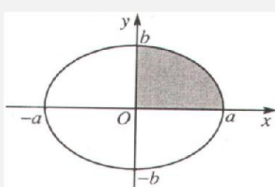
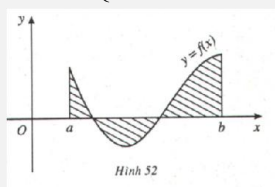
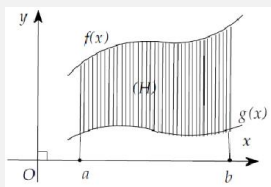


TÀI LIỆU DÀNH CHO ĐỐI TƯỢNG HỌC SINH KHÁ MỨC 7-8 ĐIỂM

Dạng 1. Ứng dụng tích phân để tìm diện tích

① Hình phẳng (H) giới hạn bởi $\begin{cases} (C_1): y = f(x) \\ (C_2): y = g(x) \\ x = a, x = b \quad (a < b) \end{cases}$ thì diện tích là $S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$.

Hình phẳng (H) giới hạn bởi $\begin{cases} (C_1): y = f(x) \\ (C_2): Ox: y = 0 \\ x = a, x = b \quad (a < b) \end{cases}$ thì diện tích là $S = \int_a^b |f(x)| dx$.



$$S_{\text{elip}} = \pi ab.$$

$$(E): \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

② Hình thức đề thường hay cho

Hình thức 1: Không cho hình vẽ, cho dạng (H): $\{y = f(x), y = g(x), x = a, x = b \quad (a < b)\}$

casio $\rightarrow \int_a^b |f(x) - g(x)| dx = \text{kết quả, so sánh với bốn đáp án.}$

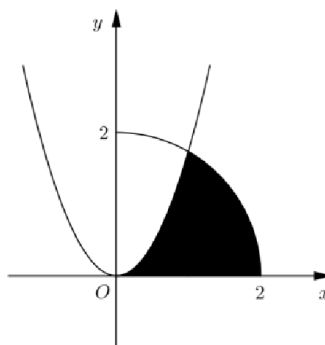
Hình thức 2: Không cho hình vẽ, cho dạng (H): $\{y = f(x), y = g(x)\}$

Giải $f(x) = g(x)$ tìm nghiệm x_1, \dots, x_i , với x_1 nhỏ nhất, x_i lớn nhất $\xrightarrow{\text{casio}} \int_{x_1}^{x_i} |f(x) - g(x)| dx$.

Hình thức 3: Cho hình vẽ, sẽ giải phương trình tìm tọa độ giao điểm (nếu chưa cho trên hình), chia từng diện tích nhỏ, vẽ hình từ trên xuống, ghi công thức và bấm máy tính.

Hình thức 4: Cho ba hàm trở lên, chẳng hạn $y = f(x), y = g(x), y = h(x)$ ta nên vẽ hình.

Câu 1. (Đề Tham Khảo 2018) Cho (H) là hình phẳng giới hạn bởi parabol $y = \sqrt{3}x^2$, cung tròn có phương trình $y = \sqrt{4-x^2}$ (với $0 \leq x \leq 2$) và trục hoành (phần tô đậm trong hình vẽ). Diện tích của (H) bằng



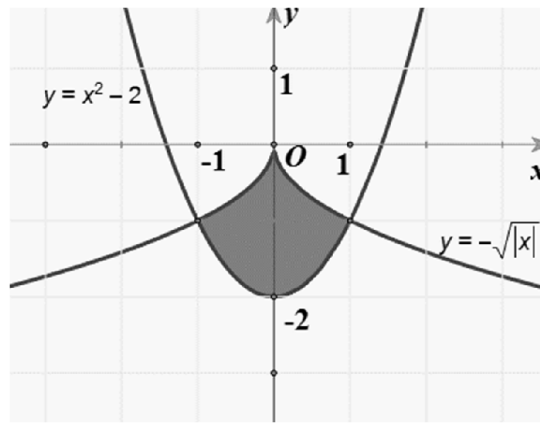
A. $\frac{4\pi + \sqrt{3}}{12}$

B. $\frac{4\pi - \sqrt{3}}{6}$

C. $\frac{4\pi + 2\sqrt{3} - 3}{6}$

D. $\frac{5\sqrt{3} - 2\pi}{3}$

Câu 2. Diện tích phần hình phẳng được tô đậm trong hình vẽ bên được tính theo công thức nào dưới đây?



A. $\int_{-1}^1 (x^2 - 2 + \sqrt{|x|}) dx$. B. $\int_{-1}^1 (x^2 - 2 - \sqrt{|x|}) dx$.
C. $\int_{-1}^1 (-x^2 + 2 + \sqrt{|x|}) dx$. D. $\int_{-1}^1 (-x^2 + 2 - \sqrt{|x|}) dx$.

Câu 3. (Sở Bắc Giang 2019) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường cong $y = x \ln x$, trục hoành và đường thẳng $x = e$ là

A. $\frac{e^2 - 1}{2}$. B. $\frac{e^2 + 1}{2}$. C. $\frac{e^2 - 1}{4}$. D. $\frac{e^2 + 1}{4}$.

Câu 4. Giá trị dương của tham số m sao cho diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y = 2x + 3$ và các đường thẳng $y = 0, x = 0, x = m$ bằng 10 là

A. $m = \frac{7}{2}$. B. $m = 5$. C. $m = 2$. D. $m = 1$.

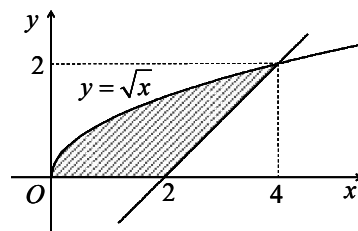
Câu 5. (Chuyên KHTN 2019) Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 7 - 4x^3 & \text{khi } 0 \leq x \leq 1 \\ 4 - x^2 & \text{khi } x > 1 \end{cases}$. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $f(x)$ và các đường thẳng $x = 0, x = 3, y = 0$.

A. $\frac{16}{3}$. B. $\frac{20}{3}$. C. 10. D. 9.

Câu 6. (Chuyên Quốc Học Huế 2019) Tính diện tích S của hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường cong $y = -x^3 + 12x$ và $y = -x^2$.

A. $S = \frac{937}{12}$ B. $S = \frac{343}{12}$ C. $S = \frac{793}{4}$ D. $S = \frac{397}{4}$

Câu 7. (Việt Đức Hà Nội 2019) Cho (H) là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{x}$, $y = x - 2$ và trục hoành. Diện tích của (H) bằng



A. $\frac{7}{3}$. B. $\frac{8}{3}$. C. $\frac{10}{3}$. D. $\frac{16}{3}$.

Câu 8. Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi các đường $y = x^2 + x - 1$ và $y = x^4 + x - 1$ là

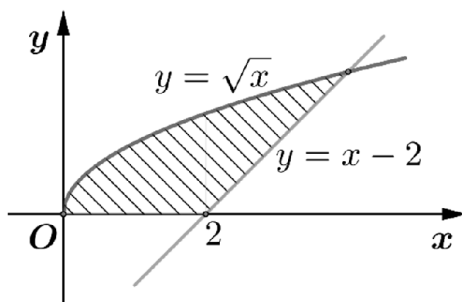
- A. $\frac{8}{15}$. B. $\frac{7}{15}$. C. $\frac{2}{5}$. D. $\frac{4}{15}$.

Câu 9. (THPT Nghĩa Hưng ND- 2019) Gọi S là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $(H): y = \frac{x-1}{x+1}$

và các trục tọa độ. Khi đó giá trị của S bằng

- A. $S = \ln 2 + 1$. B. $S = 2 \ln 2 + 1$. C. $S = \ln 2 - 1$. D. $S = 2 \ln 2 - 1$.

