## TÀI LIỆU DÀNH CHO HỌC SINH GIỚI MỨC 9-10 ĐIỂM

## Dạng 1. Nguyên hàm của hàm ẩn hoặc liên quan đến phương trình f(x),f'(x),f''(x)

**Dạng 1.** Bài toán tích phân liên quan đến đẳng thúrc u(x)f'(x) + u'(x)f(x) = h(x)

### Phương pháp:

Dễ dàng thấy rằng u(x)f'(x) + u'(x)f(x) = [u(x)f(x)]'

Do dó 
$$u(x)f'(x) + u'(x)f(x) = h(x) \Leftrightarrow [u(x)f(x)]' = h(x)$$

Suy ra 
$$u(x) f(x) = \int h(x) dx$$

Từ đây ta dễ dàng tính được f(x)

**Dang 2.** Bài toán tích phân liên quan đến biểu thúrc f'(x) + f(x) = h(x)

### Phương pháp:

Nhân hai vế với 
$$e^x$$
 ta durọc  $e^x \cdot f'(x) + e^x \cdot f(x) = e^x \cdot h(x) \Leftrightarrow [e^x \cdot f(x)]' = e^x \cdot h(x)$ 

Suy ra 
$$e^x \cdot f(x) = \int e^x \cdot h(x) dx$$

Từ đây ta dễ dàng tính được f(x)

**Dang 3.** Bài toán tích phân liên quan đến biểu thúc f'(x) - f(x) = h(x)

#### Phương pháp:

Nhân hai vế với 
$$e^{-x}$$
 ta durọc  $e^{-x} \cdot f'(x) - e^{-x} \cdot f(x) = e^{-x} \cdot h(x) \Leftrightarrow \left[ e^{-x} \cdot f(x) \right]' = e^{-x} \cdot h(x)$ 

Suy ra 
$$e^{-x} \cdot f(x) = \int e^{-x} \cdot h(x) dx$$

Từ đây ta dễ dàng tính được f(x)

**Dạng 4.** Bài toán tích phân liên quan đến biểu thứcc  $f'(x) + p(x) \cdot f(x) = h(x)$ 

(Phương trình vi phân tuyên tinh cấp 1)

### Phương pháp:

Nhân hai vế với  $e^{\int p(x)dx}$  ta được

$$f'(x) \cdot e^{\int p(x)dx} + p(x) \cdot e^{\int p(x)dx} \cdot f(x) = h(x) \cdot e^{\int p(x)dx} \Leftrightarrow \left[ f(x) \cdot e^{\int p(x)dx} \right]' = h(x) \cdot e^{\int p(x)dx}$$

Suy ra 
$$f(x) \cdot e^{\int p(x)dx} = \int e^{\int p(x)dx} h(x) dx$$

Từ đây ta dễ dàng tính được f(x)

**Dang 5.** Bài toán tích phân liên quan đến biểu thúc  $f'(x) + p(x) \cdot f(x) = 0$ 

# Phương pháp:

Chia hai vế với 
$$f(x)$$
 ta được  $\frac{f'(x)}{f(x)} + p(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{f'(x)}{f(x)} = -p(x)$ 

Suy ra 
$$\int \frac{f'(x)}{f(x)} dx = -\int p(x) dx \Leftrightarrow \ln|f(x)| = -\int p(x) dx$$

Từ đây ta dễ dàng tính được f(x)

**Dạng 6.** Bài toán tích phân liên quan đến biểu thức  $f'(x) + p(x) \cdot [f(x)]^n = 0$ 

## Phương pháp:

Chia hai vế với 
$$[f(x)]^n$$
 ta được  $\frac{f'(x)}{[f(x)]^n} + p(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{f'(x)}{[f(x)]^n} = -p(x)$ 

Suy ra 
$$\int \frac{f'(x)}{[f(x)]^n} dx = -\int p(x) dx \Leftrightarrow \frac{[f(x)]^{-n+1}}{-n+1} = -\int p(x) dx$$

