

DẠNG TOÁN DÀNH CHO ĐỐI TƯỢNG HỌC SINH 7-8 ĐIỂM**Dạng 1. Tìm m để hàm số đạt cực trị tại $x = x_0$** **Bước 1.** Tính $y'(x_0), y''(x_0)$ **Bước 2.** Giải phương trình $y'(x_0) = 0 \Rightarrow m?$ **Bước 3.** Thế m vào $y''(x_0)$ nếu giá trị $\begin{cases} y'' > 0 \rightarrow x_0 = CT \\ y'' < 0 \rightarrow x_0 = CD \end{cases}$ **Dạng 1.1 Hàm số bậc 3**

- Câu 1.** (Mã 110 - 2017) Tìm giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (m^2 - 4)x + 3$ đạt cực đại tại $x = 3$.
 A. $m = -1$ B. $m = -7$ C. $m = 5$ D. $m = 1$
- Câu 2.** (Chuyên Hạ Long 2019) Tìm m để hàm số $y = x^3 - 2mx^2 + mx + 1$ đạt cực tiểu tại $x = 1$.
 A. không tồn tại m . B. $m = \pm 1$. C. $m = 1$. D. $m \in \{1; 2\}$.
- Câu 3.** Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = x^3 - 3x^2 + mx + 1$ đạt cực tiểu tại $x = 2$.
 A. $m = 0$. B. $m > 4$. C. $0 \leq m < 4$. D. $0 < m \leq 4$.
- Câu 4.** (THPT Đoàn Thượng - Hải Dương 2019) Tìm các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (m^2 - 4)x + 3$ đạt cực đại tại $x = 3$.
 A. $m = 1, m = 5$. B. $m = 5$. C. $m = 1$. D. $m = -1$.
- Câu 5.** (THPT An Lão Hải Phòng 2019) Có bao nhiêu số thực m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (m^2 - m + 1)x + 1$ đạt cực đại tại $x = 1$.
 A. 0 B. 2 C. 1 D. 3
- Câu 6.** (THPT Đoàn Thượng - Hải Dương) Tìm các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (m^2 - 4)x + 3$ đạt cực đại tại $x = 3$.
 A. $m = 1, m = 5$. B. $m = 5$. C. $m = 1$. D. $m = -1$.
- Câu 7.** (THPT Thăng Long - Hà Nội - Lần 2 - 2019) Tìm tập hợp tất cả các giá trị của m để hàm số $y = x^3 + (3m - 1)x^2 + m^2x - 3$ đạt cực tiểu tại $x = -1$.
 A. $\{5; 1\}$. B. $\{5\}$. C. \emptyset . D. $\{1\}$.
- Câu 8.** (THPT Kinh Môn - 2019) Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (m + 1)x - 1$ đạt cực đại tại $x = -2$?
 A. $m = 2$. B. $m = 3$. C. Không tồn tại m . D. $m = -1$.
- Câu 9.** (Chuyên ĐHSPTN - Lần 3 - 2019) Tập hợp các số thực m để hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + (m + 2)x - m$ đạt cực tiểu tại $x = 1$ là.
 A. $\{1\}$. B. $\{-1\}$. C. \emptyset . D. R .

Dạng 1.2 Hàm số đa thức bậc cao, hàm căn thức ...

- Câu 10. (Chuyên QH Huế - Lần 2 - 2019)** Xác định tham số m sao cho hàm số $y = x + m\sqrt{x}$ đạt cực trị tại $x = 1$.
 A. $m = -2$. B. $m = 2$. C. $m = -6$. D. $m = 6$.
- Câu 11. (Trường THPT Hoàng Hoa Thám - Hưng Yên 2019)** Tìm tất cả tham số thực m để hàm số $y = (m-1)x^4 - (m^2-2)x^2 + 2019$ đạt cực tiểu tại $x = -1$.
 A. $m = 0$. B. $m = -2$. C. $m = 1$. D. $m = 2$.
- Câu 12. (Chuyên Trần Phú Hải Phòng 2019)** Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên tập số thực \mathbb{R} và có đạo hàm $f'(x) = (x - \sin x)(x - m - 3)\left(x - \sqrt{9 - m^2}\right)^3 \forall x \in \mathbb{R}$ (m là tham số). Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $y = f(x)$ đạt cực tiểu tại $x = 0$?
 A. 6 B. 7 C. 5 D. 4
- Câu 13. (Mã 101 - 2018)** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = x^8 + (m-2)x^5 - (m^2-4)x^4 + 1$ đạt cực tiểu tại $x = 0$?
 A. Vô số B. 3 C. 5 D. 4
- Câu 14. (Chuyên Quang Trung- Bình Phước 2019)** Tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{x^5}{5} - \frac{mx^4}{4} + 2$ đạt cực đại tại $x = 0$ là:
 A. $m \in \mathbb{R}$. B. $m < 0$. C. Không tồn tại m . D. $m > 0$.
- Câu 15.** Có bao nhiêu giá trị nguyên của m thuộc khoảng $(-2019; 2019)$ để hàm số $y = \frac{m-1}{5}x^5 + \frac{m+2}{4}x^4 + m + 5$ đạt cực đại tại $x = 0$?
 A. 101. B. 2016. C. 100. D. 10.
- Câu 16. (Mã 104 - 2018)** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = x^8 + (m-3)x^5 - (m^2-9)x^4 + 1$ đạt cực tiểu tại $x = 0$?
 A. 6 B. Vô số C. 4 D. 7
- Câu 17. (Mã 103 - 2018)** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = x^8 + (m-4)x^5 - (m^2-16)x^4 + 1$ đạt cực tiểu tại $x = 0$.
 A. 8 B. Vô số C. 7 D. 9
- Câu 18.** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = x^{12} + (m-5)x^7 + (m^2-25)x^6 + 1$ đạt cực đại tại $x = 0$?
 A. 8 B. 9 C. Vô số D. 10
- Câu 19. (Mã 102 - 2018)** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = x^8 + (m-1)x^5 - (m^2-1)x^4 + 1$ đạt cực tiểu tại $x = 0$?
 A. 3 B. 2 C. Vô số D. 1

Dạng 2. Tìm m để hàm số có n cực trị

- Hàm số có n cực trị $\Leftrightarrow y' = 0$ có n nghiệm phân biệt.
- Xét hàm số bậc ba $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$:
 + Hàm số có hai điểm cực trị khi $\begin{cases} a \neq 0 \\ b^2 - 3ac > 0 \end{cases}$.
- Hàm số không có cực trị khi $y' = 0$ vô nghiệm hoặc có nghiệm kép.
- Xét hàm số bậc bốn trùng phương $y = ax^4 + bx^2 + c$.

+ Hàm số có ba cực trị khi $ab < 0$. + Hàm số có 1 cực trị khi $ab \geq 0$.

