Práctica 2

Introducción

Con la realización de esta práctica se espera que el estudiante adquiera las habilidades necesarias para resolver ecuaciones no lineales de una variable real aplicando los métodos de bisección, Newton-Raphson y secante, tanto de forma manual como automatizada utilizando los entornos de software MATLAB o Scilab. La práctica consta de dos secciones: diseño de algoritmos y solución de problemas.

La primera sección está planificada de modo que el estudiante diseñe sus propios programas a partir de los algoritmos vistos en clase o disponibles en la bibliografía. Más aún, se insta al estudiante a que trabaje de esta forma, pues ello le proporcionará una visión integral de los métodos. Es decir, al programarlos aprenderá a utilizar de manera eficiente las fórmulas de recurrencia vistas, pero también a solventar dificultades que pueden surgir fácilmente, como la posibilidad de caer en un ciclo infinito.

En la segunda sección se proponen algunos ejercicios, tomados de la bibliografía. Esto tiene un doble propósito. En primer lugar que el estudiante aprenda a identificar los principales elementos del problema, a saber: (i) garantizar la existencia de la raíz, (ii) identificar el intervalo donde se encuentra la raíz y (iii) identificar la función objetivo del problema a resolver (f). En segundo lugar, la codificación del programa y su ejecución le servirá para reconocer cada parte del mismo, depurar cualquier error y tenerlo optimizado para el día del examen.

1 Diseño de algoritmos

a) Codifique el método de bisección. Es decir, escriba una función de nombre **biseccion.m** que aproxime las raíces de la ecuación $f(x) = 0$ mediante el método de la bisección. La función debe tener como argumentos de entrada: (i) la función f, (ii) los extremos del intervalo $I = [a, b]$ en el cual la función f cambia de signo, esto es a y b; (iii) el valor de la tolerancia o precisión deseada (tol) en el cálculo de la solución, y (iv) el número máximo de iteraciones ($itmax$). El método deberá tener como argumentos de salida: (i) el valor de la raíz aproximada con el método (r), y (ii) el número de iteraciones ejecutadas ($iter$).

b) Codifique el método de Newton-Raphson. Es decir, escriba una función de nombre **newtonra.m** que aproxime las raíces de la ecuación $f(x) = 0$ mediante el método de Newton-Raphson. La función debe tener como argumentos de entrada: (i) la función f, (ii) la función f', (iii) la aproximación inicial x_0; (iv) el valor de la tolerancia o precisión deseada (tol) en el cálculo de la solución, y (v) el número máximo de iteraciones ($itmax$) para evitar caer en un lazo infinito, lo cual es posible con este método. El programa tendrá como argumentos de salida: (i) el valor de la raíz aproximada con el método (r), y (ii) el número de iteraciones ejecutadas ($iter$).

c) Codifique el método de la secante. Es decir, escriba una función de nombre **secante.m** que aproxime las raíces de la ecuación $f(x) = 0$ mediante el método de la secante. La función debe tener como argumentos de entrada: (i) la función f, (ii) las aproximaciones iniciales x_0 y x_1, (iii) el valor de la tolerancia o precisión deseada (tol), y (iv) el número máximo de iteraciones $itmax$. El método deberá tener como argumentos de salida: (i) el valor de la raíz aproximada con el método (r), y (ii) el número de iteraciones ejecutadas ($iter$).

Observación. La sintaxis para invocar cada una de estos programas debe tener la forma:

- Bisección: `[r,iter]=biseccion(f,a,b,tol,itmax)`
- Newton-Raphson: `[r,iter]=newtonra(f,df,x0,tol,itmax)`
- Secante: `[r,iter]=secante(f,x0,x1,tol,itmax)`

2 Solución de problemas

a) Halle la solución aproximada de cada uno de los siguientes problemas mediante los métodos de bisección, Newton-Raphson y secante con una exactitud de 10^{-6}.
i) $e^x + 2^{-x} + 2cos(x) - 6 = 0$ para $1 \leq x \leq 2$
ii) $ln(x-1) + cos(x-1) = 0$ para $1.3 \leq x \leq 2$

b) Encuentre una aproximación a $\sqrt[3]{25}$ con una exactitud de 10^{-6} utilizando el método de bisección.

c) Emplee el método de Newton-Raphson para determinar la raíz real de $f(x) = 0.5x^3 - 4x^2 + 6x - 2.0$, usando valores iniciales: a) 4.2, y b) 4.43. Discuta y use métodos gráficos y analíticos para explicar las peculiaridades de los resultados.

d) Un abrevadero de longitud L tiene una sección transversal en forma de semicírculo con radio r (véase la Fig. 1). Cuando se llena de agua hasta una distancia h de la parte superior, el volumen V de agua es

$$V = L[0.5\pi r^2 - r^2 \arcsin(h/r) - h(r^2 - h^2)^{1/2}]$$

Suponga que $L = 10$ pies, $r = 1$ pie, y que $V = 12.4$ pies^3. Aplique los métodos de bisección, Newton-Raphson y secante para aproximar la profundidad de agua en el abrevadero con una exactitud de 0.01 pies. Compare sus resultados.

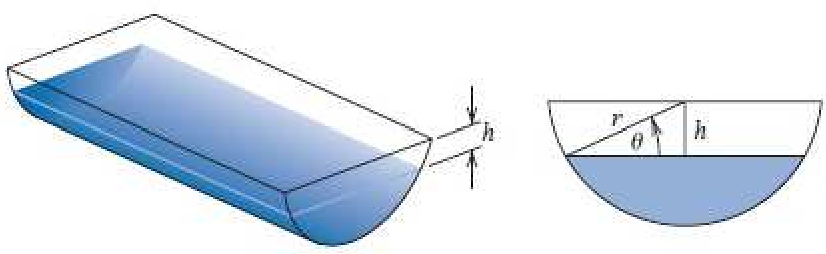

Figura 1: Abrevadero.