Chuyên đề 38 XÁC SUẤT

1. Qui tắc đếm :

✪ **Quy tắc cộng:** Một công việc được hoàn thành bởi một trong hai hành động. Nếu hành động này có m cách thực hiện, hành động kia có n cách thực hiện không trùng với bất kì cách nào của hành động thứ nhất thì công việc đó có $m+n$ cách thực hiện.

◆ Nếu A và B là các tập hợp hữu hạn không giao nhau thì: $n\left(A\cup B\right)=n\left(A\right)+n\left(B\right)$.

✪ **Quy tắc nhân:** Một công việc được hoành thành bởi hai hành động liên tiếp. Nếu có m cách thực hiện hành động thứ nhất và ứng với mỗi cách đó có n cách thực hiện hành động thứ hai thì có $m.n$ cách hoàn thành công việc.

2. Hoán vị, Chính hợp, tổ hợp.

✪ **Hoán vị :**

+ ***Định nghĩa***: Cho tập hợp A gồm n phần tử $(n\geq 1)$. Mỗi kết quả của sự sắp xếp thứ tự n phần tử của tập hợp A được gọi là một ***hoán vị của n phần tử*** đó.

+ ***Số các hoán vị***

Kí hiệu P_n là số các hoán vị của n phần tử. Ta có: $P_n=n!\left(n\geq 1\right)$

✪ **Chỉnh hợp :**

+ ***Định nghĩa***: Cho tập hợp A gồm n phần tử $(n\geq 1)$. Kết quả của việc lấy k phần tử của tập hợp A và sắp xếp chúng theo một thứ tự nào đó được gọi là một ***chỉnh hợp chập k của n phần tử*** đã cho.

+***Số các chỉnh hợp***

Kí hiệu A_n^k là số các chỉnh hợp chập k của n phần tử $(1\leq k\leq n)$. Ta có: $A_n^k=\dfrac{n!}{\left(n-k\right)!}\left(1\leq k\leq n\right)$

✪ **Tổ hợp :**

+ ***Định nghĩa***: Cho tập hợp A gồm n phần tử $(n\geq 1)$. Mỗi tập hợp con gồm k phần tử của A được gọi là một ***tổ hợp chập k của n phần tử*** đã cho.

+ ***Số các tổ hợp:***

Kí hiệu C_n^k là số các tổ hợp chập k của n phần tử $(0\leq k\leq n)$. Ta có: $C_n^k=\dfrac{n!}{k!(n-k)!}$ $(0\leq k\leq n)$.

3. Tính xác xuất :

✪ **Tính xác suất bằng định nghĩa :** Công thức tính xác suất của biến cố A: $P\left(A\right)=\dfrac{n\left(A\right)}{n\left(\Omega\right)}$.

✪ **Tính xác suất bằng công thức :**

+ Quy tắc cộng xác suất:

* Nếu hai biến cố A,B xung khắc nhau thì $P\left(A\cup B\right)=P\left(A\right)+P\left(B\right)$

* Nếu các biến cố $A_1,A_2,A_3,...,A_k$ xung khắc nhau

thì $P\left(A_1\cup A_2\cup ...\cup A_k\right)=P\left(A_1\right)+P\left(A_2\right)+...+P\left(A_k\right)$

+ Công thức tính xác suất biến cố đối: Xác suất của biến cố $\overline{A}$ của biến cố A là:

$P\left(\overline{A}\right)=1-P\left(A\right)$

+ Quy tắc nhân xác suất:

* Nếu A và B là hai biến cố độc lập thì

$P(AB)=P(A).P(B)$

* Một cách tổng quát, nếu k biến cố $A_1, A_2, A_3, ..., A_k$ là độc lập thì

$P(A_1, A_2, A_3, ..., A_k)=P(A_1).P(A_2)...P(A_k)$

Câu 1. **(Mã 101 - 2020 Lần 1)** Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 4 chữ số đôi một khác nhau và các chữ số thuộc tập $\{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$. Chọn ngẫu nhiên một số thuộc S, xác suất để số đó **không** có hai chữ số liên tiếp nào cùng chẵn bằng

A. $\frac{25}{42}$. **B.** $\frac{5}{21}$. **C.** $\frac{65}{126}$. **D.** $\frac{55}{126}$.

Lời giải

Chọn A

Có A_9^4 cách tạo ra số có 4 chữ số phân biệt từ $X=\{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$.

$\Rightarrow |S|=A_9^4=3024$.

$\Rightarrow |\Omega|=3024$.

Gọi biến cố A:"chọn ngẫu nhiên một số thuộc S, xác suất để số đó **không** có hai chữ số liên tiếp nào cùng chẵn".

Nhận thấy không thể có 3 chữ số chẵn hoặc 4 chữ số chẵn vì lúc đó luôn tồn tại hai chữ số chẵn nằm cạnh nhau.

- **Trường hợp 1:** Cả 4 chữ số đều lẻ.

Chọn 4 số lẻ từ X và xếp thứ tự có A_5^4 số.

- **Trường hợp 2:** Có 3 chữ số lẻ, 1 chữ số chẵn.

Chọn 3 chữ số lẻ, 1 chữ số chẵn từ X và xếp thứ tự có $C_5^3.C_4^1.4!$ số.

- **Trường hợp 3:** Có 2 chữ số chẵn, 2 chữ số lẻ.

Chọn 2 chữ số lẻ, 2 chữ số chẵn từ X có $C_5^2.C_4^2$ cách.

Xếp thứ tự 2 chữ số lẻ có 2! cách.

Hai chữ số lẻ tạo thành 3 khoảng trống, xếp hai chữ số chẵn vào 3 khoảng trống và sắp thứ tự có 3! cách.

$\Rightarrow$ trường hợp này có $C_5^2.C_4^2.2!.3!$ số.

Vậy $P(A)=\frac{|\Omega_A|}{|\Omega|}=\frac{A_5^4+C_5^3.C_4^1.4!+C_5^2.C_4^2.2!.3!}{3024}=\frac{25}{42}$.

Câu 2. **(Mã 102 - 2020 Lần 1)** Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 4 chữ số đôi một khác nhau và các chữ số thuộc tập hợp $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Chọn ngẫu nhiên một số thuộc S, xác suất để số đó **không** có hai chữ số liên tiếp nào cùng lẻ bằng

A. $\frac{17}{42}$. **B.** $\frac{41}{126}$. **C.** $\frac{31}{126}$. **D.** $\frac{5}{21}$.

Lời giải

Chọn A

Số các phần tử của S là $A_9^4 = 3024$.

Chọn ngẫu nhiên một số từ tập S có 3024 (cách chọn). Suy ra $n(\Omega) = 3024$.

Gọi biến cố A: " Chọn được số **không** có hai chữ số liên tiếp nào cùng lẻ".

Trường hợp 1: Số được chọn có 4 chữ số chẵn, có $4! = 24$ (số).

Trường hợp 2: Số được chọn có 1 chữ số lẻ và 3 chữ số chẵn, có $5.4.4! = 480$ (số).

Trường hợp 3: Số được chọn có 2 chữ số lẻ và 2 chữ số chẵn, có $3.A_5^2.A_4^2 = 720$ (số).

Do đó, $n(A) = 24 + 480 + 720 = 1224$.

Vậy xác suất cần tìm là $P(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{1224}{3024} = \dfrac{17}{42}$.

Câu 3. **(Mã 103 - 2020 Lần 1)** Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên có bốn chữ số đôi một khác nhau và các chữ số thuộc tập hợp $\{1;2;3;4;5;6;7\}$. Chọn ngẫu nhiên một số thuộc S, xác suất để số đó **không** có hai chữ số liên tiếp nào cùng chẵn bằng

A. $\dfrac{9}{35}$. **B.** $\dfrac{16}{35}$. **C.** $\dfrac{22}{35}$. **D.** $\dfrac{19}{35}$.

Lời giải

Chọn C

Không gian mẫu $|\Omega| = A_7^4 = 840$.

Gọi biến cố A thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Có các trường hợp sau:

TH1: 4 chữ số đều lẻ: $4!$ số.

TH2: 3 chữ số lẻ, 1 chữ số chẵn: $C_4^3.C_3^1.4!$ số.

TH3: 2 chữ số lẻ, 2 chữ số chẵn: $C_4^2.C_3^2.2!.A_3^2$ số.

Như vậy $|A| = 528$. Vậy xác suất $P(A) = \dfrac{528}{840} = \dfrac{22}{35}$.

Câu 4. **(Mã 104 - 2020 Lần 1)** Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 4 chữ số đôi một khác nhau và các chữ số thuộc tập hợp $\{1;2;3;4;5;6;7\}$. Chọn ngẫu nhiên một số thuộc S, xác suất để số đó **không** có hai chữ số liên tiếp nào cùng lẻ bằng

A. $\dfrac{1}{5}$. **B.** $\dfrac{13}{35}$. **C.** $\dfrac{9}{35}$. **D.** $\dfrac{2}{7}$.

Lời giải

Chọn B

Số phần tử không gian mẫu là $n(\Omega) = A_7^4$.

Để chọn được số thỏa mãn bài toán, ta có các trường hợp:

+ Trường hợp số được **chọn có đúng** 1 **chữ số lẻ:**

Chọn chữ số lẻ trong 4 **số lẻ: có** 4 **cách.**

Xếp các chữ số lấy được có $4!$ cách.

Trường hợp này có $4 \cdot 4! = 96$ cách.

+ Trường hợp số được **chọn có** 2 **chữ số lẻ và** 2 **chữ số chẵn.**

Lấy ra 2 chữ số lẻ và 2 chữ số chẵn có $C_4^2 \cdot C_3^2$ cách.

Xếp các chữ số chẵn có 2 cách, tiếp theo xếp 2 chữ số lẻ vào 3 vị trí ngăn cách bởi các số chẵn có A_3^2 cách.

Suy ra trường hợp này có $C_4^2 \cdot C_3^2 \cdot 2 \cdot A_3^2 = 216$ cách.

Số kết quả thuận lợi cho biến cố $96 + 216 = 312$

Xác suất của biến cố $P = \dfrac{312}{A_7^4} = \dfrac{13}{35}$.

Câu 5. **(Mã 102 - 2020 Lần 2)** Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 6 chữ số đôi một khác nhau. Chọn ngẫu nhiên một số thuộc S, xác suất để số đó có hai chữ số tận cùng có cùng tính chẵn lẻ bằng

A. $\dfrac{4}{9}$. **B.** $\dfrac{2}{9}$. **C.** $\dfrac{2}{5}$. **D.** $\dfrac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn A

Gọi số cần lập là $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5a_6}$, $a_i \in \{0,1,...,9\}; i = \overline{1,6}; a_1 \neq 0$.

Gọi A là biến cố: "chọn được số tự nhiên thuộc tập S sao cho số đó có hai chữ số tận cùng có cùng tính chẵn lẻ".

Do đó $n(\Omega) = 9.A_9^5 = 136080$.

Trường hợp 1: a_1 chẵn và hai chữ số tận cùng chẵn.

Số cách lập: $4.A_4^2.A_7^3 = 10080$.

Trường hợp 2: a_1 chẵn và hai chữ số tận cùng lẻ.

Số cách lập: $4.A_5^2.A_7^3 = 16800$.

Trường hợp 3: a_1 lẻ và hai chữ số tận cùng chẵn.

Số cách lập: $5.A_5^2.A_7^3 = 21000$.

Trường hợp 4: a_1 lẻ và hai chữ số tận cùng lẻ.

Số cách lập: $5.A_4^2.A_7^3 = 12600$.

