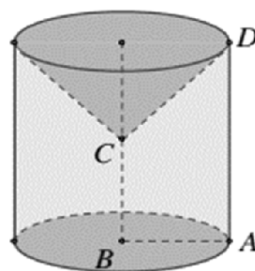


## TÀI LIỆU DÀNH CHO ĐỐI TƯỢNG HỌC SINH KHÁ – GIỎI

- Câu 1.** (Mã 102 - 2020 Lần 2) Cho hình nón  $(N)$  có đỉnh  $S$ , bán kính đáy bằng  $\sqrt{3}a$  và độ dài đường sinh bằng  $4a$ . Gọi  $(T)$  là mặt cầu đi qua  $S$  và đường tròn đáy của  $(N)$ . Bán kính của  $(T)$  bằng
- A.  $\frac{2\sqrt{10}a}{3}$ .      B.  $\frac{16\sqrt{13}a}{13}$ .      C.  $\frac{8\sqrt{13}a}{13}$ .      D.  $\sqrt{13}a$ .
- Câu 2.** (Mã 103 - 2020 Lần 2) Cho hình nón  $(N)$  có đỉnh  $S$ , bán kính đáy bằng  $a$  và độ dài đường sinh bằng  $4a$ . Gọi  $(T)$  là mặt cầu đi qua  $S$  và đường tròn đáy của  $(N)$ . Bán kính của  $(T)$  bằng
- A.  $\frac{2\sqrt{6}a}{3}$ .      B.  $\frac{16\sqrt{15}a}{15}$ .      C.  $\frac{8\sqrt{15}a}{15}$ .      D.  $\sqrt{15}a$ .
- Câu 3.** (Mã 101 - 2020 Lần 2) Cho hình nón  $(N)$  có đỉnh  $S$ , bán kính đáy bằng  $\sqrt{2}a$  và độ dài đường sinh bằng  $4a$ . Gọi  $(T)$  là mặt cầu đi qua  $S$  và đường tròn đáy của  $(N)$ . Bán kính của  $(T)$  bằng
- A.  $\frac{4\sqrt{2}}{3}a$ .      B.  $\sqrt{14}a$ .      C.  $\frac{4\sqrt{14}}{7}a$ .      D.  $\frac{8\sqrt{14}}{7}a$ .
- Câu 4.** (Mã 104 - 2020 Lần 2) Cho hình nón  $(N)$  có đỉnh  $S$ , bán kính đáy bằng  $a$  và độ dài đường sinh bằng  $2\sqrt{2}a$ . Gọi  $(T)$  là mặt cầu đi qua  $S$  và đường tròn đáy của  $(N)$ . Bán kính của  $(T)$  bằng
- A.  $\frac{4\sqrt{7}a}{7}$ .      B.  $\frac{4a}{3}$ .      C.  $\frac{8\sqrt{7}a}{7}$ .      D.  $\sqrt{7}a$ .
- Câu 5.** (THPT Bạch Đằng Quảng Ninh 2019) Cho hình thang  $ABCD$  vuông tại  $A$  và  $B$  với  $AB = BC = \frac{AD}{2} = a$ . Quay hình thang và miền trong của nó quanh đường thẳng chứa cạnh  $BC$ . Tính thể tích  $V$  của khối tròn xoay được tạo thành.

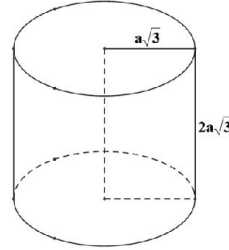


- A.  $V = \frac{4\pi a^3}{3}$ .      B.  $V = \frac{5\pi a^3}{3}$ .      C.  $V = \pi a^3$ .      D.  $V = \frac{7\pi a^3}{3}$ .
- Câu 6.** (THPT Gia Lộc Hải Dương 2019) Một hình nón có chiều cao 9(cm) nội tiếp trong một hình cầu có bán kính 5(cm). Gọi  $V_1, V_2$  lần lượt là thể tích của khối nón và khối cầu. Tính tỉ số  $\frac{V_1}{V_2}$ .
- A.  $\frac{81}{125}$ .      B.  $\frac{81}{500}$ .      C.  $\frac{27}{125}$ .      D.  $\frac{27}{500}$ .

**Câu 7. (Sở Ninh Bình 2019)** Một khối gỗ hình trụ tròn xoay có bán kính đáy bằng 1, chiều cao bằng 2. Người ta khoét từ hai đầu khối gỗ hai nửa khối cầu mà đường tròn đáy của khối gỗ là đường tròn lớn của mỗi nửa khối cầu. Tỉ số thể tích phần còn lại của khối gỗ và cả khối gỗ ban đầu là

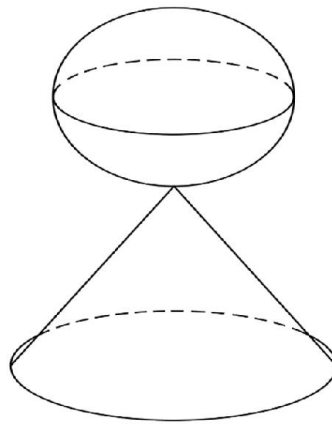
- A.  $\frac{2}{3}$ .                      B.  $\frac{1}{4}$ .                      C.  $\frac{1}{3}$ .                      D.  $\frac{1}{2}$ .

**Câu 8. (Chuyên Lam Sơn Thanh Hóa 2019)** Một khối trụ bán kính đáy là  $a\sqrt{3}$ , chiều cao là  $2a\sqrt{3}$ . Tính thể tích khối cầu ngoại tiếp khối trụ.



- A.  $8\sqrt{6}\pi a^3$ .                      B.  $6\sqrt{6}\pi a^3$ .                      C.  $4\sqrt{3}\pi a^3$ .                      D.  $\frac{4\sqrt{6}}{3}\pi a^3$ .

**Câu 9. (THPT Chuyên Thái Nguyên 2019)** Một khối cầu pha lê gồm một hình cầu ( $H_1$ ) bán kính  $R$  và một hình nón ( $H_2$ ) có bán kính đáy và đường sinh lần lượt là  $r, l$  thỏa mãn  $r = \frac{1}{2}l$  và  $l = \frac{3}{2}R$  xếp chồng lên nhau (hình vẽ). Biết tổng diện tích mặt cầu ( $H_1$ ) và diện tích toàn phần của hình nón ( $H_2$ ) là  $91\text{cm}^2$ . Tính diện tích của mặt cầu ( $H_1$ )

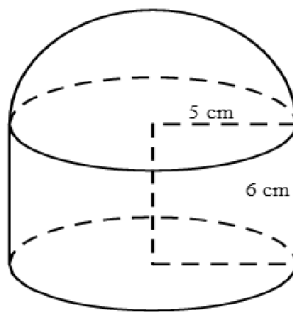


- A.  $\frac{104}{5}\text{cm}^2$                       B.  $16\text{cm}^2$                       C.  $64\text{cm}^2$                       D.  $\frac{26}{5}\text{cm}^2$

**Câu 10. (KTNL GV Thuận Thành 2 Bắc Ninh 2019)** Cho hình thang cân  $ABCD$  có đáy nhỏ  $AB = 1$ , đáy lớn  $CD = 3$ , cạnh bên  $BC = DA = \sqrt{2}$ . Cho hình thang đó quay quanh  $AB$  thì được vật tròn xoay có thể tích bằng

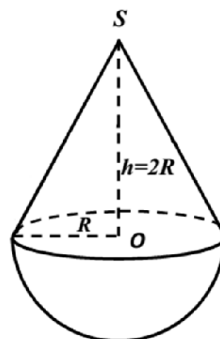
- A.  $\frac{5}{3}\pi$ .                      B.  $\frac{4}{3}\pi$ .                      C.  $\frac{7}{3}\pi$ .                      D.  $\frac{2}{3}\pi$ .

**Câu 11. (Sở Thanh Hóa 2019)** Một hộp đựng mỹ phẩm được thiết kế (tham khảo hình vẽ) có thân hộp là hình trụ có bán kính hình tròn đáy  $r = 5\text{cm}$ , chiều cao  $h = 6\text{cm}$  và nắp hộp là một nửa hình cầu. Người ta cần sơn mặt ngoài của cái hộp đó (không sơn đáy) thì diện tích  $S$  cần sơn là



- A.  $S = 110\pi \text{ cm}^2$ .      B.  $S = 130\pi \text{ cm}^2$ .      C.  $S = 160\pi \text{ cm}^2$ .      D.  $S = 80\pi \text{ cm}^2$ .

