

Unidad I (parte B)

Funciones

Actividad 1.3

En los ejercicios del 1 al 10 trace la gráfica que determina el conjunto indicado. Aplique el criterio de la recta vertical para determinar si dicho conjunto representa una función, en caso de serlo indique su dominio y rango:

1. $\{(x, y) : x^2 + y^2 = 4\}$.

R : El conjunto $\{(x, y) : x^2 + y^2 = 4\}$ no representa una función porque no cumple el criterio de la recta vertical.

2. $\{(x, y) : 4x - y^2 = 0\}$.

R : El conjunto $\{(x, y) : 4x - y^2 = 0\}$ no representa una función porque no cumple el criterio de la recta vertical.

3. $\{(x, y) : 6y = x^2\}$.

R : El conjunto $\{(x, y) : 6y = x^2\}$ representa una función porque cumple el criterio de la recta vertical.
 $\text{Dom } f = \mathbb{R}$ y $\text{Rgo } f = [0, \infty]$.

4. $\{(x, y) : 2x + 3y = 6\}$.

R : El conjunto $\{(x, y) : 2x + 3y = 6\}$ representa una función porque cumple el criterio de la recta vertical.
 $\text{Dom } f = \mathbb{R}$ y $\text{Rgo } f = \mathbb{R}$.

5. $\{(x, y) : 9x^2 - 4y^2 = 36\}$.

R : El conjunto $\{(x, y) : 9x^2 - 4y^2 = 36\}$ no representa una función porque no cumple el criterio de la recta vertical.

6. $\{(x, y) : y = \sqrt{1 - x^2}\}$.

R : El conjunto $\{(x, y) : y = \sqrt{1 - x^2}\}$ representa una función porque cumple el criterio de la recta vertical. $\text{Dom } f = [-1, 1]$ y $\text{Rgo } f = [0, 1]$.

7. $\{(x, y) : x = \sqrt{4 - y^2}\}.$

R : El conjunto $\{(x, y) : x = \sqrt{4 - y^2}\}$ no representa una función porque no cumple el criterio de la recta vertical.

8. $\{(x, y) : y = 4\}.$

R : El conjunto $\{(x, y) : y = 4\}$ representa una función porque cumple el criterio de la recta vertical.
Dom $f = \mathbb{R}$ y Rgo $f = \{4\}.$

9. $\{(x, y) : x^2 + 4y^2 = 20\}.$

R : El conjunto $\{(x, y) : x^2 + 4y^2 = 20\}$ no representa una función porque no cumple el criterio de la recta vertical.

10. $\{(x, y) : y = \sqrt{20 - 4x^2}\}.$

R : El conjunto $\{(x, y) : y = \sqrt{20 - 4x^2}\}$ representa una función porque cumple el criterio de la recta vertical. Dom $f = [-\sqrt{5}, \sqrt{5}]$ y Rgo $f = [0, \sqrt{20}]$.

11. Dado $f(x) = 2x - 1$ hallar (a) $f(0)$, (b) $f(3)$, (c) $f(-2)$, (d) $f(a + 1)$, (e) $f(x + 1)$, (f) $f(2x)$, (g) $2f(x)$, (h) $f(x + h)$, (i) $f(x) + f(h)$, (j) $\frac{f(x + h) - f(x)}{h}$ con $h \neq 0$.

R : (a) -1 ; (b) 5 ; (c) -5 ; (d) $2a + 1$; (e) $2x + 1$; (f) $4x - 1$; (g) $4x - 2$; (h) $2x + 2h - 1$; (i) $2x + 2h - 2$; (j) 2 .

12. Dado $f(x) = \frac{3}{x}$ hallar (a) $f(1)$, (b) $f(-3)$, (c) $f(-2)$, (d) $f(a + 1)$, (e) $f(x + 1)$, (f) $f(2x)$, (g) $2f(x)$, (h) $f(x + h)$, (i) $f(x) + f(h)$, (j) $\frac{f(x + h) - f(x)}{h}$ con $h \neq 0$.

R : (a) 3 ; (b) -1 ; (c) $-\frac{3}{2}$; (d) $\frac{3}{a + 1}$; (e) $\frac{3}{x + 1}$; (f) $\frac{3}{2x}$; (g) $\frac{6}{x}$; (h) $\frac{3}{x + h}$; (i) $\frac{3h + 3x}{xh}$; (j) $\frac{-3}{x(x + h)}$.

13. Dado $g(x) = 2x^2 + 5x - 3$ hallar (a) $g(-2)$, (b) $g(-1)$, (c) $g(0)$, (d) $g(h + 1)$, (e) $g(2x^2)$, (f) $g(x^2 - 3)$, (g) $g(x + h)$, (h) $\frac{g(x + h) - g(x)}{h}$ con $h \neq 0$.