Xác suất để số đó có hai chữ số tận cùng có cùng tính chẵn lẻ bằng:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{60480}{1360809} = \frac{4}{9}.$$

Câu 6. **(Mã 103 - 2020 Lần 2)** Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 5 chữ số đôi một khác nhau. Chọn ngẫu nhiên một số thuộc S, xác suất để số đó có hai chữ số tận cùng khác tính chẵn lẻ bằng

A. $\dfrac{50}{81}$. **B.** $\dfrac{1}{2}$. **C.** $\dfrac{5}{18}$. **D.** $\dfrac{5}{9}$.

Lời giải

Chọn D

Gọi $x = \overline{abcde}, a \neq 0$ là số tự nhiên có 5 chữ số khác nhau.

Khi đó có $9.9.8.7.6 = 27216$ số.

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = 27216$.

Gọi F là biến cố số x có hai chữ số tận cùng khác tính chẵn lẻ.

TH1: Một trong hai chữ số cuối có chữ số 0: Có $C_5^1.P_2.A_8^3 = 3360$ số.

TH2: Hai chữ số tận cùng không có chữ số 0: Có $C_4^1.C_5^1.P_2.7.7.6 = 11760$ số.

Suy ra $n(F)=3360+11760=15120$.

Vậy $P(F)=\dfrac{n(F)}{n(\Omega)}=\dfrac{5}{9}$.

Câu 7. **(Mã 104 - 2020 Lần 2)** Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 5 chữ số đôi một khác nhau. Chọn ngẫu nhiên một số thuộc S, xác suất để số đó có hai chữ số tận cùng có cùng tính chẵn lẻ bằng

A. $\dfrac{4}{9}$. **B.** $\dfrac{32}{81}$. **C.** $\dfrac{2}{5}$. **D.** $\dfrac{32}{45}$.

Lời giải

Chọn A

Số các số tự nhiên có 5 chữ số đôi một khác nhau là: $9.9.8.7.6=27216$, nên số phần tử của không gian mẫu bằng $n(\Omega)=C_{27216}^{1}=27216$.

Gọi B là biến cố chọn được số tự nhiên có 5 chữ số đôi một khác nhau là hai chữ số tận cùng có cùng tính chẵn lẻ, thì $\overline{B}$ gồm các trường hợp sau:

TH1. Trong hai chữ số tận cùng có chữ số 0, có $C_5^1.P_2.A_8^3=3360$ số.

TH2. Trong hai chữ số tận cùng **không** có chữ số 0, có $C_5^1.C_4^1.P_2.7.7.6=11760$ số.

Vậy xác suất của biến cố cần tìm là $P(B)=1-P(\overline{B})=1-\dfrac{3360+11760}{27216}=\dfrac{4}{9}$.

Câu 8. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập hợp số có ba chữ số khác nhau. Xác suất để số được chọn có tổng các chữ số là số chẳn bằng

A. $\dfrac{41}{81}$. **B.** $\dfrac{4}{9}$. **C.** $\dfrac{1}{2}$. **D.** $\dfrac{16}{81}$.

Lời giải

Chọn A

Gọi A là biến cố số được chọn có tổng các chữ số là số chẳn.

Ta có $n(\Omega)=9.9.8=648$.

Vì số được chọn có tổng các chữ số là số chẳn nên sãy ra các trường hợp sau:

Trường hợp 1: Ba chữ số được chọn đều là số chẳn

Số cách chọn ra và sắp xếp ba chữ số chẳn là A_5^3.

Số cách chọn ra và sắp xếp ba chữ số chẳn trong đó số 0 đứng đầu là A_4^2.

Vậy nên số số thỏa biến cố A là: $A_5^3-A_4^2=48$ số.

Trường hợp 2: Ba chữ số được chọn có 2 chữ số là số lẽ và 1 chữ số là số chẳn.

Số cách chọn ra và sắp xếp 2 chữ số là số lẽ và 1 chữ số là số chẳn là $C_5^2.C_5^1.3!$.

Số cách chọn ra và sắp xếp 2 chữ số là số lẽ và 1 chữ số chẳn là số 0 đứng đầu là $C_5^2.2!$.

Vậy nên số số thỏa biến cố A là: $C_5^2.C_5^1.3!-C_5^2.2!=280$ số.

Do vậy $n(A)=280+48=328$.

Ta có $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}=\dfrac{328}{648}=\dfrac{41}{81}$.

Câu 9. Có 6 chiếc ghế được kê thành một hàng ngang. Xếp ngẫu nhiên 6 học sinh, gồm 3 học sinh lớp A, 2 học sinh lớp B và 1 học sinh lớp C, ngồi và hàng ghế đó, sao cho mỗi ghế có đúng một học sinh. Xác suất để học sinh lớp C chỉ ngồi cạnh học sinh lớp B bằng

A. $\frac{1}{6}$. **B.** $\frac{3}{20}$. **C.** $\frac{2}{15}$. **D.** $\frac{1}{5}$.

Lời giải

Chọn D

Xếp ngẫu nhiên 6 học sinh thành hàng ngang, không gian mẫu có số phần tử là: $6!$.

Gọi M là biến cố "học sinh lớp C chỉ ngồi cạnh học sinh lớp B".

Xét các trường hợp:

Trường hợp 1. Học sinh lớp C ngồi đầu dãy

+ Chọn vị trí cho học sinh lớp C có 2 cách.

+ Chọn 1 học sinh lớp B ngồi cạnh học sinh lớp C có 2 cách.

+ Hoán vị các học sinh còn lại cho nhau có $4!$ cách.

Trường hợp này thu được: $2.2.4! = 96$ cách.

Trường hợp 2. Học sinh lớp C ngồi giữa hai học sinh lớp B, ta gộp thành 1 nhóm, khi đó:

+ Hoán vị 4 phần tử gồm 3 học sinh lớp A và nhóm gồm học sinh lớp B và lớp C có: $4!$ cách.

+ Hoán vị hai học sinh lớp B cho nhau có: $2!$ cách.

Trường hợp này thu được: $4!.2! = 48$ cách.

Như vậy số phần tử của biến cố M là: $48 + 96 = 144$.

Xác suất của biến cố M là $P(M) = \frac{144}{6!} = \frac{1}{5}$.

Câu 10. Cho đa giác đều 12 đỉnh nội tiếp đường tròn tâm A. Chọn ngẫu nhiên 3 đỉnh của đa giác đó. Tính xác suất để 3 đỉnh được chọn tạo thành một tam giác không có cạnh nào là cạnh của đa giác đã cho.

A. $\frac{2}{5}$. **B.** $\frac{31}{55}$. **C.** $\frac{28}{55}$. **D.** $\frac{52}{55}$.

Lời giải

Chọn C

Số tam giác được tạo thành là C_{12}^3.

Số tam giác có chung 1 cạnh với đa giác là $12C_8^1$.

Số tam giác có chung 2 cạnh với đa giác là 12.

Vậy xác suất để được tam giác không có chung cạnh với đa giác là $1 - \frac{12C_8^2 + 12}{C_{12}^3} = \frac{28}{55}$.

Câu 11. Từ một đội văn nghệ gồm 5 nam và 8 nữ cần lập một nhóm gồm 4 người hát tốp ca. Xác suất để trong 4 người được chọn đều là nam bằng

A. $\frac{C_8^4}{C_{13}^4}$. **B.** $\frac{A_5^4}{C_8^4}$. **C.** $\frac{C_5^4}{C_{13}^4}$. **D.** $\frac{C_8^4}{A_{13}^4}$.

Lời giải

Chọn C

Chọn 4 người trong 13 người hát tốp ca có C_{13}^4. Nên $n(\Omega) = C_{13}^4$

Gọi A là biến cố chọn được 4 người đều là nam và $n(A) = C_5^4$

Nên xác suất của biến cố A là $P(A) = \frac{C_5^4}{C_{13}^4}$.

Câu 12. Một em bé có bộ 6 thẻ chữ, trên mỗi thẻ có ghi một chữ cái, trong đó có 3 thẻ chữ **T**, một thẻ chữ **N**, một thẻ chữ **H** và một thẻ chữ **P**. Em bé đó xếp ngẫu nhiên 6 thẻ đó thành một hàng ngang. Tính xác suất em bé xếp được thành dãy **TNTHPT**

A. $\frac{1}{120}$. **B.** $\frac{1}{720}$. **C.** $\frac{1}{6}$. **D.** $\frac{1}{20}$.

Lời giải

Chọn A

Xem ba chữ **T** riêng biệt ta có: $n(\Omega) = 6!$.

Gọi A là biến cố:"xếp ngẫu nhiên 6 thẻ đó thành dãy **TNTHPT",** suy ra $n(A) = 3!$

(số hoán vị của **T- T- T** và **N, H,P** cố định).

Vậy xác suất của biến cố A: $P(A) = \frac{3!}{6!} = \frac{1}{120}$.

Câu 13. Một chiếc hộp chứa 9 quả cầu gồm 4 quả màu xanh, 3 quả màu đỏ và 2 quả màu vàng. Lấy ngẫu nhiên 3 quả cầu từ hộp đó. Xác suất để trong 3 quả cầu lấy được có ít nhất 1 quả màu đỏ bằng

A. $\frac{1}{3}$. **B.** $\frac{19}{28}$. **C.** $\frac{16}{21}$. **D.** $\frac{17}{42}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $n(\Omega) = C_9^3 = 84$.

Gọi biến cố A: "3 quả cầu có ít nhất 1 quả màu đỏ".

Suy biến cố đối là $\overline{A}$: "3 quả cầu không có quả màu đỏ".

Vậy $n(\overline{A}) = C_6^3 = 20 \Rightarrow P(\overline{A}) = \frac{20}{84} \Rightarrow P(A) = 1 - \frac{20}{84} = \frac{16}{21}$.

Câu 14. Có bao nhiêu số tự nhiên có 4 chữ số mà tổng tất cả các chữ số của số đó bằng 7?

A. 165. **B.** 1296. **C.** 343. **D.** 84.

Lời giải

Chọn D

7 có thể phân tích thành 11 nhóm sau:

7 = (7+0+0+0)
= (6+1+0+0)
= (5+2+0+0) = (5+1+1+0)
= (4+3+0+0) = (4+2+1+0) = (4+1+1+1)
= (3+3+1+0) = (3+2+2+0) = (3+2+1+1)
= (2+2+2+1)

+) Với nhóm (7+0+0+0) viết được 1 số, đó là số: 7000.

+) Với các nhóm (6+1+0+0); (2+2+0+0) và (4+3+0+0): mỗi nhóm viết được 6 số (chẳng hạn: với nhóm (6+1+0+0) ta có các số 6100, 6010, 6001 và hoán vị của số 6 và số 1).

+) Với nhóm (3+3+1+0); (5+1+1+0) và (3+2+2+0): mỗi nhóm viết được $\frac{4!-3!}{2} = 9$ số

(3! là các số có số 0 đứng đầu, chia 2 vì có 1 số xuất hiện 2 lần).

+) Với nhóm (4+2+1+0) viết được: $4! - 3! = 18$ số (3! là các số có số 0 đứng đầu).

+) Với nhóm (3+2+1+1) viết được: $\frac{4!}{2} = 12$ số (vì xuất hiện 2 số 1).

+) Với các nhóm (4+1+1+1) và (2+2+2+1): mỗi nhóm viết được 4 số (chẳng hạn: với nhóm (4+1+1+1) ta có các số: 4111; 1411; 1141; 1114).

Tổng số các số viết được là: $1+6.3+9.3+18+12+4.2=84$ (số).

