

AED2 2022 (1s) - EXERCÍCIO 9 - ÁRVORE VERMELHO E PRETA

Instruções:

1. E/S: tanto a entrada quanto a saída de dados devem ser "secas", ou seja, não devem apresentar frases explicativas. Siga o modelo fornecido e apenas complete as partes informadas (veja o exemplo abaixo);
2. Identificadores de variáveis: escolha nomes apropriados;
3. Documentação: inclua cabeçalho, comentários e indentação no programa;
4. Submeta o programa no sistema judge <http://judge.unifesp.br/aed2S01A2022/>;

Descrição:

Implemente as operações básicas de um algoritmo de pesquisa em Árvores Vermelho e Preto (AVP). Seu programa **deve** conter os seguintes procedimentos: (1) inicialização, (2) pesquisa, (3) inserção, (4) cálculo da altura do nó e (5) cálculo da altura-negra (altura máxima contando apenas os nós de cor preta). Para isso, considere:

- A altura de um nó x em uma AVP é a mesma já utilizada nas atividades anterior, sobre ABB e AVL. Isto é, a distância entre x e o seu descendente mais afastado, ou seja, a altura de x é o número de passos no mais longo caminho que leva de x até um nó folha;
- A **altura-negra** de um nó em uma AVP é a distância entre o nó x e o seu descendente mais afastado **contando apenas os nós de cor preta**, incluindo o próprio nó x , se este for da cor preta.

Lembre-se que, cada inserção em uma árvore AVP requer que se verifique o fator de balanceamento e, se necessário, uma rotação é realizada. As remoções também podem demandar rotações para manter a árvore balanceada.

Considere as seguintes condições:

1. A complexidade de cada procedimento implementado deve ser a mesma apresentada em aula;
2. O código-fonte **deve** ser escrito em C/C++ ou Java;
3. **Toda** memória alocada dinamicamente (C/C++) deve ser desalocada;

Solução que violem essas condições **não** serão aceitas.

ENTRADA:

A primeira linha da entrada consiste de uma lista de números inteiros positivos separados por espaços. Esses números devem ser inseridos na árvore. A sequência termina com um número inteiro negativo que não deve ser inserido.

A segunda linha contém outra lista de números inteiros positivos separados por espaços. Assim como na lista da primeira linha, um número inteiro negativo marca o final da lista. Cada um desses números, com exceção do número negativo, deve-se ser usado como chave de pesquisada na árvore. No caso de uma pesquisa sem sucesso, ou seja, o número não está na árvore, o número deverá ser inserido na árvore.

A terceira linha contém um único valor inteiro positivo a ser apenas **pesquisado** na árvore. Esse número pode ou não estar na árvore. Caso o valor não seja encontrado, ele **não** deve ser inserido.

SAÍDA:

A primeira linha da saída contém a altura máxima da ABB a partir do seu nó raiz seguida da altura da sub-árvore da esquerda e da direita do nó raiz. Esses valores devem ser calculados considerando apenas a árvore construída com os números da primeira linha da entrada.

Na segunda linha, deve ser impresso o valor da altura para todos os nós pesquisados e encontrados, ou seja, nós que já foram inseridos na árvore, seguido pela altura da esquerda e direita. Cada resultado deverá ser exibido em uma nova linha.

Na última linha de saída deve ser impresso o valor da **altura negra** do nó pesquisado (linha 03 dos dados de entrada). Caso esse valor pesquisado não seja encontrado, deve ser exibido "Valor nao encontrado".

Exemplos de entrada e saída:

- *input01:*

Entrada	Saída
6 4 3 2 1 -1	2, 2, 1
2 5 -1	1, 1, 1
6	1

Tabela 1: Exemplos de entrada e saída 01

A Figura 1 exibe a árvore Vermelha e Preta referente a entrada de dados constante da linha 01 do primeiro exemplo, onde a altura a partir do nó raiz é $h = 2$, com altura da esquerda $he = 2$ e da direita $hd = 1$.

Na Figura 2 tem-se a árvore binária do tipo Vermelha e Preta, onde o nó de valor 2, em destaque com borda verde, deverá retornar a altura, a altura à esquerda e à direita, $h = 1$, $he = 1$ e $hd = 1$.

Na Figura 3 tem-se a árvore após a última inserção, referente ao valor 5. Após esta etapa ainda será feita uma busca pelo valor 6 (definido na terceira linha dos dados de entrada), o qual, conforme se pode verificar na mesma Figura 3, tem altura negra 1.

