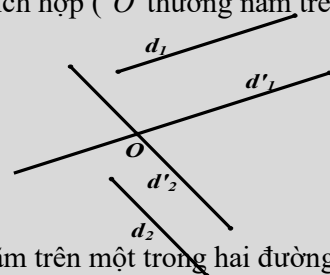


## TÀI LIỆU DÀNH CHO ĐỐI TƯỢNG KHÁ – GIỚI MỨC ĐỘ 7+

**Dạng 1. Góc của đường thẳng với đường thẳng**

Để tính góc giữa hai đường thẳng  $d_1, d_2$  trong không gian ta có thể thực hiện theo hai cách

**Cách 1.** Tìm góc giữa hai đường thẳng  $d_1, d_2$  bằng cách chọn một điểm  $O$  thích hợp ( $O$  thường nằm trên một trong hai đường thẳng).



Từ  $O$  dựng các đường thẳng  $d'_1, d'_2$  lần lượt song song (có thể trùng nếu  $O$  nằm trên một trong hai đường thẳng) với  $d_1$  và  $d_2$ . Góc giữa hai đường thẳng  $d'_1, d'_2$  chính là góc giữa hai đường thẳng  $d_1, d_2$ .

**Lưu ý 1:** Để tính góc này ta thường sử dụng định lý cosin trong tam giác

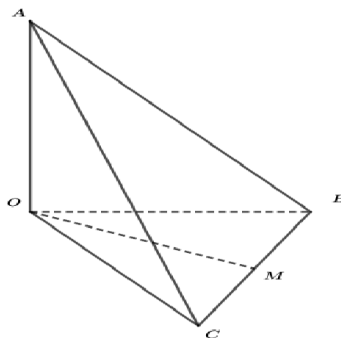
$$\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}.$$

**Cách 2.** Tìm hai vectơ chỉ phương  $\vec{u}_1, \vec{u}_2$  của hai đường thẳng  $d_1, d_2$

Khi đó góc giữa hai đường thẳng  $d_1, d_2$  xác định bởi  $\cos(d_1, d_2) = \frac{|\vec{u}_1 \cdot \vec{u}_2|}{|\vec{u}_1| |\vec{u}_2|}$ .

**Lưu ý 2:** Để tính  $\vec{u}_1 \cdot \vec{u}_2, |\vec{u}_1|, |\vec{u}_2|$  ta chọn ba vectơ  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  không đồng phẳng mà có thể tính được độ dài và góc giữa chúng, sau đó biểu thị các vectơ  $\vec{u}_1, \vec{u}_2$  qua các vectơ  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  rồi thực hiện các tính toán.

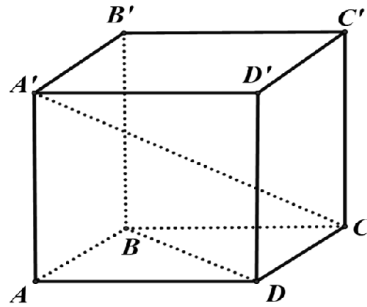
**Câu 1. (Đề Tham Khảo 2018)** Cho tứ diện  $OABC$  có  $OA, OB, OC$  đôi một vuông góc với nhau và  $OA = OB = OC$ . Gọi  $M$  là trung điểm của  $BC$  (tham khảo hình vẽ bên dưới). Góc giữa hai đường thẳng  $OM$  và  $AB$  bằng

A.  $45^\circ$ B.  $90^\circ$ C.  $30^\circ$ D.  $60^\circ$ 

**Câu 2. (THPT Lê Quý Đôn Điện Biên 2019)** Cho tứ diện  $ABCD$  với  $AC = \frac{3}{2}AD, \widehat{CAB} = \widehat{DAB} = 60^\circ, CD = AD$ . Gọi  $\varphi$  là góc giữa hai đường thẳng  $AB$  và  $CD$ . Chọn khẳng định đúng về góc  $\varphi$ .

A.  $\cos \varphi = \frac{3}{4}$ B.  $30^\circ$ C.  $60^\circ$ D.  $\cos \varphi = \frac{1}{4}$ 

**Câu 3. (THPT Hoàng Hoa Thám Hưng Yên 2019)** Cho hình hộp chữ nhật  $ABCD.A'B'C'D'$ , biết đáy  $ABCD$  là hình vuông. Tính góc giữa  $A'C$  và  $BD$ .



- A.  $90^\circ$ .      B.  $30^\circ$ .      C.  $60^\circ$ .      D.  $45^\circ$ .

**Câu 4. (Chuyên KHTN 2019)** Cho tứ diện  $ABCD$  có  $AB = CD = 2a$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm  $AD$  và  $BC$ . Biết  $MN = a\sqrt{3}$ , góc giữa hai đường thẳng  $AB$  và  $CD$  bằng.

- A.  $45^\circ$ .      B.  $90^\circ$ .      C.  $60^\circ$ .      D.  $30^\circ$ .

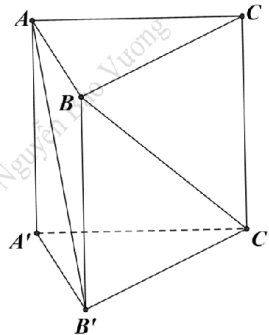
**Câu 5. (Chuyên Lương Văn Chánh Phú Yên 2019)** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$ ; gọi  $M$  là trung điểm của  $B'C'$ . Góc giữa hai đường thẳng  $AM$  và  $BC'$  bằng

- A.  $45^\circ$ .      B.  $90^\circ$ .      C.  $30^\circ$ .      D.  $60^\circ$ .

**Câu 6. (Chuyên Hạ Long - 2018)** Cho hình chóp  $S.ABC$  có độ dài các cạnh  $SA = SB = SC = AB = AC = a$  và  $BC = a\sqrt{2}$ . Góc giữa hai đường thẳng  $AB$  và  $SC$  là?

- A.  $45^\circ$ .      B.  $90^\circ$ .      C.  $60^\circ$ .      D.  $30^\circ$ .

**Câu 7. (Chuyên Đh Vinh 2018)** Cho hình lăng trụ tam giác đều  $ABC.A'B'C'$  có  $AB = a$  và  $AA' = \sqrt{2}a$ . Góc giữa hai đường thẳng  $AB'$  và  $BC'$  bằng



- A.  $60^\circ$ .      B.  $45^\circ$ .      C.  $90^\circ$ .      D.  $30^\circ$ .

**Câu 8. (Kim Liên - Hà Nội - 2018)** Cho tứ diện  $ABCD$  có  $DA = DB = DC = AC = AB = a$ ,  $\widehat{ABC} = 45^\circ$ . Tính góc giữa hai đường thẳng  $AB$  và  $DC$ .

- A.  $60^\circ$ .      B.  $120^\circ$ .      C.  $90^\circ$ .      D.  $30^\circ$ .

**Câu 9. (Chuyên Trần Phú - Hải Phòng - 2018)** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $AD, BB'$ . Cosin của góc hợp bởi  $MN$  và  $AC'$  bằng

- A.  $\frac{\sqrt{3}}{3}$ .      B.  $\frac{\sqrt{2}}{3}$ .      C.  $\frac{\sqrt{5}}{3}$ .      D.  $\frac{\sqrt{2}}{4}$ .

**Câu 10. (Cụm 5 Trường Chuyên - ĐBSH - 2018)** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình chữ nhật,  $AB = 2a, BC = a$ . Hình chiếu vuông góc  $H$  của đỉnh  $S$  trên mặt phẳng đáy là trung điểm của cạnh  $AB$ , góc giữa đường thẳng  $SC$  và mặt phẳng đáy bằng  $60^\circ$ . Tính cosin góc giữa hai đường thẳng  $SB$  và  $AC$

- A.  $\frac{2}{\sqrt{7}}$ .      B.  $\frac{2}{\sqrt{35}}$ .      C.  $\frac{2}{\sqrt{5}}$ .      D.  $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{7}}$ .

