

**Bài 1.** Cho  $x, y \geq 0 : x + y = 2$  . Tìm GTLN của  $P = xy + \frac{1}{xy}$

**Bài 2.** Cho hai số thực  $x, y$  thỏa :  $x^2 + y^2 = 2$  .Tìm GTLN,GTNN của  $P = 2(x^3 + y^3) - 3xy$

**Bài 3.** Cho  $x, y > 0 : 2(x^2 + y^2) = x^2y^2$  .Tìm GTNN của  $P = \frac{x}{y+1} + \frac{y}{x+1} + \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 + 1}}$

**Bài 4.** Cho  $x, y > 0 : xy + x + y = 3$  .Tìm GTLN của  $P = \frac{3x}{y+1} + \frac{3y}{x+1} + \frac{xy}{x+y} - (x^2 + y^2)$

**Bài 5.** Cho hai số thực  $x, y$  thỏa  $2(x^2 + y^2) = xy + 1$  .Tìm GTLN,GTNN của  $P = \frac{x^4 + y^4}{2xy + 1}$

**Bài 6.** Cho hai số dương  $x, y$  thỏa  $x^2 + y^2 = 1$ .Tìm GTNN của  $P = (x+1)\left(1 + \frac{1}{y}\right) + (y+1)\left(1 + \frac{1}{x}\right)$

**Bài 7.** Cho các số  $x, y > 0 : x + y \leq 1$  .Tìm GTNN của  $P = xy + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2}$  .

**Bài 8.** Cho các số thực  $x, y$  thỏa  $(x-4)^2 + (y-4)^2 + 2xy \leq 32$  .  
Tìm GTNN của  $P = x^3 + y^3 + 3(xy-1)(x+y-2)$ .

**Bài 9.** Cho hai số thực  $x, y$  thỏa mãn  $(x+y)^3 + 4xy \geq 2$  . Tìm GTNN của biểu thức  
 $P = 3(x^2 + y^2)^2 - 2(x+y)^2 - xy(3xy-4) + 2015$  .

**Bài 10.** Cho hai số dương  $x, y$  thỏa  $\begin{cases} x^2 - xy + 3 = 0 \\ 2x + 3y \leq 14 \end{cases}$  .Gọi  $M, m$  lần lượt là GTLN,GTNN của biểu thức  
 $P = 3x^2y - xy^2 - 2x(x^2 - 1)$  .Tính  $T = 2M - m$

**Bài 11.** Cho các số thực  $x, y$  thỏa  $x + y = 2(\sqrt{x-3} + \sqrt{y+3})$  . Tìm GTNN của biểu thức  
 $P = 4(x^2 + y^2) + 15xy$  .

**Bài 12.** Cho các số thực  $x, y$  thỏa  $(x-3)^2 + (y-1)^2 = 5$ .Tìm GTNN của biểu thức  $P = \frac{3y^2 + 4xy + 7x + 4y - 1}{x + 2y + 1}$  .

**Bài 13.** Cho các số thực dương  $x, y$  thỏa  $\frac{9x^3 + x}{y+1} = \sqrt{3y+2}$  .Tìm GTLN của biểu thức  $P = 6x - y$  .

**Bài 14.** Cho các số thực  $x, y : 0 < y < 1 \leq x \leq 3$  và  $x^2y^2 - x^2 - y^2 + 3xy - x + y = 0$  . Gọi  $M, m$  lần lượt là GTLN,GTNN của biểu thức  $P = 2x + y$  .Tính  $T = M + m$

**Bài 15.** Cho các số thực  $x, y$  thỏa  $x + y = \sqrt{x-1} + \sqrt{2y+2}$  . Tìm GTLN, GTNN của biểu thức  
 $P = x^2 + y^2 + 2(x+1)(y+1) + 8\sqrt{4-x-y}$  .

**Bài 16.** Cho các số thực  $x, y$  thỏa  $2y^3 + 7y + 2x\sqrt{1-x} = 3\sqrt{1-x} + 3(2y^2 + 1)$  . Tìm GTLN của  $P = x + 2y$

**Bài 17.** Cho các số thực  $x, y$  thỏa  $9x^3 + (2 - y\sqrt{3xy-5})x + \sqrt{3xy-5} = 0$  . Tìm GTNN của  
 $P = x^3 + y^3 + 6xy + 3(3x^2 + 1)(x + y - 2)$  .

**Bài 18.** Cho  $x, y > 0 : \log_2(x+y) = 3 + \log_2 x + \log_2 y$  .Tìm GTNN của  $P = \frac{\sqrt{3^{2x} + 3^{-2y}}}{3^{x+1} + 3^{-y}}$  .

**Bài 19.** Cho hai số dương  $x, y$  thỏa  $\frac{x+y}{x-y} = \log_2 3$ . Khi biểu thức  $T = 4^{x+y} + 16.3^{y-x}$  đạt GTNN thì  $P = x + 3y$  bằng bao nhiêu ?

**Bài 20.** Cho hai số dương  $x, y$  thỏa  $2(x^2 + y^2 + 4) + \log_2 \left( \frac{2}{x} + \frac{2}{y} \right) = \frac{1}{2}(xy - 4)^2$ . Khi biểu thức  $T = x + 4y$  đạt GTNN thì  $\frac{x}{y}$  bằng bao nhiêu ?