- Câu 1.** Biết rằng hàm số $y = (x+a)^3 + (x+b)^3 - x^3$ có hai điểm cực trị. Mệnh đề nào sau đây là đúng?
A. $ab \leq 0$. **B.** $ab < 0$. **C.** $ab > 0$. **D.** $ab \geq 0$.
- Câu 2.** (THPT Hai Bà Trưng - Huế - 2019) Tìm tất cả các giá trị của tham số thực m để hàm số $y = mx^3 - 2mx^2 + (m-2)x + 1$ không có cực trị
A. $m \in (-\infty; 6) \cup (0; +\infty)$. **B.** $m \in (-6; 0)$. **C.** $m \in [-6; 0)$. **D.** $m \in [-6; 0]$.
- Câu 3.** (Đề Tham Khảo 2017) Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = (m-1)x^4 - 2(m-3)x^2 + 1$ không có cực đại?
A. $1 < m \leq 3$ **B.** $m \leq 1$ **C.** $m \geq 1$ **D.** $1 \leq m \leq 3$
- Câu 4.** (Chuyên Sơn La - Lần 2 - 2019) Để đồ thị hàm số $y = -x^4 - (m-3)x^2 + m + 1$ có điểm cực đại mà không có điểm cực tiểu thì tất cả các giá trị thực của tham số m là
A. $m \geq 3$. **B.** $m > 3$. **C.** $m < 3$. **D.** $m \leq 3$.
- Câu 5.** (Quang Trung - Bình Phước - Lần 5 - 2019) Cho hàm số $y = x^4 - 2mx^2 + m$. Tìm tất cả các giá trị thực của m để hàm số có 3 cực trị
A. $m > 0$. **B.** $m \geq 0$. **C.** $m < 0$. **D.** $m \leq 0$.
- Câu 6.** (Chuyên Hà Tĩnh - Lần 1 - 2019) Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = m^2x^4 - (m^2 - 2019m)x^2 - 1$ có đúng một cực trị?
A. 2019. **B.** 2020. **C.** 2018. **D.** 2017.
- Câu 7.** (THPT Yên Khánh A - Ninh Bình - 2019) Cho hàm số $y = x^3 - 3(m+1)x^2 + 3(7m-3)x$. Gọi S là tập các giá trị nguyên của tham số m để hàm số không có cực trị. Số phần tử của S là
A. 2. **B.** 4. **C.** 0. **D.** Vô số.
- Câu 8.** (HSG - TP Đà Nẵng - 2019) Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = x^4 + 4mx^3 + 3(m+1)x^2 + 1$ có cực tiểu mà không có cực đại.
A. $m \in \left(-\infty; \frac{1-\sqrt{7}}{3}\right]$. **B.** $m \in \left[\frac{1-\sqrt{7}}{3}; 1\right] \cup \{-1\}$.
C. $m \in \left[\frac{1+\sqrt{7}}{3}; +\infty\right)$. **D.** $m \in \left[\frac{1-\sqrt{7}}{3}; \frac{1+\sqrt{7}}{3}\right] \cup \{-1\}$.
- Câu 9.** (HSG 12 - Bắc Ninh - 2019) Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2(x+1)(x^2+2mx+5)$. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số có đúng một điểm cực trị?
A. 0. **B.** 5. **C.** 6. **D.** 7.
- Câu 10.** (THPT Hùng Vương Bình Phước 2019) Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = -\frac{x^3}{3} + mx^2 - 2mx + 1$ có hai điểm cực trị.
A. $0 < m < 2$. **B.** $m > 2$. **C.** $m > 0$. **D.** $\begin{cases} m > 2 \\ m < 0 \end{cases}$.
- Câu 11.** (THPT Ba Đình 2019) Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2mx + m$ có cực đại và cực tiểu?
A. $m < \frac{3}{2}$. **B.** $m < -\frac{3}{2}$. **C.** $m \leq \frac{3}{2}$. **D.** $m > \frac{3}{2}$.
- Câu 12.** (Chuyên Bắc Giang 2019) Tập hợp các giá trị của m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (m+2)x + 1$ có hai cực trị là:

A. $(-\infty; -1] \cup [2; +\infty)$ B. $(-\infty; -1) \cup (2; +\infty)$ C. $(-1; 2)$ D. $[-1; 2]$

Câu 13. (THPT Quỳnh Lưu 3 Nghệ An 2019) Cho hàm số $y = mx^4 - x^2 + 1$. Tập hợp các số thực m để hàm số đã cho có đúng một điểm cực trị là

A. $(0; +\infty)$. B. $(-\infty; 0]$. C. $[0; +\infty)$. D. $(-\infty; 0)$.

Câu 14. (THPT Yên Định Thanh Hóa 2019) Cho hàm số $y = mx^4 + (2m+1)x^2 + 1$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số có đúng một điểm cực tiểu.

A. Không tồn tại m . B. $m \geq 0$. C. $m \geq -\frac{1}{2}$. D. $-\frac{1}{2} \leq m \leq 0$.

Câu 15. (Cụm Liên Trường Hải Phòng 2019) Tìm số các giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = x^4 + 2(m^2 - m - 6)x^2 + m - 1$ có ba điểm cực trị.

A. 6. B. 5. C. 4. D. 3.

Câu 16. (THCS - THPT Nguyễn Khuyến 2019) Hàm số $y = mx^4 + (m-1)x^2 + 1 - 2m$ có một điểm cực trị khi

A. $0 \leq m \leq 1$. B. $m \leq 0 \vee m \geq 1$. C. $m = 0$. D. $m < 0 \vee m > 1$.

Câu 17. (Chuyên Lam Sơn Thanh Hóa 2019) Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m trên miền $[-10; 10]$ để hàm số $y = x^4 - 2(2m+1)x^2 + 7$ có ba điểm cực trị?

A. 20 B. 10 C. Vô số D. 11

Câu 18. (THPT An Lão Hải Phòng 2019) Cho hàm số $y = mx^4 + (m^2 - 6)x^2 + 4$. Có bao nhiêu số nguyên m để hàm số có ba điểm cực trị trong đó có đúng hai điểm cực tiểu và một điểm cực đại?

A. 4 B. 3 C. 2 D. 5

Câu 19. (THPT Nguyễn Khuyến 2019) Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = mx^4 + (m-1)x^2 + 1 - 2m$ có một cực trị.

A. $m \geq 1$ B. $m \leq 0$ C. $0 \leq m \leq 1$ D. $m \leq 0 \cup m \geq 1$

Câu 20. (Chuyên Lào Cai - 2020) Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2(x+2)^4(x+4)^3[x^2 + 2(m+3)x + 6m + 18]$. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $f(x)$ có đúng một điểm cực trị?

B. 7. B. 5. C. 8. D. 6.

Câu 21. (Chuyên Sơn La - 2020) Gọi S là tập hợp những giá trị của tham số m để hàm số sau không có cực trị trên \mathbb{R} .

$f(x) = \frac{1}{4}m^2.e^{4x} + \frac{1}{3}m.e^{3x} - \frac{1}{2}e^{2x} - (m^2 + m - 1)e^x$. Tổng tất cả các phần tử của tập S bằng

A. $-\frac{2}{3}$ B. $\frac{2}{3}$ C. $\frac{1}{3}$ D. -1 .

Dạng 3. Đường thẳng đi qua 2 điểm cực trị

Phương trình hai đường thẳng đi qua 2 điểm cực trị của hàm số bậc ba là phần dư của phép chia của y cho y'

◦ Phân tích (bằng cách chia đa thức y cho y'): $y = y' \cdot q(x) + h(x) \Rightarrow \begin{cases} y_1 = h(x_1) \\ y_2 = h(x_2) \end{cases}$.