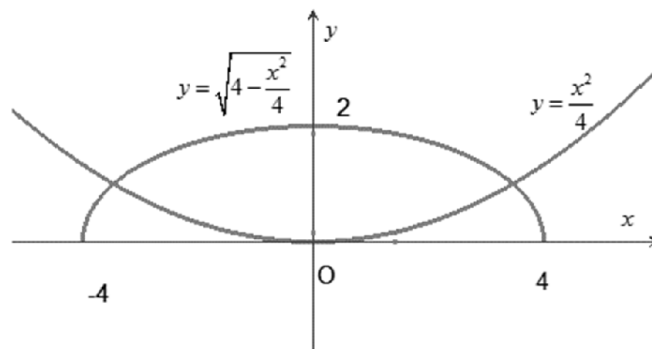
Câu 10. (THPT Gia Lộc Hải Dương 2019) Tính diện tích của phần hình phẳng gạch chéo trong hình vẽ sau:



- A. $\frac{10}{3}$. B. 4. C. $\frac{13}{3}$. D. $\frac{11}{3}$.

Câu 11. (HSG Bắc Ninh 2019) Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi parabol $y = \frac{x^2}{12}$ và đường cong có

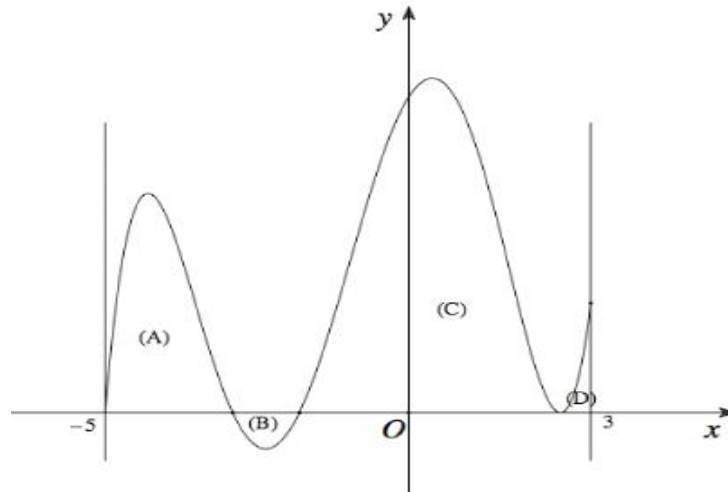
phương trình $y = \sqrt{4 - \frac{x^2}{4}}$ (tham khảo hình vẽ bên)



Diện tích hình phẳng (H) bằng:

- A. $\frac{2(4\pi + \sqrt{3})}{3}$ B. $\frac{4\pi + \sqrt{3}}{6}$ C. $\frac{4\pi + \sqrt{3}}{3}$ D. $\frac{4\sqrt{3} + \pi}{6}$

Câu 12. Cho hàm số $f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $[-5; 3]$ có đồ thị như hình vẽ bên. Biết diện tích của hình phẳng (A) , (B) , (C) , (D) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$ và trục hoành lần lượt là 6; 3; 12; 2. Tính tích phân $\int_{-3}^1 [2f(2x+1)+1] dx$ bằng

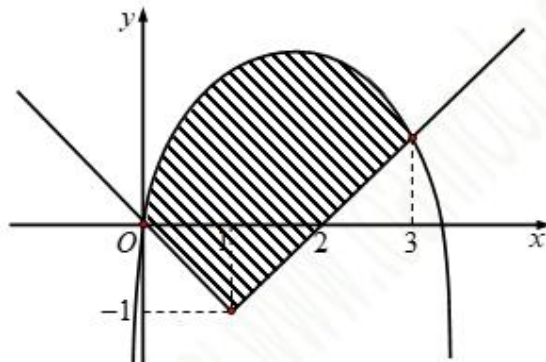


- A. 27. B. 25. C. 17. D. 21.

Câu 13. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = |x-1|$ và nửa trên của đường tròn $x^2 + y^2 = 1$ bằng?

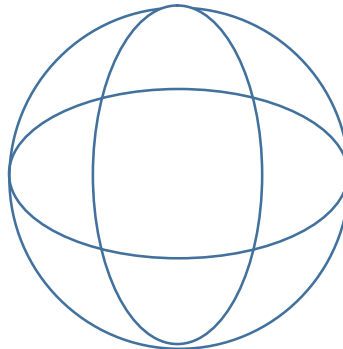
- A. $\frac{\pi}{4} - \frac{1}{2}$. B. $\frac{\pi-1}{2}$. C. $\frac{\pi}{2} - 1$. D. $\frac{\pi}{4} - 1$.

Câu 14. [Kim Liên - Hà Nội - 2018] Cho (H) là hình phẳng được tô đậm trong hình vẽ và được giới hạn bởi các đường có phương trình $y = \frac{10}{3}x - x^2$, $y = \begin{cases} -x & \text{khi } x \leq 1 \\ x-2 & \text{khi } x > 1 \end{cases}$. Diện tích của (H) bằng?



- A. $\frac{11}{6}$. B. $\frac{13}{2}$. C. $\frac{11}{2}$. D. $\frac{14}{3}$.

Câu 15. (THCS&THPT Nguyễn Khuyến - Bình Dương - 2018) Cho đường tròn có đường kính bằng 4 và 2 Elip lần lượt nhận 2 đường kính vuông góc nhau của đường tròn làm trục lớn, trục bé của mỗi Elip đều bằng 1. Diện tích S phần hình phẳng ở bên trong đường tròn và bên ngoài 2 Elip (phần gạch caro trên hình vẽ) gần với kết quả nào nhất trong 4 kết quả dưới đây?



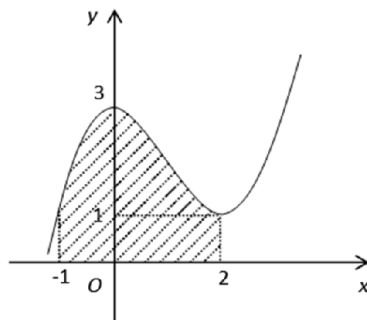
A. $S = 4,8$.

B. $S = 3,9$.

C. $S = 3,7$.

D. $S = 3,4$.

Câu 16. (THPT Trần Quốc Tuấn - 2018) Tính diện tích S của miền hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + c$, các đường thẳng $x = 1$, $x = 2$ và trục hoành (miền gạch chéo) cho trong hình dưới đây.



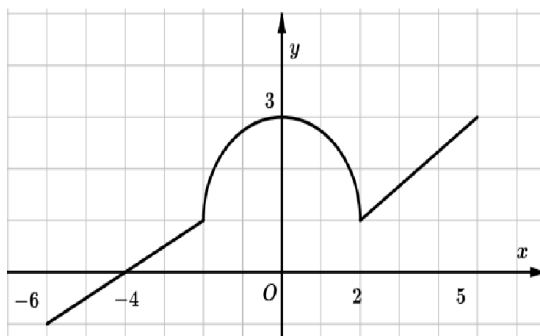
A. $S = \frac{51}{8}$.

B. $S = \frac{52}{8}$.

C. $S = \frac{50}{8}$.

D. $S = \frac{53}{8}$.

Câu 17. (Chuyên Thoại Ngọc Hầu - 2018) Cho hàm số f liên tục trên đoạn $[-6; 5]$, có đồ thị gồm 2 đoạn thẳng và nửa đường tròn như hình vẽ. Tính giá trị $I = \int_{-6}^5 [f(x) + 2] dx$.