Câu 15. Ban chỉ đạo phòng chống dịch Covid-19 của sở Y tế Nghệ An có 9 người, trong đó có đúng 4 bác sĩ. Chia ngẫu nhiên Ban đó thành ba tổ, mỗi tổ 3 người để đi kiểm tra công tác phòng dịch ở địa phương. Trong mỗi tổ, chọn ngẫu nhiên một người làm tổ trưởng. Xác suất để ba tổ trưởng đều là bác sĩ là

A. $\frac{1}{42}$. **B.** $\frac{1}{21}$. **C.** $\frac{1}{14}$. **D.** $\frac{1}{7}$.

Lời giải

Chọn B

Chọn 3 người vào nhóm A và có một tổ trưởng ta có: $C_9^3.3$ cách.

Chọn 3 người vào nhóm B và có một tổ trưởng ta có: $C_6^3.3$ cách.

3 người còn lại vào nhóm C và có một tổ trưởng ta có: $C_3^3.3$ cách.

Từ đó ta có số phần tử của không gian mẫu là: $n(\Omega)=C_9^3.3.C_6^3.3.C_3^3.3=45360$.

Gọi M là biến cố thỏa mãn bài toán.

Vì có 4 bác sĩ nên phải có một nhóm có 2 bác sĩ.

Chọn nhóm có 2 bác sĩ mà có 1 tổ trưởng là bác sĩ có $C_4^2.C_5^1.2$

Chọn nhóm có 1 bác sĩ và bác sí là tổ trưởng có: $C_2^1.C_4^2$.

1 bác sĩ còn lại và 2 người còn lại vào nhóm có 1 cách.

Chọn một trong 3 nhóm A,B,C có 2 bác sĩ có C_3^1 cách.

$\Rightarrow n(M)=C_4^2,C_5^1.2.C_2^1.C_4^2.C_3^1=2160.\Rightarrow P(M)=\frac{2160}{45360}=\frac{1}{21}$.

Câu 16. Cho tập $S=\{1;2;...;19;20\}$ gồm 20 số tự nhiên từ 1 đến 20. Lấy ngẫu nhiên ba số thuộc S. Xác suất để ba số lấy được lập thành cấp số cộng là

A. $\frac{5}{38}$. **B.** $\frac{7}{38}$. **C.** $\frac{3}{38}$. **D.** $\frac{1}{114}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $n(\Omega)=C_{20}^3$.

Gọi A là biến cố: "ba số lấy được lập thành cấp số cộng ".

Giả sử ba số a, b, c theo thứ tự đó lập thành cấp số cộng, khi đó ta có $a+c=2b$. Hay $a+c$ là một số chẵn và mỗi cách chọn 2 số a và c thỏa mãn $a+c$ là số chẵn sẽ có duy nhất cách chọn b. Số cách chọn hai số có tổng chẵn sẽ là số cách chọn ba số tạo thành cấp số cộng.

TH1: Hai số lấy được đều là số chẵn, có: C_{10}^2 cách lấy.

TH2: Hai số lấy được đều là số lẻ, có: C_{10}^2 cách lấy.

$\Rightarrow n(A)=C_{10}^2+C_{10}^2$

$$P(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{C_{10}^2+C_{10}^2}{C_{10}^3}=\frac{3}{38}.$$

Câu 17. Một công ty may mặc có hai hệ thống máy chạy song song. Xác suất để hệ thống máy thứ nhất hoạt động tốt là 90%, xác suất để hệ thống máy thứ hai hoạt động tốt là 80%. Công ty chỉ có thể hoàn thành đơn hàng đúng hạn nếu ít nhất một trong hai hệ thống máy hoạt động tốt. Xác suất để công ty hoàn thành đúng hạn là

A. 98%. **B.** 2%. **C.** 80%. **D.** 72%.

Lời giải

Chọn A

Goi A là biến cố : « Hệ thống máy thứ nhất hoạt động tốt »

B là biến cố : « Hệ thống máy thứ hai hoạt động tốt »

C là biến cố : « Công ty hoàn thành đúng hạn »

Ta có $\overline{A}$ là biến cố : « Hệ thống máy thứ nhất hoạt động không tốt »

$\overline{B}$ là biến cố : « Hệ thống máy thứ hai hoạt động không tốt »

$P(A)=0,9$; $P(B)=0,8$; $P(\overline{A})=0,1$; $P(\overline{B})=0,2$.

$P(\overline{C})=P(\overline{A}.\overline{B})=P(\overline{A}).P(\overline{B})=0,02 \Rightarrow P(C)=1-P(\overline{C})=0,98$.

Câu 18. Giải bóng chuyền VTV cup gồm 12 đội tham gia, trong đó có 9 đội nước ngoài và 3 đội Việt Nam. Ban tổ chức bốc cho thăm ngẫu nhiên và chia thành 3 bảng đấu A,B,C mỗi bảng 4 đội. Xác suất để ba đội Việt Nam nằm ở 3 bảng gần nhất với số nào dưới đây?

A. $\frac{11}{25}$. **B.** $\frac{3}{20}$. **C.** $\frac{39}{100}$. **D.** $\frac{29}{100}$.

Lời giải

Chọn D

Số cách chọn 4 đội cho bảng A là C_{12}^4. Khi đó sẽ có C_8^4 số cách chọn 4 đội cho bảng B và số cách chọn 4 đội cho bảng C là C_4^4.

Vậy số phần tử của không gian mẫu là: $n_{(\Omega)}=C_{12}^4.C_8^4.C_4^4$.

Đặt T là biến cố: "3 đội Việt Nam nằm ở 3 bảng khác nhau".

Số cách chọn 1 đội Việt Nam và 2 đội nước ngoại cho bảng A là $C_3^1.C_9^3$. Với mỗi cách chọn cho bảng A ta có $C_2^1.C_6^3$ số cách chọn 1 đội Việt Nam và 2 đội nước ngoại cho bảng B. Khi đó, số cách chọn 1 đội Việt Nam và 2 đội nước ngoại cho bảng C là $C_1^1.C_3^3$.

Số phần tử của biến cố T là: $n_{(T)}=C_3^1.C_9^3C_2^1.C_6^3.C_1^1.C_3^3$.

Xác suất cần tính là $P_{(T)}=\frac{n_{(T)}}{n_{(\Omega)}}=\frac{C_3^1.C_9^3C_2^1.C_6^3.C_1^1.C_3^3}{C_{12}^4.C_8^4.C_4^4}=\frac{16}{55}$.

Câu 19. Xếp ngẫu nhiên 5 học sinh A,B,C,D,E ngồi vào một dãy 5 ghế thẳng hàng (mỗi bạn ngồi một ghế). Tính xác suất để hai bạn A và B không ngồi cạnh nhau.

A. $\frac{1}{5}$. **B.** $\frac{3}{5}$. **C.** $\frac{2}{5}$. **D.** $\frac{4}{5}$.

Lời giải

Chọn B

Số phần tử của không gian mẫu: $n(\Omega)=5!=120$.

Gọi X là biến cố "Hai bạn A và B không ngồi cạnh nhau".

$\Rightarrow \overline{X}$ "Hai bạn A và B ngồi cạnh nhau"

Có 4 vị trí để hai bạn A và B ngồi cạnh nhau, hai bạn đổi chỗ được một cách xếp mới.

Nên số cách xếp để hai bạn A và B ngồi cạnh nhau là $4.2!.3!=48$

Xác suất của biến cố $\overline{X}$ là: $P\left(\overline{X}\right)=\dfrac{n\left(\overline{X}\right)}{n(\Omega)}=\dfrac{48}{120}=\dfrac{2}{5}$

Vậy xác suất của biến cố X là: $P(X)=1-P\left(\overline{X}\right)=\dfrac{3}{5}$

Câu 20. Một nhóm gồm 10 học sinh trong đó có 7 học sinh nam và 3 học sinh nữ. Chọn ngẫu nhiên 3 học sinh từ nhóm 10 học sinh đó đi lao động. Tinh xác suất để trong 3 học sinh được chọn có ít nhất 1 học sinh nữ.

A. $\dfrac{4}{9}$. **B.** $\dfrac{17}{24}$. **C.** $\dfrac{17}{48}$. **D.** $\dfrac{2}{3}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $n(\Omega)=C_{10}^{3}=120$.

Đặt $A=$"3 học sinh được chọn có ít nhất 1 nữ"

$\overline{A}=$"3 học sinh được chọn không có nữ"

Khi đó $n\left(\overline{A}\right)=C_7^3=35 \Rightarrow p\left(\overline{A}\right)=\dfrac{n\left(\overline{A}\right)}{n(\Omega)}=\dfrac{7}{24}$

Vậy $p(A)=1-p\left(\overline{A}\right)=\dfrac{17}{24}$.

Câu 21. Có tất cả bao nhiêu số tự nhiên gồm 6 chữ số đôi một khác nhau trong đó có đúng 3 chữ số chẵn

A. 72000. **B.** 64800. **C.** 36000. **D.** 60000.

Lời giải

Chọn B

TH1: 3 chữ số chẵn được chọn khác chữ số 0

Chọn 3 chữ số chẵn khác chữ số 0 là C_4^3

Chọn 3 chữ số lẻ là C_5^3

Số tự nhiên gồm 6 chữ số đôi một khác nhau lập từ các số đã chọn là $C_4^3.C_5^3.6!=28800$.

TH3: 3 chữ số chẵn được chọn có 1 chữ số là chữ số 0

Chọn 2 chữ số chẵn khác chữ số 0 là C_4^2

Chọn 3 chữ số lẻ là C_5^3

Số tự nhiên gồm 6 chữ số đôi một khác nhau lập từ các số đã chọn là $C_4^2.C_5^3.(6!-5!)=36000$.

Số các số tự nhiên thỏa mãn là $28800+36000=64800$.

Câu 22. Cho S là tập các số tự nhiên có 8 chữ số. Lấy một số bất kì của tập S. Tính xác suất để lấy được số lẻ và chia hết cho 9.

A. $\dfrac{3}{8}$. **B.** $\dfrac{1}{9}$. **C.** $\dfrac{2}{9}$. **D.** $\dfrac{1}{18}$.

Lời giải

Chọn D

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega)=9.10^7$.

Gọi A là biến cố: "lấy được số lẻ và chia hết cho 9".

+ Dãy các số lẻ có 8 chữ số và chia hết cho 9 là 10000017; 10000035; 10000053;.; 99999999.
+ Dãy số trên là 1 cấp số cộng với số hạng đầu $u_1 = 10000017$, số hạng cuối $u_n = 99999999$ và công sai $d = 18$, suy ra số phần tử của dãy số là $\frac{99999999-10000017}{18}+1 = 5000000 = 5.10^6$ Do đó $n(A) = 5.10^6$.

Vậy xác suất của biến cố A là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{5.10^6}{9.10^7} = \frac{1}{18}$.

Câu 23. Đội học sinh giỏi trường trung học phổ thông chuyên bến tre gồm có 8 học sinh khối 12, 6 học sinh khối 11 và 5 học sinh khối 10. Chọn ngẫu nhiên 8 học sinh. Xác suất để trong 8 học sinh được chọn có đủ 3 khối là

A. $\frac{71131}{75582}$. **B.** $\frac{35582}{3791}$. **C.** $\frac{143}{153}$. **D.** $\frac{71128}{75582}$.

Lời giải

Chọn D

Số phần tử không gian mẫu: $n(\Omega) = C_{19}^8 = 75582$.

