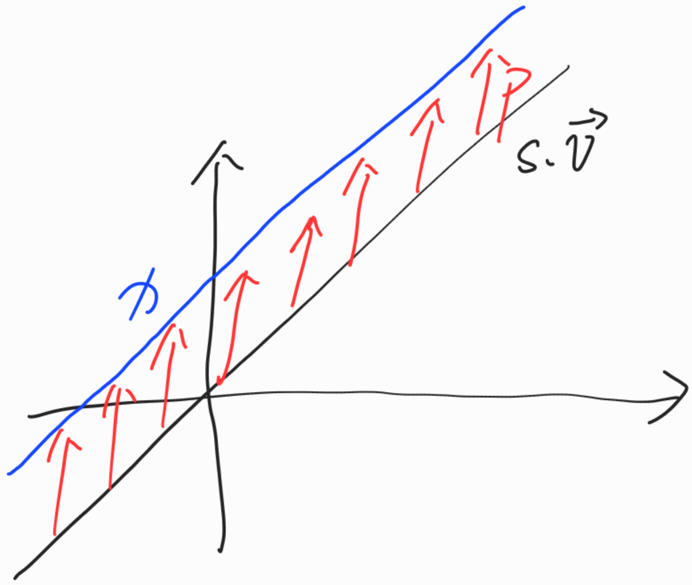
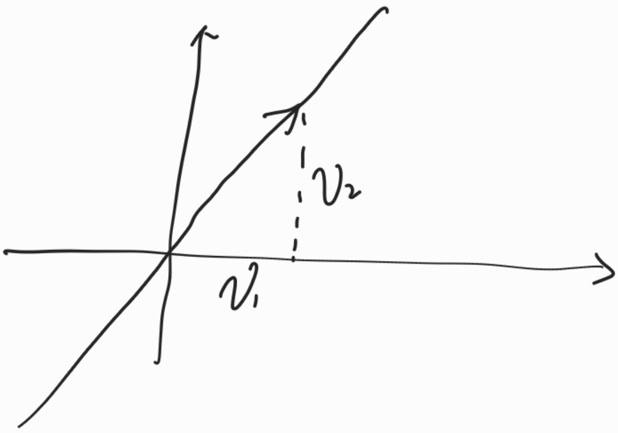
Generalise $x = p + s\cdot\vec{v}$ to $ax_1 + bx_2 = d$



$x = p + s\cdot\vec{v}$

总的来说，$x = p + s\cdot\vec{v}$ 为 $s\cdot\vec{v}$ 所表示的直线经过 p 变化所产生的线.

我们可以拆分 $y_1 = s\cdot\vec{v}$



如图，我们 generalise 线段.

y_1 为 $y = kx + b$ 形式，可得

$$\begin{cases} y = y_1 \\ k = \frac{v_2}{v_1} \\ b = 0 \end{cases}$$

对于目标式 $ax_1 + bx_2 = d$，我们可以将 x_1 看作 y.

则我们可得 $ay + bx = d$ ($x_1 = y$, $x_2 = x$). reorganise

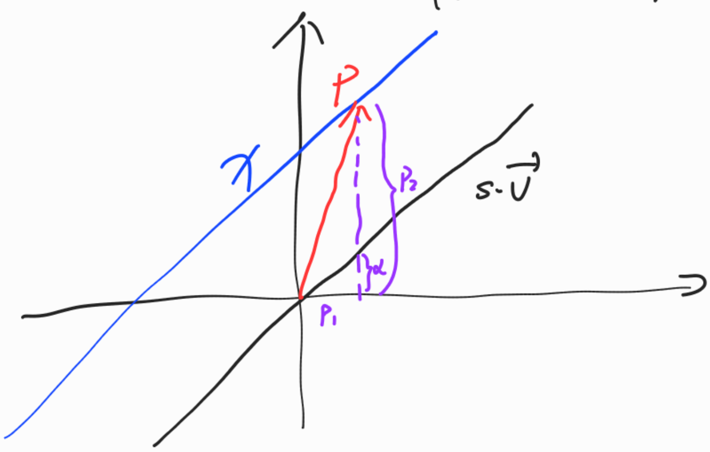
这个 formula，可得：$y = -\frac{b}{a}x + \frac{d}{a}$, $k = -\frac{b}{a}$, $b = \frac{d}{a}$

(对于一般式 $y=kx+b$).

跟据一个 $s\cdot\vec{v}+p$，其斜率不会发生改变，故可知.

$$k = -\frac{b}{a} = \frac{v_2}{v_1}$$

故对于方程，我们仍须知参数(或未知量 b)



我们分析在 $x=0$ 时的情况，易得 $\alpha = \frac{v_2}{v_1}p_1$

故可得截距 $b = p_2 - \alpha = p_2 - \frac{v_2}{v_1}p_1$

Reorganise all resource: 我们已知

$$\begin{cases} k = \frac{v_2}{v_1} \\ b = p_2 - \frac{v_2}{v_1}p_1 \end{cases}$$

，代入标准式 $y=kx+b$ 中，可得：

$$y = \frac{v_2}{v_1}x + p_2 - \frac{v_2}{v_1}p_1$$

$$x_1 = \frac{v_2}{v_1}x_2 + p_2 - \frac{v_2}{v_1}p_1$$

$$v_1x_1 = v_2x_2 + v_1p_2 - v_2p_1$$

$$\underbrace{v_1}_{a/b}x_1 - \underbrace{v_2}_{a/b}x_2 = \underbrace{v_1p_2 - v_2p_1}_{d}$$

所以

$$\begin{cases} a = -v_2 \\ b = v_1 \\ d = v_1p_2 - v_2p_1 \end{cases}$$