

TÀI LIỆU DÀNH CHO ĐỐI TƯỢNG HỌC SINH KHÁ MỨC 7-8 ĐIỂM

1. PHƯƠNG PHÁP CHUNG

THỂ TÍCH KHỐI CHÓP – KHỐI LĂNG TRỤ

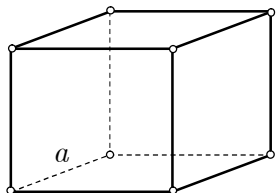
1. **Thể tích khối chóp**

$$V_{\text{chóp}} = \frac{1}{3} \cdot S_{\text{đáy}} \cdot \text{chiều cao} = \frac{1}{3} \cdot S_{\text{đáy}} \cdot d(\text{đỉnh; mặt phẳng đáy})$$

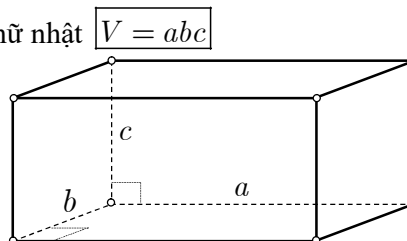
2. **Thể tích khối lăng trụ**

$$V_{\text{lăng trụ}} = S_{\text{đáy}} \cdot \text{chiều cao}$$

• Thể tích khối lập phương $V = a^3$



• Thể tích khối hộp chữ nhật $V = abc$

3. **Tỉ số thể tích**

• Cho khối chóp $S.ABC$, trên các đoạn thẳng SA , SB , SC lần lượt lấy các điểm A' , B' , C' khác S . Khi đó ta luôn có tỉ số thể tích:

$$\frac{V_{S.A'B'C'}}{V_{S.ABC}} = \frac{SA'}{SA} \cdot \frac{SB'}{SB} \cdot \frac{SC'}{SC}$$

• Ngoài những cách tính thể tích trên, ta còn phương pháp chia nhỏ khối đa diện thành những đa diện nhỏ mà dễ dàng tính toán. Sau đó cộng lại.

• Ta thường dùng tỉ số thể tích khi điểm chia đoạn theo tỉ lệ.

4. **Tính chất của hình chóp đều**

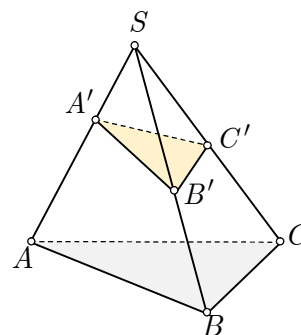
• **Đáy là đa giác đều** (hình chóp tam giác đều có đáy là tam giác đều, hình chóp tứ giác đều có đáy là hình vuông).

• **Chiều cao trùng với tâm đường tròn ngoại tiếp đa giác đáy**

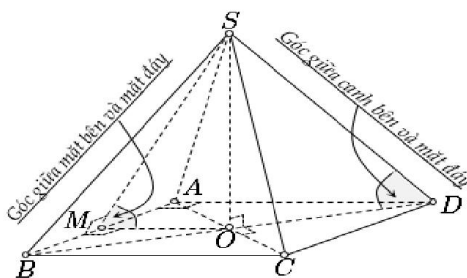
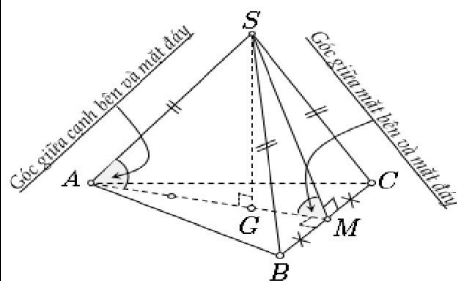
• **Các mặt bên là những tam giác cân và bằng nhau.**

• **Góc giữa các cạnh bên và mặt đáy đều bằng nhau.**

• **Góc giữa các mặt bên và mặt đáy đều bằng nhau.**



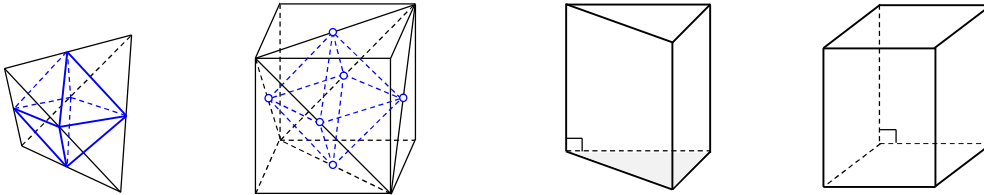
đều,

5. **Tứ diện đều và bát diện đều:**

• **Tứ diện đều** là hình chóp có tất cả các mặt là những tam giác đều bằng nhau.

• **Bát diện đều** là hình gồm hai hình chóp tứ giác đều ghép trùng khít hai đáy với nhau. Mỗi đỉnh của nó là đỉnh chung của bốn tam giác đều. Tám mặt là các tam giác đều và bằng nhau.

Nếu nối trung điểm của hình tứ diện đều hoặc tâm các mặt của hình lập phương ta sẽ thu được một hình bát diện đều.



