Práctica 3

Introducción

Con la realización de esta práctica se espera que el estudiante adquiera las competencias necesarias para ajustar un conjunto de datos dado mediante los polinomios de interpolación de Newton y Lagrange o utilizando técnicas de regresión (lineal, polinomial, potencial o exponencial), tanto de forma manual como automatizada en los entornos de software MATLAB o Scilab. Asimismo, que comprenda que los polinomios de Newton y Lagrange son formulaciones diferentes para el mismo problema de interpolación, y entender sus principales ventajas y desventajas. La práctica consta de dos secciones: diseño de algoritmos y solución de problemas.

La primera sección está planificada de modo que el estudiante diseñe sus propios programas a partir de los algoritmos vistos en clase o disponibles en la bibliografía. Más aún, se insta al estudiante a que trabaje de esta forma, pues ello le proporcionará una visión integral de los métodos. Es decir, al programarlos aprenderá a utilizar de manera eficiente las fórmulas vistas. Cabe destacar que MATLAB cuenta con funciones propias que simplifican de manera considerable el diseño de los algoritmos propuestos, como `poly, polyfit, polyval` y `conv`.

En la segunda sección se proponen algunos ejercicios tomados de la bibliografía recomendada. Esto tiene un doble propósito. En primer lugar que el estudiante aprenda a identificar los principales elementos del problema, a saber: (i) los datos a interpolar o aproximar, (ii) los coeficientes del polinomio de interpolación o aproximación, y (iii) dada una abscisa t aproximar el valor de la ordenada $P(t)$. En segundo lugar, la codificación del programa y su ejecución le servirá para reconocer e interiorizar cada parte del mismo, depurar cualquier error y tenerlo optimizado para el día del cuestionario en línea.

1 Diseño de algoritmos

Dado el conjunto de puntos: $\{(x_i, y_i)\}_{i=1}^{n+1}$.

a) Codifique el polinomio de interpolación de Lagrange. Es decir, escriba una función de nombre **polylagrange.m** que interpole el conjunto de puntos dado mediante el polinomio de Lagrange de grado n. El programa debe tener como **argumentos de entrada**: los vectores $\mathbf{x} = (x_1,\ x_2,\ \dots, x_{n+1})$, $\mathbf{y} = (y_1,\ y_2,\ \dots,\ y_{n+1})$ y el valor t donde se va a evaluar el polinomio; y como **argumentos de salida**: el vector de coeficientes (**coef**) del polinomio interpolador de Lagrange y el valor (**val**) del polinomio en t, esto es, val $= P_n(t)$.
La sintaxis para esta función debe tener la forma `[coef,val]=polylagrange(x,y,t)`.
Sugerencia: use las funciones `poly` y `conv` de MATLAB para generar los coeficientes del polinomio de Lagrange.

b) Codifique el polinomio de interpolación de Newton. Esto es, diseñe un programa de nombre **polynewton.m** que interpole el conjunto de puntos dado mediante el polinomio de Newton de grado n. El programa debe tener como **argumentos de entrada**: los vectores $\mathbf{x} = (x_1,\ x_2,\ \dots, x_{n+1})$, $\mathbf{y} = (y_1,\ y_2,\ \dots, y_{n+1})$ y el valor t donde se va a evaluar el polinomio; y como **argumentos de salida**: un vector dd, el cual deberá contener la primera "diagonal" de la tabla de diferencias divididas, y el valor (**val**) del polinomio de Newton en el punto dado t, esto es, val $= P_n(t)$.
La sintaxis para invocar esta función debe tener la forma `[dd,val]=polynewton(x,y,t)`.

Observación. Es necesario que definan las funciones según las instrucciones dadas, pues al evaluar los scripts correspondientes a la asignación 1 si las funciones no se pueden invocar del modo predefinido se considerará no realizada esta pauta de la asignación acarreando una penalización sobre la nota.

2 Solución de problemas

a) Cada diez años se levanta un censo de población en Estados Unidos. En la tabla siguiente se incluyen datos de la población, en miles de habitantes, de 1960 a 2010:

Año	1960	1970	1980	1990	2000	2010
Población	179 323	203 302	226 542	249 633	281 422	308 746

(i) Use interpolación de Lagrange (con la función `polylagrange.m`) para estimar la población en los años 1950, 1985 y 2030. (ii) La población de 1950 fue de aproximadamente 152.3 millones de habitantes. ¿Qué exactitud, a su juicio, tienen las cifras estimadas en los años 1960 y 2030?

b) Aproxime la función $f(x) = cos(x)$ en el intervalo $[0, 8\pi]$ mediante polinomios de Lagrange (use la función `polylagrange.m`) y Newton (use la función `polylagrange.m`) de grados 1,2,3,...,10. Use los puntos que se requieran, distribuidos de manera uniforme en el intervalo. Determine en forma práctica el error máximo que se comete al aproximar con los polinomios de diferentes grados y compare los resultados.

c) La tabla siguiente proporciona las presiones de vapor en lbs/plg^2 a diferentes temperaturas para el gas 1,3 butadieno:

T (°F)	50	60	70	80	90	100
P (lbs/plg^2)	24.94	30.11	36.05	42.84	50.57	59.30

Aproxime la función tabulada mediante el polinomio de Newton (use la función `polinewton`) e interpole la presión cuando la temperatura es de 64 °F.

d) La viscosidad cinemática del agua, ν, está relacionada con la temperatura según se muestra en la siguiente tabla:

T, °C	0	4	8	12	16	20	24
ν, 10^{-2} cm^2/s	1.7923	1.5676	1.3874	1.2396	1.1168	1.0105	0.9186

(i) Grafique los datos.
(ii) Use regresión lineal para predecir ν a T=7.5°C.
(iii) Con regresión polinomial ajuste una parábola a los datos para realizar la misma predicción.
Sugerencia: Use los comandos `polyfit` y `polyval` (propios de MATLAB) para el ajuste de curvas mediante regresión, bien sea lineal o polinomial.

e) Con los datos

x_i	4.0	4.2	4.5	4.7	5.1	5.5	5.9	6.3	6.8	7.1
y_i	102.56	113.18	130.11	142.05	167.53	195.14	224.87	256.73	299.50	326.72

(i) Construya los polinomios de primero, segundo y tercer grado y calcule los errores en cada caso. (ii) Construya la aproximación de mínimos cuadrados de la forma be^{ax} y calcule el error. (iii) Construya la aproximación de mínimos cuadrados de la forma bx^a y calcule el error. En cada caso grafique los datos y la función de aproximación superpuesta. ¿Cuál de todas las aproximaciones se ajusta mejor? Razone su respuesta.