# NGUYĒN BĀO VƯƠNG - 0946798489

Từ dây ta để dàng tính được f(x)

(**Mã 103 2018**) Cho hàm số f(x) thỏa mãn  $f(2) = -\frac{1}{25}$  và  $f'(x) = 4x^3 [f(x)]^2$  với mọi  $x \in \mathbb{R}$ . Giá trị của f(1) bằng

**A.** 
$$-\frac{391}{400}$$

**B.** 
$$-\frac{1}{40}$$

**B.** 
$$-\frac{1}{40}$$
 **C.**  $-\frac{41}{400}$  **D.**  $-\frac{1}{10}$ 

**D.** 
$$-\frac{1}{10}$$

(Chuyên Phan Bội Châu - Nghệ An - 2020) Cho hàm số y = f(x) đồng biến và có đạo hàm Câu 2. liên tục trên  $\mathbb{R}$  thỏa mãn  $\left(f'(x)\right)^2=f(x).e^x$ ,  $\forall x\in\mathbb{R}$  và f(0)=2. Khi đó f(2) thuộc khoảng nào sau đây?

**B.** (9;10).

**C.** (11;12).

**D.** (13:14).

(Chuyên Thái Bình - 2020) Cho hàm số y = f(x) thỏa mãn  $f(2) = -\frac{4}{19}$  và Câu 3.  $f'(x) = x^3 f^2(x) \ \forall x \in \mathbb{R}$ . Giá trị của f(1) bằng

**A.** 
$$-\frac{2}{3}$$
.

**B.** 
$$-\frac{1}{2}$$
. **C.**  $-1$ .

**D.** 
$$-\frac{3}{4}$$
.

(**Lý Nhân Tông - Bắc Ninh - 2020**) Cho hàm số y = f(x) liên tục trên  $\mathbb{R} \setminus \{-1; 0\}$  thỏa mãn Câu 4. điều kiện:  $f(1) = -2 \ln 2$  và  $x.(x+1).f'(x) + f(x) = x^2 + x$ . Biết  $f(2) = a + b.\ln 3$   $(a, b \in \mathbb{Q})$ . Giá trị  $2(a^2+b^2)$  là

**A.** 
$$\frac{27}{4}$$
.

**B.** 9.

C.  $\frac{3}{4}$ .

(Hải Hậu - Nam Định - 2020) Cho hàm số y = f(x) thỏa mãn  $f(x) < 0, \forall x > 0$  và có đạo hàm Câu 5. f'(x) liên tục trên khoảng  $(0;+\infty)$  thỏa mãn  $f'(x) = (2x+1)f^2(x), \forall x > 0$  và  $f(1) = -\frac{1}{2}$ . Giá trị của biểu thức f(1)+f(2)+...+f(2020) bằng

**A.** 
$$-\frac{2020}{2021}$$
.

**B.** 
$$-\frac{2015}{2019}$$
. **C.**  $-\frac{2019}{2020}$ . **D.**  $-\frac{2016}{2021}$ .

C. 
$$-\frac{2019}{2020}$$

**D.** 
$$-\frac{2016}{2021}$$
.

(**Bắc Ninh 2019**) Cho hàm số y = f(x) liên tục trên  $\mathbb{R} \setminus \{-1;0\}$  thỏa mãn  $f(1) = 2 \ln 2 + 1$ , Câu 6.  $x(x+1)f'(x)+(x+2)f(x)=x(x+1), \ \forall x \in \mathbb{R} \setminus \{-1;0\}$ . Biết  $f(2)=a+b\ln 3$ , với a, b là hai số hữu tỉ. Tính  $T = a^2 - b$ .

**A.** 
$$T = \frac{-3}{16}$$
.

**B.**  $T = \frac{21}{16}$ . **C.**  $T = \frac{3}{2}$ .

(THPT Nguyễn Trãi - Đà Nẵng - 2018) Cho hs y = f(x) thỏa mãn  $y' = xy^2$  và f(-1) = 1 thì Câu 7. giá trị f(2) là

$$\mathbf{A.} \ e^2$$
.