**Câu 12. (Sở Bình Phước 2019)** Một đồ vật được thiết kế bởi một nửa khối cầu và một khối nón úp vào nhau sao cho đáy của khối nón và thiết diện của nửa mặt cầu chồng khít lên nhau như hình vẽ bên. Biết khối nón có đường cao gấp đôi bán kính đáy, thể tích của toàn bộ khối đồ vật bằng  $36\pi \text{ cm}^3$ . Diện tích bề mặt của toàn bộ đồ vật đó bằng

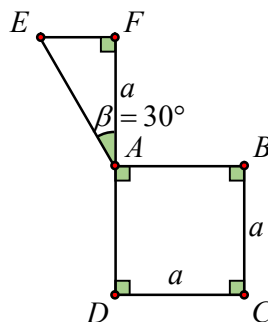


- A.  $\pi(\sqrt{5} + 3) \text{ cm}^2$       B.  $9\pi(\sqrt{5} + 2) \text{ cm}^2$       C.  $9\pi(\sqrt{5} + 3) \text{ cm}^2$       D.  $\pi(\sqrt{5} + 2) \text{ cm}^2$

**Câu 13. (Sở Hà Nội 2019)** Cho khối cầu  $(S)$  có bán kính  $R$ . Một khối trụ có thể tích bằng  $\frac{4\pi\sqrt{3}}{9}R^3$  và nội tiếp khối cầu  $(S)$ . Chiều cao của khối trụ bằng

- A.  $\frac{\sqrt{3}}{3}R$ .      B.  $R\sqrt{2}$ .      C.  $\frac{\sqrt{2}}{2}R$ .      D.  $\frac{2\sqrt{3}}{3}R$

**Câu 14.** Tính thể tích của vật thể tròn xoay khi quay mô hình (như hình vẽ) quanh trục  $DF$ .



- A.  $\frac{10\pi}{7}a^3$ .      B.  $\frac{\pi}{3}a^3$ .      C.  $\frac{5\pi}{2}a^3$ .      D.  $\frac{10\pi}{9}a^3$ .

**Câu 15. (Sở Ninh Bình 2019)** Cho mặt cầu  $(S)$  tâm  $O$ , bán kính bằng 2.  $(P)$  là mặt phẳng cách  $O$  một khoảng bằng 1 và cắt  $(S)$  theo một đường tròn  $(C)$ . Hình nón  $(N)$  có đáy là  $(C)$ , đỉnh thuộc  $(S)$ , đỉnh cách  $(P)$  một khoảng lớn hơn 2. Kí hiệu  $V_1, V_2$  lần lượt là thể tích của khối cầu  $(S)$  và khối nón  $(N)$ . Tỉ số  $\frac{V_1}{V_2}$  là

- A.  $\frac{1}{3}$ .      B.  $\frac{2}{3}$ .      C.  $\frac{16}{9}$ .      D.  $\frac{32}{9}$ .

**Câu 16. (Mã 104 2017)** Cho mặt cầu  $(S)$  tâm  $O$ , bán kính  $R=3$ . Mặt phẳng  $(P)$  cách  $O$  một khoảng bằng 1 và cắt  $(S)$  theo giao tuyến là đường tròn  $(C)$  có tâm  $H$ . Gọi  $T$  là giao điểm của tia  $HO$  với  $(S)$ , tính thể tích  $V$  của khối nón có đỉnh  $T$  và đáy là hình tròn  $(C)$ .

- A.  $V = \frac{32\pi}{3}$       B.  $V = 16\pi$       C.  $V = \frac{16\pi}{3}$       D.  $V = 32\pi$

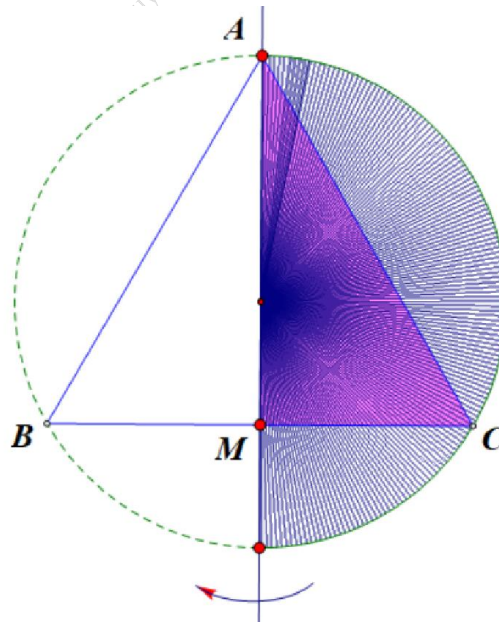
**Câu 17.** Một hình trụ có hai đường tròn đáy nằm trên một mặt cầu bán kính  $R$  và có đường cao bằng bán kính mặt cầu. Diện tích toàn phần của hình trụ đó bằng

- A.  $\frac{(3+2\sqrt{3})\pi R^2}{3}$ .      B.  $\frac{(3+2\sqrt{3})\pi R^2}{2}$ .      C.  $\frac{(3+2\sqrt{2})\pi R^2}{2}$ .      D.  $\frac{(3+2\sqrt{2})\pi R^2}{3}$ .

**Câu 18. (Mã 110 2017)** Cho mặt cầu  $(S)$  có bán kính bằng 4, hình trụ  $(H)$  có chiều cao bằng 4 và hai đường tròn đáy nằm trên  $(S)$ . Gọi  $V_1$  là thể tích của khối trụ  $(H)$  và  $V_2$  là thể tích của khối cầu  $(S)$ . Tính tỉ số  $\frac{V_1}{V_2}$

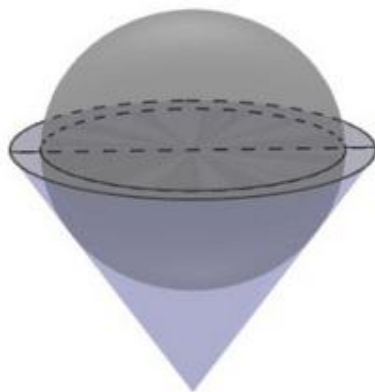
- A.  $\frac{V_1}{V_2} = \frac{9}{16}$       B.  $\frac{V_1}{V_2} = \frac{2}{3}$       C.  $\frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{3}$       D.  $\frac{V_1}{V_2} = \frac{3}{16}$

**Câu 19. (Chuyên Lam Sơn Thanh Hóa 2019)** Cho tam giác đều  $ABC$  nội tiếp đường tròn tâm  $I$  đường kính  $AA'$ ,  $M$  là trung điểm  $BC$ . Khi quay tam giác  $ABM$  với nửa hình tròn đường kính  $AA'$  xung quanh đường thẳng  $AM$  (như hình vẽ minh họa), ta được khối nón và khối cầu có thể tích lần lượt  $V_1, V_2$ . Tỉ số  $\frac{V_1}{V_2}$  bằng:



- A.  $\frac{9}{4}$       B.  $\frac{4}{9}$       C.  $\frac{27}{32}$       D.  $\frac{9}{32}$

**Câu 20. (Chuyên ĐHSPT Hà Nội 2019)** Một bình đựng nước dạng hình nón (không có đáy), đựng đầy nước. Người ta thả vào đó một khối cầu có đường kính bằng chiều cao của bình nước và đo được thể tích nước tràn ra ngoài là  $18\pi \text{ dm}^3$ . Biết rằng khối cầu tiếp xúc với tất cả các đường sinh của hình nón và đúng một nửa của khối cầu chìm trong nước (hình bên). Thể tích  $V$  của nước còn lại trong bình bằng



- A.  $24\pi \text{ dm}^3$ .      B.  $6\pi \text{ dm}^3$ .      C.  $54\pi \text{ dm}^3$ .      D.  $12\pi \text{ dm}^3$ .

