

影像處理

(Image Processing)

真理大學 資訊工程系 吳汶涓老師

Course 10
數學形態學



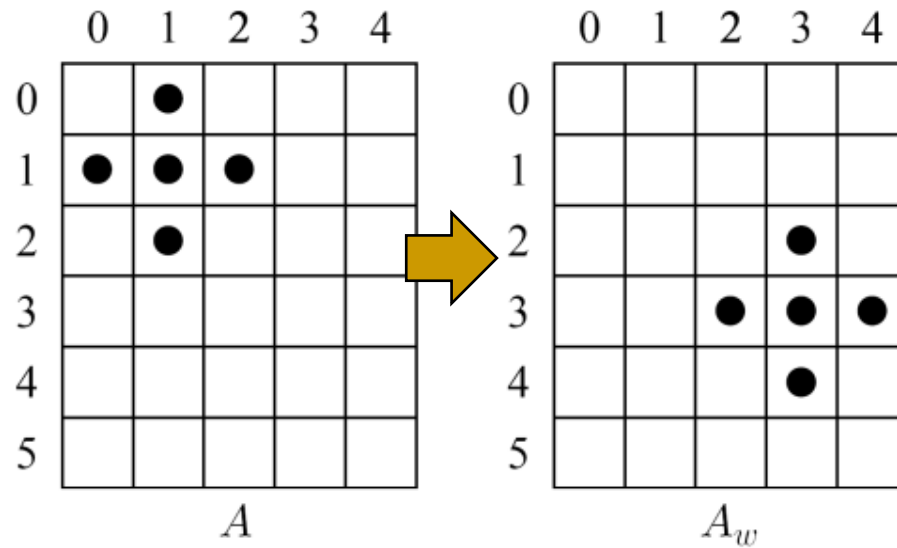
9.1 前言

- **數學形態學**（mathematical morphology），簡稱**形態學**，是影像處理的其中一環，專門用來處理、分析影像中的形狀。
- 首先針對二元數位影像，再延伸至灰階影像上。

