

TÀI LIỆU DÀNH CHO ĐỐI TƯỢNG HỌC SINH KHÁ – MỨC 7-8 ĐIỂM

Dạng 1. Xác định phương trình đường thẳng

1. **Dạng 1.** Viết phương trình đường thẳng d dạng tham số và dạng chính tắc (nếu có), biết d đi qua điểm $M(x_0; y_0; z_0)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}_d = (a_1; a_2; a_3)$.

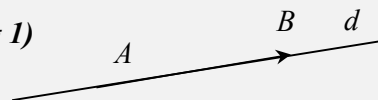
Phương pháp. Ta có: $d : \begin{cases} \text{Qua } M(x_0; y_0; z_0) \\ \text{VTCP: } \vec{u}_d = (a_1; a_2; a_3) \end{cases}$

Phương trình đường thẳng d dạng tham số $d : \begin{cases} x = x_0 + a_1 t \\ y = y_0 + a_2 t \\ z = z_0 + a_3 t \end{cases}, (t \in \mathbb{R}).$

Phương trình đường thẳng d dạng chính tắc $d : \frac{x - x_0}{a_1} = \frac{y - y_0}{a_2} = \frac{z - z_0}{a_3}, (a_1 a_2 a_3 \neq 0).$

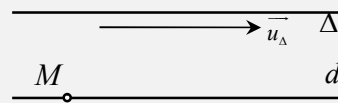
2. **Dạng 2.** Viết phương trình tham số và chính tắc (nếu có) của đường thẳng d đi qua A và B .

Phương pháp. Đường thẳng $d : \begin{cases} \text{Qua } A \text{ (hay } B) \\ \text{VTCP: } \vec{u}_d = \overrightarrow{AB} \end{cases} \text{ (dạng 1)}$



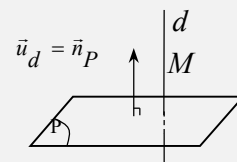
3. **Dạng 3.** Viết phương trình đường thẳng d dạng tham số và chính tắc (nếu có), biết d đi qua điểm M và song song với đường thẳng Δ .

Phương pháp. Ta có $d : \begin{cases} \text{Qua } M(x_0; y_0; z_0) \\ \text{VTCP: } \vec{u}_d = \vec{u}_\Delta \end{cases} \text{ (dạng 1)}$



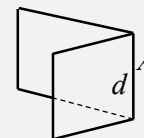
4. **Dạng 4.** Viết phương trình đường thẳng d dạng tham số và chính tắc (nếu có), biết d đi qua điểm M và vuông góc với mặt phẳng $(P): ax + by + cz + d = 0$.

Phương pháp. Ta có $d : \begin{cases} \text{Qua } M \\ \text{VTCP: } \vec{u}_d = \vec{n}_{(P)} = (a; b; c) \end{cases} \text{ (dạng 1)}$



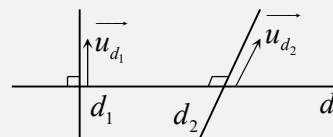
5. **Dạng 5.** Viết phương trình tham số và chính tắc của đường thẳng d là giao tuyến của hai mặt phẳng (P) và (Q) cho trước.

Phương pháp. Ta có $d : \begin{cases} \text{Qua } A = (P) \cap (Q) \\ \text{VTCP: } \vec{u}_d = [\vec{n}_{(P)}, \vec{n}_{(Q)}] \end{cases} \text{ (dạng 1)}$



6. **Dạng 6.** Viết phương trình tham số và chính tắc (nếu có) của đường thẳng d đi qua điểm M và vuông góc với hai đường thẳng d_1, d_2 cho trước.

Phương pháp. Ta có $d : \begin{cases} \text{Qua } M \\ \text{VTCP: } \vec{u}_d = [\vec{u}_{d_1}, \vec{u}_{d_2}] \end{cases} \text{ (dạng 1)}$



7. **Dạng 7.** Viết phương trình đường thẳng d qua M và song song với hai mặt phẳng $(P), (Q)$.

Phương pháp. Ta có $d : \begin{cases} \text{Qua } M \\ \text{VTCP: } \vec{u}_d = [\vec{n}_P, \vec{n}_Q] \end{cases} \text{ (dạng 1)}$

8. **Dạng 8.** Viết phương trình đường thẳng d qua M , vuông góc đường d' và song song mặt (P) .

Phương pháp. Ta có $d : \begin{cases} \text{Qua } M \\ \text{VTCP: } \vec{u}_d = [\vec{u}_{d'}, \vec{n}_P] \end{cases} \text{ (dạng 1)}$

9. **Dạng 9.** Viết phương trình đường thẳng d nằm trong mặt (P) , song song mặt (Q) và qua M .

Phương pháp. Ta có d : $\begin{cases} \bullet \text{ Qua } M \\ \bullet \text{ VTCP: } \vec{u}_d = [\vec{n}_P, \vec{n}_Q] \end{cases}$ (dạng 1)

10. **Dạng 10.** Viết phương trình đường thẳng d đi qua điểm A , vuông góc và cắt đường thẳng d' .

Phương pháp.

Viết phương trình mặt phẳng (P) qua A , vuông góc d' .

Nghĩa là mặt phẳng (P) : $\begin{cases} \bullet \text{ Qua } A \\ \bullet \text{ VTPT: } \vec{n}_P = \vec{u}_{d'} \end{cases}$

Tìm $B = d' \cap (P)$. Suy ra đường thẳng d qua A và B (dạng 1)

Lưu ý: Trường hợp d' là các trục tọa độ thì $d \equiv AB$, với B là hình chiếu của A lên trục.

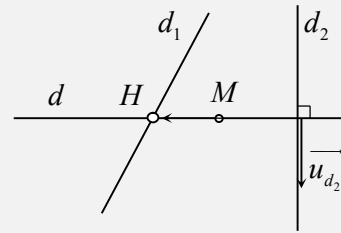
11. **Dạng 11.** Viết phương trình tham số và chính tắc (nếu có) của đường thẳng d đi qua điểm M và cắt đường thẳng d_1 và vuông góc d_2 cho trước.

Phương pháp. Giả sử $d \cap d_1 = H$, ($H \in d_1$, $H \in d$)

$\Rightarrow H(x_1 + a_1t; x_2 + a_2t; x_3 + a_3t) \in d_1$.

Vì $MH \perp d_2 \Rightarrow \overrightarrow{MH} \cdot \vec{u}_{d_2} = 0 \Rightarrow t \Rightarrow H$.

Suy ra đường thẳng d : $\begin{cases} \bullet \text{ Qua } M \\ \bullet \text{ VTCP: } \vec{u}_d = \overrightarrow{MH} \end{cases}$ (dạng 1)



Dạng 12. d đi qua điểm $M_0(x_0; y_0; z_0)$ và cắt hai đường thẳng d_1, d_2 :

• **Cách 1:** Gọi $M_1 \in d_1, M_2 \in d_2$. Từ điều kiện M, M_1, M_2 thẳng hàng ta tìm được M_1, M_2 . Từ đó suy ra phương trình đường thẳng d .

• **Cách 2:** Gọi $(P) = (M_0, d_1), (Q) = (M_0, d_2)$. Khi đó $d = (P) \cap (Q)$, do đó, một VTCP của d có thể chọn là $\vec{a} = [\vec{n}_P, \vec{n}_Q]$.

Dạng 13. d nằm trong mặt phẳng (P) và cắt cả hai đường thẳng d_1, d_2 :

Tìm các giao điểm $A = d_1 \cap (P), B = d_2 \cap (P)$. Khi đó d chính là đường thẳng AB .

Dạng 14. d song song với Δ và cắt cả hai đường thẳng d_1, d_2 :

Viết phương trình mặt phẳng (P) chứa Δ và d_1 , mặt phẳng (Q) chứa Δ và d_2 .

Khi đó $d = (P) \cap (Q)$.

Dạng 15. d là đường vuông góc chung của hai đường thẳng d_1, d_2 chéo nhau:

• **Cách 1:** Gọi $M \in d_1, N \in d_2$. Từ điều kiện $\begin{cases} MN \perp d_1 \\ MN \perp d_2 \end{cases}$, ta tìm được M, N .

Khi đó, d là đường thẳng MN .

• **Cách 2:**

– Vì $d \perp d_1$ và $d \perp d_2$ nên một VTCP của d có thể là: $\vec{a} = [\vec{a}_{d_1}, \vec{a}_{d_2}]$.

– Lập phương trình mặt phẳng (P) chứa d và d_1 , bằng cách:

+ Lấy một điểm A trên d_1 .

+ Một VTPT của (P) có thể là: $\vec{n}_P = [\vec{a}, \vec{a}_{d_1}]$.

– Tương tự lập phương trình mặt phẳng (Q) chứa d và d_2 .

Khi đó $d = (P) \cap (Q)$.

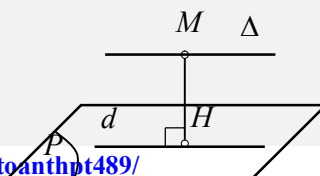
Dạng 16. Viết phương trình đường thẳng d là hình chiếu vuông góc của đường thẳng Δ lên mặt (P) .

Phương pháp: Xét vị trí tương đối của đường thẳng Δ và (P) .

• Nếu $\Delta \parallel (P)$.

Chọn một điểm M trên Δ .

Tìm H là hình chiếu của M lên (P) .



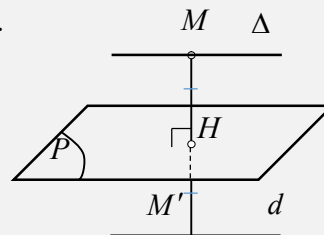
Hình chiếu $d : \begin{cases} \text{Qua } H \\ \text{VTCP: } \vec{u}_d = \vec{u}_\Delta \end{cases}$.

- Nếu $\Delta \cap (P) = I$.
Chọn một điểm $M \neq I$ trên Δ .
Tìm H là hình chiếu của M lên (P) .
Hình chiếu vuông góc của Δ lên (P) là $d \equiv IH$.

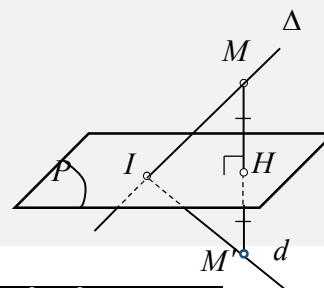
Dạng 17. Viết đường thẳng d là đường thẳng đối xứng với đường thẳng Δ qua mặt phẳng (P) .

Phương pháp: Xét vị trí tương đối của đường thẳng Δ và (P) .

- Nếu $\Delta \parallel (P)$.
Chọn một điểm M trên Δ .
Tìm H là hình chiếu của M lên (P) .
Tìm M' đối xứng với M qua (P) .
Đường thẳng đối xứng $d : \begin{cases} \text{Qua } M' \\ \text{VTCP: } \vec{u}_d = \vec{u}_\Delta \end{cases}$.



- Nếu $\Delta \cap (P) = I$.
Chọn một điểm M trên Δ .
Tìm H là hình chiếu của M lên (P) .
Tìm M' đối xứng với M qua (P) .
Đường thẳng đối xứng $d : \begin{cases} \text{Qua } M' \\ \text{VTCP: } \vec{u}_d = \overrightarrow{IM'} \end{cases}$.



Dạng 1.1 Xác định phương trình đường thẳng khi biết yếu tố vuông góc

Câu 1. (Mã 101 2018) Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $A(1;2;3)$ và đường thẳng $d : \frac{x-3}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+7}{-2}$. Đường thẳng đi qua A , vuông góc với d và cắt trục Ox có phương trình là

- A. $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = -2t \\ z = t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + 2t \\ z = 3 + 3t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 2t \\ z = 3t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + 2t \\ z = 3 + 2t \end{cases}$

Câu 2. (Mã 102 - 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1;0;2), B(1;2;1), C(3;2;0)$ và $D(1;1;3)$. Đường thẳng đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (BCD) có phương trình là

- A. $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = 4t \\ z = 2 + 2t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 4 \\ z = 2 + 2t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 4 + 4t \\ z = 4 + 2t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 - 4t \\ z = 2 - 2t \end{cases}$

Câu 3. (Đề Tham Khảo 2018) Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1 : \frac{x-3}{-1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z+2}{1}$; $d_2 : \frac{x-5}{-3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{1}$ và mặt phẳng $(P) : x + 2y + 3z - 5 = 0$. Đường thẳng vuông góc với (P) , cắt d_1 và d_2 có phương trình là

- A. $\frac{x-1}{3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{1}$ B. $\frac{x-2}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-1}{3}$
C. $\frac{x-3}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z+2}{3}$ D. $\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{3}$

Câu 4. (Mã 101 - 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1;2;0), B(2;0;2), C(2;-1;3), D(1;1;3)$. Đường thẳng đi qua C và vuông góc với mặt phẳng (ABD) có phương trình là

A. $\begin{cases} x = -2 + 4t \\ y = -4 + 3t \\ z = 2 + t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 4 + 2t \\ y = 3 - t \\ z = 1 + 3t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = -2 - 4t \\ y = -2 - 3t \\ z = 2 - t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 2 + 4t \\ y = -1 + 3t \\ z = 3 - t \end{cases}$

Câu 5. (Mã 104 - 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(2;-1;0), B(1;2;1), C(3;-2;0), D(1;1;-3)$. Đường thẳng đi qua D và vuông góc với mặt phẳng (ABC) có phương trình là:

A. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + t \\ z = -2 - 3t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + t \\ z = -3 + 2t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = t \\ y = t \\ z = -1 - 2t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = t \\ y = t \\ z = 1 - 2t \end{cases}$

Câu 6. (Mã 102 2018) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;1;3)$ và đường thẳng $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-2}{2}$. Đường thẳng đi qua A , vuông góc với d và cắt trục Oy có phương trình là.

A. $\begin{cases} x = 2t \\ y = -3 + 4t \\ z = 3t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 1 + t \\ z = 3 + 3t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 1 + 3t \\ z = 3 + 2t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 2t \\ y = -3 + 3t \\ z = 2t \end{cases}$

Câu 7. (Mã 103 - 2019) Trong không gian $Oxyz$ cho $A(0;0;2), B(2;1;0), C(1;2;-1)$ và $D(2;0;-2)$. Đường thẳng đi qua A và vuông góc với (BCD) có phương trình là

A. $\begin{cases} x = 3 \\ y = 2 \\ z = -1 + 2t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 3 + 3t \\ y = 2 + 2t \\ z = 1 - t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = 3t \\ y = 2t \\ z = 2 + t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 3 + 3t \\ y = -2 + 2t \\ z = 1 - t \end{cases}$

Câu 8. (Đề Minh Họa 2017) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho điểm $A(1;0;2)$ và đường thẳng d có phương trình: $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{2}$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua A , vuông góc và cắt d .