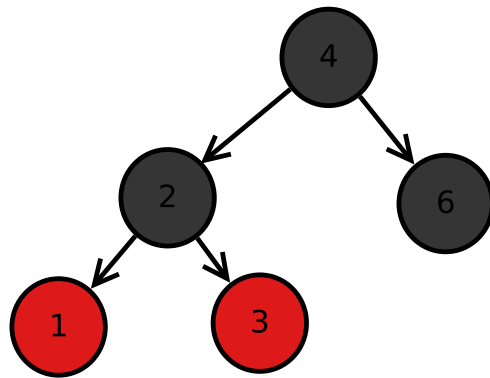


Figura 1: ABB do tipo vermelha e preta depois da inserção de todos elementos de entrada

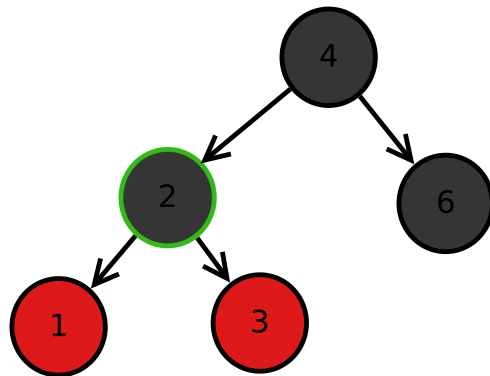


Figura 2: ABB do tipo Vermelha e preta com destaques para o nó 2, com borda verde, a ser pesquisado

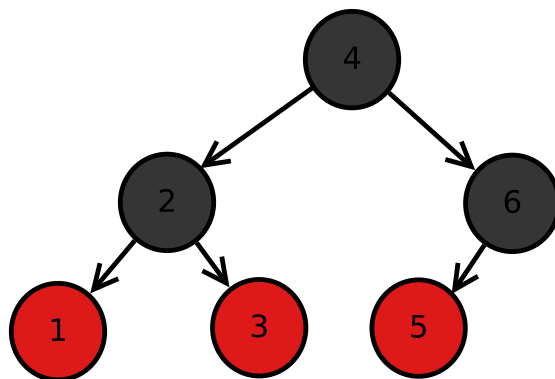


Figura 3: ABB Vermelha e Preta após a inserção do valor 5

- *input02*

Entrada	Saída
6 4 3 2 1 -1	2, 2, 1
2 5 -1	1, 1, 1
5	0

Tabela 2: Exemplos de entrada e saída 02

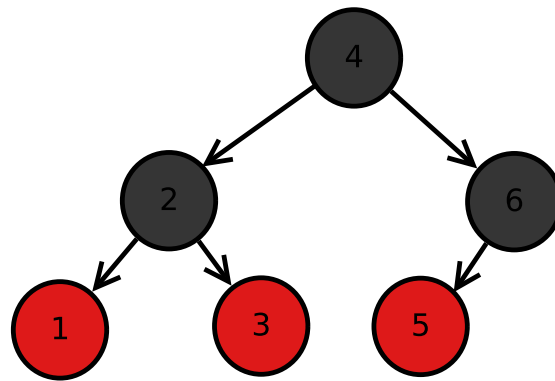


Figura 4: ABB do tipo vermelha e preta final

A Figura 4 exibe a árvore Vermelha e Preta referente a entrada de dados constante da linha 01, igual ao *input01*, porém agora a busca é para o valor 5 que retornará 0 de altura negra.

- *input03*

Entrada	Saída
6 4 3 2 1 5 7 8 -1	3, 2, 3
6 4 9 11 10 8 4 -1	2, 1, 2
6	3, 2, 3
	2, 1, 2
	2, 2, 1
	2

Tabela 3: Exemplos de entrada e saída 03

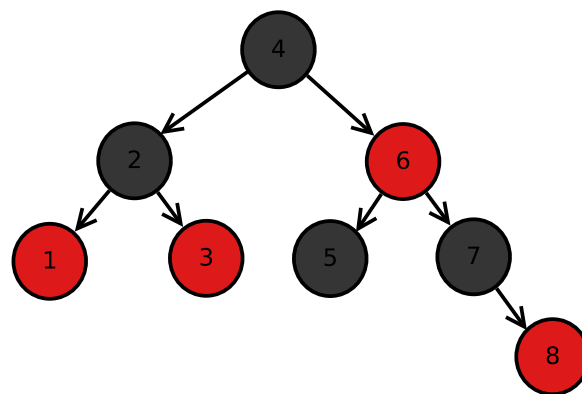


Figura 5: Árvore inicial do input3, após a inserção dos valores da primeira linha

A Figura 5 exibe a árvore Vermelha e Preta referente a entrada de dados constante da linha 01 do primeiro exemplo, onde a altura a partir do nó raiz é $h = 3$, com altura da esquerda $he = 2$ e da direita $hd = 3$.