Hình lăng trụ đứng và hình lăng trụ đều:

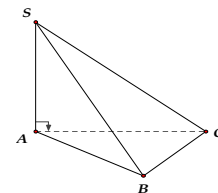
• **Hình lăng trụ đứng** là hình lăng trụ có các cạnh bên vuông góc với mặt phẳng đáy. Do đó các mặt bên của hình lăng trụ đứng là các hình chữ nhật và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy.

• **Hình lăng trụ đều** là hình lăng trụ đứng có đáy là đa giác đều.

XÁC ĐỊNH CHIỀU CAO THƯỜNG GẶP

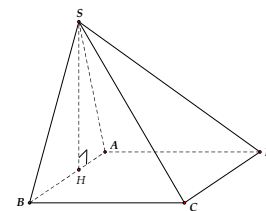
a) Hình chóp có một cạnh bên vuông góc với đáy:
Chiều cao của hình chóp là độ dài cạnh bên vuông góc với đáy.

Ví dụ: Hình chóp $S.ABC$ có cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy, tức $SA \perp (ABC)$ thì chiều cao của hình chóp là SA .



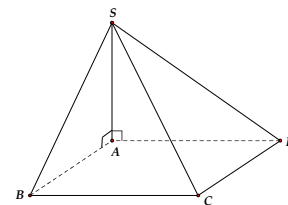
b) Hình chóp có 1 mặt bên vuông góc với mặt đáy:
Chiều cao của hình chóp là chiều cao của tam giác chứa trong mặt bên vuông góc với đáy.

Ví dụ: Hình chóp $S.ABCD$ có mặt bên (SAB) vuông góc với mặt phẳng đáy $(ABCD)$ thì chiều cao của hình chóp là SH là chiều cao của $\triangle SAB$.



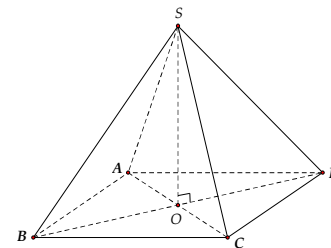
c) Hình chóp có 2 mặt bên vuông góc với mặt đáy:
Chiều cao của hình chóp là giao tuyến của hai mặt bên cùng vuông góc với mặt phẳng đáy.

Ví dụ: Hình chóp $S.ABCD$ có hai mặt bên (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với mặt đáy $(ABCD)$ thì chiều cao của hình chóp là SA .



d) Hình chóp đều:
Chiều cao của hình chóp là đoạn thẳng nối đỉnh và tâm của đáy. Đối với hình chóp đều đáy là tam giác thì tâm là trọng tâm G của tam giác đều.

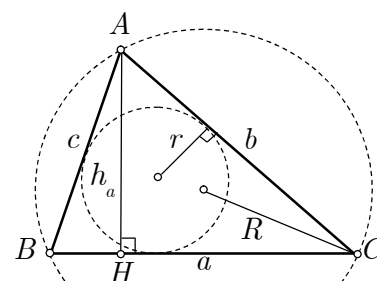
Ví dụ: Hình chóp đều $S.ABCD$ có tâm đa giác đáy là giao điểm của hai đường chéo hình vuông $ABCD$ thì có đường cao là SO .



DIỆN TÍCH CỦA MỘT SỐ HÌNH THƯỜNG GẶP

□ **Diện tích tam giác thường:** Cho tam giác ABC và đặt $AB = c$, $BC = a$, $CA = b$ và $p = \frac{a+b+c}{2}$: nửa chu vi. Gọi R , r lần lượt là bán kính đường tròn ngoại tiếp và nội tiếp của tam giác ABC . Khi đó:

$$\begin{aligned} S_{\triangle ABC} &= \frac{1}{2} a \cdot h_a = \frac{1}{2} b \cdot h_b = \frac{1}{2} c \cdot h_c \\ &= \frac{1}{2} ab \sin C = \frac{1}{2} bc \sin A = \frac{1}{2} ac \sin B \\ &= \frac{abc}{4R} = p \cdot r \\ &= \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}, \text{ (Héron)} \end{aligned}$$



- $S_{\text{tam giác vuông}} = \frac{1}{2} \cdot (\text{tích hai cạnh góc vuông})$.
- $S_{\text{tam giác vuông cân}} = \frac{(\text{cạnh huyền})^2}{4}$.
- $S_{\text{tam giác đều}} = \frac{(\text{cạnh})^2 \cdot \sqrt{3}}{4} \Rightarrow \text{Chiều cao tam giác đều} = \frac{\text{cạnh} \cdot \sqrt{3}}{2}$.
- $S_{\text{hình chữ nhật}} = \text{dài} \times \text{rộng}$ và $S_{\text{hình vuông}} = (\text{cạnh})^2$.
- $S_{\text{hình thang}} = \frac{(\text{đáy lớn} + \text{đáy bé}) \cdot (\text{chiều cao})}{2}$.
- $S_{\text{Tứ giác có 2 đường chéo vuông góc}} = \frac{\text{Tích hai đường chéo}}{2} \Rightarrow S_{\text{hình thoi}} = \frac{\text{Tích 2 đường chéo}}{2}$.