A. $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{2} = \frac{z-2}{1}$ B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{-3} = \frac{z-2}{1}$ C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{1}$ D. $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{-1}$

Câu 9. (Đề Tham Khảo 2018) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;2;1), B(-\frac{8}{3}; \frac{4}{3}; \frac{8}{3})$. Đường thẳng qua tâm đường tròn nội tiếp tam giác OAB và vuông góc với mặt phẳng (OAB) có phương trình là:

A. $\frac{x+\frac{2}{9}}{1} = \frac{y-\frac{2}{9}}{-2} = \frac{z+\frac{5}{9}}{2}$ B. $\frac{x+1}{1} = \frac{y-8}{-2} = \frac{z-4}{2}$
C. $\frac{x+\frac{1}{3}}{1} = \frac{y-\frac{5}{3}}{-2} = \frac{z-\frac{11}{6}}{2}$ D. $\frac{x+1}{1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z+1}{2}$

Câu 10. (Mã 103 2018) Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z+2}{2}$ và mặt phẳng $(P): x + y - z + 1 = 0$. Đường thẳng nằm trong mặt phẳng (P) đồng thời cắt và vuông góc với d có phương trình là:

A. $\begin{cases} x = -1 + t \\ y = -4t \\ z = -3t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 3 + t \\ y = -2 + 4t \\ z = 2 + t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = 3 + t \\ y = -2 - 4t \\ z = 2 - 3t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = -2 + 6t \\ z = 2 + t \end{cases}$

Câu 11. (Mã 123 2017) Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $M(-1;1;3)$ và hai đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{3} = \frac{y+3}{2} = \frac{z-1}{1}$, $\Delta': \frac{x+1}{1} = \frac{y}{3} = \frac{z}{-2}$. Phương trình nào dưới đây là phương trình đường thẳng đi qua M và vuông góc với Δ và Δ' .

A. $\begin{cases} x = -1 - t \\ y = 1 + t \\ z = 1 + 3t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = -t \\ y = 1 + t \\ z = 3 + t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = -1 - t \\ y = 1 - t \\ z = 3 + t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = -1 - t \\ y = 1 + t \\ z = 3 + t \end{cases}$

Câu 12. (Mã 104 2018) Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng $\Delta: \frac{x}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-1}{1}$ và mặt phẳng $(P): x - 2y - z + 3 = 0$. Đường thẳng nằm trong (P) đồng thời cắt và vuông góc với Δ có phương trình là:

A. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = 2 \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = -3 \\ y = -t \\ z = 2t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = 2 + 3t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 1 \\ y = 1 - t \\ z = 2 + 2t \end{cases}$

Câu 13. (Mã 123 2017) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = -2 + t \\ z = 2 \end{cases}$

$d_2: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z}{2}$ và mặt phẳng $(P): 2x + 2y - 3z = 0$. Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng đi qua giao điểm của d_1 và (P) , đồng thời vuông góc với d_2 ?

A. $2x - y + 2z + 13 = 0$ B. $2x + y + 2z - 22 = 0$
C. $2x - y + 2z - 13 = 0$ D. $2x - y + 2z + 22 = 0$

Câu 14. (Chuyên Lương Thế Vinh Đồng Nai -2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho $A(1; -1; 3)$ và hai đường thẳng $d_1: \frac{x-4}{1} = \frac{y+2}{4} = \frac{z-1}{-2}$, $d_2: \frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-1}{1}$. Phương trình đường thẳng qua A , vuông góc với d_1 và cắt d_2 là

A. $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-3}{3}$ B. $\frac{x-1}{4} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-3}{4}$ C. $\frac{x-1}{-1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-3}{3}$ D. $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-3}{-1}$

Câu 15. (Chuyên Lê Quý Đôn Điện Biên 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;0;1)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-3}{3}$. Đường thẳng đi qua M , vuông góc với d và cắt Oz có phương trình là

$$\begin{array}{llll} \text{A. } \begin{cases} x=1-3t \\ y=0 \\ z=1+t \end{cases} & \text{B. } \begin{cases} x=1-3t \\ y=0 \\ z=1-t \end{cases} & \text{C. } \begin{cases} x=1-3t \\ y=t \\ z=1+t \end{cases} & \text{D. } \begin{cases} x=1+3t \\ y=0 \\ z=1+t \end{cases} \end{array}$$

Câu 16. (Kinh Môn - Hải Dương 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho điểm $A(1;-1;3)$ và hai đường thẳng $d_1: \frac{x-3}{3} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-1}{-1}$, $d_2: \frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-1}{1}$. Phương trình đường thẳng d đi qua A , vuông góc với đường thẳng d_1 và cắt thẳng d_2 .

$$\begin{array}{ll} \text{A. } \frac{x-1}{5} = \frac{y+1}{-4} = \frac{z-3}{2} & \text{B. } \frac{x-1}{3} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-3}{3} \\ \text{C. } \frac{x-1}{6} = \frac{y+1}{-5} = \frac{z-3}{3} & \text{D. } \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-3}{3} \end{array}$$

Câu 17. (Hội 8 trường chuyên 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;-1;2)$ và hai đường thẳng $d: \begin{cases} x=t \\ y=-1-4t \\ z=6+6t \end{cases}$, $d': \frac{x}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+2}{-5}$. Phương trình nào dưới đây là phương trình đường thẳng đi qua M , vuông góc với d và d' ?

$$\begin{array}{ll} \text{A. } \frac{x-1}{17} = \frac{y+1}{14} = \frac{z-2}{9} & \text{B. } \frac{x-1}{14} = \frac{y+1}{17} = \frac{z+2}{9} \\ \text{C. } \frac{x-1}{17} = \frac{y+1}{9} = \frac{z-2}{14} & \text{D. } \frac{x-1}{14} = \frac{y+1}{17} = \frac{z-2}{9} \end{array}$$

Câu 18. Cho hai đường thẳng $(d_1): \begin{cases} x=2+t \\ y=1+t \\ z=1+t \end{cases}$ và $(d_2): \frac{x}{1} = \frac{y-7}{-3} = \frac{z}{-1}$. Đường thẳng (Δ) là đường vuông góc chung của (d_1) và (d_2) . Phương trình nào sau đây là phương trình của (Δ) ?

$$\begin{array}{ll} \text{A. } \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+2}{-2} & \text{B. } \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{-2} \\ \text{C. } \frac{x-1}{1} = \frac{y-4}{1} = \frac{z+1}{-2} & \text{D. } \frac{x-3}{1} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z+3}{-2} \end{array}$$

Câu 19. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x+y+z=0$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{-2} = \frac{z+3}{2}$. Gọi Δ là đường thẳng nằm trong (P) , cắt và vuông góc với d . Phương trình nào sau đây là phương trình tham số của Δ ?

$$\begin{array}{llll} \text{A. } \begin{cases} x=-2+4t \\ y=3-5t \\ z=3-7t \end{cases} & \text{B. } \begin{cases} x=-3+4t \\ y=5-5t \\ z=4-7t \end{cases} & \text{C. } \begin{cases} x=1+4t \\ y=1-5t \\ z=-4-7t \end{cases} & \text{D. } \begin{cases} x=-3+4t \\ y=7-5t \\ z=2-7t \end{cases} \end{array}$$

Câu 20. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;-1;3)$ và hai đường thẳng:

$$d_1: \frac{x-4}{1} = \frac{y+2}{4} = \frac{z-1}{-2}, d_2: \frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-1}{1}. \text{Viết phương trình đường thẳng } d \text{ đi qua } A, \text{ vuông góc với đường thẳng } d_1 \text{ và cắt đường thẳng } d_2.$$

$$\begin{array}{ll} \text{A. } \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-3}{-1} & \text{B. } \frac{x-1}{6} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-3}{5} \end{array}$$

C. $\frac{x-1}{6} = \frac{y+1}{-4} = \frac{z-3}{-1}$. D. $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-3}{3}$.

Câu 21. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x}{2} = \frac{y-3}{1} = \frac{z-2}{-3}$ và mặt phẳng $(P): x - y + 2z - 6 = 0$. Đường thẳng nằm trong (P) cắt và vuông góc với d có phương trình là?

A. $\frac{x-2}{1} = \frac{y+2}{7} = \frac{z+5}{3}$.

B. $\frac{x+2}{1} = \frac{y-2}{7} = \frac{z-5}{3}$.

C. $\frac{x-2}{1} = \frac{y-4}{7} = \frac{z+1}{3}$.

D. $\frac{x+2}{1} = \frac{y+4}{7} = \frac{z-1}{3}$.

Câu 22. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + 2y + 3z - 7 = 0$ và hai đường thẳng $d_1: \frac{x+3}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z+2}{-4}$; $d_2: \frac{x+1}{3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{3}$. Đường thẳng vuông góc mặt phẳng (P) và cắt cả hai đường thẳng $d_1; d_2$ có phương trình là

A. $\frac{x+7}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-6}{3}$ B. $\frac{x+5}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{3}$

C. $\frac{x+4}{1} = \frac{y+3}{2} = \frac{z+1}{3}$ D. $\frac{x+3}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z+2}{3}$

Câu 23. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z}{1}$ và $d_2: \begin{cases} x = -1+t \\ y = -1 \\ z = -t \end{cases}$ và mặt phẳng $(P): x + y + z - 1 = 0$. Đường thẳng vuông góc với (P) cắt d_1 và d_2 có phương trình là

A. $\frac{x+\frac{13}{5}}{1} = \frac{y-\frac{9}{5}}{1} = \frac{z-\frac{4}{5}}{1}$.

B. $\frac{x-\frac{1}{5}}{1} = \frac{y+\frac{3}{5}}{1} = \frac{z+\frac{2}{5}}{1}$.

C. $\frac{x-\frac{7}{5}}{1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-\frac{2}{5}}{1}$.

D. $\frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{1}$.

Câu 24. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng (Δ) đi qua điểm $M(0;1;1)$, vuông

góc với đường thẳng $(d_1): \begin{cases} x = t \\ y = 1-t (t \in \mathbb{R}) \\ z = -1 \end{cases}$ và cắt đường thẳng $(d_2): \frac{x}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{1}$. Phương trình

của (Δ) là?

A. $\begin{cases} x = 0 \\ y = t \\ z = 1+t \end{cases}$.

B. $\begin{cases} x = 0 \\ y = 1 \\ z = 1+t \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x = 0 \\ y = 1+t \\ z = 1 \end{cases}$.

D. $\begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \\ z = 1+t \end{cases}$.

Câu 25. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho điểm $A(1;0;2)$ và đường thẳng d có phương trình:

$\frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{2}$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua A , vuông góc và cắt d .

A. $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{1}$

B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{-1}$

C. $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{2} = \frac{z-2}{1}$

D. $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{-3} = \frac{z-2}{1}$

Câu 26. (Chuyên Lê Quý Đôn – Điện Biên 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;0;1)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-3}{3}$. Đường thẳng đi qua M , vuông góc với d và cắt Oz có phương trình là

- A. $\begin{cases} x=1-3t \\ y=0 \\ z=1+t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x=1-3t \\ y=0 \\ z=1-t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x=1-3t \\ y=t \\ z=1+t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x=1+3t \\ y=0 \\ z=1+t \end{cases}$.

Câu 27. Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, đường vuông góc chung của hai đường thẳng chéo nhau $d_1: \frac{x-2}{2} = \frac{y-3}{3} = \frac{z+4}{-5}$ và $d_2: \frac{x+1}{3} = \frac{y-4}{-2} = \frac{z-4}{-1}$ có phương trình

- A. $\frac{x-2}{2} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-3}{4}$. B. $\frac{x}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{-1}$.
C. $\frac{x-2}{2} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-3}{2}$. D. $\frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{1}$.

Câu 28. (Chuyên Nguyễn Huệ- 2019) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + y - 2z + 9 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{-1} = \frac{y+3}{2} = \frac{z-3}{1}$. Phương trình tham số của đường thẳng Δ đi qua $A(0;-1;4)$, vuông góc với d và nằm trong (P) là:

- A. $\Delta: \begin{cases} x=5t \\ y=-1+t \\ z=4+5t \end{cases}$. B. $\Delta: \begin{cases} x=2t \\ y=t \\ z=4-2t \end{cases}$. C. $\Delta: \begin{cases} x=t \\ y=-1 \\ z=4+t \end{cases}$. D. $\Delta: \begin{cases} x=-t \\ y=-1+2t \\ z=4+t \end{cases}$.

Câu 29. (Đại học Hồng Đức – Thanh Hóa 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + 2y + z - 4 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{3}$. Phương trình đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng (P) , đồng thời cắt và vuông góc với đường thẳng d là

- A. $\frac{x-1}{5} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-2}{2}$. B. $\frac{x+1}{5} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z-1}{3}$.
C. $\frac{x-1}{5} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{-3}$. D. $\frac{x-1}{5} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{-3}$.

Câu 30. (Sở Hà Nam - 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+3}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{-1}$ và mặt phẳng $(P): x + y - 3z - 2 = 0$. Gọi d' là đường thẳng nằm trong mặt phẳng (P) , cắt và vuông góc với d . Đường thẳng d' có phương trình là

- A. $\frac{x+1}{-2} = \frac{y}{-5} = \frac{z+1}{1}$. B. $\frac{x+1}{2} = \frac{y}{5} = \frac{z+1}{1}$. C. $\frac{x+1}{-2} = \frac{y}{5} = \frac{z+1}{1}$. D. $\frac{x+1}{-2} = \frac{y}{5} = \frac{z+1}{-1}$.

Câu 31. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $\Delta_1: \frac{x+1}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-1}{1}$ và $\Delta_2: \frac{x+2}{-4} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+2}{-1}$. Đường thẳng chứa đoạn vuông góc chung của Δ_1 và Δ_2 đi qua điểm nào sau đây?

- A. $M(0;-2;-5)$. B. $N(1;-1;-4)$. C. $P(2;0;1)$. D. $Q(3;1;-4)$.

Dạng 1.2 Xác định phương trình đường thẳng khi biết yếu tố song song

Câu 32. (Mã 110 2017) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1; -2; 3)$ và hai mặt phẳng $(P): x + y + z + 1 = 0$, $(Q): x - y + z - 2 = 0$. Phương trình nào dưới đây là phương trình đường thẳng đi qua A , song song với (P) và (Q) ?

A. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -2 \\ z = 3 - t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = -1 + t \\ y = 2 \\ z = -3 - t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2 \\ z = 3 + 2t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 1 \\ y = -2 \\ z = 3 - 2t \end{cases}$

Câu 33. (Chuyên Nguyễn Tất Thành Yên Bái 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1; -3; 4)$, đường thẳng d có phương trình: $\frac{x+2}{3} = \frac{y-5}{-5} = \frac{z-2}{-1}$ và mặt phẳng $(P): 2x + z - 2 = 0$. Viết phương trình đường thẳng Δ qua M vuông góc với d và song song với (P) .

A. $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z-4}{-2}$. B. $\Delta: \frac{x-1}{-1} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z-4}{-2}$.
C. $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y+3}{1} = \frac{z-4}{-2}$. D. $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z+4}{2}$.

Câu 34. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z + 3 = 0$ và hai đường thẳng $d_1: \frac{x}{3} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+1}{1}$; $d_2: \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z+3}{1}$. Xét các điểm A, B lần lượt di động trên d_1 và d_2 sao cho AB song song với mặt phẳng (P) . Tập hợp trung điểm của đoạn thẳng AB là

- A. Một đường thẳng có vector chỉ phương $\vec{u} = (-9; 8; -5)$
B. Một đường thẳng có vector chỉ phương $\vec{u} = (-5; 9; 8)$
C. Một đường thẳng có vector chỉ phương $\vec{u} = (1; -2; -5)$
D. Một đường thẳng có vector chỉ phương $\vec{u} = (1; 5; -2)$

Câu 35. (THPT Lương Văn Can - 2018) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(3; 2; -4)$ và mặt phẳng $(P): 3x - 2y - 3z - 7 = 0$, đường thẳng $d: \frac{x-2}{3} = \frac{y+4}{-2} = \frac{z-1}{2}$. Phương trình nào sau đây là phương trình đường thẳng Δ đi qua A , song song (P) và cắt đường thẳng d ?