9.2 基礎概念

■ 平移

$$A_w = \{(a, b) + (x, y) : (a, b) \in A\}$$



$$w = (2, 2)$$

圖 10.1 平移

■ 反射

$$\hat{A} = \{(-x, -y) : (x, y) \in A\}$$

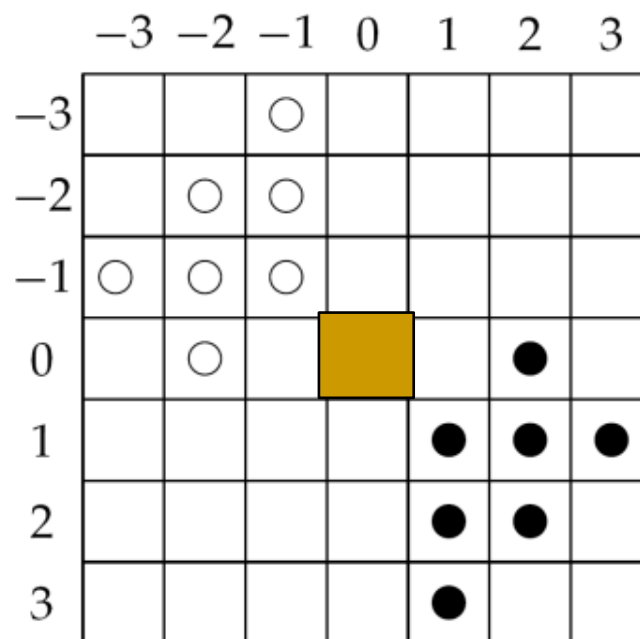


圖 10.2 反射

10.3 膨脹與侵蝕

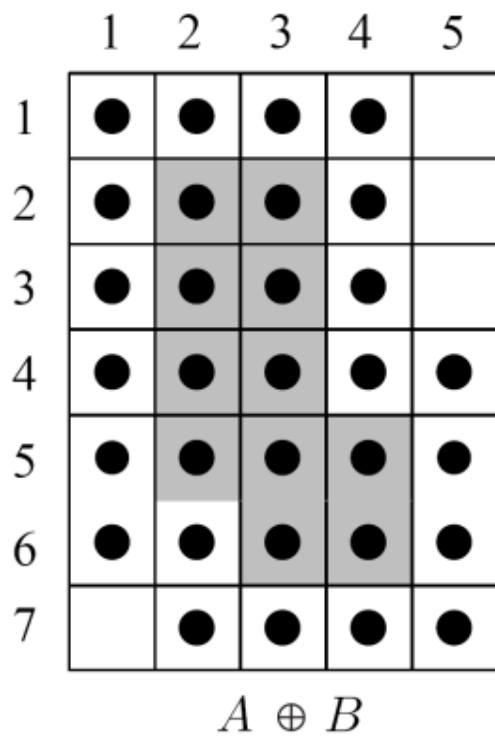
■ 膨脹

- 假設有兩個像素集合 A 與 B ，使用 B 來膨脹 (dilation) A ，記為 $A \oplus B$ ，定義為：

$$A \oplus B = \bigcup_{x \in B} A_x$$

$$A \oplus B = \{(x, y) + (u, v) : (x, y) \in A, (u, v) \in B\}$$

- 又稱為 **Minkowski 加法** (Minkowski addition)



(膨脹有放大
物體的效果)

在Matlab中，使用下列指令進行膨脹
`>> imdilate(image, kernel)`

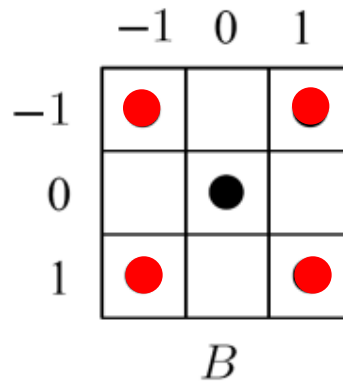


圖 10.3 膨脹

```
>> t=imread('text.tif');  
>> sq=ones(3,3);  
>> td=imdilate(t,sq);  
>> subplot(1,2,1),imshow(t)  
>> subplot(1,2,2),imshow(td)
```

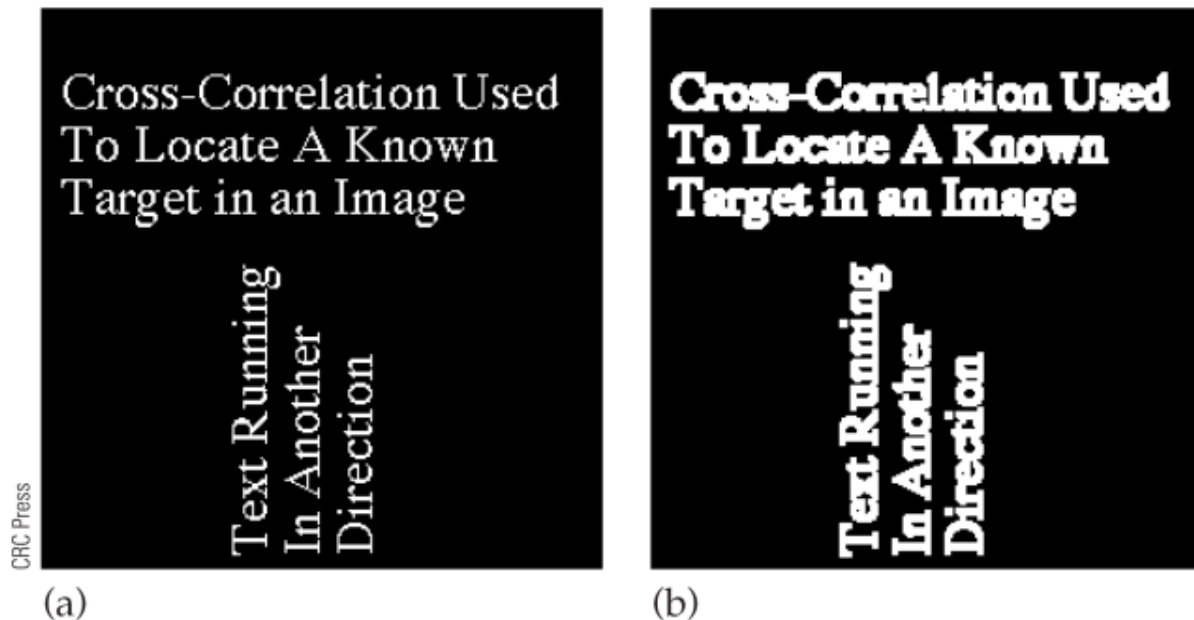


圖 10.5 二元數位影像的膨脹 (a) 文字影像 (b) 膨脹結果

(侵蝕影像會有
變細的效果)

