Métodos numéricos **Nombre:** *Kevin Pallo*
2020-A
Demostración de la formula de falsa posición
16/07/2020

- **Algoritmo de Thomas.**

Resolver el siguiente sistemas de ecuaciones lineales utilizando el algoritmo de Thomas

$$\begin{pmatrix} 9 & 3 & 0 \\ 3 & 7 & 2 \\ 0 & 7 & 8 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 24 \\ 22 \\ 22 \end{pmatrix}$$

Para este ejemplo utilizaremos la siguiente distribución de elementos en la matrz

$$\begin{pmatrix} a_{0,0} & a_{0,1} & a_{0,2} \\ a_{1,0} & a_{1,1} & a_{1,2} \\ a_{2,0} & a_{2,1} & a_{2,2} \end{pmatrix}$$

Primero utilizamos la sentencia for i=1 to i=2
con i=1

$$a_{1,1} = a_{1,1} - \frac{(a_{1,0})(a_{0,1})}{a_{0,0}} = 7 - \frac{(3)(3)}{9} = 6$$

$$b_1 = b_1 - \frac{(a_{1,0})(b_0)}{a_{0,0}} = 22 - \frac{(3)(24)}{9} = 14$$

$$a_{1,0} = 0$$

con i=2

$$a_{2,2} = a_{2,2} - \frac{(a_{2,1})(a_{1,2})}{a_{1,1}} = 8 - \frac{(7)(2)}{6} = \frac{17}{3}$$

$$b_2 = b_2 - \frac{(a_{2,1})(b_1)}{a_{1,1}} = 22 - \frac{(7)(14)}{6} = \frac{17}{3}$$

$$a_{2,1} = 0$$

Se obtiene :

$$\begin{pmatrix} 9 & 3 & 0 \\ 0 & 6 & 2 \\ 0 & 0 & 5.66 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 24 \\ 14 \\ 5.66 \end{pmatrix}$$

Ahora buscamos los valores del vector solución.

$$X_2 = \frac{b_2}{a_{2,2}} = \frac{5.66}{5.66} = 1$$

Ahora utilizamos la sentencia for k=1 to 0

con k=1

$$x_1 = \frac{b_1 - (a_{1,2})(x_2)}{a_{1,1}} = \frac{14 - 2(1)}{6} = 2$$

con k=2

$$x_0 = \frac{b_0 - (a_{0,1})(x_1)}{a_{0,0}} = \frac{24 - 3(2)}{9} = 2$$

Con el procedimiento anterior se obtiene:

$x_0 = 2 \quad x_1 = 2 \quad x_3 = 1$

Por lo tanto el vector solucion es : $\begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$

- **Algoritmo de Gauss Jacobi**

Resolver el siguiente sistemas de ecuaciones lineales utilizando el algoritmo de Gauss Jacobi

$$\begin{pmatrix} 9 & 3 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \\ 1 & 3 & 16 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \\ 40 \end{pmatrix}$$

Para este ejemplo utilizaremos la siguiente distribución de elementos en la matriz $\begin{pmatrix} a_{0,0} & a_{0,1} & a_{0,2} \\ a_{1,0} & a_{1,1} & a_{1,2} \\ a_{2,0} & a_{2,1} & a_{2,2} \end{pmatrix}$, al vector $\vec{x}$ como estimativa inicial. $\vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ y una tolerancia de $1e-5$

El método de Gauss Jacobi es un algoritmo iterativo, en este caso ejecutaremos las mismas instrucciones mientras $\left| \frac{X_i^{K+1} - X_i^K}{X_i^K} \right| < 1e-5$

Para comenzar utilizaremos la instrucción **for i=0 to 2**

Con i=0

$x_0 = \frac{1}{9}(13 - (3 * 1 + 1 * 1)) = 1$

Con i=1

$x_1 = \frac{1}{3}(5 - (1 * 1 + 1 * 1)) = 1$

Con i=2

$x_2 = \frac{1}{15}(40 - (1 * 1 + 3 * 1)) = \frac{12}{5}$

Como la condición establecida no se cumple continuamos ejecutando las mismas instrucciones.

Con i=0
$x_0 = \frac{1}{9}(13 - (3 * 1 + 1 * 12/5)) = \frac{38}{45}$

Con i=1
$x_1 = \frac{1}{3}(5 - (1 * 38/45 + 1 * 12/5)) = \frac{79}{135}$

Con i=2
$x_2 = \frac{1}{15}(40 - (1 * 38/45 + 3 * 79/135)) = \frac{157}{75}$

Como la condición establecida no se cumple continuamos ejecutando las mismas instrucciones.

Con i=0
$x_0 = \frac{1}{9}(13 - (3 * 79/135 + 1 * 157/75)) = \frac{2059}{2025}$

Con i=1
$x_1 = \frac{1}{3}(5 - (1 * 2059/2025 + 1 * 157/75)) = \frac{3827}{6075}$

Con i=2
$x_2 = \frac{1}{15}(40 - (1 * 2059/2025 + 3 * 3827/6075)) = \frac{2782}{1125}$

Como se puede observar los valores del vector $\vec{x}$ en cada interacción se acerca mas al vector solución, el procedimiento parará cuando se cumpla la condición establecida y mostrara el vector solución con un error igual a la tolerancia.