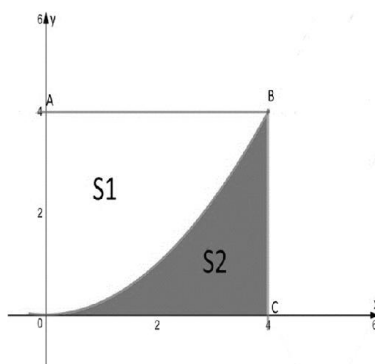
A. $I = 2\pi + 35$.

B. $I = 2\pi + 34$.

C. $I = 2\pi + 33$.

D. $I = 2\pi + 32$.

Câu 18. Hình vuông $OABC$ có cạnh bằng 4 được chia thành hai phần bởi đường cong (C) có phương trình $y = \frac{1}{4}x^2$. Gọi S_1, S_2 lần lượt là diện tích của phần không bị gạch và bị gạch như hình vẽ bên dưới. Tỉ số $\frac{S_1}{S_2}$ bằng



A. $\frac{3}{2}$.

B. 3.

C. $\frac{1}{2}$.

D. 2.

Câu 19. (Việt Đức Hà Nội 2019) Kí hiệu $S(t)$ là diện tích của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 2x + 1$, $y = 0$, $x = 1$, $x = t$ ($t > 1$). Tìm t để $S(t) = 10$.

A. $t = 3$.

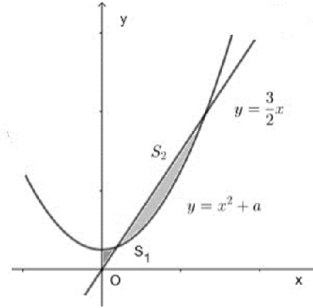
B. $t = 4$.

C. $t = 13$.

D. $t = 14$.

Câu 20. (Mã 104 - 2019) Cho đường thẳng $y = \frac{3}{2}x$ và parabol $y = x^2 + a$ (a là tham số thực dương).

Gọi S_1, S_2 lần lượt là diện tích hai hình phẳng được gạch chéo trong hình vẽ bên. Khi $S_1 = S_2$ thì a thuộc khoảng nào dưới đây?



A. $\left(0; \frac{2}{5}\right)$

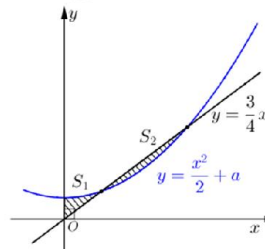
B. $\left(\frac{1}{2}; \frac{9}{16}\right)$

C. $\left(\frac{2}{5}; \frac{9}{20}\right)$

D. $\left(\frac{9}{20}; \frac{1}{2}\right)$

Câu 21. (Mã 102 - 2019) Cho đường thẳng $y = \frac{3}{4}x$ và parabol $y = \frac{1}{2}x^2 + a$, (a là tham số thực dương).

Gọi S_1, S_2 lần lượt là diện tích của hai hình phẳng được gạch chéo trong hình vẽ bên. Khi $S_1 = S_2$ thì a thuộc khoảng nào dưới đây?



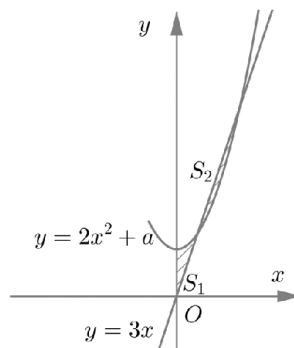
A. $\left(\frac{7}{32}; \frac{1}{4}\right)$.

B. $\left(\frac{1}{4}; \frac{9}{32}\right)$.

C. $\left(\frac{3}{16}; \frac{7}{32}\right)$.

D. $\left(0; \frac{3}{16}\right)$.

Câu 22. (Mã 103 - 2019) Cho đường thẳng $y = 3x$ và parabol $2x^2 + a$ (a là tham số thực dương). Gọi S_1 và S_2 lần lượt là diện tích của hai hình phẳng được gạch chéo trong hình vẽ bên. Khi $S_1 = S_2$ thì a thuộc khoảng nào dưới đây?



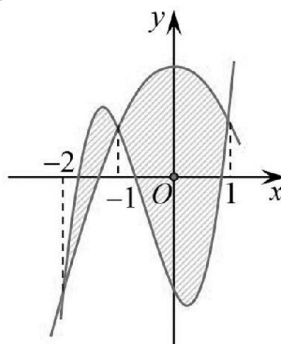
A. $\left(1; \frac{9}{8}\right)$.

B. $\left(\frac{9}{10}; 1\right)$.

C. $\left(\frac{4}{5}; \frac{9}{10}\right)$.

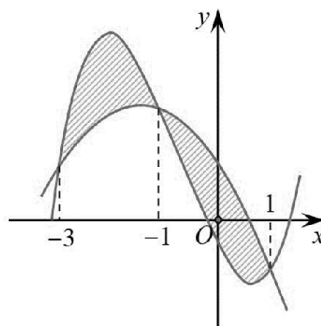
D. $\left(0; \frac{4}{5}\right)$.

- Câu 23. (Mã 102 2018)** Cho hai hàm số $f(x) = ax^2 + bx^2 + cx - 2$ và $g(x) = dx^2 + ex + 2$ ($a, b, c, d, e \in \mathbb{R}$). Biết rằng đồ thị của hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ cắt nhau tại ba điểm có hoành độ lần lượt là $-2; -1; 1$ (tham khảo hình vẽ).

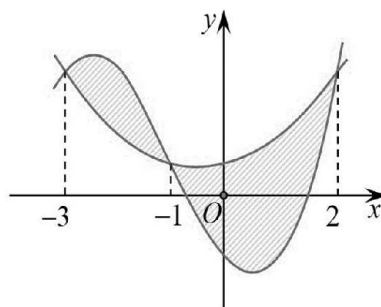


Hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị đã cho có diện tích bằng

- A. $\frac{37}{12}$ B. $\frac{37}{6}$ C. $\frac{13}{2}$ D. $\frac{9}{2}$
- Câu 24. (Mã 101 2018)** Cho hai hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx - \frac{1}{2}$ và $g(x) = dx^2 + ex + 1$ ($a, b, c, d, e \in \mathbb{R}$). Biết rằng đồ thị hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ cắt nhau tại 3 điểm có hoành độ lần lượt là $-3; -1; 1$ (tham khảo hình vẽ). Hình phẳng giới hạn bởi 2 đồ thị đã cho có diện tích bằng



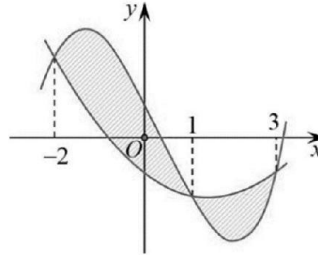
- A. 5 B. $\frac{9}{2}$ C. 8 D. 4
- Câu 25. (Mã 103 2018)** Cho hai hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx - 1$ và $g(x) = dx^2 + ex + \frac{1}{2}$ ($a, b, c, d, e \in \mathbb{R}$). Biết rằng đồ thị của hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ cắt nhau tại ba điểm có hoành độ lần lượt $-3; -1; 2$ (tham khảo hình vẽ).



Hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị đã cho có diện tích bằng

- A. $\frac{253}{12}$ B. $\frac{125}{12}$ C. $\frac{253}{48}$ D. $\frac{125}{48}$

Câu 26. (Mã 104 2018) Cho hai hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + \frac{3}{4}$ và $g(x) = dx^2 + ex - \frac{3}{4}$, ($a, b, c, d, e \in \mathbb{R}$). Biết rằng đồ thị của hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ cắt nhau ba điểm có hoành độ lần lượt là $-2; 1; 3$ (tham khảo hình vẽ). Hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị đã cho có diện tích bằng

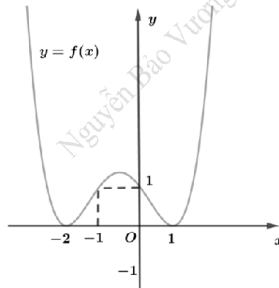


- A. $\frac{253}{48}$ B. $\frac{125}{24}$ C. $\frac{125}{48}$ D. $\frac{253}{24}$

Câu 27. Cho parabol $(P_1): y = -x^2 + 2x + 3$ cắt trục hoành tại hai điểm A, B và đường thẳng $d: y = a$ ($0 < a < 4$). Xét parabol (P_2) đi qua A, B và có đỉnh thuộc đường thẳng $y = a$. Gọi S_1 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi (P_1) và d . Gọi S_2 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi (P_2) và trục hoành. Biết $S_1 = S_2$, tính $T = a^3 - 8a^2 + 48a$.

- A. $T = 99$. B. $T = 64$. C. $T = 32$. D. $T = 72$.

Câu 28. (Tỉnh Bắc Ninh 2019) Cho hàm số $y = f(x)$ là hàm số đa thức bậc bốn và có đồ thị như hình vẽ.



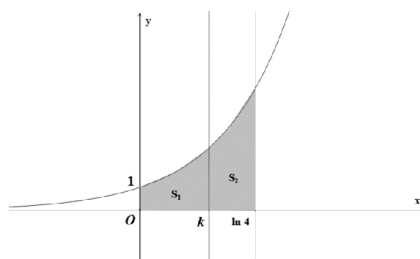
Hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hai hàm số $y = f(x); y = f'(x)$ có diện tích bằng

- A. $\frac{127}{40}$. B. $\frac{127}{10}$. C. $\frac{107}{5}$. D. $\frac{13}{5}$.

Câu 29. (THPT An Lão Hải Phòng 2019) Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $my = x^2, mx = y^2$ ($m > 0$). Tìm giá trị của m để $S = 3$.

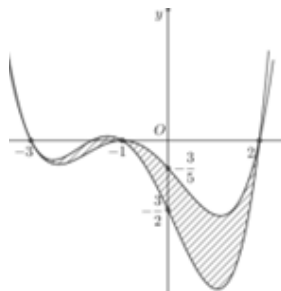
- A. $m = 1$ B. $m = 2$ C. $m = 3$ D. $m = 4$

Câu 30. (THPT Cẩm Giàng 2 -2019) Cho hình thang cong (H) giới hạn bởi các đường $y = e^x, y = 0, x = 0, x = \ln 4$. Đường thẳng $x = k$ ($0 < k < \ln 4$) chia (H) thành hai phần có diện tích là S_1 và S_2 như hình vẽ bên. Tìm k để $S_1 = 2S_2$.



- A. $k = \frac{4}{3} \ln 2$. B. $k = \ln \frac{8}{3}$. C. $k = \ln 2$. D. $k = \ln 3$.

Câu 31. Hình phẳng (H) được giới hạn bởi đồ thị của hai hàm số đa thức bậc bốn $y = f(x)$ và $y = g(x)$. Biết rằng đồ thị của hai hàm số này cắt nhau tại đúng ba điểm phân biệt có hoành độ lần lượt là $-3; -1; 2$. Diện tích của hình phẳng (H) (phần gạch sọc trên hình vẽ bên) **gần nhất** với kết quả nào dưới đây?



- A. 3,11 B. 2,45 C. 3,21 D. 2,95

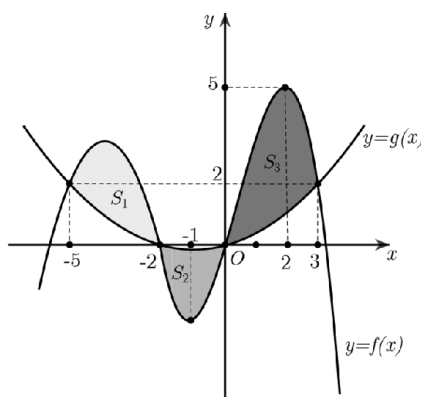
Câu 32. (THPT Quỳnh Lưu 3 Nghệ An 2019) Cho parabol (P): $y = x^2$ và hai điểm A, B thuộc (P) sao cho $AB = 2$. Diện tích lớn nhất của hình phẳng giới hạn bởi (P) và đường thẳng AB là

- A. $\frac{3}{4}$. B. $\frac{3}{2}$. C. $\frac{2}{3}$. D. $\frac{4}{3}$.

Câu 33. (KTNL GV Thuận Thành 2 Bắc Ninh 2019) Cho Parabol (P): $y = x^2 + 1$ và đường thẳng $d: y = mx + 2$ với m là tham số. Gọi m_0 là giá trị của m để diện tích hình phẳng giới hạn bởi (P) và d là nhỏ nhất. Hỏi m_0 nằm trong khoảng nào?

- A. $(-\sqrt{2}; -\frac{1}{2})$. B. $(0; 1)$. C. $(-1; \frac{1}{\sqrt{2}})$. D. $(\frac{1}{2}; 3)$.

Câu 34. (THPT Yên Phong Số 1 Bắc Ninh 2019) Cho hàm số $f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $[-5; 3]$. Biết rằng diện tích hình phẳng S_1, S_2, S_3 giới hạn bởi đồ thị hàm số $f(x)$ và đường parabol $y = g(x) = ax^2 + bx + c$ lần lượt là m, n, p .

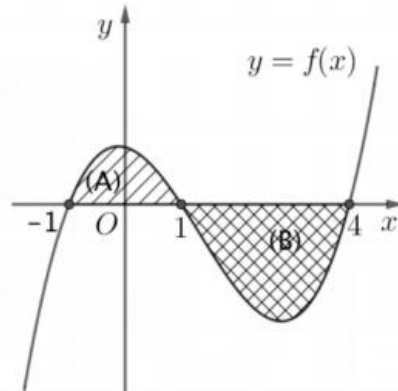


Tích phân $\int_{-5}^3 f(x) dx$ bằng

- A. $-m + n - p - \frac{208}{45}$. B. $m - n + p + \frac{208}{45}$ C. $m - n + p - \frac{208}{45}$. D. $-m + n - p + \frac{208}{45}$.

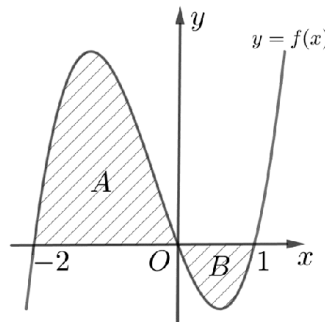
Câu 35. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và có đồ thị như hình vẽ bên. Biết rằng diện tích các phần

$(A), (B)$ lần lượt bằng 3 và 7. Tích phân $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x \cdot f(5 \sin x - 1) dx$ bằng



- A. $-\frac{4}{5}$ B. 2 C. $\frac{4}{5}$ D. -2

Câu 36. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ và diện tích hai phần A, B lần lượt bằng 11 và 2.

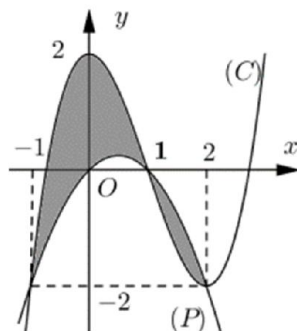


Giá trị của $I = \int_{-1}^0 f(3x+1) dx$ bằng

- A. 3. B. $\frac{13}{3}$. C. 9. D. 13.

