# DẠNG : BẤT ĐẲNG THỨC BUNHIACOPSKI - CAUCHY- SCHWARZ ( BCS)

- Cho hai dãy n số thực $a_1, a_2, ..., a_n$ và $b_1, b_2, ..., b_n$.

Khi đó : $\left(a_1^2 + a_2^2 + ... + a_n^2\right)\left(b_1^2 + b_2^2 + ... + b_n^2\right) \geq \left(a_1 b_1 + a_2 b_2 + ... + a_n b_n\right)^2$.

Đẳng thức xảy ra $\Leftrightarrow \dfrac{a_1}{b_1} = \dfrac{a_2}{b_2} = ... = \dfrac{a_n}{b_n}$

- Cho hai dãy n số thực $a_1, a_2, ..., a_n$ và $b_1, b_2, ..., b_n$ với $b_i > 0, \forall i$

Khi đó : $\dfrac{a_1^2}{b_1} + \dfrac{a_2^2}{b_2} + ... + \dfrac{a_n^2}{b_n} \geq \dfrac{\left(a_1 + a_2 + ... + a_n\right)^2}{b_1 + b_2 + ... + b_n}$

Đẳng thức xảy ra $\Leftrightarrow \dfrac{a_1}{b_1} = \dfrac{a_2}{b_2} = ... = \dfrac{a_n}{b_n}$

**1)** Cho số thực x, y thỏa : $2x + y \geq 5$.Chứng minh: $3x^2 + 4y^2 \geq \dfrac{300}{19}$

**2)** Cho $a, b, c \geq 0 : a^2 + b^2 + c^2 = 6$. Chứng minh: $3a + 2b + c \leq 2\sqrt{17}$

**3)** Cho số thực x, y, z $\geq -\dfrac{1}{4}$ thỏa : x+y+z = 1.Chứng minh: $\sqrt{4x+1} + \sqrt{4y+1} + \sqrt{4z+1} \leq \sqrt{21}$

**4)** Cho a,b,c > 0 .Chứng minh :

a) $\dfrac{1}{a} + \dfrac{1}{b} \geq \dfrac{4}{a+b}$ b) $\dfrac{1}{a} + \dfrac{4}{b} + \dfrac{9}{c} \geq \dfrac{36}{a+b+c}$ c) $\dfrac{a^2}{b} + \dfrac{b^2}{c} + \dfrac{c^2}{a} \geq a+b+c$

d) $\dfrac{a^3}{b} + \dfrac{b^3}{c} + \dfrac{c^3}{a} \geq a^2 + b^2 + c^2$ e) $\dfrac{a^2}{b+c} + \dfrac{b^2}{c+a} + \dfrac{c^2}{a+b} \geq \dfrac{a+b+c}{2}$ f) $\dfrac{a^3}{b+c} + \dfrac{b^3}{c+a} + \dfrac{c^3}{a+b} \geq a^2 + b^2 + c^2$

g) $\dfrac{1}{a+2b} + \dfrac{1}{b+2a} \leq \dfrac{1}{3a} + \dfrac{1}{3b}$ h) $\dfrac{1}{a+2b+3c} + \dfrac{1}{b+2c+3a} + \dfrac{1}{c+2a+3b} \leq \dfrac{1}{6a} + \dfrac{1}{6b} + \dfrac{1}{6c}$

**5)** Cho a,b,c,d,e,f > 0 .Chứng minh :

a) $\dfrac{a}{b+c} + \dfrac{b}{c+a} + \dfrac{c}{a+b} \geq \dfrac{3}{2}$ ( bđt **Nesbit cho 3 số dương** )

b) $\dfrac{a}{b+c} + \dfrac{b}{c+d} + \dfrac{c}{d+a} + \dfrac{d}{a+b} \geq 2$ ( bđt **Nesbit cho 4 số dương** )

c) $\dfrac{a}{b+c} + \dfrac{b}{c+d} + \dfrac{c}{d+e} + \dfrac{d}{e+f} + \dfrac{e}{f+a} + \dfrac{f}{a+b} \geq 3$ ( bđt **Nesbit cho 6 số dương** )

**6)** Cho a,b,c > 0 .Chứng minh :

a) $\dfrac{a^2}{b} + \dfrac{b^2}{a} \geq \sqrt{2\left(a^2 + b^2\right)}$ b) $\dfrac{a^2}{b} + \dfrac{b^2}{c} + \dfrac{c^2}{a} \geq \sqrt{3\left(a^2 + b^2 + c^2\right)}$ c) $\dfrac{a^2}{b+c} + \dfrac{b^2}{c+a} + \dfrac{c^2}{a+b} \geq \dfrac{\sqrt{3\left(a^2 + b^2 + c^2\right)}}{2}$

**7)** Cho a,b,c > 0 .Chứng minh : $\dfrac{25a}{b+c} + \dfrac{16b}{c+a} + \dfrac{c}{a+b} > 8$ ( Thi HSG_THPT_2003)

**8)** Cho a,b,c > 0 thỏa : $\frac{1}{a^2+2}+\frac{1}{b^2+2}+\frac{1}{c^2+2}=1$. Chứng minh : $ab+bc+ca\le 3$

**9)** Cho a,b,c > 0 thỏa : $a^2+b^2+c^2=3$. Chứng minh : $\frac{1}{2-a}+\frac{1}{2-b}+\frac{1}{2-c}\ge 3$

**10)** Cho a,b,c > 0 . Chứng minh : $\left(\frac{a}{b+2c}\right)^2+\left(\frac{b}{c+2a}\right)^2+\left(\frac{c}{a+2b}\right)^2\ge\frac{1}{3}$

**11)** Cho a,b,c > 0 : abc = 1 . Chứng minh: $\frac{1}{a^3+b^3+1}+\frac{1}{b^3+c^3+1}+\frac{1}{c^3+a^3+1}\le 1$

HD: cm : $(a+b+c)^2\le\left(a^3+b^3+1\right)\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+c^2\right)$

**12)** Cho a,b,c > 0. Chứng minh : $\frac{a^2}{b}+\frac{b^2}{c}+\frac{c^2}{a}\ge a+b+c+\frac{4(a-b)^2}{a+b+c}$

**13)** Cho a, b, c > : abc = 1 . Chứng minh : $\frac{1}{a^4(a+b)}+\frac{1}{b^4(b+c)}+\frac{1}{c^4(c+a)}\ge\frac{3}{2}$