời gian t (h) có đồ thị là một phần của parabol có đỉnh $I\left(\frac{1}{2};8\right)$ và trục đối xứng song song với trục tung như hình vẽ. Tính quãng đường S người đó chạy được trong thời gian 45 phút, kể từ khi bắt đầu chạy.



- A. 5,3 (km). B. 4,5 (km). C. 4 (km). D. 2,3 (km).

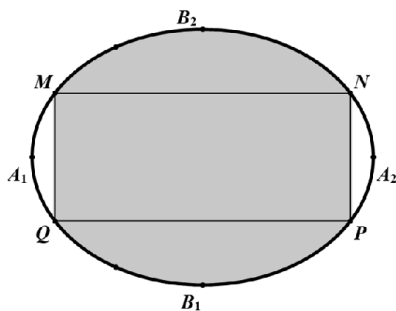
Câu 30. (Chuyên Hạ Long 2018) Một vật chuyển động trong 4 giờ với vận tốc v (km/h) phụ thuộc thời gian t (h) có đồ thị là một phần của đường parabol có đỉnh $I(1;1)$ và trục đối xứng song song với trục tung như hình bên. Tính quãng đường s mà vật di chuyển được trong 4 giờ kể từ lúc xuất phát.



- A. $s = 6$ (km). B. $s = 8$ (km). C. $s = \frac{40}{3}$ (km). D. $s = \frac{46}{3}$ (km).

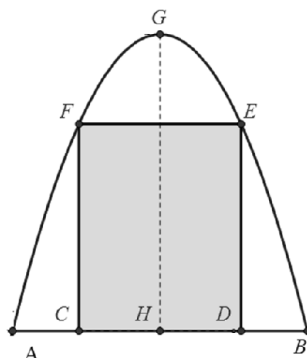
Dạng 2. Ứng dụng tích phân để giải một số bài toán thực tế

Câu 1. (Đề Tham Khảo 2019) Một biển quảng cáo có dạng hình elip với bốn đỉnh A_1, A_2, B_1, B_2 như hình vẽ bên. Biết chi phí để sơn phần tô đậm là 200.000 VNĐ/m^2 và phần còn lại 100.000 VNĐ/m^2 . Hỏi số tiền để sơn theo cách trên gần nhất với số tiền nào dưới đây, biết $A_1A_2 = 8\text{m}$, $B_1B_2 = 6\text{m}$ và tứ giác $MNPQ$ là hình chữ nhật có $MQ = 3\text{m}$?



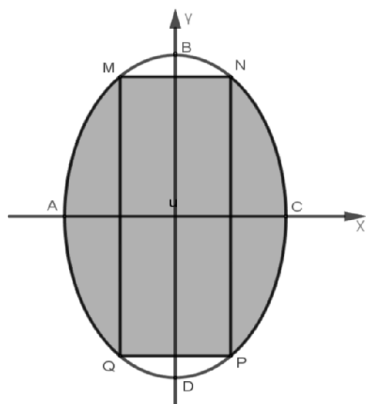
- A. 5.526.000 đồng. B. 5.782.000 đồng C. 7.322.000 đồng. D. 7.213.000 đồng.

Câu 2. (Trần Phú - Quảng Ninh - 2020) Một cái cổng hình Parabol như hình vẽ sau. Chiều cao $GH = 4m$, chiều rộng $AB = 4m$, $AC = BD = 0,9m$. Chủ nhà làm hai cánh cổng khi đóng lại là hình chữ nhật $CDEF$ tô đậm có giá là $1200000 \text{ đồng}/m^2$, còn các phần để trắng làm xiên hoa có giá là $900000 \text{ đồng}/m^2$. Hỏi tổng số tiền để làm hai phần nói trên gần nhất với số tiền nào dưới đây?



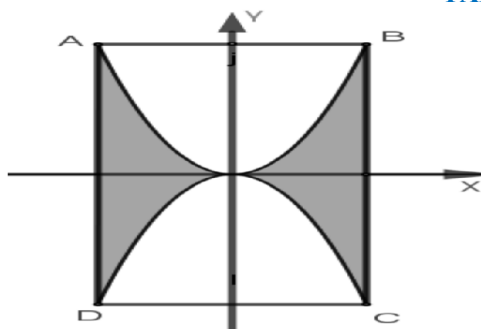
- A. 11445000 đồng. B. 4077000 đồng. C. 7368000 đồng. D. 11370000 đồng.

Câu 3. Một biển quảng cáo với 4 đỉnh A, B, C, D như hình vẽ. Biết chi phí để sơn phần tô đậm là $200.000(\text{đ}/m^2)$ sơn phần còn lại là $100.000\text{đ}/m^2$. Cho $AC = 8m$; $BD = 10m$; $MN = 4m$ Hỏi số tiền sơn gần với số tiền nào sau đây:



- A. 12204000đ. B. 14207000đ.. C. 11503000đ.. D. 10894000đ.

Câu 4. Một họa tiết hình cánh bướm như hình vẽ bên.



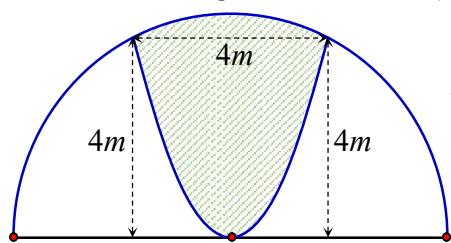
Phần tô đậm được đánh giá với giá thành

$500.000đ/m^2$. Phần còn lại được tô màu với giá thành $250.000đ/m^2$.

Cho $AB = 4dm$; $BC = 8dm$. Hỏi để trang trí 1000 họa tiết như vậy cần số tiền gần nhất với số nào sau đây.

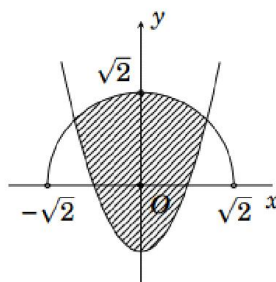
- A. 105660667đ. B. 106666667đ. C. 107665667đ. D. 108665667đ.

