

TÀI LIỆU DÀNH CHO ĐỐI TƯỢNG HỌC SINH TRUNG BÌNH MỨC 5-6 ĐIỂM**Dạng 1. Tìm tập xác định****Hàm số mũ**

▪ **Dạng:** $\begin{cases} y = a^x \\ y = a^u \end{cases}$ với $\begin{cases} a > 0 \\ a \neq 1 \end{cases}$.

▪ **Tập xác định:** $D = \mathbb{R}$.

Hàm số logarit

▪ **Dạng:** $\begin{cases} y = \log_a x \\ y = \log_a u \end{cases}$ với $\begin{cases} a > 0 \\ a \neq 1 \end{cases}$.

▪ **Đặc biệt:** $a = e \longrightarrow y = \ln x$; $a = 10 \longrightarrow y = \log x = \lg x$.

▪ **Điều kiện xác định:** $u > 0$.

Câu 1. (Đề Tham Khảo 2020 Lần 2) Tập xác định của hàm số $y = \log_2 x$ là

- A. $[0; +\infty)$. B. $(-\infty; +\infty)$. C. $(0; +\infty)$. D. $[2; +\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện xác định của hàm số $y = \log_2 x$ là $x > 0$.

Vậy tập xác định của hàm số $y = \log_2 x$ là $D = (0; +\infty)$.

Câu 2. (Mã 101 - 2020 Lần 1) Tập xác định của hàm số $y = \log_5 x$ là

- A. $[0; +\infty)$. B. $(-\infty; 0)$. C. $(0; +\infty)$. D. $(-\infty; +\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện: $x > 0$.

Tập xác định: $D = (0; +\infty)$.

Câu 3. (Mã 102 - 2020 Lần 1) Tập xác định của hàm số $y = \log_6 x$ là

- A. $[0; +\infty)$. B. $(0; +\infty)$. C. $(-\infty; 0)$. D. $(-\infty; +\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện: $x > 0$.

Vậy tập xác định của hàm số đã cho là $D = (0; +\infty)$.

Câu 4. (Mã 103 - 2020 Lần 1) Tập xác định của hàm số $y = \log_3 x$ là

- A. $(-\infty; 0)$ B. $(0; +\infty)$ C. $(-\infty; +\infty)$ D. $[0; +\infty)$

Lời giải

Chọn B.

Điều kiện xác định: $x > 0$.

Câu 5. (Mã 104 - 2020 Lần 1) Tập xác định của hàm số $y = \log_4 x$ là

- A. $(-\infty; 0)$. B. $[0; +\infty)$. C. $(0; +\infty)$. D. $(-\infty; +\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện $x > 0$.

Câu 6. (Mã 102 - 2020 Lần 2) Tập xác định của hàm số $y = 5^x$ là

- A. \mathbb{R} . B. $(0; +\infty)$. C. $\mathbb{R} \setminus \{0\}$. D. $[0; +\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Tập xác định của hàm số $y = 5^x$ là \mathbb{R}

Câu 7. (Mã 103 - 2020 Lần 2) Tập xác định của hàm số $y = 2^x$ là

- A. \mathbb{R} . B. $(0; +\infty)$. C. $[0; +\infty)$. D. $\mathbb{R} \setminus \{0\}$.

Lời giải

Chọn A

Hàm số mũ $y = 2^x$ xác định với mọi $x \in \mathbb{R}$ nên tập xác định là $D = \mathbb{R}$.

Câu 8. (Mã 123 2017) Tìm tập xác định D của hàm số $y = \log_5 \frac{x-3}{x+2}$.

- A. $D = (-\infty; -2) \cup (3; +\infty)$ B. $D = (-2; 3)$
C. $D = (-\infty; -2) \cup [3; +\infty)$ D. $D = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$

Lời giải

Chọn A

Tập xác định của là tập các số x để $\frac{x-3}{x+2} > 0 \Leftrightarrow (x-3)(x+2) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 3 \\ x < -2 \end{cases}$

Suy ra $D = (-\infty; -2) \cup (3; +\infty)$.

Câu 9. (Đề Minh Họa 2017) Tìm tập xác định D của hàm số $y = \log_2 (x^2 - 2x - 3)$

- A. $D = (-\infty; -1] \cup [3; +\infty)$ B. $D = [-1; 3]$
C. $D = (-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$ D. $D = (-1; 3)$

Lời giải

Chọn C

$y = \log_2 (x^2 - 2x - 3)$. Hàm số xác định khi $x^2 - 2x - 3 > 0 \Leftrightarrow x < -1$ hoặc $x > 3$

Vậy tập xác định: $D = (-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$

Câu 10. (Mã 104 2017) Tìm tập xác định D của hàm số $y = \log_3 (x^2 - 4x + 3)$.

- A. $D = (1; 3)$ B. $D = (-\infty; 1) \cup (3; +\infty)$
C. $D = (-\infty; 2 - \sqrt{2}) \cup (2 + \sqrt{2}; +\infty)$ D. $D = (2 - \sqrt{2}; 1) \cup (3; 2 + \sqrt{2})$

Lời giải

Chọn B

Điều kiện $x^2 - 4x + 3 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < 1 \\ x > 3 \end{cases}$.

Câu 11. (THPT Lương Thế Vinh Hà Nội 2019) Tìm tập xác định của hàm số $y = \log_{2018}(3x - x^2)$.

- A. $D = \mathbb{R}$ B. $D = (0; +\infty)$ C. $D = (-\infty; 0) \cup (3; +\infty)$ **D. $D = (0; 3)$**

Lời giải

Chọn D

Hàm số xác định khi: $3x - x^2 > 0 \Leftrightarrow x \in (0; 3)$

Vậy $D = (0; 3)$

Câu 12. (Chuyên Vĩnh Phúc 2019) Tập xác định của $y = \ln(-x^2 + 5x - 6)$ là

- A. $[2; 3]$ **B. $(2; 3)$** C. $(-\infty; 2] \cup [3; +\infty)$ D. $(-\infty; 2) \cup (3; +\infty)$

Lời giải

Chọn B

Hàm số xác định khi và chỉ khi $-x^2 + 5x - 6 > 0 \Leftrightarrow 2 < x < 3$. Vậy tập xác định của hàm số là $D = (2; 3)$.

Câu 13. (THPT Lê Quý Đôn Điện Biên 2019) Tìm tập xác định của hàm số $y = \log_{\sqrt{5}} \frac{1}{6-x}$.

- A. $(-\infty; 6)$** B. \mathbb{R} C. $(0; +\infty)$ D. $(6; +\infty)$

Lời giải

Chọn A

Điều kiện: $\frac{1}{6-x} > 0 \Leftrightarrow 6-x > 0 \Leftrightarrow x < 6$. Do đó tập xác định của hàm số là $(-\infty; 6)$.

Câu 14. (THPT Lương Thế Vinh Hà Nội 2019) Tập xác định của hàm số $y = \log_2(3 - 2x - x^2)$ là

- A. $D = (-1; 1)$. B. $D = (-1; 3)$. **C. $D = (-3; 1)$.** D. $D = (0; 1)$.

Lời giải

Hàm số $y = \log_2(3 - 2x - x^2)$ xác định khi: $3 - 2x - x^2 > 0 \Leftrightarrow -3 < x < 1$.

Vậy tập xác định của hàm số đã cho là: $D = (-3; 1)$.