**Câu 11. (Chuyên Thái Bình - 2018)** Cho hình chóp tứ giác đều  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông,  $E$  là điểm đối xứng của  $D$  qua trung điểm  $SA$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $AE$  và  $BC$ . Góc giữa hai đường thẳng  $MN$  và  $BD$  bằng

- A.  $90^\circ$ .      B.  $60^\circ$ .      C.  $45^\circ$ .      D.  $75^\circ$ .

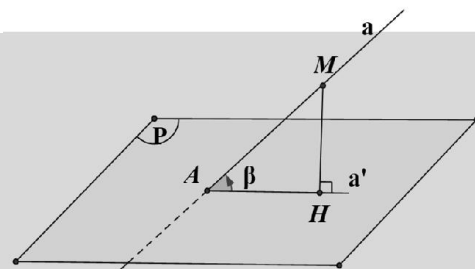
- Câu 12. (Chuyên Thái Bình - 2018)** Cho hình chóp đều  $S.ABCD$  có tất cả các cạnh đều bằng  $a$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $AD$  và  $SD$ . Số đo của góc giữa hai đường thẳng  $MN$  và  $SC$  là
- A.  $45^\circ$ .                      B.  $60^\circ$ .                      C.  $30^\circ$ .                      D.  $90^\circ$ .
- Câu 13. (Sở Quảng Nam - 2018)** Cho hình lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông tại  $A$ ,  $AB = a$ ,  $AC = a\sqrt{3}$ . Hình chiếu vuông góc của  $A'$  lên mặt phẳng  $(ABC)$  là trung điểm  $H$  của  $BC$ ,  $A'H = a\sqrt{3}$ . Gọi  $\varphi$  là góc giữa hai đường thẳng  $A'B$  và  $B'C$ . Tính  $\cos \varphi$ .
- A.  $\cos \varphi = \frac{1}{2}$ .                      B.  $\cos \varphi = \frac{\sqrt{6}}{8}$ .                      C.  $\cos \varphi = \frac{\sqrt{6}}{4}$ .                      D.  $\cos \varphi = \frac{\sqrt{3}}{2}$ .
- Câu 14. (Sở Yên Bái - 2018)** Cho tứ diện đều  $ABCD$ ,  $M$  là trung điểm của cạnh  $BC$ . Tính giá trị của  $\cos(AB, DM)$ .
- A.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ .                      B.  $\frac{\sqrt{3}}{6}$ .                      C.  $\frac{1}{2}$ .                      D.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ .
- Câu 15. (Sở Nam Định - 2018)** Cho hình lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  có đáy  $ABC$  là tam giác đều cạnh  $a$ , tam giác  $A'BC$  đều nằm trong mặt phẳng vuông góc với  $(ABC)$ .  $M$  là trung điểm cạnh  $CC'$ . Tính cosin góc  $\alpha$  giữa hai đường thẳng  $AA'$  và  $BM$ .
- A.  $\cos \alpha = \frac{2\sqrt{22}}{11}$ .                      B.  $\cos \alpha = \frac{\sqrt{33}}{11}$ .                      C.  $\cos \alpha = \frac{\sqrt{11}}{11}$ .                      D.  $\cos \alpha = \frac{\sqrt{22}}{11}$ .
- Câu 16. (Sở Hà Tĩnh - 2018)** Cho hình lăng trụ tam giác đều  $ABC.MNP$  có tất cả các cạnh bằng nhau. Gọi  $I$  là trung điểm cạnh  $AC$ . Cosin của góc giữa hai đường thẳng  $NC$  và  $BI$  bằng
- A.  $\frac{\sqrt{6}}{4}$ .                      B.  $\frac{\sqrt{15}}{5}$ .                      C.  $\frac{\sqrt{6}}{2}$ .                      D.  $\frac{\sqrt{10}}{4}$ .
- Câu 17. (Chuyên Biên Hòa - Hà Nam - 2020)** Cho tứ diện đều  $ABCD$ ,  $M$  là trung điểm của cạnh  $BC$ . Khi đó  $\cos(AB, DM)$  bằng
- A.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ .                      B.  $\frac{\sqrt{3}}{6}$ .                      C.  $\frac{1}{2}$ .                      D.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ .
- Câu 18. (ĐHQG Hà Nội - 2020)** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy hình vuông. Cho tam giác  $SAB$  vuông tại  $S$  và góc  $SBA$  bằng  $30^\circ$ . Mặt phẳng  $(SAB)$  vuông góc mặt phẳng đáy. Gọi  $M, N$  là trung điểm  $AB, BC$ . Tìm cosin góc tạo bởi hai đường thẳng  $(SM, DN)$ .
- A.  $\frac{2}{\sqrt{5}}$ .                      B.  $\frac{1}{\sqrt{5}}$ .                      C.  $\frac{1}{\sqrt{3}}$ .                      D.  $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$ .

### Dạng 2. Góc của đường thẳng với mặt phẳng

Góc giữa đường thẳng  $d$  và mặt phẳng  $(P)$  là góc giữa  $d$  và hình chiếu của nó trên mặt phẳng  $(P)$

Gọi  $\alpha$  là góc giữa  $d$  và mặt phẳng  $(P)$  thì  $0^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$

Đầu tiên tìm giao điểm của  $d$  và  $(P)$  gọi là điểm  $A$ .



Trên  $d$  chọn điểm  $B$  khác  $A$ , dựng  $BH$  vuông góc với  $(P)$  tại  $H$ . Suy ra  $AH$  là hình chiếu vuông góc của  $d$  trên mặt phẳng  $(P)$ .

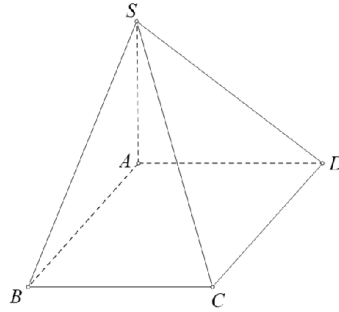
Vậy góc giữa  $d$  và  $(P)$  là góc  $\widehat{BAH}$ .

Nếu khi xác định góc giữa  $d$  và  $(P)$  khó quá (không chọn được điểm  $B$  để dựng  $BH$  vuông góc với  $(P)$ ), thì ta sử dụng công thức sau đây. Gọi  $\alpha$  là góc giữa  $d$  và  $(P)$  suy ra:

$$\sin \alpha = \frac{d(M, (P))}{AM}$$

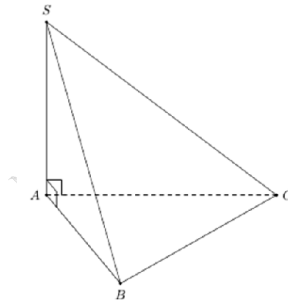
Ta phải chọn điểm M trên d, mà có thể tính khoảng cách được đến mặt phẳng (P). Còn A là giao điểm của d và mặt phẳng (P).

**Câu 1. (Đề Minh Họa 2020 Lần 1)** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình vuông cạnh  $\sqrt{3}a$ ,  $SA$  vuông góc với mặt phẳng đáy và  $SA = \sqrt{2}a$ . Góc giữa  $SC$  và mặt phẳng  $(ABCD)$  bằng



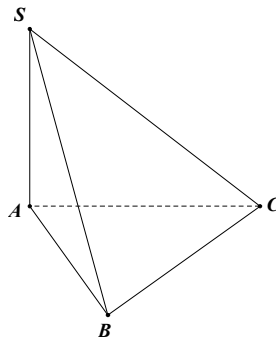
- A.  $45^\circ$ .      B.  $60^\circ$ .      C.  $30^\circ$ .      D.  $90^\circ$ .

**Câu 2. (Đề Tham Khảo 2020 Lần 2)** Cho hình chóp  $S.ABC$  có  $SA$  vuông góc với mặt phẳng  $(ABC)$ ,  $SA = a\sqrt{2}$ , tam giác  $ABC$  vuông cân tại  $B$  và  $AC = 2a$  (minh họa như hình bên). Góc giữa đường thẳng  $SB$  và mặt phẳng  $(ABC)$  bằng



- A.  $30^\circ$ .      B.  $45^\circ$ .      C.  $60^\circ$ .      D.  $90^\circ$ .