- Câu 5. (Thanh Hóa 2019)** Một khuôn viên dạng nửa hình tròn, trên đó người thiết kế phần để trồng hoa có dạng của một cánh hoa hình parabol có đỉnh trùng với tâm và có trục đối xứng vuông góc với đường kính của nửa hình tròn, hai đầu mút của cánh hoa nằm trên nửa đường tròn (phần tô màu) và cách nhau một khoảng bằng $4(m)$. Phần còn lại của khuôn viên (phần không tô màu) dành để trồng cỏ Nhật Bản. Biết các kích thước cho như hình vẽ, chi phí để trồng hoa và cỏ Nhật Bản tương ứng là 150.000 đồng/ m^2 và 100.000 đồng/ m^2 . Hỏi cần bao nhiêu tiền để trồng hoa và trồng cỏ Nhật Bản trong khuôn viên đó? (Số tiền được làm tròn đến hàng đơn vị)



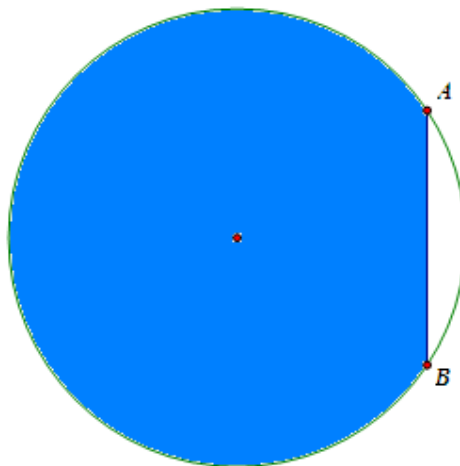
- A. 3.738.574 (đồng). B. 1.948.000 (đồng). C. 3.926.990 (đồng). D. 4.115.408 (đồng).

- Câu 6. (THPT Ngô Sĩ Liên Bắc Giang 2019)** Người ta cần trồng một vườn hoa Cẩm Tú Cầu (phần được gạch chéo trên hình vẽ). Biết rằng phần gạch chéo là hình phẳng giới hạn bởi parabol $y = 2x^2 - 1$ và nửa trên của đường tròn có tâm là gốc tọa độ và bán kính bằng $\sqrt{2}(m)$. Tính số tiền tối thiểu để trồng xong vườn hoa Cẩm Tú Cầu biết rằng để trồng mỗi m^2 hoa cần ít nhất là 250000 đồng.



- A. $\frac{3\pi-2}{6} \times 250000$. B. $\frac{3\pi+10}{6} \times 250000$. C. $\frac{3\pi+10}{3} \times 250000$. D. $\frac{3\pi+2}{6} \times 250000$

- Câu 7. (Chuyên Lê Hồng Phong Nam Định -2019)** Nhà trường dự định làm một vườn hoa dạng elip được chia ra làm bốn phần bởi hai đường parabol có chung đỉnh, đối xứng với nhau qua trục của elip như hình vẽ bên. Biết độ dài trục lớn, trục nhỏ của elip lần lượt là 8 m và 4 m, F_1, F_2 là hai tiêu điểm của elip. Phần A, B dùng để trồng hoa, phần C, D dùng để trồng cỏ. Kinh phí để trồng mỗi mét vuông hoa và cỏ lần lượt là 250.000 đ và 150.000 đ. Tính tổng tiền để hoàn thành vườn hoa trên (làm tròn đến hàng nghìn).
- A. 5.676.000 đ. B. 4.766.000 đ. C. 4.656.000 đ. D. 5.455.000 đ.
- Câu 8. (Chuyên Phan Bội Châu Nghệ An -2019)** Người ta xây một sân khấu với mặt sân có dạng hợp của hai hình tròn giao nhau. Bán kính của hai hình tròn là 20 mét và 15 mét. Khoảng cách giữa hai tâm của hai hình tròn là 30 mét. Chi phí làm mỗi mét vuông phân giao nhau của hai hình tròn là 300 ngàn đồng và chi phí làm mỗi mét vuông phần còn lại là 100 ngàn đồng. Hỏi số tiền làm mặt sân của sân khấu gần với số nào trong các số dưới đây?
- A. 202 triệu đồng. B. 208 triệu đồng. C. 218 triệu đồng. D. 200 triệu đồng.
- Câu 9. (Chuyên Phan Bội Châu Nghệ An 2019)** Người ta xây một sân khấu với sân có dạng của hai hình tròn giao nhau. Bán kính của hai hình tròn là 20 m và 15 m. Khoảng cách giữa hai tâm của hai hình tròn là 30 m. Chi phí làm mỗi mét vuông phân giao nhau của hai hình tròn là 300 ngàn đồng và chi phí làm mỗi mét vuông phần còn lại là 100 ngàn đồng. Hỏi số tiền làm mặt sân khấu gần với số nào nhất trong các số dưới đây?
- A. 218 triệu đồng. B. 202 triệu đồng.
C. 200 triệu đồng. D. 218 triệu đồng.
- Câu 10.** Bác Năm làm một cái cửa nhà hình parabol có chiều cao từ mặt đất đến đỉnh là 2,25 mét, chiều rộng tiếp giáp với mặt đất là 3 mét. Giá thuê mỗi mét vuông là 1500000 đồng. Vậy số tiền bác Năm phải trả là:
- A. 33750000 đồng. B. 3750000 đồng. C. 12750000 đồng. D. 6750000 đồng.
- Câu 11. (THPT Ngô Quyền - Quảng Ninh - 2018)** Một người có miếng đất hình tròn có bán kính bằng 5 m. Người này tính trồng cây trên mảnh đất đó, biết mỗi mét vuông trồng cây thu hoạch được 100 nghìn. Tuy nhiên cần có 1 khoảng trống để dựng 1 cái chòi và để đồ dùng nên người này bớt lại 1 phần đất nhỏ không trồng cây (phần màu trắng như hình vẽ), trong đó $AB = 6m$. Hỏi khi thu hoạch cây thì người này thu được bao nhiêu tiền ?

