

DẠNG TOÁN DÀNH CHO ĐỐI TƯỢNG HỌC SINH TRUNG BÌNH – MỨC 5-6 ĐIỂM**Dạng. Xác định tiệm cận thông qua bảng biến thiên, đồ thị****1.1.1 Đường tiệm cận ngang**

Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên một khoảng vô hạn (là khoảng dạng $(a; +\infty)$, $(-\infty; b)$ hoặc $(-\infty; +\infty)$). Đường thẳng $y = y_0$ là đường **tiệm cận ngang** (hay tiệm cận ngang) của đồ thị hàm số $y = f(x)$ nếu ít nhất một trong các điều kiện sau được thỏa mãn: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = y_0$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = y_0$

1.1.2 Đường tiệm cận đứng

Đường thẳng $x = x_0$ được gọi là đường **tiệm cận đứng** (hay tiệm cận đứng) của đồ thị hàm số $y = f(x)$ nếu ít nhất một trong các điều kiện sau được thỏa mãn:

$$\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = +\infty, \lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = -\infty, \lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = -\infty, \lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = +\infty$$

Lưu ý: Với đồ thị hàm phân thức dạng $y = \frac{ax + b}{cx + d}$ ($c \neq 0$; $ad - bc \neq 0$) luôn có tiệm cận ngang

là $y = \frac{a}{c}$ và tiệm cận đứng $x = -\frac{d}{c}$.

Câu 1. (Đề Minh Họa 2017) Cho hàm số $y = f(x)$ có $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $x = 1$ và $x = -1$.
- B. Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận ngang.
- C. Đồ thị hàm số đã cho có đúng một tiệm cận ngang.
- D. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $y = 1$ và $y = -1$.

Lời giải**Chọn D**

Dựa vào định nghĩa đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số ta chọn đáp án D.

Câu 2. (Đề Tham Khảo 2020 Lần 2) Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{x-2}{x+1}$ là

- A. $y = -2$.
- B. $y = 1$.
- C. $x = -1$.
- D. $x = 2$.

Lời giải**Chọn B**

Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x-2}{x+1} = 1$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x-2}{x+1} = 1$

Suy ra $y = 1$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Câu 3. (Mã 101 - 2020 Lần 1) Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{4x+1}{x-1}$ là

- A. $y = \frac{1}{4}$.
- B. $y = 4$.
- C. $y = 1$.
- D. $y = -1$.

Lời giải**Chọn B.**

Tiệm cận ngang $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} y = \frac{4}{1} = 4$

Câu 4. (Mã 102 - 2020 Lần 1) Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{5x+1}{x-1}$ là

- A. $y = 1$. B. $y = \frac{1}{5}$. C. $y = -1$. D. $y = 5$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\begin{cases} \lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5x+1}{x-1} = 5 \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5x+1}{x-1} = 5 \end{cases} \Rightarrow y = 5$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Câu 5. (Mã 103 - 2020 Lần 1) Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ là:

- A. $y = \frac{1}{2}$. B. $y = -1$. C. $y = 1$. D. $y = 2$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x+1}{x-1} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2 + \frac{1}{x}}{1 - \frac{1}{x}} = 2$. Suy ra đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y = 2$.

Câu 6. (Mã 104 - 2020 Lần 1) Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{3x+1}{x-1}$ là:

- A. $y = \frac{1}{3}$. B. $y = 3$. C. $y = -1$. D. $y = 1$.

Lời giải

Chọn B

Ta có : $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x+1}{x-1} = 3$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x+1}{x-1} = 3$ nên $y = 3$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Câu 7. (Mã 101 - 2020 Lần 2) Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+2}{x-1}$ là

- A. $x = 2$. B. $x = -2$. C. $x = 1$. D. $x = -1$.

Lời giải

Chọn C

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Ta có $\lim_{x \rightarrow 1^-} y = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow 1^+} y = +\infty$, suy ra đồ thị có tiệm cận đứng là $x = 1$.

Câu 8. (Mã 102 - 2020 Lần 2) Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{x-3}$ là

- A. $x = -3$. B. $x = -1$. C. $x = 1$. D. $x = 3$.

Lời giải.