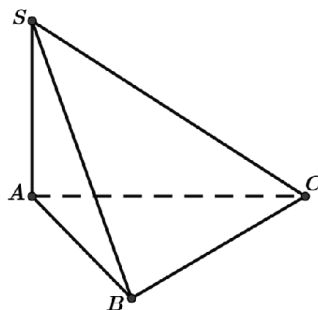
**Câu 3. (Mã 101 - 2020 Lần 1)** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông tại  $B$ ,  $AB = a$ ,  $BC = 2a$ ,  $SA$  vuông góc với mặt phẳng đáy và  $SA = \sqrt{15}a$  (tham khảo hình bên).



Góc giữa đường thẳng  $SC$  và mặt phẳng đáy bằng

- A.  $45^\circ$ .      B.  $30^\circ$ .      C.  $60^\circ$ .      D.  $90^\circ$ .

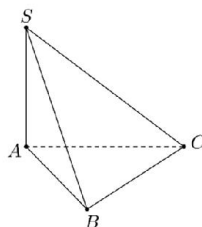
**Câu 4. (Mã 102 - 2020 Lần 1)** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy là tam giác vuông tại  $B$ ,  $AB = 3a$ ,  $BC = \sqrt{3}a$ ,  $SA$  vuông góc với mặt phẳng đáy và  $SA = 2a$  (tham khảo hình vẽ).



Góc giữa đường thẳng  $SC$  và mặt phẳng đáy bằng

- A.  $60^\circ$ .                      B.  $45^\circ$ .                      C.  $30^\circ$ .                      D.  $90^\circ$ .

- Câu 5.** (Mã 103 - 2020 Lần 1) Cho hình chóp  $S.ABC$  và có đáy  $ABC$  là tam giác vuông tại  $B$ ,  $AB = a$ ,  $BC = 3a$ ;  $SA$  vuông góc với mặt phẳng đáy và  $SA = \sqrt{30}a$  (tham khảo hình bên). Góc giữa đường thẳng  $SC$  và mặt đáy bằng

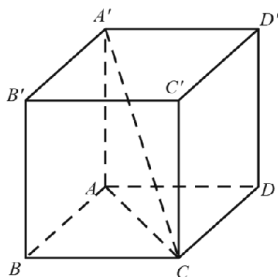


- A.  $45^\circ$ .                      B.  $90^\circ$ .                      C.  $60^\circ$ .                      D.  $30^\circ$ .

- Câu 6.** (Mã 104 - 2020 Lần 1) Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông tại  $B$ ,  $AB = a$ ;  $BC = a\sqrt{2}$ ;  $SA$  vuông góc với mặt phẳng đáy và  $SA = a$ . Góc giữa đường thẳng  $SC$  và đáy bằng

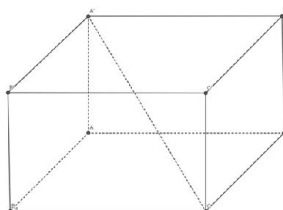
- A.  $90^\circ$ .                      B.  $45^\circ$ .                      C.  $60^\circ$ .                      D.  $30^\circ$ .

- Câu 7.** (Mã 101 - 2020 Lần 2) Cho hình hộp chữ nhật  $ABCD.A'B'C'D'$  có  $AB = BC = a$ ,  $AA' = \sqrt{6}a$  (tham khảo hình dưới). Góc giữa đường thẳng  $A'C$  và mặt phẳng  $(ABCD)$  bằng:



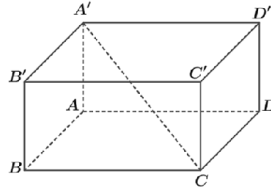
- A.  $60^\circ$ .                      B.  $90^\circ$ .                      C.  $30^\circ$ .                      D.  $45^\circ$ .

- Câu 8.** (Mã 102 - 2020 Lần 2) Cho hình hộp chữ nhật  $ABCD.A'B'C'D'$  có  $AB = a$ ,  $AD = 2\sqrt{2}a$ ,  $AA' = \sqrt{3}a$  (tham khảo hình bên). Góc giữa đường thẳng  $A'C$  và mặt phẳng  $(ABCD)$  bằng



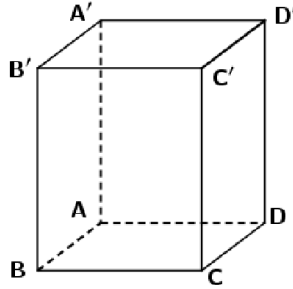
- A.  $45^\circ$ .                      B.  $90^\circ$ .                      C.  $60^\circ$ .                      D.  $30^\circ$ .

**Câu 9. (Mã 103 - 2020 Lần 2)** Cho hình hộp chữ nhật  $ABCD.A'B'C'D'$ , có  $AB = AA' = a$ ,  $AD = a\sqrt{2}$  (tham khảo hình vẽ). Góc giữa đường thẳng  $A'C$  và mặt phẳng  $(ABCD)$  bằng



- A.  $30^\circ$ .      B.  $45^\circ$ .      C.  $90^\circ$ .      D.  $60^\circ$ .

**Câu 10. (Mã 104 - 2020 Lần 2)** Cho hình hộp chữ nhật  $ABCD.A'B'C'D'$  có  $AB = a$ ,  $AD = \sqrt{3}a$ ,  $AA' = 2\sqrt{3}a$  (tham khảo hình vẽ).



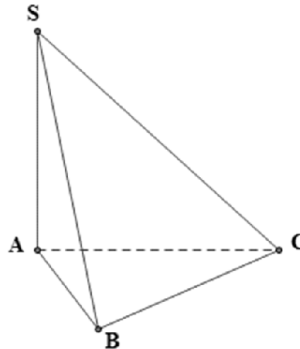
Góc giữa đường thẳng  $A'C$  và mặt phẳng  $(ABCD)$  bằng

- A.  $45^\circ$ .      B.  $30^\circ$ .      C.  $60^\circ$ .      D.  $90^\circ$ .

**Câu 11. (Mã 103 2018)** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy là tam giác vuông tại  $C$ ,  $AC = a$ ,  $BC = \sqrt{2}a$ ,  $SA$  vuông góc với mặt phẳng đáy và  $SA = a$ . Góc giữa đường thẳng  $SB$  và mặt phẳng đáy bằng

- A.  $60^\circ$       B.  $90^\circ$       C.  $30^\circ$       D.  $45^\circ$

**Câu 12. (Mã 102 - 2019)** Cho hình chóp  $S.ABC$  có  $SA$  vuông góc với mặt phẳng  $(ABC)$ ,  $SA = 2a$ , tam giác  $ABC$  vuông tại  $B$ ,  $AB = a$  và  $BC = \sqrt{3}a$  (minh họa như hình vẽ bên).



Góc giữa đường thẳng  $SC$  và mặt phẳng  $(ABC)$  bằng

- A.  $30^\circ$ .      B.  $60^\circ$ .      C.  $45^\circ$ .      D.  $90^\circ$ .

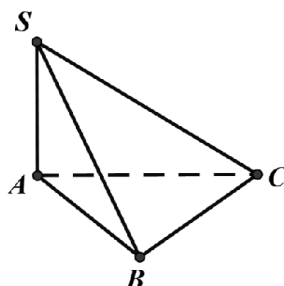
**Câu 13. (Cụm Liên Trường Hải Phòng 2019)** Cho khối chóp  $S.ABC$  có  $SA \perp (ABC)$ , tam giác  $ABC$  vuông tại  $B$ ,  $AC = 2a$ ,  $BC = a$ ,  $SB = 2a\sqrt{3}$ . Tính góc giữa  $SA$  và mặt phẳng  $(SBC)$ .

- A.  $45^\circ$ .      B.  $30^\circ$ .      C.  $60^\circ$ .      D.  $90^\circ$ .