Câu 15. (Sở Vĩnh Phúc 2019) Tập xác định của hàm số $y = \log_2(x^2 - 2x - 3)$ là

- A. $(-1; 3)$. B. $[-1; 3]$.
C. $(-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$. D. $(-\infty; -1] \cup [3; +\infty)$.

Lời giải

Hàm số xác định khi $x^2 - 2x - 3 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < -1 \\ x > 3 \end{cases}$.

Vậy $D = (-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$.

Câu 16. (Chuyên Lê Hồng Phong Nam Định 2019) Tìm tập xác định của hàm số: $y = 2^{\sqrt{x}} + \log(3-x)$

- A. $[0; +\infty)$. B. $(0; 3)$. C. $(-\infty; 3)$. **D. $[0; 3)$.**

Lời giải

Chọn D

Điều kiện xác định:

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ 3-x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x < 3 \end{cases} \Rightarrow D = [0; 3)$$

Câu 17. (Chuyên Nguyễn Trãi Hải Dương 2019) Tập xác định của hàm số $y = [\ln(x-2)]^\pi$ là

- A. \mathbb{R} . B. $(3; +\infty)$. C. $(0; +\infty)$. D. $(2; +\infty)$.

Lời giải

$$\text{ĐKXD: } \begin{cases} \ln(x-2) > 0 \\ x-2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-2 > 1 \\ x-2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x-2 > 1 \Leftrightarrow x > 3.$$

$$\text{TXĐ: } D = (3; +\infty).$$

Câu 18. (THPT Ba Đình 2019) Tìm tập xác định D của hàm số $y = \log_{2019}(4-x^2) + (2x-3)^{-2019}$.

- A. $D = \left[-2; \frac{3}{2}\right) \cup \left(\frac{3}{2}; 2\right]$. B. $D = \left(-2; \frac{3}{2}\right) \cup \left(\frac{3}{2}; 2\right)$.
C. $D = \left(\frac{3}{2}; 2\right)$. D. $D = (-2; 2)$.

Lời giải

$$\text{Điều kiện có nghĩa của hàm số là } \begin{cases} 4-x^2 > 0 \\ 2x-3 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 < x < 2 \\ x \neq \frac{3}{2} \end{cases}$$

$$\text{Vậy tập xác định của hàm số là } D = \left(-2; \frac{3}{2}\right) \cup \left(\frac{3}{2}; 2\right)$$

Câu 19. Tìm tập xác định của hàm số $y = \sqrt{(x-2)^0} + \log_2(9-x^2)$ là

- A. $D = (2; 3)$. B. $D = (-3; 3) \setminus \{2\}$. C. $D = (3; +\infty)$. D. $D = (-3; 3)$.

Lời giải

$$+ \text{ Điều kiện xác định: } \begin{cases} x-2 \neq 0 \\ 9-x^2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 2 \\ -3 < x < 3 \end{cases}$$

$$+ \text{ Vậy tập xác định của hàm số là: } D = (-3; 3) \setminus \{2\}.$$

Dạng 2. Tìm đạo hàm

▪ **Đạo hàm hàm số mũ**

$$\begin{cases} y = a^x \longrightarrow y' = a^x \ln a \\ y = a^u \longrightarrow y' = a^u \ln a \cdot u' \end{cases}$$

Đặc biệt: $\begin{cases} (e^x)' = e^x \\ (e^u)' = e^u \cdot u' \end{cases}$ với $e \approx 2,71828...$

▪ **Đạo hàm hàm số logarit**

$$\left\{ \begin{array}{l} y = \log_a x \longrightarrow y' = \frac{1}{x \ln a} \\ y = \log_a u \longrightarrow y' = \frac{u'}{u \ln a} \end{array} \right.$$

Đặc biệt: $\left\{ \begin{array}{l} (\ln x)' = \frac{1}{x} \\ (\ln u)' = \frac{u'}{u} \end{array} \right.$

Câu 1. (Đề Tham Khảo 2017) Tìm đạo hàm của hàm số $y = \log x$.

- A. $y' = \frac{\ln 10}{x}$ B. $y' = \frac{1}{x \ln 10}$ C. $y' = \frac{1}{10 \ln x}$ D. $y' = \frac{1}{x}$

Lời giải

Chọn B

Áp dụng công thức $(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a}$, ta được $y' = \frac{1}{x \ln 10}$.

Câu 2. (Mã 103 - 2019) Hàm số $y = 2^{x^2-x}$ có đạo hàm là

- A. $2^{x^2-x} \cdot \ln 2$. B. $(2x-1) \cdot 2^{x^2-x} \cdot \ln 2$.
C. $(x^2-x) \cdot 2^{x^2-x-1}$. D. $(2x-1) \cdot 2^{x^2-x}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $y' = (x^2-x)' \cdot 2^{x^2-x} \cdot \ln 2 = (2x-1) \cdot 2^{x^2-x} \cdot \ln 2$.

Câu 3. (Mã 104 - 2019) Hàm số $y = 3^{x^2-x}$ có đạo hàm là

- A. $(2x-1) \cdot 3^{x^2-x}$. B. $(x^2-x) \cdot 3^{x^2-x-1}$. C. $(2x-1) \cdot 3^{x^2-x} \cdot \ln 3$. D. $3^{x^2-x} \cdot \ln 3$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $(a^u)' = u' \cdot a^u \cdot \ln a$ nên $(3^{x^2-x})' = (2x-1) \cdot 3^{x^2-x} \cdot \ln 3$.

Câu 4. (Đề Minh Họa 2017) Tính đạo hàm của hàm số $y = 13^x$

- A. $y' = \frac{13^x}{\ln 13}$ B. $y' = x \cdot 13^{x-1}$ C. $y' = 13^x \ln 13$ D. $y' = 13^x$

Lời giải

Chọn C

Ta có: $y' = 13^x \ln 13$.

Câu 5. (Mã 110 2017) Tính đạo hàm của hàm số $y = \log_2(2x+1)$.

- A. $y' = \frac{2}{(2x+1) \ln 2}$ B. $y' = \frac{1}{(2x+1) \ln 2}$ C. $y' = \frac{2}{2x+1}$ D. $y' = \frac{1}{2x+1}$

Lời giải

Chọn A

Ta có $y' = (\log_2(2x+1))' = \frac{(2x+1)'}{(2x+1) \ln 2} = \frac{2}{(2x+1) \ln 2}$.

Câu 6. (Đề Minh Hoa 2017) Tính đạo hàm của hàm số $y = \frac{x+1}{4^x}$

- A. $y' = \frac{1-2(x+1)\ln 2}{2^{2x}}$ B. $y' = \frac{1+2(x+1)\ln 2}{2^{2x}}$
 C. $y' = \frac{1-2(x+1)\ln 2}{2^{x^2}}$ D. $y' = \frac{1+2(x+1)\ln 2}{2^{x^2}}$

Lời giải

Chọn A

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } y' &= \frac{(x+1)' \cdot 4^x - (x+1) \cdot (4^x)'}{(4^x)^2} = \frac{4^x - (x+1) \cdot 4^x \cdot \ln 4}{(4^x)^2} \\ &= \frac{4^x \cdot (1 - x \cdot \ln 4 - \ln 4)}{(4^x)^2} = \frac{1 - x \cdot 2 \ln 2 - 2 \ln 2}{4^x} = \frac{1 - 2(x+1)\ln 2}{2^{2x}}. \end{aligned}$$

Câu 7. (Đề Tham Khảo 2019) Hàm số $f(x) = \log_2(x^2 - 2x)$ có đạo hàm

- A. $f'(x) = \frac{\ln 2}{x^2 - 2x}$ B. $f'(x) = \frac{1}{(x^2 - 2x)\ln 2}$
 C. $f'(x) = \frac{(2x-2)\ln 2}{x^2 - 2x}$ D. $f'(x) = \frac{2x-2}{(x^2 - 2x)\ln 2}$

Lời giải

Chọn D

$$f'(x) = \frac{(x^2 - 2x)'}{(x^2 - 2x)\ln 2} = \frac{2x - 2}{(x^2 - 2x)\ln 2}$$

Câu 8. (Mã 101 - 2019) Hàm số $y = 2^{x^2-3x}$ có đạo hàm là

- A. $(2x-3)2^{x^2-3x} \ln 2$. B. $2^{x^2-3x} \ln 2$.
 C. $(2x-3)2^{x^2-3x}$. D. $(x^2-3x)2^{x^2-3x+1}$.