Chọn D

$\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{x-1}{x-3} = -\infty$. Suy ra tiệm cận đứng là đường thẳng $x = 3$.

Câu 9. (Mã 103 - 2020 Lần 2) Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-2}{x+1}$ là

A. $x = -2$.B. $x = 1$.C. $x = -1$.D. $x = 2$.**Lời giải****Chọn C**

Ta có $\lim_{x \rightarrow -1^+} y = \lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{2x-2}{x+1} = -\infty$ và $\lim_{x \rightarrow -1^-} y = \lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{2x-2}{x+1} = +\infty$ nên đường thẳng $x = -1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Câu 10. (Mã 104 - 2020 Lần 2) Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{x+3}$ là

A. $x = -1$.B. $x = 1$.C. $x = -3$.D. $x = 3$.**Lời giải****Chọn C**

Ta có $\lim_{x \rightarrow -3^+} y = -\infty$ và $\lim_{x \rightarrow -3^-} y = +\infty$ nên đồ thị hàm số nhận đường thẳng $x = -3$ làm tiệm cận đứng.

Câu 11. (Mã 103 - 2019) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	3	$+\infty$
y'	-	-	0	+
y	1	2	-3	3

Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là:

A. 2.

B. 3.

C. 4.

D. 1.

Lời giải**Chọn B**

Nhìn bảng biến thiên ta thấy $x=0$ hàm số không xác định nên $x=0$ là TCD của đồ thị hàm số

$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 3 \Rightarrow y = 3$ là TCN của đồ thị hàm số

$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 1 \Rightarrow y = 1$ là TCN của đồ thị hàm số

Vậy hàm số có 3 tiệm cận

Câu 12. (Mã 102 - 2019) Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
y'	-	-	0	
y	0	2	-2	$+\infty$

Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

A. 1.

B. 2.

C. 4.

D. 3.

Lời giải**Chọn B**

Từ bảng biến thiên đã cho ta có :

$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$ nên đường thẳng $y = 0$ là một tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = -\infty$ nên đường thẳng $x = 0$ là một tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Vậy đồ thị hàm số đã cho có hai đường tiệm cận.

Câu 13. (Mã 101 - 2019) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
y'				
	-		- 0 +	
y	2	$+\infty$	-2	$+\infty$

Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là:

- A. 4. B. 1. C. 3. D. 2.

Lời giải

Chọn D

Hàm số $y = f(x)$ có tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

Ta có:

$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ Không tồn tại tiệm cận ngang khi $x \rightarrow +\infty$.

$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 2$ vậy hàm số $y = f(x)$ có tiệm cận ngang $y = 2$.

$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = -\infty$.

Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có tiệm cận đứng $x = 0$.

Vậy tổng số tiệm cận đứng và ngang là 2.

Câu 14. (Đề Tham Khảo 2019) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y	2	$+\infty$	5

Tổng số đường tiệm cận ngang và đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

- A. 3 B. 2 C. 4 D. 1

Lời giải

Chọn A

Từ bảng biến thiên ta có:

$\lim_{x \rightarrow 1^-} y = +\infty$ nên đường thẳng $x = 1$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số

$\lim_{x \rightarrow -\infty} y = 2$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = 5$ nên đường thẳng $y = 2$ và $y = 5$ là các đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số

Tổng số đường tiệm cận ngang và đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là 3

Câu 15. (THPT - Yên Định Thanh Hóa 2019) Cho hàm số có bảng biến thiên như hình sau

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	$+$	$+$	$-$	$+$	
y	-4	$+\infty$	2	$-\infty$	-1

Tổng số đường tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = f(x)$ là

A. 3.

B. 2.

C. 4.

D. 1.

Lời giải

Vì $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = 4$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = -1 \Rightarrow$ Đồ thị hàm số có hai tiệm cận ngang là $y = -1$ và $y = 4$.

$\lim_{x \rightarrow -1^-} y = +\infty$, $\lim_{x \rightarrow -1^+} y = -\infty \Rightarrow$ Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x = -1$.

$\lim_{x \rightarrow 1^-} y = -\infty$, $\lim_{x \rightarrow 1^+} y = +\infty \Rightarrow$ Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x = 1$.