Gọi A là biến cố:" trong 8 học sinh được chọn có đủ 3 khối".

Ta có: $n(\Omega) = C_{19}^8 - \left(C_{14}^8 + C_{13}^8 + C_{11}^8 - C_8^8\right) = 21128$.

$P(A) = \frac{71128}{75582}$.

Câu 24. Cho một đa giác đều 18 đỉnh nội tiếp trong một đường tròn tâm O. Gọi X là tập hợp tất cả các tam giác có các đỉnh là các đỉnh của đa giác trên. Tính xác suất P để chọn được một tam giác từ tập X là tam giác cân nhưng không phải tam giác đều.

A. $P = \frac{144}{136}$. **B.** $P = \frac{7}{816}$. **C.** $P = \frac{23}{136}$. **D.** $P = \frac{21}{136}$.

Lời giải

Chọn C

Số phần tử của không gian mẫu là $n(X) = C_{18}^3$.

Ký hiệu đa giác là $A_1A_2...A_{18}$ nội tiếp đường tròn (O), xét đường kính A_1A_{10} khi đó số tam giác cân có đỉnh cân là A_1 hoặc A_{10} là $2\text{x}8 = 16$ (tam giác cân); Mà có tất cả là 9 đường kính do vậy số tam giác cân có các đỉnh là đỉnh của đa giác là $9\text{x}16 = 144$ (tam giác cân).

Ta lại có số tam giác đều có các đỉnh là đỉnh của đa giác đều 18 đỉnh là 6.

Vậy xác suất P để chọn được một tam giác từ tập X là tam giác cân nhưng không phải tam giác đều là $P = \frac{144-6}{C_{18}^3} = \frac{23}{136}$.

Câu 25. Cho tập $A = \{1,2,3,4,5,6\}$. Gọi S là tập hợp các tam giác có độ dài ba cạnh là các phần tử của A. Chọn ngẫu nhiên một phần tử thuộc S. Xác suất để phần tử được chọn là một tam giác cân bằng.

A. $\frac{6}{34}$. **B.** $\frac{19}{34}$. **C.** $\frac{27}{34}$. **D.** $\frac{7}{34}$.

Lời giải

Chọn C

Tập các bộ ba số khác nhau có giá trị bằng số đo 3 cạnh là:

$(2;3;4),(2;4;5),(2;5;6),(3;4;5),(3;4;6),(3;5;6),(4;5;6)$ có 7 tam giác không cân.

Xét các tam giác cân có cạnh đáy bằng a, cạnh bên bằng $b \Rightarrow 2b > a$. Ta xét các trường hợp

□ $b = 1 \Rightarrow a = 1$: 1 tam giác cân.

□ $b = 2 \Rightarrow a = \{1;2;3\}$: 3 tam giác cân.

□ $b = 3 \Rightarrow a = \{1;2;3;4;5\}$: 5 tam giác cân.

□ $b = 4;5;6 \Rightarrow a = \{1;2;3;4;5;6\}$: có 18 tam giác cân.

Vậy ta có $n(\Omega) = 7 + 1 + 3 + 5 + 18 = 34$. Gọi A là biến cố:" để phần tử được chọn là một tam giác cân", suy ra $n(A) = 1 + 3 + 5 + 18 = 27$.

Suy ra $p(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{27}{34}$.

Câu 26. Chọn ngẫu nhiên bốn số tự nhiên khác nhau từ 70 số nguyên dương đầu tiên. Tính xác suất để bốn số được chọn lập thành một cấp số nhân có công bội nguyên.

A. $\frac{12}{916895}$. **B.** $\frac{11}{916895}$. **C.** $\frac{10}{916895}$. **D.** $\frac{9}{916895}$.

Lời giải

Chọn B

Xét phép thử "Chọn ngẫu nhiên bốn số tự nhiên khác nhau từ 70 số nguyên dương đầu tiên". Khi đó $n(\Omega) = C_{70}^4 = 916895$.

Xét biến cố A: "Bốn số được chọn lập thành một cấp số nhân có công bội nguyên".

Ta gọi bốn số đó lần lượt là a, aq, aq^2, aq^3. Theo giả thiết $aq^3 \le 70 \Rightarrow q^3 \le 70 \Rightarrow q \le 4$.

Vì bốn số khác nhau và đều dương nên ta có $0 < q \ne 1 \Rightarrow q \in \{2;3;4\}$.

TH1. $q = 2 \Rightarrow 8a \le 70 \Rightarrow a \le 8$. Khi đó có 8 bộ số thỏa mãn.

TH2. $q = 3 \Rightarrow 27a \le 70 \Rightarrow a \le 2$. Khi đó có 2 bộ số thỏa mãn.

TH3. $q = 4 \Rightarrow 64a \le 70 \Rightarrow a \le 1$. Khi đó có 1 bộ số thỏa mãn.

Vậy $n(A) = 11 \Rightarrow P(A) = \frac{11}{916895}$.

Câu 27. Có 6 học sinh gồm 2 học sinh lớp A, 2 học sinh lớp B và 2 học sinh lớp C xếp ngẫu nhiên thành một hàng ngang. Tính xác suất để nhóm bất kì 3 học sinh liền kề nhau trong hàng luôn có mặt học sinh của cả 3 lớp A, B, **C.**

A. $\frac{1}{120}$. **B.** $\frac{1}{3}$. **C.** $\frac{1}{30}$. **D.** $\frac{1}{15}$.

Lời giải

Chọn D

Xét phép thử: Xếp ngẫu nhiên 6 học sinh của 3 lớp thành một hàng ngang, ta có:

$n(\Omega) = 6!$

Gọi D là biến cố: nhóm bất kì 3 học sinh liền kề nhau trong hàng luôn có mặt học sinh của cả 3 lớp A, B, **C.**

Ta thấy rằng để 3 học sinh liền kề nhau trong hàng luôn có mặt học sinh của cả 3 lớp A, B, C

thì các học sinh của cùng 1 lớp phải đc xếp vào các vị trí $(1;4), (2;5), (3;6)$.

Xếp 2 học sinh lớp A vào vị trí (1; 4) có 2 cách, xếp 2 học sinh lớp B vào vị trí (2; 5) có 2 cách, xếp 2 học sinh lớp C vào vị trí (3; 6) có 2 cách và có 3! cách để hoán vị vị trí của các nhóm học sinh theo lớp.

Suy ra $n(D) = 3!.2.2.2 = 48$.

Vậy xác suất cần tìm là: $P(D) = \frac{n(D)}{n(\Omega)} = \frac{48}{720} = \frac{1}{15}$.

Câu 28. Gieo một con súc sắc cân đối đồng chất 3 lần. Tính xác suất để tích số chấm 3 lần gieo là chẵn.

A. $\frac{7}{8}$ **B.** $\frac{1}{8}$ **C.** $\frac{5}{8}$ **D.** $\frac{3}{8}$

Lời giải

Chọn A

Số phần tử không gian mẫu: $|\Omega| = 6^3$.

Gọi biến cố A: "tích số chấm 3 lần gieo là chẵn".

Suy ra $\overline{A}$: "tích số chấm 3 lần gieo là lẻ".

Để xảy ra biến cố $\overline{A}$ thì cả ba lần gieo đều xảy ra chấm lẻ $\Rightarrow |\Omega_{\overline{A}}| = 3.3.3 \Rightarrow P(\overline{A}) = \frac{3^3}{6^3} = \frac{1}{8}$.

Vậy xác suất cần tìm là $P(A) = \frac{7}{8}$.

Câu 29. Có hai dãy ghế đối diện nhau, mỗi dãy có ba ghế. Xếp ngẫu nhiên 6 học sinh gồm 3 nam 3 nữ ngồi vào hai dãy ghế đó sao cho mỗi ghế có đúng một học sinh ngồi. Xác suất để mỗi học sinh nam đều ngồi đối diện với một học sinh nữ bằng

A. $\frac{1}{10}$. **B.** $\frac{3}{5}$. **C.** $\frac{1}{20}$ **D.** $\frac{2}{5}$.

Lời giải

Chọn D

Sắp 6 học sinh vào 6 cái ghế có $6!$ cách.

Suy ra $n(\Omega) = 6!$.

Đánh số thự tự 6 cái ghế như hình bên dưới

1	2	3
6	5	4

Gọi A là biến cố: "Nam nữ ngồi đối diện".

Học sinh nam thứ nhất có 6 cách chọn một vị trí ngồi.

Học sinh nam thứ hai có 4 cách chọn một vị trị ngồi (trừ vị trí đối diện với người nam thứ nhất).

Học sinh nam thứ ba có hai cách chọn một vị trí ngồi (trừ hai vị trí đối diện với hai nam thứ nhất và thứ hai).

Xếp ba học sinh nữ vào ba vị trí còn lại có $3!$ cách.

$n(A) = 6.4.2.3!$

$P(A) = \frac{6.4.2.3!}{6!} = \frac{2}{5}$.

Câu 30. Xếp ngẫu nhiên 3 học sinh lớp A, 2 học sinh lớp B và 1 học sinh lớp C vào sáu ghế xếp quanh một bàn tròn (mỗi học sinh ngồi đúng một ghế). Tính xác suất để học sinh lớp C ngồi giữa 2 học sinh lớp B

A. $\frac{2}{13}$. **B.** $\frac{1}{10}$. **C.** $\frac{2}{7}$. **D.** $\frac{3}{14}$.

Lời giải

Chọn B

Xếp ngẫu nhiên sáu học sinh vào sáu ghế xếp quanh bàn tròn ta có $5!=120$ cách sắp xếp.

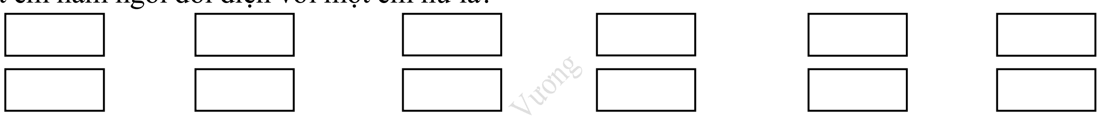
Ghép hai học sinh lớp B và một học sinh lớp C thành một nhóm sao cho học sinh lớp C ở giữa hai học sinh lớp B ta có 2 cách sắp xếp.

Lúc này xếp 3 học sinh lớp A và nhóm học sinh B_C vào 4 vị trí quanh bàn tròn ta có $3!=6$ cách sắp xếp.

Do đó: để sắp xếp được 6 học sinh vào 6 ghế theo yêu cầu có $2.6=12$ cách sắp xếp.

Nên ta có xác suất: $P=\frac{12}{120}=\frac{1}{10}$.

Câu 31. Có 12 học sinh gồm 6 nam và 6 nữ ngồi vào hai hàng ghế đối diện nhau tùy ý. Xác suất để mỗi một em nam ngồi đối diện với một em nữ là?



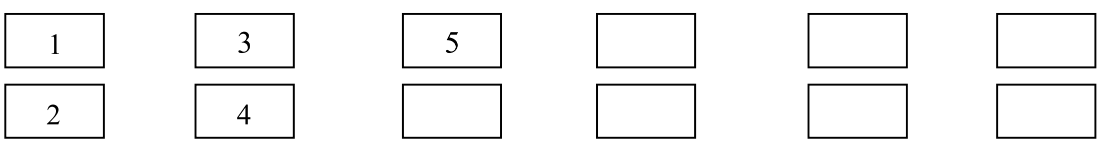
A. $\frac{1}{924}$. **B.** $\frac{4}{165}$. **C.** $\frac{8}{165}$. **D.** $\frac{16}{231}$.

