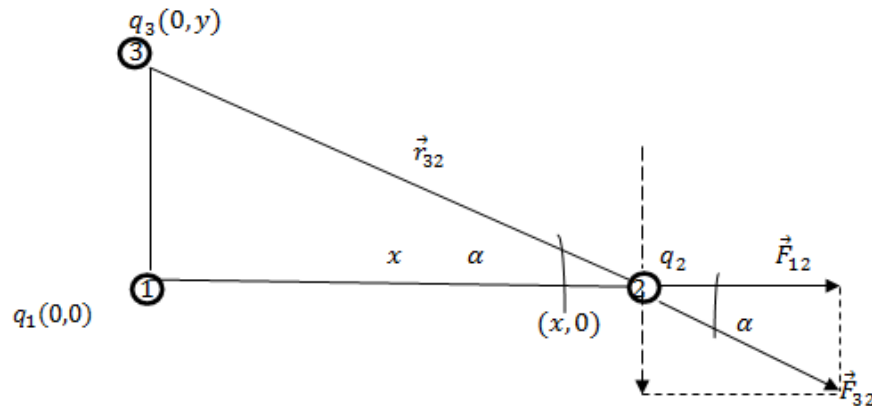




PROBLEMAS RESUELTOS LEY DE COULOMB

PROBLEMA 1: En los vértices de un triángulo rectángulo se sitúan respectivamente las cargas q_1, q_2 , y q_3 . Determinése la fuerza total que ejerce la carga q_1 y q_3 sobre la carga q_2 $\vec{F}_{R_2} = ?$



Primer método (Método de las componentes)

$$\vec{F}_{R_2} = \sum F_x \hat{i} + \sum F_y \hat{j} + \sum F_z \hat{k} \quad F_{12} = ? \quad F_{32} = ?$$

$$F_{12} = k \cdot \frac{q_1 q_2}{r_{12}^2} \quad F_{32} = k \cdot \frac{q_3 q_2}{r_{32}^2} \quad r_{12} = x \quad r_{32} = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\cos \alpha = \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}; \quad \sin \alpha = \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}}$$

Solución

$$\sum F_x = F_{12} + F_{32} \cos \alpha \quad \sum F_y = F_{32} \sin \alpha$$

$$\vec{F}_{R_2} = \left[k \cdot \frac{q_1 q_2}{x^2} + k \cdot \frac{q_3 q_2}{(x^2 + y^2)^{3/2}} X \right] \hat{i} - k \cdot \frac{q_3 q_2}{(x^2 + y^2)^{3/2}} Y \hat{j}$$

Segundo Método (Método Vectorial)

$$\vec{F}_{R_2} = \vec{F}_{12} + \vec{F}_{32} \quad \vec{F}_{12} = k \cdot \frac{q_1 q_2}{r_{12}^3} \cdot \vec{r}_{12} \quad \vec{F}_{32} = k \cdot \frac{q_3 q_2}{r_{32}^3} \cdot \vec{r}_{32}$$

$$\vec{r}_{12} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$$

$$\left. \begin{array}{l} \vec{r}_2 = X \hat{i} \\ \vec{r}_1 = (0, 0) \end{array} \right\} \vec{r}_{12} = X \hat{i}$$

$$\vec{r}_{32} = (X, 0) - (0, Y) = X \hat{i} - Y \hat{j}$$

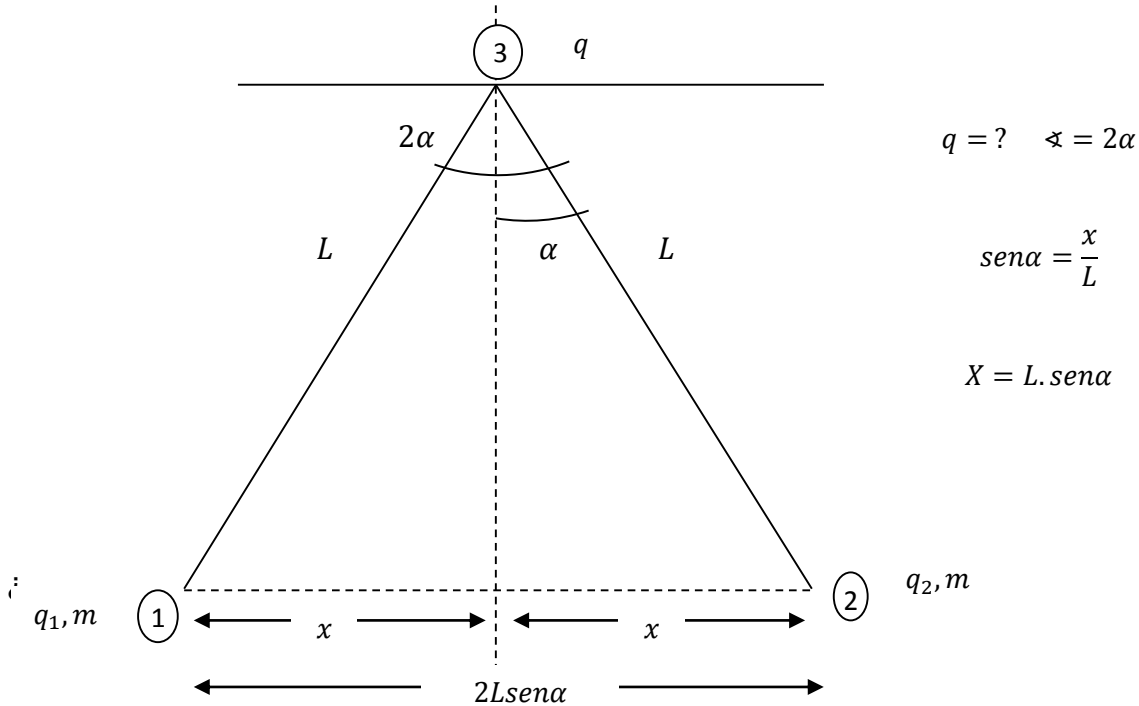
$$r_{12} = |\vec{r}_{12}| = X \quad r_{32} = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\vec{F}_{R_2} = k \cdot \frac{q_1 q_2}{x^3} X \hat{i} + k \cdot \frac{q_3 q_2}{(x^2 + y^2)^{3/2}} (X \hat{i} - Y \hat{j})$$