Câu 37. (Chuyên Nguyễn Trãi Hải Dương 2019) Hình phẳng (H) được giới hạn bởi đồ thị (C) của hàm đa thức bậc ba và parabol

(P) có trục đối xứng vuông góc với trục hoành. Phần **tô đậm** của hình vẽ có diện tích bằng



- A. $\frac{37}{12}$. B. $\frac{7}{12}$. C. $\frac{11}{12}$. D. $\frac{5}{12}$.

Câu 38. (Việt Đức Hà Nội -2019) Parabol $y = \frac{x^2}{2}$ chia hình tròn có tâm là gốc tọa độ, bán kính bằng $2\sqrt{2}$ thành hai phần có diện tích S_1 và S_2 , trong đó $S_1 < S_2$. Tìm tỉ số $\frac{S_1}{S_2}$.

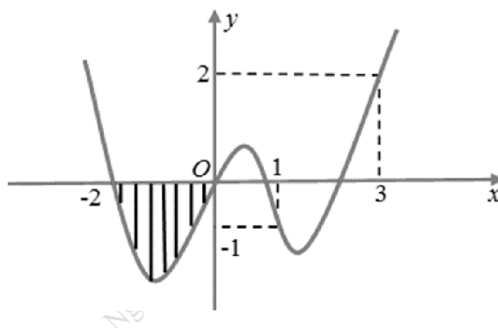
- A. $\frac{3\pi+2}{12\pi}$. B. $\frac{9\pi-2}{3\pi+2}$. C. $\frac{3\pi+2}{9\pi-2}$. D. $\frac{3\pi+2}{21\pi-2}$.

Câu 39. Tìm số thực a để hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm $y = \frac{x^2 + 2ax + 3a^2}{1 + a^6}$ và $y = \frac{a^2 - ax}{1 + a^6}$ có diện tích lớn nhất.

- A. $\frac{1}{\sqrt[3]{2}}$. B. 1. C. 2. D. $\sqrt[3]{3}$.

Câu 40. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên \mathbb{R} , đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ. Biết diện tích hình phẳng phần sọc kẻ bằng 3. Tính giá trị của biểu thức:

$$T = \int_1^2 f'(x+1)dx + \int_2^3 f'(x-1)dx + \int_3^4 f(2x-8)dx$$



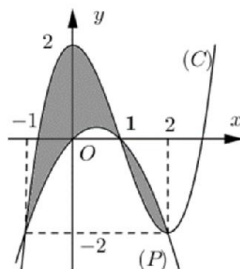
- A. $T = \frac{9}{2}$. B. $T = 6$. C. $T = 0$. D. $T = \frac{3}{2}$.

Câu 41. (THPT Yên Khánh - Ninh Bình - 2019) Cho hàm số $y = x^4 - 6x^2 + m$ có đồ thị (C_m) . Giả sử (C_m) cắt trục hoành tại bốn điểm phân biệt sao cho hình phẳng giới hạn bởi (C_m) và trục hoành có phần phía trên trục hoành và phần phía dưới trục hoành có diện tích bằng nhau. Khi đó $m = \frac{a}{b}$ (với

a, b là các số nguyên, $b > 0$, $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản). Giá trị của biểu thức $S = a + b$ là:

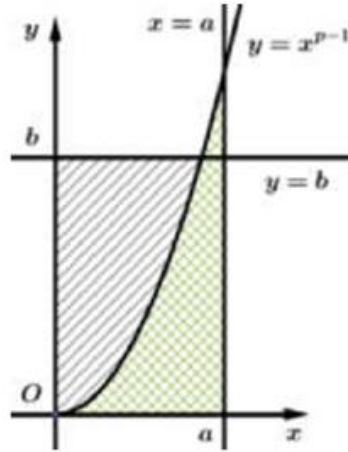
- A. 7. B. 6. C. 5. D. 4.

Câu 42. Hình phẳng (H) được giới hạn bởi đồ thị (C) của hàm số đa thức bậc ba và parabol (P) có trục đối xứng vuông góc với trục hoành. Phần **tô đậm** như hình vẽ có diện tích bằng

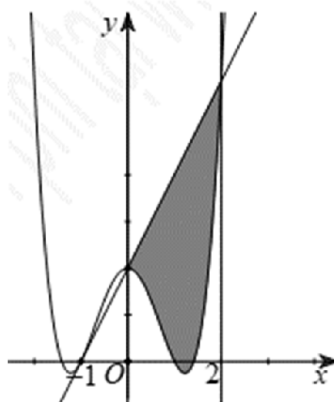


- A. $\frac{37}{12}$. B. $\frac{7}{12}$. C. $\frac{11}{12}$. D. $\frac{5}{12}$.

- Câu 43. (Chuyên Hạ Long - 2018)** Cho các số p, q thỏa mãn các điều kiện: $p > 1, q > 1, \frac{1}{p} + \frac{1}{q} = 1$ và các số dương a, b . Xét hàm số: $y = x^{p-1} (x > 0)$ có đồ thị là (C) . Gọi (S_1) là diện tích hình phẳng giới hạn bởi (C) , trục hoành, đường thẳng $x = a$, Gọi (S_2) là diện tích hình phẳng giới hạn bởi (C) , trục tung, đường thẳng $y = b$, Gọi (S) là diện tích hình phẳng giới hạn bởi trục hoành, trục tung và hai đường thẳng $x = a, y = b$. Khi so sánh $S_1 + S_2$ và S ta nhận được bất đẳng thức nào trong các bất đẳng thức dưới đây?



- A. $\frac{a^p}{p} + \frac{b^q}{q} \leq ab$ B. $\frac{a^{p-1}}{p-1} + \frac{b^{q-1}}{q-1} \geq ab$ C. $\frac{a^{p+1}}{p+1} + \frac{b^{q+1}}{q+1} \leq ab$ D. $\frac{a^p}{p} + \frac{b^q}{q} \geq ab$.
- Câu 44. (Hà Nội - 2018)** Cho khối trụ có hai đáy là hai hình tròn $(O; R)$ và $(O'; R)$, $OO' = 4R$. Trên đường tròn $(O; R)$ lấy hai điểm A, B sao cho $AB = a\sqrt{3}$. Mặt phẳng (P) đi qua A, B cắt đoạn OO' và tạo với đáy một góc 60° , (P) cắt khối trụ theo thiết diện là một phần của elip. Diện tích thiết diện đó bằng
- A. $\left(\frac{4\pi}{3} + \frac{\sqrt{3}}{2}\right)R^2$ B. $\left(\frac{2\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{4}\right)R^2$ C. $\left(\frac{2\pi}{3} + \frac{\sqrt{3}}{4}\right)R^2$ D. $\left(\frac{4\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2}\right)R^2$.
- Câu 45. (Chuyên Hùng Vương - Gia Lai - 2018)** Cho parabol $(P): y = x^2$ và một đường thẳng d thay đổi cắt (P) tại hai điểm A, B sao cho $AB = 2018$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi (P) và đường thẳng d . Tìm giá trị lớn nhất S_{\max} của S .
- A. $S_{\max} = \frac{2018^3 + 1}{6}$ B. $S_{\max} = \frac{2018^3}{3}$ C. $S_{\max} = \frac{2018^3 - 1}{6}$ D. $S_{\max} = \frac{2018^3}{3}$.
- Câu 46. (Chuyên KHTN - 2018)** Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị (C) , biết rằng (C) đi qua điểm $A(-1; 0)$, tiếp tuyến d tại A của (C) cắt (C) tại hai điểm có hoành độ lần lượt là 0 và 2 và diện tích hình phẳng giới hạn bởi d , đồ thị (C) và hai đường thẳng $x = 0; x = 2$ có diện tích bằng $\frac{28}{5}$ (phần tô màu trong hình vẽ).