Lời giải

Chọn D

Số cách xếp 12 học sinh vào 12 chỗ là $12! \Rightarrow n(\Omega)=12!$

Gọi A là biến cố "Xếp mỗi một em nam ngồi đối diện với một em nữ".



Ta có vị trí 1 có 12 cách chọn; vị trí 2 có 6 cách chọn; vị trí 3 có 10 cách chọn;; vị trí 4 có 5 cách chọn.

Nên $n(A)=12.6.10.5.8.4.6.3.4.2.2.1 \Rightarrow P(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{16}{231}$

Câu 32. Có 50 tấm thẻ đánh số từ 1 đến 50. Rút ngẫu nhiên 3 thẻ. Xác suất để tổng các số ghi trên thẻ chia hết cho 3 bằng

A. $\frac{8}{89}$. **B.** $\frac{11}{171}$. **C.** $\frac{769}{2450}$. **D.** $\frac{409}{1225}$.

Lời giải

Chọn D

Gọi Ω là không gian mẫu của phép thử rút ngẫu nhiên 3 thẻ.

Ta có: $n(\Omega)=C_{50}^{3}=19600$.

Gọi A là biến cố "tổng các số ghi trên thẻ chia hết cho 3".

50 thẻ được chia thành 3 loại gồm:

+ 16 thẻ có số chia hết cho 3 là $\{3;6;...;48\}$.

+ 17 thẻ có số chia cho 3 dư 1 là $\{1;4;7;...;49\}$.

+ 17 thẻ có số chia cho 3 dư 2 là $\{2;5;8;...;50\}$.

Ta xét các trường hợp sau:

TH1: 3 thẻ được chọn cùng một loại có $\left(C_{16}^{3}+C_{17}^{3}+C_{17}^{3}\right)$ cách.

TH2: 3 thẻ được chọn mỗi loại 1 thẻ có $C_{16}^{1}.C_{17}^{1}.C_{17}^{1}$ cách.

Do đó $n(A)=\left(C_{16}^{3}+C_{17}^{3}+C_{17}^{3}\right)+C_{16}^{1}.C_{17}^{1}.C_{17}^{1}=6544$.

Xác suất để tổng các số ghi trên thẻ chia hết cho 3 bằng: $P(A)=\dfrac{n(\Omega)}{n(A)}=\dfrac{6544}{19600}=\dfrac{409}{1225}$.

Câu 33. Cho đa giác đều (H) có 30 đỉnh. Lấy tùy ý 3 đỉnh của (H). Xác suất để 3 đỉnh lấy được tạo thành một tam giác tù bằng

A. $\dfrac{39}{140}$. **B.** $\dfrac{39}{58}$. **C.** $\dfrac{45}{58}$. **D.** $\dfrac{39}{280}$.

Lời giải

Chọn B

Chọn ngẫu nhiên 3 đỉnh có C_{30}^{3}.

Gọi (T) là đường tròn ngoại tiếp đa giác (H).

Giả sử chọn được một tam giác tù ABC với góc A nhọn, B tù, C nhọn.

Chọn 1 đỉnh bất kì làm đỉnh A có 30 cách. Kẻ đường kính của đường tròn (T) đi qua đỉnh vừa chọn chia đường tròn (T) thành hai phần.(Bên trái và bên phải).

Để tạo thành một tam giác tù thì hai đỉnh còn lại cùng nằm bên trái hoặc cùng nằm bên phải.

Hai đỉnh cùng nằm bên trái có C_{14}^{2} cách.

Hai đỉnh cùng nằm bên phải có C_{14}^{2} cách.

Vì trong mỗi tam giác vai trò của đỉnh A và C như nhau nên số tam giác tù tạo thành là:

$\dfrac{30\left(C_{14}^{2}+C_{14}^{2}\right)}{2}=2730$.

Xác suất cần tìm là $P=\dfrac{2730}{C_{30}^{3}}=\dfrac{39}{58}$.

Câu 34. Một hộp chứa 10 quả cầu được đánh số theo thứ tự từ 1 đến 10, lấy ngẫu nhiên 5 quả cầu. Xác suất để tích các số ghi trên 5 quả cầu đó chia hết cho 3 bằng

A. $\frac{5}{12}$. **B.** $\frac{7}{12}$. **C.** $\frac{1}{12}$. **D.** $\frac{11}{12}$.

Lời giải

Chọn D

Không gian mẫu của phép thử là $n(\Omega) = C_{10}^5 = 252$.

Gọi A là biến cố để "tích các số ghi trên 5 quả cầu đó chia hết cho 3".
Các quả cầu có số thứ tự chia hết cho 3 gồm các quả có số thứ tự 3, 6, 9.
Do vậy để tích các số ghi trên 5 quả cầu đó chia hết cho 3 thì 5 quả đó phải chứa ít nhất một quả có số thứ tự 3, 6, 9.

Suy ra $\overline{A}$ là biến cố để "tích các số ghi trên 5 quả cầu đó không chia hết cho 3".

Số phần tử của $\overline{A}$ là cách lấy 5 quả từ tập hợp gồm các phần tử $\{1;2;4;5;7;8;10\}$.

Vậy ta có $n(\overline{A}) = C_7^5 = 21 \Rightarrow P(\overline{A}) = \frac{n(\overline{A})}{n(\Omega)} = \frac{21}{252} = \frac{1}{12}$.

Xác suất để tích các số ghi trên 5 quả cầu đó chia hết cho 3 là

$P(A) = 1 - P(\overline{A}) = 1 - \frac{1}{12} = \frac{11}{12}$.

Câu 35. Gọi A là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 8 chữ số đôi một khác nhau. Chọn ngẫu nhiên một số thuộc **A.** Xác suất để số tự nhiên được chọn chia hết cho 25 bằng

A. $\frac{43}{324}$. **B.** $\frac{1}{27}$. **C.** $\frac{11}{324}$. **D.** $\frac{17}{81}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $n(\Omega) = 9.\mathrm{A}_9^7$.

Gọi a là số tự nhiên thuộc tập **A.**

Ta có $a = \overline{a_1a_2a_3a_4a_5a_6a_7a_8} = a_1.10^7 + a_2.10^6 + a_3.10^5 + a_4.10^4 + a_5.10^3 + a_6.10^2 + a_7.10 + a_8$.

Do đó, $a \vdots 25 \Leftrightarrow (10a_7 + a_8) \vdots 25$ trong đó $a_8 = 5$ hoặc $a_8 = 0$. Suy ra $\overline{a_7a_8}$ là một trong các số sau: $50; 25; 75$.

Th1: Nếu $\overline{a_7a_8} = 50$ thì có A_8^6 cách chọn các chữ số còn lại.

Th2: Nếu $\overline{a_7a_8} = 25$ hoặc $\overline{a_7a_8} = 75$ thì có $7.A_7^5$ cách chọn các chữ số còn lại.

Vậy xác suất cần tìm là $\frac{A_8^6 + 2.7.A_7^5}{9.A_9^7} = \frac{11}{324}$.

Câu 36. Gọi S là tập tất cả các số tự nhiên có ba chữ số đôi một khác nhau được lập từ các chữ số 0,1,2,3,4,5,6. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập S. Tính xác suất để số được chọn là một số chia hết cho 6.

A. $\frac{13}{60}$. **B.** $\frac{2}{9}$. **C.** $\frac{17}{45}$. **D.** $\frac{11}{45}$.

Lời giải

Chọn A

Gọi số tự nhiên có ba chữ số đôi một khác nhau thỏa mãn bài toán có dạng $\overline{abc}\,(a \neq 0)$

Theo bài ra: Vì $\overline{abc}$ chia hết cho 6 nên $\overline{abc}$ phải là số chẵn.

Như vậy, c có 4 cách chọn.

Trường hợp 1: c = 0

Khi đó, (a;b) là hoán vị của bộ số (1;2), (1;5), (2;4), (3;6), (4;5)

Mỗi trường hợp có 2 cách sắp xếp

Như vậy có 5.2 = 10 số tự nhiên thỏa mãn bài toán trong trường hợp 1.

Trường hợp 2: c = 2

Khi đó, (a;b) là hoán vị của bộ số (0;1), (0;4), (1;3), (1;6), (3;4), (4;6)

Mỗi trường hợp có chữ số 0 có 1 cách sắp xếp

Mỗi trường hợp không có chữ số 0 có 2 cách sắp xếp

Như vậy, có 2 + 4.2 = 10 số tự nhiên thỏa mãn bài toán trong trường hợp 2.

Trường hợp 3: c = 4

Khi đó, (a;b) là hoán vị của bộ số (0;2), (0;5), (2;3), (2;6), (3;5), (5;6)

Làm tương tự trường hợp 2, có 2 + 4.2 = 10 số tự nhiên thỏa mãn bài toán trong trường hợp 3.

Trường hợp 4: c = 6

Khi đó, (a;b) là hoán vị của bộ số (0;3), (1;2), (1;5), (2;4), (4;5)

Làm tương tự trường hợp 2, trường hợp này có 1 + 4.2 = 9 số tự nhiên thỏa mãn bài toán.

Số phần tử của không gian mẫu: $n(\Omega)=6.6.5=180$

Xác suất để chọn được số chia hết cho 6:

$P=\dfrac{10+10+10+9}{180}=\dfrac{39}{180}=\dfrac{13}{60}$

Câu 37. Trường trung học phổ thông Bỉm Sơn có 23 lớp, trong đó khối 10 có 8 lớp, khối 11 có 8 lớp, khối 12 có 7 lớp, mỗi lớp có một chi đoàn, mỗi chi đoàn có một em làm bí thư. Các em bí thư đều giỏi và rất năng động nên Ban chấp hành Đoàn trường chọn ngẫu nhiên 9 em bí thư đi thi cán bộ đoàn giỏi cấp thị xã. Tính xác suất để 9 em được chọn có đủ cả ba khối?

A. $\dfrac{7345}{7429}$. **B.** $\dfrac{7012}{7429}$. **C.** $\dfrac{7234}{7429}$. **D.** $\dfrac{7123}{7429}$.

Lời giải

Chọn C

Số phần tử của không gian mẫu là: $n(\Omega)C_{23}^{9}=817190$.

Gọi X là biến cố "9 em được chọn có đủ cả ba khối"

$\Rightarrow \overline{X}$ "9 em được chọn không có đủ ba khối"

Vì mỗi khối số bí thư đều nhỏ hơn 9 nên có các khả năng sau:

TH1: Chỉ có học sinh ở khối 10 và 11. Có C_{16}^{9} cách.

TH2: Chỉ có học sinh ở khối 11 và 12. Có C_{15}^{9} cách.

TH3: Chỉ có học sinh ở khối 10 và 12. Có C_{15}^{9} cách.

Số phần tử của biến cố $\overline{X}$ là: $n\left(\overline{X}\right)=C_{16}^{9}+C_{15}^{9}+C_{15}^{9}=21450$

Xác suất của biến cố $\overline{X}$ là: $P\left(\overline{X}\right)=\dfrac{21450}{817190}=\dfrac{195}{7429}$.

Xác suất của biến cố X là: $P\left(X\right)=1-P\left(\overline{X}\right)=\dfrac{7234}{7429}$.

Câu 38. Trước kì thi học sinh giỏi, nhà trường tổ chức buổi gặp mặt 10 em học sinh trong đội tuyển. Biết các em đó có số thứ tự trong danh sách lập thành cấp số cộng. Các em ngồi ngẫu nhiên vào hai dãy bàn đối diện nhau, mỗi dãy có 5 ghế và mỗi ghế chỉ được ngồi một học sinh. Tính xác suất để tổng các số thứ tự của hai em ngồi đối diện nhau là bằng nhau.

