

#### Ayudantía 9: Insertion Sort, Merge Sort y Quick Sort

**Objetivo Principal:** Conocer cómo analizar e implementar los algoritmos de ordenamiento Insertion Sort, Merge Sort y Quick Sort, comparándolos y analizando su complejidad algorítmica.

**Autor:** Kevin Pizarro Aguirre

#### 1. Insertion Sort

Este es uno de los algoritmos de ordenamiento "precipitados", aquellos que se vienen a la mente como primera idea. Su pseudocódigo está descrito a continuación.

```
Insertion-Sort(A)
   for j \leftarrow 2 to length[A]
2
         do key \leftarrow A[j]
3
              \triangleright Insert A[j] into the sorted
                       sequence A[1..j-1].
4
              i \leftarrow j - 1
              while i > 0 and A[i] > key
5
                  do A[i+1] \leftarrow A[i]
                      i \leftarrow i - 1
7
8
              A[i+1] \leftarrow key
```

Figura 1: Pseudo código para algoritmo Insertion Sort.

Al analizar el algoritmo nos daremos cuenta que su complejidad algorítmica viene dada por  $T(n) = \Theta(n^2)$ , los siguientes algoritmos que se verán superan este desempeño.

### 2. Merge Sort

Este es uno de los algoritmos de ordenamiento basados en el dicho *Divide et Impera* (Dividir y Conquistar), aquellos que particionan el problema original en sub problemas más pequeños y *conquistar* el problema mayor u original. En esencia es un algoritmo que divide el arreglo de datos en sub arreglos, hasta el mínimo posible y luego los une ordenadamente. Consiste en una sub-rutina llamada *Merge* y el algoritmo principal *MergeSort*.

```
MERGE(A, p, q, r)
                                               1 \quad n_1 = q - p + 1
                                               2 n_2 = r - q
                                               3 let L[1..n_1 + 1] and R[1..n_2 + 1] be new arrays
                                               4 for i = 1 to n_1
                                                      L[i] = A[p+i-1]
                                               5
Merge-Sort(A, p, r)
                                               6 for j = 1 to n_2
   if p < r
1
                                               7
                                                      R[j] = A[q+j]
2
        q = |(p+r)/2|
                                               8 L[n_1 + 1] = \infty
3
        MERGE-SORT(A, p, q)
                                               9 R[n_2 + 1] = \infty
                                              10 i = 1
4
        MERGE-SORT(A, q + 1, r)
                                              11 j = 1
5
        MERGE(A, p, q, r)
                                                  for k = p to r
                                              12
                                              13
                                                      if L[i] \leq R[j]
                                              14
                                                          A[k] = L[i]
                                              15
                                                          i = i + 1
                                                      else A[k] = R[j]
                                              16
                                              17
                                                          j = j + 1
```

Figura 2: Pseudo código para algoritmo Merge Sort, con su sub-rutina Merge.

Al analizar el algoritmo nos daremos cuenta que su complejidad algorítmica viene dada por  $T(n) = 2T(n/2) + \Theta(n)$ , aplicando el método maestro (caso 2 con k = 0) se tiene  $T(n) = \Theta(n \log n)$ . Uno de los problemas es que usa espacio para la creación de los sub-arreglos temporales.

# 3. Quick Sort

Este es otro de los algoritmos de ordenamiento basados en el dicho *Divide et Impera*, explicado en Merge Sort. En esencia, es un algoritmo que utiliza uno de los elementos como pivote, luego todos los elementos de menor valor que el pivote serán posicionados a la izquierda y los mayores a la derecha, para así aplicar recursividad en los sub-arreglos en las particiones generadas. Consiste en una sub-rutina llamada *Partition* y el algoritmo principal *QuickSort*.

```
PARTITION(A, p, r)
                                       x = A[r]
                                      i = p - 1
QUICKSORT(A, p, r)
                                       for j = p to r - 1
   if p < r
      q = PARTITION(A, p, r)
2
                                           if A[j] \leq x
      QUICKSORT(A, p, q - 1)
3
                                    5
                                               i = i + 1
      QUICKSORT(A, q + 1, r)
4
                                                exchange A[i] with A[j]
                                    6
                                       exchange A[i+1] with A[r]
                                       return i+1
```

Figura 3: Pseudo código para algoritmo Quick Sort, con su sub-rutina Partition.

Al analizar el algoritmo nos daremos cuenta que su complejidad algorítmica viene dada por  $T(n) = T(k) + T(n - k - 1) + \Theta(n)$ , donde k es el número de elementos menores que el pivote elegido. Si se analiza el peor caso, se llega a que k=0 luego  $T(n) = T(n - 1) + \Theta(n)$ , usando árbol de recursividad se llega a que su complejidad es  $T(n) = \Theta(n^2)$ . Pero se puede notar en realidad incluso si la distribución de las particiones es 10% y 90%,  $T(n) = T(n/10) + T(9n/10) + \Theta(n)$ , finalmente se llega a que en promedio la complejidad de *Quick Sort* es  $T(n) = \Theta(n \log n)$ .

Las implementaciones de los algoritmos con arreglos en C se pueden encontrar en el repositorio.

## 4. Ejercicios

Implemente los siguientes algoritmos de ordenamiento con listas simplemente enlazadas.

- a) Insertion Sort.
- b) Merge Sort.
- c) Quick Sort.