**B.** 2*e*.

(Sở Hà Nội Năm 2019) Cho hàm số f(x) liên tục trên  $\mathbb{R}$ ,  $f(x) \neq 0$  với mọi x và thỏa mãn Câu 8.

$$f(1) = -\frac{1}{2}, f'(x) = (2x+1)f^{2}(x)$$
. Biết  $f(1) + f(2) + ... + f(2019) = \frac{a}{b} - 1$ 

với

 $a,b \in \mathbb{N}, (a,b) = 1$ . Khẳng định nào sau đây **sai**?

**A.** 
$$a - b = 2019$$
.

**B.** ab > 2019.

**C.** 2a + b = 2022.

**D.**  $b \le 2020$ .

Câu 9.	(THPT Chuyên	Lê Hồng Phong Nam Địn		TÀI LIỆU ÔN THI THPTQG 2021 $ó$ $y = f(x)$ liên tục trên $(0; +\infty)$						
	thỏa mãn $2xf'(x) + f(x) = 3x^2 \sqrt{x}$ . Biết $f(1) = \frac{1}{2}$ . Tính $f(4)$ ?									
Câu 10.	A. 24. (Chuyên Thái	<b>B.</b> 14. <b>Nguyên 2019)</b> Cho hài		<b>D.</b> 16. với mọi $x \in \mathbb{R}$ , $f(0)=1$ và						
	$f(x) = \sqrt{x+1}.f'(x)$ với mọi $x \in \mathbb{R}$ . Mệnh đề nào dưới đây đúng?									
	<b>A.</b> $f(x) < 2$	<b>B.</b> $2 < f(x) < 4$	C. $f(x) > 6$	<b>D.</b> $4 < f(x) < 6$						
Câu 11.	(Chuyên Lê Hồ	(Chuyên Lê Hồng Phong Nam Định 2019) Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên								
	[2;4] và $f'(x) > 0$ , $\forall x \in [2;4]$ . Biết $4x^3 f(x) = [f'(x)]^3 - x^3$ , $\forall x \in [2;4]$ , $f(2) = \frac{7}{4}$ . Giá trị của									
	f(4) bằng									
	<b>A.</b> $\frac{40\sqrt{5}-1}{2}$ .	<b>B.</b> $\frac{20\sqrt{5}-1}{4}$ .	C. $\frac{20\sqrt{5}-1}{2}$ .	<b>D.</b> $\frac{40\sqrt{5}-1}{4}$ .						
Câu 12.	(Chuyên Thái	<b>Bình 2019)</b> Cho $f(x)$	c) là hàm số l	liên tục trên $\mathbb R$ thỏa mãn						
	f(x) + f'(x) = x	$x, \forall x \in \mathbb{R} \text{ và } f(0) = 1. \text{ Tính}$	f(1).							
	<b>A.</b> $\frac{2}{e}$ .	<b>B.</b> $\frac{1}{e}$ .	C. e.	<b>D.</b> $\frac{e}{2}$ .						
Câu 13.	(THPT NGHĨA	A HUNG NÐ- GK2 -	<b>2018 - 2019)</b> C	Tho hàm số $f(x)$ thỏa mãn						
	$\left[xf'(x)\right]^2 + 1 = x^2 \left[1 - f(x) \cdot f''(x)\right]$ với mọi $x$ dương. Biết $f(1) = f'(1) = 1$ . Giá trị $f^2(2)$ bằng									
	<b>A.</b> $f^2(2) = \sqrt{2 \ln 2 + 2}$ . <b>B.</b> $f^2(2) = 2 \ln 2 + 2$ .									
	C. $f^2(2) = \ln 2 +$	C. $f^2(2) = \ln 2 + 1$ . D. $f^2(2) = \sqrt{\ln 2 + 1}$ .								
Câu 14.	(Chuyên Bắc Ninh 2019) Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $(f'(x))^2 + f(x) \cdot f''(x) = x^3 - 2x$ , $\forall x \in R$									
	và $f(0) = f'(0) = 1$ . Tính giá trị của $T = f^2(2)$									
	<b>A.</b> $\frac{43}{30}$	<b>B.</b> $\frac{16}{15}$	C. $\frac{43}{15}$	<b>D.</b> $\frac{26}{15}$						
Câu 15.	(Sở Bình Phướ	$\mathbf{rc}$ <b>2019)</b> Cho hàm số $f(\mathbf{x})$	) liên tục và có đ	tạo hàm trên $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ , thỏa mãn						
	$f(x) + \tan x \cdot f'(x) = \frac{x}{\cos^3 x}$ . Biết rằng $\sqrt{3} f\left(\frac{\pi}{3}\right) - f\left(\frac{\pi}{6}\right) = a\pi\sqrt{3} + b\ln 3$ trong đó $a, b \in \mathbb{Q}$ . Giá									
	trị của biểu thức $P = a + b$ bằng									
	A. $\frac{14}{9}$	<b>B.</b> $-\frac{2}{9}$	C. $\frac{7}{9}$	<b>D.</b> $-\frac{4}{9}$						
Câu 16.	(THPT Yên Ph	ong Số 1 Bắc Ninh 2019	) Cho hàm số $y =$	$= f(x)$ đồng biến trên $(0; +\infty)$ ;						