◦ Đường thẳng qua 2 điểm cực trị là $y = h(x)$.

- Câu 1. (Mã 123 - 2017)** Đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 1$ có hai cực trị A và B . Điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng AB ?
- A. $M(0; -1)$ B. $N(1; -10)$ C. $P(1; 0)$ D. $Q(-1; 10)$
- Câu 2. (Mã 104 - 2017)** Tìm giá trị thực của tham số m để đường thẳng $d: y = (2m - 1)x + 3 + m$ vuông góc với đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 1$.
- A. $m = \frac{3}{2}$ B. $m = \frac{3}{4}$ C. $m = -\frac{1}{2}$ D. $m = \frac{1}{4}$
- Câu 3.** Tìm giá trị thực của tham số m để đường thẳng $y = (2m - 1)x + m + 3$ song song với đường thẳng đi qua các điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 1$
- A. $m = \frac{3}{4}$. B. $m = \frac{1}{2}$. C. $m = -\frac{3}{4}$. D. $m = -\frac{1}{2}$.
- Câu 4.** Đồ thị của hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 1$ có hai điểm cực trị A và B . Điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng AB .
- A. $P(1; 0)$. B. $M(0; -1)$. C. $N(1; -10)$. D. $Q(-1; 10)$.
- Câu 5. (Lương Văn Chánh - Phú Yên - 2018)** Tìm giá trị thực của tham số m để đường thẳng $d: y = (3m + 1)x + 3 + m$ vuông góc với đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 1$.
- A. $\frac{1}{3}$. B. $-\frac{1}{6}$. C. $m = \frac{1}{6}$. D. $-\frac{1}{3}$.
- Câu 6. (TT Tân Hồng Phong - 2018)** Tìm tổng tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = 2x^3 + 3(m - 1)x^2 + 6m(1 - 2m)x$ song song đường thẳng $y = -4x$.
- A. $m = -\frac{1}{3}$. B. $m = \frac{2}{3}$. C. $m = -\frac{2}{3}$. D. $m = 1$.
- Câu 7. (THPT Xuân Hòa-Vĩnh Phúc- 2018)** Biết đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 1$ có hai điểm cực trị A , B . Khi đó phương trình đường thẳng AB là
- A. $y = 2x - 1$. B. $y = -2x + 1$. C. $y = -x + 2$. D. $y = x - 2$.
- Câu 8. (Chuyên Vĩnh Phúc - 2018)** Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^3 + 2x^2 + (m - 3)x + m$ có hai điểm cực trị và điểm $M(9; -5)$ nằm trên đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị.
- A. $m = -1$. B. $m = -5$. C. $m = 3$. D. $m = 2$.
- Câu 9. (Nguyễn Khuyến 2019)** Đường thẳng nối hai điểm cực đại và cực tiểu của đồ thị hàm số $y = x^3 - 2x + m$ đi qua điểm $M(-3; 7)$ khi m bằng bao nhiêu?
- A. 1. B. -1. C. 3. D. 0.
- Câu 10. (Chuyên Lương Văn Chánh - Phú Yên - 2018)** Tìm giá trị thực của tham số m để đường thẳng $d: y = (3m + 1)x + 3 + m$ vuông góc với đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 1$.
- A. $m = \frac{1}{6}$. B. $-\frac{1}{3}$. C. $\frac{1}{3}$. D. $-\frac{1}{6}$.
- Câu 11. (TT Diệu Hiền - Cần Thơ - 2018)** Giả sử A , B là hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ và đường thẳng AB đi qua gốc tọa độ. Tìm giá trị nhỏ nhất của $P = abc + ab + c$.

- A. $-\frac{16}{25}$. B. -9 . C. $-\frac{25}{9}$. D. 1 .

Câu 12. (Chuyên Hạ Long - 2018) Tìm tất cả giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 2$ có hai điểm cực trị A và B sao cho các điểm A , B và $M(1; -2)$ thẳng hàng.

A. $m = \sqrt{2}$. B. $m = -\sqrt{2}$. C. $m = 2$. D. $m = -\sqrt{2}$; $m = \sqrt{2}$.

Dạng 4. Tìm m để hàm số bậc 3 có cực trị thỏa mãn điều kiện cho trước

★ **Bài toán tổng quát:** Cho hàm số $y = f(x; m) = ax^3 + bx^2 + cx + d$. Tìm tham số m để đồ thị hàm số có 2 điểm cực trị x_1, x_2 thỏa mãn điều kiện K cho trước?

🔍 **Phương pháp:**

— **Bước 1.** Tập xác định $D = \mathbb{R}$. Tính đạo hàm: $y' = 3ax^2 + 2bx + c$.

— **Bước 2.** Để hàm số có 2 cực trị $\Leftrightarrow y' = 0$ có 2 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \begin{cases} a_{y'} = 3a \neq 0 \\ \Delta_{y'} = (2b)^2 - 4.3ac > 0 \end{cases}$ và giải hệ này sẽ tìm được $m \in D_1$.

— **Bước 3.** Gọi x_1, x_2 là 2 nghiệm của phương trình $y' = 0$. Theo Viét, ta có:
$$\begin{cases} S = x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \\ P = x_1 x_2 = \frac{c}{a} \end{cases}$$

— **Bước 4.** Biến đổi điều kiện K về dạng tổng S và tích P . Từ đó giải ra tìm được $m \in D_2$.

— **Bước 5.** Kết luận các giá trị m thỏa mãn: $m = D_1 \cap D_2$.

📖 **Lưu ý:**

— Hàm số bậc 3 không có cực trị $\Leftrightarrow y' = 0$ không có 2 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta_{y'} \leq 0$.

— Trong trường hợp điều kiện K liên quan đến hình học phẳng, tức là cần xác định tọa độ 2 điểm cực trị $A(x_1; y_1), B(x_2; y_2)$ với x_1, x_2 là 2 nghiệm của $y' = 0$. Khi đó có 2 tình huống thường gặp sau:

- Nếu giải được nghiệm của phương trình $y' = 0$, tức tìm được x_1, x_2 cụ thể, khi đó ta sẽ thế vào hàm số đầu đề $y = f(x; m)$ để tìm tung độ y_1, y_2 tương ứng của A và B .

- Nếu tìm không được nghiệm $y' = 0$, khi đó gọi 2 nghiệm là x_1, x_2 và tìm tung độ y_1, y_2 bằng cách thế vào phương trình đường thẳng nối 2 điểm cực trị.

Để viết phương trình đường thẳng nối hai điểm cực trị, ta thường dùng phương pháp tách đạo hàm (phần dư bậc nhất trong phép chia y cho y'), nghĩa là:

- Phân tích (bằng cách chia đa thức y cho y'): $y = y' \cdot q(x) + h(x) \Rightarrow \begin{cases} y_1 = h(x_1) \\ y_2 = h(x_2) \end{cases}$.

- Đường thẳng qua 2 điểm cực trị là $y = h(x)$.