在Matlab中，使用下列指令進行侵蝕
`>> imerode(image, kernel)`

■ 侵蝕

$$A \ominus B = \{w : B_w \subseteq A\}$$

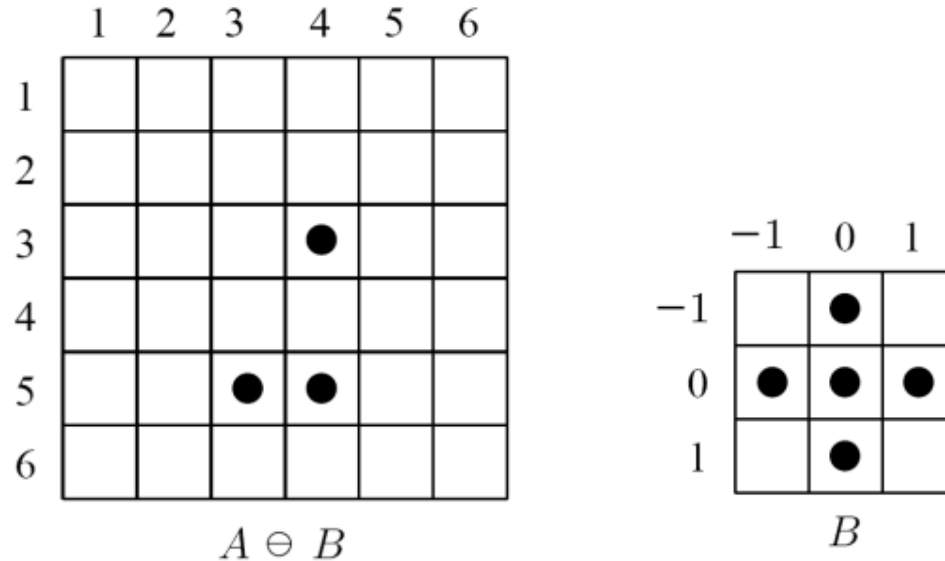


圖 10.6 使用十字形結構元素的侵蝕


```
>> c=imread('circbw.tif');  
>> ce=imerode(c,sq);  
>> subplot(1,2,1),imshow(c)  
>> subplot(1,2,2),imshow(ce)
```

