

## Ayudantía 10: Heap Sort, Radix Sort y Counting Sort

**Objetivo Principal:** Conocer cómo analizar e implementar los algoritmos de ordenamiento Heap Sort, Radix Sort y Counting Sort, comparándolos y analizando su complejidad algorítmica.

**Autor:** Kevin Pizarro Aguirre

### 1. Heap Sort

Uno de los tres grandes algoritmos de ordenamiento<sup>1</sup> basados en comparación y sin conocimiento de los datos. Usa como base la estructura de datos heap, ya sea max-heap para ordenar ascendentemente o min-heap para ordenar descendientemente. El max-heap consiste en que el nodo padre siempre será de valor mayor que los hijos, para min-heap funciona con valor menor que los hijos.

<p><b>HEAPSORT(<i>A</i>)</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1 <b>BUILD-MAX-HEAP</b>(<i>A</i>)</li> <li>2 <b>for</b> <i>i</i> = <i>A.length</i> <b>downto</b> 2</li> <li>3     <b>exchange</b> <i>A</i>[1] with <i>A</i>[<i>i</i>]</li> <li>4     <i>A.heap-size</i> = <i>A.heap-size</i> - 1</li> <li>5     <b>MAX-HEAPIFY</b>(<i>A</i>, 1)</li> </ol> <p><b>BUILD-MAX-HEAP</b>(<i>A</i>)</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1 <i>A.heap-size</i> = <i>A.length</i></li> <li>2 <b>for</b> <i>i</i> = <math>\lfloor A.length/2 \rfloor</math> <b>downto</b> 1</li> <li>3     <b>MAX-HEAPIFY</b>(<i>A</i>, <i>i</i>)</li> </ol>	<p><b>MAX-HEAPIFY</b>(<i>A</i>, <i>i</i>)</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1 <i>l</i> = <b>LEFT</b>(<i>i</i>)</li> <li>2 <i>r</i> = <b>RIGHT</b>(<i>i</i>)</li> <li>3 <b>if</b> <i>l</i> ≤ <i>A.heap-size</i> and <i>A</i>[<i>l</i>] &gt; <i>A</i>[<i>i</i>]</li> <li>4     <i>largest</i> = <i>l</i></li> <li>5 <b>else</b> <i>largest</i> = <i>i</i></li> <li>6 <b>if</b> <i>r</i> ≤ <i>A.heap-size</i> and <i>A</i>[<i>r</i>] &gt; <i>A</i>[<i>largest</i>]</li> <li>7     <i>largest</i> = <i>r</i></li> <li>8 <b>if</b> <i>largest</i> ≠ <i>i</i></li> <li>9     <b>exchange</b> <i>A</i>[<i>i</i>] with <i>A</i>[<i>largest</i>]</li> <li>10    <b>MAX-HEAPIFY</b>(<i>A</i>, <i>largest</i>)</li> </ol>
---	---

Figura 1: Pseudo código para algoritmo *Heap Sort*, con sub-rutinas *Build-Max-Heap* y *Max-Heapify*.

Al analizar el algoritmo nos daremos cuenta que su complejidad algorítmica viene dada por  $T(n) = \Theta(n \log n)$ . La ventaja es que es ordenamiento en el lugar, no pide más memoria como es el caso de Merge Sort.

<sup>1</sup>Los otros son Merge Sort y Quick Sort.

## 2. Counting Sort

Uno de los algoritmos de ordenamiento en **tiempo lineal**<sup>2</sup>, pero que tiene restricciones en la entrada. Cada elemento de la entrada son enteros en el rango de 0 a  $k$  para algún  $k$  entero positivo. Se basa en contar cuantos elementos son menores al cual “estoy viendo” y luego posicionarlo en el lugar correspondiente. Notar que se utiliza un arreglo adicional para el algoritmo, es decir, más memoria.

COUNTING-SORT( $A, B, k$ )

```

1  let  $C[0..k]$  be a new array
2  for  $i = 0$  to  $k$ 
3       $C[i] = 0$ 
4  for  $j = 1$  to  $A.length$ 
5       $C[A[j]] = C[A[j]] + 1$ 
6  //  $C[i]$  now contains the number of elements equal to  $i$ .
7  for  $i = 1$  to  $k$ 
8       $C[i] = C[i] + C[i - 1]$ 
9  //  $C[i]$  now contains the number of elements less than or equal to  $i$ .
10 for  $j = A.length$  downto 1
11      $B[C[A[j]]] = A[j]$ 
12      $C[A[j]] = C[A[j]] - 1$ 

```

Figura 2: Pseudo código para algoritmo *Counting Sort*.