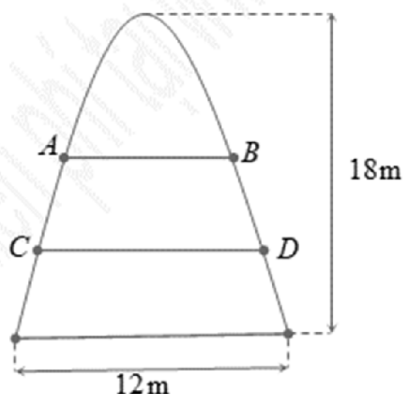


- A. 3722 nghìn đồng. B. 7445 nghìn đồng. C. 7446 nghìn đồng. D. 3723 nghìn đồng.
- Câu 12. (THPT Yên Lạc - 2018)** Một mảnh vườn hình elip có trục lớn bằng 100(m) và trục nhỏ bằng 80(m) được chia làm hai phần bởi một đoạn thẳng nối hai đỉnh liên tiếp của elip. Phần nhỏ hơn trồng cây

con và phần lớn hơn trồng rau. Biết lợi nhuận thu được là 2000 mỗi m^2 trồng cây con và 4000 mỗi m^2 trồng rau. Hỏi thu nhập của cả mảnh vườn là bao nhiêu? (Kết quả làm tròn đến phần nghìn).

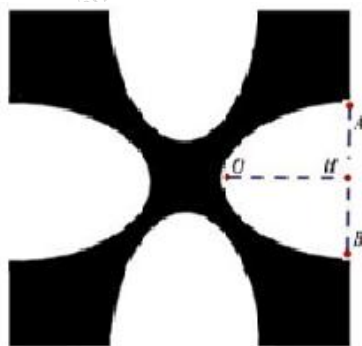
- A. 31904000. B. 23991000. C. 10566000. D. 17635000.

Câu 13. (Chuyên Vinh - 2018) Một cổng chào có dạng hình Parabol chiều cao 18 m, chiều rộng chân đế 12 m. Người ta căng hai sợi dây trang trí AB , CD nằm ngang đồng thời chia hình giới hạn bởi Parabol và mặt đất thành ba phần có diện tích bằng nhau (xem hình vẽ bên). Tỉ số $\frac{AB}{CD}$ bằng



- A. $\frac{1}{\sqrt{2}}$. B. $\frac{4}{5}$. C. $\frac{1}{\sqrt[3]{2}}$. D. $\frac{3}{1+2\sqrt{2}}$.

Câu 14. (THPT Kinh Môn - 2018) Một hoa văn trang trí được tạo ra từ một miếng bìa mỏng hình vuông cạnh bằng 10 cm bằng cách khoét đi bốn phần bằng nhau có hình dạng parabol như hình bên. Biết $AB = 5$ cm, $OH = 4$ cm. Tính diện tích bề mặt hoa văn đó.



- A. $\frac{160}{3} \text{ cm}^2$. B. $\frac{140}{3} \text{ cm}^2$. C. $\frac{14}{3} \text{ cm}^2$. D. 50 cm^2 .

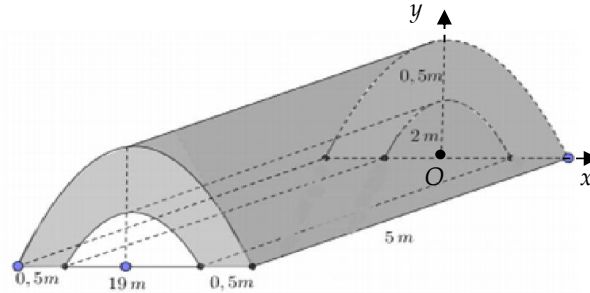
Câu 15. (Chuyên Vinh - 2018) Một viên gạch hoa hình vuông cạnh 40cm. Người thiết kế đã sử dụng bốn đường parabol có chung đỉnh tại tâm viên gạch để tạo ra bốn cánh hoa (được tô màu sẫm như hình vẽ bên).



Diện tích mỗi cánh hoa của viên gạch bằng

- A. 800 cm^2 . B. $\frac{800}{3}\text{ cm}^2$. C. $\frac{400}{3}\text{ cm}^2$. D. 250 cm^2 .

Câu 16. (THPT Cẩm Giàng 2 -2019) Trong chương trình nông thôn mới, tại một xã Y có xây một cây cầu bằng bê tông như hình vẽ. Tính thể tích khối bê tông để đổ đủ cây cầu. (Đường cong trong hình vẽ là các đường Parabol).

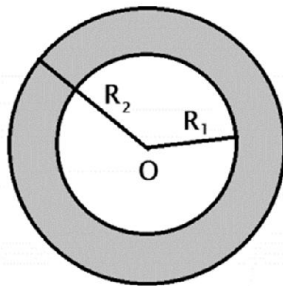


- A. 19 m^3 . B. 21 m^3 . C. 18 m^3 . D. 40 m^3 .

Câu 17. Để kỷ niệm ngày 26-3. Chi đoàn 12A dự định dựng một lều trại có dạng parabol, với kích thước: nền trại là một hình chữ nhật có chiều rộng là 3 mét, chiều sâu là 6 mét, đỉnh của parabol cách mặt đất là 3 mét. Hãy tính thể tích phần không gian phía bên trong trại để lớp 12A cử số lượng người tham dự trại cho phù hợp.

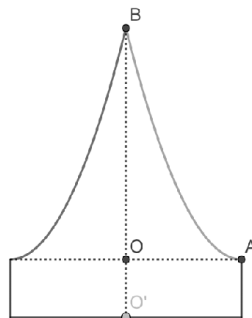
- A. 30 m^3 B. 36 m^3 C. 40 m^3 D. 41 m^3

Câu 18. (Chuyên Lê Quý Đôn Quảng Trị 2019) Săm lốp xe ô tô khi bơm căng đặt nằm trên mặt phẳng nằm ngang có hình chiếu bằng như hình vẽ với bán kính đường tròn nhỏ $R_1 = 20\text{ cm}$, bán kính đường tròn lớn $R_2 = 30\text{ cm}$ và mặt cắt khi cắt bởi mặt phẳng đi qua trục, vuông góc mặt phẳng nằm ngang là hai đường tròn. Bỏ qua độ dày vỏ săm. Tính thể tích không khí được chứa bên trong săm.