 $[f'(x)]^2 = (x+1).f(x)$ . Tính f(8). **A.** f(8) = 49. **B.** f(8) = 256. **C.**  $f(8) = \frac{1}{16}$ . **D.**  $f(8) = \frac{49}{64}$ .

y = f(x) liên tục, nhận giá trị dương trên  $(0; +\infty)$  và thỏa mãn  $f(3) = \frac{4}{9}$  và

# NGUYĒN <mark>BẢO</mark> VƯƠNG - 0946798489

Câu 17.	Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f(1)=2$ và $(x^2+1)^2 f'(x)=[f(x)]^2 (x^2-1)$ với mọi $x\in\mathbb{R}$ . Giá										
	trị của $f(2)$ bằng										
	<b>A.</b> $\frac{2}{5}$	<b>B.</b> $-\frac{2}{5}$	C. $-\frac{5}{2}$	<b>D.</b> $\frac{5}{2}$							
Câu 18.	(Chuyên Nguyễn Tất	Thành Yên Bái 2019	) Cho hàm số $y = f(x)$	) có đạo hàm liên tục trên							
	khoảng $(0;+\infty)$ , biết $f'(x)+(2x+1)f^2(x)=0$ , $f(x)>0$ , $\forall x>0$ và $f(2)=\frac{1}{6}$ . Tính giá trị của										
	P = f(1) + f(2) + + f(2019).										
	<b>A.</b> $\frac{2021}{2020}$ .	<b>B.</b> $\frac{2020}{2010}$ .	C. $\frac{2019}{2020}$ .	<b>D.</b> $\frac{2018}{2010}$ .							
Câu 19.	2020	2019	2020	2019							
	Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[-2;1]$ thỏa mãn $f(0) = 3$ va $(f(x))^2 \cdot f'(x) = 3x^2 + 4x + 2$ . Giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-2;1]$ là										
	<b>A.</b> $2\sqrt[3]{42}$ .	<b>B.</b> $2\sqrt[3]{15}$ .	<b>C.</b> $\sqrt[3]{42}$ .	<b>D.</b> $\sqrt[3]{15}$ .							
Câu 20.	(Đề Thi Công Bằ	ng KHTN 2019) (	Cho hàm số $f(x)$	thỏa mãn $f(1) = 4$ và							
	$f(x) = xf'(x) - 2x^3 - 3x$										
	<b>A.</b> 5.	<b>B.</b> 10.	C. 20.	<b>D.</b> 15.							
Câu 21.	(Sở Bắc Ninh 2019) (	Cho hàm số $f(x)$ liên	tục trên R thỏa mãn ca	ác điều kiện: $f(0) = 2\sqrt{2}$ ,							
	$f(x) > 0$ , $\forall x \in \mathbb{R}$ và $f(x) \cdot f'(x) = (2x+1)\sqrt{1+f^2(x)}$ , $\forall x \in \mathbb{R}$ . Khi đó giá trị $f(1)$ bằng										
	<b>A.</b> $\sqrt{26}$ .	<b>B.</b> $\sqrt{24}$ .	C. $\sqrt{15}$ .	<b>D.</b> $\sqrt{23}$ .							
Câu 22.	(Cần Thơ 2018) Cho	hàm số $f(x)$ thỏa mãn	$\int \left[ f'(x) \right]^2 + f(x) \cdot f''(x)$	$(x) = 2x^2 - x + 1, \ \forall x \in \mathbb{R} \ \text{và}$							