HỆ THỨC LƯỢNG TRONG TAM GIÁC

1. Hệ thức lượng trong tam giác vuông

Cho $\triangle ABC$ vuông tại A , có AH là đường cao, AM là trung tuyến. Khi đó:

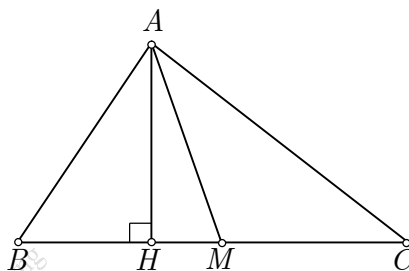
* $BC^2 = AB^2 + AC^2$ (Pitago), $AH \cdot BC = AB \cdot AC$.

* $AB^2 = BH \cdot BC$ và $AC^2 = CH \cdot CB$.

* $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2}$ và $AH^2 = HB \cdot HC$.

* $BC = 2AM$.

* $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot AC = \frac{1}{2} \cdot AH \cdot BC$.



2. Hệ thức lượng trong tam giác thường

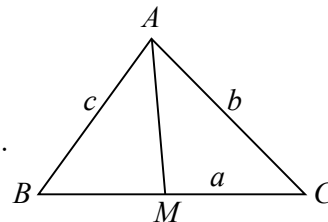
Cho $\triangle ABC$ và đặt

$AB = c, BC = a, CA = b, p = \frac{a+b+c}{2}$ (nửa chu vi).

Gọi R, r lần lượt là bán kính đường tròn ngoại tiếp và nội tiếp tam giác ABC . Khi đó:

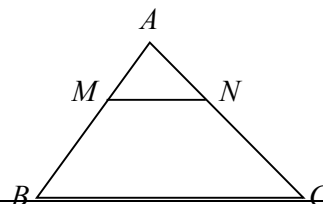
* **Định lý hàm sin:** $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$.

* **Định lý hàm cos:**
$$\begin{cases} a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \hat{A} \Rightarrow \cos \hat{A} = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} \\ b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos \hat{B} \Rightarrow \cos \hat{B} = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac} \\ c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \hat{C} \Rightarrow \cos \hat{C} = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab} \end{cases}$$



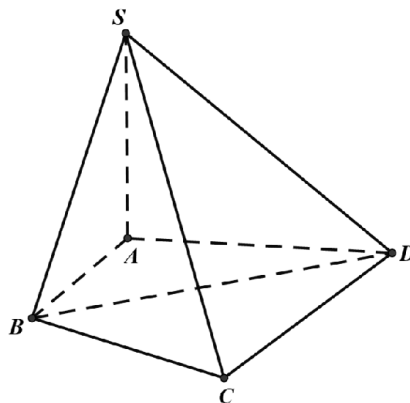
* **Công thức trung tuyến:**
$$\begin{cases} AM^2 = \frac{AB^2 + AC^2}{2} - \frac{BC^2}{4} \\ BN^2 = \frac{BA^2 + BC^2}{2} - \frac{AC^2}{4} \\ CK^2 = \frac{CA^2 + CB^2}{2} - \frac{AB^2}{4} \end{cases}$$

* **Định lý Thales:**
$$\begin{cases} MN \parallel BC \Rightarrow \frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC} = k \\ \frac{S_{\triangle AMN}}{S_{\triangle ABC}} = \left(\frac{AM}{AB}\right)^2 = k^2 \end{cases}$$



Dạng 1. Cạnh bên vuông góc với đáy

- Câu 1.** (Mã 105 2017) Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với đáy và khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. Tính thể tích của khối chóp đã cho.
- A. $\frac{a^3}{3}$ B. a^3 C. $\frac{\sqrt{3}a^3}{9}$ D. $\frac{a^3}{2}$
- Câu 2.** (Mã 110 2017) Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a$, $AD = a\sqrt{3}$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và mặt phẳng (SBC) tạo với đáy một góc 60° . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.
- A. $V = 3a^3$ B. $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{3}$ C. $V = a^3$ D. $V = \frac{a^3}{3}$
- Câu 3.** (Mã 123 2017) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với đáy, SC tạo với mặt phẳng (SAB) một góc 30° . Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$
- A. $\frac{2a^3}{3}$ B. $\frac{\sqrt{2}a^3}{3}$ C. $\frac{\sqrt{6}a^3}{3}$ D. $\sqrt{2}a^3$
- Câu 4.** (Chuyên Vĩnh Phúc 2019) Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại C , cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy, biết $AB = 4a$, $SB = 6a$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ là V . Tỷ số $\frac{a^3}{3V}$ là
- A. $\frac{\sqrt{5}}{80}$ B. $\frac{\sqrt{5}}{40}$ C. $\frac{\sqrt{5}}{20}$ D. $\frac{3\sqrt{5}}{80}$
- Câu 5.** (Chuyên Bắc Giang 2019) Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $AB = a$, $\widehat{ACB} = 60^\circ$, cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy và SB hợp với mặt đáy một góc 45° . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.
- A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{18}$ B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$ C. $V = \frac{a^3}{2\sqrt{3}}$ D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{9}$
- Câu 6.** (Lương Thế Vinh Hà Nội Năm 2019) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật $AB = a$ và $AD = 2a$, cạnh bên SA vuông góc với đáy. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ biết góc giữa hai mặt phẳng (SBD) và $(ABCD)$ bằng 60° .
- A. $V = \frac{a^3\sqrt{15}}{15}$ B. $V = \frac{a^3\sqrt{15}}{6}$ C. $V = \frac{4a^3\sqrt{15}}{15}$ D. $V = \frac{a^3\sqrt{15}}{3}$
- Câu 7.** (Hoàng Hoa Thám 2019) Cho hình chóp $S.ABCD$ có $AB = 5\sqrt{3}$, $BC = 3\sqrt{3}$, góc $\widehat{BAD} = \widehat{BCD} = 90^\circ$, $SA = 9$ và SA vuông góc với đáy. Biết thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng $66\sqrt{3}$, tính cotang của góc giữa mặt phẳng (SBD) và mặt đáy.