A. $\frac{1}{954}$. **B.** $\frac{1}{252}$. **C.** $\frac{1}{945}$. **D.** $\frac{1}{126}$.

Lời giải

Chọn C

Số phần tử của không gian mẫu là số cách sắp xếp 10 học sinh vào hai dãy bàn đối diện $n(\Omega)=10!$.

Gọi A là biến cố "tổng các số thứ tự của hai e ngồi đối diện là bằng nhau".

Đánh số thứ tự của các em từ 1 đến 10.

Để tổng các số thứ tự của hai em ngồi đối diện nhau là bằng nhau phải chia thành 5 cặp đối diện

$(1;10),(2;9),(3;8),(4;7),(5;6)$.

Ta xếp dãy 1, dãy 2 chỉ có một cách chọn.

A_1	A_2	A_3	A_4	A_5
B_1	B_2	B_3	B_4	B_5

Vị trí A_1 có 10 cách chọn 1 học sinh, B_1 có 1 cách chọn.

Vị trí A_2 có 8 cách chọn 1 học sinh, B_2 có 1 cách chọn.

Vị trí A_3 có 6 cách chọn 1 học sinh, B_3 có 1 cách chọn.

Vị trí A_4 có 4 cách chọn 1 học sinh, B_4 có 1 cách chọn.

Vị trí A_5 có 2 cách chọn 1 học sinh, B_5 có 1 cách chọn.

Suy ra số phần tử của biến cố A là $n(A)=10.8.6.4.2$

Vậy xác suất để biến cố A xảy ra là: $P(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{10.8.6.4.2}{10!}=\frac{1}{945}$.

Câu 39. Người ta muốn chia tập hợp 16 học sinh gồm 3 học sinh lớp 12A, 5 học sinh lớp 12B và 8 học sinh lớp 12C thành hai nhóm, mỗi nhóm có 8 học sinh. Xác suất sao cho ở mỗi nhóm đều có học sinh lớp 12A và mỗi nhóm có ít nhất hai học sinh lớp 12B là

A. $\frac{42}{143}$. **B.** $\frac{84}{143}$. **C.** $\frac{356}{1287}$. **D.** $\frac{56}{143}$.

Lời giải

Chọn B

Gọi A là biến cố mỗi nhóm đều có học sinh lớp 12A và mỗi nhóm có ít nhất hai học sinh lớp 12**B**.

Chọn ra 8 học sinh từ 16 học sinh được 1 nhóm, 8 học sinh còn lại tạo thành nhóm thứ 2. Vì ở đây không phân biệt thứ tự các nhóm nên ta có $n\left(\Omega\right)=\dfrac{C_{16}^{8}}{2!}$.

Mỗi nhóm đều có học sinh lớp 12A và mỗi nhóm có ít nhất hai học sinh lớp 12B nên 1 nhóm có 1 hoặc 2 học sinh lớp 12A và có 2 hoặc 3 học sinh lớp 12**B.** Do đó $n\left(A\right)=\dfrac{C_3^1.C_5^2.C_8^5+C_3^1.C_5^3.C_8^4}{2!}$.

Vậy $P\left(A\right)=\dfrac{n\left(A\right)}{n\left(\Omega\right)}=\dfrac{84}{143}$.

Câu 40. Một hộp đựng 15 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 15. Chọn ngẫu nhiên 6 tấm thẻ trong hộp. Xác suất để tổng các số ghi trên 6 tấm thẻ được chọn là một số lẻ bằng.

A. $\dfrac{71}{143}$. **B.** $\dfrac{56}{715}$. **C.** $\dfrac{72}{143}$. **D.** $\dfrac{56}{143}$.

Lời giải

Chọn C

Số phần tử của không gian mẫu của phép thử: $n\left(\Omega\right)=C_{15}^6=5005$

Chia 15 tấm thẻ thành 2 tập hợp nhỏ gồm:

+ Tập các tấm ghi số lẻ: $\left\{1;3;5;7;9;11;13;15\right\}\rightarrow 8$ số

+ Tập các tấm ghi số chẵn: $\left\{2;4;6;8;10;12;14\right\}\rightarrow 7$ số

Các trường hợp thuận lợi cho biến cố:

TH1. 1 tấm số lẻ: 5 tấm số chẵn

- Số phần tử: $C_8^1.C_7^5=168$

TH2. 3 tấm số lẻ: 3 tấm số chẵn

- Số phần tử: $C_8^3.C_7^3=1960$

TH3. 5 tấm số lẻ: 1 tấm số chẵn

- Số phần tử: $C_8^5.C_7^1=392$

Tổng số phần tử thuận lợi của biến cố là: $168+1960+392=2520$

Vậy xác suất của biến cố là: $P=\dfrac{2520}{5005}=\dfrac{72}{143}$.

Câu 41. Một số điện thoại có bảy chữ số, trong đó chữ số đầu tiên là 8. Số điện thoại này được gọi là may mắn nếu bốn chữ số đầu là chữ số chẵn phân biệt và ba chữ số còn lại là lẻ, đồng thời hai chữ số 0 và 9 không đứng liền nhau. Tính xác suất để một người khi lắp điện thoại ngẫu nhiên được số điện thoại may mắn.

A. $P(A)=\dfrac{5100}{10^7}$. **B.** $P(A)=\dfrac{2850}{10^7}$. **C.** $P(A)=\dfrac{5100}{10^6}$. **D.** $P(A)=\dfrac{2850}{10^6}$.

Lời giải

Chọn D

Số phần tử của không gian mẫu: $n(\Omega)=10^6$.

Gọi A là biến cố: "Số điện thoại may mắn". Có 2 trường hợp xảy ra:

TH1: Số điện thoại may mắn dạng: $\overline{8a_2a_30a_5a_6a_7}$

Chọn a_2,a_3 từ $\left\{2;4;6\right\}$ có $A_3^2=6$ cách.

Chọn a_5 từ $\{1;3;5;7\}$ có 4 cách.

Chọn a_6, a_7 từ $\{1;3;5;7;9\}$ có $5.5 = 25$ cách.

Các số may mắn $6.4.125 = 600$ số.

TH2: Số điện thoại may mắn dạng: $\overline{8a_2a_3a_4a_5a_6a_7}$ trong đó $a_4 \neq 0$.

Chọn a_4 từ $\{2;4;6\}$ có 3 cách.

Chọn a_2, a_3 từ $\{0;2;4;6\}$ có $A_3^2 = 6$ cách (do phải khác a_4).

Chọn a_5, a_6, a_7 từ có $5^3 = 125$ cách.

Các số may mắn $3.6.125 = 2250$ số.

$n(A) = 600 + 2250 = 2850$.

$P(A) = \dfrac{2850}{10^6}$.

Câu 42. Cho tập hợp $A = \{1;\ 2;\ 3;\ 4;\ 5\}$. Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên có ít nhất 3 chữ số, các chữ số đôi một khác nhau được lập thành từ các chữ số thuộc tập A. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập S, tính xác xuất để số được chọn có tổng các chữ số bằng 10.

A. $\dfrac{1}{30}$. **B.** $\dfrac{3}{25}$. **C.** $\dfrac{22}{25}$. **D.** $\dfrac{2}{25}$.

Lời giải

Chọn B

Vì S là tập hợp tất cả các số tự nhiên có ít nhất 3 chữ số, các chữ số đôi một khác nhau được lập thành từ các chữ số thuộc tập A nên ta tính số phần tử thuộc tập S như sau:

- Số các số thuộc S có 3 chữ số là A_5^3.
- Số các số thuộc S có 4 chữ số là A_5^4.
- Số các số thuộc S có 5 chữ số là A_5^5.

Suy ra số phần tử của tập S là $A_5^3 + A_5^4 + A_5^5 = 300$.

Số phần tử của không gian mẫu là $n_\Omega = C_{300}^1 = 300$

Gọi X là biến cố "Số được chọn có tổng các chữ số bằng 10". Các tập con của A có tổng số phần tử bằng 10 là $A_1 = \{1;\ 2;\ 3;\ 4\}$, $A_2 = \{2;\ 3;\ 5\}$, $A_3 = \{1;\ 4;\ 5\}$.

● Từ A_1 lập được các số thuộc S là $4!$.

● Từ A_2 lập được các số thuộc S là $3!$.

● Từ A_3 lập được các số thuộc S là $3!$.

Suy ra số phần tử của biến cố X là $n_X = 4! + 3! + 3! = 36$.

Vậy xác suất cần tính $P(X) = \dfrac{n_X}{n_\Omega} = \dfrac{36}{300} = \dfrac{3}{25}$.

Câu 43. Gọi S là tập hợp các số tự nhiên có 4 chữ số đôi một khác nhau lập thành từ các chữ số $0,1,2,3,4,5,6,7$. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập S. Tính xác suất để số được chọn có đúng 2 chữ số chẵn.

A. $\dfrac{24}{35}$. **B.** $\dfrac{144}{245}$. **C.** $\dfrac{72}{245}$. **D.** $\dfrac{18}{35}$.

Lời giải

Chọn D

Có $7.A_7^3$ số có 4 chữ số khác nhau được lập từ tập S.

Xét các số có đúng hai chữ số chẵn, hai chữ số lẻ.

+ **TH1:** Số đó có chữ số 0

Có C_3^1 cách chọn thêm chữ số chẵn khác và C_4^2 cách chọn 2 chữ số lẻ; có $3.3!$ cách sắp xếp 4 chữ số được chọn, suy ra có $C_3^1.C_4^2.3.3!=324$ số thỏa mãn.

+ **TH2:** Số đó không có chữ số 0

Có C_3^2 cách chọn 2 chữ số chẵn, C_4^2 cách chọn 2 chữ số lẻ; có $4!$ cách sắp xếp 4 chữ số đã chọn, suy ra có $C_3^2.C_4^2.4!=432$ số thỏa mãn.

Vậy có $324+432=756$ số có đúng hai chữ số chẵn thỏa mãn.

Xác suất cần tìm là $P=\dfrac{756}{7.A_7^3}=\dfrac{18}{35}$.

Câu 44. Cho tập $S=\{1;2;3;...;19;20\}$ gồm 20 số tự nhiên từ 1 đến 20. Lấy ngẫu nhiên ba số thuộc S. Xác suất để ba số lấy được lập thành một cấp số cộng là

A. $\dfrac{7}{38}$. **B.** $\dfrac{5}{38}$. **C.** $\dfrac{3}{38}$. **D.** $\dfrac{1}{114}$.

Lời giải

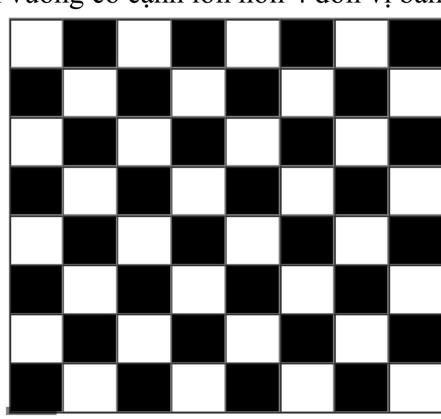
Chọn C

Số phần tử không gian mẫu $n(\Omega)=C_{20}^3$.

Gọi a,b,c là ba số lấy ra theo thứ tự đó lập thành cấp số cộng, nên $b=\dfrac{a+c}{2}\in\mathbb{N}$. Do đó a và c cùng chẵn hoặc cùng lẻ và hơn kém nhau ít nhất 2 đơn vị.