Dạng toán: Tìm tham số m để các hàm số sau có cực trị thỏa điều kiện cho trước (**cùng phía, khác phía**):

Vị trí tương đối giữa 2 điểm với đường thẳng:

Cho 2 điểm $A(x_A; y_A), B(x_B; y_B)$ và đường thẳng $d: ax + by + c = 0$. Khi đó:

- Nếu $(ax_A + by_A + c) \cdot (ax_B + by_B + c) < 0$ thì A, B nằm về 2 phía so với đường thẳng d .

- Nếu $(ax_A + by_A + c) \cdot (ax_B + by_B + c) > 0$ thì A, B nằm cùng phía so với đường d .

Trường hợp đặc biệt:

- Để hàm số bậc ba $y = f(x)$ có 2 điểm cực trị nằm cùng phía so với trục tung

$Oy \Leftrightarrow$ phương trình $y' = 0$ có 2 nghiệm trái dấu và ngược lại.

• Để hàm số bậc ba $y = f(x)$ có 2 điểm cực trị nằm cùng phía so với trục hoành $Ox \Leftrightarrow$ đồ thị hàm số $y = f(x)$ cắt trục Ox tại 3 điểm phân biệt \Leftrightarrow phương trình hoành độ giao điểm $f(x) = 0$ có 3 nghiệm phân biệt (áp dụng khi nhẩm được nghiệm).

Dạng toán: Tìm m để các hàm số sau có cực trị thỏa điều kiện cho trước (**đối xứng và cách đều**):

★ **Bài toán 1.** Tìm m để đồ thị hàm số có 2 điểm cực trị A, B đối xứng nhau qua đường d :

— **Bước 1.** Tìm điều kiện để hàm số có cực đại, cực tiểu $\Rightarrow m \in D_1$.

— **Bước 2.** Tìm tọa độ 2 điểm cực trị A, B . Có 2 tình huống thường gặp:

+ Một là $y' = 0$ có nghiệm đẹp x_1, x_2 , tức có $A(x_1; y_1), B(x_2; y_2)$.

+ Hai là $y' = 0$ không giải ra tìm được nghiệm. Khi đó ta cần viết phương trình đường thẳng nối 2 điểm cực trị là Δ và lấy $A(x_1; y_1), B(x_2; y_2) \in \Delta$.

— **Bước 3.** Gọi $I\left(\frac{x_1+x_2}{2}; \frac{y_1+y_2}{2}\right)$ là trung điểm của đoạn thẳng AB .

Do A, B đối xứng qua d nên thỏa hệ $\begin{cases} \Delta \perp d \\ I \in d \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{AB} \cdot \vec{u}_d = 0 \\ I \in d \end{cases} \Rightarrow m \in D_2$.

— **Bước 4.** Kết luận $m = D_1 \cap D_2$.

★ **Bài toán 2.** Tìm m để đồ thị hàm số có 2 điểm cực trị A, B cách đều đường thẳng d :

— **Bước 1.** Tìm điều kiện để hàm số có cực đại, cực tiểu $\Rightarrow m \in D_1$.

— **Bước 2.** Tìm tọa độ 2 điểm cực trị A, B . Có 2 tình huống thường gặp:

+ Một là $y' = 0$ có nghiệm đẹp x_1, x_2 , tức có $A(x_1; y_1), B(x_2; y_2)$.

+ Hai là $y' = 0$ không giải ra tìm được nghiệm. Khi đó ta cần viết phương trình đường thẳng nối 2 điểm cực trị là Δ và lấy $A(x_1; y_1), B(x_2; y_2) \in \Delta$.

— **Bước 3.** Do A, B cách đều đường thẳng d nên $d(A; d) = d(B; d) \Rightarrow m \in D_2$.

— **Bước 4.** Kết luận $m = D_1 \cap D_2$.

☞ **Lưu ý:** Để 2 điểm A, B đối xứng nhau qua điểm $I \Leftrightarrow I$ là trung điểm AB .

Câu 1. Với giá trị nào của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + m$ có hai điểm cực trị A, B thỏa mãn $OA = OB$ (O là gốc tọa độ)?

- A. $m = \frac{3}{2}$. B. $m = 3$. C. $m = \frac{1}{2}$. D. $m = \frac{5}{2}$.

Câu 2. (Đề Tham Khảo 2017) Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị của hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (m^2 - 1)x$ có hai điểm cực trị A và B sao cho A, B nằm khác phía và cách đều đường thẳng $d: y = 5x - 9$. Tính tổng tất cả các phần tử của S .

- A. 3 B. 6 C. -6 D. 0

Câu 3. (Chuyên Biên Hòa - Hà Nam - 2020) Có tất cả bao nhiêu giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = \frac{2}{3}x^3 - mx^2 - 2(3m^2 - 1)x + \frac{2}{3}$ có hai điểm cực trị có hoành độ x_1, x_2 sao cho $x_1x_2 + 2(x_1 + x_2) = 1$.

- A. 1. B. 0. C. 3. D. 2.

Câu 4. (Chuyên KHTN - 2020) Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để đồ thị hàm số $y = mx^3 - (2m - 1)x^2 + 2mx - m - 1$ có hai điểm cực trị nằm về hai phía của trục hoành?

A. 4.

B. 2.

C. 1.

D. 3.

Câu 5. (Chuyên Hạ Long - Quảng Ninh - 2020) Cho hàm số $y = x^3 - (m+6)x^2 + (2m+9)x - 2$. Tìm m để đồ thị hàm số có hai điểm cực trị nằm về hai phía của trục hoành.

A. $\begin{cases} m \geq -2 \\ m \leq -6 \end{cases}$.

B. $m \geq -2$.

C. $m \leq -6$.

D. $\begin{cases} m > -2 \\ m < -6 \\ m \neq \frac{-3}{2} \end{cases}$.

Câu 6. (THPT Lê Quý Đôn Điện Biên 2019) Cho hàm số $y = \frac{1}{3}mx^3 - (m-1)x^2 + 3(m-2)x + 2018$ với m là tham số. Tổng bình phương tất cả các giá trị của m để hàm số có hai điểm cực trị x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 + 2x_2 = 1$ bằng

A. $\frac{40}{9}$

B. $\frac{22}{9}$

C. $\frac{25}{4}$

D. $\frac{8}{3}$

Câu 7. (Chuyên Lê Quý Đôn Điện Biên 2019) Cho hàm số $y = -x^3 + 3mx^2 - 3m - 1$ với m là một tham số thực. Giá trị của m thuộc tập hợp nào sau đây để đồ thị hàm số đã cho có hai điểm cực trị đối xứng nhau qua đường thẳng $d: x + 8y - 74 = 0$.

A. $m \in (-1; 1]$.

B. $m \in (-3; -1]$.

C. $m \in (3; 5]$.

D. $m \in (1; 3]$.

Câu 8. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^3 - 8x^2 + (m^2 + 11)x - 2m^2 + 2$ có hai điểm cực trị nằm về hai phía của trục Ox .