A. $\begin{cases} x = 3 + 11t \\ y = 2 - 54t \\ z = -4 + 47t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 3 + 54t \\ y = 2 + 11t \\ z = -4 - 47t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = 3 + 47t \\ y = 2 + 54t \\ z = -4 + 11t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 3 - 11t \\ y = 2 - 47t \\ z = -4 + 54t \end{cases}$

Câu 36. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1; -3; 4)$, đường thẳng $d: \frac{x+2}{3} = \frac{y-5}{-5} = \frac{z-2}{-1}$ và mặt phẳng $(P): 2x + z - 2 = 0$. Viết phương trình đường thẳng Δ qua M vuông góc với d và song song với (P) .

A. $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z-4}{-2}$. B. $\Delta: \frac{x-1}{-1} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z-4}{-2}$.
C. $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y+3}{1} = \frac{z-4}{-2}$. D. $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z+4}{2}$.

Câu 37. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;-2;3)$ và hai mặt phẳng $(P): x+y+z+1=0$, $(Q): x-y+z-2=0$. Phương trình nào dưới đây là phương trình đường thẳng đi qua A , song song với (P) và (Q) ?

A. $\begin{cases} x=1 \\ y=-2 \\ z=3-2t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x=-1+t \\ y=2 \\ z=-3-t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x=1+2t \\ y=-2 \\ z=3+2t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x=1+t \\ y=-2 \\ z=3-t \end{cases}$

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;0;-1)$ và mặt phẳng $(P): x+y-1=0$. Đường thẳng đi qua A đồng thời song song với (P) và mặt phẳng (Oxy) có phương trình là

A. $\begin{cases} x=3+t \\ y=2t \\ z=1-t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x=2+t \\ y=-t \\ z=-1 \end{cases}$ C. $\begin{cases} x=1+2t \\ y=-1 \\ z=-t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x=3+t \\ y=1+2t \\ z=-t \end{cases}$

Câu 39. (Chuyên Lê Quý Đôn Quảng Trị 2019) Trong không gian tọa độ $Oxyz$, viết phương trình chính tắc của đường thẳng đi qua điểm $A(3;-1;5)$ và cùng song song với hai mặt phẳng $(P): x-y+z-4=0$, $(Q): 2x+y+z+4=0$.

A. $d: \frac{x-3}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-5}{-3}$ B. $\frac{x-3}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-5}{-3}$ C. $\frac{x+3}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+5}{-3}$ D. $\frac{x+3}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+5}{-3}$

Câu 40. (Chu Văn An - Hà Nội - 2019) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(\alpha): x-2y+z-1=0$, $(\beta): 2x+y-z=0$ và điểm $A(1;2;-1)$. Đường thẳng Δ đi qua điểm A và song song với cả hai mặt phẳng $(\alpha), (\beta)$ có phương trình là

A. $\frac{x-1}{-2} = \frac{y-2}{4} = \frac{z+1}{-2}$ B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z+1}{5}$ C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z+1}{-1}$ D. $\frac{x}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-3}{1}$

Câu 41. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;0;0)$, $B(0;2;0)$, $C(0;0;3)$. Đường thẳng đi qua tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC , song song với mặt phẳng (Oxy) và vuông góc với AB .

A. $\begin{cases} x=\frac{13}{98}-t \\ y=-\frac{40}{49}+2t \\ z=\frac{135}{98} \end{cases}$ B. $\begin{cases} x=\frac{13}{98}-2t \\ y=\frac{40}{49}+t \\ z=\frac{135}{98} \end{cases}$ C. $\begin{cases} x=\frac{13}{98}+2t \\ y=\frac{40}{49}+t \\ z=\frac{135}{98} \end{cases}$ D. $\begin{cases} x=-\frac{13}{98}-t \\ y=\frac{40}{49}+2t \\ z=\frac{135}{98} \end{cases}$

Câu 42. (THPT Cẩm Bình 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng

$(\alpha): x-2z-6=0$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x=1+t \\ y=3+t \\ z=-1-t \end{cases}$. Viết phương trình đường thẳng Δ nằm trong

mặt phẳng (α) cắt đồng thời vuông góc với d .

$$\text{A. } \frac{x-2}{2} = \frac{y-4}{1} = \frac{z+2}{1}.$$

$$\text{B. } \frac{x-2}{2} = \frac{y-4}{-1} = \frac{z+2}{1}.$$

$$\text{C. } \frac{x-2}{2} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z+2}{1}. \quad \text{D. } \frac{x-2}{2} = \frac{y-4}{-1} = \frac{z-2}{1}.$$

Câu 43. Trong không gian Oxyz, cho ba đường thẳng $d_1: \frac{x-3}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{-2}$; $d_2: \frac{x+1}{3} = \frac{y}{-2} = \frac{z+4}{-1}$ và

$d_3: \frac{x+3}{4} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z}{6}$. Đường thẳng song song với d_3 , cắt d_1 và d_2 có phương trình là

$$\text{A. } \frac{x-3}{4} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{6}. \quad \text{B. } \frac{x-3}{-4} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{-6}.$$

$$\text{C. } \frac{x+1}{4} = \frac{y}{-1} = \frac{z-4}{6}. \quad \text{D. } \frac{x-1}{4} = \frac{y}{-1} = \frac{z+4}{6}.$$

Câu 44. (SGD Cần Thơ 2019) Trong không gian Oxyz, cho các đường thẳng

$$d_1: \frac{x-3}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{-2}, \quad d_2: \begin{cases} x = -1+3t \\ y = -2t \\ z = -4-t \end{cases}, \quad d_3: \frac{x+3}{4} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z}{6}. \text{ Đường thẳng song song với } d_3$$

và cắt đồng thời d_1 và d_2 có phương trình là:

$$\text{A. } \frac{x+1}{4} = \frac{y}{-1} = \frac{z-4}{6}. \quad \text{B. } \frac{x-1}{4} = \frac{y}{-1} = \frac{z+4}{6}.$$

$$\text{C. } \frac{x-3}{4} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{6}. \quad \text{D. } \frac{x-3}{-4} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{-6}.$$

Câu 45. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, viết phương trình tham số của đường thẳng đi qua điểm $M(1;3;-2)$, đồng thời song song với giao tuyến của hai mặt phẳng $(P): x+y-3=0$ và $(Q): 2x-y+z-3=0$.

$$\text{A. } \begin{cases} x = 1+3t \\ y = 3-t \\ z = -2+t \end{cases}.$$

$$\text{B. } \begin{cases} x = 1-3t \\ y = 3+t \\ z = -2+t \end{cases}.$$

$$\text{C. } \begin{cases} x = 1+t \\ y = 3-t \\ z = -2-3t \end{cases}.$$

$$\text{D. } \begin{cases} x = 1+t \\ y = 3+t \\ z = -2-3t \end{cases}.$$

Câu 46. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho đường thẳng $d: \frac{x}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+2}{2}$, mặt phẳng

$(P): 2x+y+2z-5=0$ và điểm $A(1;1;-2)$. Phương trình chính tắc của đường thẳng Δ đi qua điểm A song song với mặt phẳng (P) và vuông góc với d là:

$$\text{A. } \Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+2}{-2}.$$

$$\text{B. } \Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+2}{-2}.$$

$$\text{C. } \Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+2}{-3}.$$

$$\text{D. } \Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+2}{2}.$$

Câu 47. (SP Đồng Nai - 2019) Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho mặt phẳng

$(P): x+y-z+9=0$, đường thẳng $d: \frac{x-3}{1} = \frac{y-3}{3} = \frac{z}{2}$ và điểm $A(1;2;-1)$. Viết phương trình

đường thẳng Δ đi qua điểm A cắt d và song song với mặt phẳng (P) .

$$\text{A. } \frac{x-1}{-1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+1}{1}. \quad \text{B. } \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+1}{-1}.$$

$$\text{C. } \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+1}{1}. \quad \text{D. } \frac{x-1}{-1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+1}{-1}.$$

Câu 48. (THPT Thăng Long-Hà Nội- 2019) Trong không gian, cho mặt phẳng $(P): x + y - z - 4 = 0$ và điểm $A(2; -1; 3)$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua A và song song với (P) , biết Δ có một vectơ chỉ phương là $\vec{u} = (a; b; c)$, đồng thời Δ đồng phẳng và không song song với Oz . Tính $\frac{a}{c}$.

- A. $\frac{a}{c} = 2$. B. $\frac{a}{c} = -2$. C. $\frac{a}{c} = -\frac{1}{2}$. D. $\frac{a}{c} = \frac{1}{2}$.

Dạng 1.3 Phương trình đường thẳng hình chiếu, đối xứng

Câu 49. (Đề Tham Khảo 2017) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+5}{-1} = \frac{z-3}{4}$. Phương trình nào dưới đây là phương trình hình chiếu vuông góc của d trên mặt phẳng $x+3=0$?

- A. $\begin{cases} x = -3 \\ y = -5 + 2t \\ z = 3 - t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = -3 \\ y = -6 - t \\ z = 7 + 4t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = -3 \\ y = -5 - t \\ z = -3 + 4t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = -3 \\ y = -5 + t \\ z = 3 + 4t \end{cases}$

Câu 50. (Đề Tham Khảo 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + y + z - 3 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{-1}$. Hình chiếu vuông góc của d trên (P) có phương trình là

- A. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{4} = \frac{z-1}{-5}$ B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-4}{1} = \frac{z+5}{1}$
C. $\frac{x+1}{-1} = \frac{y+1}{-4} = \frac{z+1}{5}$ D. $\frac{x-1}{3} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-1}{-1}$

Câu 51. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 2x + y + z - 3 = 0$ và đường thẳng

$d: \frac{x+4}{3} = \frac{y-3}{-6} = \frac{z-2}{-1}$. Viết phương trình đường thẳng d' đối xứng với đường thẳng d qua

mặt phẳng (α) .

- A. $\frac{x}{11} = \frac{y+5}{-17} = \frac{z-4}{-2}$. B. $\frac{x}{11} = \frac{y-5}{-17} = \frac{z+4}{-2}$.
C. $\frac{x}{11} = \frac{y-5}{-17} = \frac{z-4}{-2}$. D. $\frac{x}{11} = \frac{y-5}{-17} = \frac{z-4}{2}$.

Câu 52. (Chuyên Phan Bội Châu Nghệ An 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+1}{3}$ và mặt phẳng $(P): x + y + z - 3 = 0$. Đường thẳng d' là hình chiếu của d theo phương Ox lên (P) , d' nhận $\vec{u} = (a; b; 2019)$ là một vectơ chỉ phương. Xác định tổng $(a+b)$.

- A. 2019. B. -2019. C. 2018. D. -2020.

Câu 53. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): x + y - z + 6 = 0$ và đường thẳng

$d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+4}{3} = \frac{z}{5}$. Hình chiếu vuông góc của d trên (α) có phương trình là

- A. $\frac{x+1}{2} = \frac{y+4}{3} = \frac{z-1}{5}$. B. $\frac{x}{2} = \frac{y+5}{3} = \frac{z-1}{5}$.

C. $\frac{x+5}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z-1}{5}$. D. $\frac{x}{2} = \frac{y-5}{3} = \frac{z-1}{5}$.

Câu 54. (KTNL GV Bắc Giang 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+y-z-1=0$ và đường thẳng $d: \frac{x+2}{2} = \frac{y-4}{-2} = \frac{z+1}{1}$. Viết phương trình đường thẳng d' là hình chiếu vuông góc của d trên (P) .

A. $d': \frac{x+2}{7} = \frac{y}{-5} = \frac{z+1}{2}$.

B. $d': \frac{x-2}{7} = \frac{y}{-5} = \frac{z-1}{2}$.

C. $d': \frac{x+2}{7} = \frac{y}{5} = \frac{z+1}{2}$. D. $d': \frac{x-2}{7} = \frac{y}{5} = \frac{z-1}{2}$.

Câu 55. (Chuyên Phan Bội Châu 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+1}{3}$ và mặt phẳng $(P): x+y+z-3=0$. Đường thẳng d' là hình chiếu của d theo phương Ox lên (P) ; d' nhận $\vec{u}(a;b;2019)$ làm một vectơ chỉ phương. Xác định tổng $a+b$.

A. 2019

B. -2019

C. 2018

D. -2020

Câu 56. (THPT Đông Sơn 1 - Thanh Hóa 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+y+z-3=0$ và đường thẳng $d: \frac{x}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{-1}$. Hình chiếu của d trên (P) có phương trình là đường thẳng d' . Trong các điểm sau điểm nào thuộc đường thẳng d' :

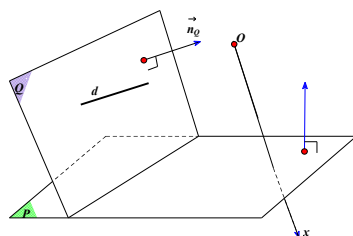
A. $M(2;5;-4)$.

B. $P(1;3;-1)$.

C. $N(1;-1;3)$.

D. $Q(2;7;-6)$.

Câu 57. (THPT Phan Bội Châu - Nghệ An - 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+1}{3}$ và mặt phẳng $(P): x+y+z-3=0$. Đường thẳng d' là hình chiếu của d theo phương Ox lên (P) , d' nhận $\vec{u}=(a;b;2019)$ là một vectơ chỉ phương. Xác định



tổng $(a+b)$.

A. 2019.

B. -2019.

C. 2018.

D. -2020.

Câu 58. (SGD Bắc Ninh 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-2}{-1}$ và mặt phẳng $(P): 2x+y+2z-1=0$. Gọi d' là hình chiếu của đường thẳng d lên mặt phẳng (P) , vectơ chỉ phương của đường thẳng d' là

A. $\vec{u}_3 = (5; -6; -13)$. B. $\vec{u}_2 = (5; -4; -3)$.

C. $\vec{u}_4 = (5; 16; 13)$. D. $\vec{u}_1 = (5; 16; -13)$.

Câu 59. Trong không gian $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P): x+y+z-3=0$ và đường thẳng $d: \frac{x}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{-1}$. Hình chiếu vuông góc của d trên (P) có phương trình là

A. $\frac{x+1}{-1} = \frac{y+1}{-4} = \frac{z+1}{5}$. B. $\frac{x-1}{3} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-1}{-1}$.
C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{4} = \frac{z-1}{-5}$. D. $\frac{x-1}{1} = \frac{y+4}{1} = \frac{z+5}{1}$.

Dạng 1.4 Xác định một số phương trình đường thẳng đặc biệt (phân giác, trung tuyến, giao tuyến...)

Hai đường thẳng d_1, d_2 cắt nhau tại điểm $A(x_0; y_0; z_0)$ và có vécto chỉ phương lần lượt là

$\vec{u}_1(a_1; b_1; c_1), \vec{u}_2(a_2; b_2; c_2)$

Đường thẳng phân giác của góc tạo bởi hai đường thẳng này có vécto chỉ phương được xác định theo công thức

$$\vec{u} = \frac{1}{|\vec{u}_1|} \cdot \vec{u}_1 \pm \frac{1}{|\vec{u}_2|} \cdot \vec{u}_2 = \frac{1}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2 + c_1^2}}(a_1; b_1; c_1) \pm \frac{1}{\sqrt{a_2^2 + b_2^2 + c_2^2}}(a_2; b_2; c_2)$$

Chi tiết có hai phân giác:

Nếu $\vec{u}_1 \cdot \vec{u}_2 > 0 \Rightarrow \vec{u} = \frac{1}{|\vec{u}_1|} \cdot \vec{u}_1 + \frac{1}{|\vec{u}_2|} \cdot \vec{u}_2$ là vécto chỉ phương của phân

giác tạo bởi góc nhọn giữa hai đường thẳng và $\vec{u} = \frac{1}{|\vec{u}_1|} \cdot \vec{u}_1 - \frac{1}{|\vec{u}_2|} \cdot \vec{u}_2$ là vécto chỉ phương của phân giác tạo

bởi góc tù giữa hai đường thẳng.