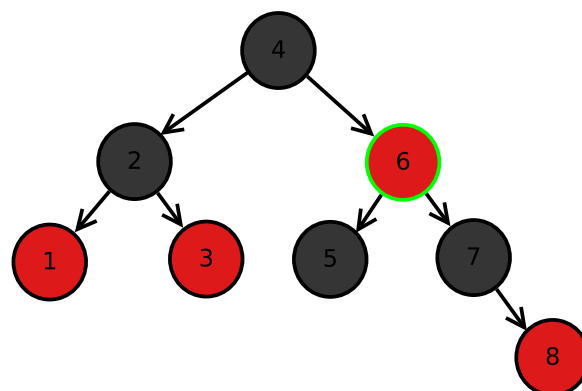


Figura 6: AVP com destaque para elemento de valor 6 buscado na árvore.

A Figura 6 destaca o valor 6, nó com borda verde, primeiro valor a tentar ser inserido, porém como o valor 6 já está inserido, deve-se exibir a altura do nó 6, altura da esquerda e da direita, ou seja, $h = 2$, com altura da esquerda $he = 1$ e da direita $hd = 2$.

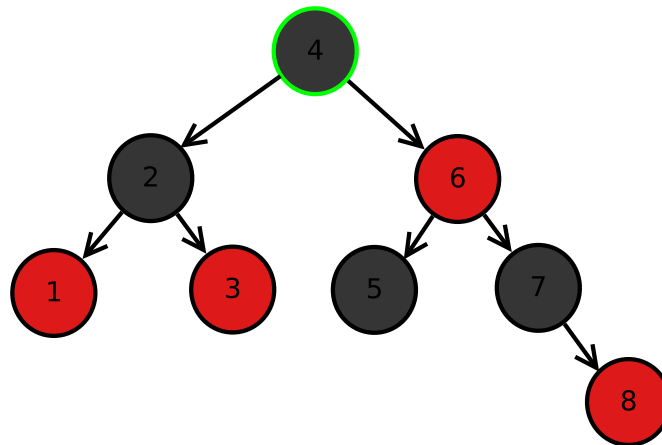


Figura 7: AVP com destaque para elemento de valor 4 buscado na árvore.

A Figura 7 refere-se a tentativa de buscar ou inserir o próximo valor da segunda linha de entrada, referente ao valor 4. Uma vez que este valor também já encontra-se na árvore, deve-se exibir os dados referente a altura do citado nó 4, ou seja, $h = 3$, $he = 2$ e $hd = 3$.

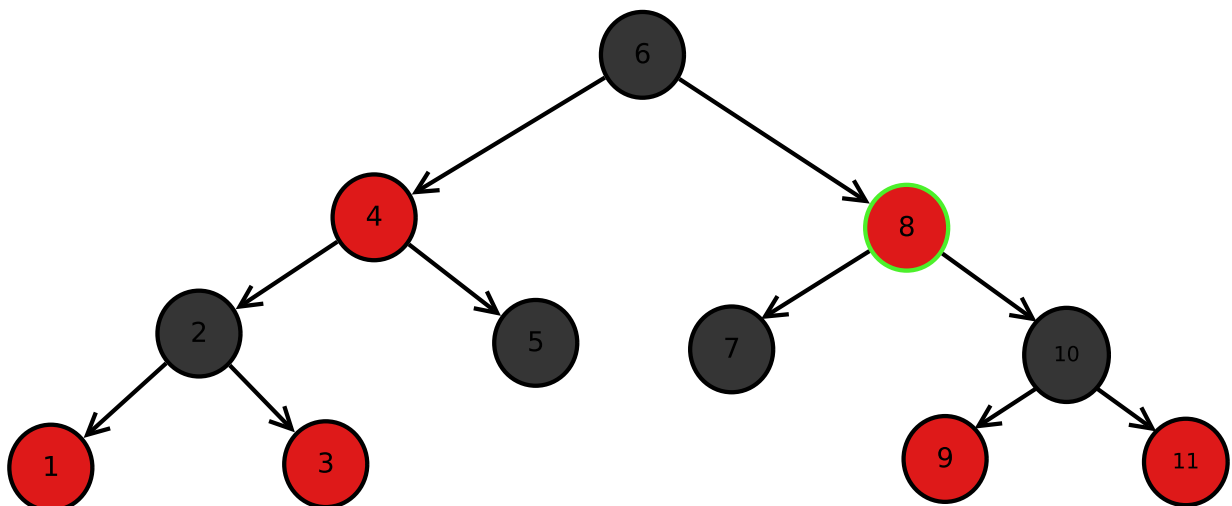


Figura 8: AVP após a inserção dos elementos constantes da segunda linha dos dados de entrada do input3.

A Figura 8 retrata como a AVP ficou após a inserção de todos os valores constantes da segunda linha dos dados de entrada. Destaca-se na mesma figura o valor 8, que já estava inserido desde a primeira linha, sendo necessário portanto retornar seus dados de altura, ou seja, $h = 2$, $he = 1$ e $hd = 2$.