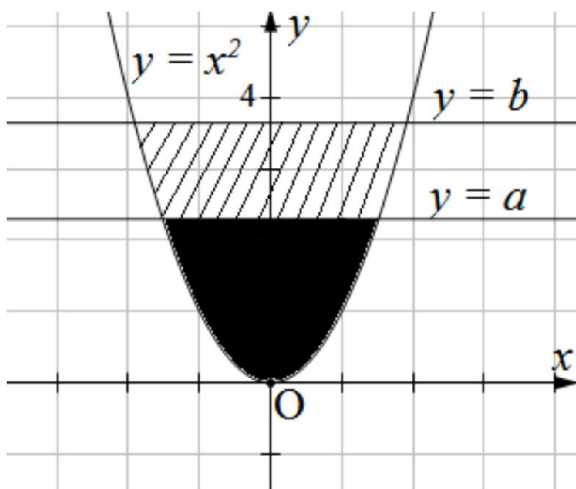
Diện tích hình phẳng giới hạn bởi (C) và hai đường thẳng $x = -1$; $x = 0$ có diện tích bằng

- A. $\frac{2}{5}$. B. $\frac{1}{4}$. C. $\frac{2}{9}$. D. $\frac{1}{5}$.

Câu 47. (THPT Tứ Kỳ - Hải Dương - 2018) Đặt S là diện tích của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y = 4 - x^2$, trục hoành và đường thẳng $x = -2$, $x = m$, $(-2 < m < 2)$. Tìm số giá trị của tham số m để $S = \frac{25}{3}$.

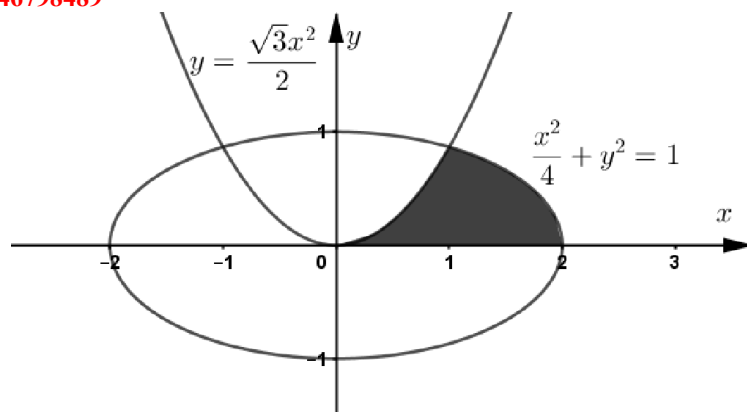
- A. 2. B. 3. C. 4. D. 1.

Câu 48. (THPT Mộ Đức - Quảng Ngãi - 2018) Trong hệ trục tọa độ Oxy , cho parabol $(P): y = x^2$ và hai đường thẳng $y = a$, $y = b$ ($0 < a < b$) (hình vẽ). Gọi S_1 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi parabol (P) và đường thẳng $y = a$ (phần tô đen); (S_2) là diện tích hình phẳng giới hạn bởi parabol (P) và đường thẳng $y = b$ (phần gạch chéo). Với điều kiện nào sau đây của a và b thì $S_1 = S_2$?



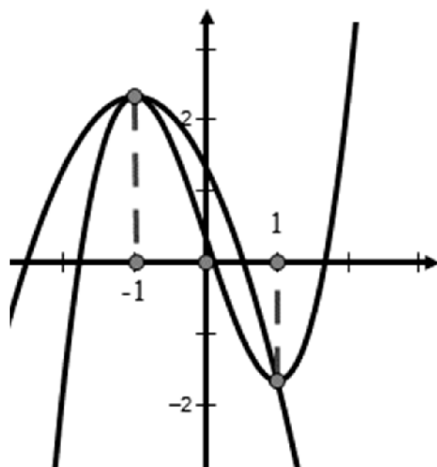
- A. $b = \sqrt[3]{4}a$. B. $b = \sqrt[3]{2}a$. C. $b = \sqrt[3]{3}a$. D. $b = \sqrt[3]{6}a$.

Câu 49. (THPT Yên Khánh A - 2018) Cho hình phẳng giới hạn bởi Elip $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$, parabol $y = \frac{\sqrt{3}}{2}x^2$ và trục hoành (phần tô đậm trong hình vẽ) có diện tích $T = \frac{a}{b}\pi + \frac{c}{d}\sqrt{3}$ (với $a, c \in \mathbb{Z}$; $b, d \in \mathbb{N}^*$; $\frac{a}{b}, \frac{c}{d}$ là các phân số tối giản). Tính $S = a + b + c + d$.



- A. $S = 32$. B. $S = 10$. C. $S = 15$. D. $S = 21$.

Câu 50. Cho hàm số $y = x^3 + ax^2 + bx + c$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$) có đồ thị (C) và $y = mx^2 + nx + p$ ($m, n, p \in \mathbb{R}$) có đồ thị (P) như hình vẽ. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi (C) và (P) có giá trị nằm trong khoảng nào sau đây?



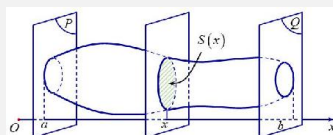
- A. $(0;1)$. B. $(1;2)$. C. $(2;3)$. D. $(3;4)$.

Dạng 2. Ứng dụng tích phân để tìm thể tích

① Thể tích vật thể

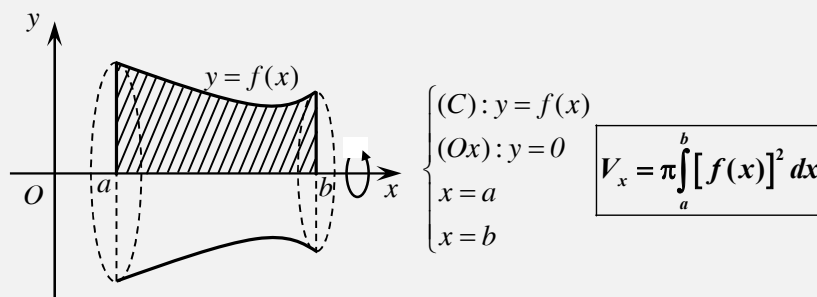
Gọi B là phần vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại các điểm a và b , $S(x)$ là diện tích thiết diện của vật thể bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm x , ($a \leq x \leq b$). Giả sử $S(x)$ là hàm số liên tục trên đoạn $[a; b]$. Khi đó, thể tích của vật thể B được

xác định:
$$V = \int_a^b S(x) dx.$$

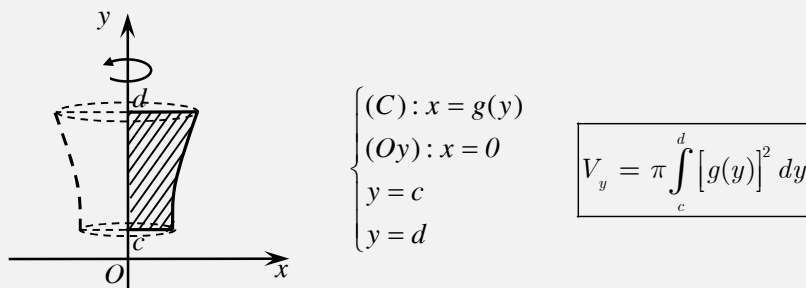


② Thể tích khối tròn xoay

a) Thể tích khối tròn xoay được sinh ra khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ quanh trục Ox :