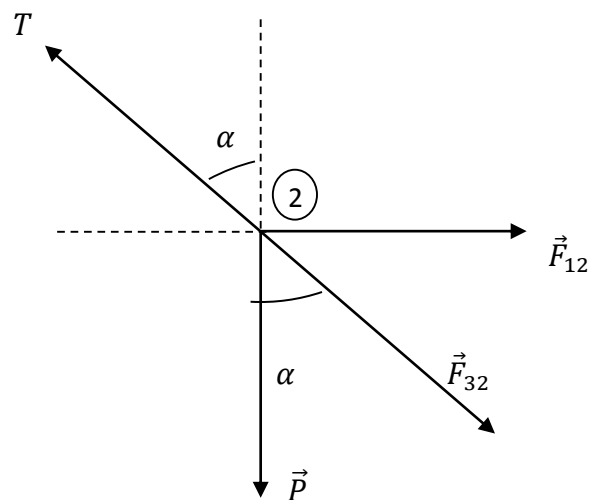
$$\vec{F}_{R_2} = \left[k \cdot \frac{q_1 q_2}{x^3} X + k \cdot \frac{q_3 q_2}{(x^2 + y^2)^{3/2}} X \right] \hat{i} - \left[k \cdot \frac{q_3 q_2}{(x^2 + y^2)^{3/2}} Y \right] \hat{j}$$

Nota: Para aplicar el segundo método (forma vectorial) debemos determinar las coordenadas de los puntos donde están las cargas.

PROBLEMA 2: Dos esferas iguales con carga q y masa m están suspendidas de un mismo punto por hilos de longitud L (ver figura). En el punto de suspensión se encuentra una 3^{era} esfera también cargada como las anteriores. ¿Calcular la carga q de las esferas, si el ángulo entre los hilos es posición de equilibrio es 2α ?



¿Cuántas fuerzas y cuáles actúan sobre el cuerpo 2?



$$\vec{T} = \vec{F}_{12} + \vec{P} + \vec{F}_{32}$$

$$\sum F_x = 0 \quad \sum F_y = 0$$

$$\sum F_x = 0 \quad F_{12} + F_{32} \sin \alpha = T \sin \alpha$$

$$\sum F_y = 0 \quad P + F_{32} \cos \alpha = T \cos \alpha$$

$$\tan \alpha = \frac{F_{12} + F_{32} \sin \alpha}{P + F_{32} \cos \alpha} \quad \tan \alpha = \frac{F_{12}}{P}$$

$$F_{12} = k \cdot \frac{q_1 q_2}{(2l \sin \alpha)^2} \quad q_1 = q_2 ; P = m \cdot g$$

$$\tan \alpha = \frac{k \cdot q_1 q_2}{(2l \sin \alpha)^2 m \cdot g} = \frac{k \cdot q^2}{(2l \sin \alpha)^2} \quad \text{despejando a } q$$

$$q = \sqrt{\frac{(2l \sin \alpha)^2 \cdot m g \tan \alpha}{k}} = 2l \sin \alpha \sqrt{\frac{m g \cdot \tan \alpha}{k}}$$

LEY DE COULOMB EN FORMA VECTORIAL (RESUMEN): Se expresa de la siguiente manera:

$$\vec{F}_{12} = k \cdot \frac{q_1 q_2}{r_{12}^2} \hat{r}_{12} \rightarrow \text{Unitario}; \quad \hat{r}_{12} = \frac{\vec{r}_{12}}{r_{12}} \quad \vec{F}_{12} = k \cdot \frac{q_1 q_2}{r_{12}^3} \cdot \vec{r}_{12}$$

