TAREA 3

ALEJANDRO UMAÑA, KEVIN VELEZ

Problema 1
Sean A, B, segmentos, demuestre que si $\frac{A}{B} = \frac{C}{D}$ entonces $\frac{A}{C} = \frac{B}{D}$

Demostración: Por hipotesis tenemos que $\frac{A}{B} = \frac{C}{D}$ esto significa por definición que si $nA = mB$ entonces $nC = mD$

$\Rightarrow$) Supongamos que $\frac{A}{C}$ esto significa que $nA = nC$, y por tanto tenemos $nA = nC = mB$

Partiendo de $nA = mB$ agregamos cosas iguales a cosas iguales

$$\begin{aligned} nA + nC &= nC + mB && \text{Pero} \quad nC = mD \\ nA + mD &= nC + mB && \text{Pero} \quad nC = nA \\ nA + mD &= mB + nA && \text{Quitando coas iguales} \\ mD &= mB \end{aligned}$$

Esto quiere decir que si $nA = nC$ entonces $mD = mB$ pero por definición significa que $\frac{A}{C} = \frac{B}{D}$.

$\Leftarrow$) Supongamos que $\frac{B}{D}$ esto significa por definición que $mB = mD$, por tanto $mD = mB = nC$

Partiendo de $nA = mB$ entonces $nA+mD = mB+mD$, pero $mD = nC$, por lo que $nA+mD = mB+nC$, pero $mD = mB$ entonces $nA+mB = mB+nC$, así que $nA = nC$. Esto significa que $\frac{A}{C}$, por tanto $nA = mB$, entonces $nA = nC \Rightarrow \frac{B}{D} = \frac{A}{C}$.

□

Problema 2
Sean A, B segmentos, con $A > B$. Demuestre que $\frac{A}{G} > \frac{B}{G}$

Demostración: Supongamos que $A > B$. Sea C el segmento tal que $B + C = A$.

Tomemos mA, mB y nG tal que $mA, mC > G$. Tomemos nG el menor múltiplo de G que hace que $nG \geq mB$. Por tanto, mB no es mayor que nG.

Pero $mA > nG$, en efecto, como nG es el menor múltiplo que hace $nG \geq mB$, entonces $nG - G < mB$ y tenemos que $G < mC$, por tanto, $nG - \cancel{G} + \cancel{G} < mB + mC$, es decir $nG < mA$.

Luego, tenemos que $\frac{A}{G} > \frac{B}{G}$.

□

Fecha: Octubre 2022.