	$f(0) = f'(0) = 3$ . Giá trị của $[f(1)]^2$ bằng										
	<b>A.</b> 28.	<b>B.</b> 22.	C. $\frac{19}{2}$ .	<b>D.</b> 10.							
Câu 23.	(Chuyên Lê Hồng Phong - 2018) Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb R$ thỏa mãn										
	$(x+2) f(x) + (x+1) f'(x) = e^x \text{ và } f(0) = \frac{1}{2}. \text{ Tính } f(2).$										
	<b>A.</b> $f(2) = \frac{e}{3}$ .	<b>B.</b> $f(2) = \frac{e}{6}$ .	C. $f(2) = \frac{e^2}{3}$ .	<b>D.</b> $f(2) = \frac{e^2}{6}$ .							
Câu 24.	(Liên Trường - Nghệ	<b>An - 2018)</b> Cho hàm số	y = f(x) liên tục trên	$\mathbb{R}\setminus\{0;-1\}$ thỏa mãn điều							
	( <b>Liên Trường - Nghệ An - 2018</b> ) Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R} \setminus \{0; -1\}$ thỏa mãn điều kiện $f(1) = -2 \ln 2$ và $x(x+1).f'(x) + f(x) = x^2 + x$ . Giá trị $f(2) = a + b \ln 3$ , với $a, b \in \mathbb{Q}$ . Tính										
	$a^2+b^2$ .		, ,								
	<b>A.</b> $\frac{25}{4}$ .	<b>B.</b> $\frac{9}{2}$ .	C. $\frac{5}{2}$ .	<b>D.</b> $\frac{13}{4}$ .							
Câu 25.	(THPT Lê Xoay - 201	18) Giả sử hàm số $y =$	f(x) liên tục, nhận giá	i trị dương trên $(0;+\infty)$ và							
	<b>(THPT Lê Xoay - 2018)</b> Giả sử hàm số $y = f(x)$ liên tục, nhận giá trị dương trên $(0; +\infty)$ và thỏa mãn $f(1) = 1$ , $f(x) = f'(x) \cdot \sqrt{3x+1}$ , với mọi $x > 0$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?										
	<b>A.</b> $2 < f(5) < 3$ .										
	2 · J (c) · c·	2.1.7(0).2.	· · · / (0) · · ·								

Câu 26.	(THPT Quỳnh Lưu	- Nghệ An - 20	18) Cho hàm se	•	thỏa mãn	_
	$f'(x) = (2x+3)f^2(x)$	và	$f(0) = -\frac{1}{2}.$	Biết	rằng	tổng
	f(1)+f(2)+f(3)+	+ f(2017) + f(2018)	$a(a) = \frac{a}{b}$ với $(a \in \mathbb{Z},$	$b \in \mathbb{N}^*$ ) và	$\frac{a}{b}$ là phân s	số tối giản.
	Mệnh đề nào sau đây đ	úng?				
	<b>A.</b> $\frac{a}{b} < -1$ .	<b>B.</b> $\frac{a}{b} > 1$ .	<b>C.</b> $a+b=101$	0. <b>D.</b> <i>i</i>	b - a = 3029	•

(THPT Nam Trực - Nam Định - 2018) Cho hàm số  $f(x) \neq 0$ ,  $f'(x) = \frac{3x^4 + x^2 - 1}{x^2} f^2(x)$  và  $f(1) = -\frac{1}{2}$ . Tính f(1) + f(2) + ... + f(80).