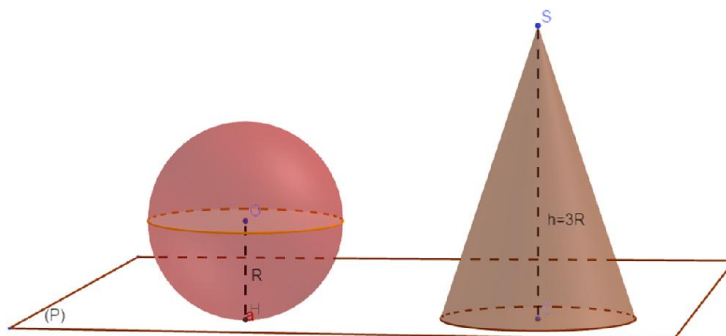
**Câu 21. (Chuyên Phan Bội Châu Nghệ An 2019)** Cho tam giác đều  $ABC$  có đường tròn nội tiếp  $(O; r)$ , cắt bỏ phần hình tròn và cho hình phẳng thu được quay quanh  $AO$ . Tính thể tích khối tròn xoay thu được theo  $r$ .

- A.  $\frac{5}{3}\pi r^3$ .      B.  $\frac{4}{3}\pi r^3$ .      C.  $\pi r^3 \sqrt{3}$ .      D.  $\pi r^3$ .

**Câu 22. (THCS - THPT Nguyễn Khuyến 2019)** Cho một cái bình hình trụ có bán kính đáy bằng  $R$  và có 4 quả cam hình cầu, trong đó có 3 quả cam có cùng bán kính và một quả cam cùng bán kính với đáy bình. Lần lượt bỏ vào bình 3 quả cam cùng bán kính sao cho chúng đôi một tiếp xúc với nhau, mỗi quả cam đều tiếp xúc với với đáy bình và tiếp xúc với một đường sinh của bình; Bỏ tiếp quả cam thứ tư còn lại vào bình và tiếp xúc với mặt nắp của bình. Chiều cao của bình bằng

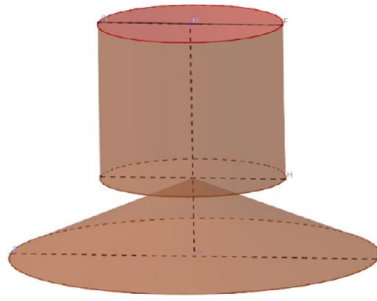
- A.  $R(\sqrt{2\sqrt{3}-3}+1)^2$ .      B.  $R(\sqrt{2\sqrt{3}-3}-1)^2$ .      C.  $R(\sqrt{2\sqrt{3}+3}+1)^2$ .      D.  $R(\sqrt{2\sqrt{3}+3}-1)^2$ .

**Câu 23. (Liên Trường Thpt Tp Vinh Nghệ An 2019)** Cho hình cầu tâm  $O$  bán kính  $R=5$ , tiếp xúc với mặt phẳng  $(P)$ . Một hình nón tròn xoay có đáy nằm trên  $(P)$ , có chiều cao  $h=15$ , có bán kính đáy bằng  $R$ . Hình cầu và hình nón nằm về một phía đối với mặt phẳng  $(P)$ . Người ta cắt hai hình đó bởi mặt phẳng  $(Q)$  song song với  $(P)$  và thu được hai thiết diện có tổng diện tích là  $S$ . Gọi  $x$  là khoảng cách giữa  $(P)$  và  $(Q)$ ,  $(0 < x \leq 5)$ . Biết rằng  $S$  đạt giá trị lớn nhất khi  $x = \frac{a}{b}$  (phân số  $\frac{a}{b}$  tối giản). Tính giá trị  $T = a + b$ .



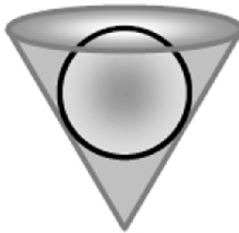
- A.  $T = 17$       B.  $T = 19$       C.  $T = 18$       D.  $T = 23$

**Câu 24. (Liên Trường Thpt Tp Vinh Nghệ An 2019)** Một khối đồ chơi gồm một khối hình trụ  $(T)$  gắn chồng lên một khối hình nón  $(N)$ , lần lượt có bán kính đáy và chiều cao tương ứng là  $r_1, h_1, r_2, h_2$  thỏa mãn  $r_2 = 2r_1, h_1 = 2h_2$  (hình vẽ). Biết rằng thể tích của khối nón  $(N)$  bằng  $20 \text{ cm}^3$ . Thể tích của toàn bộ khối đồ chơi bằng



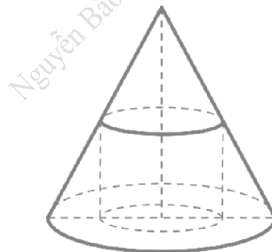
- A.  $140\text{cm}^3$       B.  $120\text{cm}^3$       C.  $30\text{cm}^3$       D.  $50\text{cm}^3$

**Câu 25. (THPT Lê Quý Đôn Đà Nẵng -2019)** Thả một quả cầu đặc có bán kính 3 (cm) vào một vật hình nón (có đáy nón không kín) (như hình vẽ bên). Cho biết khoảng cách từ tâm quả cầu đến đỉnh nón là 5 (cm). Tính thể tích (theo đơn vị  $\text{cm}^3$ ) phần không gian kín giới hạn bởi bề mặt quả cầu và bề mặt trong của vật hình nón.



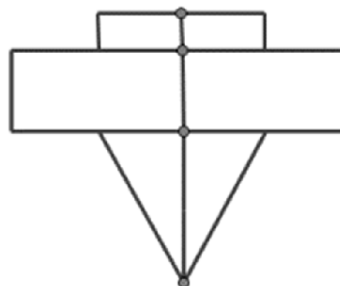
- A.  $\frac{12\pi}{5}$       B.  $\frac{14\pi}{5}$       C.  $\frac{16\pi}{5}$       D.  $\frac{18\pi}{5}$

**Câu 26. (Sở Hà Nội 2019)** Cho hình nón có chiều cao  $2R$  và bán kính đáy là  $R$ . Xét hình trụ nội tiếp hình nón sao cho thể tích trụ lớn nhất. Khi đó bán kính đáy của trụ là



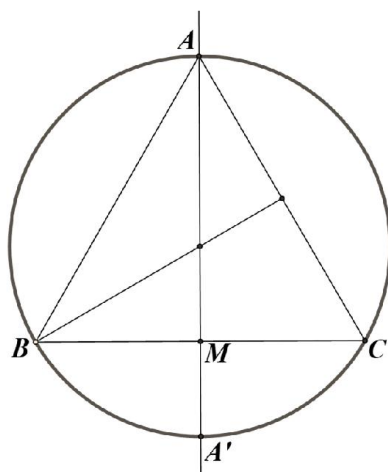
- A.  $\frac{2R}{3}$       B.  $\frac{R}{3}$       C.  $\frac{3R}{4}$       D.  $\frac{R}{2}$

**Câu 27. (Thanh Trường Nghệ An -2019)** Một con xoay được thiết kế gồm hai khối trụ  $(T_1)$ ,  $(T_2)$  chồng lên khối nón (N) (Tham khảo mặt cắt ngang qua trục như hình vẽ). Khối trụ  $(T_1)$  có bán kính đáy  $r(\text{cm})$ , chiều cao  $h_1(\text{cm})$ . Khối trụ  $(T_2)$  có bán kính đáy  $2r(\text{cm})$ , chiều cao  $h_2 = 2h_1(\text{cm})$ . Khối nón (N) có bán kính đáy  $r(\text{cm})$ , chiều cao  $h_n = 4h_1(\text{cm})$ . Biết rằng thể tích toàn bộ con xoay bằng  $31(\text{cm}^3)$ . Thể tích khối nón (N) bằng



- A.  $5(\text{cm}^3)$       B.  $3(\text{cm}^3)$       C.  $4(\text{cm}^3)$       D.  $6(\text{cm}^3)$

- Câu 28.** Cho tam giác đều  $ABC$  có đỉnh  $A(5;5)$  nội tiếp đường tròn tâm  $I$  đường kính  $AA'$ ,  $M$  là trung điểm  $BC$ . Khi quay tam giác  $ABM$  cùng với nửa hình tròn đường kính  $AA'$  xung quanh đường thẳng  $AM$  (như hình vẽ minh họa), ta được khối nón và khối cầu có thể tích lần lượt là  $V_1$  và  $V_2$ .