A. 4.

B. 5.

C. 6.

D. 7.

Câu 9. (Chuyên Hạ Long 2019) Cho hàm số $y = x^3 - (2m+1)x^2 + (m+1)x + m - 1$. Có bao nhiêu giá trị của số tự nhiên $m < 20$ để đồ thị hàm số có hai điểm cực trị nằm về hai phía trục hoành?

A. 18.

B. 19.

C. 21.

D. 20.

Câu 10. (Chuyên KHTN 2019) Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để đồ thị của hàm số $y = x^3 - (m+1)x^2 + (m^2 - 2)x - m^2 + 3$ có hai điểm cực trị và hai điểm cực trị đó nằm về hai phía khác nhau đối với trục hoành?

A. 2.

B. 1.

C. 3.

D. 4.

Câu 11. (THPT Lương Thế Vinh Hà Nội 2019) Tìm tất cả các giá trị của tham số m để $y = x^3 - 3x^2 + mx - 1$ đạt cực trị tại x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^2 + x_2^2 = 6$

A. $m = -3$

B. $m = 3$

C. $m = -1$

D. $m = 1$

Câu 12. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $f(x) = 2x^3 - 6x^2 - m + 1$ có các giá trị cực trị trái dấu?

A. 7.

B. 9.

C. 2.

D. 3.

Câu 13. (Thi thử SGD Hưng Yên) Cho hàm số $y = 2x^3 + 3(m-1)x^2 + 6(m-2)x - 1$ với m là tham số thực. Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số có điểm cực đại và điểm cực tiểu nằm trong khoảng $(-2; 3)$.

A. $m \in (-1; 4) \setminus \{3\}$.

B. $m \in (3; 4)$.

C. $m \in (1; 3)$.

D. $m \in (-1; 4)$.

Câu 14. (THPT Cẩm Bình Hà Tĩnh 2019) Cho hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 4m^2 - 2$ có đồ thị (C) và điểm $C(1; 4)$. Tính tổng các giá trị nguyên dương của m để (C) có hai điểm cực trị A, B sao cho tam giác ABC có diện tích bằng 4.

A. 6.

B. 5.

C. 3.

D. 4

- Câu 15. (THPT Lê Quý Đôn Điện Biên 2019)** Cho hàm số $y = 2x^3 + 3(m-1)x^2 + 6(m-2)x - 1$ với m là tham số thực. Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số có điểm cực đại và điểm cực tiểu nằm trong khoảng $(-2; 3)$.
- A. $m \in (-1; 3) \cup (3; 4)$. B. $m \in (1; 3)$. C. $m \in (3; 4)$. D. $m \in (-1; 4)$.
- Câu 16. (Chuyên Lam Sơn Thanh Hóa 2019)** Tổng tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số: $y = 3x^3 + 2(m+1)x^2 - 3mx + m - 5$ có hai điểm cực trị $x_1; x_2$ đồng thời $y(x_1) \cdot y(x_2) = 0$ là:
- A. -21 B. -39 C. -8 D. $3\sqrt{11} - 13$
- Câu 17. (Chuyên Bắc Ninh 2019)** Gọi S là tập các giá trị dương của tham số m sao cho hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 27x + 3m - 2$ đạt cực trị tại x_1, x_2 thỏa mãn $|x_1 - x_2| \leq 5$. Biết $S = (a; b]$. Tính $T = 2b - a$.
- A. $T = \sqrt{51} + 6$ B. $T = \sqrt{61} + 3$ C. $T = \sqrt{61} - 3$ D. $T = \sqrt{51} - 6$
- Câu 18. (Sở Bắc Giang 2019)** Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \frac{x^3}{3} - 2x^2 + mx + 3$ có hai điểm cực trị $x_1, x_2 \leq 4$. Số phần tử của S bằng
- A. 5. B. 3. C. 2. D. 4.
- Câu 19. (Toán Học Tuổi Trẻ 2019)** Tìm giá trị thực của tham số m để hàm số $y = x^3 + 4(m-2)x^2 - 7x + 1$ có hai điểm cực trị $x_1; x_2$ ($x_1 < x_2$) thỏa mãn $|x_1| - |x_2| = -4$
- A. $m = 5$. B. $m = \frac{1}{2}$. C. $m = 3$. D. $m = \frac{7}{2}$.
- Câu 20.** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để điểm $M(2m^3; m)$ tạo với hai điểm cực đại, cực tiểu của đồ thị hàm số $y = 2x^3 - 3(2m+1)x^2 + 6m(m+1)x + 1$ (C) một tam giác có diện tích nhỏ nhất?
- A. 0 B. 1 C. 2 D. không tồn tại
- Câu 21. (HSG Bắc Ninh 2019)** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số thực m để đường thẳng đi qua hai điểm cực đại, cực tiểu của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3mx + 2$ cắt đường tròn (C) có tâm $I(1; 1)$, bán kính bằng 1 tại hai điểm phân biệt A, B sao cho diện tích tam giác IAB đạt giá trị lớn nhất.
- A. $m = \frac{2 \pm \sqrt{3}}{3}$ B. $m = \frac{2 \pm \sqrt{3}}{2}$ C. $m = \frac{1 \pm \sqrt{3}}{2}$ D. $m = \frac{2 \pm \sqrt{5}}{2}$
- Câu 22. (VTED 2019)** Biết đồ thị hàm số $y = x^3 + ax^2 + bx + c$ có hai điểm cực trị $M(x_1; y_1), N(x_2; y_2)$ thỏa mãn $x_1(y_1 - y_2) = y_1(x_1 - x_2)$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = abc + 2ab + 3c$ bằng
- A. $-\frac{49}{4}$ B. $-\frac{25}{4}$ C. $-\frac{841}{36}$ D. $-\frac{7}{6}$
- Câu 23.** Cho hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 3(m^2 - 1)x - m^3 - m$ (m là tham số). Gọi A, B là hai điểm cực trị của đồ thị hàm số và $I(2; -2)$. Tổng tất cả các giá trị của m để ba điểm I, A, B tạo thành tam giác nội tiếp đường tròn có bán kính bằng $\sqrt{5}$ là
- A. $\frac{4}{17}$ B. $\frac{14}{17}$ C. $-\frac{2}{17}$ D. $\frac{20}{17}$
- Câu 24.** Cho hàm số $y = x^3 - 6mx + 4$ có đồ thị (C_m). Gọi m_0 là giá trị của m để đường thẳng đi qua điểm cực đại, điểm cực tiểu của (C_m) cắt đường tròn tâm $I(1; 0)$, bán kính $\sqrt{2}$ tại hai điểm phân biệt A, B sao cho tam giác IAB có diện tích lớn nhất. Chọn khẳng định đúng
- A. $m_0 \in (3; 4)$. B. $m_0 \in (1; 2)$. C. $m_0 \in (0; 1)$. D. $m_0 \in (2; 3)$.