**A.**  $-\frac{3240}{6481}$ . **B.**  $\frac{6480}{6481}$ . **C.**  $-\frac{6480}{6481}$ . **D.**  $\frac{3240}{6481}$ .

(Sở Hà Tĩnh - 2018) Cho hàm số f(x) đồng biến có đạo hàm đến cấp hai trên đoạn [0;2] và thỏa mãn  $\left\lceil f(x) \right\rceil^2 - f(x) \cdot f''(x) + \left\lceil f'(x) \right\rceil^2 = 0$ . Biết f(0) = 1,  $f(2) = e^6$ . Khi đó f(1) bằng

**A.** 
$$e^{\frac{3}{2}}$$
. **B.**  $e^3$ . **C.**  $e^{\frac{5}{2}}$ . **D.**  $e^2$ .

**Câu 29.** Cho hàm số y = f(x) liên tục trên  $\mathbb{R}$  thỏa mãn  $f'(x) + 2x \cdot f(x) = e^{-x^2}$ ,  $\forall x \in \mathbb{R}$  và f(0) = 0. Tính f(1).

**A.** 
$$f(1) = e^2$$
. **B.**  $f(1) = -\frac{1}{e}$ . **C.**  $f(1) = \frac{1}{e^2}$ . **D.**  $f(1) = \frac{1}{e}$ .

**Câu 30.** Cho hàm số y = f(x) thỏa mãn  $f'(x).f(x) = x^4 + x^2$ . Biết f(0) = 2. Tính  $f^2(2)$ .

**A.** 
$$f^2(2) = \frac{313}{15}$$
. **B.**  $f^2(2) = \frac{332}{15}$ . **C.**  $f^2(2) = \frac{324}{15}$ . **D.**  $f^2(2) = \frac{323}{15}$ .

Câu 31. (Chuyên Đại học Vinh - 2019) Cho hàm số f(x) thỏa mãn  $f(x)+f'(x)=e^{-x}, \forall x \in \mathbb{R}$  và f(0) = 2. Tất cả các nguyên hàm của  $f(x)e^{2x}$  là

**A.** 
$$(x-2)e^x + e^x + C$$
. **B.**  $(x+2)e^{2x} + e^x + C$ .  
**C.**  $(x-1)e^x + C$ . **D.**  $(x+1)e^x + C$ .

**Câu 32.** Cho hàm số y = f(x) có đạo hàm trên  $(0; +\infty)$  thỏa mãn  $2xf'(x) + f(x) = 2x \quad \forall x \in (0; +\infty)$ , f(1) = 1. Giá trị của biểu thức f(4) là:

**A.** 
$$\frac{25}{6}$$
. **B.**  $\frac{25}{3}$ . **C.**  $\frac{17}{6}$ . **D.**  $\frac{17}{3}$ .

(Chu Văn An - Hà Nội - 2019) Cho hàm số y = f(x) có đạo hàm liên tục trên  $\mathbb R$  và thỏa mãn điều kiện  $x^6 \left[ f'(x) \right]^3 + 27 \left[ f(x) - 1 \right]^4 = 0, \forall x \in \mathbb{R} \text{ và } f(1) = 0.$  Giá trị của f(2) bằng

điều kiện 
$$x^6 [f'(x)]^3 + 27 [f(x)-1]^4 = 0, \forall x \in \mathbb{R}$$
 và  $f(1) = 0$ . Giá trị của  $f(2)$  bằng