Lời giải

Chọn A

$$y' = (2^{x^2-3x})' = (2x-3)2^{x^2-3x} \ln 2.$$

Câu 9. (Mã 102 - 2019) Hàm số $y = 3^{x^2-3x}$ có đạo hàm là

- A. $(2x-3) \cdot 3^{x^2-3x}$. B. $3^{x^2-3x} \cdot \ln 3$.
 C. $(x^2-3x) \cdot 3^{x^2-3x-1}$. D. $(2x-3) \cdot 3^{x^2-3x} \cdot \ln 3$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có: } y' = (3^{x^2-3x})' = (2x-3) \cdot 3^{x^2-3x} \cdot \ln 3.$$

Câu 10. Tính đạo hàm của hàm số $y = \ln(1 + \sqrt{x+1})$.

$$\text{A. } y' = \frac{1}{\sqrt{x+1}(1+\sqrt{x+1})}$$

$$\text{B. } y' = \frac{2}{\sqrt{x+1}(1+\sqrt{x+1})}$$

$$\text{C. } y' = \frac{1}{2\sqrt{x+1}(1+\sqrt{x+1})}$$

$$\text{D. } y' = \frac{1}{1+\sqrt{x+1}}$$

Lời giải

Chọn C

Ta có:

$$y' = \left(\ln(1+\sqrt{x+1}) \right)' = \frac{(1+\sqrt{x+1})'}{1+\sqrt{x+1}} = \frac{1}{2\sqrt{x+1}(1+\sqrt{x+1})}.$$

Câu 11. (Chuyên Vĩnh Phúc 2019) Đạo hàm của hàm số $y = e^{1-2x}$ là

$$\text{A. } y' = 2e^{1-2x} \quad \text{B. } y' = -2e^{1-2x} \quad \text{C. } y' = -\frac{e^{1-2x}}{2} \quad \text{D. } y' = e^{1-2x}$$

Lời giải

Chọn B

$$y' = e^{1-2x} \cdot (1-2x)' = -2e^{1-2x}$$

Câu 12. (Chuyên Lam Sơn Thanh Hóa 2019) Đạo hàm của hàm số $y = \log_3(x^2 + x + 1)$ là:

$$\text{A. } y' = \frac{(2x+1)\ln 3}{x^2 + x + 1} \quad \text{B. } y' = \frac{2x+1}{(x^2 + x + 1)\ln 3} \quad \text{C. } y' = \frac{2x+1}{x^2 + x + 1} \quad \text{D. } y' = \frac{1}{(x^2 + x + 1)\ln 3}$$

Lời giải

Chọn B

$$y' = \frac{(x^2 + x + 1)'}{(x^2 + x + 1)\ln 3} = \frac{2x+1}{(x^2 + x + 1)\ln 3}$$

Câu 13. (THPT Lê Quý Đôn Điện Biên 2019) Tính đạo hàm của hàm số $y = e^{x^2+x}$.

$$\text{A. } (2x+1)e^x \quad \text{B. } (2x+1)e^{x^2+x} \quad \text{C. } (2x+1)e^{2x+1} \quad \text{D. } (x^2+x)e^{2x+1}$$

Lời giải

Chọn B

$$(e^{x^2+x})' = e^{x^2+x} \cdot (x^2+x)' = (2x+1)e^{x^2+x}$$

Câu 14. (THPT Hùng Vương Bình Phước 2019) Cho hàm số $f(x) = \log_2(x^2 + 1)$, tính $f'(1)$

$$\text{A. } f'(1) = 1. \quad \text{B. } f'(1) = \frac{1}{2\ln 2}. \quad \text{C. } f'(1) = \frac{1}{2}. \quad \text{D. } f'(1) = \frac{1}{\ln 2}.$$

Lời giải

TXĐ: $D = \mathbb{R}$.

$$f'(x) = \frac{2x}{(x^2+1) \cdot \ln 2} \Rightarrow f'(1) = \frac{1}{\ln 2}.$$

Câu 15. (THPT-Thang-Long-Ha-Noi- 2019) Tìm đạo hàm của hàm số $y = \ln(1+e^{2x})$.

A. $y' = \frac{-2e^{2x}}{(e^{2x} + 1)^2}$. B. $y' = \frac{e^{2x}}{e^{2x} + 1}$. C. $y' = \frac{1}{e^{2x} + 1}$. D. $y' = \frac{2e^{2x}}{e^{2x} + 1}$.

Lời giải

Ta có: $y' = [\ln(1 + e^{2x})]' = \frac{(1 + e^{2x})'}{1 + e^{2x}} = \frac{2e^{2x}}{1 + e^{2x}}$.

Câu 16. (Chuyên Phan Bội Châu Nghệ An 2019) Tính đạo hàm của hàm số $y = \frac{1-x}{2^x}$

A. $y' = \frac{2-x}{2^x}$. B. $y' = \frac{\ln 2 \cdot (x-1) - 1}{(2^x)^2}$.
C. $y' = \frac{x-2}{2^x}$. D. $y' = \frac{\ln 2 \cdot (x-1) - 1}{2^x}$.

Lời giải

Ta có $y' = \frac{(1-x)' \cdot 2^x - (2^x)' \cdot (1-x)}{(2^x)^2} = \frac{-1 \cdot 2^x - 2^x \cdot \ln 2 \cdot (1-x)}{(2^x)^2} = \frac{\ln 2 \cdot (x-1) - 1}{2^x}$

Câu 17. (Chuyên Lê Quý Đôn Quảng Trị 2019) Tính đạo hàm của hàm số $y = \log_9(x^2 + 1)$.

A. $y' = \frac{1}{(x^2 + 1) \ln 9}$. B. $y' = \frac{x}{(x^2 + 1) \ln 3}$. C. $y' = \frac{2x \ln 9}{x^2 + 1}$. D. $y' = \frac{2 \ln 3}{x^2 + 1}$.

Lời giải

Ta có $y' = \frac{(x^2 + 1)'}{(x^2 + 1) \ln 9} = \frac{2x}{(x^2 + 1) \ln 3^2} = \frac{2x}{(x^2 + 1) 2 \ln 3} = \frac{x}{(x^2 + 1) \ln 3}$.