- Câu 25. (Chuyên Lương Văn Chánh - Phú Yên - 2018)** Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}mx^2 - 4x - 10$, với m là tham số; gọi x_1, x_2 là các điểm cực trị của hàm số đã cho. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P = (x_1^2 - 1)(x_2^2 - 1)$ bằng
- A. 4. B. 1. C. 0. D. 9.
- Câu 26. (Chuyên Lương Văn Chánh - Phú Yên - 2018)** Cho hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 3(m^2 - 1)x - m^3$, với m là tham số; gọi (C) là đồ thị của hàm số đã cho. Biết rằng khi m thay đổi, điểm cực đại của đồ thị (C) luôn nằm trên một đường thẳng d cố định. Xác định hệ số góc k của đường thẳng d .
- A. $k = -\frac{1}{3}$. B. $k = \frac{1}{3}$. C. $k = -3$. D. $k = 3$.
- Câu 27. (Chuyên Hùng Vương - Phú Thọ - 2018)** Biết m_0 là giá trị của tham số m để hàm số $y = x^3 - 3x^2 + mx - 1$ có hai điểm cực trị x_1, x_2 sao cho $x_1^2 + x_2^2 - x_1x_2 = 13$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?
- A. $m_0 \in (-1; 7)$. B. $m_0 \in (7; 10)$. C. $m_0 \in (-15; -7)$. D. $m_0 \in (-7; -1)$.
- Câu 28. (THPT Thanh Miện I - Hải Dương 2018)** Biết rằng đồ thị hàm số $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}mx^2 + x - 2$ có giá trị tuyệt đối của hoành độ hai điểm cực trị là độ dài hai cạnh của tam giác vuông có cạnh huyền là $\sqrt{7}$. Hỏi có mấy giá trị của m ?
- A. 3. B. 1. C. Không có m . D. 2.
- Câu 29. (Phan Đăng Lưu - Huế - 2018)** Gọi A, B là hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $f(x) = -x^3 + 3x - 4$ và $M(x_0; 0)$ là điểm trên trục hoành sao cho tam giác MAB có chu vi nhỏ nhất, đặt $T = 4x_0 + 2015$. Trong các khẳng định dưới đây, khẳng định nào đúng?
- A. $T = 2017$. B. $T = 2019$. C. $T = 2016$. D. $T = 2018$.
- Câu 30. (Chuyên Hà Tĩnh - 2018)** Tổng tất cả các giá trị của tham số thực m sao cho đồ thị hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 4m^3$ có điểm cực đại và cực tiểu đối xứng với nhau qua đường phân giác của góc phần tư thứ nhất là
- A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. B. $\frac{1}{2}$. C. 0. D. $\frac{1}{4}$.
- Câu 31. (THPT Triệu Thị Trinh - 2018)** Tìm tất cả các giá trị của tham số thực m sao cho đồ thị hàm số $y = x^3 - 5x^2 + (m + 4)x - m$ có hai điểm cực trị nằm về hai phía đối với trục hoành.
- A. \emptyset . B. $(-\infty; 3) \cup (3; 4]$. C. $(-\infty; 3) \cup (3; 4)$. D. $(-\infty; 4)$.
- Câu 32. (CTN - LẦN 1 - 2018)** Biết $\frac{a}{b}$ (trong đó $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản và $a, b \in \mathbb{N}^*$) là giá trị của tham số m để hàm số $y = \frac{2}{3}x^3 - mx^2 - 2(3m^2 - 1)x + \frac{2}{3}$ có 2 điểm cực trị x_1, x_2 sao cho $x_1x_2 + 2(x_1 + x_2) = 1$. Tính giá trị biểu thức $S = a^2 + b^2$.
- A. $S = 13$. B. $S = 25$. C. $S = 10$. D. $S = 34$.
- Câu 33.** Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m để điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y = x^3 + x^2 + mx - 1$ nằm bên phải trục tung. Tìm số phần tử của tập hợp $(-5; 6) \cap S$.
- A. 2. B. 5. C. 3. D. 4.

- Câu 34. (THPT Nghen - Hà Tĩnh - 2018)** Cho hàm số $y = -x^3 + 3x^2 + 3(m^2 - 1)x - 3m^2 - 1$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để đồ thị hàm số có điểm cực đại, cực tiểu nằm bên trái đường thẳng $x = 2$?
- A. 3. B. 1. C. 2. D. 0.
- Câu 35. (Chuyên Hạ Long - 2018)** Tìm tất cả giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 2$ có hai điểm cực trị A và B sao cho các điểm A , B và $M(1; -2)$ thẳng hàng.
- A. $m = \sqrt{2}$. B. $m = -\sqrt{2}$. C. $m = 2$. D. $m = -\sqrt{2}; m = \sqrt{2}$.
- Câu 36. (THPT Nam Trực - Nam Định - 2018)** Cho hàm số $y = \frac{m}{3}x^3 - (m-1)x^2 + 3(m-2)x + 2$. Hàm số đạt cực trị tại x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 + 2x_2 = 1$ khi $m = a$ và $m = b$. Hãy tính tổng $a + b$.
- A. $-\frac{8}{3}$. B. $\frac{8}{3}$. C. $-\frac{5}{2}$. D. $\frac{5}{2}$.
- Câu 37. (THPT Cao Bá Quát - 2018)** Cho hàm số $y = 2x^3 - 3(m+1)x^2 + 6mx + m^3$. Tìm m để đồ thị hàm số có hai điểm cực trị A, B sao cho độ dài $AB = \sqrt{2}$.
- A. $m = 0$. B. $m = 0$ hoặc $m = 2$. C. $m = 1$. D. $m = 2$.
- Câu 38. (THPT Phú Lương - Thái Nguyên - 2018)** Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = mx^3 - 3mx^2 + 3m - 3$ có hai điểm cực trị A, B sao cho $2AB^2 - (OA^2 + OB^2) = 20$ (trong đó O là gốc tọa độ)
- A. $m = -1$. B. $m = 1$. C. $\begin{cases} m = -1 \\ m = -\frac{17}{11} \end{cases}$. D. $\begin{cases} m = 1 \\ m = -\frac{17}{11} \end{cases}$.

Dạng 5. Tìm m để hàm số trùng phương có cực trị thỏa mãn điều kiện cho trước

Một số công thức tính nhanh “thường gặp”
liên quan cực trị hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$

1 cực trị: $ab \geq 0$		3 cực trị: $ab < 0$	
$a > 0$: 1 cực tiểu	$a < 0$: 1 cực đại	$a > 0$: 1 cực đại, 2 cực tiểu	$a < 0$: 2 cực đại, 1 cực tiểu

$$A(0; c), B\left(-\sqrt{-\frac{b}{2a}}; -\frac{\Delta}{4a}\right), C\left(\sqrt{-\frac{b}{2a}}; -\frac{\Delta}{4a}\right) \Rightarrow AB = AC = \sqrt{\frac{b^4}{16a^2} - \frac{b}{2a}}, BC = 2\sqrt{-\frac{b}{2a}}$$

với $\Delta = b^2 - 4ac$

Phương trình qua điểm cực trị: $BC: y = -\frac{\Delta}{4a}$ và $AB, AC: y = \pm \left(\sqrt{\frac{-b}{2a}}\right)^3 x + c$

Gọi $\widehat{BAC} = \alpha$, luôn có: $8a(1 + \cos\alpha) + b^3(1 - \cos\alpha) = 0 \Rightarrow \cos\alpha = \frac{b^3 + 8a}{b^3 - 8a}$ và $S^2 = -\frac{b^5}{32a^3}$

Phương trình đường tròn đi qua $A, B, C: x^2 + y^2 - (c+n)x + c.n = 0$, với $n = \frac{2}{b} - \frac{\Delta}{4a}$ và bán

kinh đường tròn ngoại tiếp tam giác là $R = \left| \frac{b^3 - 8a}{8ab} \right|$

- Câu 1. (THPT Lương Thế Vinh - 2018)** Cho hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 2$. Diện tích S của tam giác có ba đỉnh là ba điểm cực trị của đồ thị hàm số đã cho có giá trị là

- A. $S = 3$. B. $S = \frac{1}{2}$. C. $S = 1$. D. $S = 2$.