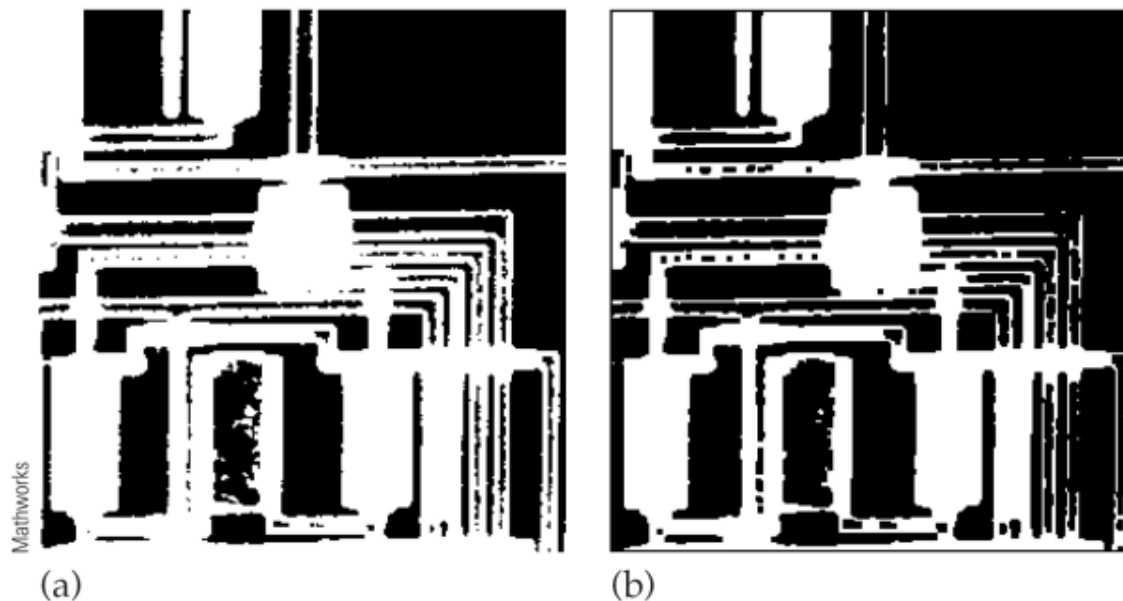


圖 10.8 二元數位影像的侵蝕 (a) 原始影像 (b) 侵蝕結果

■ 侵蝕與膨脹之間的關係，互為反轉

$$\overline{A \ominus B} = \overline{A} \oplus \hat{B}$$

$$\overline{A \oplus B} = \overline{A} \ominus \hat{B}$$

```
>> lhs=~imerode(t,sq);
```

```
>> rhs=imdilate(~t,sq);
```

```
>> all(lhs(:)==rhs(:))
```

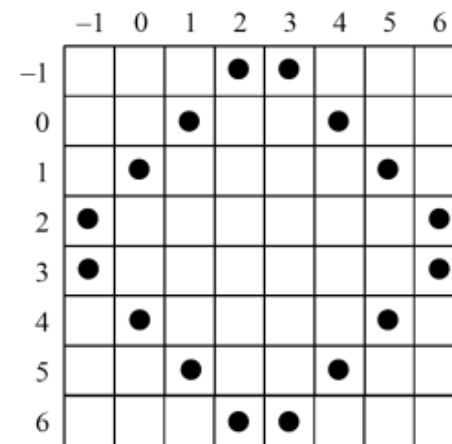
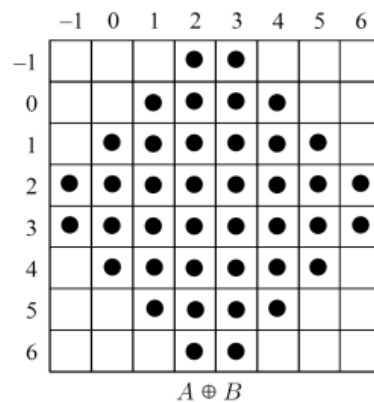
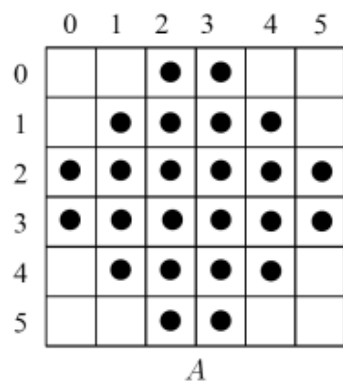
■ 應用：邊界偵測