Câu 18. (KTNL GV THPT Lý Thái Tổ 2019) Tính đạo hàm hàm số $y = e^x \cdot \sin 2x$

A. $e^x (\sin 2x - \cos 2x)$. B. $e^x \cdot \cos 2x$.
C. $e^x (\sin 2x + \cos 2x)$. D. $e^x (\sin 2x + 2 \cos 2x)$.

Lời giải

Chọn D

$y' = (e^x \cdot \sin 2x)' = (e^x)' \cdot \sin 2x + e^x \cdot (\sin 2x)' = e^x \cdot \sin 2x + 2e^x \cdot \cos 2x = e^x (\sin 2x + 2 \cos 2x)$

Câu 19. (VTED 2019) Đạo hàm của hàm số $y = \frac{x+1}{4^x}$ là

A. $\frac{1-2(x+1) \ln 2}{2^{2x}}$ B. $\frac{1+2(x+1) \ln 2}{2^{2x}}$ C. $\frac{1-2(x+1) \ln 2}{2^{x^2}}$ D. $\frac{1+2(x+1) \ln 2}{2^{x^2}}$

Lời giải

Chọn A

$y' = \frac{(x+1)' 4^x - (x+1)(4^x)'}{(4^x)^2} = \frac{1-2(x+1) \ln 2}{2^{2x}}$

Câu 20. (Chuyên Hùng Vương Gia Lai 2019) Cho hàm số $y = \frac{1}{x+1+\ln x}$ với $x > 0$. Khi đó $-\frac{y'}{y^2}$ bằng

A. $\frac{x}{x+1}$.

B. $1 + \frac{1}{x}$.

C. $\frac{x}{1+x+\ln x}$.

D. $\frac{x+1}{1+x+\ln x}$.

Lời giải

$$y = \frac{1}{x+1+\ln x} \Rightarrow \frac{1}{y} = x+1+\ln x \Rightarrow \left(\frac{1}{y}\right)' = (x+1+\ln x)' \Leftrightarrow -\frac{y'}{y^2} = 1 + \frac{1}{x}.$$

Câu 21. (Chuyên Lê Quý Đôn Điện Biên 2019) Tính đạo hàm của hàm số $y = 2^x \ln x - \frac{1}{e^x}$.

A. $y' = 2^x \left(\frac{1}{x} + (\ln 2)(\ln x) \right) + \frac{1}{e^x}$.

B. $y' = 2^x \ln 2 + \frac{1}{x} + e^{-x}$.

C. $y' = 2^x \frac{1}{x} \ln 2 + \frac{1}{e^x}$.

D. $y' = 2^x \ln 2 + \frac{1}{x} - e^x$.

Lời giải

$$\text{Ta có } y' = 2^x (\ln 2)(\ln x) + \frac{2^x}{x} + \frac{1}{e^x} = \left(\frac{1}{x} + (\ln 2)(\ln x) \right) + \frac{1}{e^x}.$$

Câu 22. (VTED 2019) Đạo hàm của hàm số $f(x) = \log_2 |x^2 - 2x|$ là

A. $\frac{2x-2}{(x^2-2x)\ln 2}$

B. $\frac{1}{(x^2-2x)\ln 2}$

C. $\frac{(2x-2)\ln 2}{x^2-2x}$

D. $\frac{2x-2}{|x^2-2x|\ln 2}$

Lời giải

$$\text{Ta có } f'(x) = \frac{(x^2-2x)'}{(x^2-2x)\ln 2} = \frac{2x-2}{(x^2-2x)\ln 2}$$

Câu 23. (Chuyên KHTN 2019) Đạo hàm của hàm số $f(x) = \sqrt{\ln(\ln x)}$ là:

A. $f'(x) = \frac{1}{x \ln x \sqrt{\ln(\ln x)}}$.

B. $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{\ln(\ln x)}}$

C. $f'(x) = \frac{1}{2x \ln x \sqrt{\ln(\ln x)}}$.

D. $f'(x) = \frac{1}{\ln x \sqrt{\ln(\ln x)}}$.

Lời giải

$$\text{Áp dụng các công thức } (\ln u)' = \frac{u'}{\ln u} \text{ và } (\sqrt{u})' = \frac{u'}{2\sqrt{u}} \text{ ta có } f'(x) = \frac{1}{2x \ln x \sqrt{\ln(\ln x)}}.$$

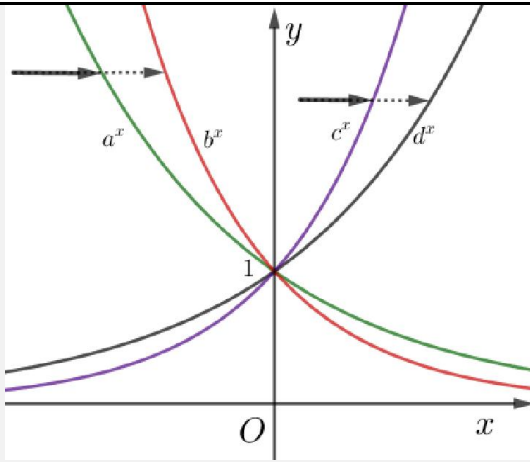
Dạng 3. Khảo sát hàm số mũ, logarit

▪ **Sự biến thiên hàm số mũ:** $y = a^x$.

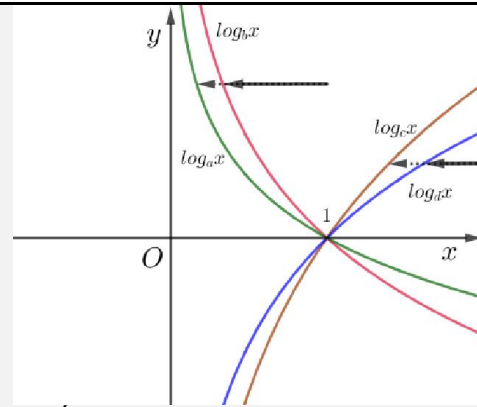
Nếu $a > 1$ thì hàm đồng biến trên \mathbb{R} . Nếu $0 < a < 1$ thì hàm nghịch biến trên \mathbb{R} .

▪ **Sự biến thiên hàm số logarit:** $y = \log_a x$. Nếu $a > 1$: hàm đồng biến trên $(0; +\infty)$. Nếu $0 < a < 1$: hàm nghịch biến trên $(0; +\infty)$.

Đề thi hàm số mũ và logarit	
ĐỀ THI HÀM SỐ MŨ	ĐỀ THI HÀM SỐ LOGARIT

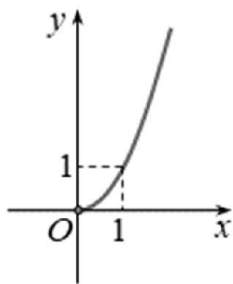


- Ta thấy: $a^x \downarrow \Rightarrow 0 < a < 1$; $b^x \downarrow \Rightarrow 0 < b < 1$.
- Ta thấy: $c^x \uparrow \Rightarrow c > 1$; $d^x \uparrow \Rightarrow d > 1$.
- **So sánh a với b :** Đứng trên cao, bắn mũi tên từ **trái sang phải**, trúng a^x trước nên $a > b$.
- **So sánh c với d :** Đứng trên cao, bắn mũi tên từ **trái sang phải**, trúng c^x trước nên $c > d$.
- Vậy $0 < b < a < 1 < d < c$.

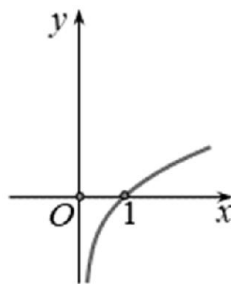


- Ta thấy: $\log_a x \downarrow \Rightarrow 0 < a < 1$; $\log_b x \downarrow \Rightarrow 0 < b < 1$.
- Ta thấy: $\log_c x \uparrow \Rightarrow c > 1$; $\log_d x \uparrow \Rightarrow d > 1$.
- **So sánh a với b :** Đứng trên cao, bắn mũi tên từ **phải sang trái**, trúng $\log_b x$ trước: $b > a$.
- **So sánh c với d :** Đứng trên cao, bắn mũi tên từ **phải sang trái**, trúng $\log_d x$ trước: $d > c$.
- Vậy $0 < a < b < 1 < c < d$.