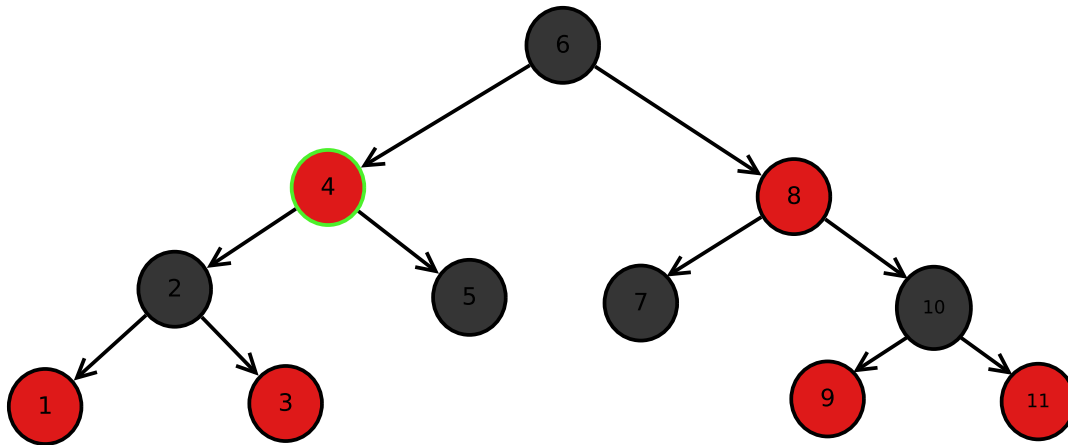


Figura 9: AVP final com destaque para a busca bem sucedida pelo nó de valor 4, já existente.

A Figura 9 destaca o valor 4, último valor da segunda linha dos dados de entrada. Como o valor 4 já está inserido, então é necessário retornar dados de sua altura, ou seja, $h = 2$, $he = 2$ e $hd = 1$. Após a busca pelo valor 4, deve ser efetuada uma busca pelo valor 20, conforme definido na última linha dos dados de entrada.

- *input04*

Entrada	Saída
6 4 3 2 1 5 7 8 -1	3, 2, 3
6 4 9 11 10 8 4 -1	2, 1, 2
20	3, 2, 3
	2, 1, 2
	2, 2, 1
	Valor nao encontrado

Tabela 4: Exemplos de entrada e saída 03

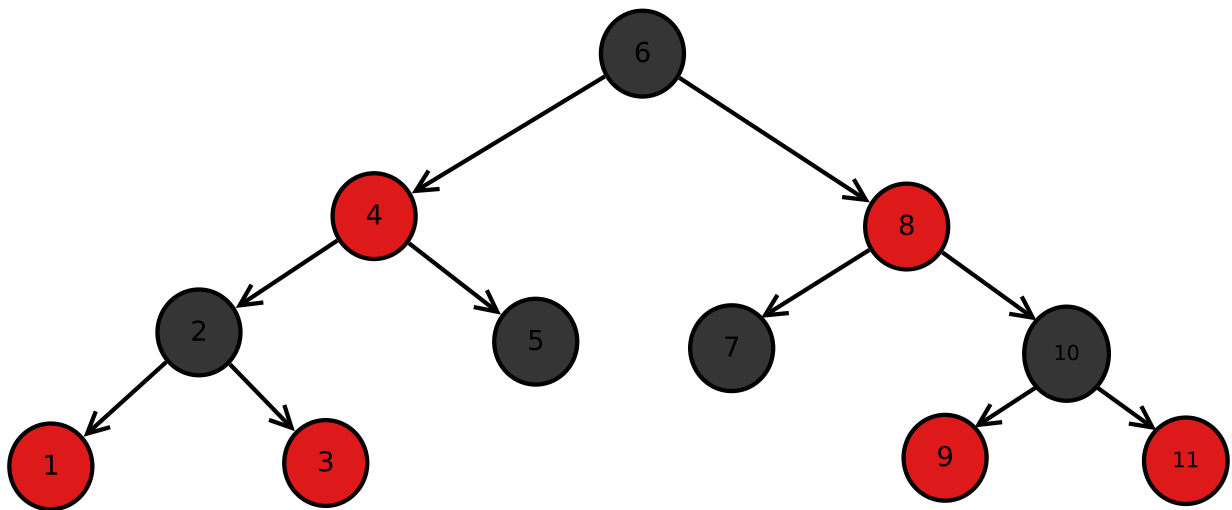


Figura 10: AVP após a inserção dos elementos constantes da segunda linha dos dados de entrada do *input4*.

A Figura 10 representa a árvore final após as inserções das linhas 01 e 02, igual ao *input03*. Porém a busca é para o valor 20. Como este valor não existe na AVP, deve-se retornar a mensagem: “Valor nao encontrado”.