

Unidad I Ejercicios de Recta Real

Actividad 1.1

En los ejercicios del 1 al 6 grafique los puntos dados en el plano coordenado y luego determine la distancia entre ellos:

- | | |
|--|------------------------------|
| 1. $(4, 1)$ y $(3, -2)$. | R: $\sqrt{10}$ |
| 2. $(0, 3)$ y $(-4, 1)$. | R: $2\sqrt{5}$ |
| 3. $(2, -6)$ y $(2, -2)$. | R: 4 |
| 4. $(-7, 4)$ y $(1, -11)$. | R: 17 |
| 5. $\left(\frac{5}{2}, -\frac{7}{2}\right)$ y $\left(\frac{13}{2}, -2\right)$. | R: $\frac{\sqrt{73}}{2}$ |
| 6. $\left(\frac{32}{5}, -6\right)$ y $\left(\frac{1}{2}, -\frac{33}{2}\right)$. | R: $\frac{\sqrt{14506}}{10}$ |

En los ejercicios 7 al 12, halle el perímetro de los triángulos cuyos vértices son:

- | | |
|---|-----------|
| 7. $A(-2, 5)$, $B(4, 3)$ y $C(7, -2)$. | R: 23, 55 |
| 8. $A(2, -5)$, $B(-3, 4)$ y $C(0, -3)$. | R: 20, 74 |
| 9. $A(3, -3)$, $B(-4, 1)$ y $C(0, 4)$. | R: 20, 68 |
| 10. $A(-1, -2)$, $B(4, 2)$ y $C(-3, 5)$. | R: 21, 30 |
| 11. $A\left(\frac{7}{2}, 5\right)$, $B\left(\frac{-9}{2}, \frac{1}{2}\right)$ y $C(0, -1)$. | R: 20, 87 |
| 12. $A(-1, \sqrt{5})$, $B(4, -\sqrt{2})$ y $C(-3, 5)$. | R: 19, 1 |
-
- | | |
|--|--|
| 13. Calcule el perímetro del cuadrilátero cuyos vértices son los puntos: $A(-3, -1)$, $B(-3, 3)$, $C(3, 3)$ y $D(3, -1)$. | |
| R: $d_{AB} = d_{CD} = 4$, $d_{AD} = d_{BC} = 6$, $P = 20$ | |
| 14. Calcule el área del triángulo rectángulo ABC cuyos vértices son: $A(0, 0)$, $B(2, 6)$ y $C(2, 0)$. | |
| R: $d_{AB} = \sqrt{40}$, $d_{AC} = 2$, $d_{BC} = 6$, $A = 6$ | |

En los ejercicios del 15 al 17, clasifique los triángulos dados según sus lados: escaleno, equilátero e isósceles.

15. $A(5, 3)$, $B(-2, 4)$, $C(10, 8)$ R: Isósceles.
 16. $A(5, 2)$, $B(-3, 7)$, $C(2, -4)$ R: Escaleno.
 17. $A(-1, 0)$, $B(1, 0)$, $C(0, \sqrt{3})$ R: Equilátero.

En los ejercicios del 18 al 20, verifique que los triángulos dados por las coordenadas son rectángulos:

18. $A(10, 5)$, $B(3, 2)$, $C(6, -5)$
 19. $A(-2, 8)$, $B(-6, 1)$, $C(0, 4)$
 20. $A(2, -4)$, $B(4, 0)$, $C(8, -2)$

En los ejercicios del 21 al 23, demostrar usando la fórmula de la distancia que los siguientes puntos son colineales:

21. $(1, 2)$, $(-3, 10)$ y $(4, -4)$
 22. $(-2, 3)$, $(-6, 1)$ y $(-10, -1)$
 23. $(1, 3)$, $(-2, -3)$ y $(3, 7)$

En los ejercicios del 24 al 26, determine la cantidad desconocida con los datos dados a continuación:

24. $P(3, y)$, $Q(-3, 6)$ y $d(P, Q) = 10$. R: $y = -2$ ó $y = 14$
 25. $P(1, 5)$, $Q(x, 2)$ y $d(P, Q) = 5$. R: $x = -3$ ó $x = 5$
 26. $P(x, 1)$, $Q(0, 2)$ y $d(P, Q) = \sqrt{20}$. R: $x = \pm\sqrt{19}$

En los ejercicios 27 y 28, determine la distancia y el punto medio entre los puntos:

27. $p = (-1, 1/2)$, $q = (-1, 1)$. R: $d = \frac{1}{2}$, $Pm = \left(-1, \frac{3}{4}\right)$
 28. $A = (\pi, 3)$, $B = (\pi/2, -1)$. R: $d = \frac{\sqrt{64 + \pi^2}}{2}$, $Pm = \left(\frac{3}{4}\pi, 1\right)$