**Câu 34.** (Bến Tre 2019) Cho hàm số f(x) thỏa mãn:  $(f'(x))^2 + f(x) \cdot f''(x) = 15x^4 + 12x$ ,  $\forall x \in \mathbb{R}$  và f(0) = f'(0) = 1. Giá trị của  $f^2(1)$  bằng

**A.** 
$$\frac{5}{2}$$
. **B.** 8. **C.** 10. **D.** 4.

NGUYĒN BẢO VƯƠNG - 0946798489

**Câu 35.** Cho hàm số y = f(x) có đạo hàm liên tục trên  $(1; +\infty)$  và thỏa mãn (xf'(x)-2f(x)). ln  $x=x^3-f(x)$ ,  $\forall x \in (1;+\infty)$ ; biết  $f(\sqrt[3]{e})=3e$ . Giá trị f(2) thuộc khoảng nào dưới đây?

**A.**  $(12; \frac{25}{2})$ .

**B.**  $\left(13; \frac{27}{2}\right)$ . **C.**  $\left(\frac{23}{2}; 12\right)$ . **D.**  $\left(14; \frac{29}{2}\right)$ .

(Chuyên Nguyễn Du-ĐặkLặk 2019) Cho hàm số f(x) có đạo hàm trên  $\mathbb R$  thỏa mãn Câu 36.  $3f'(x).e^{f^3(x)-x^2-1} - \frac{2x}{f^2(x)} = 0 \text{ v\'oi } \forall x \in \mathbb{R} . \text{ Bi\'et } f(0) = 1, \text{ t´nh t´nh t´nh phân } \int_{-\infty}^{\infty} x.f(x) dx.$ 

B.  $\frac{15}{4}$ . C.  $\frac{45}{8}$ .

**Câu 37.** (SP Đồng Nai - 2019) Cho hàm số y = f(x) liên tục và không âm trên  $\mathbb{R}$  thỏa mãn  $f(x).f'(x) = 2x\sqrt{f^2(x)+1}$  và f(0) = 0. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số y = f(x) trên đoạn [1;3]. Biết rằng giá trị của biểu thức P = 2M - m có dạng  $a\sqrt{11}-b\sqrt{3}+c$ ,  $(a,b,c\in\mathbb{Z})$ . Tinh a+b+c

**A.** a+b+c=7. **B.** a+b+c=4. **C.** a+b+c=6. **D.** a+b+c=5.

**Câu 38.** Cho hàm số y = f(x) liên tục trên  $\mathbb{R} \setminus \{-1; 0\}$  thỏa mãn  $f(1) = 2 \ln 2 + 1$ , x(x+1)f'(x)+(x+2)f(x)=x(x+1),  $\forall x \in \mathbb{R} \setminus \{-1,0\}$ . Biết  $f(2)=a+b\ln 3$ , với a,b là hai số hữu tỉ. Tính  $T = a^2 - b$ .

**A.**  $T = \frac{21}{16}$ . **B.**  $T = \frac{3}{2}$ . **C.** T = 0. **D.**  $T = -\frac{3}{16}$ .

**Câu 39.** Cho hàm số y = f(x) liên tục trên  $(0; +\infty)$  thỏa mãn  $3x.f(x) - x^2.f'(x) = 2f^2(x)$ , với  $f(x) \neq 0, \forall x \in (0; +\infty)$  và  $f(1) = \frac{1}{3}$ . Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số y = f(x) trên đoạn [1;2]. Tính M + m.

A.  $\frac{9}{10}$ .

**B.**  $\frac{21}{10}$ .

**D.**  $\frac{7}{2}$ .

Dạng 2. Một số bài toán khác liên quan đến nguyên hàm

(Chuyên Thái Nguyên 2019) Cho F(x) là một nguyên hàm của hàm số  $f(x) = e^{x^2}(x^3 - 4x)$ . Câu 1. Hàm số  $F(x^2 + x)$  có bao nhiều điểm cực trị?