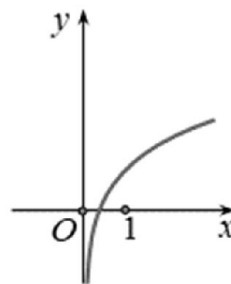
Câu 1. (Đề Tham Khảo 2017) Cho hàm số $f(x) = x \ln x$. Một trong bốn đồ thị cho trong bốn phương án A, B, C, D dưới đây là đồ thị của hàm số $y = f'(x)$. Tìm đồ thị đó?



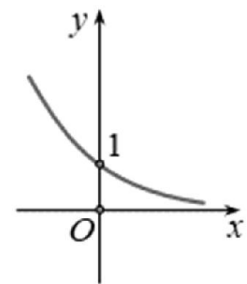
Hình 1



Hình 2



Hình 3



Hình 4

A. Hình 2

B. Hình 3

C. Hình 4

D. Hình 1

Lời giải

Chọn B

Tập xác định $D = (0; +\infty)$

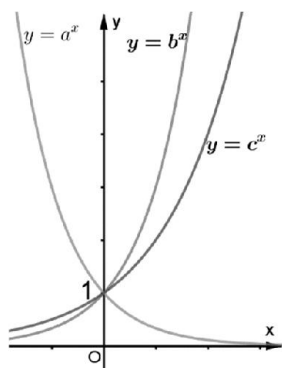
Ta có $f(x) = x \ln x \Rightarrow f'(x) = g(x) = \ln x + 1$.

Ta có $g(1) = 1$ nên đồ thị hàm số đi qua điểm $(1; 1)$. Loại hai đáp án B và D

Và $\lim_{x \rightarrow 0^+} (g(x)) = \lim_{x \rightarrow 0^+} [\ln(x) + 1]$. Đặt $t = \frac{1}{x}$. Khi $x \rightarrow 0^+$ thì $t \rightarrow +\infty$.

Do đó $\lim_{x \rightarrow 0^+} (g(x)) = \lim_{t \rightarrow +\infty} \left[\ln\left(\frac{1}{t}\right) + 1 \right] = -\lim_{t \rightarrow +\infty} [\ln(t) - 1] = -\infty$ nên loại đáp án A

Câu 2. Cho ba số thực dương a, b, c khác 1. Đồ thị các hàm số $y = a^x, y = b^x, y = c^x$ được cho trong hình vẽ bên



Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $b < c < a$

B. $c < a < b$

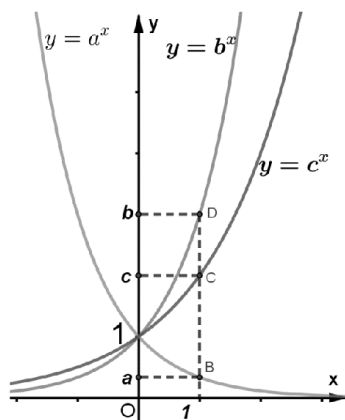
C. $a < b < c$

D. $a < c < b$

Lời giải

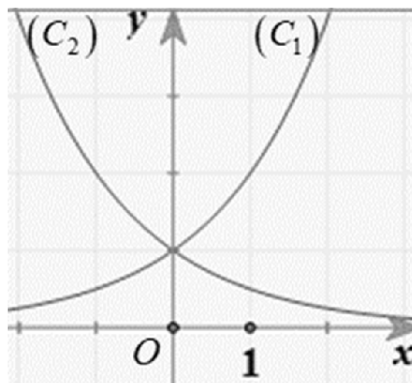
Chọn D

Đường thẳng $x = 1$ đồ thị các hàm số $y = a^x$, $y = b^x$, $y = c^x$ tại các điểm có tung độ lần lượt là $y = a$, $y = b$, $y = c$ như hình vẽ:



Từ đồ thị kết luận $a < c < b$

Câu 3. (Mã 105 2017) Cho hàm số $y = a^x$, $y = b^x$ với a, b là hai số thực dương khác 1, lần lượt có đồ thị là (C_1) và (C_2) như hình bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $0 < b < 1 < a$

B. $0 < a < b < 1$

C. $0 < b < a < 1$

D. $0 < a < 1 < b$

Lời giải

Chọn A

Theo hình ta thấy hàm $y = a^x$ là hàm đồng biến nên $a > 1$, còn hàm $y = b^x$ là hàm nghịch biến nên $0 < b < 1$. Suy ra $0 < b < 1 < a$.

Câu 4. (Chuyên Bắc Giang 2019) Trong các hàm số sau hàm số nào nghịch biến trên \mathbb{R} ?

- A. $\log_3 x^2$ B. $y = \log(x^3)$ C. $y = \left(\frac{e}{4}\right)^x$ D. $y = \left(\frac{2}{5}\right)^{-x}$

Lời giải

Chọn C

Hàm số mũ $y = a^x$ với $0 < a < 1$ nghịch biến trên \mathbb{R} .

Ta có $0 < \frac{e}{4} < 1$ nên hàm số $y = \left(\frac{e}{4}\right)^x$ nghịch biến trên \mathbb{R} .

Câu 5. Mệnh đề nào trong các mệnh đề dưới đây sai?

- A. Hàm số $y = \left(\frac{2018}{\pi}\right)^{x^2+1}$ đồng biến trên \mathbb{R} .
 B. Hàm số $y = \log x$ đồng biến trên $(0; +\infty)$.
C. Hàm số $y = \ln(-x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$.
 D. Hàm số $y = 2^x$ đồng biến trên \mathbb{R} .

Lời giải

Chọn C

Hàm số $y = \ln(-x)$ TXĐ $D = (-\infty; 0)$

Cơ số $a = e > 1$ do đó hàm số đồng biến trên $(-\infty; 0)$

Câu 6. (THPT An Lão Hải Phòng 2019) Hàm số nào dưới đây đồng biến trên tập xác định của nó?

- A. $y = \left(\frac{1}{\pi}\right)^x$ B. $y = \left(\frac{2}{3}\right)^x$ C. $y = (\sqrt{3})^x$ D. $y = (0,5)^x$

Lời giải

Chọn C

Hàm số $y = a^x$ đồng biến trên \mathbb{R} khi và chỉ khi $a > 1$.

Thấy các số $\frac{1}{\pi}$; $\frac{2}{3}$; 0,5 nhỏ hơn 1, còn $\sqrt{3}$ lớn hơn 1 nên chọn C.

Câu 7. (THPT An Lão Hải Phòng 2019) Cho hàm số $y = \log_2 x$. Mệnh đề nào dưới đây sai?

- A. Đạo hàm của hàm số là $y' = \frac{1}{x \ln 2}$
 B. Đồ thị hàm số nhận trục Oy làm tiệm cận đứng
C. Tập xác định của hàm số là $(-\infty; +\infty)$
 D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$

Lời giải

Chọn C

Hàm số $y = \log_2 x$ có tập xác định là $\mathcal{D} = (0; +\infty)$.

Câu 8. (THPT Lê Quý Đôn Điện Biên 2019) Trong các hàm số sau, hàm số nào luôn đồng biến trên \mathbb{R} ?