Nên đồ thị hàm số có 4 đường tiệm cận.

Câu 16. (Đề Tham Khảo 2017) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây. Hỏi đồ thị của hàm số đã cho có bao nhiêu đường tiệm cận?

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$
y'			$+$	
y			$+\infty$	1
		$-\infty$		0

A. 3

B. 2

C. 4

D. 1

Lời giải

Chọn A

Dựa vào bảng biến thiên ta có :

$\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = -\infty$, suy ra đường thẳng $x = -2$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = +\infty$, suy ra đường thẳng $x = 0$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$, suy ra đường thẳng $y = 0$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Vậy đồ thị hàm số có 3 đường tiệm cận.

Câu 17. (Mã 104 2019) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	3	$+\infty$	
y'	$-$		$-$	0	$+$
y	0	$+\infty$	-3	3	

Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

- A. 1. B. 3. C. 4. D. 2.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 3$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$ nên đồ thị hàm số có 2 tiệm cận ngang là các đường thẳng có phương trình $y = 3$ và $y = 0$.

Và $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty$ nên hàm số có 1 tiệm cận đứng là đường thẳng có phương trình $x = 0$.

Câu 18. (Chuyên Lê Quý Đôn Điện Biên 2019) Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
$f(x)$	$-\infty$	$+\infty$	3

Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là:

- A. 4. B. 3. C. 1. D. 2.

Lời giải

$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 3$ ta được tiệm cận ngang $y = 3$

$\lim_{x \rightarrow (-2)^-} f(x) = +\infty$ ta được tiệm cận đứng $x = -2$

Câu 19. (Liên Trường THPT Tp Vinh Nghệ An 2019) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$f(x)$	-5	1	-5

Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

- A. 4 B. 2 C. 3 D. 1

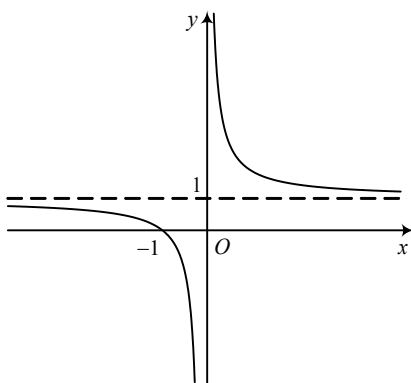
Lời giải

Từ bảng biến thiên ta có:

+ Tiệm cận ngang $y = -5$

+ Tiệm cận đứng $x = 2$.

Câu 20. (THPT Hùng Vương Bình Phước 2019) Cho đồ thị hàm số $y = f(x)$ như hình bên. Khẳng định nào sau đây là đúng?



- A. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x=0$, tiệm cận ngang $y=1$.
 B. Hàm số có hai cực trị.
 C. Đồ thị hàm số chỉ có một đường tiệm cận.
 D. Hàm số đồng biến trong khoảng $(-\infty; 0)$ và $(0; +\infty)$.

Câu 21. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
y'		+	0	-
y	0	2	$-\infty$	3

Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

- A. 4. B. 1. C. 3. D. 2.

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên của hàm số ta có:

$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0 \Rightarrow y = 0$ là một tiệm cận ngang

$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 3 \Rightarrow y = 3$ là một tiệm cận ngang

$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = -\infty \Rightarrow x = 1$ là một tiệm cận đứng

Vậy đồ thị hàm số có tổng số đường tiệm cận là 3.

Câu 22. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y'		+	+
y	2	$+\infty$	$-\infty$

Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

- A. 4. B. 1. C. 3. D. 2.

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên của hàm số ta có:

$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = 2 \Rightarrow y = 2$ là một tiệm cận ngang

$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = -\infty \Rightarrow x = 1$ là một tiệm cận đứng

Vậy đồ thị hàm số có tổng số đường tiệm cận là 2.

Câu 23. (Sở Hà Nội 2019) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$
y'		$-$	$+$	$-$
y	$+\infty$		$+\infty$	1
		1	$-\infty$	0

Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho bằng

A. 2.

B. 1.

C. 0.

D. 3.

Lời giải

Ta có

$\lim_{x \rightarrow -2^+} y = -\infty \Rightarrow x = -2$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

$\lim_{x \rightarrow 0^-} y = +\infty \Rightarrow x = 0$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = 0 \Rightarrow y = 0$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho.