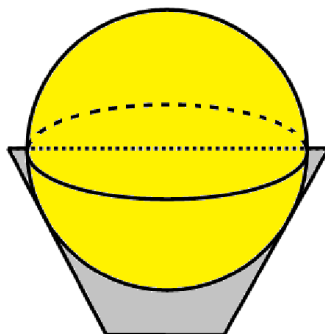


Tỷ số  $\frac{V_1}{V_2}$  bằng

- A.  $\frac{9}{32}$ .      B.  $\frac{9}{4}$ .      C.  $\frac{27}{32}$ .      D.  $\frac{4}{9}$ .
- Câu 29.** (Đề Tham Khảo 2017) Cho mặt cầu tâm  $O$  bán kính  $R$ . Xét mặt phẳng  $(P)$  thay đổi cắt mặt cầu theo giao tuyến là đường tròn  $(C)$ . Hình nón  $(N)$  có đỉnh  $S$  nằm trên mặt cầu, có đáy là đường tròn  $(C)$  và có chiều cao  $h$  ( $h > R$ ). Tính  $h$  để thể tích khối nón được tạo nên bởi  $(N)$  có giá trị lớn nhất.

- A.  $h = \sqrt{2}R$       B.  $h = \frac{4R}{3}$       C.  $h = \frac{3R}{2}$       D.  $h = \sqrt{3}R$

- Câu 30.** (THPT Hoàng Hoa Thám Hưng Yên 2019) Một cái thùng đựng đầy nước được tạo thành từ việc cắt mặt xung quanh của một hình nón bởi một mặt phẳng vuông góc với trục của hình nón. Miệng thùng là đường tròn có bán kính bằng ba lần bán kính mặt đáy của thùng. Người ta thả vào đó một khối cầu có đường kính bằng  $\frac{3}{2}$  chiều cao của thùng nước và đo được thể tích nước tràn ra ngoài là  $54\sqrt{3}\pi$  (dm<sup>3</sup>). Biết rằng khối cầu tiếp xúc với mặt trong của thùng và đứng một nửa của khối cầu đã chìm trong nước (hình vẽ). Thể tích nước còn lại trong thùng có giá trị nào sau đây?



- A.  $\frac{46}{5}\sqrt{3}\pi$  (dm<sup>3</sup>).      B.  $18\sqrt{3}\pi$  (dm<sup>3</sup>).      C.  $\frac{46}{3}\sqrt{3}\pi$  (dm<sup>3</sup>).      D.  $18\pi$  (dm<sup>3</sup>).

- Câu 31.** (THPT Đoàn Thượng - Hải Dương - 2019) Chiều cao của khối trụ có thể tích lớn nhất nội tiếp trong hình cầu có bán kính  $R$  là

A.  $\frac{4R\sqrt{3}}{3}$ . B.  $R\sqrt{3}$ . C.  $\frac{R\sqrt{3}}{3}$ . D.  $\frac{2R\sqrt{3}}{3}$ .

**Câu 32.** Một bình đựng nước dạng hình nón (không có đáy) đựng đầy nước. Người ta thả vào đó một khối cầu có đường kính bằng chiều cao của bình nước và đo được thể tích nước tràn ra ngoài là  $18\pi \text{ dm}^3$ . Biết khối cầu tiếp xúc với tất cả các đường sinh của hình nón và đúng một nửa khối cầu chìm trong nước. Tính thể tích nước còn lại trong bình.

A.  $27\pi \text{ dm}^3$ . B.  $6\pi \text{ dm}^3$ . C.  $9\pi \text{ dm}^3$ . D.  $24\pi \text{ dm}^3$ .

**Câu 33. (Chuyên Thái Nguyên 2019)** Cho khối nón có độ lớn góc ở đỉnh là  $\frac{\pi}{3}$ . Một khối cầu  $(S_1)$  nội tiếp trong khối nón. Gọi  $(S_2)$  là khối cầu tiếp xúc với tất cả các đường sinh của nón và với  $S_1$ ;  $S_3$  là khối cầu tiếp xúc với tất cả các đường sinh của khối nón và với  $S_2$ ; ...;  $S_n$  là khối cầu tiếp xúc với tất cả các đường sinh của nón và với  $S_{n-1}$ . Gọi  $V_1, V_2, \dots, V_{n-1}, V_n$  lần lượt là thể tích của khối cầu  $S_1, S_2, S_3, \dots, S_n$  và  $V$  là thể tích của khối nón. Tính giá trị của biểu thức

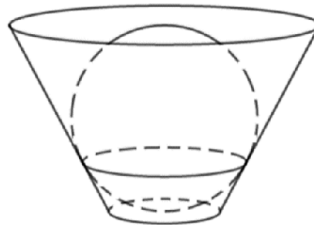
$$T = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{V_1 + V_2 + \dots + V_n}{V}$$

A.  $T = \frac{3}{5}$ . B.  $T = \frac{6}{13}$ . C.  $T = \frac{7}{9}$ . D.  $T = \frac{1}{2}$ .

**Câu 34. (Chuyên Bắc Ninh - 2020)** Cho hình trụ có hai đáy là hai hình tròn  $(O)$  và  $(O')$ , bán kính bằng  $a$ . Một hình nón có đỉnh là  $O'$  và có đáy là hình tròn  $(O)$ . Biết góc giữa đường sinh của hình nón với mặt đáy bằng  $60^\circ$ , tỉ số diện tích xung quanh của hình trụ và hình nón bằng

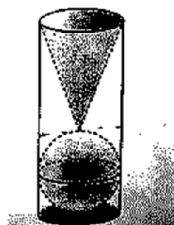
A. 2. B.  $\sqrt{2}$ . C.  $\sqrt{3}$ . D.  $\frac{1}{\sqrt{3}}$ .

**Câu 35. (Chuyên Bắc Ninh - 2020)** Cho một chiếc cốc có dạng hình nón cụt và một viên bi có đường kính bằng chiều cao của cốc. Đổ đầy nước rồi thả viên bi vào, ta thấy lượng nước tràn ra bằng một phần ba lượng nước đổ vào cốc lúc ban đầu. Biết viên bi tiếp xúc với đáy cốc và thành cốc. Tìm tỉ số bán kính của miệng cốc và đáy cốc (bỏ qua độ dày của cốc).



A.  $\frac{5+\sqrt{21}}{2}$ . B.  $\frac{5}{2}$ . C.  $\sqrt{21}$ . D.  $\frac{21+\sqrt{5}}{2}$ .

**Câu 36. (Đại Học Hà Tĩnh - 2020)** Trên bàn có một cốc nước hình trụ chứa đầy nước có chiều cao bằng 3 lần đường kính của đáy; một viên bi và một khối nón đều bằng thủy tinh. Biết viên bi là một khối cầu có đường kính bằng của cốc nước. Người ta từ từ thả vào cốc nước viên bi và khối nón đó (như hình vẽ) thì thấy nước trong cốc tràn ra ngoài. Tính tỉ số thể tích của lượng nước còn lại trong cốc và lượng nước ban đầu (bỏ qua bề dày của lớp vỏ thủy tinh)





A.  $\frac{5}{9}$ .

B.  $\frac{2}{3}$ .

C.  $\frac{4}{9}$ .

D.  $\frac{1}{2}$ .

**Câu 37. (Sở Ninh Bình 2020)** Cho tam giác vuông cân  $ABC$  có  $AB = BC = a\sqrt{2}$ . Khi quay tam giác  $ABC$  quanh đường thẳng đi qua  $B$  và song song với  $AC$  ta thu được một khối tròn xoay có thể tích bằng

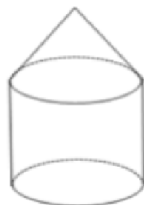
A.  $2\pi a^3$ .