Nếu $\vec{u}_1 \cdot \vec{u}_2 < 0 \Rightarrow \vec{u} = \frac{1}{|\vec{u}_1|} \cdot \vec{u}_1 + \frac{1}{|\vec{u}_2|} \cdot \vec{u}_2$ là vécto chỉ phương của phân

giác tạo bởi góc tù giữa hai đường thẳng và $\vec{u} = \frac{1}{|\vec{u}_1|} \cdot \vec{u}_1 - \frac{1}{|\vec{u}_2|} \cdot \vec{u}_2$ là vécto chỉ phương của phân giác tạo bởi góc nhọn giữa hai đường thẳng.

Câu 60. (Mã 102 2018) Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = -3 \\ z = 5 + 4t \end{cases}$. Gọi Δ là đường thẳng

đi qua điểm $A(1; -3; 5)$ và có vector chỉ phương $\vec{u}(1; 2; -2)$. Đường phân giác của góc nhọn tạo bởi d và Δ có phương trình là

A. $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 2 - 5t \\ z = 6 + 11t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 2 - 5t \\ z = -6 + 11t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = 1 + 7t \\ y = -3 + 5t \\ z = 5 + t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = -3 \\ z = 5 + 7t \end{cases}$

Câu 61. (Mã 101 2018) Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + 7t \\ y = 1 + 4t \\ z = 1 \end{cases}$. Gọi Δ là đường thẳng

đi qua điểm $A(1; 1; 1)$ và có vector chỉ phương $\vec{u} = (1; -2; 2)$. Đường phân giác của góc nhọn tạo bởi d và Δ có phương trình là.

A. $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = -10 + 11t \\ z = -6 - 5t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = -10 + 11t \\ z = 6 - 5t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = -1 + 3t \\ y = 1 + 4t \\ z = 1 - 5t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 1 + 7t \\ y = 1 + t \\ z = 1 + 5t \end{cases}$

Câu 62. (Mã 104 2018) Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 1 + 4t \\ z = 1 \end{cases}$. Gọi Δ là đường thẳng

đi qua điểm $A(1;1;1)$ và có vector chỉ phương $\vec{u} = (-2;1;2)$. Đường phân giác của góc nhọn tạo bởi d và Δ có phương trình là.

A. $\begin{cases} x=1+27t \\ y=1+t \\ z=1+t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x=-18+19t \\ y=-6+7t \\ z=11-10t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x=-18+19t \\ y=-6+7t \\ z=-11-10t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x=1-t \\ y=1+17t \\ z=1+10t \end{cases}$

Câu 63. (Mã 103 2018) Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x=1+t \\ y=2+t \\ z=3 \end{cases}$. Gọi Δ là đường thẳng

đi qua điểm $A(1;2;3)$ và có vector chỉ phương $\vec{u} = (0;-7;-1)$. Đường phân giác của góc nhọn tạo bởi d và Δ có phương trình là

A. $\begin{cases} x=1+5t \\ y=2-2t \\ z=3-t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x=1+6t \\ y=2+11t \\ z=3+8t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x=-4+5t \\ y=-10+12t \\ z=2+t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x=-4+5t \\ y=-10+12t \\ z=-2+t \end{cases}$

Câu 64. (THPT An Lão Hải Phòng 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(-1;3;2)$, $B(2;0;5)$, $C(0;-2;1)$. Viết phương trình đường trung tuyến AM của tam giác ABC .

A. $AM: \frac{x+1}{2} = \frac{y-3}{-4} = \frac{z-2}{1}$ B. $AM: \frac{x-1}{2} = \frac{y-3}{-4} = \frac{z+2}{1}$
C. $AM: \frac{x-1}{2} = \frac{y+3}{4} = \frac{z+2}{-1}$ D. $AM: \frac{x-2}{1} = \frac{y+4}{-1} = \frac{z+1}{3}$

Câu 65. (THPT Yên Phong 1 Bắc Ninh 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho $A(2;0;0)$, đường thẳng d đi qua A cắt chiều âm trục Oy tại điểm B sao cho diện tích tam giác OAB bằng 1. Phương trình tham số đường thẳng d là

A. $\begin{cases} x=1-2t \\ y=t \\ z=0 \end{cases}$ B. $\begin{cases} x=2+2t \\ y=-t \\ z=0 \end{cases}$ C. $\begin{cases} x=2-2t \\ y=-t \\ z=0 \end{cases}$ D. $\begin{cases} x=2-2t \\ y=t \\ z=1 \end{cases}$

Câu 66. Trong không gian $Oxyz$ cho hai điểm $A(2;2;1)$, $B(\frac{-8}{3}; \frac{4}{3}; \frac{8}{3})$. Đường phân giác trong của tam giác OAB có phương trình là

A. $\begin{cases} x=0 \\ y=t \\ z=t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x=4t \\ y=t \\ z=-t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x=14t \\ y=2t \\ z=-5t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x=2t \\ y=14t \\ z=13t \end{cases}$

Câu 67. (Chuyên Hạ Long 2019) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho hai đường thẳng

$d_1: \begin{cases} x=4+t \\ y=-4-t \\ z=6+2t \end{cases}$; $d_2: \frac{x-5}{2} = \frac{y-11}{4} = \frac{z-5}{2}$. Đường thẳng d đi qua $A(5;-3;5)$ cắt $d_1; d_2$ lần lượt ở

B, C . Tính tỉ số $\frac{AB}{AC}$.

A. 2. B. 3. C. $\frac{1}{2}$. D. $\frac{1}{3}$.

Câu 68. (THPT Gang Thép Thái Nguyên -2019) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho 2 điểm $M(1;2;3)$, $A(2;4;4)$ và hai mặt phẳng $(P): x+y-2z+1=0$, $(Q): x-2y-z+4=0$.

Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua M , cắt $(P), (Q)$ lần lượt tại B, C sao cho tam giác ABC cân tại A và nhận AM làm đường trung tuyến.

- A. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-3}{-1}$. B. $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-3}{1}$.
C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-3}{1}$. D. $\frac{x-1}{-1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-3}{1}$.

Câu 69. (Chuyên Bắc Giang 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho tam giác ABC biết $A(2;1;0), B(3;0;2), C(4;3;-4)$. Viết phương trình đường phân giác trong góc A .

- A. $\begin{cases} x=2 \\ y=1+t \\ z=0 \end{cases}$ B. $\begin{cases} x=2 \\ y=1 \\ z=t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x=2+t \\ y=1 \\ z=0 \end{cases}$ D. $\begin{cases} x=2+t \\ y=1 \\ z=t \end{cases}$

Câu 70. (Chuyên Nguyễn Tất Thành Yên Bái 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{1}$, mặt phẳng $(P): x+y-2z+5=0$ và $A(1;-1;2)$. Đường thẳng Δ cắt d và (P) lần lượt tại M và N sao cho A là trung điểm của đoạn thẳng MN . Một vector chỉ phương của Δ là

- A. $\vec{u} = (4; 5; -13)$. B. $\vec{u} = (2; 3; 2)$. C. $\vec{u} = (1; -1; 2)$. D. $\vec{u} = (-3; 5; 1)$.

Câu 71. (THPT Phan Đình Phùng - Hà Tĩnh - 2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình vuông $ABCD$ biết $A(1;0;1), B(1;0;-3)$ và điểm D có hoành độ âm. Mặt phẳng $(ABCD)$ đi qua gốc tọa độ O . Khi đó đường thẳng d là trục đường tròn ngoại tiếp hình vuông $ABCD$ có phương trình

- A. $d: \begin{cases} x=-1 \\ y=t \\ z=-1 \end{cases}$ B. $d: \begin{cases} x=1 \\ y=t \\ z=-1 \end{cases}$ C. $d: \begin{cases} x=-1 \\ y=t \\ z=1 \end{cases}$ D. $d: \begin{cases} x=t \\ y=1 \\ z=t \end{cases}$

Câu 72. (THPT Nghiên - Hà Tĩnh - 2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $\Delta_1: \frac{x+1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+1}{3}$ và $\Delta_2: \frac{x+1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+1}{-3}$ cắt nhau và cùng nằm trong mặt phẳng (P) . Lập phương trình đường phân giác d của góc nhọn tạo bởi Δ_1, Δ_2 và nằm trong mặt phẳng (P) .

- A. $d: \begin{cases} x=-1 \\ y=2 \\ z=-1+t \end{cases}, (t \in \mathbb{R})$. B. $d: \begin{cases} x=-1+t \\ y=2 \\ z=-1+2t \end{cases}, (t \in \mathbb{R})$.
C. $d: \begin{cases} x=-1+t \\ y=2-2t \\ z=-1-t \end{cases}, (t \in \mathbb{R})$. D. $d: \begin{cases} x=-1+t \\ y=2+2t \\ z=-1 \end{cases}, (t \in \mathbb{R})$

Câu 73. (Quảng Xương - Thanh Hóa - 2018) Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC biết $A(1;0;-1), B(2;3;-1), C(-2;1;1)$. Phương trình đường thẳng đi qua tâm đường tròn ngoại tiếp của tam giác ABC và vuông góc với mặt phẳng (ABC) là:

- A. $\frac{x-3}{3} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-5}{5}$. B. $\frac{x}{3} = \frac{y-2}{1} = \frac{z}{5}$.
C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{-2} = \frac{z+1}{2}$. D. $\frac{x-3}{3} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-5}{5}$.

Câu 74. (SGD Bắc Giang - 2018) Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác nhọn ABC có $H(2;2;1)$, $K\left(-\frac{8}{3}; \frac{4}{3}; \frac{8}{3}\right)$, O lần lượt là hình chiếu vuông góc của A, B, C trên các cạnh BC, AC, AB . Đường thẳng d qua A và vuông góc với mặt phẳng (ABC) có phương trình là

A. $d: \frac{x+4}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-1}{2}$.
 B. $d: \frac{x-\frac{8}{3}}{1} = \frac{y-\frac{2}{3}}{-2} = \frac{z+\frac{2}{3}}{2}$.
 C. $d: \frac{x+\frac{4}{9}}{1} = \frac{y-\frac{17}{9}}{-2} = \frac{z-\frac{19}{9}}{2}$.
 D. $d: \frac{x}{1} = \frac{y-6}{-2} = \frac{z-6}{2}$.

Câu 75. (Chuyên Vinh - 2018) Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(2;3;3)$, phương trình đường trung tuyến kẻ từ B là $\frac{x-3}{-1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-2}{-1}$, phương trình đường phân giác trong của góc C là $\frac{x-2}{2} = \frac{y-4}{-1} = \frac{z-2}{-1}$. Đường thẳng AB có một véc-tơ chỉ phương là

A. $\vec{u}_3 = (2;1;-1)$.
 B. $\vec{u}_2 = (1;-1;0)$.
 C. $\vec{u}_4 = (0;1;-1)$.
 D. $\vec{u}_1 = (1;2;1)$.

Câu 76. (Chuyên Quang Trung- Bình Phước 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+y+z-3=0$ và đường thẳng $d: \frac{x}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{-1}$. Đường thẳng d' đối xứng với d qua mặt phẳng (P) có phương trình là

A. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-1}{7}$.
 B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{7}$.
 C. $\frac{x+1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z+1}{7}$.
 D. $\frac{x+1}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z+1}{7}$.

Câu 77. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x=1+3t \\ y=-3 \\ z=5+4t \end{cases}$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua điểm

$A(1;-3;5)$ và có vector chỉ phương $\vec{u}(1;2;-2)$. Đường phân giác của góc nhọn tạo bởi d và Δ có phương trình là

A. $\begin{cases} x=-1+2t \\ y=2-5t \\ z=6+11t \end{cases}$.
 B. $\begin{cases} x=-1+2t \\ y=2-5t \\ z=-6+11t \end{cases}$.
 C. $\begin{cases} x=1+7t \\ y=-3+5t \\ z=5+t \end{cases}$.
 D. $\begin{cases} x=1-t \\ y=-3 \\ z=5+7t \end{cases}$.

Câu 78. (THPT Ninh Bình-Bạc Liêu-2019) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x-y+z-10=0$, điểm $A(1;3;2)$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x=-2+2t \\ y=1+t \\ z=1-t \end{cases}$. Tìm phương trình

đường thẳng Δ cắt (P) và d lần lượt tại hai điểm M và N sao cho A là trung điểm của đoạn MN .

A. $\frac{x+6}{7} = \frac{y+1}{4} = \frac{z-3}{-1}$.
 B. $\frac{x-6}{7} = \frac{y-1}{4} = \frac{z+3}{-1}$.
 C. $\frac{x-6}{7} = \frac{y-1}{-4} = \frac{z+3}{-1}$.
 D. $\frac{x+6}{7} = \frac{y+1}{-4} = \frac{z-3}{-1}$.

Câu 79. (Chuyên Bắc Giang 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ viết phương trình đường thẳng giao tuyến của hai mặt phẳng $(\alpha): x+3y-z+1=0$, $(\beta): 2x-y+z-7=0$.

- A. $\frac{x+2}{2} = \frac{y}{-3} = \frac{z+3}{-7}$ B. $\frac{x-2}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z-3}{-7}$
C. $\frac{x}{-2} = \frac{y-3}{-3} = \frac{z-10}{7}$ D. $\frac{x-2}{-2} = \frac{y}{3} = \frac{z-3}{7}$

Câu 80. Đường thẳng Δ là giao tuyến của 2 mặt phẳng: $x+z-5=0$ và $x-2y-z+3=0$ thì có phương trình là

- A. $\frac{x+2}{1} = \frac{y+1}{3} = \frac{z}{-1}$ B. $\frac{x+2}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{-1}$
C. $\frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-3}{-1}$ D. $\frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-3}{-1}$

Câu 81. (Chuyên KHTN 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, gọi (α) là mặt phẳng chứa đường thẳng $(d): \frac{x-2}{1} = \frac{y-3}{1} = \frac{z}{2}$ và vuông góc với mặt phẳng $(\beta): x+y-2z+1=0$. Hỏi giao tuyến của (α) và (β) đi qua điểm nào?

- A. $(0;1;3)$. B. $(2;3;3)$. C. $(5;6;8)$ D. $(1;-2;0)$

Câu 82. (Chuyên Nguyễn Trãi Hải Dương 2019) Đường thẳng Δ là giao của hai mặt phẳng $x+z-5=0$ và $x-2y-z+3=0$ thì có phương trình là

- A. $\frac{x+2}{1} = \frac{y+1}{3} = \frac{z}{-1}$ B. $\frac{x+2}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{-1}$
C. $\frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-3}{-1}$ D. $\frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-3}{-1}$

Câu 83. (Mã 105 2017) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d: \begin{cases} x=2+3t \\ y=-3+t \\ z=4-2t \end{cases}$

$d': \frac{x-4}{3} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{-2}$. Phương trình nào dưới đây là phương trình đường thẳng thuộc mặt phẳng chứa d và d' , đồng thời cách đều hai đường thẳng đó.