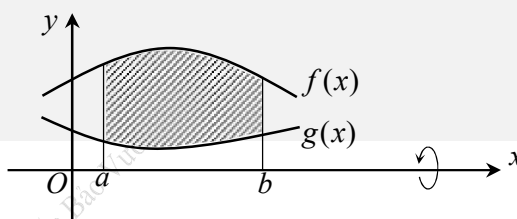


b) Thể tích khối tròn xoay được sinh ra khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $x = g(y)$, trục hoành và hai đường thẳng $y = c$, $y = d$ quanh trục Oy :



c) Thể tích khối tròn xoay được sinh ra khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x)$, $y = g(x)$ (cùng nằm một phía so với Ox) và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ quanh trục Ox :

$$V = \pi \int_a^b |f^2(x) - g^2(x)| dx.$$



Câu 1. (Đề Minh Họa 2017) Kí hiệu (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = 2(x-1)e^x$, trục tung và trục hoành. Tính thể tích V của khối tròn xoay thu được khi quay hình (H) xung quanh trục Ox

- A. $V = (e^2 - 5)\pi$ B. $V = (4 - 2e)\pi$ C. $V = e^2 - 5$ D. $V = 4 - 2e$

Câu 2. (THPT An Lão Hải Phòng 2019) Gọi V là thể tích khối tròn xoay tạo thành do quay xung quanh trục hoành một elip có phương trình $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$. V có giá trị gần nhất với giá trị nào sau đây?

- A. 550 B. 400 C. 670 D. 335

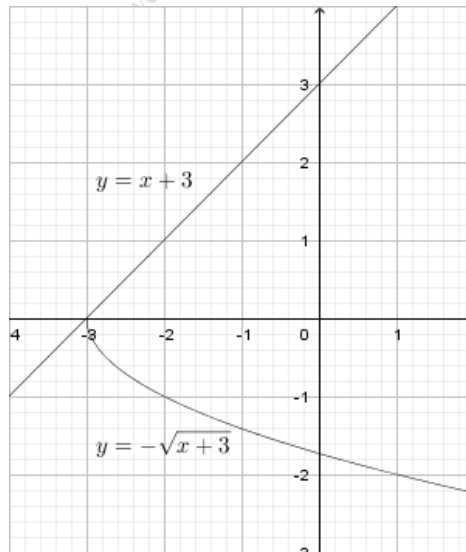
Câu 3. (THPT Cẩm Giàng 2 2019) Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = x^2 - 2x$, trục hoành và đường thẳng $x = 1$. Tính thể tích V hình tròn xoay sinh ra bởi (H) khi quay (H) quanh trục Ox .

- A. $V = \frac{4\pi}{3}$. B. $V = \frac{16\pi}{15}$. C. $V = \frac{7\pi}{8}$. D. $V = \frac{15\pi}{8}$.

Câu 4. (Chuyên Lê Quý Đôn Quảng Trị 2019) Cho hình phẳng (D) được giới hạn bởi hai đường $y = 2(x^2 - 1)$; $y = 1 - x^2$. Tính thể tích khối tròn xoay tạo thành do (D) quay quanh trục Ox .

- A. $\frac{64\pi}{15}$. B. $\frac{32}{15}$. C. $\frac{32\pi}{15}$. D. $\frac{64}{15}$.

- Câu 5. (Chuyên Bắc Giang -2019)** Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \tan x$, $y = 0$, $x = 0$, $x = \frac{\pi}{4}$ quay xung quanh trục Ox . Thể tích của khối tròn xoay tạo thành bằng:
- A. 5 B. $\pi\left(1 - \frac{\pi}{4}\right)$ C. $\frac{3\pi}{2}$ D. $\pi\left(\frac{1}{2} + \pi\right)$
- Câu 6. (Chuyên Lê Hồng Phong Nam Định -2019)** Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{x} - 2$, $y = 0$ và $x = 9$ quay xung quanh trục Ox . Tính thể tích khối tròn xoay tạo thành.
- A. $V = \frac{7}{6}$. B. $V = \frac{5\pi}{6}$. C. $V = \frac{7\pi}{11}$. D. $V = \frac{11\pi}{6}$.
- Câu 7. (Chuyên Lê Quý Đôn Điện Biên 2019)** Tính thể tích của vật thể tròn xoay được tạo thành khi quay hình (H) quanh Ox với (H) được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \sqrt{4x - x^2}$ và trục hoành.
- A. $\frac{31\pi}{3}$. B. $\frac{32\pi}{3}$. C. $\frac{34\pi}{3}$. D. $\frac{35\pi}{3}$.
- Câu 8. (Chuyên Nguyễn Tất Thành Yên Bái 2019)** Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị $y = 2x - x^2$ và trục hoành. Tính thể tích V vật thể tròn xoay sinh ra khi cho (H) quay quanh Ox .
- A. $V = \frac{4}{3}\pi$. B. $V = \frac{16}{15}\pi$. C. $V = \frac{16}{15}$. D. $V = \frac{4}{3}$.
- Câu 9.** Tính thể tích vật tròn xoay tạo bởi miền hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x + 3$, $y = -\sqrt{x+3}$, $x = 1$ xoay quanh trục Ox .



- A. $\frac{41}{2}\pi$. B. $\frac{43}{2}\pi$. C. $\frac{41}{3}\pi$. D. $\frac{40}{3}\pi$.
- Câu 10. (THPT Quang Trung Đống Đa Hà Nội 2019)** Ký hiệu (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x) = \sqrt{x} \cdot e^{x^2}$, trục hoành, đường thẳng $x = 1$. Tính thể tích V của khối tròn xoay thu được khi quay (H) quanh trục hoành.
- A. $V = e^2 - 1$. B. $V = \pi(e^2 - 1)$. C. $V = \frac{1}{4}\pi e^2 - 1$. D. $V = \frac{1}{4}\pi(e^2 - 1)$.

Câu 11. (THPT Yên Khánh - Ninh Bình 2019) Cho vật thể (T) giới hạn bởi hai mặt phẳng $x=0; x=2$. Cắt vật thể (T) bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại $x(0 \leq x \leq 2)$ ta thu được thiết diện là một hình vuông có cạnh bằng $(x+1)e^x$. Thể tích vật thể (T) bằng

- A. $\frac{\pi(13e^4 - 1)}{4}$. B. $\frac{13e^4 - 1}{4}$. C. $2e^2$. D. $2\pi e^2$.

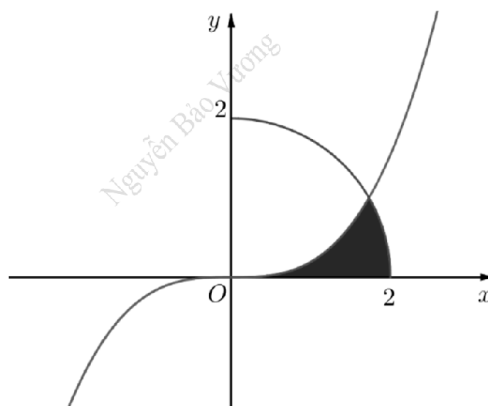
Câu 12. Cho hai mặt cầu $(S_1), (S_2)$ có cùng bán kính $R=3$ thỏa mãn tính chất tâm của (S_1) thuộc (S_2) và ngược lại. Tính thể tích V phần chung của hai khối cầu tạo bởi $(S_1), (S_2)$.