Vậy đồ thị hàm số đã cho có tổng đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang là 3.

Câu 24. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Tổng số đường tiệm cận đứng và đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = f(x)$

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
y'		$-$	0	$+$
y	1	$-\sqrt{2}$	$+\infty$	-1
			$-\infty$	

A. 1.

B. 4.

C. 2.

D. 3.

Lời giải

Chọn D

Do $\lim_{x \rightarrow 1^+} y = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow 1^-} y = +\infty \Rightarrow$ TCD: $x = 1$.

$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = -1$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = 1 \Rightarrow$ đồ thị có 2 tiệm cận ngang là $y = \pm 1$

Vậy, đồ thị hàm số đã cho có tổng số TCD và TCN là 3.

Câu 25. (Cụm liên trường Hải Phòng 2019) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến như sau:

x	$-\infty$		-3		3		$+\infty$
y'		+		+		+	
y		$0 \nearrow$	$+\infty$		$-\infty \nearrow$	$+\infty$	$0 \nearrow$

Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số là:

A. 3

B. 1.

C. 4.

D. 2.

Lời giải

Chọn A

Từ bảng biến thiên của hàm số ta có:

+ $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = 0$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = 0 \Rightarrow$ đồ thị hàm số nhận đường thẳng $y = 0$ là tiệm cận ngang.

+ $\lim_{x \rightarrow (-3)^-} y = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow (-3)^+} y = -\infty \Rightarrow$ đồ thị hàm số nhận đường thẳng $x = -3$ là tiệm cận đứng.

+ $\lim_{x \rightarrow 3^-} y = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow 3^+} y = -\infty \Rightarrow$ đồ thị hàm số nhận đường thẳng $x = 3$ là tiệm cận đứng.

Vậy số đường tiệm cận của đồ thị hàm số là 3.

Câu 26. (Thi thử cụm Vũng Tàu 2019) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-2	2	$+\infty$
$f'(x)$		-	-	-
$f(x)$	$0 \searrow$	$+\infty \searrow$	$+\infty \searrow$	$+\infty \searrow$

Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

A. 4.

B. 2.

C. 3.

D. 1.

Lời giải

Chọn C

Ta có:

☐ $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$ nên đường thẳng $y = 0$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = f(x)$.

☐ $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$ nên đồ thị hàm số $y = f(x)$ không có tiệm cận ngang khi $x \rightarrow +\infty$.

☐ $\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = +\infty$, $\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) = -\infty$ nên đường thẳng $x = -2$ là đường tiệm cận đứng của đồ

thị hàm số $y = f(x)$.

☐ $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = +\infty$, $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = -\infty$ nên đường thẳng $x = 2$ là đường tiệm cận đứng của đồ

thị hàm số $y = f(x)$.

Vậy tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là 3 tiệm cận.

BẠN HỌC THAM KHẢO THÊM DẠNG CÂU KHÁC TẠI

<https://drive.google.com/drive/folders/15DX-hbY5paR0iUmcs4RU1DkA1-7QpKIG?usp=sharing>

Theo dõi Fanpage: **Nguyễn Bảo Vương** <https://www.facebook.com/tracnghiemtoanthpt489/>

Hoặc Facebook: **Nguyễn Vương** <https://www.facebook.com/phong.baovuong>

NGUYỄN BẢO VƯƠNG - 0946798489

Tham gia ngay: Nhóm Nguyễn Bào Vương (TÀI LIỆU TOÁN) [👉 https://www.facebook.com/groups/703546230477890/](https://www.facebook.com/groups/703546230477890/)

Ấn sub kênh Youtube: Nguyễn Vương

👉 https://www.youtube.com/channel/UCQ4u2J5glEI1iRUbT3nwJfA?view_as=subscriber

Tải nhiều tài liệu hơn tại: <http://diendangiaovientoan.vn/>

ĐỂ NHẬN TÀI LIỆU SỚM NHẤT NHÉ!

Nguyễn Bảo Vương