- 若 A 為一影像， B 為以原點為中心對稱分布的小型結構元素，那麼 A 的邊界便可以下列幾種方法加以定義：

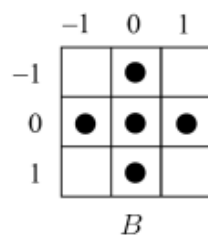
(i) $A - (A \ominus B)$ 內部邊界

(ii) $(A \oplus B) - A$ 外部邊界

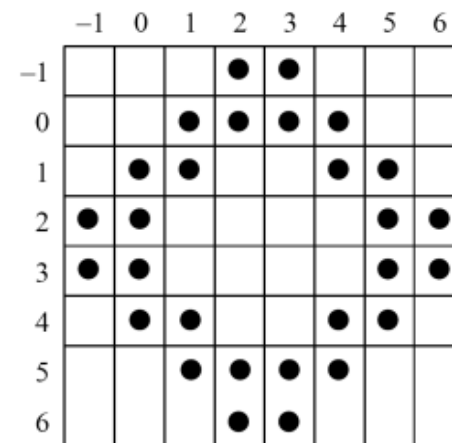
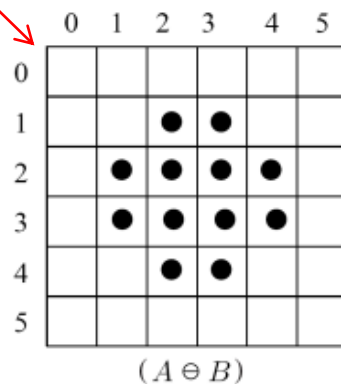
(iii) $(A \oplus B) - (A \ominus B)$ 形態梯度



$(A \oplus B) - A$ (外部邊界)



(內部邊界)



$(A \oplus B) - (A \ominus B)$ (形態梯度)

圖 10.9 各種邊界

```
>> re=imerode(r,sq);  
>> r_int=r&~re;  
>> subplot(1,2,1),imshow(r)  
>> subplot(1,2,2),imshow(r_int)
```

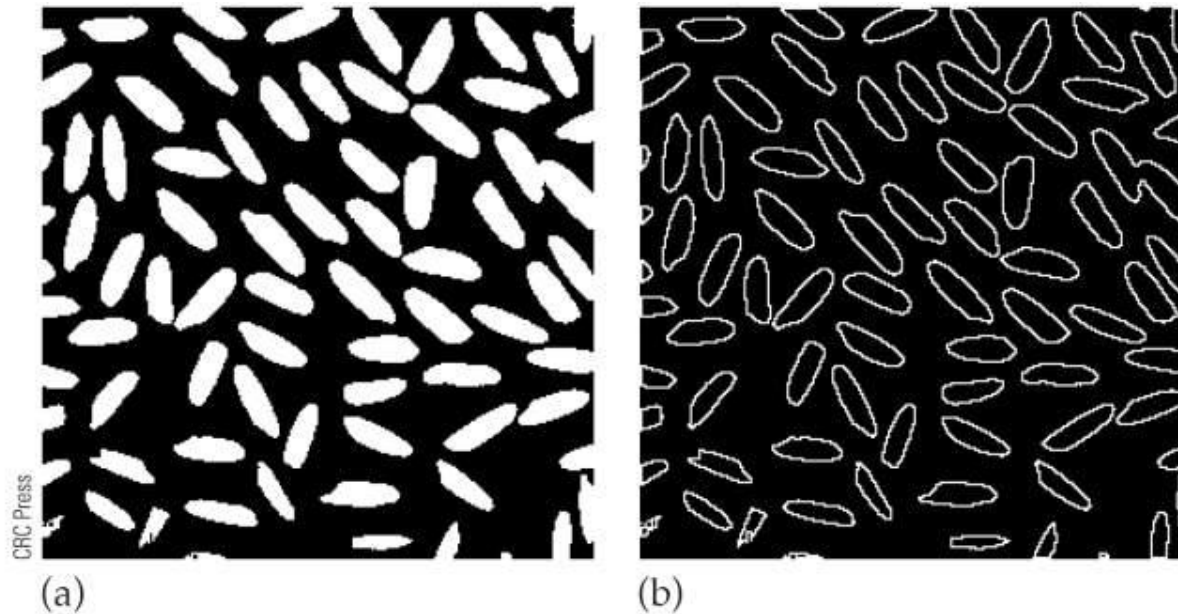


圖 10.10 形態學邊緣偵測 (a) 稻穀影像 (b) 內部邊界

```
>> rd=imdilate(r,sq);  
>> r_ext=rd&~r;  
>> r_grad=rd&~re;  
>> subplot(1,2,1),imshow(r_ext)  
>> subplot(1,2,2),imshow(r_grad)
```