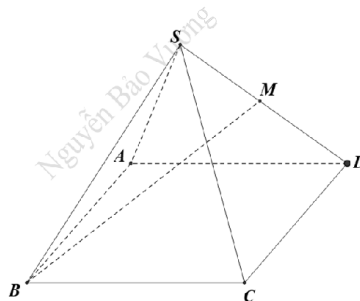
**Câu 14. (Chuyên Bắc Ninh 2019)** Cho hình chóp  $SABCD$  có đáy là hình thang vuông tại  $A$  và  $B$ .  $AB = BC = a$ ,  $AD = 2a$ . Biết  $SA$  vuông góc với đáy  $(ABCD)$  và  $SA = a$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm  $SB, CD$ . Tính sin góc giữa đường thẳng  $MN$  và mặt phẳng  $(SAC)$

- A.  $\frac{\sqrt{5}}{5}$       B.  $\frac{\sqrt{55}}{10}$       C.  $\frac{3\sqrt{5}}{10}$       D.  $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

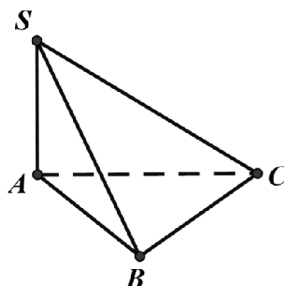
- Câu 15. (Mã 102 - 2018)** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình vuông cạnh  $a$ ,  $SA$  vuông góc với mặt phẳng đáy và  $SA = \sqrt{2}a$ . Góc giữa đường thẳng  $SC$  và mặt phẳng đáy bằng  
 A.  $45^\circ$                       B.  $60^\circ$                       C.  $30^\circ$                       D.  $90^\circ$
- Câu 16. (Mã 101 - 2018)** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình vuông cạnh  $a$ ,  $SA$  vuông góc với mặt phẳng đáy và  $SB = 2a$ . Góc giữa đường thẳng  $SB$  và mặt phẳng đáy bằng  
 A.  $45^\circ$                       B.  $60^\circ$                       C.  $90^\circ$                       D.  $30^\circ$
- Câu 17. (Mã 101 - 2019)** Cho hình chóp  $S.ABC$  có  $SA$  vuông góc với mặt phẳng  $(ABC)$ ,  $SA = 2a$ , tam giác  $ABC$  vuông tại  $B$ ,  $AB = a\sqrt{3}$  và  $BC = a$  (minh họa như hình vẽ bên). Góc giữa đường thẳng  $SC$  và mặt phẳng  $(ABC)$  bằng:



- A.  $45^\circ$ .                      B.  $30^\circ$ .                      C.  $60^\circ$ .                      D.  $90^\circ$ .
- Câu 18. (Đề Tham Khảo 2018)** Cho hình chóp tứ giác đều  $S.ABCD$  có tất cả các cạnh bằng  $a$ . Gọi  $M$  là trung điểm của  $SD$  (tham khảo hình vẽ bên). Tang của góc giữa đường thẳng  $BM$  và mặt phẳng  $(ABCD)$  bằng



- A.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$                       B.  $\frac{\sqrt{3}}{3}$                       C.  $\frac{2}{3}$                       D.  $\frac{1}{3}$
- Câu 19. (Mã 104 - 2019)** Cho hình chóp  $S.ABC$  có  $SA$  vuông góc với mặt phẳng  $(ABC)$ ,  $SA = 2a$ , tam giác  $ABC$  vuông cân tại  $B$  và  $AB = a\sqrt{2}$  (minh họa như hình vẽ bên). Góc giữa đường thẳng  $SC$  và mặt phẳng  $(ABC)$  bằng



- A.  $30^\circ$ .                      B.  $90^\circ$ .                      C.  $60^\circ$ .                      D.  $45^\circ$ .
- Câu 20. (Sở Vĩnh Phúc 2019)** Cho hình chóp tứ giác đều  $S.ABCD$  có tất cả các cạnh bằng  $2a$ . Gọi  $M$  là trung điểm của  $SD$  Tính tan của góc giữa đường thẳng  $BM$  và mặt phẳng  $(ABCD)$ .

- A.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ .      B.  $\frac{\sqrt{3}}{3}$ .      C.  $\frac{2}{3}$ .      D.  $\frac{1}{3}$ .

**Câu 21. (Chuyên Bắc Giang 2019)** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh  $a$  và  $SA \perp (ABCD)$ . Biết  $SA = \frac{a\sqrt{6}}{3}$ . Tính góc giữa  $SC$  và  $(ABCD)$ .

- A.  $30^\circ$       B.  $60^\circ$       C.  $75^\circ$       D.  $45^\circ$

**Câu 22. (Chuyên Hùng Vương Gia Lai 2019)** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh  $a$ ,  $SA$  vuông góc với đáy và  $SA = a\sqrt{3}$ . Gọi  $\alpha$  là góc giữa  $SD$  và  $(SAC)$ . Giá trị  $\sin \alpha$  bằng

- A.  $\frac{\sqrt{2}}{4}$ .      B.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ .      C.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ .      D.  $\frac{\sqrt{2}}{3}$ .

**Câu 23. (Sở Bắc Giang 2019)** Cho hình chóp tam giác  $S.ABC$  có đáy là tam giác đều cạnh  $a$ . Tam giác  $SAB$  cân tại  $S$  và thuộc mặt phẳng vuông góc với đáy. Biết  $SC$  tạo với mặt phẳng đáy một góc  $60^\circ$ , gọi  $M$  là trung điểm của  $BC$ . Gọi  $\alpha$  là góc giữa đường thẳng  $SM$  và mặt phẳng  $(ABC)$ . Tính  $\cos \alpha$ .

- A.  $\cos \alpha = \frac{\sqrt{6}}{3}$ .      B.  $\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}$ .      C.  $\cos \alpha = \frac{3}{\sqrt{10}}$ .      D.  $\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{10}}$ .

**Câu 24. (THCS - THPT Nguyễn Khuyến 2019)** Cho hình chóp tứ giác đều  $S.ABCD$  có  $AB = a$ ,  $O$  là trung điểm  $AC$  và  $SO = b$ . Gọi  $(\Delta)$  là đường thẳng đi qua  $C$ ,  $(\Delta)$  chứa trong mặt phẳng  $(ABCD)$  và khoảng cách từ  $O$  đến  $(\Delta)$  là  $\frac{a\sqrt{14}}{6}$ . Giá trị lượng giác  $\cos((SA), (\Delta))$  bằng

- A.  $\frac{2a}{3\sqrt{4b^2 - 2a^2}}$ .      B.  $\frac{2a}{3\sqrt{2a^2 + 4b^2}}$ .      C.  $\frac{a}{3\sqrt{2a^2 + 4b^2}}$ .      D.  $\frac{a}{3\sqrt{4b^2 - 2a^2}}$ .

**Câu 25. (HSG Bắc Ninh 2019)** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật,  $AB = a$ ,  $AD = a\sqrt{3}$ . Mặt bên  $SAB$  là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy. Cosin của góc giữa đường thẳng  $SD$  và mặt phẳng  $(SBC)$  bằng

- A.  $\frac{\sqrt{13}}{4}$       B.  $\frac{\sqrt{3}}{4}$       C.  $\frac{2\sqrt{5}}{5}$       D.  $\frac{1}{4}$

**Câu 26. (Sở Hà Nội 2019)** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy là tam giác vuông tại  $C$ ,  $CH$  vuông góc với  $AB$  tại  $H$ ,  $I$  là trung điểm của đoạn  $HC$ . Biết  $SI$  vuông góc với mặt phẳng đáy,  $\widehat{ASB} = 90^\circ$ . Gọi  $O$  là trung điểm của đoạn  $AB$ ,  $O'$  là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện  $SABI$ . Góc tạo bởi đường thẳng  $OO'$  và mặt phẳng  $(ABC)$  bằng

- A.  $60^\circ$ .      B.  $30^\circ$ .      C.  $90^\circ$ .      D.  $45^\circ$ .