- A. $y = \left(\frac{2015}{2016}\right)^x$ B. $y = \left(\frac{3}{\sqrt{2016} - \sqrt{2}}\right)^x$ C. $y = (0,1)^{2x}$ D. $y = (2016)^{2x}$

Lời giải

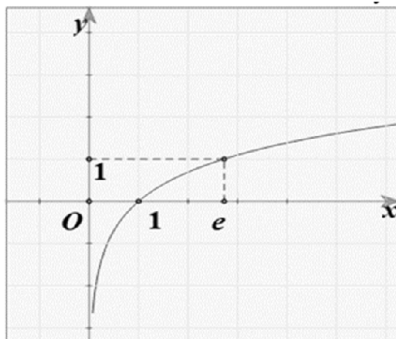
Chọn D

$$y = (0,1)^{2x} = (0,01)^x, y = (2016)^{2x} = 4064256^x$$

Ta có các cơ số $\frac{2015}{2016}$; $\frac{3}{\sqrt{2016}-\sqrt{2}}$; 0,01 đều nhỏ hơn 1 nên các hàm số ở A, B, C nghịch biến trên \mathbb{R} .

Cơ số $4064256 > 1$ nên hàm số $y = (2016)^{2x}$ đồng biến trên \mathbb{R} .

Câu 9. Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y = -e^x$.

B. $y = |\ln x|$.

C. $y = \ln x$.

D. $y = e^x$.

Lời giải

Đồ thị hàm số đi qua điểm $(e; 1)$ và nằm cả trên và dưới trục hoành nên chỉ có hàm số $y = \ln x$ thỏa mãn.

Câu 10. (Chuyên Lê Thánh Tông 2019) Tìm hàm số đồng biến trên \mathbb{R} .

A. $f(x) = 3^x$.

B. $f(x) = 3^{-x}$.

C. $f(x) = \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^x$.

D. $f(x) = \frac{3}{3^x}$.

Lời giải

Hàm số $f(x) = a^x$ đồng biến trên \mathbb{R} nếu $a > 1$ và nghịch biến trên \mathbb{R} nếu $0 < a < 1$.

Vậy hàm số $f(x) = 3^x$ là hàm số đồng biến trên \mathbb{R} .

Câu 11. (Chuyên Bắc Ninh 2019) Cho hàm số $y = \log_{\sqrt{5}} x$. Mệnh đề nào dưới đây là mệnh đề **sai**?

A. Hàm số đã cho đồng biến trên tập xác định.

B. Hàm số đã cho có tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

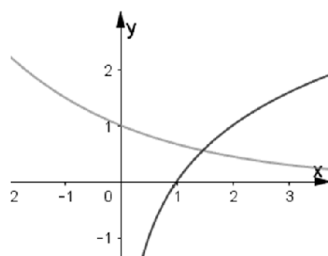
C. Đồ thị hàm số đã cho có một tiệm cận đứng là trục tung.

D. Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận ngang.

Lời giải

Ta có tập xác định của hàm số $y = \log_{\sqrt{5}} x$ là $D = (0; +\infty)$. Do đó đáp án B sai.

Câu 12. Cho đồ thị hàm số $y = a^x$ và $y = \log_b x$ như hình vẽ.



Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $0 < a < \frac{1}{2} < b$. B. $0 < a < 1 < b$. C. $0 < b < 1 < a$. D. $0 < a < 1, 0 < b < \frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Xét hàm số $y = a^x$ đi qua $(0;1)$ suy ra đồ thị hàm số (1) là đồ thị của hàm nghịch biến nên $0 < a < 1$.

Xét đồ thị hàm số $y = \log_b x$ đi qua $(1;0)$ suy ra đồ thị của hàm số (2) là đồ thị của hàm đồng biến suy ra $b > 1$.

Vậy $0 < a < 1 < b$.

Câu 13. (Chuyên Lê Quý Đôn Điện Biên 2019) Trong các hàm số sau, hàm số nào nghịch biến?

- A. $y = \ln x$. B. $y = \log_{1-\sqrt{\frac{2018}{2019}}} x$ C. $y = \log_{\pi} x$. D. $y = \log_{4-\sqrt{3}} x$.

Lời giải

+) $y = \ln x$; TXĐ: $D = (0; +\infty)$

$e > 1$ suy ra hàm số $y = \ln x$ đồng biến trên D .

+) $y = \log_{1-\sqrt{\frac{2018}{2019}}} x$; TXĐ: $D = (0; +\infty)$

$0 < \sqrt{\frac{2018}{2019}} < 1 \Rightarrow 0 < 1 - \sqrt{\frac{2018}{2019}} < 1$ suy ra hàm số $y = \log_{1-\sqrt{\frac{2018}{2019}}} x$ là hàm nghịch biến

D .

+) $y = \log_{\pi} x$; TXĐ: $D = (0; +\infty)$

$\pi > 1$ suy ra hàm số $y = \log_{\pi} x$ đồng biến trên D .

+) $y = \log_{4-\sqrt{3}} x$; TXĐ: $D = (0; +\infty)$

$4 - \sqrt{3} > 1$ suy ra hàm số $y = \log_{4-\sqrt{3}} x$ đồng biến trên D .

Câu 14. (Sở Hà Nội 2019) Đồ thị hàm số $y = \ln x$ đi qua điểm

- A. $(1;0)$. B. $(2;e^2)$. C. $(2e;2)$. D. $(0;1)$.

Lời giải

Với $x = 1 \Rightarrow y = \ln x = \ln 1 = 0$.

Với $x = 2 \Rightarrow y = \ln x = \ln 2$.

Với $x = 2e \Rightarrow y = \ln x = \ln 2e = \ln 2 + 1$.

Với $x = 0$, hàm số không xác định.

Câu 15. (Chuyên Lương Thế Vinh Đồng Nai 2019) Trong các hàm số sau, hàm số nào luôn nghịch biến trên tập xác định của nó?

- A. $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$. B. $y = \log x$. C. $y = 2^x$. D. $y = \left(\frac{2}{3}\right)^x$.

Lời giải

Ta thấy hàm số $y = \left(\frac{2}{3}\right)^x$ là hàm số mũ có cơ số $a = \frac{2}{3} < 1$ nên nghịch biến trên tập xác định của nó.

Ngoài ra ta có thể loại các đáp án khác bằng cách giải thích cụ thể đặc điểm các hàm đó như sau:

Đáp án A loại vì: Hàm số $y = \left(\frac{1}{2}\right)^2$ là hàm hằng nên không nghịch biến cũng không đồng biến.

Đáp án B loại vì: Hàm số $y = \log x$ là hàm số logarit có tập xác định là $D = (0; +\infty)$ có cơ số $a = 10 > 1$ nên luôn đồng biến trên tập xác định của nó.

Đáp án C loại vì: hàm số $y = 2^x$ là hàm số mũ có tập xác định là \mathbb{R} có cơ số $a = 2 > 1$

Câu 16. (Chuyên Lương Thế Vinh Đồng Nai 2019) Chọn khẳng định **sai** trong các khẳng định sau:

- A. Hàm số $y = \log_2 x$ đồng biến trên \mathbb{R} .
 B. Hàm số $y = \log_{\frac{1}{2}} x$ nghịch biến trên tập xác định của nó.
 C. Hàm số $y = 2^x$ đồng biến trên \mathbb{R} .
 D. Hàm số $y = x^{\sqrt{2}}$ có tập xác định là $(0; +\infty)$.