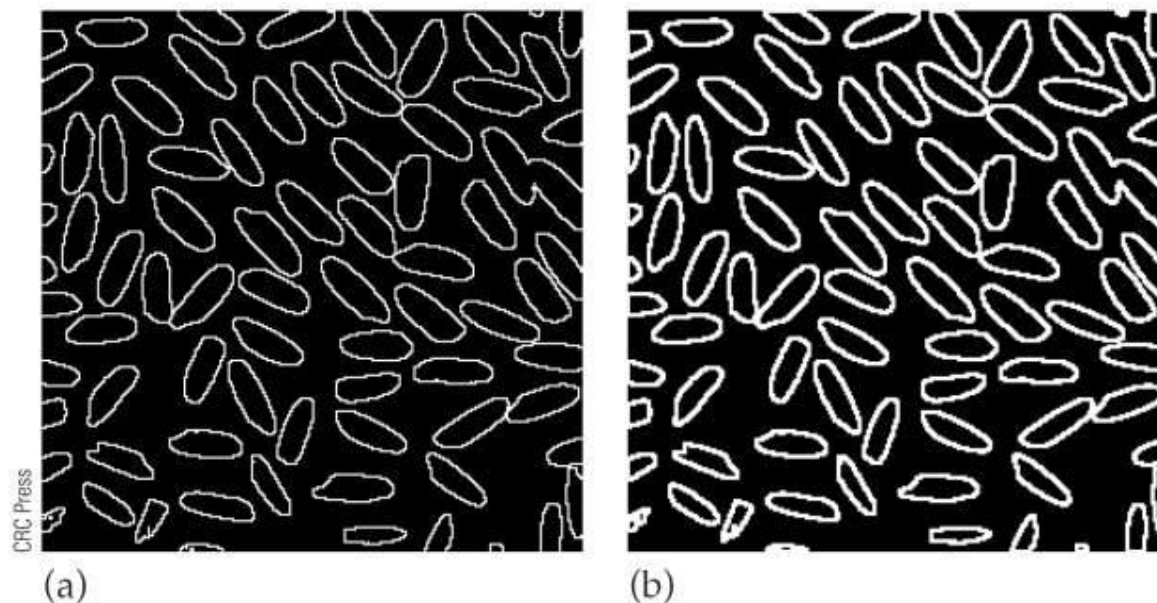


圖 10.11 其他形態學邊緣偵測 (a) 外部邊界 (b) 形態梯度

10.4 開啟與關閉

- 開啟：就是先侵蝕再膨脹

$$A \circ B = (A \ominus B) \oplus B$$

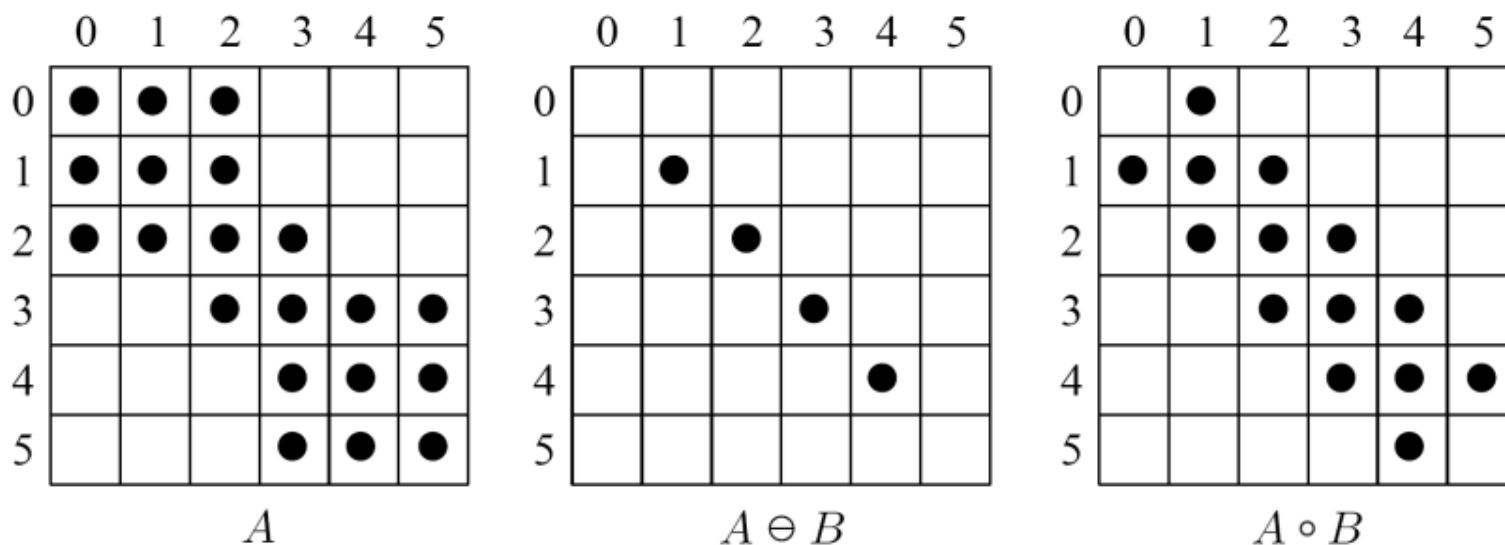


圖 10.12 開啟 → 可平滑影像，截斷細小連接點，去除細微突出部分。

- 關閉：就是先膨脹再侵蝕

$$A \bullet B = (A \oplus B) \ominus B$$