29. Determine la distancia entre el punto $P(-2, 3)$ y el punto medio del segmento de recta que une a $A(-2, -2)$ y $B(4, 3)$.
 R: $Pm = \left(1, \frac{1}{2}\right)$, $d = \sqrt{61}/2$

30. Determine la longitud del segmento de recta que une los puntos medios de los segmentos de recta AB y CD , donde $A(1, 3)$, $B(2, 6)$, $C(4, 7)$ y $D(3, 4)$.

$$R: Pm_{\overline{AB}} = \left(\frac{3}{2}, \frac{9}{2}\right), Pm_{\overline{CD}} = \left(\frac{7}{2}, \frac{11}{2}\right), d = \sqrt{5}$$

En los ejercicios 31 y 32, dadas las coordenadas de uno de los extremos A de un segmento y su punto medio Pm , hallar las coordenadas del otro extremo $B(x, y)$:

31. $A(7, 8)$, $Pm(4, 3)$ $R: (1, -2)$

32. $A\left(-5, \frac{1}{2}\right)$, $Pm\left(\frac{3}{5}, -7\right)$ $R: \left(\frac{31}{5}, -\frac{29}{2}\right)$

33. Los vértices de un triángulo son $A(3, 8)$, $B(2, -1)$ y $C(6, -1)$. Si D es el punto medio del lado BC , calcular la longitud del segmento AD .

$$R: D(4, -1), d(A, D) = \sqrt{82}$$

34. Halle las coordenadas de los vértices de un triángulo ABC sabiendo que: $P_{AB}(2, -1)$ es el punto medio del lado AB , $P_{AC}(5, 2)$ es el punto medio del lado AC y $P_{BC}(2, -3)$ es el punto medio del lado BC .

$$R: (5, 4), (5, 0), (-1, -6)$$

Actividad 1.2

En los ejercicios 35 al 39, dados los puntos A y B , obtener la pendiente y ángulos de inclinación de la recta AB .

35. $A(3, 5)$, $B(2, -8)$
 $R: m = 13, \alpha \approx 85, 60^\circ$

36. $A(-1, \sqrt{3})$, $B\left(-\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$
 $R: m = -\sqrt{3}, \alpha = 120^\circ$

37. $A(8, 5)$, $B(-3, -6)$
 $R: m = 1, \alpha = 45^\circ$

38. $A\left(\sqrt{\frac{3}{4}}, -8\right)$, $B\left(\sqrt{\frac{3}{4}}, -\sqrt{5}\right)$
 $R: m$ no está definida, $\alpha = 90^\circ$

39. $A\left(-2, \frac{8}{3}\right)$, $B\left(5, \frac{8}{3}\right)$
 $R: m = 0, \alpha = 0^\circ$

40. Demuestre por medio de pendientes que los cuatro puntos $(0, 0)$, $(-2, 1)$, $(3, 4)$ y $(5, 3)$ son los vértices de un paralelogramo (cuadrilátero cuyos lados son paralelos).

$$R: \text{Las pendientes de dos lados son } -1/2; \text{ las pendientes de los otros lados son } 3/5.$$

41. Pruebe por medio de pendientes que los tres puntos $(3,1)$, $(6,0)$ y $(4,4)$ son los vértices de un triángulo rectángulo y calcule el área del triángulo.
 $R: A = 5$

En los ejercicios del 42 al 55, determine una ecuación de la recta que satisface las condiciones dadas y realice su representación gráfica:

42. La pendiente es 4 y pasa por el punto $(2, -3)$. $R: 4x - y - 11 = 0$
43. Pasa por los dos puntos $(-1, -5)$ y $(3, 6)$. $R: 11x - 4y - 9 = 0$
44. La pendiente es $-2/3$ y la intersección y es igual a 1. $R: 2x + 3y - 3 = 0$
45. La pendiente es 2 y la intersección x es igual a $-4/3$. $R: 6x - 3y + 8 = 0$
46. Pasa por el punto $(1, -7)$ y es paralela al eje x . $R: y = -7$
47. Pasa por el punto $(2, 6)$ y es paralela al eje y . $R: x = 2$
48. La intersección x es igual a -3 y la intersección y es igual a 4. $R: 4x - 3y + 12 = 0$
49. Pasa por el origen y biseca al ángulo entre los ejes en los cuadrantes segundo y cuarto.
 $R: x + y = 0$
50. Pasa por el punto $(-2, 3)$ y es paralela a la recta cuya ecuación es $2x - y - 2 = 0$.
 $R: 2x - y + 7 = 0$
51. Pasa por el punto $(2, 4)$ y es perpendicular a la recta cuya ecuación es $x - 5y + 10 = 0$.
 $R: 5x + y - 14 = 0$
52. Hallar la ecuación de la recta que tiene pendiente -4 y pasa por la intersección de las rectas $2x + y - 8 = 0$ y $3x - 2y + 9 = 0$.
 $R: 4x + y - 10 = 0$
53. Hallar la ecuación de la recta que pasa por el punto de intersección de las rectas $3x - 2y + 10 = 0$ y $4x + 3y - 7 = 0$ y por el punto $(2, 1)$.
 $R: 22x + 25y - 69 = 0$
54. Una recta pasa por el punto $A(7, 8)$ y es paralela a la recta que pasa por los puntos $C(-2, 2)$ y $D(3, -4)$. Hallar su ecuación.
 $R: 6x + 5y - 82 = 0$
55. Hallar la ecuación de la recta que es perpendicular a la recta $4x + y - 1 = 0$ que pasa por el punto de intersección de $2x - 5y + 3 = 0$ y $x - 3y - 7 = 0$.
 $R: x - 4y - 24 = 0$
56. Hallar la ecuación de la mediatriz del segmento $A(-3, 2)$ y $B(1, 6)$.
 $R: x + y - 3 = 0$

57. Demuestre que las rectas que tienen ecuaciones $4x - 3y + 12 = 0$ y $8x - 6y + 15 = 0$ son paralelas; y dibuje sus gráficas.

R: $m_1 = m_2 = 4/3$

58. Demuestre que las rectas que tienen ecuaciones $2x - 3y + 6 = 0$ y $3x + 2y - 12 = 0$ son perpendiculares; dibuje sus gráficas.

R: Verificar que el producto de las pendientes es igual a -1 .

En los ejercicios del 59 al 61, hallar la ecuación de la recta que pasa por el punto de intersección de las rectas $3x - 5y + 9 = 0$ y $4x + 7y - 2 = 0$ y cumple la siguiente condición:

59. Pasa por el punto $(-3, -5)$.

R: $247x - 70y + 391 = 0$

60. Es paralela a la recta $2x + 3y - 5 = 0$.

R: $82x + 123y - 20 = 0$

61. Es perpendicular a la recta $4x + 5y - 20 = 0$.

R: $205x - 164y + 433 = 0$

62. Obtenga el valor de k tal que las rectas cuyas ecuaciones son $3x + 6ky = 7$ y $9kx + 8y = 15$ sean paralelas.

R: $k = \pm \frac{2}{3}$

63. Determine el valor de k tal que las rectas cuyas ecuaciones son $3kx + 8y = 5$ y $6y - 4kx = -1$ sean perpendiculares.

R: $k = \pm 2$

En los ejercicios del 64 al 67, determine la distancia desde el punto dado hasta la recta indicada:

64. $p = (-3, 2)$; $3x + 4y = 6$.

R: $\frac{7}{5}$

65. $p = (4, -1)$; $2x - 2y + 4 = 0$.

R: $\frac{7\sqrt{2}}{2}$

66. $p = (-2, -1)$; $5y = 12x + 1$.

R: $\frac{18}{13}$

67. $p = (3, -1)$; $y = 2x - 5$.

R: $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

En los ejercicios del 68 al 70, dados los vértices de los triángulos ABC, hallar los ángulos interiores de los triángulos:

68. $A(5, -4)$, $B(1, 2)$ y $C(3, 2)$.

R: $56, 31^\circ$, $108, 43^\circ$ y $15, 26^\circ$

69. $A(4, 4)$, $B(-2, 3)$ y $C(-3, -1)$.

R: $26, 08^\circ$, $113, 5^\circ$ y $40, 43^\circ$

70. $A(6, -1)$, $B(0, 1)$ y $C(4, 2)$.

R: $37, 87^\circ$, $32, 47^\circ$ y $109, 65^\circ$

71. Hallar el valor de k para que el ángulo que se forma entre las rectas $3x - ky - 8 = 0$ y $2x + 5y - 17 = 0$ sea de 45° .
 $R: k = -\frac{9}{7}$ ó $k = 7$
72. Hallar la pendiente de una recta que forma un ángulo de 45° con la recta que pasa por los puntos $(-1, 1)$ y $(3, 7)$.
 $R: \text{Dos soluciones } m = -5 \text{ ó } m = \frac{1}{5}$
73. La recta l_2 forma un ángulo de 60° con la recta l_1 . Si la pendiente de l_1 es 1, halle la pendiente de la recta l_2 .
 $R: -2 \pm \sqrt{3}$