Câu 2. (Chuyên Lê Hồng Phong - 2018) Tìm m để đồ thị hàm số $y = x^4 - 2mx^2 + 1$ có ba điểm cực trị $A(0; 1)$, B , C thỏa mãn $BC = 4$?

- A. $m = \sqrt{2}$. B. $m = 4$. C. $m = \pm 4$. D. $m = \pm\sqrt{2}$.

Câu 3. (Đề Minh Họa 2017) Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị của hàm số $y = x^4 + 2mx^2 + 1$ có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác vuông cân

- A. $m = \frac{1}{\sqrt[3]{9}}$. B. $m = 1$. C. $m = -\frac{1}{\sqrt[3]{9}}$. D. $m = -1$.

Câu 4. (Mã 105 -2017) Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị của hàm số $y = x^4 - 2mx^2$ có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác có diện tích nhỏ hơn 1.

- A. $0 < m < 1$ B. $m > 0$ C. $0 < m < \sqrt[3]{4}$ D. $m < 1$

Câu 5. (Chuyên Nguyễn Trãi - Hải Dương - Lần 2 - 2020) Cho hàm số $y = x^4 - 2mx^2 - 2m^2 + m^4$ có đồ thị (C) . Biết đồ thị (C) có ba điểm cực trị A, B, C thỏa mãn $ABCD$ là hình thoi với $D(0; -3)$. Số m thuộc khoảng nào sau đây?

- A. $m \in \left(\frac{1}{2}; \frac{9}{5}\right)$. B. $m \in \left(\frac{9}{5}; 2\right)$. C. $m \in \left(-1; \frac{1}{2}\right)$. D. $m \in (2; 3)$.

Câu 6. (THPT Lê Quý Đôn Đà Nẵng 2019) Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^4 - 2(m+1)x^2 + m^2$ có ba điểm cực trị tạo thành ba đỉnh của một tam giác vuông. Số phần tử của tập hợp S là

- A. 2. B. 0. C. 4. D. 1.

Câu 7. (THPT Đoàn Thượng - Hải Phòng 2019) Cho hàm số $y = x^4 - 2mx^2 + 1$ (1). Tổng lập phương các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số (1) có ba điểm cực trị và đường tròn đi qua 3 điểm này có bán kính $R = 1$ bằng

- A. $\frac{5-\sqrt{5}}{2}$. B. $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$. C. $2+\sqrt{5}$. D. $-1+\sqrt{5}$.

Câu 8. (THPT Minh Châu Hưng Yên 2019) Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^4 - 2m^2x^2 + m + 4$ có ba điểm cực trị tạo thành ba đỉnh của một tam giác đều?

- A. $m \in \{0; \sqrt{3}; -\sqrt{3}\}$ B. $m \in \{0; \sqrt[3]{3}; -\sqrt[3]{3}\}$ C. $m \in \{\sqrt{3}; -\sqrt{3}\}$ D. $m \in \{-\sqrt{3}; \sqrt{3}\}$

Câu 9. (THPT Quang Trung Đống Đa Hà Nội 2019) Tìm m để đồ thị hàm số $y = x^4 - 2m^2x^2 + 1$ có 3 điểm cực trị lập thành một tam giác vuông cân.

- A. $m = 1$. B. $m \in \{-1; 1\}$. C. $m \in \{-1; 0; 1\}$. D. $m \in \emptyset$.

Câu 10. (Toán Học Tuổi Trẻ Số 5) Tìm tất cả các giá trị m sao cho đồ thị hàm số $y = x^4 + (m+1)x^2 - 2m - 1$ có ba điểm cực trị là ba đỉnh của một tam giác có một góc bằng 120° .

- A. $m = -1 - \frac{2}{\sqrt[3]{3}}$. B. $m = -1 - \frac{2}{\sqrt[3]{3}}, m = -1$.
C. $m = -\frac{1}{\sqrt[3]{3}}$. D. $m < -1$.

Câu 11. (Chuyên Lương Văn Chánh - Phú Yên - 2018) Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị (C) của hàm số $y = x^4 - 2m^2x^2 + m^4 + 5$ có ba điểm cực trị, đồng thời ba điểm cực trị đó cùng với gốc tọa độ O tạo thành một tứ giác nội tiếp. Tìm số phần tử của S .

- A. 1. B. 0. C. 2. D. 3.
- Câu 12. (Chuyên Quang Trung - 2018)** Cho hàm số $y = x^4 - 2mx^2 - 2m^2 + m^4$ có đồ thị (C) . Biết đồ thị (C) có ba điểm cực trị A, B, C và $ABDC$ là hình thoi trong đó $D(0; -3)$, A thuộc trục tung. Khi đó m thuộc khoảng nào?
- A. $m \in \left(\frac{9}{5}; 2\right)$. B. $m \in \left(-1; \frac{1}{2}\right)$. C. $m \in (2; 3)$. D. $m \in \left(\frac{1}{2}; \frac{9}{5}\right)$.
- Câu 13. (THPT Nguyễn Huệ - Ninh Bình - 2018)** Cho hàm số $y = -x^4 + 2mx^2 + 2$ có đồ thị (C_m) . Tìm m để đồ thị hàm số có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác vuông.
- A. $m = \sqrt[3]{3}$. B. $-m = \sqrt[3]{3}$. C. $m = -1$. D. $m = 1$.
- Câu 14. (CHUYÊN ĐHS PHN - 2018)** Gọi A, B, C là các điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 4$. Bán kính đường tròn nội tiếp tam giác ABC bằng
- A. 1. B. $\sqrt{2} + 1$. C. $\sqrt{2} - 1$. D. $\sqrt{2}$.
- Câu 15. (Hồng Bàng - Hải Phòng - 2018)** Cho hàm số $y = x^4 + 2(m-4)x^2 + m + 5$ có đồ thị (C_m) . Tìm m để (C_m) có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác nhọn gốc tọa độ O làm trọng tâm.
- A. $m = 1$ hoặc $m = \frac{17}{2}$. B. $m = 1$. C. $m = 4$. D. $m = \frac{17}{2}$.
- Câu 16. (Chuyên Vĩnh Phúc 2018)** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị của hàm số $y = x^4 - 2mx^2$ có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác có diện tích nhỏ hơn 1.
- A. $m < 1$. B. $0 < m < 1$. C. $0 < m < \sqrt[3]{4}$. D. $m > 0$.
- Câu 17. (Liên Trường - Nghệ An -2018)** Gọi m_0 là giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^4 + 2mx^2 - 1$ có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác có diện tích bằng $4\sqrt{2}$. Mệnh đề nào sau đây đúng
- A. $m_0 \in (-1; 0]$. B. $m_0 \in (-2; -1]$. C. $m_0 \in (-\infty; -2]$. D. $m_0 \in (-1; 0)$.
- Câu 18. (Chuyên Bắc Ninh - 2018)** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị của hàm số $y = x^4 - 2(m+1)x^2 + m^2$ có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác vuông cân.
- A. $m = 0$. B. $m = -1; m = 0$. C. $m = 1$. D. $m = 1; m = 0$.
- Câu 19. (THPT Triệu Thị Trinh - 2018)** Cho hàm số: $y = x^4 + 2mx^2 + m^2 + m$. Tìm m để đồ thị hàm số có 3 điểm cực trị lập thành tam giác có một góc bằng 120° .
- A. $m = \frac{-1}{\sqrt{3}}$. B. $m = \frac{1}{\sqrt{3}}$. C. $m = \frac{-1}{\sqrt[3]{3}}$. D. $m = \frac{1}{\sqrt[3]{3}}$.
- Câu 20. (THPT Thái Phiên - Hải Phòng - 2018)** Đồ thị hàm số $y = x^4 - 2mx^2 - m$ có ba điểm cực trị và đường tròn đi qua ba điểm cực trị này có bán kính bằng 1 thì giá trị của m là:
- A. $m = 1; m = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$. B. $m = 1; m = \frac{-1+\sqrt{5}}{2}$.
C. $m = -1; m = \frac{-1+\sqrt{5}}{2}$. D. $m = -1; m = \frac{-1-\sqrt{5}}{2}$.