B.  $\frac{2\pi a^3}{3}$ .

C.  $\frac{4\pi a^3}{3}$ .

D.  $\pi a^3$ .

**Câu 38. (Sở Yên Bái - 2020)** Một khối đồ chơi gồm một khối trụ và một khối nón có cùng bán kính được chồng lên nhau, độ dài đường sinh khối trụ bằng độ dài đường sinh khối nón và bằng đường kính khối trụ, khối nón (tham khảo hình vẽ). Biết thể tích toàn bộ khối đồ chơi là  $50\text{cm}^3$ , thể tích khối trụ gần với số nào nhất trong các số sau



A.  $38,8\text{cm}^3$ .

B.  $38,2\text{cm}^3$ .

C.  $36,5\text{cm}^3$ .

D.  $40,5\text{cm}^3$ .

**Câu 39. (Nguyễn Trãi - Thái Bình - 2020)** Trong tất cả các hình nón nội tiếp trong hình cầu có thể tích bằng  $36\pi$ , bán kính  $r$  của hình nón có diện tích xung quanh lớn nhất là

A.  $r = \frac{3\sqrt{2}}{2}$ .

B.  $r = \frac{3}{2}$ .

C.  $r = 2\sqrt{2}$ .

D.  $r = 3$ .

**Câu 40. (Sở Ninh Bình 2020)** Có một bể hình hộp chữ nhật chứa đầy nước. Người ta cho ba khối nón giống nhau có thiết diện qua trục là một tam giác vuông cân vào bể sao cho ba đường tròn đáy của ba khối nón đôi một tiếp xúc với nhau, một khối nón có đường tròn đáy chỉ tiếp xúc với một cạnh của đáy bể và hai khối nón còn lại có đường tròn đáy tiếp xúc với hai cạnh của đáy bể. Sau đó người ta đặt lên đỉnh của ba khối nón một khối cầu có bán kính bằng  $\frac{4}{3}$  lần bán kính đáy của khối

nón. Biết khối cầu vừa đủ ngập trong nước và tổng lượng nước trào ra là  $\frac{337\pi}{24}$  (lít). Thể tích

nước ban đầu ở trong bể thuộc khoảng nào dưới đây (đơn vị tính: lít)?

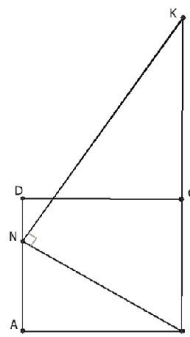
A.  $(150; 151)$ .

B.  $(151; 152)$ .

C.  $(139; 140)$ .

D.  $(138; 139)$ .

**Câu 41.** Cho hình vuông  $ABCD$  cạnh  $a$ . Gọi  $N$  là điểm thuộc cạnh  $AD$  sao cho  $AN = 2DN$ . Đường thẳng qua  $N$  vuông góc với  $BN$  cắt  $BC$  tại  $K$ . Thể tích  $V$  của khối tròn xoay tạo thành khi quay tứ giác  $ANKB$  quanh trục  $BK$  là



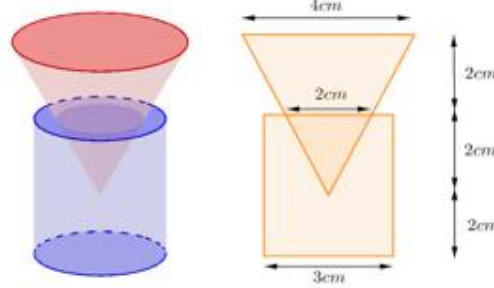
A.  $V = \frac{7}{6}\pi a^3$ .

B.  $V = \frac{9}{14}\pi a^3$ .

C.  $V = \frac{6}{7}\pi a^3$ .

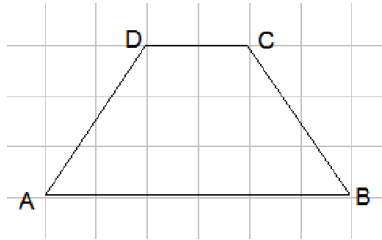
D.  $V = \frac{14}{9}\pi a^3$ .

**Câu 42.** Cho một khối tròn xoay  $(H)$ , một mặt phẳng chứa trục của  $(H)$  cắt  $(H)$  theo một thiết diện như trong hình vẽ sau. Tính thể tích của  $(H)$  (đơn vị  $cm^3$ ).



- A.  $V_{(H)} = 13\pi$ .      B.  $V_{(H)} = 23\pi$ .      C.  $V_{(H)} = \frac{41\pi}{3}$ .      D.  $V_{(H)} = 17\pi$ .

**Câu 43.** Cho hình thang cân  $ABCD$ ,  $AB \parallel CD$ ,  $AB = 6\text{ cm}$ ,  $CD = 2\text{ cm}$ ,  $AD = BC = \sqrt{13}\text{ cm}$ , Quay hình thang  $ABCD$  xung quanh đường thẳng  $AB$  ta được một khối tròn xoay có thể tích là



- A.  $18\pi(\text{cm}^3)$ .      B.  $30\pi(\text{cm}^3)$ .      C.  $24\pi(\text{cm}^3)$ .      D.  $12\pi(\text{cm}^3)$ .

**Câu 44.** (Chuyên Long An-2019) Cho một dụng cụ đựng chất lỏng được tạo bởi một hình trụ và hình nón được lắp đặt như hình bên. Bán kính đáy hình nón bằng bán kính đáy hình trụ. Chiều cao hình trụ bằng chiều cao hình nón và bằng  $h$ . Trong bình, lượng chất lỏng có chiều cao bằng  $\frac{1}{24}$  chiều cao hình trụ. Lật ngược dụng cụ theo phương vuông góc với mặt đất. Tính độ cao phần chất lỏng trong hình nón theo  $h$ .

- A.  $\frac{h}{8}$ .      B.  $\frac{3h}{8}$ .      C.  $\frac{h}{2}$ .      D.  $\frac{h}{4}$ .

**Câu 45.** Có một hình chữ nhật  $ABCD$  với  $AB = 2a$ ,  $AD = 4a$ . Người ta đánh dấu  $E$  là trung điểm  $BC$  và  $F \in AD$  sao cho  $AF = a$ . Sau đó người ta cuộn mảnh bìa lại sao cho cạnh  $DC$  trùng cạnh  $AB$  tạo thành một hình trụ. Tính thể tích tứ diện  $ABEF$  với các đỉnh  $A, B, E, F$  nằm trên hình trụ vừa tạo thành.

- A.  $\frac{16a^3}{3\pi^2}$ .      B.  $\frac{8a^3}{3\pi^2}$ .      C.  $\frac{a^3}{3\pi}$ .      D.  $\frac{8a^3}{\pi^2}$ .

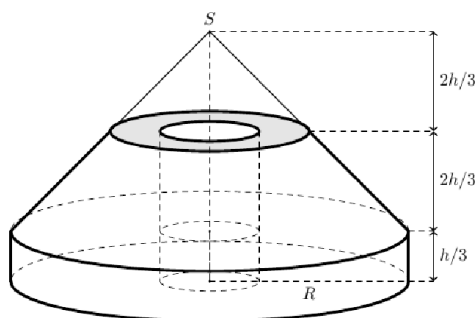
**Câu 46.** (Chuyên Nguyễn Huệ- 2019) Cho hình thang  $ABCD$  vuông tại  $A$  và  $B$  với  $AB = BC = \frac{AD}{2} = a$ . Quay hình thang và miền trong của nó quanh đường thẳng chứa cạnh  $BC$ . Tính thể tích  $V$  của khối tròn xoay được tạo thành.

- A.  $V = \pi a^3$ .      B.  $V = \frac{4\pi a^3}{3}$ .      C.  $V = \frac{5\pi a^3}{3}$ .      D.  $V = \frac{7\pi a^3}{3}$ .

**Câu 47.** Để định vị một trụ điện, người ta cần đúc một khối bê tông có chiều cao  $h = 1,5\text{ m}$  gồm:

- Phần dưới có dạng hình trụ bán kính đáy  $R = 1\text{ m}$  và có chiều cao bằng  $\frac{1}{3}h$ ;

- Phần trên có dạng hình nón bán kính đáy bằng  $R$  đã bị cắt bỏ bớt một phần hình nón có bán kính đáy bằng  $\frac{1}{2}R$  ở phía trên (người ta thường gọi hình đó là hình nón cụt);
- Phần ở giữa rỗng có dạng hình trụ bán kính đáy bằng  $\frac{1}{4}R$  (tham khảo hình vẽ bên dưới).



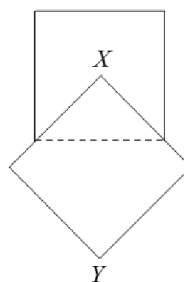
Thể tích của khối bê tông (làm tròn đến chữ số thập phân thứ ba) bằng

- A.  $2,815\text{ m}^3$ .      B.  $2,814\text{ m}^3$ .      C.  $3,403\text{ m}^3$ .      D.  $3,109\text{ m}^3$ .