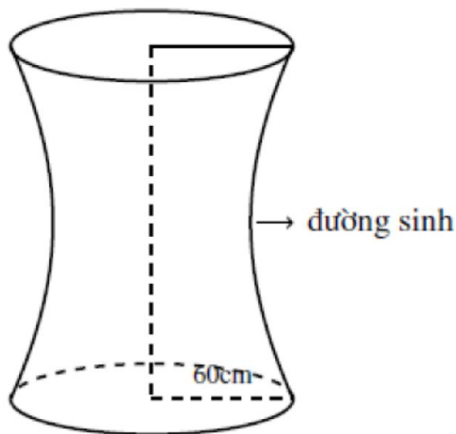
- A. $1250\pi^2\text{ cm}^3$. B. $1400\pi^2\text{ cm}^3$. C. $2500\pi^2\text{ cm}^3$. D. $600\pi^2\text{ cm}^3$.

Câu 19. (Chuyên Đại Học Vinh 2019) Chuẩn bị cho đêm hội diễn văn nghệ chào đón năm mới, bạn An đã làm một chiếc mũ “cách điệu” cho ông già Noel có dáng một khối tròn xoay. Mặt cắt qua trục của chiếc mũ như hình vẽ bên dưới. Biết rằng $OO' = 5\text{ cm}$, $OA = 10\text{ cm}$, $OB = 20\text{ cm}$, đường cong AB là một phần của parabol có đỉnh là điểm A. Thể tích của chiếc mũ bằng



- A. $\frac{2750\pi}{3} (\text{cm}^3)$ B. $\frac{2500\pi}{3} (\text{cm}^3)$ C. $\frac{2050\pi}{3} (\text{cm}^3)$ D. $\frac{2250\pi}{3} (\text{cm}^3)$

Câu 20. Cho chiếc trống như hình vẽ, có đường sinh là nửa elip được cắt bởi trục lớn với độ dài trục lớn bằng 80 cm, độ dài trục bé bằng 60 cm và đáy trống là hình tròn có bán kính bằng 60 cm. Tính thể tích V của chiếc trống (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).



- A. $V = 344963 \text{ cm}^3$ B. $V = 344964 \text{ cm}^3$ C. $V = 208347 \text{ cm}^3$ D. $V = 208346 \text{ cm}^3$

Câu 21. Cho một vật thể bằng gỗ có dạng hình trụ với chiều cao và bán kính đáy cùng bằng R . Cắt khối gỗ đó bởi một mặt phẳng đi qua đường kính của một mặt đáy của khối gỗ và tạo với mặt phẳng đáy của khối gỗ một góc 30° ta thu được hai khối gỗ có thể tích là V_1 và V_2 , với $V_1 < V_2$. Thể tích V_1 bằng?

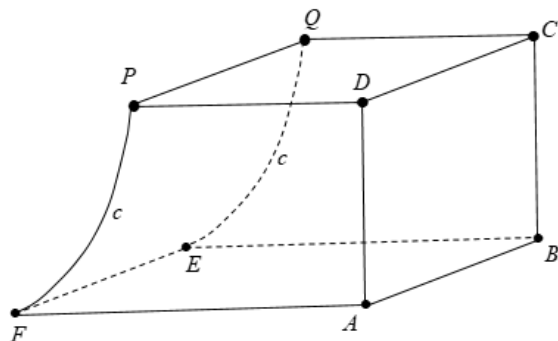
- A. $V_1 = \frac{2\sqrt{3}R^3}{9}$ B. $V_1 = \frac{\sqrt{3}\pi R^3}{27}$ C. $V_1 = \frac{\sqrt{3}\pi R^3}{18}$ D. $V_1 = \frac{\sqrt{3}R^3}{27}$

Câu 22. (THPT Lê Quý Đôn Đà Nẵng 2019) Cho một mô hình 3-D mô phỏng một đường hầm như hình vẽ bên. Biết rằng đường hầm mô hình có chiều dài 5 (cm); khi cắt hình này bởi mặt phẳng vuông góc với đáy của nó, ta được thiết diện là một hình parabol có độ dài đáy gấp đôi chiều cao parabol. Chiều cao của mỗi thiết diện parabol cho bởi công thức $y = 3 - \frac{2}{5}x$ (cm), với x (cm) là khoảng cách tính từ lối vào lớn hơn của đường hầm mô hình. Tính thể tích (theo đơn vị cm^3) không gian bên trong đường hầm mô hình (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)



- A. 29. B. 27. C. 31. D. 33.

Câu 23. Một chi tiết máy được thiết kế như hình vẽ bên.



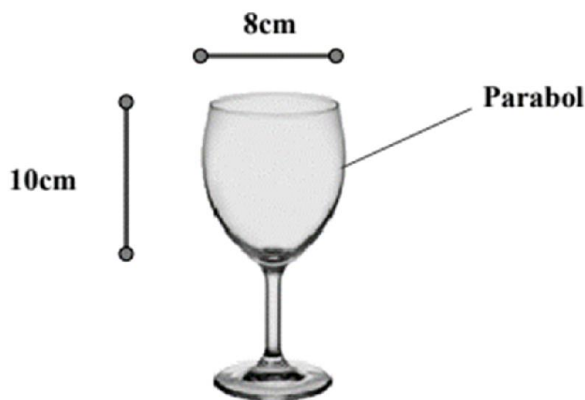
Các tứ giác $ABCD, CDPQ$ là các hình vuông cạnh $2,5\text{ cm}$. Tứ giác $ABEF$ là hình chữ nhật có $BE = 3,5\text{ cm}$. Mặt bên $PQEF$ được mài nhẵn theo đường parabol (P) có đỉnh parabol nằm trên cạnh EF . Thể tích của chi tiết máy bằng

- A. $\frac{395}{24}\text{ cm}^3$. B. $\frac{50}{3}\text{ cm}^3$. C. $\frac{125}{8}\text{ cm}^3$. D. $\frac{425}{24}\text{ cm}^3$.