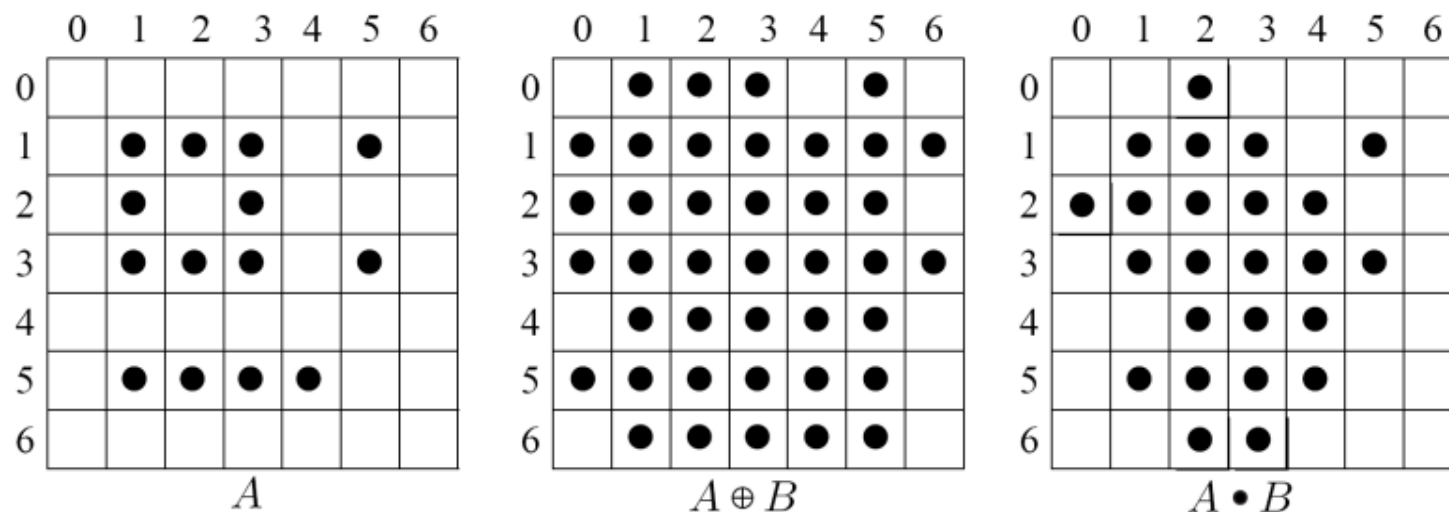


圖 10.13

關閉 → 關閉也會平滑影像，但會連接細微斷裂和紋路並去除細小空洞。

- ❑ 開啟 `imopen(image, kernel)`
- ❑ 關閉 `imclose(image, kernel)`

```
>> diag=[0 0 1; 0 1 0; 1 0 0];  
>> t = imread('test.tif');  
>> tc=imclose(t, diag);  
>> imshow(tc)
```