Dạng 6. Tìm m để hàm số bậc 2 trên bậc 1 có cực trị thỏa mãn yêu cầu bài toán

- Câu 1. (Toán Học Tuổi Trẻ Số 5)** Viết phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 + 2x + 3}{2x + 1}$.
- A. $y = 2x + 2$. B. $y = x + 1$. C. $y = 2x + 1$. D. $y = 1 - x$.

- Câu 2. (ĐHQG Hà Nội - 2020)** Điều kiện của tham số m để hàm số $y = \frac{x^2 - mx}{1 - x}$ có cực đại và cực tiểu là
- A. $m < 0$. B. $m > -1$. C. $m < 2$. D. $m > -2$.
- Câu 3. (Chuyên KHTN - Hà Nội - Lần 3)** Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 + mx + 2m}{x + 1}$ có hai điểm cực trị A, B và tam giác OAB vuông tại O . Tổng tất cả các phần tử của S bằng
- A. 9. B. 1. C. 4. D. 5.
- Câu 4. (Chuyên Lê Hồng Phong - Nam Định - 2020)** Biết rằng đồ thị $(H): y = \frac{x^2 + 2x + m}{x - 2}$ (với m là tham số thực) có hai điểm cực trị là A, B . Hãy tính khoảng cách từ gốc tọa độ $O(0;0)$ đến đường thẳng AB .
- A. $\frac{2}{\sqrt{5}}$. B. $\frac{\sqrt{5}}{5}$. C. $\frac{3}{\sqrt{5}}$. D. $\frac{1}{\sqrt{5}}$.
- Câu 5. (Chuyên Hùng Vương - Phú Thọ - 2018)** Gọi S là tập hợp các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 + mx + m^2}{x - 1}$ có hai điểm cực trị A, B . Khi $\angle AOB = 90^\circ$ thì tổng bình phương tất cả các phần tử của S bằng:
- A. $\frac{1}{16}$. B. 8. C. $\frac{1}{8}$. D. 16.
- Câu 6. (Chuyên KHTN - 2018)** Với tham số m , đồ thị của hàm số $y = \frac{x^2 - mx}{x + 1}$ có hai điểm cực trị A, B và $AB = 5$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?
- A. $m > 2$. B. $0 < m < 1$. C. $1 < m < 2$. D. $m < 0$.
- Câu 7. (Cụm 5 Trường Chuyên - ĐBSH - 2018)** Cho hàm số $y = \frac{x^2 - |m|x + 4}{x - |m|}$. Biết rằng đồ thị hàm số có hai điểm cực trị phân biệt là A, B . Tìm số giá trị m sao cho ba điểm $A, B, C(4;2)$ phân biệt và thẳng hàng.
- A. 0. B. 2. C. 1. D. 3.
- Câu 8. (THCS - THPT Nguyễn Khuyến - 2018)** Giá trị của tham số m để hàm số $y = \frac{x^2 + mx + 1}{x + m}$ đạt cực đại tại điểm $x_0 = 2$ là:
- A. $m = -1$. B. $m = -3$. C. $m = 1$. D. $m = 3$.
- Câu 9. (THPT Nam Trực - Nam Định - 2018)** Cho hàm số $y = \frac{x^2 - 2mx + m + 2}{2x - 2m}$. Để hàm số có cực đại và cực tiểu, điều kiện của tham số m là:
- A. $\begin{cases} m < -1 \\ m > 2 \end{cases}$ B. $-1 < m < 2$. C. $-2 < m < 1$. D. $\begin{cases} m < -2 \\ m > 1 \end{cases}$.
- Câu 10. (Chuyên Nguyễn Đình Triều - Đồng Tháp - 2018)** Để hàm số $y = \frac{x^2 + mx + 1}{x + m}$ đạt cực đại tại $x = 2$ thì m thuộc khoảng nào?
- A. $(0;2)$. B. $(-4;-2)$. C. $(-2;0)$. D. $(2;4)$.

Câu 11. (Chuyên Quốc Học Huế 2019) Cho hàm số $y = x + p + \frac{q}{x+1}$ đạt cực đại tại điểm $A(-2; -2)$.

Tính pq .

- A. $pq = 2$. B. $pq = \frac{1}{2}$. C. $pq = \sqrt{3}$. D. $pq = 1$.

Câu 12. Cho hàm số $y = \frac{x^2 + mx + 1}{x + m}$ (với m là tham số). Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số có giá trị cực đại là 7.

- A. $m = 7$. B. $m = 5$. C. $m = -9$. D. $m = -5$.

BẠN HỌC THAM KHẢO THÊM DẠNG CÂU KHÁC TẠI

☞ <https://drive.google.com/drive/folders/15DX-hbY5paR0iUmcs4RU1DkA1-7QpKlG?usp=sharing>

Theo dõi Fanpage: **Nguyễn Bảo Vương** ☞ <https://www.facebook.com/tracnghiemtoanthpt489/>

Hoặc Facebook: **Nguyễn Vương** ☞ <https://www.facebook.com/phong.baovuong>

Tham gia ngay: **Nhóm Nguyễn Bảo Vương (TÀI LIỆU TOÁN)** ☞ <https://www.facebook.com/groups/703546230477890/>

Ấn sub kênh Youtube: Nguyễn Vương

☞ https://www.youtube.com/channel/UCQ4u2J5gIEI1iRUbT3nwJfA?view_as=subscriber

Tải nhiều tài liệu hơn tại: <http://diendangiaovientoan.vn/>

ĐỂ NHẬN TÀI LIỆU SỚM NHẤT NHÉ!