Lời giải

Hàm số $y = \log_2 x$ đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

Câu 17. (KTNL GV Bắc Giang 2019) Hàm số nào dưới đây đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$?

- A. $y = \log_{\sqrt{3}} x$. B. $y = \log_{\frac{\pi}{6}} x$. C. $y = \log_{\frac{e}{3}} x$. D. $y = \log_{\frac{1}{4}} x$.

Lời giải

Chọn A.

Hàm số $y = \log_a x$ đồng biến trên khoảng $(0; +\infty) \Leftrightarrow a > 1 \Rightarrow$ Chọn A

Câu 18. (Chuyên Lê Hồng Phong Nam Định 2019) Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

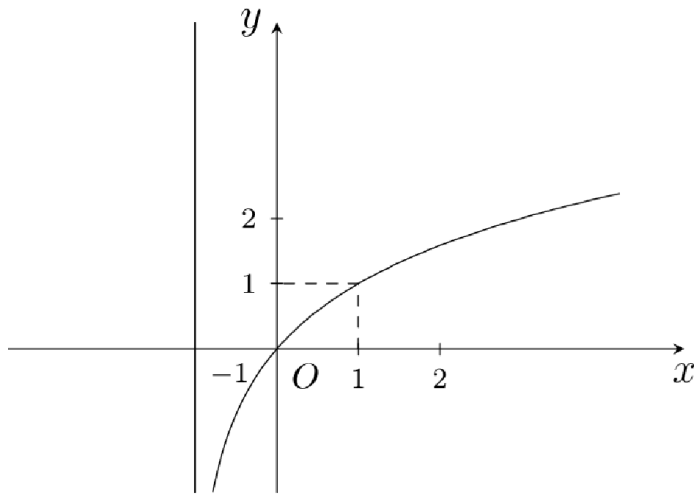
- A. Đồ thị của hàm số $y = 2^x$ và $y = \log_2 x$ đối xứng với nhau qua đường thẳng $y = -x$.
B. Đồ thị của hai hàm số $y = e^x$ và $y = \ln x$ đối xứng với nhau qua đường thẳng $y = x$.
 C. Đồ thị của hai hàm số $y = 2^x$ và hàm số $y = \frac{1}{2^x}$ đối xứng với nhau qua trục hoành.
 D. Đồ thị của hai hàm số $y = \log_2 x$ và $y = \log_2 \frac{1}{x}$ đối xứng với nhau qua trục tung.

Lời giải

Chọn B

Đồ thị hàm số $y = a^x$ và đồ thị hàm số $y = \log_a x$ đối xứng với nhau qua đường phân giác góc phần tư thứ nhất ($y = x$), suy ra chọn **B**.

Câu 19. (Chuyên Lê Hồng Phong Nam Định 2019) Hàm số nào sau đây có đồ thị như hình bên?



- A. $y = \log_3 x$. B. $y = \log_2 x + 1$. C. $y = \log_2(x+1)$. D. $y = \log_3(x+1)$

Lời giải

Đồ thị hàm số đi qua điểm $(0;0)$ nên loại đáp án A và B.

Đồ thị hàm số đi qua điểm $(1;1)$ nên loại D.

Vậy đáp án C thỏa mãn.

Câu 20. (Chuyên Quốc Học Huế 2019) Trong các hàm số dưới đây, hàm số nào nghịch biến trên tập số thực R .

- A. $y = \left(\frac{\pi}{3}\right)^x$ B. $y = \log_{\frac{\pi}{4}}(2x^2 + 1)$ C. $y = \left(\frac{2}{e}\right)^x$ D. $y = \log_{\frac{2}{3}} x$

Lời giải

Vì $\frac{2}{e} < 1$ nên $y = \left(\frac{2}{e}\right)^x$ nghịch biến trên R .

Câu 21. (Chuyên Vĩnh Phúc 2019) Hàm số nào dưới đây nghịch biến trên tập xác định của nó?

- A. $y = \log_{\sqrt{3}} x$ B. $y = \log_2(\sqrt{x} + 1)$ C. $y = \log_{\frac{\pi}{4}} x$ D. $y = \left(\frac{\pi}{3}\right)^x$

Lời giải

Xét hàm số $y = \log_{\frac{\pi}{4}} x$ có tập xác định: $D = (0; +\infty)$.

Nhận thấy cơ số $\frac{\pi}{4} < 1$ nên $y = \log_{\frac{\pi}{4}} x$ nghịch biến trên tập xác định.

Câu 22. (Chuyên Bắc Giang -2019) Cho hàm số $y = \frac{3^x}{\ln 3} - 9x + 17$. Mệnh đề nào sau đây sai?

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$ B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$
C. Hàm số đạt cực trị tại $x = 2$ D. Hàm số có giá trị cực tiểu là $y = \frac{9}{\ln 3} - 1$

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có: } y' = \frac{3^x \ln 3}{\ln 3} - 9 = 3^x - 9$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow 3^x = 9 \Leftrightarrow x = 2$$

x	$-\infty$	2	$-\infty$
y'	$-$	0	$+$
y		$\frac{9}{\ln 3} - 1$	

Câu 23. (THPT Lê Quý Đôn Điện Biên -2019) Đồ thị (L) của hàm số $f(x) = \ln x$ cắt trục hoành tại điểm A , tiếp tuyến của (L) tại A có phương trình là:

- A. $y = 2x + 1$ B. $y = x - 1$ C. $y = 3x$ D. $y = 4x - 3$

Lời giải

Chọn B

TXĐ $D = (0; +\infty)$. $f'(x) = \frac{1}{x}$

Xét phương trình hoành độ giao điểm: $\ln x = 0 \Leftrightarrow x = 1 \Rightarrow A(1; 0)$

Vậy phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số (L) tại điểm A là:

$y = f'(1)(x - 1) + 0 = x - 1$, chọn **B**.

Câu 24. (THCS - THPT Nguyễn Khuyến 2019) Hàm số $y = xe^{-3x}$ đạt cực đại tại

- A. $x = \frac{1}{3e}$. B. $x = \frac{1}{3}$. C. $x = \frac{1}{e}$. D. $x = 0$.

Lời giải

Tập xác định là \mathbb{R} .

$y' = e^{-3x}(1 - 3x)$.

Vì $e^{-3x} > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ nên dấu của y' là dấu của nhị thức $1 - 3x$, suy ra y' đổi dấu từ dương sang âm khi x đi qua $\frac{1}{3}$.

Do đó, $x = \frac{1}{3}$ là điểm cực đại của hàm số.

Câu 25. (THPT Gia Lộc Hải Dương 2019) Hàm số $y = \log_3(x^2 - 2x)$ nghịch biến trên khoảng nào?

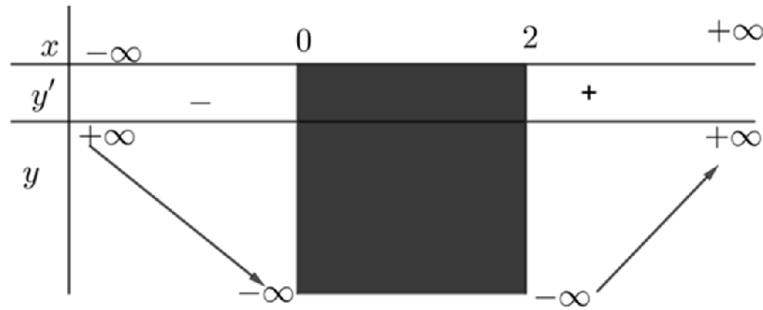
- A. $(2; +\infty)$. B. $(-\infty; 0)$. C. $(1; +\infty)$. D. $(0; 1)$.