- A. $\frac{x-3}{3} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-2}{-2}$ B. $\frac{x+3}{3} = \frac{y+2}{1} = \frac{z+2}{-2}$
C. $\frac{x-3}{3} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-2}{-2}$ D. $\frac{x+3}{3} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+2}{-2}$

Câu 84. (THPT Nghen - Hà Tĩnh - 2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai đường thẳng

$d: \begin{cases} x=2-t \\ y=1+2t \\ z=4-2t \end{cases}$ và $d': \frac{x-4}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z}{2}$. Phương trình nào dưới đây là phương trình đường thẳng

thuộc mặt phẳng chứa d và d' đồng thời cách đều hai đường thẳng đó.

- A. $\frac{x-2}{3} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-4}{-2}$ B. $\frac{x+3}{1} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z+2}{2}$
C. $\frac{x-3}{1} = \frac{y}{-2} = \frac{z-2}{2}$ D. $\frac{x+3}{-1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+2}{-2}$

Câu 85. (Toán Học Tuổi Trẻ 2019) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng d và mặt phẳng (P) lần lượt có phương trình $\frac{x+1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{1}$ và $x+y-2z+8=0$, điểm $A(2;-1;3)$. Phương trình đường thẳng Δ cắt d và (P) lần lượt tại M và N sao cho A là trung điểm của đoạn thẳng MN là:

A. $\frac{x+1}{3} = \frac{y+5}{4} = \frac{z-5}{2}$

B. $\frac{x-2}{6} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-3}{2}$

C. $\frac{x-5}{6} = \frac{y-3}{1} = \frac{z-5}{2}$

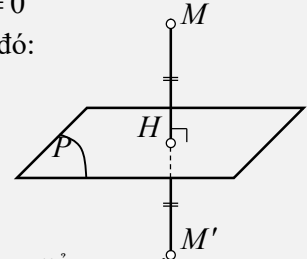
D. $\frac{x-5}{3} = \frac{y-3}{4} = \frac{z-5}{2}$

Dạng 2. Bài toán tìm điểm

① **Tìm hình chiếu H của điểm M lên mặt phẳng $(P): ax+by+cz+d=0$**

Viết phương trình đường thẳng MH qua M và vuông góc với (P) , khi đó:

$$H = d \cap (P) \text{ thỏa } \begin{cases} x = x_0 + a_1 t \\ y = y_0 + a_2 t \\ z = z_0 + a_3 t \\ ax + by + cz + d = 0 \end{cases} \Rightarrow t \Rightarrow \begin{cases} x = ? \\ y = ? \Rightarrow H. \\ z = ? \end{cases}$$

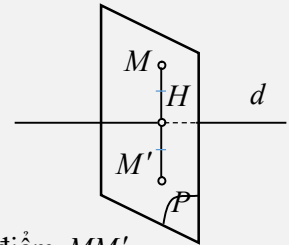


✓ **Lưu ý:** Để tìm điểm đối xứng M' của điểm M qua $(P) \Rightarrow H$ là trung điểm MM' .

② **Tìm hình chiếu H của điểm M lên đường thẳng d .**

Viết phương trình mặt phẳng (P) qua M và vuông góc với d , khi đó:

$$H = d \cap (P) \text{ thỏa } \begin{cases} x = x_0 + a_1 t \\ y = y_0 + a_2 t \\ z = z_0 + a_3 t \\ ax + by + cz + d = 0 \end{cases} \Rightarrow t \Rightarrow \begin{cases} x = ? \\ y = ? \Rightarrow H. \\ z = ? \end{cases}$$



✓ **Lưu ý:** Để tìm điểm đối xứng M' của điểm M qua $d \Rightarrow H$ là trung điểm MM' .

Câu 1. (Mã 104 2017) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -1; 2)$, $B(-1; 2; 3)$

và đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-1}{2}$. Tìm điểm $M(a; b; c)$ thuộc d sao cho $MA^2 + MB^2 = 28$, biết $c < 0$.

A. $M\left(\frac{1}{6}; \frac{7}{6}; -\frac{2}{3}\right)$

B. $M\left(-\frac{1}{6}; -\frac{7}{6}; -\frac{2}{3}\right)$

C. $M(-1; 0; -3)$

D. $M(2; 3; 3)$

Câu 2. (THCS - THPT Nguyễn Khuyến 2019) Trong không gian $Oxyz$, tọa độ hình chiếu vuông góc của $M(1;0;1)$ lên đường thẳng $(\Delta): \frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z}{3}$ là

A. $(2;4;6)$.

B. $\left(1; \frac{1}{2}; \frac{1}{3}\right)$.

C. $(0;0;0)$.

D. $\left(\frac{2}{7}; \frac{4}{7}; \frac{6}{7}\right)$.

Câu 3. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(-4;0;0)$ và đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 1-t \\ y = -2+3t \\ z = -2t \end{cases}$. Gọi

$H(a;b;c)$ là hình chiếu của M lên Δ . Tính $a+b+c$.

A. 5.

B. -1.

C. -3.

D. 7.

Câu 4. (THPT Yên Phong 1 Bắc Ninh 2019) Trong không gian $Oxyz$, tìm tọa độ hình chiếu H của

$$A(1;1;1) \text{ lên đường thẳng } d: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + t \\ z = t \end{cases}$$

- A. $H(\frac{4}{3}; \frac{4}{3}; \frac{1}{3})$. B. $H(1;1;1)$. C. $H(0;0;-1)$. D. $H(1;1;0)$.

Câu 5. (THPT Quang Trung Đống Đa Hà Nội 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm

$$A(1;1;1) \text{ và đường thẳng } (d): \begin{cases} x = 6 - 4t \\ y = -2 - t \\ z = -1 + 2t \end{cases}. \text{ Tìm tọa độ hình chiếu } A' \text{ của } A \text{ trên } (d).$$

- A. $A'(2;3;1)$. B. $A'(-2;3;1)$. C. $A'(2;-3;1)$. D. $A'(2;-3;-1)$.

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, cho hình thang cân $ABCD$ có đáy là AB và CD . Biết $A(3;1;-2)$,

$B(-1;3;2)$, $C(-6;3;6)$ và $D(a;b;c)$ với $a, b, c \in \mathbb{R}$. Giá trị của $a+b+c$ bằng

- A. -3 . B. 1 . C. 3 . D. -1 .

Câu 7. (THPT Chuyên Đại Học Vinh 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng

$$d: \frac{x+1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{-1} \text{ và hai điểm } A(-1;3;1); B(0;2;-1). \text{ Gọi } C(m;n;p) \text{ là điểm thuộc đường}$$

thẳng d sao cho diện tích tam giác ABC bằng $2\sqrt{2}$. Giá trị của tổng $m+n+p$ bằng

- A. -1 B. 2 C. 3 D. -5

Câu 8. (Chuyên Hà Tĩnh - 2018) Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y+3}{2} = \frac{z+2}{2}$ và

điểm $A(3;2;0)$. Điểm đối xứng của điểm A qua đường thẳng d có tọa độ là

- A. $(-1;0;4)$. B. $(7;1;-1)$. C. $(2;1;-2)$. D. $(0;2;-5)$.

Câu 9. (Sở Bình Phước -2019) Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách từ điểm $M(2;-4;-1)$ tới đường

$$\text{thẳng } \Delta: \begin{cases} x = t \\ y = 2 - t \\ z = 3 + 2t \end{cases} \text{ bằng}$$

- A. $\sqrt{14}$ B. $\sqrt{6}$ C. $2\sqrt{14}$ D. $2\sqrt{6}$

Câu 10. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, Gọi $M(a; b; c)$ thuộc đường thẳng

$$\Delta: \frac{x}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+2}{3}. \text{ Biết điểm } M \text{ có tung độ âm và cách mặt phẳng } (Oyz) \text{ một khoảng bằng } 2.$$

Xác định giá trị $T = a+b+c$.

- A. $T = -1$. B. $T = 11$. C. $T = -13$. D. $T = 1$.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, cho $A(2;0;0)$, đường thẳng d đi qua A cắt chiều âm trục Oy tại điểm B sao cho diện tích tam giác OAB bằng 1. Phương trình tham số đường thẳng d là

$$\text{A. } \begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = t \\ z = 0 \end{cases} \quad \text{B. } \begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -t \\ z = 0 \end{cases} \quad \text{C. } \begin{cases} x = 2 - 2t \\ y = -t \\ z = 0 \end{cases} \quad \text{D. } \begin{cases} x = 2 - 2t \\ y = t \\ z = 1 \end{cases}$$

- Câu 12. (Bắc Ninh 2019)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x-2}{-3} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{2}$.
Gọi M là giao điểm của Δ với mặt phẳng $(P): x+2y-3z+2=0$. Tọa độ điểm M là
A. $M(2;0;-1)$. B. $M(5;-1;-3)$. C. $M(1;0;1)$. D. $M(-1;1;1)$.
- Câu 13. (THCS - THPT Nguyễn Khuyến 2019)** Trong không gian $Oxyz$, tọa độ hình chiếu vuông góc của điểm $A(3;2;-1)$ lên mặt phẳng $(\alpha): x+y+z=0$ là:
A. $(-2;1;1)$. B. $(\frac{5}{3}; \frac{2}{3}; -\frac{7}{3})$. C. $(1;1;-2)$. D. $(\frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \frac{1}{4})$.
- Câu 14. (THCS - THPT Nguyễn Khuyến 2019)** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, hình chiếu của điểm $M(-1;0;3)$ theo phương vectơ $\vec{v}=(1;-2;1)$ trên mặt phẳng $(P): x-y+z+2=0$ có tọa độ là
A. $(2;-2;-2)$. B. $(-1;0;1)$. C. $(-2;2;2)$. D. $(1;0;-1)$.
- Câu 15. (Chuyên Hùng Vương Gia Lai 2019)** Trong không gian $Oxyz$, giao điểm của mặt phẳng $(P): 3x+5y-z-2=0$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x-12}{4} = \frac{y-9}{3} = \frac{z-1}{1}$ là điểm $M(x_0; y_0; z_0)$. Giá trị tổng $x_0 + y_0 + z_0$ bằng
A. 1. B. 2. C. 5. D. -2.
- Câu 16.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho 3 điểm $A(1;0;0)$, $B(0;2;0)$, $C(0;0;3)$ và $d: \begin{cases} x=-t \\ y=2+t \\ z=3+t \end{cases}$. Gọi $M(a;b;c)$ là tọa độ giao điểm của d và mặt phẳng (ABC) . Tổng $S=a+b+c$ là:
A. -7. B. 11. C. 5. D. 6.
- Câu 17. (Đề Tham Khảo 2017)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 6x-2y+z-35=0$ và điểm $A(-1;3;6)$. Gọi A' là điểm đối xứng với A qua (P) , tính OA' .
A. $OA'=5\sqrt{3}$ B. $OA'=\sqrt{46}$ C. $OA'=\sqrt{186}$ D. $OA'=3\sqrt{26}$
- Câu 18. (KTNL GV Thuận Thành 2 Bắc Ninh 2019)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, xác định tọa độ điểm M' là hình chiếu vuông góc của điểm $M(2;3;1)$ lên mặt phẳng $(\alpha): x-2y+z=0$.
A. $M'(\frac{5}{2}; \frac{5}{2}; 3)$. B. $M'(1;3;5)$. C. $M'(\frac{5}{2}; 2; \frac{3}{2})$. D. $M'(3;1;2)$.
- Câu 19. (Chuyên Lê Hồng Phong Nam Định 2019)** Trong không gian $Oxyz$, điểm M' đối xứng với điểm $M(1;2;4)$ qua mặt phẳng $(\alpha): 2x+y+2z-3=0$ có tọa độ là
A. $(-3;0;0)$. B. $(-1;1;2)$. C. $(-1;-2;-4)$. D. $(2;1;2)$.
- Câu 20. (KSCL THPT Nguyễn Khuyến 2019)** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;-1)$, đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{-1}$ và mặt phẳng $(P): x+y+2z+1=0$. Điểm B thuộc mặt phẳng (P) thỏa mãn đường thẳng AB vuông góc và cắt đường thẳng d . Tọa độ điểm B là
A. $(6;-7;0)$ B. $(3;-2;-1)$ C. $(-3;8;-3)$ D. $(0;3;-2)$

- Câu 21.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, gọi d là đường thẳng qua $A(1;0;2)$, cắt và vuông góc với đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-5}{-2}$. Điểm nào dưới đây thuộc d ?
- A. $P(2;-1;1)$. B. $Q(0;-1;1)$. C. $N(0;-1;2)$. D. $M(-1;-1;1)$.
- Câu 22.** Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác đều ABC với $A(6;3;5)$ và đường thẳng BC có phương trình tham số $\begin{cases} x=1-t \\ y=2+t \\ z=2t \end{cases}$. Gọi Δ là đường thẳng qua trọng tâm G của tam giác ABC và vuông góc với mặt phẳng (ABC) . Điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng Δ ?
- A. $M(-1;-12;3)$. B. $N(3;-2;1)$. C. $P(0;-7;3)$. D. $Q(1;-2;5)$.
- Câu 23.** (Chuyên Đại học Vinh - 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{-1}$ và hai điểm $A(-1;3;1)$, $B(0;2;-1)$. Gọi $C(m;n;p)$ là điểm thuộc d sao cho diện tích tam giác ABC bằng $2\sqrt{2}$. Giá trị của tổng $m+n+p$ bằng
- A. -1 . B. 2 . C. 3 . D. -5 .
- Câu 24.** (Đà Nẵng 2019) Trong không gian $(Oxyz)$ cho hai đường thẳng $\frac{x-2}{1} = \frac{y-4}{1} = \frac{z}{-2}$ và $\frac{x-3}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z+2}{-1}$. Gọi M là trung điểm đoạn vuông góc chung của hai đường thẳng trên. Tính đoạn OM .
- A. $OM = \frac{\sqrt{14}}{2}$. B. $OM = \sqrt{5}$. C. $OM = 2\sqrt{35}$. D. $OM = \sqrt{35}$.
- Câu 25.** (Kinh Môn - Hải Dương 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $(P): x-2y+z=0$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{-1}$. Đường thẳng d cắt (P) tại điểm A . Điểm $M(a;b;c)$ thuộc đường thẳng d và có hoành độ dương sao cho $AM = \sqrt{6}$. Khi đó tổng $S = 2016a + b - c$ là
- A. 2018. B. 2019. C. 2017. D. 2020.
- Câu 26.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z}{2}$, $d_2: \frac{x}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{1}$. Đường thẳng d đi qua $A(5;-3;5)$ lần lượt cắt d_1 , d_2 tại B và C . Độ dài BC là
- A. $\sqrt{19}$. B. 19. C. $3\sqrt{2}$. D. $2\sqrt{5}$.
- Câu 27.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(3;3;-2)$ và hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z}{1}$; $d_2: \frac{x+1}{-1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-2}{4}$. Đường thẳng d đi qua M cắt d_1 , d_2 lần lượt tại A và B . Độ dài đoạn thẳng AB bằng
- A. 3. B. $\sqrt{6}$. C. 4. D. 2.
- Câu 28.** Cho ba điểm $A(1;1;1)$, $B(0;0;2)$, $C(2;3;-2)$ và đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x=2+t \\ y=1-t \\ z=t \end{cases}$.

Biết điểm $M(a;b;c)$ với $a > 0$ thuộc mặt phẳng (ABC) sao cho $AM \perp \Delta$ và $AM = \sqrt{14}$. Tính giá trị của biểu thức $T = a + b + c$.

- A. $T = -1$. B. $T = 5$. C. $T = 7$. D. $T = -6$.