**Câu 27. (Sở Bắc Ninh 2019)** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình thoi cạnh  $a$  và  $\widehat{ABC} = 60^\circ$ . Hình chiếu vuông góc của điểm  $S$  lên mặt phẳng  $(ABCD)$  trùng với trọng tâm của tam giác  $ABC$ , gọi  $\varphi$  là góc giữa đường thẳng  $SB$  và mặt phẳng  $(SCD)$ , tính  $\sin \varphi$  biết rằng  $SB = a$ .

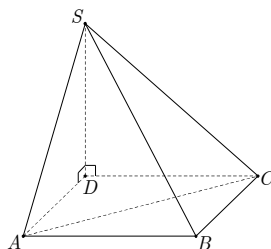
- A.  $\sin \varphi = \frac{\sqrt{3}}{2}$ .      B.  $\sin \varphi = \frac{1}{4}$ .      C.  $\sin \varphi = \frac{1}{2}$ .      D.  $\sin \varphi = \frac{\sqrt{2}}{2}$ .

**Câu 28. (Sở Bình Phước - 2018)** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình vuông cạnh  $a$ ,  $SA \perp (ABCD)$ ,  $SA = x$ . Xác định  $x$  để hai mặt phẳng  $(SBC)$  và  $(SCD)$  hợp với nhau góc  $60^\circ$ .

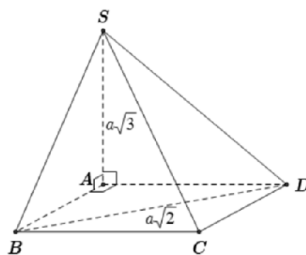
- A.  $x = 2a$ .      B.  $x = a$ .      C.  $x = \frac{3a}{2}$ .      D.  $x = \frac{a}{2}$ .



- Câu 29. (Sở Lào Cai - 2018)** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy là tam giác vuông tại  $B$ , cạnh bên  $SA$  vuông góc với mặt đáy,  $AB = 2a$ ,  $\widehat{BAC} = 60^\circ$  và  $SA = a\sqrt{2}$ . Góc giữa đường thẳng  $SB$  và mặt phẳng  $(SAC)$  bằng
- A.  $45^\circ$ .                      B.  $60^\circ$ .                      C.  $30^\circ$ .                      D.  $90^\circ$ .
- Câu 30. (Chuyên Hạ Long - 2018)** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh  $a$ , cạnh bên  $SA$  vuông góc với mặt phẳng đáy,  $SA = a\sqrt{2}$ . Gọi  $M$ ,  $N$  lần lượt là hình chiếu vuông góc của điểm  $A$  trên các cạnh  $SB$ ,  $SD$ . Góc giữa mặt phẳng  $(AMN)$  và đường thẳng  $SB$  bằng
- A.  $45^\circ$ .                      B.  $90^\circ$ .                      C.  $120^\circ$ .                      D.  $60^\circ$ .
- Câu 31. (Sở Bắc Giang - 2018)** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật,  $AB = a$ ,  $BC = a\sqrt{3}$ ,  $SA = a$  và  $SA$  vuông góc với đáy  $ABCD$ . Tính  $\sin \alpha$ , với  $\alpha$  là góc tạo bởi giữa đường thẳng  $BD$  và mặt phẳng  $(SBC)$ .
- A.  $\sin \alpha = \frac{\sqrt{7}}{8}$ .                      B.  $\sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$ .                      C.  $\sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{4}$ .                      D.  $\sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{5}$ .
- Câu 32. (Chuyên ĐHSPTN - 2018)** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy là tam giác vuông tại  $B$ , cạnh bên  $SA$  vuông góc với mặt phẳng đáy,  $AB = 2a$ ,  $\widehat{BAC} = 60^\circ$  và  $SA = a\sqrt{2}$ . Góc giữa đường thẳng  $SB$  và mặt phẳng  $(SAC)$  bằng
- A.  $30^\circ$ .                      B.  $45^\circ$ .                      C.  $60^\circ$ .                      D.  $90^\circ$ .
- Câu 33. (Chuyên Vĩnh Phúc - 2018)** Cho hình chóp tứ giác đều  $S.ABCD$  có cạnh đáy bằng  $a$ , tâm  $O$ . Gọi  $M$  và  $N$  lần lượt là trung điểm của  $SA$  và  $BC$ . Biết rằng góc giữa  $MN$  và  $(ABCD)$  bằng  $60^\circ$ , cosin góc giữa  $MN$  và mặt phẳng  $(SBD)$  bằng:
- A.  $\frac{\sqrt{41}}{41}$ .                      B.  $\frac{\sqrt{5}}{5}$ .                      C.  $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ .                      D.  $\frac{2\sqrt{41}}{41}$ .
- Câu 34. (Chuyên Vĩnh - 2018)** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình bình hành,  $AB = 2a$ ,  $BC = a$ ,  $\widehat{ABC} = 120^\circ$ . Cạnh bên  $SD = a\sqrt{3}$  và  $SD$  vuông góc với mặt phẳng đáy (tham khảo hình vẽ bên). Tính sin của góc tạo bởi  $SB$  và mặt phẳng  $(SAC)$



- A.  $\frac{3}{4}$ .                      B.  $\frac{\sqrt{3}}{4}$ .                      C.  $\frac{1}{4}$ .                      D.  $\frac{\sqrt{3}}{7}$ .
- Câu 35. (Chuyên Lương Văn Chánh - Phú Yên - 2020)** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có  $SA$  vuông góc với mặt phẳng đáy,  $SA = a\sqrt{3}$ , tứ giác  $ABCD$  là hình vuông,  $BD = a\sqrt{2}$  (minh họa như hình bên). Góc giữa đường thẳng  $SB$  và mặt phẳng  $(SAD)$  bằng



- A.  $0^\circ$ .                      B.  $30^\circ$ .                      C.  $45^\circ$ .                      D.  $60^\circ$ .

**Câu 36. (Chuyên Thái Bình - 2020)** Cho hình chóp tứ giác đều  $S.ABCD$  có đáy là hình vuông tâm  $O$ , cạnh  $a$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $SA$  và  $BC$ . Góc giữa đường thẳng  $MN$  và mặt phẳng  $(ABCD)$  bằng  $60^\circ$ . Tính  $\cos$  của góc giữa đường thẳng  $MN$  và mặt phẳng  $(SBD)$ .

- A.  $\frac{\sqrt{41}}{4}$ . B.  $\frac{\sqrt{5}}{5}$ . C.  $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ . D.  $\frac{2\sqrt{41}}{4}$ .

**Câu 37. (Đô Lương 4 - Nghệ An - 2020)** Cho hình chóp tứ giác đều  $S.ABCD$  có cạnh đáy bằng  $a$ , tâm  $O$ . Gọi  $M$  và  $N$  lần lượt là trung điểm của  $SA$  và  $BC$ . Biết rằng góc giữa  $MN$  và  $(ABCD)$  bằng  $60^\circ$ ,  $\cos$  của góc giữa đường thẳng  $MN$  và mặt phẳng  $(SBD)$  bằng:

- A.  $\frac{\sqrt{5}}{5}$ . B.  $\frac{\sqrt{41}}{41}$ . C.  $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ . D.  $\frac{2\sqrt{41}}{41}$ .

**Câu 38. (THPT Nguyễn Viết Xuân - 2020)** Cho hình lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$  có  $AB = AC = a$ ,  $BAC = 120^\circ$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $B'C'$  và  $CC'$ . Biết thể tích khối lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  bằng  $\frac{\sqrt{3}a^3}{4}$ . Gọi  $\alpha$  là góc giữa mặt phẳng  $(AMN)$  và mặt phẳng  $(ABC)$ . Khi đó

- A.  $\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$ . B.  $\cos \alpha = \frac{1}{2}$ . C.  $\cos \alpha = \frac{\sqrt{13}}{4}$ . D.  $\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{4}$ .

**Câu 39. (Chuyên Hạ Long - Quảng Ninh - 2020)** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh bằng  $2a$ . Tam giác  $SAB$  cân tại  $S$  và  $(SAB) \perp (ABCD)$ . Biết thể tích của khối chóp  $S.ABCD$  là  $\frac{4a^3}{3}$ . Gọi  $\alpha$  là góc giữa  $SC$  và  $(ABCD)$ . Tính  $\tan \alpha$ .