- Câu 48.** Cho hình thang  $ABCD$  vuông tại  $A$  và  $B$  có  $AB = a$ ,  $AD = 3a$  và  $BC = x$  với  $0 < x < 3a$ . Gọi  $V_1$ ,  $V_2$ , lần lượt là thể tích các khối tròn xoay tạo thành khi quay hình thang  $ABCD$  (kể cả các điểm trong) quanh đường thẳng  $BC$  và  $AD$ . Tìm  $x$  để  $\frac{V_1}{V_2} = \frac{7}{5}$ .

- A.  $x = a$ .      B.  $x = 2a$ .      C.  $x = 3a$ .      D.  $x = 4a$ .

- Câu 49.** (Đề thử nghiệm 2017) Cho hai hình vuông có cùng cạnh bằng 5 được xếp chồng lên nhau sao cho đỉnh  $X$  của một hình vuông là tâm của hình vuông còn lại (như hình vẽ). Tính thể tích  $V$  của vật thể tròn xoay khi quay mô hình trên xung quanh trục  $XY$ .



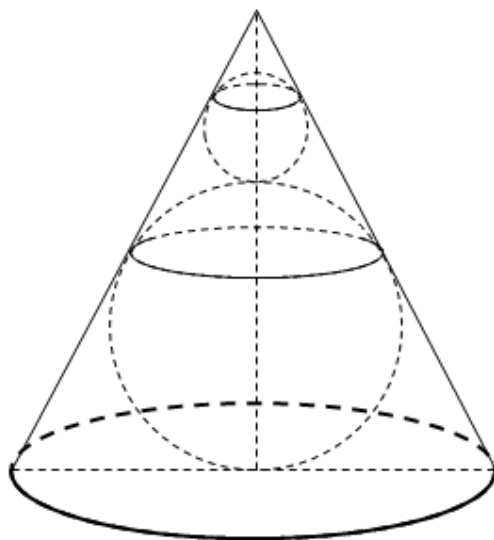
A.  $V = \frac{125(1+\sqrt{2})\pi}{6}$ .

B.  $V = \frac{125(5+2\sqrt{2})\pi}{12}$ .

C.  $V = \frac{125(5+4\sqrt{2})\pi}{24}$ .

D.  $V = \frac{125(2+\sqrt{2})\pi}{4}$ .

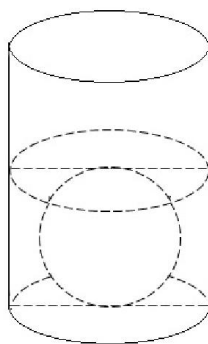
- Câu 50.** Người ta chế tạo một món đồ chơi cho trẻ em theo các công đoạn như sau: Trước hết chế tạo ra hình nón tròn xoay có góc ở đỉnh là  $2\alpha = 60^\circ$  bằng thủy tinh trong suốt. Sau đó đặt hai quả cầu nhỏ bằng thủy tinh có bán kính lớn, nhỏ khác nhau sao cho hai mặt cầu tiếp xúc với nhau và tiếp xúc với mặt nón, quả cầu lớn tiếp xúc với mặt đáy của hình nón (hình vẽ). Biết rằng chiều cao của hình nón bằng  $9\text{ cm}$ .



Bỏ qua bề dày của các lớp vỏ thủy tinh, tổng thể tích của hai khối cầu bằng

- A.  $\frac{112\pi}{3}$ .      B.  $\frac{40\pi}{3}$ .      C.  $\frac{38\pi}{3}$ .      D.  $\frac{100\pi}{3}$ .

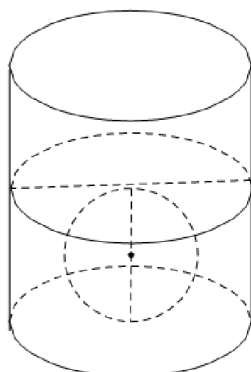
**Câu 51.** Người ta thả một viên billiards snooker có dạng hình cầu với bán kính nhỏ hơn 4,5 cm vào một chiếc cốc hình trụ đang chứa nước thì viên billiards đó tiếp xúc với đáy cốc và tiếp xúc với mặt nước sau khi dâng (tham khảo hình vẽ bên). Biết rằng bán kính của phần trong đáy cốc bằng 5,4 cm và chiều cao của mực nước ban đầu trong cốc bằng 4,5 cm.



Bán kính của viên billiards đó bằng

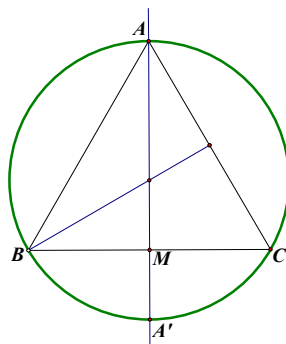
- A. 2,6 cm.      B. 2,7 cm.      C. 4,2 cm.      D. 3,6 cm.

**Câu 52.** (THPT Cẩm Bình -2019) Người ta thả một viên bi có dạng hình cầu có bán kính 2,7 cm vào một chiếc cốc hình trụ đang chứa nước (tham khảo hình vẽ dưới). Biết rằng bán kính của phần trong đáy cốc bằng 5,4 cm và chiều cao của mực nước ban đầu trong cốc bằng 4,5 cm. Khi đó chiều cao của mực nước trong cốc là?

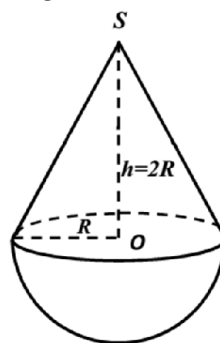


- A. 5,4 cm.      B. 5,7 cm.      C. 5,6 cm.      D. 5,5 cm.

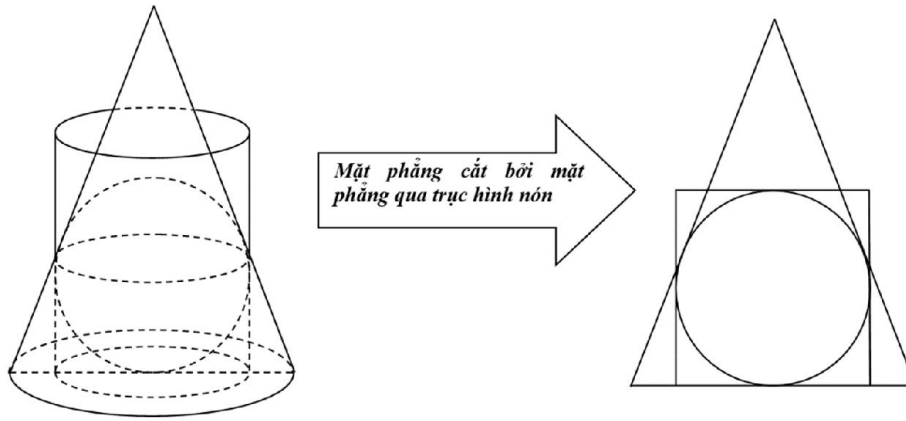
- Câu 53.** Cho tam giác đều  $ABC$  nội tiếp đường tròn tâm  $I$  đường kính  $AA'$ ,  $M$  là trung điểm  $BC$ . Khi quay tam giác  $ABM$  cùng với nửa đường tròn đường kính  $AA'$  xung quanh đường thẳng  $AM$  (như hình vẽ minh họa), ta được khối nón và khối cầu có thể tích lần lượt là  $V_1$  và  $V_2$ . Tỷ số  $\frac{V_1}{V_2}$  bằng



- A.  $\frac{9}{32}$ .      B.  $\frac{9}{4}$ .      C.  $\frac{27}{32}$ .      D.  $\frac{4}{9}$ .
- Câu 54.** Cho mặt cầu  $(S)$  có bán kính bằng 2 và có một đường tròn lớn là  $(C)$ . Khối nón  $(N)$  có đường tròn đáy là  $(C)$  và thiết diện qua trục là tam giác đều. Biết rằng phần khối nón  $(N)$  chứa trong mặt cầu  $(S)$  có thể tích bằng  $(a+b\sqrt{3})\pi$ , với  $a, b$  là các số hữu tỉ. Tính  $a+b$ .
- A.  $a+b=\frac{14}{3}$ .      B.  $a+b=\frac{13}{3}$ .      C.  $a+b=\frac{11}{3}$ .      D.  $a+b=\frac{7}{3}$ .
- Câu 55.** (Bình Phước - 2019) Một đồ vật được thiết kế bởi một nửa khối cầu và một khối nón úp vào nhau sao cho đáy của khối nón và thiết diện của nửa mặt cầu chồng khít lên nhau như hình vẽ bên. Biết khối nón có đường cao gấp đôi bán kính đáy, thể tích của toàn bộ khối đồ vật bằng  $36\pi \text{ cm}^3$ . Diện tích bề mặt của toàn bộ đồ vật đó bằng