A. $\frac{20\sqrt{273}}{819}$. B. $\frac{\sqrt{91}}{9}$. C. $\frac{3\sqrt{273}}{20}$. D. $\frac{9\sqrt{91}}{9}$.

Câu 8. (THPT Yên Khánh - Ninh Bình - 2019) Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều, $SA \perp (ABC)$. Mặt phẳng (SBC) cách A một khoảng bằng a và hợp với mặt phẳng (ABC) góc 30° . Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{8a^3}{9}$. B. $\frac{8a^3}{3}$. C. $\frac{\sqrt{3}a^3}{12}$. D. $\frac{4a^3}{9}$.

Câu 9. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Hai mặt phẳng (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với đáy. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ biết rằng $SC = a\sqrt{3}$.

A. $V_{S.ABCD} = a^3$. B. $V_{S.ABCD} = \frac{a^3}{3}$. C. $V_{S.ABCD} = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. D. $V_{S.ABCD} = \frac{a^3\sqrt{3}}{9}$.

Câu 10. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC vuông tại C , $AB = 2a$, $AC = a$ và SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) . Biết góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SBC) bằng 60° . Tính thể tích của khối chóp $S.ABC$.

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. B. $\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$. C. $\frac{a^3\sqrt{6}}{4}$. D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$.

Câu 11. Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác cân tại A với $BC = 2a$, $\widehat{BAC} = 120^\circ$, biết $SA \perp (ABC)$ và mặt (SBC) hợp với đáy một góc 45° . Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $\frac{a^3}{2}$. B. $a^3\sqrt{2}$. C. $\frac{a^3}{9}$. D. $\frac{a^3}{3}$.

Câu 12. (Bạc Liêu – Ninh Bình) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật có $AB = a$, $AD = 2a$; SA vuông góc với đáy, khoảng cách từ A đến (SCD) bằng $\frac{a}{2}$. Tính thể tích của khối chóp theo a .

A. $\frac{4\sqrt{15}}{45}a^3$. B. $\frac{4\sqrt{15}}{15}a^3$. C. $\frac{2\sqrt{5}}{15}a^3$. D. $\frac{2\sqrt{5}}{45}a^3$.

Câu 13. (Cụm liên trường Hải Phòng- 2019) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với đáy $ABCD$, góc giữa hai mặt phẳng (SBD) và $ABCD$ bằng 60° . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SB, SC . Tính thể tích khối chóp $S.ADNM$.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{16}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{24}$. C. $V = \frac{3a^3\sqrt{6}}{16}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{8}$.

Câu 14. (Chuyên Lê Quý Đôn Điện Biên 2019) Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với đáy và khoảng cách từ C đến mặt phẳng (SBD) bằng $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. Tính thể tích V của khối chóp đã cho.

A. $V = \frac{a^3}{2}$. B. $V = a^3$. C. $V = \frac{a^3}{3}$. D. $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{9}$.

Câu 15. (Bỉm Sơn - Thanh Hóa - 2019) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với mặt đáy, SD tạo với mặt phẳng (SAB) một góc bằng 30° . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = \sqrt{3}a^3$. B. $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{3}$. C. $V = \frac{\sqrt{6}a^3}{18}$. D. $V = \frac{\sqrt{6}a^3}{3}$.

Câu 16. (Thpt Vĩnh Lộc - Thanh Hóa 2019) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi, góc BAD bằng 120° , $AB = a$. Hai mặt phẳng (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với đáy. Góc giữa (SBC) và mặt phẳng đáy là 60° . Tính thể tích V của chóp $S.ABCD$.

A. $V = \frac{2a^3\sqrt{15}}{15}$. B. $V = \frac{a^3}{12}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{13}}{12}$.