Nota: Colocar en ésta ecuación el signo de las magnitudes escalares q_1 y q_2

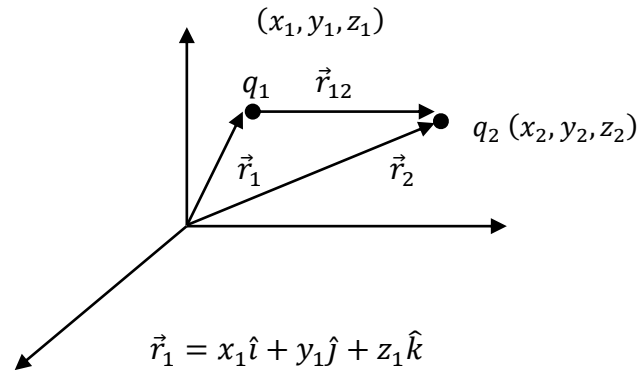
\vec{F}_{12} Es la fuerza que ejerce la carga q_1 sobre la carga q_2

\vec{F}_{21} Es la fuerza que ejerce la carga q_2 sobre la carga q_1 (según ley de acción y reacción)

\vec{r}_{12} es el vector posición de q_2 respecto a q_1

$$|\vec{r}_{12}| = \text{módulo de } \vec{r}_{12}$$

¿Cómo se calcula \vec{r}_{12} ?



$$\vec{r}_1 = x_1\hat{i} + y_1\hat{j} + z_1\hat{k}$$

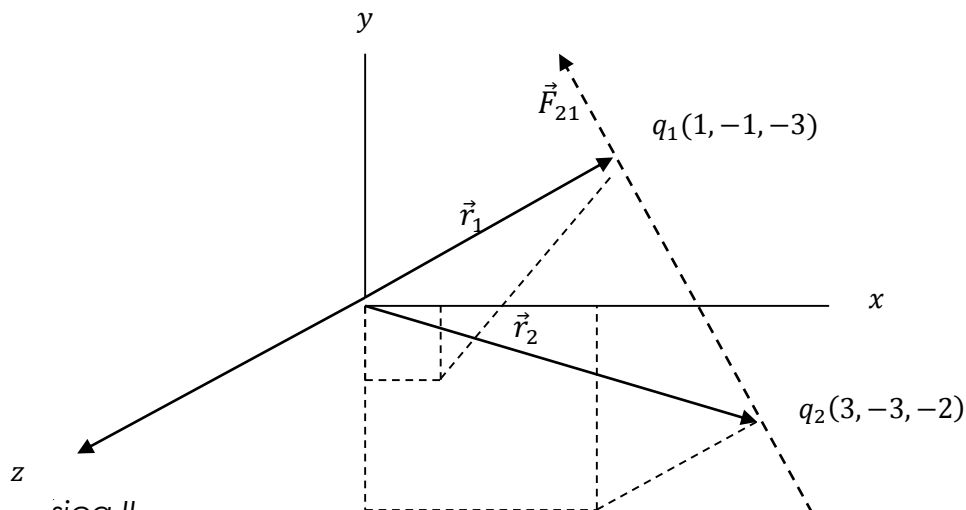
$$\vec{r}_2 = x_2\hat{i} + y_2\hat{j} + z_2\hat{k}$$

$$\vec{r}_{12} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$$

$$\vec{r}_{12} = (x_2 - x_1)\hat{i} + (y_2 - y_1)\hat{j} + (z_2 - z_1)\hat{k}$$

$$|\vec{r}_{12}| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$$

PROBLEMA 3: Una carga $q_1 = 300\mu\text{Coul}$ está situada en un punto $P_1 = (1, -1, -3)\text{m}$ experimenta una fuerza $\vec{F}_{21} = (8\hat{i} - 8\hat{j} + 4\hat{k})\text{New}$ debida a la carga puntual q_2 colocada en el punto $P_2 (3, -3, -2)\text{m}$. Calcular $q_2 = ?$



$$\vec{F}_{21} = k \cdot \frac{q_2 q_1}{r_{21}^3} \vec{r}_{21} \quad ; \quad \vec{r}_{21} = \vec{r}_1 - \vec{r}_2 \quad ; \quad \vec{r}_{21} = (1, -1, -3) - (3, -3, -2); \quad \vec{r}_{21} = (-2\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k})$$

$$r_{21} = |\vec{r}_{21}| = \sqrt{4 + 4 + 1} = 3$$

$$8\hat{i} - 8\hat{j} + 4\hat{k} = 9 \times 10^9 \times \frac{300 \times 10^{-6} q_2}{3^3} \times (-2\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k})$$

$$8\hat{i} - 8\hat{j} + 4\hat{k} = (-2 \times 10^5 q_2)\hat{i} + (2 \times 10^5 q_2)\hat{j} - (10^5 q_2)\hat{k}$$

$$8 = -2 \times 10^5 q_2$$

$$q_2 = -4 \times 10^{-5} \text{ coul}$$