Asignación 3

Introducción

Al igual que en la asignación pasada, cada grupo resolverá un solo problema y evidenciará el trabajo mediante la elaboración de un video y un script. El problema a trabajar por cada grupo será asignado por el profesor e informado en el foro de coevaluación oportunamente. En este punto cada grupo debería tener claras las pautas para elaborar ambas actividades. No obstante, si persisten dudas acudan al documento base: "**Instructivo para realizar las asignaciones**" alojado en el aula virtual.

Se les recuerda, además, que como parte de su proceso de formación deberán realizar la evaluación del trabajo presentado por otro grupo (**coevaluación**) utilizando el instrumento de evaluación: "**Formato para la coevaluación de las asignaciones**" proporcionado en la actividad de evaluación: "**Coevaluación de la asignación 3**".

Ejercicios

1. Un carro de masa m se soporta por medio de resortes y amortiguadores. Los amortiguadores presentan resistencia al movimiento, que es proporcional a la velocidad vertical. La vibración libre ocurre cuando el automóvil es perturbado de su posición de equilibrio, como cuando se pasa por un bache. Un instante después de pasar por el bache, las fuerzas netas que actúan sobre m son la resistencia de los resortes y la fuerza de los amortiguadores. Tales fuerzas tienden a regresar el carro al estado de equilibrio original. La ecuación del movimiento para este sistema está dada por la segunda ley de Newton ($F = ma$), donde F es la suma de las fuerzas debidas a la resistencia del resorte y del amortiguador, esto es,

$$F = F_{resorte} + F_{amortig} = -kx - c\frac{dx}{dt}$$

   a) Deduzca una EDO de segundo orden para determinar el desplazamiento $x(t)$ (en metros) con respecto a la posición de equilibrio del sistema. Sugerencia: $a = d^2x/dt^2$.

   b) Transforme la EDO (obtenida en el apartado anterior) en un sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden.

   c) Utilice el método de Euler mejorado, con $h = 0.1$, para resolver estas ecuaciones desde $t = 0$ hasta 1, en el caso en que $x(0) = 0.3$ y $x'(0) = 0$. Grafique la solución y muestre los resultados en MATLAB. Suponga que la masa del carro es $m = 1.2 \times 10^6$ g, $k = 1.4 \times 10^9$ N/m y que tiene un sistema de amortiguadores con un coeficiente de amortiguamiento $c = 1 \times 10^7$ g/s.

2. Un problema común en Ingeniería Civil es el que se relaciona con la deflexión de una viga de sección transversal rectangular sujeta a una carga uniforme, mientras sus extremos están soportados de modo que no experimentan deflexión alguna (véase la figura 1). La ecuación diferencial que aproxima este problema físico es:

$$[1 + (w')^2]^{-3/2} w'' = \frac{S}{EI} w + \frac{qx}{2EI}(x - l), \quad 0 < x < l$$

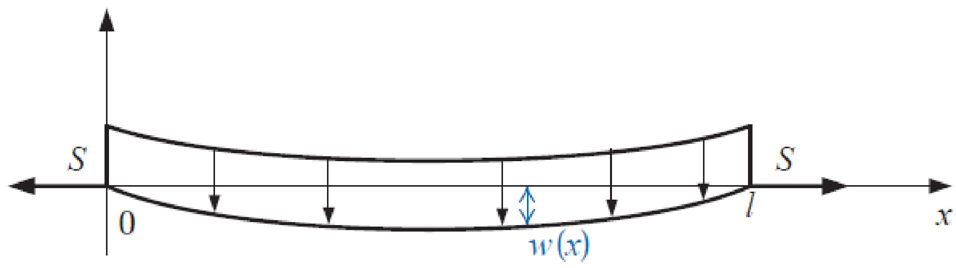

Figura 1: Deflexión de una viga con carga uniforme.

donde $w = w(x)$ es la deflexión a una distancia x desde el extremo izquierdo de la viga, y l, q, E, S e I representan, respectivamente, la longitud de la viga, la intensidad de la carga uniforme, el módulo de elasticidad, el esfuerzo en los extremos y el momento central de inercia. Esta ecuación diferencial tiene asociadas dos condiciones de frontera dadas por la suposición de que no ocurre deflexión alguna en los extremos de la viga, esto es:

$$w(0) = w(l) = 0$$

Suponga que la viga es de acero y del tipo W10, con las siguientes características: longitud $l = 350$ cm, intensidad de la carga uniforme $q = 1$ kg/cm, módulo de elasticidad $E = 2 \times 10^6$ kg/cm^2, esfuerzo en los extremos $S = 400$ kg y momento central de inercia $I = 2.5 \times 10^4$ cm^4.

a) Use el método del disparo no lineal en combinación con la función `ode45` de MATLAB para aproximar la deflexión de la viga cada 10 cm.

b) La ley estatal de la construcción estipula que $\max_{0<x<l} w(x) < 1/300$. ¿Cumple esta viga con el código estatal?

3. Una placa rectangular de plata de 6×5 cm tiene calor que se genera uniformemente en todos los puntos con una rapidez $q = 1.5$ cal/cm$^3 \cdot s$. Representemos con x la distancia a lo largo del borde de la placa con longitud de 6 cm, y con y la distancia a lo largo del borde de la placa con longitud de 5 cm. Suponga que la temperatura u a lo largo de los bordes se mantiene en las siguientes temperaturas:

$$u(x,0) = x(6-x), \quad u(x,5) = 0, \quad 0 \le x \le 6$$
$$u(0,y) = y(5-y), \quad u(6,y) = 0, \quad 0 \le y \le 5$$

donde el origen se encuentra en una esquina de la placa con las coordenadas $(0,0)$ y los bordes se hallan a lo largo de los ejes positivos x y y. La temperatura de estado estable satisface la ecuación de Poisson:

$$\frac{\partial u}{\partial x^2}(x,y) + \frac{\partial u}{\partial y^2}(x,y) = -\frac{q}{K}, \quad 0 < x < 6, \; 0 < y < 5$$

donde K, la conductividad térmica es, 1.04 cal/cm·deg·s. Aproxime la temperatura $u(x,y)$ utilizando tamaños de paso $h = 0.4$ y $k = 1/3$. Grafique la solución.