Câu 24. (THPT Lục Ngạn 2018) Bỏ dọc một quả dưa hấu ta được thiết diện là hình elip có trục lớn 28 cm , trục nhỏ 25 cm . Biết cứ 1000 cm^3 dưa hấu sẽ làm được cốc sinh tố giá 20000 đồng. Hỏi từ quả dưa hấu trên có thể thu được bao nhiêu tiền từ việc bán nước sinh tố? Biết rằng bề dày vỏ dưa không đáng kể.

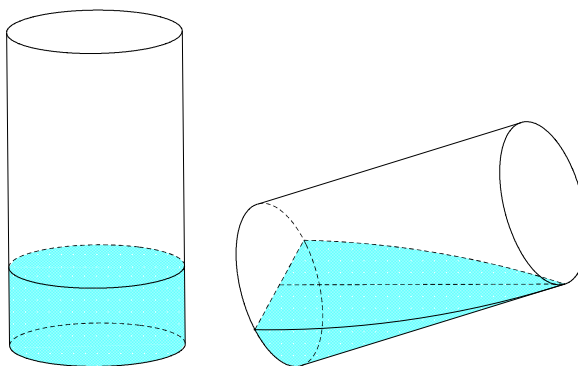
- A. 183000 đồng. B. 180000 đồng. C. 185000 đồng. D. 190000 đồng.

Câu 25. (THPT Thực Hành - TPHCM - 2018) Một cốc rượu có hình dạng tròn xoay và kích thước như hình vẽ, thiết diện dọc của cốc (bỏ dọc cốc thành 2 phần bằng nhau) là một đường Parabol. Tính thể tích tối đa mà cốc có thể chứa được (làm tròn 2 chữ số thập phân)



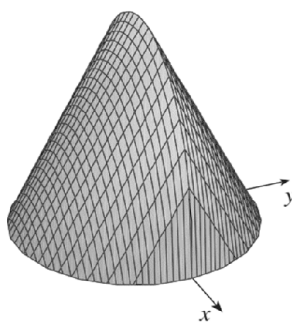
- A. $V \approx 320\text{ cm}^3$. B. $V \approx 1005,31\text{ cm}^3$. C. $V \approx 251,33\text{ cm}^3$. D. $V \approx 502,65\text{ cm}^3$.

Câu 26. (Chuyên Thoại Ngọc Hầu - 2018) Có một cốc nước thủy tinh hình trụ, bán kính trong lòng đáy cốc là 6 cm , chiều cao lòng cốc là 10 cm đang đựng một lượng nước. Tính thể tích lượng nước trong cốc, biết khi nghiêng cốc nước vừa lúc khi nước chạm miệng cốc thì đáy mực nước trùng với đường kính đáy.



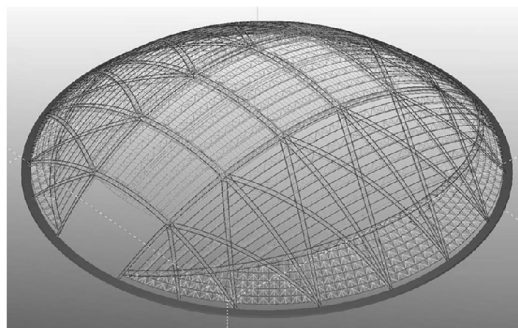
- A. 240 cm^3 . B. $240\pi\text{ cm}^3$. C. 120 cm^3 . D. $120\pi\text{ cm}^3$.

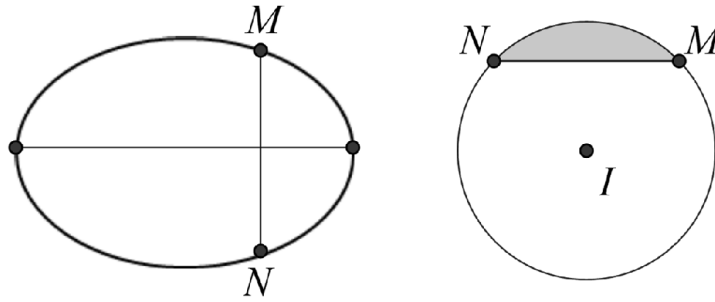
Câu 27. (Chuyên Thoại Ngọc Hầu -- 2018) Cho vật thể đáy là hình tròn có bán kính bằng 1 (tham khảo hình vẽ). Khi cắt vật thể bằng mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x ($-1 \leq x \leq 1$) thì được thiết diện là một tam giác đều. Thể tích V của vật thể đó là



- A. $V = \sqrt{3}$. B. $V = 3\sqrt{3}$. C. $V = \frac{4\sqrt{3}}{3}$. D. $V = \pi$.

Câu 28. (THPT Bình Giang - Hải Dương - 2018) Sân vận động Sport Hub (Singapore) là sân có mái vòm kỳ vĩ nhất thế giới. Đây là nơi diễn ra lễ khai mạc Đại hội thể thao Đông Nam Á được tổ chức tại Singapore năm 2015. Nền sân là một elip (E) có trục lớn dài 150 m , trục bé dài 90 m (hình 3). Nếu cắt sân vận động theo một mặt phẳng vuông góc với trục lớn của (E) và cắt elip ở M, N (hình 3) thì ta được thiết diện luôn là một phần của hình tròn có tâm I (phần tô đậm trong hình 4) với MN là một dây cung và góc $\widehat{MIN} = 90^\circ$. Để lắp máy điều hòa không khí thì các kỹ sư cần tính thể tích phần không gian bên dưới mái che và bên trên mặt sân, coi như mặt sân là một mặt phẳng và thể tích vật liệu là mái không đáng kể. Hỏi thể tích xấp xỉ bao nhiêu?





Hình 3

- A. $57793m^3$. B. $115586m^3$. C. $32162m^3$. D. $101793m^3$.