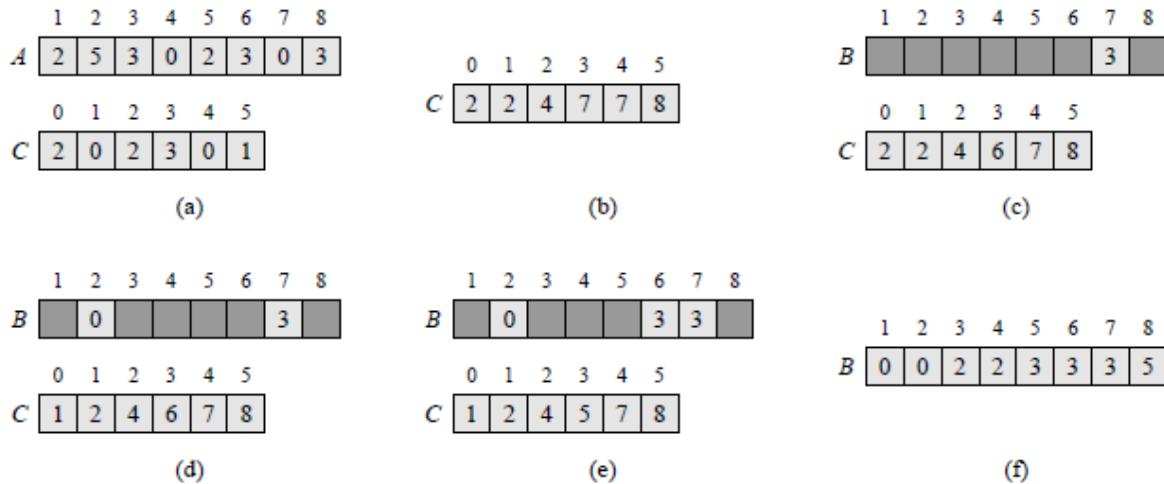


Figura 3: Ruteo para algoritmo *Counting Sort*.

Al analizar el algoritmo nos daremos cuenta que su complejidad algorítmica viene dada por  $T(n) = \Theta(n + k)$ , dependemos de la entrada y del rango de la entrada linealmente.

<sup>2</sup>Existen más que pueden ser revisados en el libro *Introduction to Algorithms*.

### 3. Radix Sort

Otro de los algoritmos de ordenamiento en **tiempo lineal**, pero que tiene restricciones en la entrada. Cada elemento de la entrada tiene la misma cantidad de dígitos ( $d$ ), son números enteros. Ordena desde el dígito menos significativo hasta el más significativo, desde el primer elemento hasta el último para orden ascendente.

```
RADIX-SORT( $A, d$ )  
1  for  $i = 1$  to  $d$   
2      use a stable sort to sort array  $A$  on digit  $i$ 
```

Figura 4: Pseudo código para algoritmo *Radix Sort*.

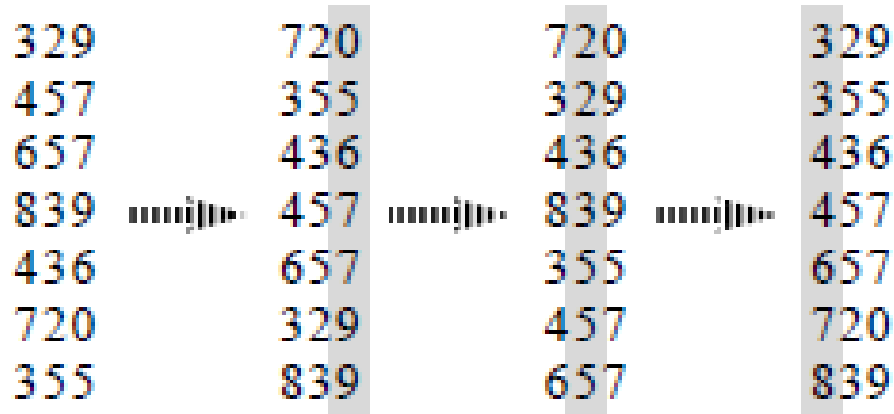


Figura 5: Ruteo para algoritmo *Radix Sort*.

Al analizar el algoritmo nos daremos cuenta que su complejidad algorítmica viene dada por  $T(n) = \Theta(n * d)$ , dependemos de la entrada y del rango de la entrada linealmente.

### 4. Ejercicios

- Buscar información sobre dónde puede ser implementado y la importancia de las estructuras del tipo heap y el algoritmo heapsort.