Dạng 2. Mặt bên vuông góc với đáy

Câu 1. (THPT Việt Đức Hà Nội 2019) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , mặt bên SAB là tam giác cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy; góc giữa SC và mặt phẳng đáy bằng 45° . Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng:

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$ B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{9}$ C. $\frac{a^3\sqrt{5}}{24}$ D. $\frac{a^3\sqrt{5}}{6}$

Câu 2. (THPT Thiệu Hóa – Thanh Hóa -2019) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, tam giác SAB là tam giác đều cạnh a và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Mặt phẳng (SCD) tạo với đáy góc 30° . Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là?

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$ B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$ C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{36}$ D. $\frac{5a^3\sqrt{3}}{36}$

Câu 3. (THPT Nguyễn Khuyến 2019) Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng $\sqrt{2}a$. Tam giác SAD cân tại S và mặt bên (SAD) vuông góc với mặt phẳng đáy. Biết thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng $\frac{4}{3}a^3$. Tính khoảng cách h từ B đến mặt phẳng (SCD) .

A. $h = \frac{4}{3}a$ B. $h = \frac{3}{2}a$ C. $h = \frac{2\sqrt{5}}{5}a$ D. $h = \frac{\sqrt{6}}{3}a$

Câu 4. (Đề Minh Họa 2017) Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh bằng $\sqrt{2}a$. Tam giác SAD cân tại S và mặt bên (SAD) vuông góc với mặt phẳng đáy. Biết thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng $\frac{4}{3}a^3$. Tính khoảng cách h từ B đến mặt phẳng (SCD)

A. $h = \frac{3}{4}a$ B. $h = \frac{2}{3}a$ C. $h = \frac{4}{3}a$ D. $h = \frac{8}{3}a$

Câu 5. (Gia Bình 2019) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông và tam giác SAB đều nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Biết khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và BD bằng $\sqrt{21}$. Hãy cho biết cạnh đáy bằng bao nhiêu?

A. $\sqrt{21}$ B. 21 C. $7\sqrt{3}$ D. 7

Câu 6. (THPT Minh Khai Hà Tĩnh 2019) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B , $BC = \frac{1}{2}AD = a$. Tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy, góc giữa SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng α sao cho $\tan \alpha = \frac{\sqrt{15}}{5}$. Tính thể tích khối chóp $S.ACD$ theo a .

A. $V_{S.ACD} = \frac{a^3}{2}$. B. $V_{S.ACD} = \frac{a^3}{3}$. C. $V_{S.ACD} = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. D. $V_{S.ACD} = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Câu 7. (THPT Gang Thép Thái Nguyên 2019) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật; $AB = a$; $AD = 2a$. Tam giác SAB cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Góc

giữa đường thẳng SC và mp($ABCD$) bằng 45° . Gọi M là trung điểm của SD . Tính theo a khoảng cách d từ điểm M đến (SAC).

A. $d = \frac{a\sqrt{1513}}{89}$. B. $d = \frac{2a\sqrt{1315}}{89}$. C. $d = \frac{a\sqrt{1315}}{89}$. D. $d = \frac{2a\sqrt{1513}}{89}$.

Câu 8. (Sở Bắc Giang 2019) Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A . Hình chiếu của S lên mặt phẳng (ABC) là trung điểm H của BC , $AB = a$, $AC = a\sqrt{3}$, $SB = a\sqrt{2}$. Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. B. $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. D. $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$.

Câu 9. (Cục Liên Trường Hải Phòng 2019) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, mặt bên SAD là tam giác vuông tại S . Hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng đáy là điểm H thuộc cạnh AD sao cho $HA = 3HD$. Biết rằng $SA = 2a\sqrt{3}$ và SC tạo với đáy một góc bằng 30° . Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = 8\sqrt{6}a^3$. B. $V = \frac{8\sqrt{6}a^3}{3}$. C. $V = 8\sqrt{2}a^3$. D. $V = \frac{8\sqrt{6}a^3}{9}$.

Câu 10. (THPT Việt Đức Hà Nội 2019) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A và D , $AB = AD = a$, $CD = 2a$. Hình chiếu của đỉnh S lên mặt ($ABCD$) trùng với trung điểm của BD . Biết thể tích tứ diện $SBCD$ bằng $\frac{a^3}{\sqrt{6}}$. Khoảng cách từ đỉnh A đến mặt phẳng (SBC) là?

A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ B. $\frac{a\sqrt{2}}{6}$ C. $\frac{a\sqrt{3}}{6}$ D. $\frac{a\sqrt{6}}{4}$

Câu 11. (THPT Lê Quý Đôn Điện Biên 2019) Hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là vuông cạnh a , hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng ($ABCD$) trùng với trung điểm của cạnh AD ; gọi M là trung điểm của CD ; cạnh bên SB hợp với đáy góc 60° . Tính theo a thể tích của khối chóp $S.ABM$.

A. $\frac{a^3\sqrt{15}}{3}$ B. $\frac{a^3\sqrt{15}}{6}$ C. $\frac{a^3\sqrt{15}}{4}$ D. $\frac{a^3\sqrt{15}}{12}$

Câu 12. (HSG Bắc Ninh 2019) Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a . Hình chiếu vuông góc của S trên đáy là điểm H trên cạnh AC sao cho $AH = \frac{2}{3}AC$; mặt phẳng (SBC) tạo với đáy một góc 60° . Thể tích khối chóp $S.ABC$ là?