Câu 29. (Trần Phú - Hà Tĩnh - 2018) Một cái thùng đựng dầu có thiết diện ngang (mặt trong của thùng) là một đường elíp có trục lớn bằng 1m, trục bé bằng 0,8m, chiều dài (mặt trong của thùng) bằng 3m. Được đặt sao cho trục bé nằm theo phương thẳng đứng (như hình bên). Biết chiều cao của dầu hiện có trong thùng (tính từ đáy thùng đến mặt dầu) là 0,6m. Tính thể tích V của dầu có trong thùng (Kết quả làm tròn đến phần trăm).



- A. $V = 1,52m^3$. B. $V = 1,31m^3$. C. $V = 1,27m^3$. D. $V = 1,19m^3$.

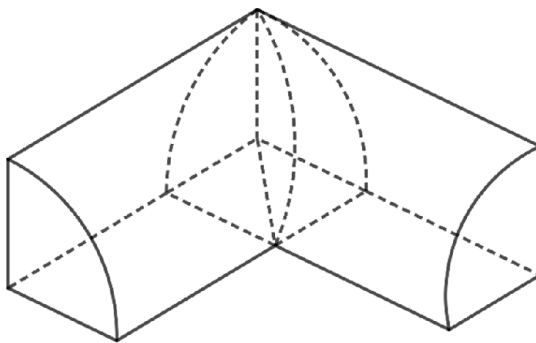
Câu 30. (Sở Yên Bái - 2018) Người ta thay nước mới cho một bể bơi có dạng hình hộp chữ nhật có độ sâu là 280 cm. Giả sử $h(t)$ là chiều cao (tính bằng cm) của mực nước bơm được tại thời điểm t giây, biết rằng tốc độ tăng của chiều cao mực nước tại giây thứ t là $h'(t) = \frac{1}{500}\sqrt[3]{t+3}$ và lúc đầu hồ bơi không có nước. Hỏi sau bao lâu thì bơm được số nước bằng $\frac{3}{4}$ độ sâu của hồ bơi (làm tròn đến giây)?

- A. 2 giờ 36 giây. B. 2 giờ 34 giây. C. 2 giờ 35 giây. D. 2 giờ 36 giây.

Câu 31. (THPT Ngô Quyền - Quảng Ninh 2018) Một bác thợ xây bơm nước vào bể chứa nước. Gọi $h(t)$ là thể tích nước bơm được sau t giây. Cho $h'(t) = 6at^2 + 2bt$ và ban đầu bể không có nước. Sau 3 giây thì thể tích nước trong bể là $90m^3$, sau 6 giây thì thể tích nước trong bể là $504m^3$. Tính thể tích nước trong bể sau khi bơm được 9 giây.

- A. $1458m^3$. B. $600m^3$. C. $2200m^3$. D. $4200m^3$.

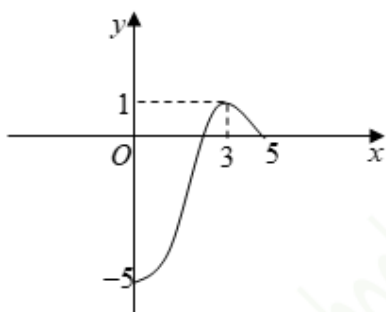
Câu 32. (Chuyên Nguyễn Trãi - Hải Dương - Lần 2 - 2020) Gọi (H) là phần giao của hai khối $\frac{1}{4}$ hình trụ có bán kính a , hai trục hình trụ vuông góc với nhau như hình vẽ sau. Tính thể tích của khối (H) .



- A. $V_{(H)} = \frac{a^3}{2}$. B. $V_{(H)} = \frac{3a^3}{4}$. C. $V_{(H)} = \frac{2a^3}{3}$. D. $V_{(H)} = \frac{\pi a^3}{4}$.

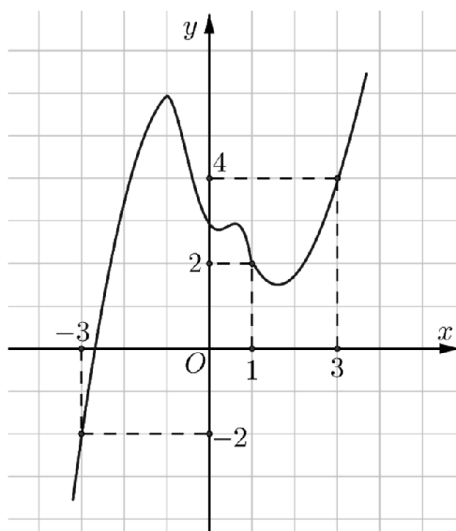
Dạng 3. Ứng dụng tích phân để giải quyết một số bài toán đại số

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ liên tục trên đoạn $[0; 5]$ và đồ thị hàm số $y = f'(x)$ trên đoạn $[0; 5]$ được cho như hình bên.



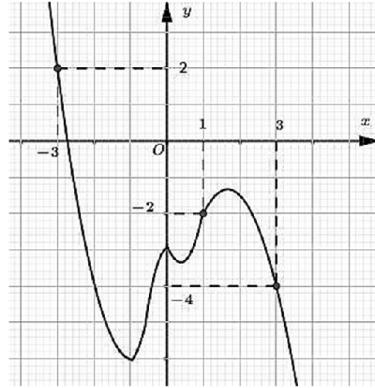
Tìm mệnh đề đúng

- A. $f(0) = f(5) < f(3)$. B. $f(3) < f(0) = f(5)$.
C. $f(3) < f(0) < f(5)$. D. $f(3) < f(5) < f(0)$.
- Câu 2.** (Mã 110 B 2017) Cho hàm số $y = f(x)$. Đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như hình bên. Đặt $g(x) = 2f(x) - (x+1)^2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



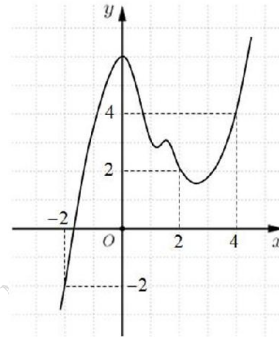
- A. $g(1) > g(-3) > g(3)$ B. $g(1) > g(3) > g(-3)$
C. $g(3) > g(-3) > g(1)$ D. $g(-3) > g(3) > g(1)$