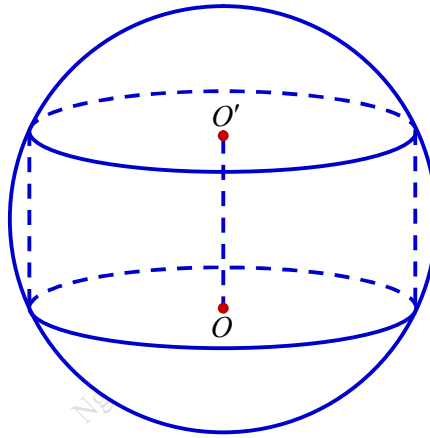


- A.  $\pi(\sqrt{5}+3) \text{ cm}^2$ .      B.  $9\pi(\sqrt{5}+2) \text{ cm}^2$ .      C.  $9\pi(\sqrt{5}+3) \text{ cm}^2$ .      D.  $\pi(\sqrt{5}+2) \text{ cm}^2$ .
- Câu 56.** Cho một hình cầu nội tiếp hình nón tròn xoay có góc ở đỉnh là  $2\alpha$ , bán kính đáy là  $R$  và chiều cao là  $h$ . Một hình trụ ngoại tiếp hình cầu đó có đáy dưới nằm trong mặt phẳng đáy của hình nón. Gọi  $V_1, V_2$  lần lượt là thể tích của hình nón và hình trụ, biết rằng  $V_1 \neq V_2$ . Gọi  $M$  là giá trị lớn nhất của tỉ số  $\frac{V_2}{V_1}$ . Giá trị của biểu thức  $P = 48M + 25$  thuộc khoảng nào dưới đây? (tham khảo hình vẽ)



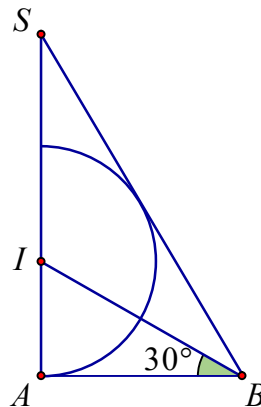
- A. (40; 60).      B. (60; 80).      C. (20; 40).      D. (0; 20).

**Câu 57. (Hà Nội - 2018)** Cho khối cầu  $(S)$  tâm  $I$ , bán kính  $R$  không đổi. Một khối trụ thay đổi có chiều cao  $h$  và bán kính đáy  $r$  nội tiếp khối cầu. Tính chiều cao  $h$  theo  $R$  sao cho thể tích của khối trụ lớn nhất.



- A.  $h = \frac{2R\sqrt{3}}{3}$ .      B.  $h = \frac{R\sqrt{2}}{2}$ .      C.  $h = \frac{R\sqrt{3}}{2}$ .      D.  $h = R\sqrt{2}$ .

**Câu 58. (Toán Học Và Tuổi Trẻ 2018)** Cho tam giác  $SAB$  vuông tại  $A$ ,  $\widehat{ABS} = 60^\circ$ , đường phân giác trong của  $\widehat{ABS}$  cắt  $SA$  tại điểm  $I$ . Vẽ nửa đường tròn tâm  $I$  bán kính  $IA$  (như hình vẽ). Cho  $\Delta SAB$  và nửa đường tròn trên cùng quay quanh  $SA$  tạo nên các khối cầu và khối nón có thể tích tương ứng  $V_1, V_2$ . Khẳng định nào dưới đây đúng?



- A.  $4V_1 = 9V_2$       B.  $9V_1 = 4V_2$       C.  $V_1 = 3V_2$       D.  $2V_1 = 3V_2$

**Câu 59. (THPT Hoàng Hoa Thám - Hưng Yên - 2018)** Người ta đặt được vào trong một hình nón hai khối cầu có bán kính lần lượt là  $a$  và  $2a$  sao cho các khối cầu đều tiếp xúc với mặt xung quanh

của hình nón, hai khối cầu tiếp xúc với nhau và khối cầu lớn tiếp xúc với đáy của hình nón. Bán kính đáy của hình nón đã cho là

- A.  $\sqrt{5}a$ .      B.  $3a$ .      C.  $2\sqrt{2}a$ .      D.  $\frac{8a}{3}$ .

**Câu 60. (THPT Hậu Lộc 2 - TH - 2018)** Cho hình nón  $(N)$  có bán kính đáy  $r = 20(cm)$ , chiều cao  $h = 60(cm)$  và một hình trụ  $(T)$  nội tiếp hình nón  $(N)$  (hình trụ  $(T)$  có một đáy thuộc đáy hình nón và một đáy nằm trên mặt xung quanh của hình nón). Tính thể tích  $V$  của hình trụ  $(T)$  có diện tích xung quanh lớn nhất?

- A.  $V = 3000\pi(cm^3)$ .      B.  $V = \frac{32000}{9}\pi(cm^3)$ .      C.  $V = 3600\pi(cm^3)$ .      D.  $V = 4000\pi(cm^3)$ .

**Câu 61. (Phan Đăng Lưu - Huế - 2018)** Trong tất cả các hình chóp tứ giác đều nội tiếp hình cầu có bán kính bằng 9. Tính thể tích  $V$  của khối chóp có thể tích lớn nhất.

- A.  $576\sqrt{2}$ .      B. 576.      C.  $144\sqrt{2}$ .      D. 144.

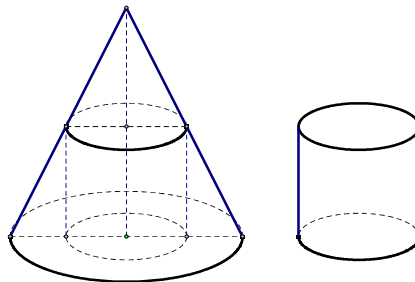
**Câu 62. (Toán Học Tuổi Trẻ - 2018)** Cho tam giác  $ABC$  vuông ở  $A$  có  $AB = 2AC$ .  $M$  là một điểm thay đổi trên cạnh  $BC$ . Gọi  $H$ ,  $K$  lần lượt là hình chiếu vuông góc của  $M$  trên  $AB$ ,  $AC$ . Gọi  $V$  và  $V'$  tương ứng là thể tích của vật thể tròn xoay tạo bởi tam giác  $ABC$  và hình chữ nhật  $MHAK$  khi quay quanh trục  $AB$ . Tỉ số  $\frac{V'}{V}$  lớn nhất bằng

- A.  $\frac{1}{2}$ .      B.  $\frac{4}{9}$ .      C.  $\frac{2}{3}$ .      D.  $\frac{3}{4}$ .

**Câu 63. (THPT Nguyễn Trãi - Đà Nẵng - 2018)** Xét hình trụ  $(T)$  nội tiếp một mặt cầu bán kính  $R$  và  $S$  là diện tích thiết diện qua trục của  $(T)$ . Tính diện tích xung quanh của hình trụ  $(T)$  biết  $S$  đạt giá trị lớn nhất

- A.  $S_{xq} = \frac{2\pi R^2}{3}$ .      B.  $S_{xq} = \frac{\pi R^2}{3}$ .      C.  $S_{xq} = 2\pi R^2$ .      D.  $S_{xq} = \pi R^2$ .

**Câu 64. (THPT Quỳnh Lưu - Nghệ An - 2018)** Một khúc gỗ có dạng hình khối nón có bán kính đáy bằng  $r = 2m$ , chiều cao  $h = 6m$ . Bác thợ mộc chế tác từ khúc gỗ đó thành một khúc gỗ có dạng hình khối trụ như hình vẽ. Gọi  $V$  là thể tích lớn nhất của khúc gỗ hình trụ sau khi chế tác. Tính  $V$ .

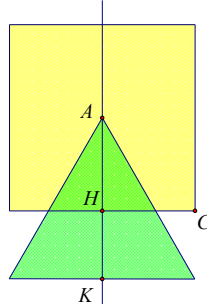


- A.  $V = \frac{32\pi}{9}(m^2)$ .      B.  $V = \frac{32}{9}(m^2)$ .      C.  $V = \frac{32\pi}{3}(m^2)$ .      D.  $V = \frac{32\pi}{9}(m^2)$ .