Câu 29. (Chuyên Đh Vinh - 2018) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;-1)$, đường thẳng

$d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{-1}$ và mặt phẳng $(P): x + y + 2z + 1 = 0$. Điểm B thuộc mặt phẳng (P) thỏa

mãn đường thẳng AB vuông góc và cắt đường thẳng d . Tọa độ điểm B là

- A. $(3;-2;-1)$. B. $(-3;8;-3)$. C. $(0;3;-2)$. D. $(6;-7;0)$.

Câu 30. (SGD Bạc Liêu - 2018) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng

$$\Delta: \begin{cases} x = 3 + t \\ y = -1 - t, (t \in \mathbb{R}) \\ z = -2 + t \end{cases}, \text{ điểm } M(1;2;-1) \text{ và mặt cầu } (S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 10y + 14z + 64 = 0.$$

Gọi Δ' là đường thẳng đi qua M cắt đường thẳng Δ tại A , cắt mặt cầu tại B sao cho

$\frac{AM}{AB} = \frac{1}{3}$ và điểm B có hoành độ là số nguyên. Mặt phẳng trung trực đoạn AB có phương trình là

A. $2x + 4y - 4z - 19 = 0$. B. $3x - 6y - 6z - 62 = 0$.

C. $2x - 4y - 4z - 43 = 0$. D. $3x + 6y - 6z - 31 = 0$.

Dạng 3. Bài toán liên quan đến góc – khoảng cách

1. Khoảng cách từ một điểm đến mặt phẳng, khoảng cách giữa hai mặt phẳng song song

- Khoảng cách từ điểm $M(x_M; y_M; z_M)$ đến mặt phẳng $(P): ax + by + cz + d = 0$ được xác định bởi

công thức:
$$d(M; (P)) = \frac{|ax_M + by_M + cz_M + d|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}.$$

Khoảng cách giữa đường thẳng và mặt phẳng song song là khoảng cách từ một điểm thuộc đường thẳng đến mặt phẳng

- Cho hai mặt phẳng song song $(P): ax + by + cz + d = 0$ và $(Q): ax + by + cz + d' = 0$ có cùng vectơ

pháp tuyến, khoảng cách giữa hai mặt phẳng đó là
$$d((Q), (P)) = \frac{|d - d'|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}.$$

2. Khoảng cách từ một điểm đến đường thẳng – Khoảng cách giữa hai đường thẳng

- Khoảng cách từ điểm M đến một đường thẳng d qua điểm M_0 có vectơ chỉ phương \vec{u}_d được xác

định bởi công thức
$$d(M, d) = \frac{|\overrightarrow{M_0 M} \cdot \vec{u}_d|}{|\vec{u}_d|}.$$

Khoảng cách giữa hai đường thẳng song song là khoảng cách từ một điểm thuộc đường thẳng này đến đường thẳng kia.

- Khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau: d đi qua điểm M và có vectơ chỉ phương \vec{u} và

d' đi qua điểm M' và có vectơ chỉ phương \vec{u}' là
$$d(d, d') = \frac{|[\vec{u}, \vec{u}'] \cdot \overrightarrow{M M'}|}{|[\vec{u}, \vec{u}']|}.$$

3. Góc giữa hai vectơ

Cho hai vectơ $\vec{a} = (a_1; a_2; a_3)$ và $\vec{b} = (b_1; b_2; b_3)$. Khi đó góc giữa hai vectơ \vec{a} và \vec{b} là góc nhọn hoặc tù.

$$\cos(\vec{a}; \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3}{\sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2} \cdot \sqrt{b_1^2 + b_2^2 + b_3^2}} \quad \text{với } 0^\circ < \alpha < 180^\circ.$$

4. Góc giữa hai mặt phẳng

Cho hai mặt phẳng $(P): A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0$ và $(Q): A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0$.

$$\cos((P), (Q)) = \cos \alpha = \frac{|\vec{n}_P \cdot \vec{n}_Q|}{|\vec{n}_P| \cdot |\vec{n}_Q|} = \frac{|A_1A_2 + B_1B_2 + C_1C_2|}{\sqrt{A_1^2 + B_1^2 + C_1^2} \cdot \sqrt{A_2^2 + B_2^2 + C_2^2}} \quad \text{với } 0^\circ < \alpha < 90^\circ.$$

5. Góc giữa hai đường thẳng

Góc giữa hai đường thẳng d_1 và d_2 có vectơ chỉ phương $\vec{u}_1 = (a_1; b_1; c_1)$ và $\vec{u}_2 = (a_2; b_2; c_2)$.

$$\cos(d_1; d_2) = \cos \alpha = \frac{|\vec{u}_1 \cdot \vec{u}_2|}{|\vec{u}_1| \cdot |\vec{u}_2|} = \frac{|a_1a_2 + b_1b_2 + c_1c_2|}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2 + c_1^2} \cdot \sqrt{a_2^2 + b_2^2 + c_2^2}} \quad \text{với } 0^\circ < \alpha < 90^\circ.$$

6. Góc giữa đường thẳng và mặt phẳng

Góc giữa đường thẳng d có vectơ chỉ phương $\vec{u}_d = (a; b; c)$ và mặt phẳng (P) có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_{(P)} = (A; B; C)$ được xác định bởi công thức:

$$\sin \alpha = |\cos(\vec{n}_{(P)}; \vec{u}_d)| = \frac{|\vec{u}_d \cdot \vec{n}_{(P)}|}{|\vec{u}_d| \cdot |\vec{n}_{(P)}|} = \frac{|aA + bB + cC|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2} \cdot \sqrt{A^2 + B^2 + C^2}} \quad \text{với } 0^\circ < \alpha < 90^\circ.$$

Câu 31. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 4x = 7y + z + 25 = 0$ và đường thẳng

$d_1: \frac{x+1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-1}{-1}$. Gọi d_1' là hình chiếu vuông góc của d_1 lên mặt phẳng (P) . Đường thẳng d_2 nằm trên (P) tạo với d_1, d_1' các góc bằng nhau, d_2 có vectơ chỉ phương $\vec{u}_2(a; b; c)$. Tính $\frac{a+2b}{c}$.

- A. $\frac{a+2b}{c} = \frac{2}{3}$. B. $\frac{a+2b}{c} = 0$. C. $\frac{a+2b}{c} = \frac{1}{3}$. D. $\frac{a+2b}{c} = 1$.

Câu 32. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(3; 1; 7), B(5; 5; 1)$ và mặt phẳng $(P): 2x - y - z + 4 = 0$. Điểm M thuộc (P) sao cho $MA = MB = \sqrt{35}$. Biết M có hoành độ nguyên, ta có OM bằng

- A. $2\sqrt{2}$. B. $2\sqrt{3}$. C. $3\sqrt{2}$. D. 4.

Câu 33. (Chuyên Phan Bội Châu Nghệ An 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường

thẳng $d_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z+1}{-1}$, $d_2: \begin{cases} x = t \\ y = 0 \\ z = -t \end{cases}$. Mặt phẳng (P) qua d_1 tạo với d_2 một góc 45° và

nhận vectơ $\vec{n} = (1; b; c)$ làm một vectơ pháp tuyến. Xác định tích bc .

- A. -4 hoặc 0 . B. 4 hoặc 0 . C. -4 . D. 4 .

Câu 34. (Chuyên Phan Bội Châu 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng

$$d_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z+1}{-1} \text{ và } d_2: \begin{cases} x=t \\ y=0 \\ z=-t \end{cases}. \text{ Mặt phẳng } (P) \text{ qua } d_1 \text{ tạo với } d_2 \text{ một góc } 45^\circ \text{ và nhận}$$

véc tơ $\vec{n}(1;b;c)$ làm một véc tơ pháp tuyến. Xác định tích bc .

- A. -4 hoặc 0 B. 4 hoặc 0 C. -4 D. 4

Câu 35. (Chuyên Phan Bội Châu Nghệ An 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng

$$d_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z+1}{-1} \text{ và } d_2: \begin{cases} x=t \\ y=0 \\ z=-t \end{cases}. \text{ Mặt phẳng } (P) \text{ qua } d_1, \text{ tạo với } d_2 \text{ một góc } 45^\circ \text{ và nhận}$$

véc tơ $\vec{n}(1;b;c)$ làm một véc tơ pháp tuyến. Xác định tích $b.c$.

- A. -4. B. 4. C. 4 hoặc 0. D. -4 hoặc 0.

Câu 36. Trong không gian tọa độ $Oxyz$ cho đường thẳng $d: \frac{x-3}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z+1}{-1}$, mặt phẳng

$(P): x+y+z+2=0$. Gọi M là giao điểm của d và (P) . Gọi Δ là đường thẳng nằm trong (P)

vuông góc với d và cách M một khoảng $\sqrt{42}$. Phương trình đường thẳng Δ là

A. $\frac{x-5}{2} = \frac{y+2}{-3} = \frac{z+4}{1}$. B. $\frac{x-1}{-2} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z+1}{1}$.

C. $\frac{x-3}{2} = \frac{y+4}{-3} = \frac{z+5}{1}$. D. Đáp án khác.

Câu 37. (THPT Lê Quý Đôn Đà Nẵng 2019) Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng

$$d: \begin{cases} x=t \\ y=-1+2t, t \in \mathbb{R} \\ z=2-t \end{cases} \text{ cắt mặt phẳng } (P): x+y+z-3=0 \text{ tại điểm } I. \text{ Gọi } \Delta \text{ là đường thẳng}$$

nằm trong mặt phẳng (P) sao cho $\Delta \perp d$ và khoảng cách từ điểm I đến đường thẳng Δ bằng

$\sqrt{42}$. Tìm tọa độ hình chiếu $M(a;b;c)$ (với $a+b>c$) của điểm I trên đường thẳng Δ .

- A. $M(2;5;-4)$. B. $M(6;-3;0)$. C. $M(5;2;-4)$. D. $M(-3;6;0)$.

Câu 38. (Chuyên Đại Học Vinh 2019) Trong không gian $Oxyz$ cho ba đường thẳng

$$d: \frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{-2}, \Delta_1: \frac{x-3}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{1}, \Delta_2: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z}{1}. \text{ Đường thẳng } \Delta \text{ vuông góc với } d$$

đồng thời cắt Δ_1, Δ_2 tương ứng tại H, K sao cho độ dài HK nhỏ nhất. Biết rằng Δ có một vector

chỉ phương $\vec{u}(h;k;1)$. Giá trị $h-k$ bằng

- A. 0. B. 4. C. 6. D. -2.

Câu 39. (Hội 8 trường chuyên 2019) Trong không gian $Oxyz$, gọi d là đường thẳng đi qua O , thuộc mặt phẳng (Oyz) và cách điểm $M(1;-2;1)$ một khoảng nhỏ nhất. Cosin của góc giữa d và trục tung bằng

- A. $\frac{2}{5}$. B. $\frac{1}{5}$. C. $\frac{1}{\sqrt{5}}$. D. $\frac{2}{\sqrt{5}}$.

Câu 40. (Sở Cần Thơ - 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;1;1)$, mặt phẳng $(P): x - z - 1 = 0$

và đường thẳng $(d): \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 \\ z = -2 + t \end{cases}$. Gọi $d_1; d_2$ là các đường thẳng đi qua A , nằm trong (P) và đều

có khoảng cách đến đường thẳng d bằng $\sqrt{6}$. Côsin của góc giữa d_1 và d_2 bằng

- A. $\frac{1}{3}$. B. $\frac{2}{3}$. C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$. D. $\frac{\sqrt{2}}{3}$.

Câu 41. (Chuyên Bắc Giang 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng

$(d): \frac{x-3}{1} = \frac{y-3}{3} = \frac{z}{2}$, mặt phẳng $(P): x + y - z + 3 = 0$ và điểm $A(1;2;-1)$. Cho đường thẳng

(Δ) đi qua A , cắt (d) và song song với mặt phẳng (P) . Tính khoảng cách từ gốc tọa độ O đến (Δ)

- A. $\sqrt{3}$. B. $\frac{16}{3}$. C. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$. D. $\frac{4\sqrt{3}}{3}$.

Câu 42. (Kim Liên - Hà Nội 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z}{1}$ và

$d_2: \begin{cases} x = 1 + 4t \\ y = -1 - 2t \\ z = 2 + 2t \end{cases}$.

Khoảng cách giữa hai đường thẳng đã cho bằng?

- A. $\frac{\sqrt{87}}{6}$. B. $\frac{\sqrt{174}}{6}$. C. $\frac{\sqrt{174}}{3}$. D. $\frac{\sqrt{87}}{3}$.

Câu 43. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;1;2)$, $B(-3;-1;0)$ và mặt phẳng

$(P): x + y + 3z - 14 = 0$. Điểm M thuộc mặt phẳng (P) sao cho ΔMAB vuông tại M . Tính khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng (Oxy) .

- A. 5. B. 4. C. 3. D. 1.

Câu 44. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho 4 điểm $A(2;0;0), B(0;3;0), C(0;0;6)$ và

$D(1;1;1)$. Gọi Δ là đường thẳng qua D và thỏa mãn tổng khoảng cách từ các điểm A, B, C đến Δ là lớn nhất. Khi đó Δ đi qua điểm nào dưới đây?

- A. $(4;3;7)$. B. $(-1;-2;1)$. C. $(7;5;3)$. D. $(3;4;3)$.

Câu 45. (Nguyễn Huệ- Ninh Bình- 2019) Tính khoảng cách từ giao điểm của hai đường thẳng $d_1; d_2$ tới

mặt phẳng (P) trong đó: $d_1: \frac{x+1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z-1}{3}; d_2: \frac{-x+1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{1}; (P): 2x + 4y - 4z - 3 = 0$.

- A. $\frac{4}{3}$. B. $\frac{7}{6}$. C. $\frac{13}{6}$. D. $\frac{5}{3}$.

Câu 46. (THPT Hậu Lộc 2 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z - 3 = 0$ và

đường thẳng $(\Delta): \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-1}{-1}$. Khoảng cách giữa (Δ) và (P) là

- A. $\frac{2}{3}$ B. $\frac{8}{3}$ C. $\frac{2}{9}$ D. 1

Câu 47. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x=0 \\ y=3-t \\ z=t \end{cases}$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa đường thẳng d và tạo với mặt phẳng (Oxy) một góc 45° . Điểm nào sau đây thuộc mặt phẳng (P) ?

- A. $M(3;2;1)$. B. $N(3;2;-1)$. C. $P(3;-1;2)$. D. $M(3;-1;-2)$.

Câu 48. (Chuyên Hà Tĩnh 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho đường thẳng $d: \frac{x-5}{2} = \frac{y+7}{2} = \frac{z-12}{-1}$ và mặt phẳng $(\alpha): x+2y-3z-3=0$. Gọi M là giao điểm của d và (α) , A thuộc d sao cho $AM = \sqrt{14}$. Tính khoảng cách từ A đến mặt phẳng (α) .

- A. 2. B. 3. C. 6. D. $\sqrt{14}$.

Câu 49. (Hội 8 trường chuyên 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho 2 đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-1}{2}$ và $d_2: \frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+2}{1}$. Mặt phẳng $(P): x+ay+bz+c=0 (c>0)$ song song với d_1, d_2 và khoảng cách từ d_1 đến (P) bằng 2 lần khoảng cách từ d_2 đến (P) . Giá trị của $a+b+c$ bằng

- A. 14. B. 6. C. -4. D. -6.