Số cách chọn bộ $(a;b;c)$ theo thứ tự đó lập thành cấp số cộng bằng số cặp $(a;c)$ cùng chẵn hoặc cùng lẻ, số cách chọn là $2.C_{10}^2$. Vậy xác suất cần tính là $P=\dfrac{2C_{10}^2}{C_{20}^3}=\dfrac{3}{38}$.

Câu 45. Một bàn cờ vua gồm 8×8 ô vuông, mỗi ô có cạnh bằng 1 đơn vị. Một ô vừa là hình vuông hay hình chữ nhật, hai ô là hình chữ nhật,… Chọn ngẫu nhiên một hình chữ nhật trên bàn cờ. Xác suất để hình được chọn là một hình vuông có cạnh lớn hơn 4 đơn vị bằng



A. $\dfrac{5}{216}$. **B.** $\dfrac{17}{108}$. **C.** $\dfrac{51}{196}$. **D.** $\dfrac{29}{216}$.

Lời giải

Chọn A

Bàn cờ 8×8 cần 9 đoạn thẳng nằm ngang và 9 đoạn thẳng dọc. Ta coi bàn cờ vua được xác định bởi các đường thẳng $x=0,x=1,...,x=8$ và $y=0,y=1,...,y=8$.

Mỗi hình chữ nhật được tạo thành từ hai đường thẳng x và hai đường thẳng y nên có $C_8^2.C_8^2$ hình chữ nhật hay không gian mẫu là $n(\Omega)=C_9^2.C_9^2=1296$.

Gọi A là biến cố hình được chọn là hình vuông có cạnh a lớn hơn 4.

Trường hợp 1: $a=5$. Khi đó mỗi ô được tạo thành do 2 đường thẳng x cách nhau 5 đơn vị và hai đường thẳng y cách nhau 5 đơn vị có $4.4=16$ cách chọn.

Trường hợp 2: $a=6$. Khi đó mỗi ô được tạo thành do 2 đường thẳng x cách nhau 6 đơn vị và hai đường thẳng y cách nhau 6 đơn vị có $3.3=9$ cách chọn.

Trường hợp 3: $a=7$. Khi đó mỗi ô được tạo thành do 2 đường thẳng x cách nhau 7 đơn vị và hai đường thẳng y cách nhau 7 đơn vị có $2.2=4$ cách chọn.

Trường hợp 3: $a=8$. Khi đó mỗi ô được tạo thành do 2 đường thẳng x cách nhau 8 đơn vị và hai đường thẳng y cách nhau 8 đơn vị có $1.1=1$ cách chọn.

Suy ra $n(A)=16+9+4+1=30$.

Xác suất để hình được chọn là một hình vuông có cạnh lớn hơn 4 đơn vị là $P(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{30}{1296}=\frac{5}{216}$.

Câu 46. Gọi M là tập hợp các số tự nhiên có ba chữ số lập được từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7. Lấy ngẫu nhiên đồng thời 2 số từ tập M. Xác suất để cả 2 số lấy được đều có chữ số hàng chục nhỏ hơn các chữ số hàng trăm và hàng đơn vị là

A. $\frac{8}{21}$. **B.** $\frac{5}{16}$. **C.** $\frac{296}{2051}$. **D.** $\frac{695}{7152}$.

Lời giải

Chọn D

Số tự nhiên có ba chữ số có dạng $\overline{abc}$.

Số các số tự nhiên có ba chữ số được lập từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 là $7.8.8=448$ số.

Số phần tử không gian mẫu $|\Omega|=C_{448}^2$.

Gọi A là biến cố: " 2 số lấy được đều có chữ số hàng chục nhỏ hơn các chữ số hàng trăm và hàng đơn vị".

Trường hợp $b=0$ có $7.7=49$ số.

Trường hợp $b=1$ có $6.6=36$ số.

Trường hợp $b=2$ có $5.5.=25$ số.

Trường hợp $b=3$ có $4.4=16$ số.

Trường hợp $b=4$ có $3.3=9$ số.

Trường hợp $b=5$ có $2.2=4$ số.

Trường hợp $b=6$ có $1.1=1$ số.

Vậy có $49+36+25+16+9+4+1=140$ số thỏa mãn chữ số hàng chục nhỏ hơn chữ số hàng đơn vị và hàng trăm.

$\left|\Omega_A\right| = C_{140}^2$.

Vậy $P(A) = \dfrac{\left|\Omega_A\right|}{|\Omega|} = \dfrac{695}{7152}$.

Câu 47. Có 6 chiếc ghế được kê thành một hàng ngang. Xếp ngẫu nhiên 6 học sinh, gồm 3 học sinh lớp A, 2 học sinh lớp B và 1 học sinh lớp C, ngồi vào hàng ghế đó, sao cho mỗi ghế có đúng một học sinh. Xác suất để học sinh lớp C chỉ ngồi cạnh học sinh lớp B bằng

A. $\dfrac{1}{6}$. **B.** $\dfrac{3}{20}$. **C.** $\dfrac{2}{15}$. **D.** $\dfrac{1}{5}$.

Lời giải

Chọn D

Xếp tất cả 6 học sinh vào 6 ghế theo một hàng ngang, ta có số phần tử không gian mẫu $n(\Omega)=6!$ (cách).

Gọi D là biến cố học sinh lớp C chỉ ngồi cạnh học sinh lớp B

Trường hợp 1: Xếp học sinh lớp C ở đầu hàng hoặc cuối hàng

Số cách chọn học sinh lớp C ngồi vào 2 vị trí đầu hoặc cuối là: 2 (cách).

Số cách chọn 1 học sinh lớp B trong 2 học sinh lớp B ngồi cạnh C là: 2 (cách).

Số cách xếp 4 học sinh còn lại (1 học sinh lớp B và 3 học sinh lớp A) là: $4!$ (cách).

Số cách xếp ở trường hợp 1 là: $2.2.4!$ (cách).

Trường hợp 2: học sinh lớp C ngồi giữa hai học sinh lớp B (buộc lại xem như một đơn vị cần xếp có dạng **BCB**)

Số cách xếp học sinh lớp B là: 2 (cách).

Số cách xếp ở trường hợp 2 là: $2.4!$ (cách). (gồm 3 bạn lớp A và phần được buộc lại)

Khi đó số phần tử biến cố D là: $n(D)=2.2.4!+2.4!=6.4!$ (cách).

Xác suất biến cố D là: $P(D)=\dfrac{n(D)}{n(\Omega)}=\dfrac{6.4!}{6!}=\dfrac{1}{5}$.

Câu 48. Có 7 chiếc ghế được kê thành một hàng ngang. Xếp ngẫu nhiên 7 học sinh, gồm 3 học sinh lớp A, 2 học sinh lớp B và 2 học sinh lớp C, ngồi vào hàng ghế đó, sao cho mỗi ghế có đúng một học sinh. Xác suất để 2 học sinh lớp C không ngồi cạnh nhau và cũng không ngồi cạnh học sinh lớp A bằng

A. $\dfrac{(2.2.3)!}{7!}$. **B.** $\dfrac{2!2!}{7!}$. **C.** $\dfrac{1}{70}$. **D.** $\dfrac{1}{105}$.

Lời giải

Chọn D

Xếp tất cả 7 học sinh vào 7 ghế theo một hàng ngang, ta có số phần tử không gian mẫu $n(\Omega)=7!$ (cách).

Gọi D là biến cố để 2 học sinh lớp C không ngồi cạnh nhau và cũng không ngồi cạnh học sinh lớp A như thế ta có các phương án sau:

Trường hợp 1: Xếp học 1 sinh lớp C ở ghế thứ nhất như thế ghế thứ hai là học sinh lớp B ghế thứ 3 là học sinh lớp C ghế thứ 4 là học sinh lớp B các ghế còn lại là học sinh lớp A vậy có: $2.1.2.1.3!=12$ (cách).

Trường hợp 2: Xếp học 1 sinh lớp C ở ghế thứ 7 như thế ghế thứ 6 là học sinh lớp B ghế thứ 5 là học sinh lớp C ghế thứ 4 là học sinh lớp B các ghế còn lại là học sinh lớp A vậy cũng có: $2.1.2.1.3!=12$ (cách).

Trường hợp 3: Xếp học sinh lớp C lần lượt tại vị trí 1 và 7, học sinh lớp B lần lượt tại vị trí 2 và 6 khi đó 3 học sinh lớp A xếp vào các vị trí còn lại vậy có: $2!2!3!$ (cách).

Vậy số phần tử biến cố D là: $n(D)=48$ (cách).

Xác suất biến cố D là: $P(D)=\dfrac{n(D)}{n(\Omega)}=\dfrac{48}{7!}=\dfrac{1}{105}$.

Câu 49. Một hộp có chứa 5 viên bi đỏ, 3 viên bi xanh và n viên bi vàng (các viên bi kích thước như nhau, n là số nguyên dương). Lấy ngẫu nhiên 3 viên bi từ hộp. Biết xác suất để trong ba viên vi lấy được có đủ 3 màu là $\dfrac{45}{182}$. Tính xác suất P để trong 3 viên bi lấy được có nhiều nhất hai viên bi đỏ.

A. $P=\dfrac{135}{364}$. **B.** $P=\dfrac{177}{182}$. **C.** $P=\dfrac{45}{182}$. **D.** $P=\dfrac{31}{56}$.

Lời giải

Chọn B

Số cách lấy 3 viên bi bất kì từ hộp là: C_{8+n}^{3}.

Số cách lấy 3 viên đủ 3 màu là: $C_5^1.C_3^1.C_n^1=15n$.

Vì xác suất để trong ba viên vi lấy được có đủ 3 màu là $\dfrac{45}{182}\Rightarrow\dfrac{15n}{C_{8+n}^{3}}=\dfrac{45}{182}\Rightarrow n=6$.

$\Rightarrow$ có 5 viên bi đỏ, 3 viên bi xanh và 6 viên bi vàng.

Số cách lấy 3 bi bất kì là C_{14}^{3}.

Trường hợp 1: 3 bi lấy ra không có bi đỏ, khi đó số cách lấy là C_9^3.

Trường hợp 2: 3 bi lấy ra có 1 bi đỏ, khi đó số cách lấy là $C_5^1.C_9^2$

Trường hợp 2: 3 bi lấy ra có 2 bi đỏ, khi đó số cách lấy là $C_5^2.C_9^1$.

Vậy xác suất để trong 3 viên bi lấy được có nhiều nhất hai viên bi đỏ là $P=\dfrac{177}{182}$

Câu 50. Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 5 chữ số mà các chữ số đều khác 0. Lấy ngẫu nhiên một số từ S. Xác suất để lấy được số chỉ có mặt 3 chữ số gần với số nào nhất trong các số sau?

A. $0,34$. **B.** $0,36$. **C.** $0,21$. **D.** $0,13$.

Lời giải

Chọn C

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega)=9^5$.

Gọi A là biến cố số được chọn chỉ có mặt 3 chữ số:

Chọn 3 chữ số khác nhau ta có C_9^3 cách

Trường hợp 1: Có 1 chữ số bị lặp 3 lần, 2 chữ số khác xuất hiện 1 lần $C_3^1.\dfrac{5!}{3!}$ cách

Trường hợp 2: Có 2 chữ số xuất hiện 2 lần, 1 chữ số xuất hiện 1 lần $C_3^2.\dfrac{5!}{2!2!}$ cách

$\Rightarrow n(A)=C_9^3\left[C_3^1\dfrac{5!}{3!}+C_3^2\dfrac{5!}{2!2!}\right]=12600$

$\Rightarrow P(A)\approx 0,213$.

