Trabajo Práctico: Ecuaciones no-lineales

Toda la programación relativa a este trabajo debe ser realizada en Python (3.x). Si desea utilizar otro lenguaje o programa, por favor consultar con la cátedra.

Además de los archivos con los programas, se debe enviar un breve informe (en PDF) explicándolos. Al final de este informe, debe colocarse una copia de los programas para que sea más sencilla la anotación de comentarios sobre los mismos.

Los problemas de este trabajo han sido tomados de

S.M. Dunn, A. Constantinides y P.V. Moghe. *Numerical Methods in Biomedical Engineering*. Elsevier. 2005.

1. Problema: grupo par

Considere un solenoide (sin núcleo) de longitud l, radio r y con n vueltas. La inductancia del solenoide puede ser calculada como

$$L = \frac{\mu n^2 \pi r^2}{l^2} \left[\sqrt{r^2 + l^2} - r \right], \tag{1}$$

donde μ es la permeabilidad magnética del aire ($\approx \mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}\ \mathrm{H\,m^{-1}}$).

1. Escriba una función `solver(L,l,n)` que calcule el valor de r para obtener una inductancia L, dados l y n. ¿Cómo puede verificar el correcto funcionamiento de su programa?

2. Para $l = 20$ cm, grafique r en función de L para L entre 1 nH y 100 µH, para $N = 10, 100, 1000$.

Todas las funciones deben estar en un archivo denominado `mri.py`.

2. Problema: grupo impar

Según los especialistas, un problema en el diseño de tejidos implantables es la disponibilidad de oxígeno, que está relacionada con el acceso de los tejidos a capilares sanguíneos que conducen glóbulos rojos. Un modelo de capilar cilíndrico se conoce como el modelo de Krogh. El oxígeno y otros metabolitos, tranportados axialmente a través del capilar, se difunden radialmente hacia el tejido. Existe una distancia crítica r_{crit} más allá de la cual no hay más oxígeno disponible. Dicha distancia se puede calcular como la solución de la ecuación

$$y^2 \ln(y^2) - y^2 + 1 - \left(\frac{4D_T C_o}{R_o (r_c + t_m)^2} \right) + \frac{D_T}{V r_c} \left(y^2 - 1 \right) z + \frac{2D_T}{r_c K_o} \left(y^2 - 1 \right) = 0, \tag{2}$$

donde $y = r_{\text{crit}}/(r_c + t_m)$ y

- difusividad en los tejidos $D_T = 8 \times 10^{-6}$ $\mathrm{cm^2\,s^{-1}}$;
- velocidad del plasma sanguíneo $V = 0{,}005$ $\mathrm{cm\,s^{-1}}$;
- radio del capilar $r_c = 0{,}0005$ cm;
- espesor de la pared del capilar $t_m = 5 \times 10^{-5}$ cm;
- tasa de transferencia $K_o = 5{,}75 \times 10^{-5}$ $\mathrm{cm\,s^{-1}}$;
- $C_o = 5$ $\mathrm{\mu mol\,cm^{-3}}$;
- $R_o = 0{,}01$ $\mathrm{\mu mol\,cm^{-3}\,s^{-1}}$.

1. Escriba una función `solvercrit(z)` que calcule el valor de r_{crit} para un valor de z dado.
2. Grafique r_{crit} en función de z para z entre 0 y 0,1 cm. Utilice pasos no mayores a 0,0001 cm.

Todas las funciones deben estar en un archivo denominado `respira.py`.