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$ B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{48}$ C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{36}$ D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$

Câu 13. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A và có $AB = a$, $BC = a\sqrt{3}$. Mặt bên (SAB) là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng (ABC). Tính theo a thể tích của khối chóp $S.ABC$.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{6}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{12}$. C. $V = \frac{2a^3\sqrt{6}}{3}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{4}$.

Câu 14. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A và có $AB = a$, $BC = a\sqrt{3}$. Mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng (ABC). Tính theo a thể tích của khối chóp $S.ABC$.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{12}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{4}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{8}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{6}$.

Câu 15. (THPT Minh Khai - lần 1) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B , $BC = \frac{1}{2}AD = a$. Tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy; góc giữa SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng α sao cho $\tan \alpha = \frac{\sqrt{15}}{5}$. Tính thể tích khối chóp $S.ACD$ theo a

A. $V_{S.ACD} = \frac{a^3}{2}$. B. $V_{S.ACD} = \frac{a^3}{3}$. C. $V_{S.ACD} = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. D. $V_{S.ACD} = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Câu 16. (Chuyên - Vĩnh Phúc 2019) Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác cân tại A , $AB = AC = a$, $\widehat{BAC} = 120^\circ$. Tam giác SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V = \frac{a^3}{8}$. B. $V = a^3$. C. $V = \frac{a^3}{2}$. D. $V = 2a^3$.

Câu 17. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, mặt bên SAD là tam giác đều cạnh $2a$ và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Góc giữa mặt phẳng (SBC) và mặt phẳng $(ABCD)$ là 30° . Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ là:

A. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. C. $\frac{4a^3\sqrt{3}}{3}$. D. $2a^3\sqrt{3}$.

Câu 18. (Chuyên Nguyễn Huệ- 2019) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , mặt bên SAB nằm trong mặt phẳng vuông góc với $(ABCD)$, $\widehat{SAB} = 30^\circ$, $SA = 2a$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{6}$. B. $V = a^3$. C. $V = \frac{a^3}{9}$. D. $V = \frac{a^3}{3}$.

Câu 19. Cho hình chóp $S.ABC$ có $AB = a$, $BC = a\sqrt{3}$, $\widehat{ABC} = 60^\circ$. Hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng (ABC) là một điểm thuộc cạnh BC . Góc giữa đường thẳng SA và mặt phẳng (ABC) là 45° . Giá trị nhỏ nhất của thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Dạng 3. Thể tích khối chóp đều

Câu 1. (Chuyên Trần Phú Hải Phòng 2019) Cho khối chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a , góc giữa mặt bên và mặt đáy bằng 60° . Thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$ B. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{2}$ C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$ D. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}$

Câu 2. (HSG Bắc Ninh 2019) Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a , tâm của đáy là O . Gọi M và N lần lượt là trung điểm của SA và BC . Biết góc giữa đường thẳng MN và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 60° . Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $\frac{a^3\sqrt{10}}{6}$ B. $\frac{a^3\sqrt{30}}{2}$ C. $\frac{a^3\sqrt{30}}{6}$ D. $\frac{a^3\sqrt{10}}{3}$

Câu 3. (Chuyên Lê Quý Đôn Quảng Trị 2019) Nếu một hình chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng 2 và có diện tích xung quanh bằng $4\sqrt{3}$ thì có thể tích bằng

A. $\frac{4\sqrt{2}}{3}$. B. $4\sqrt{3}$. C. $\frac{4\sqrt{3}}{3}$. D. $4\sqrt{2}$.

- Câu 4.** Cho hình chóp đều $S.ABC$ có $SA = a$. Gọi D, E lần lượt là trung điểm của SA, SC . Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ theo a , biết BD vuông góc với AE .
- A. $\frac{a^3\sqrt{21}}{54}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. C. $\frac{a^3\sqrt{7}}{27}$. D. $\frac{a^3\sqrt{21}}{27}$.
- Câu 5.** Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh $AB = a$, góc giữa đường thẳng SA và mặt phẳng (ABC) bằng 45° . Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là
- A. $\frac{a^3}{3}$. B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. C. $\frac{a^3}{6}$. D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.
- Câu 6.** (HKI-NK HCM-2019) Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ độ dài cạnh đáy là a . Biết rằng mặt phẳng (P) qua A và vuông góc với SC , cắt cạnh SB tại B' với $\frac{SB'}{SB} = \frac{2}{3}$. Tính thể tích của khối chóp $S.ABCD$
- A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$. B. $\frac{a^3\sqrt{6}}{4}$. C. $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$. D. $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$.
- Câu 7.** (Sở Quảng Trị 2019) Cho một hình chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng $2a$ và cạnh bên tạo với mặt phẳng đáy một góc 45° . Thể tích của khối chóp đó là
- A. $\frac{4a^3\sqrt{2}}{3}$. B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{8}$. C. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. D. $2a^3\sqrt{2}$.
- Câu 8.** (THPT Trần Phú - 2019) Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $2a\sqrt{3}$, khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và CD bằng $3a$. Thể tích khối chóp đã cho bằng:
- A. $a^3\sqrt{3}$. B. $6a^3\sqrt{3}$. C. $12a^3$. D. $\frac{8a^3\sqrt{3}}{3}$.
- Câu 9.** (Kiểm tra năng lực - ĐH - Quốc Tế - 2019) Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$, cạnh $AB = a$ và cạnh bên hợp với đáy một góc 45° . Thể tích V của khối chóp là
- A. $V = \frac{a^3}{12}$. B. $V = \frac{a^3}{6}$. C. $V = \frac{a^3}{3}$. D. $V = \frac{a^3}{4}$.
- Câu 10.** Cho khối chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh bằng $2a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng:
- A. $\frac{2\sqrt{2}a^3}{3}$. B. $\frac{8a^3}{3}$. C. $\frac{8\sqrt{2}a^3}{3}$. D. $\frac{4\sqrt{2}a^3}{3}$.