**Câu 65. (THPT Thanh Miện I - Hải Dương - 2018)** Cho mặt cầu  $(S)$  có bán kính  $R$  không đổi, hình nón  $(H)$  bất kì nội tiếp mặt cầu  $(S)$ . Thể tích khối nón  $(H)$  là  $V_1$ ; và thể tích phần còn lại của khối cầu là  $V_2$ . Giá trị lớn nhất của  $\frac{V_1}{V_2}$  bằng:

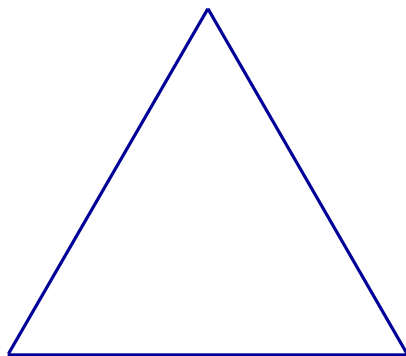
- A.  $\frac{81}{32}$ .      B.  $\frac{76}{32}$ .      C.  $\frac{32}{81}$ .      D.  $\frac{32}{76}$ .

**Câu 66.** (THPT Nguyễn Thị Minh Khai - Hà Tĩnh - 2018) Cho tam giác đều và hình vuông cùng có cạnh bằng 8 được xếp chồng lên nhau sao cho một đỉnh của tam giác đều trùng với tâm của hình vuông, trục của tam giác đều trùng với trục của hình vuông (như hình vẽ). Tính thể tích của vật thể tròn xoay sinh bởi hình đã cho khi quay quanh trục.

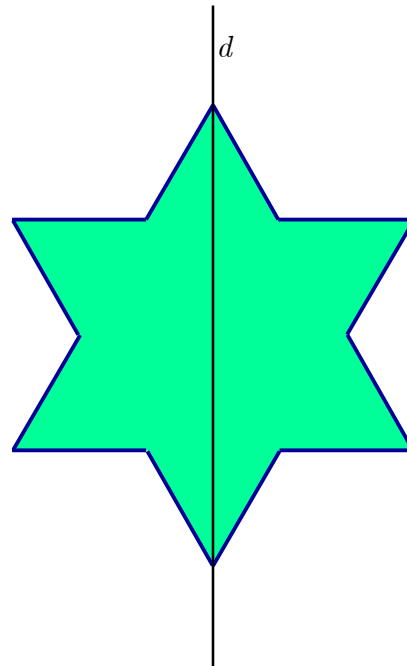


- A.  $\frac{16\pi(23+4\sqrt{3})}{3}$ . B.  $\frac{64\pi(17+\sqrt{3})}{3}$ . C.  $\frac{16\pi(17+3\sqrt{3})}{9}$ . D.  $\frac{64\pi(17+3\sqrt{3})}{9}$ .

**Câu 67.** (Chuyên Lê Hồng Phong - Nam Định - 2018) Ban đầu ta có một tam giác đều cạnh bằng 3 (hình 1). Tiếp đó ta chia mỗi cạnh của tam giác thành 3 đoạn bằng nhau và thay mỗi đoạn ở giữa bằng hai đoạn bằng nó sao cho chúng tạo với đoạn bỏ đi một tam giác đều về phía bên ngoài ta được hình 2. Khi quay hình 2 xung quanh trục  $d$  ta được một khối tròn xoay. Tính thể tích khối tròn xoay đó.



Hình 1

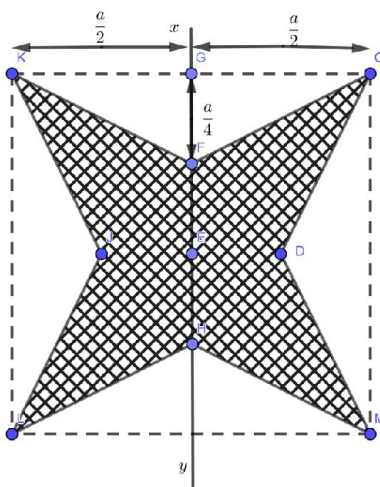


Hình 2

- A.  $\frac{5\pi\sqrt{3}}{3}$ . B.  $\frac{9\pi\sqrt{3}}{8}$ . C.  $\frac{5\pi\sqrt{3}}{6}$ . D.  $\frac{5\pi\sqrt{3}}{2}$ .

**Câu 68.** (THPT Nguyễn Tất Thành - Yên Bái - 2018) Bên trong hình vuông cạnh  $a$ , dựng hình sao bốn cạnh đều như hình vẽ bên (các kích thước cần thiết cho như trong hình). Tính thể tích  $V$  của khối tròn xoay sinh ra khi quay hình sao đó quanh trục  $xy$ .





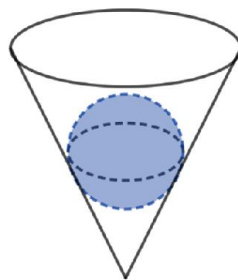
A.  $V = \frac{5\pi}{48} a^3$ .

B.  $V = \frac{5\pi}{16} a^3$ .

C.  $V = \frac{\pi}{6} a^3$ .

D.  $V = \frac{\pi}{8} a^3$ .

**Câu 69.** (THPT Chu Văn An - Hà Nội - 2018) Bạn An có một cốc giấy hình nón có đường kính đáy là 10 cm và độ dài đường sinh là 8 cm. Bạn dự định đựng một viên kẹo hình cầu sao cho toàn bộ viên kẹo nằm trong cốc (không phần nào của viên kẹo cao hơn miệng cốc).



Hỏi bạn An có thể đựng được viên kẹo có đường kính lớn nhất bằng bao nhiêu?

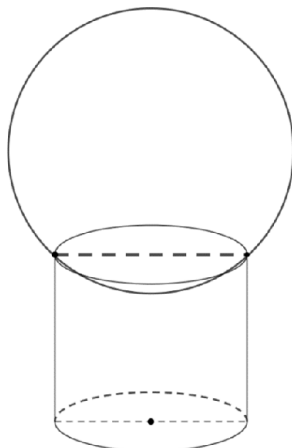
A.  $\frac{64}{\sqrt{39}}$  cm.

B.  $\frac{5\sqrt{39}}{13}$  cm.

C.  $\frac{10\sqrt{39}}{13}$  cm.

D.  $\frac{32}{\sqrt{39}}$  cm.

**Câu 70.** (Chuyên Nguyễn Đình Thi - Đồng Tháp - 2018) Một trái banh và một chiếc chén hình trụ có cùng chiều cao. Người ta đặt trái banh lên hình trụ thấy phần ở bên ngoài của quả bóng có chiều cao bằng  $\frac{3}{4}$  chiều cao của nó. Gọi  $V_1, V_2$  lần lượt là thể tích của quả bóng và chiếc chén, khi đó:



A.  $9V_1 = 8V_2$ .

B.  $3V_1 = 2V_2$ .

C.  $16V_1 = 9V_2$ .

D.  $27V_1 = 8V_2$ .

**BẠN HỌC THAM KHẢO THÊM DẠNG CÂU KHÁC TẠI**

**<https://drive.google.com/drive/folders/15DX-hbY5paR0iUmcs4RU1DkA1-7QpKlG?usp=sharing>**

Theo dõi Fanpage: **Nguyễn Bảo Vương** <https://www.facebook.com/tracnghiemtoanthpt489/>

Hoặc Facebook: **Nguyễn Vương** <https://www.facebook.com/phong.baovuong>

Tham gia ngay: **Nhóm Nguyễn Bào Vương (TÀI LIỆU TOÁN)** <https://www.facebook.com/groups/703546230477890/>

**Ấn sub kênh Youtube: Nguyễn Vương**

[https://www.youtube.com/channel/UCQ4u2J5gIEI1iRUbT3nwJfA?view\\_as=subscriber](https://www.youtube.com/channel/UCQ4u2J5gIEI1iRUbT3nwJfA?view_as=subscriber)

**Tải nhiều tài liệu hơn tại:** <http://diendangiaovientoan.vn/>

**ĐỂ NHẬN TÀI LIỆU SỚM NHẤT NHÉ!**

Nguyễn Bảo Vương