- A.  $\tan \alpha = \frac{\sqrt{5}}{5}$ . B.  $\tan \alpha = \frac{2\sqrt{5}}{5}$ . C.  $\tan \alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}$ . D.  $\tan \alpha = \frac{\sqrt{7}}{7}$ .

**Câu 40. (Chuyên Lê Hồng Phong - Nam Định - 2020)** Cho tứ diện đều  $SABC$  cạnh  $a$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của các cạnh  $AB, SC$ . Tính  $\tan$  của góc giữa đường thẳng  $MN$  và mặt phẳng  $(ABC)$ .

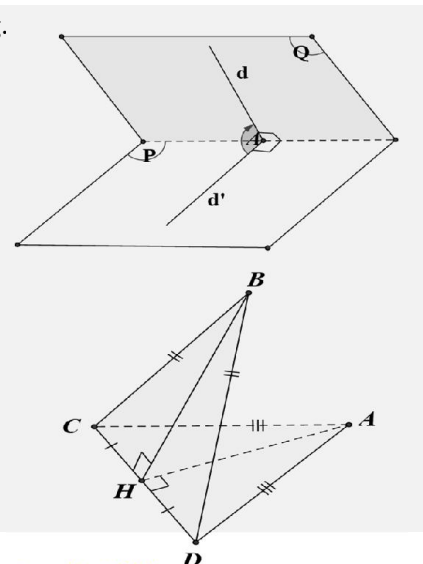
- A.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ . B.  $\frac{1}{2}$ . C.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ . D. 1.

### Dạng 3 Góc của mặt với mặt

Để tìm góc giữa hai mặt phẳng, đầu tiên tìm giao tuyến của hai mặt phẳng. Sau đó tìm hai đường thẳng lần lượt thuộc hai mặt phẳng cùng vuông góc với giao tuyến tại một điểm. Góc giữa hai mặt phẳng là góc giữa hai đường thẳng vừa tìm.

**Những trường hợp đặc biệt dễ hay ra:**

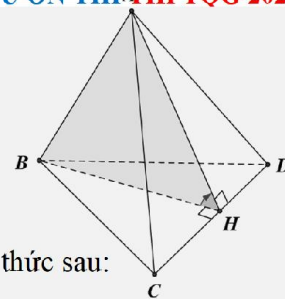
**Trường hợp 1:** Hai tam giác cân  $ACD$  và  $BCD$  có chung cạnh đáy  $CD$ . Gọi  $H$  trung điểm của  $CD$ , thì góc giữa hai mặt phẳng  $(ACD)$  và  $(BCD)$  là góc  $\widehat{AHB}$ .



**Trường hợp 2:** Hai tam giác ACD và BCD bằng nhau có chung cạnh CD.

Dựng  $AH \perp CD \Rightarrow BH \perp CD$ .

Vậy góc giữa hai mặt phẳng (ACD) và (BCD) là góc  $\widehat{AHB}$ .



**Trường hợp 3:** Khi xác định góc giữa hai mặt phẳng quá khó, ta nên sử dụng công thức sau:

$$\sin \phi = \frac{d(A, (Q))}{d(A, a)}$$

Với  $\phi$  là góc giữa hai mặt phẳng (P) và mặt phẳng (Q). A là một điểm thuộc mặt phẳng (P) và a là giao tuyến của hai mặt phẳng (P) và (Q).

**Trường hợp 4:** Có thể tìm góc giữa hai mặt phẳng bằng công thức  $S' = S \cdot \cos \phi$

**Trường hợp 5:** Tìm hai đường thẳng d và d' lần lượt vuông góc với mặt phẳng (P) và mặt phẳng (Q). Góc giữa hai mặt phẳng là góc giữa d và d'.

**Trường hợp 6: CÁCH XÁC ĐỊNH GÓC GIỮA MẶT PHẪNG BÊN VÀ MẶT PHẪNG ĐÁY**

**Bước 1:** xác định giao tuyến d của mặt bên và mặt đáy.

**Bước 2:** từ hình chiếu vuông góc của đỉnh, dựng  $AH \perp d$ .

**Bước 3:** góc cần tìm là góc  $\widehat{SHA}$ .

Với S là đỉnh, A là hình chiếu vuông góc của đỉnh trên mặt đáy.

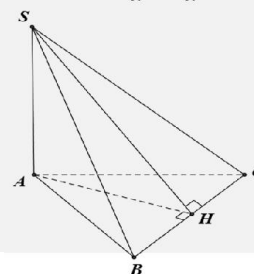
**Ví dụ điển hình:** Cho hình chóp S.ABC có SA vuông góc với đáy (ABC). Hãy xác định góc giữa mặt bên (SBC) và mặt đáy (ABC).

Ta có BC là giao tuyến của mp (SBC) và (ABC).

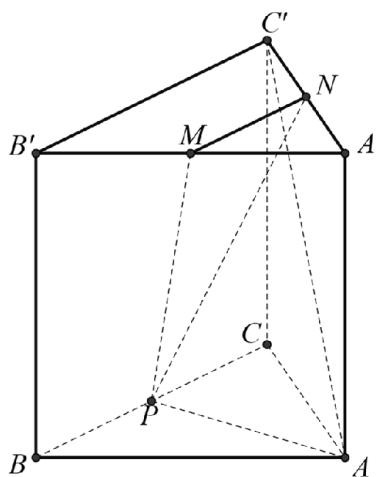
Từ hình chiếu của đỉnh là điểm A, dựng  $AH \perp BC$ .

$$Vì \begin{cases} BC \perp SA \\ BC \perp AH \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAH) \Rightarrow BC \perp SH.$$

Kết luận góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) là góc  $\widehat{SHA}$ .



**Câu 1. (Đề Tham Khảo 2018)** Cho hình lăng trụ tam giác đều  $ABC.A'B'C'$  có  $AB = 2\sqrt{3}$  và  $AA' = 2$ . Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm các cạnh  $A'B'$ ,  $A'C'$  và BC (tham khảo hình vẽ bên). Côsin của góc tạo bởi hai mặt phẳng  $(AB'C')$  và  $(MNP)$  bằng



A.  $\frac{17\sqrt{13}}{65}$

B.  $\frac{18\sqrt{13}}{65}$

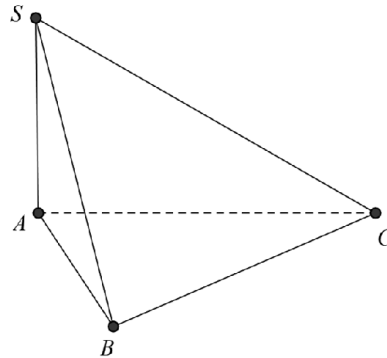
C.  $\frac{6\sqrt{13}}{65}$

D.  $\frac{\sqrt{13}}{65}$

**Câu 2. (Mã 101 2018)** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$  có tâm  $O$ . Gọi  $I$  là tâm của hình vuông  $A'B'C'D'$  và  $M$  là điểm thuộc đoạn thẳng  $OI$  sao cho  $MO = 2MI$  (tham khảo hình vẽ). Khi đó cosin của góc tạo bởi hai mặt phẳng  $(MC'D')$  và  $(MAB)$  bằng

- A.  $\frac{7\sqrt{85}}{85}$       B.  $\frac{17\sqrt{13}}{65}$       C.  $\frac{6\sqrt{13}}{65}$       D.  $\frac{6\sqrt{85}}{85}$

**Câu 3. (Chuyên Hùng Vương - Gia Lai - 2020)** Cho hình chóp  $S.ABC$  có  $SA$  vuông góc với mặt phẳng  $(ABC)$ ,  $SA = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ , tam giác  $ABC$  đều cạnh bằng  $a$  (minh họa như hình dưới). Góc tạo bởi giữa mặt phẳng  $(SBC)$  và  $(ABC)$  bằng



- A.  $90^\circ$ .      B.  $30^\circ$ .      C.  $45^\circ$ .      D.  $60^\circ$ .