Câu 3. (Mã 105 2017) Cho hàm số $y = f(x)$. Đồ thị $y = f'(x)$ của hàm số như hình bên. Đặt $g(x) = 2f(x) + x^2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



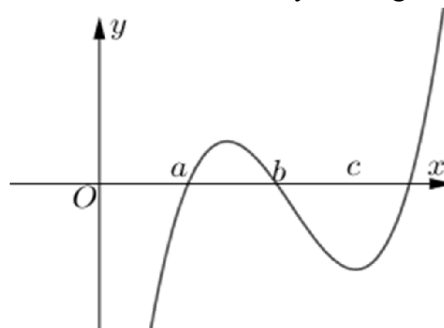
- A. $g(3) < g(-3) < g(1)$ B. $g(1) < g(-3) < g(3)$
 C. $g(-3) < g(3) < g(-1)$ D. $g(1) < g(3) < g(-3)$

Câu 4. (Mã 123 2017) Cho hàm số $y = f(x)$. Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ. Đặt $h(x) = 2f(x) - x^2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



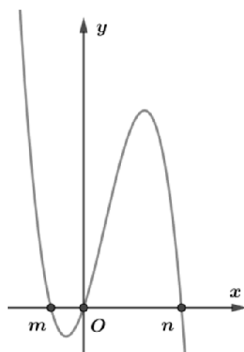
- A. $h(4) = h(-2) < h(2)$ B. $h(2) > h(-2) > h(4)$
 C. $h(4) = h(-2) > h(2)$ D. $h(2) > h(4) > h(-2)$

Câu 5. (Sở Bắc Ninh - 2020) Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị $y = f'(x)$ cắt trục Ox tại ba điểm có hoành độ $a < b < c$ như hình vẽ. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?



- A. $f(b) > f(a) > f(c)$ B. $f(a) > f(b) > f(c)$
 C. $f(c) > f(a) > f(b)$ D. $f(c) > f(b) > f(a)$

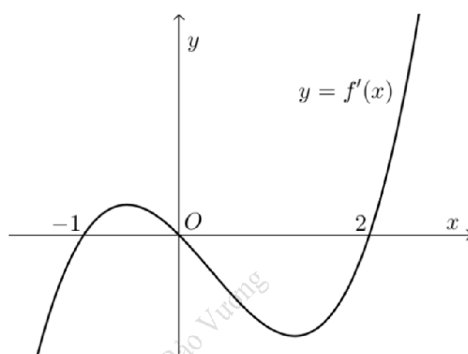
Câu 6. (Chuyên Thái Bình - Lần 3 - 2020) Cho hàm số $y = f(x)$ là hàm đa thức bậc bốn, có đồ thị $y = f'(x)$ như hình vẽ.



Phương trình $f(x) = 0$ có 4 nghiệm thực phân biệt khi và chỉ khi

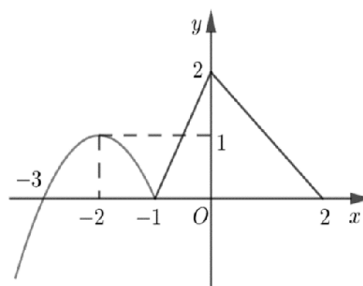
- A. $f(0) < 0 < f(m)$. B. $f(0) > 0$.
C. $f(m) < 0 < f(n)$. D. $f(0) < 0 < f(n)$.

Câu 7. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và có đồ thị của hàm số $f'(x)$ như hình bên dưới. Mệnh đề nào sau đây đúng?



- A. $f(0) > f(2) > f(-1)$. B. $f(0) > f(-1) > f(2)$.
C. $f(2) > f(0) > f(-1)$. D. $f(-1) > f(0) > f(2)$.

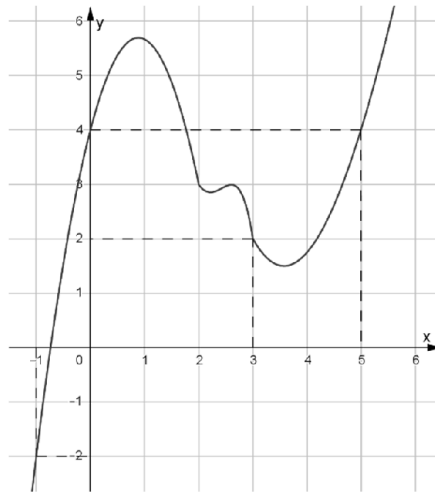
Câu 8. (Phú Thọ -2019) Cho hàm số $f(x)$. Đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ trên $[-3; 2]$ như hình vẽ (phần cong của đồ thị là một phần của parabol $y = ax^2 + bx + c$.)



Biết $f(-3) = 0$, giá trị của $f(-1) + f(1)$ bằng

- A. $\frac{23}{6}$ B. $\frac{31}{6}$ C. $\frac{35}{3}$ D. $\frac{9}{2}$

Câu 9. (THPT Lương Văn Can - 2018) Cho hàm số $y = f(x)$. Đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ. Đặt $g(x) = 2f(x) - (x-1)^2$.



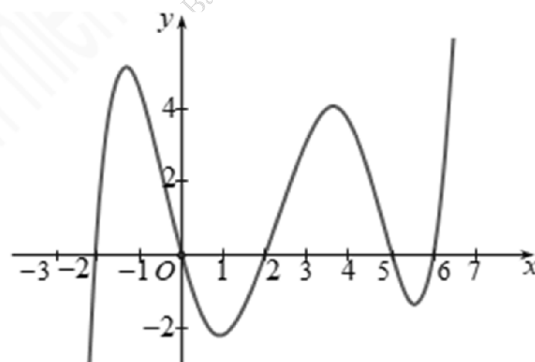
Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $g(-1) < g(3) < g(5)$. B. $g(-1) < g(5) < g(3)$.
C. $g(5) < g(-1) < g(3)$. D. $g(3) < g(5) < g(-1)$.

Câu 10. (THPT Hậu Lộc 2 - 2018) Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}, a \neq 0$) có đồ thị là (C). Biết rằng đồ thị (C) đi qua gốc tọa độ và đồ thị hàm số $y = f'(x)$ cho bởi hình vẽ bên. Tính giá trị $H = f(4) - f(2)$?