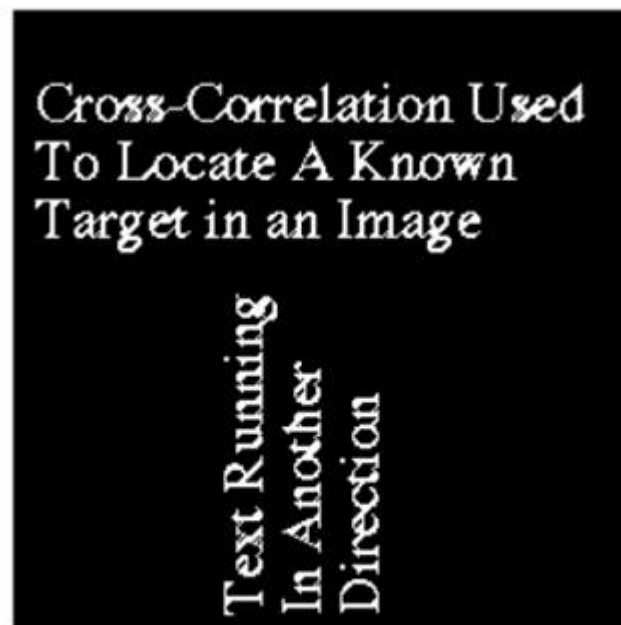


圖 10.14 關閉的範例

■ 應用：去除雜訊

□ 形態濾波 (morphological filtering)

$$((A \circ B) \bullet B) \Rightarrow (((A \ominus B) \oplus B) \oplus B) \ominus B$$

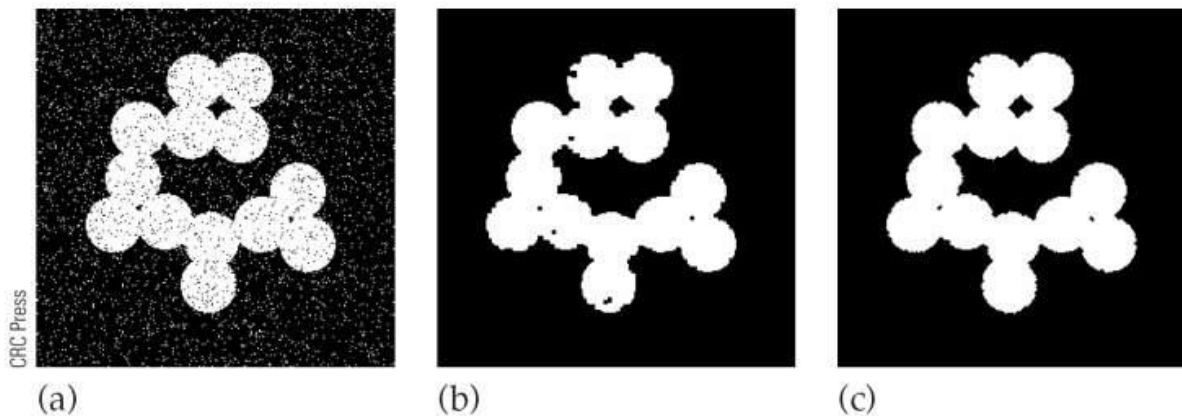


圖 10.15 含雜訊的二元數位影像，及使用不同結構元素之形態濾波結果
(a) 二元雜訊影像 (b) 使用方形結構元素 (c) 使用十字形結構元素

```
>> c=imread('circles.tif');  
>> x=rand(size(c));  
>> d1=find(x<=0.05);  
>> d2=find(x>=0.95);  
>> c(d1)=0;  
>> c(d2)=1;  
>> imshow(c)
```

```
>> cf1=imclose(imopen(c,sq),sq);  
>> figure,imshow(cf1)  
>> cf2=imclose(imopen(c,cr),cr);  
>> figure,imshow(cf2)
```

■ 開啟與關閉之間的關係

$$\overline{A \bullet B} = \overline{A} \circ \hat{B}$$

$$\overline{A \circ B} = \overline{A} \bullet \hat{B}$$

練習

- 將硬幣影像轉成黑白影像，並對影像加上不同的雜訊程度(10%, 20%, 30%)，分別執行膨脹、侵蝕、開啟、關閉及形態濾波，說明結果是如何呢？

其中kernel可自行設定(3*3, 5*5, ...; 十字、方形...)

PS: 上傳時，需繳交.m程式與word報告