Dạng 4. Thể tích khối chóp khác

- Câu 1.** (Đề Minh Họa 2017) Cho tứ diện $ABCD$ có các cạnh AB, AC và AD đôi một vuông góc với nhau; $AB = 6a$, $AC = 7a$ và $AD = 4a$. Gọi M, N, P tương ứng là trung điểm các cạnh BC, CD, DB . Tính thể tích V của tứ diện $AMNP$.
- A. $V = 7a^3$ B. $V = 14a^3$ C. $V = \frac{28}{3}a^3$ D. $V = \frac{7}{2}a^3$
- Câu 2.** (Chuyên Hùng Vương - Phú Thọ - 2020) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy ABC là tam giác vuông cân đỉnh A , $AB = a\sqrt{2}$. Gọi I là trung điểm của BC , hình chiếu vuông góc của đỉnh S lên mặt phẳng (ABC) là điểm H thỏa mãn $\overrightarrow{IA} = -2\overrightarrow{IH}$, góc giữa SC và mặt phẳng (ABC) bằng 60° . Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng
- A. $\frac{a^3\sqrt{5}}{2}$. B. $\frac{a^3\sqrt{5}}{6}$. C. $\frac{a^3\sqrt{15}}{6}$. D. $\frac{a^3\sqrt{15}}{12}$.
- Câu 3.** (Sở Yên Bái - 2020) Cho hình chóp $S.ABC$ có ABC là tam giác đều cạnh $3a$, $\widehat{SAB} = \widehat{SCB} = 90^\circ$, góc giữa (SAB) và (SCB) bằng 60° . Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{3\sqrt{2}a^3}{8}$. B. $\frac{\sqrt{2}a^3}{3}$. C. $\frac{\sqrt{2}a^3}{24}$. D. $\frac{9\sqrt{2}a^3}{8}$.

Câu 4. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh đều bằng 1. Gọi G là trọng tâm tam giác SBC . Thể tích tứ diện $SGCD$ bằng

A. $\frac{\sqrt{2}}{36}$. B. $\frac{\sqrt{2}}{6}$. C. $\frac{\sqrt{3}}{36}$. D. $\frac{\sqrt{2}}{18}$.

Câu 5. Cho hình chóp $S.ABC$ có $AB = AC = 4$, $BC = 2$, $SA = 4\sqrt{3}$, $\widehat{SAC} = \widehat{SAB} = 30^\circ$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

A. 4. B. 5. C. $5\sqrt{2}$. D. $2\sqrt{5}$.

Câu 6. (Chuyên - Vĩnh Phúc - 2019) Cho hình chóp $S.ABC$ có các cạnh $SA = BC = 3$; $SB = AC = 4$; $SC = AB = 2\sqrt{5}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $\frac{\sqrt{390}}{4}$. B. $\frac{\sqrt{390}}{6}$. C. $\frac{\sqrt{390}}{12}$. D. $\frac{\sqrt{390}}{8}$.

Câu 7. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$, $SA = SB = a\sqrt{2}$. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SCD) bằng a . Thể tích khối chóp đã cho bằng

A. $\frac{\sqrt{6}a^3}{3}$. B. $\frac{\sqrt{3}a^3}{6}$. C. $2\frac{\sqrt{6}a^3}{3}$. D. $\frac{2\sqrt{3}a^3}{3}$.

Câu 8. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O , $AB = a$, $\widehat{BAD} = 60^\circ$, $SO \perp (ABCD)$ và mặt phẳng (SCD) tạo với mặt phẳng đáy một góc bằng 60° . Thể tích khối chóp đã cho bằng

A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{8}$. B. $\frac{\sqrt{3}a^3}{24}$. C. $\frac{\sqrt{3}a^3}{48}$. D. $\frac{\sqrt{3}a^3}{12}$.