**A.** 6.

**B.** 5.

**C.** 3.

(THCS - THPT Nguyễn Khuyến 2019) Cho  $F(x) = \int \frac{(1+\cos^2 x)(\sin x + \cot x)}{\sin^4 x} dx$  và S là tổng Câu 2. tất cả các nghiệm của phương trình  $F(x) = F\left(\frac{\pi}{2}\right)$  trên khoảng  $(0; 4\pi)$ . Tổng S thuộc khoảng

**A.**  $(6\pi; 9\pi)$ .

**B.**  $(2\pi; 4\pi)$ .

**C.**  $(4\pi; 6\pi)$ .

**D.**  $(0;2\pi)$ .

(Chuyên Quốc Học Huế 2019) Cho hàm số F(x) là một nguyên hàm của hàm số Câu 3.  $f(x) = \frac{2\cos x - 1}{\sin^2 x}$  trên khoảng  $(0; \pi)$ . Biết rằng giá trị lớn nhất của F(x) trên khoảng  $(0; \pi)$  là  $\sqrt{3}$ . Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau.

**A.**  $F\left(\frac{\pi}{6}\right) = 3\sqrt{3} - 4$  **B.**  $F\left(\frac{2\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$  **C.**  $F\left(\frac{\pi}{3}\right) = -\sqrt{3}$  **D.**  $F\left(\frac{5\pi}{6}\right) = 3 - \sqrt{3}$ 

Biết F(x) là nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{x \cos x - \sin x}{x^2}$ . Hỏi đồ thị của hàm số y = F(x) có Câu 4. bao nhiêu điểm cực trị trên khoảng  $(0;4\pi)$ ?

**A.** 2.

**B.** 1.

**C.** 3.

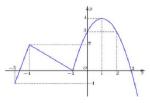
**D.** 0.

(Chuyên - Vĩnh Phúc - 2019) Biết F(x) là nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{x - \cos x}{x^2}$ . Hỏi đồ Câu 5. thị của hàm số y = F(x) có bao nhiều điểm cực trị?

C. vô số điểm.

**D.** 0.

(Chuyên Lê Quý Đôn – Điện Biên 2019) Cho hàm số y = f(x). Đồ thị của hàm số Câu 6. y = f'(x) trên [-5;3] như hình vẽ (phần cong của đồ thị là một phần của parabol  $v = ax^2 + bx + c$ 



Biết f(0)=0, giá trị của 2f(-5)+3f(2) bằng

**A.** 33.

**B.**  $\frac{109}{3}$ . **C.**  $\frac{35}{3}$ .

**D.** 11.

Cho hàm số y = f(x) có đạo hàm liên tục trên  $(0; +\infty)$  thỏa mãn  $f'(x) + \frac{f(x)}{x} = 4x^2 + 3x$  và Câu 7. f(1) = 2. Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số y = f(x) tại điểm có hoành độ x = 2 là **C.** y = 16x + 20. **D.** y = -16x + 20. **A.** y = -16x - 20. **B.** y = 16x - 20.

# BẠN HỌC THAM KHẢO THÊM DẠNG CÂU KHÁC TẠI

https://drive.google.com/drive/folders/15DX-hbY5paR0iUmcs4RU1DkA1-7QpKlG?usp=sharing

Theo dõi Fanpage: Nguyễn Bảo Vương \* https://www.facebook.com/tracnghiemtoanthpt489/

Hoặc Facebook: Nguyễn Vương \* https://www.facebook.com/phong.baovuong

Tham gia ngay: Nhóm Nguyễn Bào Vương (TÀI LIÊU TOÁN) # https://www.facebook.com/groups/703546230477890/

Ân sub kênh Youtube: Nguyễn Vương

https://www.youtube.com/channel/UCQ4u2J5gIEI1iRUbT3nwJfA?view as=subscriber

Tải nhiều tài liệu hơn tại: http://diendangiaovientoan.vn/