**Câu 4. (Sở Bắc Giang -2019)** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật,  $AB = a$ ,  $AD = SA = 2a$ ,  $SA \perp (ABCD)$ . Tính tang của góc giữa hai mặt phẳng  $(SBD)$  và  $(ABCD)$ .

- A.  $\frac{\sqrt{5}}{2}$ .      B.  $\sqrt{5}$ .      C.  $\frac{1}{\sqrt{5}}$ .      D.  $\frac{2}{\sqrt{5}}$ .

**Câu 5. (THPT Nguyễn Khuyến 2019)** Cho hình chóp  $SABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình thoi tâm  $O$ , đường thẳng  $SO$  vuông góc với mặt phẳng  $(ABCD)$ . Biết  $AB = SB = a$ ,  $SO = \frac{a\sqrt{6}}{3}$ . Tìm số đo của góc giữa hai mặt phẳng  $(SAB)$  và  $(SAD)$ .

- A.  $30^\circ$       B.  $45^\circ$       C.  $60^\circ$       D.  $90^\circ$

**Câu 6. (Sở Quảng Ninh 2019)** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông có độ dài đường chéo bằng  $a\sqrt{2}$  và  $SA$  vuông góc với mặt phẳng  $(ABCD)$ . Gọi  $\alpha$  là góc giữa hai mặt phẳng  $(SBD)$  và  $(ABCD)$ . Nếu  $\tan \alpha = \sqrt{2}$  thì góc giữa  $(SAC)$  và  $(SBC)$  bằng.

- A.  $30^\circ$ .      B.  $90^\circ$       C.  $60^\circ$ .      D.  $45^\circ$ .

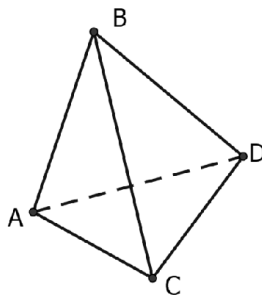
**Câu 7. (Chuyên Phan Bội Châu Nghệ An 2019)** Cho hình hộp chữ nhật  $ABCD.A'B'C'D'$  có mặt  $ABCD$  là hình vuông,  $AA' = \frac{AB\sqrt{6}}{2}$ . Xác định góc giữa hai mặt phẳng  $(A'BD)$  và  $(C'BD)$ .

- A.  $30^\circ$ .      B.  $45^\circ$ .      C.  $60^\circ$ .      D.  $90^\circ$ .

**Câu 8. (Chuyên Lương Văn Chánh - Phú Yên - 2018)** Cho hình lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$  có đáy  $ABC$  là tam giác cân, với  $AB = AC = a$  và góc  $\widehat{BAC} = 120^\circ$ , cạnh bên  $AA' = a$ . Gọi  $I$  là trung điểm của  $CC'$ . Cosin của góc tạo bởi hai mặt phẳng  $(ABC)$  và  $(AB'I)$  bằng

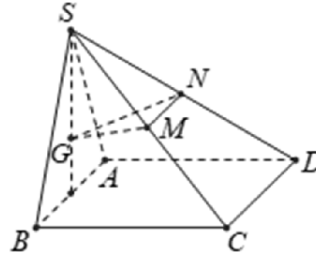
- A.  $\frac{\sqrt{11}}{11}$ .      B.  $\frac{\sqrt{33}}{11}$ .      C.  $\frac{\sqrt{10}}{10}$ .      D.  $\frac{\sqrt{30}}{10}$ .

- Câu 9. (Chuyên Hùng Vương - Phú Thọ - 2018)** Cho hình chóp  $S.ABC$  có  $SA = a$ ,  $SA \perp (ABC)$ , tam giác  $ABC$  vuông cân đỉnh  $A$  và  $BC = a\sqrt{2}$ . Gọi  $M$ ,  $N$  lần lượt là trung điểm của  $SB$ ,  $SC$ . Côsin của góc tạo bởi hai mặt phẳng  $(MNA)$  và  $(ABC)$  bằng
- A.  $\frac{\sqrt{2}}{4}$ .      B.  $\frac{\sqrt{2}}{6}$ .      C.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ .      D.  $\frac{\sqrt{3}}{3}$ .
- Câu 10. (Chuyên Hoàng Văn Thụ - Hòa Bình - 2018)** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có  $ABCD$  là hình thoi cạnh bằng  $a$  và góc  $A$  bằng  $60^\circ$ , cạnh  $SC$  vuông góc với đáy và  $SC = \frac{a\sqrt{6}}{2}$ . Giá trị lượng giác cô-sin của góc giữa hai mặt phẳng  $(SBD)$  và  $(SCD)$  bằng
- A.  $\frac{\sqrt{6}}{6}$ .      B.  $\frac{\sqrt{5}}{5}$ .      C.  $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ .      D.  $\frac{\sqrt{30}}{6}$ .
- Câu 11. (Chuyên Ngữ - Hà Nội - 2018)** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình thoi cạnh  $a$ ,  $BD = a$ . Cạnh  $SA$  vuông góc với mặt đáy và  $SA = \frac{a\sqrt{6}}{2}$ . Tính góc giữa hai mặt phẳng  $(SBC)$  và  $(SCD)$ .
- A.  $60^\circ$ .      B.  $120^\circ$ .      C.  $45^\circ$ .      D.  $90^\circ$ .
- Câu 12. (Chuyên Thái Bình 2018)** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông cân tại  $B$ ,  $AC = 2a$ , tam giác  $SAB$  và tam giác  $SCB$  lần lượt vuông tại  $A$ ,  $C$ . Khoảng cách từ  $S$  đến mặt phẳng  $(ABC)$  bằng  $2a$ . Côsin của góc giữa hai mặt phẳng  $(SAB)$  và  $(SCB)$  bằng
- A.  $\frac{1}{2}$ .      B.  $\frac{1}{3}$ .      C.  $\frac{1}{\sqrt{2}}$ .      D.  $\frac{1}{\sqrt{3}}$ .
- Câu 13. (Chuyên Thái Bình 2018)** Cho hình lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$  có  $AB = AC = a$ , góc  $\widehat{BAC} = 120^\circ$ ,  $AA' = a$ . Gọi  $M$ ,  $N$  lần lượt là trung điểm của  $B'C'$  và  $CC'$ . Số đo góc giữa mặt phẳng  $(AMN)$  và mặt phẳng  $(ABC)$  bằng
- A.  $60^\circ$ .      B.  $30^\circ$ .      C.  $\arcsin \frac{\sqrt{3}}{4}$ .      D.  $\arccos \frac{\sqrt{3}}{4}$ .
- Câu 14. (Chuyên Đh Vinh - 2018)** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh  $a$ , cạnh bên  $SA = 2a$  và vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi  $M$  là trung điểm cạnh  $SD$ . Tang của góc tạo bởi hai mặt phẳng  $(AMC)$  và  $(SBC)$  bằng
- A.  $\frac{\sqrt{5}}{5}$ .      B.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ .      C.  $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ .      D.  $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ .
- Câu 15. (Sở Thanh Hóa 2018)** Cho tứ diện  $ABCD$  có  $AC = AD = BC = BD = a$ ,  $CD = 2x$ ,  $(ACD) \perp (BCD)$ . Tìm giá trị của  $x$  để  $(ABC) \perp (ABD)$  ?



- A.  $x = a$ .      B.  $x = \frac{a\sqrt{2}}{2}$ .      C.  $x = a\sqrt{2}$ .      D.  $x = \frac{a\sqrt{3}}{3}$ .

**Câu 16. (Chuyên Vinh - 2018)** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh  $a$ , mặt bên  $SAB$  là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng  $(ABCD)$ . Gọi  $G$  là trọng tâm của tam giác  $SAB$  và  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $SC, SD$  (tham khảo hình vẽ bên). Tính cosin của góc giữa hai mặt phẳng  $(GMN)$  và  $(ABCD)$ .