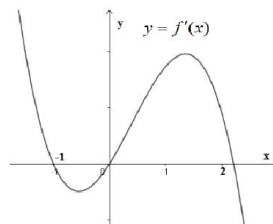
- A. $H = 45$. B. $H = 64$. C. $H = 51$. D. $H = 58$.

Câu 11. (Thanh Hóa - 2018) Cho hàm số $y = f(x)$. Đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ bên. Đặt $M = \max_{[-2;6]} f(x)$, $m = \min_{[-2;6]} f(x)$, $T = M + m$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



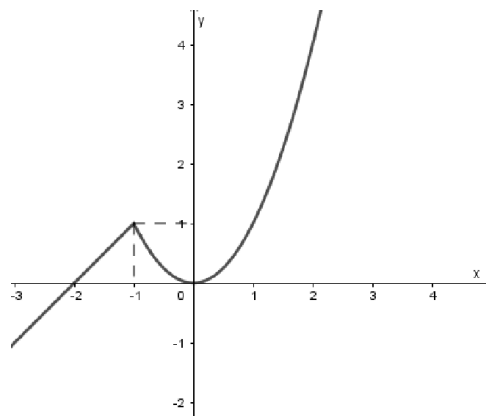
- A. $T = f(0) + f(-2)$. B. $T = f(5) + f(-2)$.
C. $T = f(5) + f(6)$. D. $T = f(0) + f(2)$.

Câu 12. (THPT Thăng Long 2019) Cho hàm số $f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?



- A. $a + c > 0$. B. $a + b + c + d < 0$.
C. $a + c < b + d$. D. $b + d - c > 0$.

Câu 13. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị gồm một phần đường thẳng và một phần parabol có đỉnh là gốc tọa độ O như hình vẽ. Giá trị của $\int_{-3}^3 f(x) dx$ bằng



A. $\frac{26}{3}$.

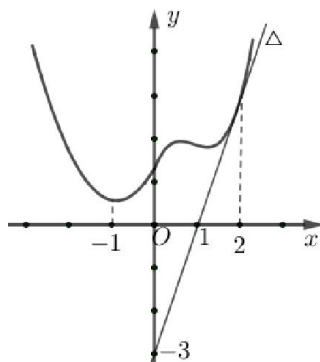
B. $\frac{38}{3}$.

C. $\frac{4}{3}$.

D. $\frac{28}{3}$.

Câu 14. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm đến cấp 2 trên \mathbb{R} . Biết hàm số $y = f(x)$ đạt cực tiểu tại $x = -1$, có đồ thị như hình vẽ và đường thẳng Δ là tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm $x = 2$.

Tính $\int_1^4 f''(x-2) dx$



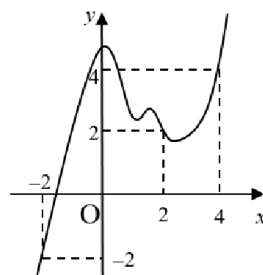
A. 1.

B. 4.

C. 3.

D. 2.

Câu 15. (SGD Hưng Yên 2019) Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên \mathbb{R} và có đồ thị như hình vẽ.



Giá trị của biểu thức $I = \int_0^4 f'(x-2) dx + \int_0^2 f'(x+2) dx$ bằng

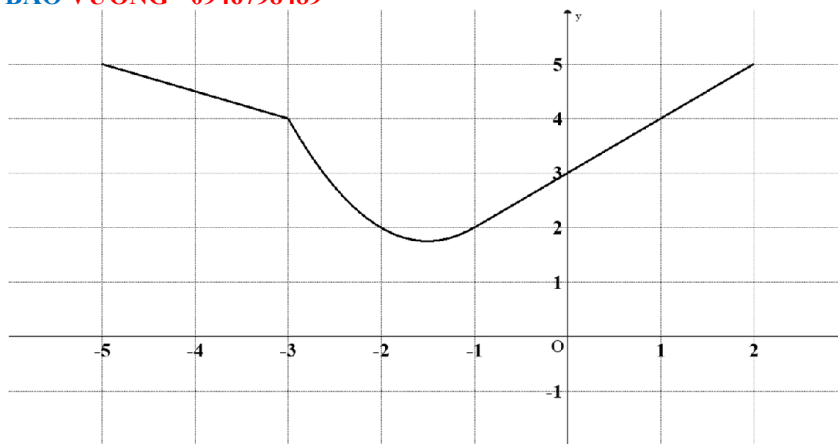
A. -2.

B. 2.

C. 6.

D. 10.

Câu 16. Cho hàm số $f(x)$ liên tục có đồ thị như hình bên dưới.



Biết $F'(x) = f(x), \forall x \in [-5; 2]$ và $\int_{-3}^{-1} f(x) dx = \frac{14}{3}$. Tính $F(2) - F(-5)$

A. $\frac{-145}{6}$.

B. $\frac{-89}{6}$.

C. $\frac{145}{6}$.

D. $\frac{89}{6}$.

BẠN HỌC THAM KHẢO THÊM DẠNG CÂU KHÁC TẠI

<https://drive.google.com/drive/folders/15DX-hbY5paR0iUmcs4RU1DkA1-7QpKlG?usp=sharing>

Theo dõi Fanpage: **Nguyễn Bảo Vương** <https://www.facebook.com/tracnghiemtoanthpt489/>

Hoặc Facebook: **Nguyễn Vương** <https://www.facebook.com/phong.baovuong>

Tham gia ngay: **Nhóm Nguyễn Bảo Vương (TÀI LIỆU TOÁN)** <https://www.facebook.com/groups/703546230477890/>

Ấn sub kênh Youtube: Nguyễn Vương

https://www.youtube.com/channel/UCQ4u2J5gIEI1iRUbT3nwJfA?view_as=subscriber

Tải nhiều tài liệu hơn tại: <http://diendangiaovientoan.vn/>

ĐỂ NHẬN TÀI LIỆU SỚM NHẤT NHÉ!