Câu 51. Một xưởng sản xuất thực phẩm gồm 4 kỹ sư chế biến thực phẩm, 3 kĩ thuật viên và 13 công nhân. Để đảm bảo sản xuất thực phẩm chống dịch Covid 19, xưởng cần chia thành 3 ca sản xuất theo thời gian liên tiếp nhau sao cho ca I có 6 người và 2 ca còn lại mỗi ca có 7 người. Tính xác suất sao cho mỗi ca có 1 kĩ thuật viên, ít nhất một kĩ sư chế biến thực phẩm.

A. $\dfrac{440}{3320}$. **B.** $\dfrac{441}{3230}$. **C.** $\dfrac{41}{230}$. **D.** $\dfrac{401}{3320}$.

Lời giải

Chọn B

Ca I có 6 người, ca II có 6 người và ca III có 6 người nên số phần tử của không gian mẫu là:

$$n(\Omega)=C_{20}^6.C_{14}^7.C_7^7=133024320$$

Gọi biến cố X "mỗi ca có 1 kĩ thuật viên, ít nhất một kĩ sư chế biến thực phẩm".

Để mỗi ca có 1 kĩ thuật viên, ít nhất một kĩ sư chế biến thực phẩm, ta có các trường hợp:

TH1: Ca I có 1 kĩ thuật viên, 2 kĩ sư và 3 công nhân.

Ca II có 1 kĩ thuật viên, 1 kĩ sư và 5 công nhân.

Ca III có 1 kĩ thuật viên, 1 kĩ sư và 5 công nhân.

Số cách chọn cho trường hợp này là: $\left(C_3^1.C_4^2.C_{13}^3\right).\left(C_2^1.C_2^1.C_{10}^5\right).\left(C_1^1.C_1^1.C_5^5\right)=5189184$.

TH2: Ca I có 1 kĩ thuật viên, 1 kĩ sư và 4 công nhân.

Ca II có 1 kĩ thuật viên, 2 kĩ sư và 4 công nhân.

Ca III có 1 kĩ thuật viên, 1 kĩ sư và 5 công nhân.

Số cách chọn cho trường hợp này là: $\left(C_3^1.C_4^1.C_{13}^4\right).\left(C_2^1.C_3^2.C_9^4\right).\left(C_1^1.C_1^1.C_5^5\right)=6486480$.

TH2: Ca I có 1 kĩ thuật viên, 1 kĩ sư và 4 công nhân.

Ca II có 1 kĩ thuật viên, 1 kĩ sư và 5 công nhân.

Ca III có 1 kĩ thuật viên, 2 kĩ sư và 4 công nhân.

Số cách chọn cho trường hợp này là: $\left(C_3^1.C_4^1.C_{13}^4\right).\left(C_2^1.C_3^1.C_9^5\right).\left(C_1^1.C_2^2.C_4^4\right)=6486480$.

Số phần tử của biến cố X là: $n(X)=5189184+6486480+6486480=18162144$.

Xác suất của biến cố X là: $P(X)=\dfrac{18162144}{133024320}=\dfrac{441}{3230}$.

Câu 52. Có hai dãy ghế đối diện nhau, mỗi dãy có năm ghế. Xếp ngẫu nhiên 10 học sinh, gồm 5 nam và 5 nữ ngồi vào hai dãy ghế sao cho mỗi ghế có đúng một học sinh ngồi. Xác suất để mỗi học sinh nam đều ngồi đối diện với một học sinh nữ bằng

A. $\dfrac{1}{3}$. **B.** $\dfrac{1}{30}$. **C.** $\dfrac{8}{63}$. **D.** $\dfrac{8}{37}$.

Lời giải

Chọn C

Số cách xếp 10 học sinh vào 10 ghế là $10!$.

Ta có $n(\Omega)=10!$.

Để xếp chỗ ngồi cho 10 học sinh mà mỗi học sinh nam đều ngồi đối diện với một học sinh nữ ta làm như sau:

Xếp chỗ ngồi cho bạn nam thứ nhất có 10 cách xếp.

Xếp chỗ ngồi cho bạn nam thứ hai có 8 cách xếp vì trừ đi ghế ngồi đối diện với bạn nam đầu tiên.

Tương tự:

Xếp chỗ ngồi cho bạn nam thứ ba có 6 cách xếp.

Xếp chỗ ngồi cho bạn nam thứ tư có 4 cách xếp.

Xếp chỗ ngồi cho bạn nam thứ năm có 2 cách xếp.

Xếp chỗ ngồi cho 5 bạn nữ vào 5 ghế còn lại có $5!$.

Theo quy tắc nhân, ta có $n(A)=10.8.6.4.2.5!=460800$.

Do vậy xác suất để mỗi học sinh nam đều ngồi đối diện với một học sinh nữ là:

$$p=\frac{460800}{10!}=\frac{8}{63}.$$

Câu 53. Một con châu chấu nhảy từ gốc tọa độ $O(0;0)$ đến điểm $A(9;0)$ dọc theo trục Ox của hệ trục tọa độ Oxy. Con châu chấu có bao nhiêu cách nhảy để đến điểm A biết mỗi lần nó có thể nhảy 1 bước hoặc 2 bước(1 bước có độ dài 1 đơn vị).

A. 47. **B.** 51. **C.** 55 **D.** 54.

Lời giải

Chọn C

Gọi x, y lần lượt là số lần nhảy 1 bước và 2 bước của con châu chấu.

Ta có: $x+2y=9$. Do $x, y\in\mathbb{N}$ nên ta có các bộ số $(x;y)$ như sau:

$\{(9;0);(7;1);(5;2);(3;3);(1;4)\}$.

Với mỗi cặp $(x;y)$ thỏa mãn số cách con châu chấu về đến đích là: C_{x+y}^{x}.

Vậy ta có; $C_9^9+C_8^7+C_7^5+C_6^3+C_5^1=55$ cách.

Câu 54. Hai bạn A và B mỗi bạn viết ngẫu nhiên một số tự nhiên gồm ba chữ số đôi một khác nhau. Xác suất để các chữ số có mặt ở hai số bạn A và B viết giống nhau bằng

A. $\frac{31}{2916}$. **B.** $\frac{1}{648}$. **C.** $\frac{1}{108}$. **D.** $\frac{25}{2916}$.

Lời giải

Chọn D

Mỗi bạn có $9.A_9^2$ cách viết nên số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega)=\left(9.A_9^2\right)^2$.

Ta tìm cách viết mà các chữ số các chữ số có mặt trong hai số mà bạn A và B viết giống nhau Bạn A có tất cả $9.A_9^2$ cách viết, trong đó A_9^3 cách viết mà số không gồm chữ số 0 và có $\left(9.A_9^2-A_9^3\right)$ cách viết mà số có chữ số 0.

TH1: Nếu A viết số không gồm chữ số 0 có A_9^3 cách, lúc này B có $3!$ cách viết.

TH2: Nếu A viết số có chữ số 0 có $\left(9.A_9^2-A_9^3\right)$ cách, lúc này B có 4 cách viết.

Vậy có $A_9^3.3!+\left(9.A_9^2-A_9^3\right).4$ cách viết thỏa mãn.

Xác suất cần tính bằng $\dfrac{A_9^3.3!+\left(9.A_9^2-A_9^3\right).4}{\left(A_9^2\right)^2}=\dfrac{25}{2916}$

Câu 55. Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 3 chữ số được lập từ tập $X=\{0;1;2;3;4;5;6;7\}$. Rút ngẫu nhiên một số thuộc tập S. Tính xác suất để rút được số mà trong số đó, chữ số đứng sau luôn lớn hơn hoặc bằng chữ số đứng trước.

A. $\frac{2}{7}$ **B.** $\frac{11}{64}$ **C.** $\frac{3}{16}$ **D.** $\frac{3}{32}$

Chọn C

Từ 8 số đã cho có thể lập được: số có3 chữ số.

Số cần chọn có dạng $\overline{abc}$ trong đó $a\le b\le c$.

TH1: $a<b<c$. Chọn ra 3 số thuộc tập $\{1;2;3;4;5;6;7\}$ ta được 1 số thỏa mãn.

Do đó có $C_7^3=35$ số.

TH2: $a=b<c$ có C_7^2 số thỏa mãn.

TH3: $a<b=c$ có C_7^2 số thỏa mãn.

TH4: $a=b=c$ có C_7^1 số thỏa mãn.

Vậy có: $C_7^3+2C_7^2+C_7^1=84$ số thỏa mãn chữ số đứng sau luôn lớn hơn bằng chữ số đứng trước.

Vậy xác suất cần tìm là: $P=\frac{84}{448}=\frac{3}{16}$.

Câu 56. Đội thanh niên tình nguyện của một trường THPT gồm 15 HS, trong đó có 4 HS khối 12, 5 HS khối 11 và 6 HS khối 10. Chọn ngẫu nhiên 6 HS đi thực hiện nhiệm vụ. Tính xác suất để 6 HS được chọn có đủ 3 khối.

A. $\frac{4248}{5005}$. **B.** $\frac{757}{5005}$. **C.** $\frac{151}{1001}$. **D.** $\frac{850}{1001}$.

Lời giải

Chọn D

Số phần tử của không gian mẫu $n(\Omega)=C_{15}^6=5005$.

Gọi A là biến cố: "6 HS được chọn có đủ 3 khối".

Xét các trường hợp của biến cố $\overline{A}$

+ Số cách chọn được 6 HS bao gồm cả khối 10 và 11: $C_{11}^6-C_6^6$

+ Số cách chọn được 6 HS bao gồm cả khối 10 và 12: $C_{10}^6-C_6^6$

+ Số cách chọn được 6 HS bao gồm cả khối 11 và 12: C_9^6

+ Số cách chọn được 6 HS khối 10: C_6^6

Vậy $n(\overline{A})=C_{11}^6+C_{10}^6+C_9^6-C_6^6=755\Rightarrow n(A)=5005-755=4250$

Vậy xác suất cần tìm là: $P(A)=\frac{4250}{5005}=\frac{850}{1001}$.

Câu 57. Từ một hộp chứa 12 quả cầu, trong đó có 8 quả màu đỏ, 3 quả màu xanh và 1 quả màu vàng, lấy ngẫu nhiên 3 quả. Xác suất để lấy được 3 quả cầu có đúng hai màu bằng:

A. $\frac{23}{44}$. **B.** $\frac{21}{44}$. **C.** $\frac{139}{220}$. **D.** $\frac{81}{220}$

Lời giải

Chọn C

Số phần tử của không gian mẫu là: $n(\Omega)=C_{12}^{3}=220$

Gọi A là biến cố: "Lấy được 3 quả cầu có đúng hai màu".

- Trường hợp 1: Lấy 1 quả màu vàng và 2 quả màu đỏ có: $C_{8}^{2}=28$ cách
- Trường hợp 2: Lấy 1 quả màu vàng và 2 quả màu xanh có: $C_{3}^{2}=3$ cách
- Trường hợp 3: Lấy 1 quả màu đỏ và 2 quả màu xanh có: $C_{8}^{1}.C_{3}^{2}=24$ cách
- Trường hợp 4: Lấy 1 quả màu xanh và 2 quả màu đỏ có: $C_{3}^{1}.C_{8}^{2}=84$ cách

Số kết quả thuận lợi của biến cố A là: $n(A)=28+3+24+84=139$ cách

Xác suất cần tìm là: $P(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{139}{220}$