Lời giải

Hàm số $y = \log_3(x^2 - 2x)$ có tập xác định $D = (-\infty; 0) \cup (2; +\infty)$.

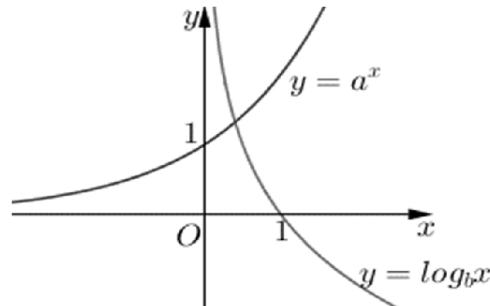
Ta có $y' = \frac{2x - 2}{(x^2 - 2x)\ln 3}$. Khi đó $y' = 0 \Leftrightarrow x = 1$.

Bảng biến thiên:



Dựa vào bảng biến thiên ta có hàm số y nghịch biến trên $(-\infty; 0)$.

Câu 26. Cho đồ thị hàm số $y = a^x$ và $y = \log_b x$ như hình vẽ. Trong các khẳng định sau, đâu là khẳng định đúng



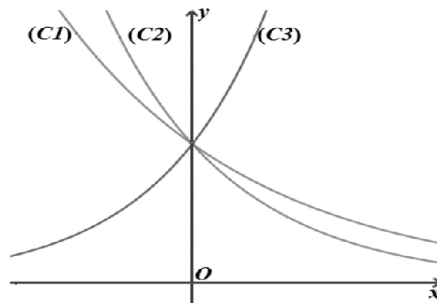
- A. $0 < a < 1, 0 < b < 1$. B. $a > 1, b > 1$.
C. $0 < b < 1 < a$. D. $0 < a < 1 < b$.

Lời giải

Dựa vào đồ thị ta thấy khi $x \rightarrow -\infty \Rightarrow y \rightarrow 0$ do đó đồ thị hàm số $y = a^x$ có $a > 1$. Nên ta loại đáp án A và. **D.**

Ở đồ thị hàm số $y = \log_b x \Leftrightarrow x = b^y$ ta thấy khi $x \rightarrow +\infty \Rightarrow y \rightarrow -\infty$ do đó ta có $0 < b < 1$.

Câu 27. Hình vẽ bên thể hiện đồ thị của ba trong bốn hàm số $y = 6^x$, $y = 8^x$, $y = \frac{1}{5^x}$ và $y = \frac{1}{\sqrt{7}^x}$.



Hỏi (C₂) là đồ thị hàm số nào?

- A. $y = 6^x$. B. $y = \frac{1}{\sqrt{7}^x}$. C. $y = \frac{1}{5^x}$. D. $y = 8^x$

Lời giải

Hàm số có đồ thị (C₂) là hàm số nghịch biến, do đó loại đáp án A, D. Cho $x = 1$ suy ra $\frac{1}{\sqrt{7}} > \frac{1}{5}$

Do đó đồ thị hàm số (C_2) là $y = \frac{1}{5^x}$.

Câu 28. (Chuyên Lê Hồng Phong Nam Định 2019) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{\ln x}{x}$ trên đoạn $[2; 3]$ bằng

A. $\frac{\ln 2}{2}$.

B. $\frac{\ln 3}{3}$.

C. $\frac{3}{e^2}$.

D. $\frac{1}{e}$.

Lời giải

Chọn A

Xét $y = f(x) = \frac{\ln x}{x}$. Hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[2; 3]$

$$y' = \frac{1 - \ln x}{x^2}; y' = 0 \Leftrightarrow \frac{1 - \ln x}{x^2} = 0 \Leftrightarrow x = e \in [2; 3]$$

$$\text{Có } f(2) = \frac{\ln 2}{2} \approx 0,3466; f(e) = \frac{1}{e} \approx 0,3679; f(3) = \frac{\ln 3}{3} \approx 0,366,$$

$$\text{Suy ra } \min_{x \in [2; 3]} f(x) = \frac{\ln 2}{2}.$$

Vậy giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{\ln x}{x}$ trên đoạn $[2; 3]$ bằng $\frac{\ln 2}{2}$.

Câu 29. (Sở Ninh Bình 2019) Cho hàm số $f(x) = \ln x - x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; 1)$.

B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

C. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 0)$ và $(1; +\infty)$.

D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$.

Lời giải

Tập xác định của hàm số $f(x)$: $D = (0; +\infty)$

$$\text{Ta có } f'(x) = \frac{1}{x} - 1 = \frac{1-x}{x}$$

$$f'(x) = 0 \Rightarrow x = 1$$

Bảng xét dấu $f'(x)$:

x	0	1	$+\infty$
$f'(x)$		+	0
		+	-

Câu 30. (HSG Bắc Ninh 2019) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = (x^2 - 2)e^{2x}$ trên đoạn $[-1; 2]$ bằng:

A. $2e^4$

B. $-e^2$

C. $2e^2$

D. $-2e^2$

Lời giải

$$\text{Ta có: } f'(x) = 2(x^2 - 2)e^{2x} + 2xe^{2x} = 2(x^2 + x - 2)e^{2x}$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \in [-1; 2] \\ x = -2 \notin [-1; 2] \end{cases}$$

Và $f(-1) = -e^{-2}$; $f(2) = 2e^4$; $f(1) = -e^2$

Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = (x^2 - 2)e^{2x}$ trên đoạn $[-1; 2]$ bằng $-e^2$ tại $x = 1$.

Câu 31. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 2^{x+1} - \frac{4}{3} \cdot 8^x$ trên $[-1; 0]$ bằng

A. $\frac{4}{9}$.

B. $\frac{5}{6}$.

C. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$.

D. $\frac{2}{3}$.

Lời giải

Chọn D

$$y' = 2^{x+1} \ln 2 - \frac{4}{3} \cdot 8^x \ln 8 = 0 \Leftrightarrow 2^x - 2 \cdot (2^x)^3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2^x = 0 \\ 2^x = \frac{1}{\sqrt{2}} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1/2 \end{cases}$$

Xét $y(-1) = 5/6$; $y(-1/2) = 0,9428$; $y(0) = 2/3$. Ta có: $y_{\min} = \frac{2}{3}$.

BẠN HỌC THAM KHẢO THÊM DẠNG CÂU KHÁC TẠI

<https://drive.google.com/drive/folders/15DX-hbY5paR0iUmcs4RU1DkA1-7QpKIG?usp=sharing>

Theo dõi Fanpage: **Nguyễn Bảo Vương** <https://www.facebook.com/tracnghiemtoanthpt489/>

Hoặc Facebook: **Nguyễn Vương** <https://www.facebook.com/phong.baovuong>

Tham gia ngay: **Nhóm Nguyễn Bảo Vương (TÀI LIỆU TOÁN)** <https://www.facebook.com/groups/703546230477890/>

Ấn sub kênh Youtube: Nguyễn Vương

https://www.youtube.com/channel/UCQ4u2J5gIEI1iRUbT3nwJfA?view_as=subscriber

Tải nhiều tài liệu hơn tại: <http://diendangiaovientoan.vn/>

ĐỂ NHẬN TÀI LIỆU SỚM NHẤT NHÉ!

Nguyễn Bảo Vương