Câu 50. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;3;1), B(0;2;1)$ và mặt phẳng $(P): x+y+z-7=0$. Đường thẳng d nằm trong (P) sao cho mọi điểm của d cách đều hai điểm A, B có phương trình là:

- A. $\begin{cases} x=2t \\ y=7-3t \\ z=t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x=t \\ y=7+3t \\ z=2t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x=t \\ y=7-3t \\ z=2t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x=-t \\ y=7-3t \\ z=4t \end{cases}$.

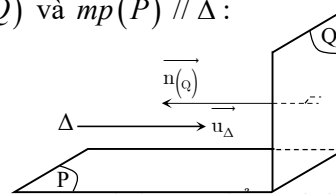
Câu 51. (Chuyên ĐH Vinh- 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC vuông tại A , $\widehat{ABC} = 30^\circ$, $BC = 3\sqrt{2}$, đường thẳng BC có phương trình $\frac{x-4}{1} = \frac{y-5}{1} = \frac{z+7}{-4}$, đường thẳng AB nằm trong mặt phẳng $(\alpha): x+z-3=0$. Biết đỉnh C có cao độ âm. Tính hoành độ đỉnh A .

- A. $\frac{3}{2}$. B. 3. C. $\frac{9}{2}$. D. $\frac{5}{2}$.

Dạng 4. Viết phương trình mặt phẳng liên quan đến đường thẳng

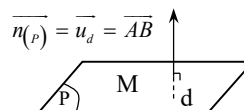
Dạng 1. Viết phương trình $mp(P)$ đi qua M , vuông góc $mp(Q)$ và $mp(P) \parallel \Delta$:

$$\xrightarrow{PP} mp(P): \begin{cases} \bullet \text{ Đi qua } M(x_o, y_o, z_o) \\ \bullet VTPT: \vec{n}_{(P)} = [\vec{n}_{(Q)}, \vec{u}_\Delta] \end{cases}$$



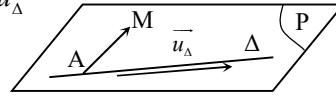
Dạng 2. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua M và vuông góc với đường thẳng d đi qua hai điểm A và B , với:

$$\xrightarrow{PP} mp(P): \begin{cases} \bullet \text{ Đi qua } M \\ \bullet VTPT: \vec{n}_{(P)} = \vec{u}_d = \vec{AB} \end{cases}$$



Dạng 3. Viết phương trình của mặt phẳng (P) đi qua điểm M và chứa đường thẳng Δ :

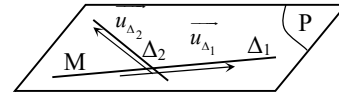
$\xrightarrow{PP} \rightarrow$ Trên đường thẳng Δ lấy điểm A và xác định VTCP \vec{u}_Δ



Khi đó $mp(P): \begin{cases} \bullet \text{ Đi qua } M \\ \bullet VTPT: \vec{n}_{(P)} = [\vec{AM}, \vec{u}_\Delta] \end{cases}$

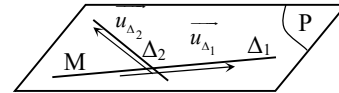
Dạng 4. Viết phương trình của mặt phẳng (P) đi qua hai đường thẳng song song Δ_1, Δ_2 :

$\xrightarrow{PP} mp(P): \begin{cases} \bullet \text{ Đi qua } M \in \Delta_1, (\text{hay } M \in \Delta_2) \\ \bullet VTPT: \vec{n}_{(P)} = [\vec{u}_{\Delta_1}, \vec{u}_{\Delta_2}] \end{cases}$



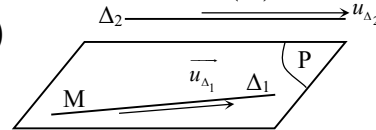
Dạng 5. Viết phương trình của mặt phẳng (P) đi qua hai đường thẳng cắt nhau Δ_1, Δ_2 :

$\xrightarrow{PP} mp(P): \begin{cases} \bullet \text{ Đi qua } M \in \Delta_1, (\text{hay } M \in \Delta_2) \\ \bullet VTPT: \vec{n}_{(P)} = [\vec{u}_{\Delta_1}, \vec{u}_{\Delta_2}] \end{cases}$



Dạng 6. Cho 2 đường thẳng chéo nhau Δ_1, Δ_2 . Hãy viết phương trình (P) chứa Δ_1 và song song

$\Delta_2 \xrightarrow{PP} mp(P): \begin{cases} \bullet \text{ Đi qua } M \in \Delta_1, (\text{hay } M \in \Delta_2) \\ \bullet VTPT: \vec{n}_{(P)} = [\vec{u}_{\Delta_1}, \vec{u}_{\Delta_2}] \end{cases}$



Dạng 7. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm M và giao tuyến của hai mặt phẳng $(\alpha), (\beta)$

$\xrightarrow{PP} \rightarrow$ Chọn A, B thuộc giao tuyến hai mặt phẳng (α) và $(\beta) \Rightarrow A, B \in (P)$. Cụ thể:

Cho: $z = z_o \Rightarrow \begin{cases} A_1x + B_1y = -(C_1z_o + D_1) \\ A_2x + B_2y = -(C_2z_o + D_2) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \dots \\ y = \dots \end{cases} \Rightarrow A(\dots; \dots; \dots) \in (P)$

Cho: $x = x_o \Rightarrow \begin{cases} B_1y + C_1z = -(A_1x_o + D_1) \\ B_2y + C_2z = -(A_2x_o + D_2) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = \dots \\ z = \dots \end{cases} \Rightarrow B(\dots; \dots; \dots) \in (P)$

Khi đó $mp(P): \begin{cases} \bullet \text{ Đi qua } M \\ \bullet VTPT: \vec{n}_{(P)} = [\vec{AB}, \vec{AM}] \end{cases}$

Câu 52. (Đề Minh Họa 2017) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng Δ có phương trình:

$\frac{x-10}{5} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+2}{1}$. Xét mặt phẳng $(P): 10x + 2y + mz + 11 = 0$, m là tham số thực. Tìm tất cả

các giá trị của m để mặt phẳng (P) vuông góc với đường thẳng Δ .

A. $m = 2$

B. $m = -52$

C. $m = 52$

D. $m = -2$

- Câu 53.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x+1}{-1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z}{-3}$ và mặt phẳng $(P): x - y + z - 3 = 0$. Phương trình mặt phẳng (α) đi qua O , song song với Δ và vuông góc với mặt phẳng (P) là
- A. $x + 2y + z = 0$. B. $x - 2y + z = 0$. C. $x + 2y + z - 4 = 0$. D. $x - 2y + z + 4 = 0$.
- Câu 54.** (Toán Học Tuổi Trẻ 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng d_1 có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (1; 0; -2)$ và đi qua điểm $M(1; -3; 2)$, $d_2: \frac{x+3}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z+4}{3}$. Phương trình mặt phẳng (P) cách đều hai đường thẳng d_1 và d_2 có dạng $ax + by + cz + 11 = 0$. Giá trị $a + 2b + 3c$ bằng
- A. -42 . B. -32 . C. 11 . D. 20 .
- Câu 55.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) song song và cách đều hai đường thẳng $d_1: \frac{x-2}{-1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{1}$ và $d_2: \frac{x}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-2}{-1}$
- A. $(P): 2x - 2z + 1 = 0$ B. $(P): 2y - 2z + 1 = 0$ C. $(P): 2x - 2y + 1 = 0$
D. $(P): 2y - 2z - 1 = 0$
- Câu 56.** (SGD Cần Thơ - 2018) Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng chứa hai đường thẳng cắt nhau $\frac{x-1}{-2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-4}{3}$ và $\frac{x+1}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z+2}{3}$ có phương trình là
- A. $-2x - y + 9z - 36 = 0$. B. $2x - y - z = 0$.
C. $6x + 9y + z + 8 = 0$. D. $6x + 9y + z - 8 = 0$.
- Câu 57.** (Hồng Bàng - Hải Phòng - 2018) Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(0; 1; 0)$, mặt phẳng $(Q): x + y - 4z - 6 = 0$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x = 3 \\ y = 3 + t \\ z = 5 - t \end{cases}$. Phương trình mặt phẳng (P) qua A , song song với d và vuông góc với (Q) là :
- A. $3x + y + z - 1 = 0$. B. $3x - y - z + 1 = 0$. C. $x + 3y + z - 3 = 0$. D. $x + y + z - 1 = 0$.
- Câu 58.** (Toán Học Tuổi Trẻ - 2018) Trong không gian với hệ tọa độ Descartes $Oxyz$, cho điểm $A(3; -1; 0)$ và đường thẳng $d: \frac{x-2}{-1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-1}{1}$. Mặt phẳng (α) chứa d sao cho khoảng cách từ A đến (α) lớn nhất có phương trình là
- A. $x + y - z = 0$. B. $x + y - z - 2 = 0$. C. $x + y - z + 1 = 0$. D. $-x + 2y + z + 5 = 0$.
- Câu 59.** (SGD&ĐT BRVT - 2018) Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng chéo nhau $d_1: \frac{x-2}{2} = \frac{y-6}{-2} = \frac{z+2}{1}$ và $d_2: \frac{x-4}{1} = \frac{y+1}{3} = \frac{z+2}{-2}$. Phương trình mặt phẳng (P) chứa d_1 và (P) song song với đường thẳng d_2 là
- A. $(P): x + 5y + 8z - 16 = 0$. B. $(P): x + 5y + 8z + 16 = 0$.
C. $(P): x + 4y + 6z - 12 = 0$. D. $(P): 2x + y - 6 = 0$.

Câu 60. (Chuyên Thăng Long - Đà Lạt - 2018) Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng chứa

hai đường thẳng: $(d): \begin{cases} x = t + 2 \\ y = 3t - 1 \\ z = 2t + 1 \end{cases}$ và $(\Delta): \begin{cases} x = m + 3 \\ y = 3m - 2 \\ z = 2m + 1 \end{cases}$ có dạng $x + ay + bz + c = 0$. Tính

$$P = a + 2b + 3c.$$

- A. $P = -10$. B. $P = 4$. C. $P = -8$. D. $P = 0$.

Câu 61. (Chuyên Trần Đại Nghĩa - 2018) Tìm tất cả các mặt phẳng (α) chứa đường thẳng

$$d: \frac{x}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z}{-3} \text{ và tạo với mặt phẳng } (P): 2x - z + 1 = 0 \text{ góc } 45^\circ.$$

- A. $(\alpha): 3x + z = 0$. B. $(\alpha): x - y - 3z = 0$.
C. $(\alpha): x + 3z = 0$. D. $(\alpha): 3x + z = 0$ hay $(\alpha): 8x + 5y + z = 0$.

Câu 62. (Quảng Nam - 2018) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;0)$, $B(0;-1;2)$. Biết rằng có hai mặt phẳng cùng đi qua hai điểm A, O và cùng cách B một khoảng bằng $\sqrt{3}$. Véc tơ nào trong các véc tơ dưới đây là một véc tơ pháp tuyến của một trong hai mặt phẳng đó.

- A. $\vec{n} = (1; -1; -1)$. B. $\vec{n} = (1; -1; -3)$. C. $\vec{n} = (1; -1; 5)$. D. $\vec{n} = (1; -1; -5)$.

Câu 63. (Sở Bình Phước - 2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng d_1, d_2 lần lượt có phương trình $d_1: \frac{x-2}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{3}$, $d_2: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-1}{4}$. Mặt phẳng cách đều hai đường thẳng d_1, d_2 có phương trình là

- A. $14x - 4y - 8z + 1 = 0$. B. $14x - 4y - 8z + 3 = 0$.
C. $14x - 4y - 8z - 3 = 0$. D. $14x - 4y - 8z - 1 = 0$.

Câu 64. (THPT Thực Hành - TPHCM - 2018) Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;0;0)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-1}{2}$. Viết phương trình mặt phẳng chứa điểm A và đường thẳng d ?

- A. $(P): 5x + 2y + 4z - 5 = 0$. B. $(P): 2x + 1y + 2z - 1 = 0$.
C. $(P): 5x - 2y - 4z - 5 = 0$. D. $(P): 2x + 1y + 2z - 2 = 0$.

Câu 65. (Chuyên Nguyễn Đình Triều - Đồng Tháp - 2018) Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng d_1, d_2 lần lượt có phương trình $d_1: \frac{x-2}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{3}$, $d_2: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z+1}{4}$. Viết phương trình mặt phẳng cách đều hai đường thẳng d_1, d_2 .

- A. $14x + 4y + 8z + 13 = 0$. B. $14x - 4y - 8z - 17 = 0$.
C. $14x - 4y - 8z - 13 = 0$. D. $14x - 4y + 8z - 17 = 0$.

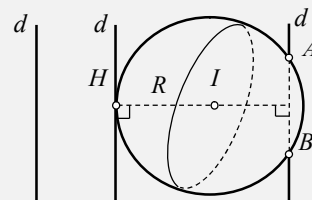
Câu 66. (Chuyên KHTN - 2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-2}{-1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{1}$ và $d_2: \frac{x}{-2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-2}{1}$. Phương trình mặt phẳng (P) song song và cách đều hai đường thẳng d_1, d_2 là:

- A. $2y - 2z + 1 = 0$. B. $2y - 2z - 1 = 0$.
C. $2x - 2z + 1 = 0$. D. $2x - 2z - 1 = 0$.

Dạng 5. Bài toán liên quan đến vị trí tương đối**1. Vị trí tương đối giữa đường thẳng d và mặt cầu (S)**

Cho mặt cầu (S) có tâm I , bán kính R và đường thẳng Δ . Để xét vị trí tương đối giữa Δ và (S) ta tính $d(I, \Delta)$ rồi so sánh với bán kính R .

- Nếu $d(I, \Delta) > R$: Δ không cắt (S) .
- Nếu $d(I, \Delta) = R$: Δ tiếp xúc với (S) tại H .
- Nếu $d(I, \Delta) < R$: Δ cắt (S) tại hai điểm phân biệt A, B .



$$(P) \equiv (Q) \Leftrightarrow \frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2} = \frac{C_1}{C_2} = \frac{D_1}{D_2}.$$

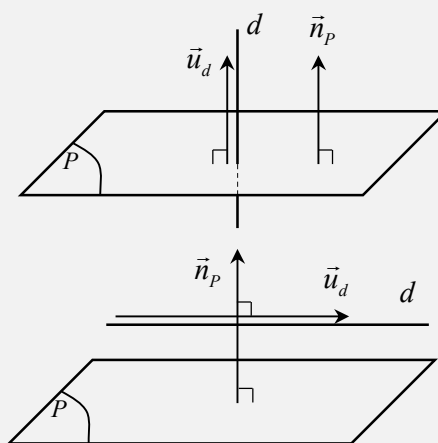
$$(P) \perp (Q) \Leftrightarrow A_1A_2 + B_1B_2 + C_1C_2 = 0.$$

2. Vị trí tương đối giữa đường thẳng d và mặt phẳng (P)

Cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = x_0 + a_1t \\ y = y_0 + a_2t \\ z = z_0 + a_3t \end{cases}$ và mặt phẳng $(\alpha): Ax + By + Cz + D = 0$

$$\text{Xét hệ phương trình: } \begin{cases} x = x_0 + a_1t & (1) \\ y = y_0 + a_2t & (2) \\ z = z_0 + a_3t & (3) \\ Ax + By + Cz + D = 0 & (4) \end{cases} \quad (*)$$

- Nếu $(*)$ có nghiệm duy nhất $\Leftrightarrow d$ cắt (α) .
- Nếu $(*)$ có vô nghiệm $\Leftrightarrow d \parallel (\alpha)$.
- Nếu $(*)$ vô số nghiệm $\Leftrightarrow d \subset (\alpha)$.