- A.  $\frac{2\sqrt{39}}{39}$ .      B.  $\frac{\sqrt{3}}{6}$ .      C.  $\frac{2\sqrt{39}}{13}$ .      D.  $\frac{\sqrt{13}}{13}$ .

**Câu 17. (Chuyên Thái Bình 2018)** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$  có cạnh bằng  $a$ . Số đo của góc giữa  $(BA'C)$  và  $(DA'C)$ :

- A.  $90^\circ$ .      B.  $60^\circ$ .      C.  $30^\circ$ .      D.  $45^\circ$ .

**Câu 18. (Chuyên Trần Phú - Hải Phòng - 2018)** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình thang vuông tại  $A$  và  $D$ ,  $AB = AD = 2a$ ,  $CD = a$ . Gọi  $I$  là trung điểm cạnh  $AD$ , biết hai mặt phẳng  $(SBI)$ ,  $(SCI)$  cùng vuông góc với đáy và thể tích khối chóp  $S.ABCD$  bằng  $\frac{3\sqrt{15}a^3}{5}$ . Tính góc giữa hai mặt phẳng  $(SBC)$ ,  $(ABCD)$ .

- A.  $30^\circ$ .      B.  $36^\circ$ .      C.  $45^\circ$ .      D.  $60^\circ$ .

**Câu 19. (Chuyên Vĩnh Phúc - 2020)** Cho hình lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$  có  $AA' = AB = AC = 1$  và  $\widehat{BAC} = 120^\circ$ . Gọi  $I$  là trung điểm cạnh  $CC'$ . Cosin góc giữa hai mặt phẳng  $(ABC)$  và  $(AB'I)$  bằng

- A.  $\frac{\sqrt{370}}{20}$ .      B.  $\frac{\sqrt{70}}{10}$ .      C.  $\frac{\sqrt{30}}{20}$ .      D.  $\frac{\sqrt{30}}{10}$ .

**Câu 20. (Sở Ninh Bình 2020)** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông cân tại  $B$ , độ dài cạnh  $AC = 2a$ , các tam giác  $\triangle SAB, \triangle SCB$  lần lượt vuông tại  $A$  và  $C$ . Khoảng cách từ  $S$  đến mặt phẳng  $(ABC)$  bằng  $a$ . Giá trị cosin của góc giữa hai mặt phẳng  $(SAB)$  và  $(SCB)$  bằng

- A.  $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ .      B.  $\frac{1}{3}$ .      C.  $\frac{2}{3}$ .      D.  $\frac{\sqrt{5}}{3}$ .

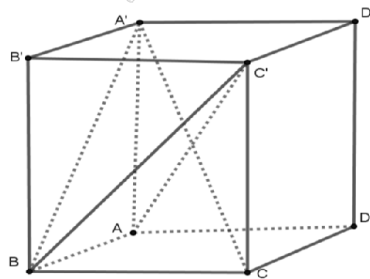
**Câu 21. (Sở Bắc Ninh - 2020)** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình thoi cạnh  $a$ ,  $\widehat{ABC} = 120^\circ$ ,  $SA$  vuông góc với mặt phẳng  $(ABCD)$ . Biết góc giữa hai mặt phẳng  $(SBC)$  và  $(SCD)$  bằng  $60^\circ$ , khi đó

- A.  $SA = \frac{a\sqrt{6}}{4}$ .      B.  $SA = a\sqrt{6}$ .      C.  $SA = \frac{a\sqrt{6}}{2}$ .      D.  $SA = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ .

**Câu 22. (Sở Bình Phước - 2020)** Cho hình lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$  có đáy là tam giác cân đỉnh  $A$ . Biết  $BC = a\sqrt{3}$  và  $\widehat{ABC} = 30^\circ$ , cạnh bên  $AA' = a$ . Gọi  $M$  là điểm thỏa mãn  $2\overrightarrow{CM} = 3\overrightarrow{CC'}$ . Gọi  $\alpha$  là góc tạo bởi hai mặt phẳng  $(ABC)$  và  $(AB'M)$ , khi đó  $\sin \alpha$  có giá trị bằng

- A.  $\frac{\sqrt{66}}{22}$ .      B.  $\frac{\sqrt{481}}{22}$ .      C.  $\frac{\sqrt{3}}{22}$ .      D.  $\frac{\sqrt{418}}{22}$ .

- Câu 23.** (Tiên Du - Bắc Ninh - 2020) Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác đều cạnh  $a$ ,  $SA$  vuông góc với mặt phẳng  $(ABC)$  và  $SA = \frac{a}{2}$ . Góc giữa mặt phẳng  $(SBC)$  và mặt phẳng  $(ABC)$  bằng
- A.  $45^\circ$ .                      B.  $90^\circ$ .                      C.  $30^\circ$ .                      D.  $60^\circ$ .
- Câu 24.** (Kim Thành - Hải Dương - 2020) Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông cân tại  $A$ ,  $AB = 2a$ ,  $SA$  vuông góc với mặt đáy và góc giữa  $SB$  và mặt đáy bằng  $60^\circ$ . Gọi  $\alpha$  là góc giữa hai mặt phẳng  $(SBC)$  và  $(ABC)$ . Giá trị  $\cos \alpha$  bằng
- A.  $\frac{\sqrt{15}}{5}$ .                      B.  $\frac{2}{5}$ .                      C.  $\frac{1}{\sqrt{7}}$ .                      D.  $\frac{2}{\sqrt{7}}$ .
- Câu 25.** (Chuyên KHTN - Hà Nội - Lần 3) Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh  $a$ , cạnh bên  $SA = a$  và vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $SB$  và  $SD$ . Tính  $\sin \varphi$  với  $\varphi$  là góc hợp bởi  $(AMN)$  và  $(SBD)$ .
- A.  $\frac{\sqrt{2}}{3}$ .                      B.  $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ .                      C.  $\frac{\sqrt{7}}{3}$ .                      D.  $\frac{1}{3}$ .
- Câu 26.** (Chuyên Nguyễn Trãi - Hải Dương - Lần 2 - 2020) Cho hình lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$  có đáy  $ABC$  là tam giác cân với  $AB = AC = a$  và góc  $\widehat{BAC} = 120^\circ$  và cạnh bên  $BB' = a$ . Gọi  $I$  là trung điểm của  $CC'$ . Tính cosin góc giữa hai mặt phẳng  $(ABC)$  và  $(AB'I)$ .
- A.  $\frac{\sqrt{3}}{10}$ .                      B.  $\frac{\sqrt{30}}{10}$ .                      C.  $\frac{\sqrt{30}}{30}$ .                      D.  $\frac{\sqrt{10}}{30}$ .
- Câu 27.** (Chuyên Sư Phạm Hà Nội - 2020) Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$ . Cosin góc giữa hai mặt phẳng  $(A'BC)$  và  $(ABC')$  bằng



- A.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ .                      B.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ .                      C. 0.                      D.  $\frac{1}{2}$ .

**BẠN HỌC THAM KHẢO THÊM DẠNG CÂU KHÁC TẠI**

<https://drive.google.com/drive/folders/15DX-hbY5paR0iUmcs4RU1DkA1-7OpKlG?usp=sharing>

Theo dõi Fanpage: **Nguyễn Bảo Vương** <https://www.facebook.com/tracnghiemtoanthpt489/>

Hoặc Facebook: **Nguyễn Vương** <https://www.facebook.com/phong.baovuong>

Tham gia ngay: **Nhóm Nguyễn Bảo Vương (TÀI LIỆU TOÁN)** <https://www.facebook.com/groups/703546230477890/>

**Ấn sub kênh Youtube: Nguyễn Vương**

[https://www.youtube.com/channel/UCQ4u2J5gIEI1iRUBT3nwJfA?view\\_as=subscriber](https://www.youtube.com/channel/UCQ4u2J5gIEI1iRUBT3nwJfA?view_as=subscriber)

Tải nhiều tài liệu hơn tại: <http://diendangiaovientoan.vn/>

**ĐỂ NHẬN TÀI LIỆU SỚM NHẤT NHÉ!**