- A. $V = \frac{45\pi}{8}$. B. $V = \frac{45\pi}{4}$. C. $V = \frac{45}{4}$. D. $V = \frac{45}{8}$.

Câu 13. (Toán Học Tuổi Trẻ - 2018) Hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị $y=|x|$ và $y=x^2$ quay quanh trục tung tạo nên một vật thể tròn xoay có thể tích bằng

- A. $\frac{\pi}{6}$. B. $\frac{\pi}{3}$. C. $\frac{2\pi}{15}$. D. $\frac{4\pi}{15}$.

Câu 14. (Chuyên Nguyễn Thị Minh Khai - Sóc Trăng - 2018) Cho hình (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{3}}{9}x^3$, cung tròn có phương trình $y = \sqrt{4-x^2}$ (với $0 \leq x \leq 2$) và trục hoành (phần tô đậm trong hình vẽ).



Biết thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay (H) quanh trục hoành là $V = \left(-\frac{a}{b}\sqrt{3} + \frac{c}{d}\right)\pi$,

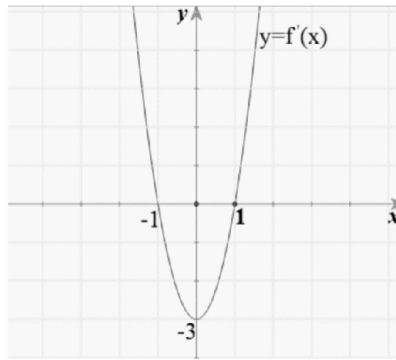
trong đó $a, b, c, d \in \mathbb{N}^*$ và $\frac{a}{b}, \frac{c}{d}$ là các phân số tối giản. Tính $P = a + b + c + d$.

- A. $P = 52$. B. $P = 40$. C. $P = 46$. D. $P = 34$.

Câu 15. (HSG Tỉnh Bắc Ninh 2019) Cho hình phẳng (H) được giới hạn bởi đường cong $y = \sqrt{m^2 - x^2}$ (m là tham số khác 0) và trục hoành. Khi (H) quay xung quanh trục hoành được khối tròn xoay có thể tích V . Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để $V < 1000\pi$.

- A. 18. B. 20. C. 19. D. 21.

Câu 16. Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$, ($a, b, c, d \in \mathbb{R}, a \neq 0$) có đồ thị (C) . Biết rằng đồ thị (C) tiếp xúc với đường thẳng $y=4$ tại điểm có hoành độ âm và đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ cho bởi hình vẽ dưới đây. Tính thể tích vật thể tròn xoay được tạo thành khi quay hình phẳng H giới hạn bởi đồ thị (C) và trục hoành khi quay xung quanh trục Ox .



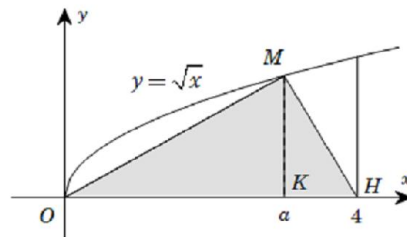
A. $\frac{725}{35}\pi$.

B. $\frac{1}{35}\pi$.

C. 6π .

D. đáp án khác.

Câu 17. (THPT Gang Thép Thái Nguyên 2019) Gọi V là thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{x}$, $y = 0$ và $x = 4$ quanh trục Ox . Đường thẳng $x = a$ ($0 < a < 4$) cắt đồ thị hàm số $y = \sqrt{x}$ tại M (hình vẽ). Gọi V_1 là thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay tam giác OMH quanh trục Ox . Biết rằng $V = 2V_1$. Khi đó



A. $a = 2$.

B. $a = 2\sqrt{2}$.

C. $a = \frac{5}{2}$.

D. $a = 3$.

Câu 18. (Chuyên Nguyễn Trãi Hải Dương 2019) Cho hình phẳng (D) giới hạn bởi các đường $y = x - \pi$, $y = \sin x$ và $x = 0$. Gọi V là thể tích khối tròn xoay tạo thành do (D) quay quanh trục hoành và $V = p\pi^4$, ($p \in \mathbb{Q}$). Giá trị của $24p$ bằng

A. 8.

B. 4.

C. 24.

D. 12.

Câu 19. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , $(H_1): \begin{cases} y = \frac{x^2}{4} \\ y = -\frac{x^2}{4} \\ x = -4, x = 4 \end{cases}$, $(H_2): \begin{cases} x^2 + y^2 \leq 16 \\ x^2 + (y-2)^2 \geq 4 \\ x^2 + (y+2)^2 \geq 4 \end{cases}$. Cho

$(H_1), (H_2)$ xoay quanh trục Oy ta được các vật thể có thể tích lần lượt V_1, V_2 . Đẳng thức nào sau đây đúng.

A. $V_1 = V_2$.

B. $V_1 = \frac{1}{2}V_2$.

C. $V_1 = 2V_2$.

D. $V_1 = \frac{3}{2}V_2$.

Câu 20. (THPT Chu Văn An -Thái Nguyên - 2018) Cho hình thang $ABCD$ có AB song song CD và $AB = AD = BC = a$, $CD = 2a$. Tính thể tích khối tròn xoay khi quay hình thang $ABCD$ quanh trục là đường thẳng AB .

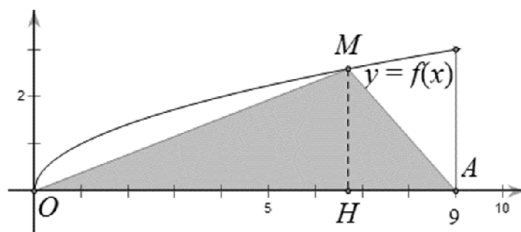
A. $\frac{5}{4}\pi a^3$.

B. $\frac{5}{2}\pi a^3$.

C. $\frac{3-2\sqrt{2}}{3}\pi a^3$.

D. πa^3 .

Câu 21. (Chuyên Lê Hồng Phong - Tphcm - 2018) Cho đồ thị $(C): y = f(x) = \sqrt{x}$. Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (C) , đường thẳng $x = 9$ và trục Ox . Cho điểm M thuộc đồ thị (C) và điểm $A(9;0)$. Gọi V_1 là thể tích khối tròn xoay khi cho (H) quay quanh trục Ox , V_2 là thể tích khối tròn xoay khi cho tam giác AOM quay quanh trục Ox . Biết rằng $V_1 = 2V_2$. Tính diện tích S phần hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (C) và đường thẳng OM .



- A. $S = 3$. B. $S = \frac{27\sqrt{3}}{16}$. C. $S = \frac{3\sqrt{3}}{2}$. D. $S = \frac{4}{3}$.

BẠN HỌC THAM KHẢO THÊM DẠNG CÂU KHÁC TẠI

☞ <https://drive.google.com/drive/folders/15DX-hbY5paR0iUmcs4RU1DkA1-7QpKlG?usp=sharing>

Theo dõi Fanpage: **Nguyễn Bảo Vương** ☞ <https://www.facebook.com/tracnghiemtoanthpt489/>

Hoặc Facebook: **Nguyễn Vương** ☞ <https://www.facebook.com/phong.baovuong>

Tham gia ngay: **Nhóm Nguyễn Bào Vương (TÀI LIỆU TOÁN)** ☞ <https://www.facebook.com/groups/703546230477890/>

Ấn sub kênh Youtube: Nguyễn Vương

☞ https://www.youtube.com/channel/UCQ4u2J5gIEI1iRUbT3nwJfA?view_as=subscriber

Tải nhiều tài liệu hơn tại: <http://diendangiaovientoan.vn/>

ĐỂ NHẬN TÀI LIỆU SỚM NHẤT NHÉ!