Câu 9. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBC) là $\frac{a\sqrt{15}}{5}$, khoảng cách giữa SA và BC là $\frac{a\sqrt{15}}{5}$. Biết hình chiếu của S lên mặt phẳng (ABC) nằm trong tam giác ABC , tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $\frac{a^3}{4}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$. C. $\frac{a^3}{8}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Câu 10. Hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O , $AB = a$, $\widehat{BAD} = 60^\circ$, $SO \perp (ABCD)$ và mặt phẳng (SCD) tạo với mặt đáy một góc 60° . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{24}$. B. $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{48}$. C. $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{12}$. D. $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{8}$.

Câu 11. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh x , $\widehat{BAD} = 60^\circ$, gọi I là giao điểm AC và BD . Hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng $(ABCD)$ là H sao cho H là trung điểm của BI . Góc giữa SC và $(ABCD)$ bằng 45° . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = \frac{\sqrt{39}x^3}{12}$. B. $V = \frac{\sqrt{39}x^3}{36}$. C. $V = \frac{\sqrt{39}x^3}{24}$. D. $V = \frac{\sqrt{39}x^3}{48}$.

Câu 12. Cho hình chóp $S.ABC$ có $AB = AC = 4$, $BC = 2$, $SA = 4\sqrt{3}$, $\widehat{SAB} = \widehat{SAC} = 30^\circ$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $V_{S.ABC} = 8$. B. $V_{S.ABC} = 6$. C. $V_{S.ABC} = 4$. D. $V_{S.ABC} = 12$.

Câu 13. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = a$, $AB = a\sqrt{3}$, $AC = a\sqrt{2}$. Góc $\widehat{SAB} = 60^\circ$, $\widehat{BAC} = 90^\circ$, $\widehat{CAS} = 120^\circ$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$.

D. $\frac{a^3}{3}$.

Câu 14. (THPT Minh Khai - lần 1) Cho hình chóp $S.ABC$ có $AB = 7\text{cm}$, $BC = 8\text{cm}$, $AC = 9\text{cm}$. Các mặt bên tạo với đáy góc 30° . Tính thể tích khối chóp $S.ABC$. Biết hình chiếu vuông góc của S trên (ABC) thuộc miền trong của tam giác ABC .

A. $\frac{20\sqrt{3}}{3}(\text{cm}^3)$.

B. $20\sqrt{3}(\text{cm}^3)$.

C. $\frac{63\sqrt{3}}{2}(\text{cm}^3)$.

D. $72\sqrt{3}(\text{cm}^3)$.

Câu 15. Cho hình chóp $S.ABC$ có các mặt bên (SAB) , (SAC) , (SBC) tạo với đáy các góc bằng nhau và đều bằng 60° . Biết $AB = 13a$, $AC = 14a$, $BC = 15a$, tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$

A. $V = 28\sqrt{3}a^3$.

B. $V = 112\sqrt{3}a^3$.

C. $V = 84\sqrt{3}a^3$.

D. $84a^3$.

Câu 16. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = SB = SC = 6$, $AC = 4$; ABC là tam giác vuông cân tại B . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V = 16\sqrt{7}$

B. $V = \frac{16\sqrt{7}}{3}$

C. $V = 16\sqrt{2}$

D. $V = \frac{16\sqrt{2}}{3}$

Câu 17. (THPT Quỳnh Lưu 3 Nghệ An 2019) Cho hình chóp $S.ABC$ biết rằng $SA = SB = SC = a$, $\widehat{ASB} = 120^\circ$, $\widehat{BSC} = 60^\circ$ và $\widehat{ASC} = 90^\circ$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ là

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$.

Câu 18. (THPT Lương Thế Vinh Hà Nội 2019) Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh 1, biết khoảng cách từ A đến (SBC) là $\frac{\sqrt{6}}{4}$, từ B đến (SCA) là $\frac{\sqrt{15}}{10}$, từ C đến (SAB) là $\frac{\sqrt{30}}{20}$ và hình chiếu vuông góc của S xuống đáy nằm trong tam giác ABC . Tính thể tích khối chóp $V_{S.ABC}$.

A. $\frac{1}{36}$

B. $\frac{1}{48}$

C. $\frac{1}{12}$

D. $\frac{1}{24}$

BẠN HỌC THAM KHẢO THÊM DẠNG CÂU KHÁC TẠI

☞ <https://drive.google.com/drive/folders/15DX-hbY5paR0iUmcs4RU1DkA1-7QpKlG?usp=sharing>

Theo dõi Fanpage: **Nguyễn Bảo Vương** ☞ <https://www.facebook.com/tracnghiemtoanthpt489/>

Hoặc Facebook: **Nguyễn Vương** ☞ <https://www.facebook.com/phong.baovuong>

Tham gia ngay: **Nhóm Nguyễn Bào Vương (TÀI LIỆU TOÁN)** ☞ <https://www.facebook.com/groups/703546230477890/>

Ấn sub kênh Youtube: Nguyễn Vương

☞ https://www.youtube.com/channel/UCQ4u2J5gIEI1iRUbT3nwJfA?view_as=subscriber

Tải nhiều tài liệu hơn tại: <http://diendangiaovientoan.vn/>

ĐỂ NHẬN TÀI LIỆU SỚM NHẤT NHÉ!