**3. Vị trí tương đối giữa hai đường thẳng d và d'**

Cho hai đường thẳng: $d: \begin{cases} x = x_0 + a_1t \\ y = y_0 + a_2t \\ z = z_0 + a_3t \end{cases}$ và $d': \begin{cases} x = x'_0 + a'_1t' \\ y = y'_0 + a'_2t' \\ z = z'_0 + a'_3t' \end{cases}$ lần lượt qua điểm hai điểm M, N và có

véc tơ chỉ phương lần lượt là $\vec{a}_d, \vec{a}_{d'}$.

- d song song $d' \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{a}_d = k\vec{a}_{d'} \\ M \notin d' \end{cases}$.
- d trùng $d' \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{a}_d = k\vec{a}_{d'} \\ M \in d' \end{cases}$.
- d cắt $d' \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{a}_d$ ko $\uparrow\uparrow \vec{a}_{d'}$ \\ $[\vec{a}_d, \vec{a}_{d'}] \cdot \overrightarrow{MN} = 0$ \end{cases}.
- d chéo $d' \Leftrightarrow [\vec{a}_d, \vec{a}_{d'}] \cdot \overrightarrow{MN} \neq 0$.

Lưu ý: Nếu d cắt d' ta tìm tọa độ giao điểm bằng giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} x_0 + a_1t = x'_0 + a'_1t' \\ y_0 + a_2t = y'_0 + a'_2t' \\ z_0 + a_3t = z'_0 + a'_3t' \end{cases}$$

Câu 67. (Chuyên Bắc Giang 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai đường thẳng

$$d_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{-2}, \quad d_2: \frac{x+2}{-2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z}{2}. \text{ Xét vị trí tương đối của hai đường thẳng đã cho.}$$

- A. Chéo nhau B. Trùng nhau C. Song song D. Cắt nhau

Câu 68. (Chuyên Lương Thế Vinh Đồng Nai 2019) Trong không gian tọa độ $Oxyz$, xét vị trí tương đối của hai đường thẳng

$$\Delta_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{3}, \quad \Delta_2: \frac{x-3}{-1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z+2}{1}$$

- A. Δ_1 song song với Δ_2 . B. Δ_1 chéo với Δ_2 . C. Δ_1 cắt Δ_2 . D. Δ_1 trùng với Δ_2 .

- Câu 69.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y}{-3} = \frac{z-5}{-1}$ và mặt phẳng $(P): 3x-3y+2z+6=0$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?
- A. d cắt và không vuông góc với (P) . B. d vuông góc với (P) .
C. d song song với (P) . D. d nằm trong (P) .
- Câu 70.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x}{-2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+1}{3}$ và mặt phẳng $(P): 11x+my+nz-16=0$. Biết $\Delta \subset (P)$, tính giá trị của $T=m+n$.
- A. $T=2$. B. $T=-2$. C. $T=14$. D. $T=-14$.
- Câu 71.** Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-9}{-1}$ và mặt phẳng (α) có phương trình $m^2x-my-2z+19=0$ với m là tham số. Tập hợp các giá trị m thỏa mãn $d \parallel (\alpha)$ là
- A. $\{1\}$. B. \emptyset . C. $\{1;2\}$. D. $\{2\}$.
- Câu 72.** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, tìm tất cả các giá trị của tham số m để đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-2}{1}$ song song với mặt phẳng $(P): 2x+y-m^2z+m=0$
- A. $m=1$. B. $m \in \emptyset$ C. $m \in \{-1;1\}$. D. $m=-1$
- Câu 73.** Gọi m, n là hai giá trị thực thỏa mãn: giao tuyến của hai mặt phẳng $(P_m): mx+2y+nz+1=0$ và $(Q_m): x-my+nz+2=0$ vuông góc với mặt phẳng $(\alpha): 4x-y-6z+3=0$.
- A. $m+n=0$. B. $m+n=2$. C. $m+n=1$. D. $m+n=3$.
- Câu 74.** (THPT Gang Thép Thái Nguyên 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z}{3}$; $d_2: \begin{cases} x=1+t \\ y=2+t \\ z=m \end{cases}$. Gọi S là tập tất cả các số m sao cho d_1 và d_2 chéo nhau và khoảng cách giữa chúng bằng $\frac{5}{\sqrt{19}}$. Tính tổng các phần tử của S .
- A. -11 . B. 12 . C. -12 . D. 11 .
- Câu 75.** (Chuyên Vĩnh Phúc - 2018) Trong không gian $Oxyz$, cho bốn đường thẳng: $(d_1): \frac{x-3}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z+1}{1}$, $(d_2): \frac{x}{1} = \frac{y}{-2} = \frac{z-1}{1}$, $(d_3): \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-1}{1}$, $(d_4): \frac{x}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{1}$. Số đường thẳng trong không gian cắt cả bốn đường thẳng trên là:
- A. 0 . B. 2 . C. Vô số. D. 1 .
- Câu 76.** (Mã 105 2017) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $I(1;2;3)$ và mặt phẳng $(P): 2x-2y-z-4=0$. Mặt cầu tâm I tiếp xúc với (P) tại điểm H . Tìm tọa độ điểm H .
- A. $H(1;-1;0)$ B. $H(-3;0;-2)$ C. $H(-1;4;4)$ D. $H(3;0;2)$
- Câu 77.** Trong không gian $Oxyz$, biết mặt cầu (S) có tâm O và tiếp xúc với mặt phẳng $(P): x-2y+2z+9=0$ tại điểm $H(a;b;c)$. Giá trị của tổng $a+b+c$ bằng
- A. 2 . B. -1 . C. 1 . D. -2 .

Câu 78. (Chuyên Lê Hồng Phong-Nam Định- 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $I(1;0;2)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z}{1}$. Gọi (S) là mặt cầu có tâm I , tiếp xúc với đường thẳng d . Bán kính của (S) bằng

- A. $\frac{5}{3}$. B. $\frac{2\sqrt{5}}{3}$. C. $\frac{\sqrt{30}}{3}$. D. $\frac{4\sqrt{2}}{3}$.

Câu 79. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 1$, đường thẳng $\Delta: \frac{x-6}{-3} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-2}{2}$ và điểm $M(4;3;1)$. Trong các mặt phẳng sau mặt phẳng nào đi qua M , song song với Δ và tiếp xúc với mặt cầu (S) ?

- A. $2x - 2y + 5z - 22 = 0$. B. $2x + y + 2z - 13 = 0$.
C. $2x + y - 2z - 1 = 0$. D. $2x - y + 2z - 7 = 0$.

Câu 80. (Mã 104 2018) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-2)^2 + (y-3)^2 + (z+1)^2 = 16$ và điểm $A(-1;-1;-1)$. Xét các điểm M thuộc (S) sao cho đường thẳng AM tiếp xúc với (S) . M luôn thuộc một mặt phẳng cố định có phương trình là

- A. $6x + 8y + 11 = 0$ B. $6x + 8y - 11 = 0$ C. $3x + 4y - 2 = 0$ D. $3x + 4y + 2 = 0$

Câu 81. (Mã 110 2017) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x+1)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 2$ và hai đường thẳng $d: \frac{x-2}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-1}{-1}$; $\Delta: \frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{-1}$. Phương trình nào dưới đây là phương trình của một mặt phẳng tiếp xúc với (S) , song song với d và Δ ?

- A. $y + z + 3 = 0$ B. $x + z + 1 = 0$ C. $x + y + 1 = 0$ D. $x + z - 1 = 0$

Câu 82. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) chứa đường thẳng $d: \frac{x-4}{3} = \frac{y}{1} = \frac{z+4}{-4}$ và tiếp xúc với mặt cầu $(S): (x-3)^2 + (y+3)^2 + (z-1)^2 = 9$. Khi đó (P) song song với mặt phẳng nào sau đây?

- A. $3x - y + 2z = 0$. B. $-2x + 2y - z + 4 = 0$.
C. $x + y + z = 0$ D. Đáp án khác.

Câu 83. (Chuyên Bắc Giang 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng tiếp xúc với mặt cầu $(x-1)^2 + y^2 + (z+2)^2 = 6$ đồng thời song song với hai đường thẳng $d_1: \frac{x-2}{3} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z}{-1}$, $d_2: \frac{x}{1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-2}{-1}$.

- A. $\begin{cases} x - y + 2z - 3 = 0 \\ x - y + 2z + 9 = 0 \end{cases}$ B. $\begin{cases} x + y + 2z - 3 = 0 \\ x + y + 2z + 9 = 0 \end{cases}$ C. $x + y + 2z + 9 = 0$ D. $x - y + 2z + 9 = 0$

Câu 84. (Đề Tham Khảo 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $E(2;1;3)$, mặt phẳng $(P): 2x + 2y - z - 3 = 0$ và mặt cầu $(S): (x-3)^2 + (y-2)^2 + (z-5)^2 = 36$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua E , nằm trong mặt phẳng (P) và cắt (S) tại hai điểm có khoảng cách nhỏ nhất. Phương trình của Δ là

$$\begin{array}{llll} \text{A. } \begin{cases} x = 2 + 9t \\ y = 1 + 9t \\ z = 3 + 8t \end{cases} & \text{B. } \begin{cases} x = 2 - 5t \\ y = 1 + 3t \\ z = 3 \end{cases} & \text{C. } \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 - t \\ z = 3 \end{cases} & \text{D. } \begin{cases} x = 2 + 4t \\ y = 1 + 3t \\ z = 3 - 3t \end{cases} \end{array}$$

Câu 85. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt cầu (S_1) , (S_2) có phương trình lần lượt là $(S_1): x^2 + y^2 + z^2 = 25$, $(S_2): x^2 + y^2 + (z-1)^2 = 4$. Một đường thẳng d vuông góc với véc tơ $\vec{u} = (1; -1; 0)$ tiếp xúc với mặt cầu (S_2) và cắt mặt cầu (S_1) theo một đoạn thẳng có độ dài bằng 8. Hỏi véc tơ nào sau đây là véc tơ chỉ phương của d ?

$$\text{A. } \vec{u}_1 = (1; 1; \sqrt{3}) \quad \text{B. } \vec{u}_2 = (1; 1; \sqrt{6}) \quad \text{C. } \vec{u}_3 = (1; 1; 0) \quad \text{D. } \vec{u}_4 = (1; 1; -\sqrt{3})$$

Câu 86. (Chuyên Bắc Giang 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $E(1; 1; 1)$, mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 = 4$ và mặt phẳng $(P): x - 3y + 5z - 3 = 0$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua E , nằm trong (P) và cắt mặt cầu (S) tại hai điểm A, B sao cho tam giác OAB là tam giác đều. Phương trình của đường thẳng Δ là

$$\begin{array}{ll} \text{A. } \frac{x-1}{-2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{-1} & \text{B. } \frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{-1} \\ \text{C. } \frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{1} & \text{D. } \frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{-1} \end{array}$$

Câu 87. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z-3}{1}$ và điểm $A(1; 0; -1)$. Gọi d_2 là đường thẳng đi qua điểm A và có vector chỉ phương $\vec{v} = (a; 1; 2)$. Giá trị của a sao cho đường thẳng d_1 cắt đường thẳng d_2 là

$$\text{A. } a = -1. \quad \text{B. } a = 2. \quad \text{C. } a = 0. \quad \text{D. } a = 1.$$

Câu 88. Trong không gian $Oxyz$, cho ba mặt cầu $(S_1): (x+3)^2 + (y-2)^2 + (z-4)^2 = 1$, $(S_2): x^2 + (y-2)^2 + (z-4)^2 = 4$ và $(S_3): x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 4y - 1 = 0$. Hỏi có bao nhiêu mặt phẳng tiếp xúc với cả ba mặt cầu (S_1) , (S_2) , (S_3) ?

$$\text{A. } 2. \quad \text{B. } 4. \quad \text{C. } 6. \quad \text{D. } 8.$$

Câu 89. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z+2}{1}$. Gọi (S) là mặt cầu có bán kính $R = 5$, có tâm I thuộc đường thẳng d và tiếp xúc với trục Oy . Biết rằng I có tung độ dương. Điểm nào sau đây thuộc mặt cầu (S) ?

$$\begin{array}{ll} \text{A. } M(-1; -2; 1). & \text{B. } N(1; 2; -1). \\ \text{C. } P(-5; 2; -7). & \text{D. } Q(5; -2; 7). \end{array}$$

Câu 90. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 6y + m = 0$ (m là tham số) và

$$\text{đường thẳng } \Delta: \begin{cases} x = 4 + 2t \\ y = 3 + t \\ z = 3 + 2t \end{cases}. \text{ Biết đường thẳng } \Delta \text{ cắt mặt cầu } (S) \text{ tại hai điểm phân biệt } A, B$$

sao cho $AB = 8$. Giá trị của m là

$$\text{A. } m = 5. \quad \text{B. } m = 12. \quad \text{C. } m = -12. \quad \text{D. } m = -10.$$

Câu 91. (SGD Bến Tre 2019) Trong không gian $Oxyz$ cho hai đường thẳng chéo nhau

$$d_1 : \begin{cases} x = 4 - 2t \\ y = t \\ z = 3 \end{cases}, (t \in \mathbb{R}), d_2 : \begin{cases} x = 1 \\ y = t' \\ z = -t' \end{cases}, (t' \in \mathbb{R}).$$

Phương trình mặt cầu có bán kính nhỏ nhất tiếp xúc với cả hai đường thẳng $(d_1), (d_2)$ là:

A. $\left(x + \frac{3}{2}\right)^2 + y^2 + (z + 2)^2 = \frac{9}{4}.$

B. $\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + y^2 + (z - 2)^2 = \frac{3}{2}.$

C. $\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + y^2 + (z - 2)^2 = \frac{9}{4}.$

D. $\left(x + \frac{3}{2}\right)^2 + y^2 + (z + 2)^2 = \frac{3}{2}.$

Câu 92. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $\Delta_1 : \frac{x-4}{3} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+5}{-2}$ và

$\Delta_2 : \frac{x-2}{1} = \frac{y+3}{3} = \frac{z}{1}$. Trong tất cả mặt cầu tiếp xúc với cả hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2 . Gọi (S)

là mặt cầu có bán kính nhỏ nhất. Bán kính của mặt cầu (S) là

A. $\sqrt{12}.$

B. $\sqrt{6}.$

C. $\sqrt{24}.$

D. $\sqrt{3}.$

BẠN HỌC THAM KHẢO THÊM DẠNG CÂU KHÁC TẠI

<https://drive.google.com/drive/folders/15DX-hbY5paR0iUmcs4RU1DkA1-7QpKlG?usp=sharing>

Theo dõi Fanpage: **Nguyễn Bảo Vương** <https://www.facebook.com/tracnghiemtoanthpt489/>

Hoặc Facebook: **Nguyễn Vương** <https://www.facebook.com/phong.baovuong>

Tham gia ngay: **Nhóm Nguyễn Bảo Vương (TÀI LIỆU TOÁN)** <https://www.facebook.com/groups/703546230477890/>

Ấn sub kênh Youtube: Nguyễn Vương

https://www.youtube.com/channel/UCQ4u2J5gIEI1iRUBT3nwJfA?view_as=subscriber

Tải nhiều tài liệu hơn tại: <http://diendangiaovientoan.vn/>

ĐỂ NHẬN TÀI LIỆU SỚM NHẤT NHÉ!