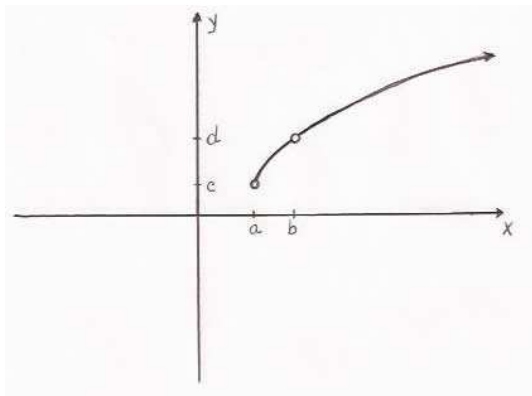
R : (a) -5 ; (b) -6 ; (c) -3 ; (d) $2h^2 + 9h + 4$; (e) $8x^4 + 10x^2 - 3$; (f) $2x^4 - 7x^2$; (g) $2x^2 + (4h + 5)x + (2h^2 + 5h - 3)$; (h) $4x + 2h + 5$.

14. Dado $F(x) = \sqrt{x + 9}$ hallar (a) $F(x + 9)$, (b) $F(x^2 - 9)$, (c) $F(x^2 + 6x)$, (d) $F(x^4 - 9)$, (e) $F(x^4 - 6x^2)$, (f) $\frac{F(x + h) - F(x)}{h}$ con $h \neq 0$.

R : (a) $\sqrt{x + 18}$; (b) $|x|$; (c) $|x + 3|$; (d) x^2 ; (e) $|x^2 - 3|$; (f) $\frac{1}{\sqrt{x + h + 9} + \sqrt{x + 9}}.$

En las gráficas dadas en 15 al 20 determine intersecciones con los ejes, dominio y rango.

15.



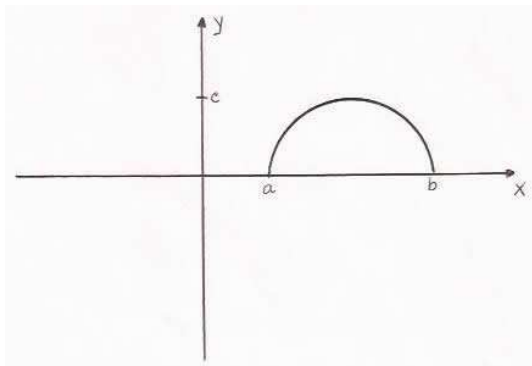
R :

$$\text{Dom } f = (a, b) \cup (b, \infty),$$

$$\text{Rgo } f = (c, d) \cup (d, \infty),$$

No existe intersección con los ejes coordenados.

16.



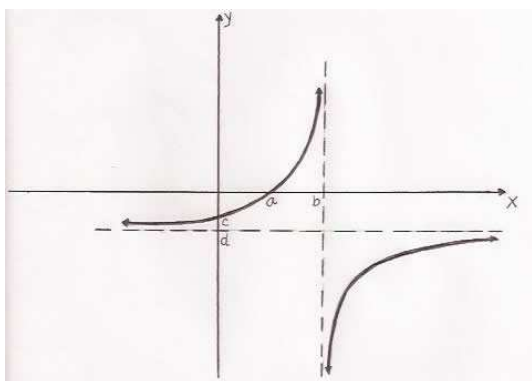
R :

$$\text{Dom } f = [a, b],$$

$$\text{Rango } f = [0, c],$$

Intersección con los ejes: $x = a$ y $x = b$.

17.



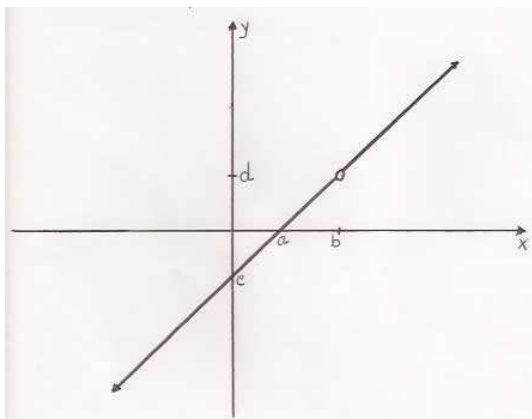
R :

$$\text{Dom } f = (-\infty, b) \cup (b, \infty) \text{ ó } \mathbb{R} - \{b\},$$

$$\text{Rgo } f = (-\infty, d) \cup (d, \infty) \text{ ó } \mathbb{R} - \{d\},$$

Intersección con los ejes: $x = a$, $y = c$.

18.



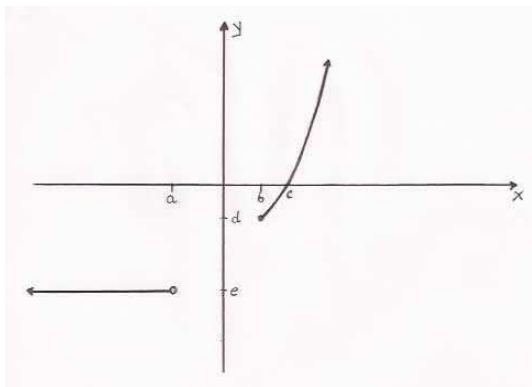
R :

$$\text{Dom } f = (-\infty, b) \cup (b, \infty) \text{ ó } \mathbb{R} - \{b\},$$

$$\text{Rgo } f = (-\infty, d) \cup (d, \infty) \text{ ó } \mathbb{R} - \{d\},$$

Intersección con los ejes: $x = a$, $y = c$.

19.

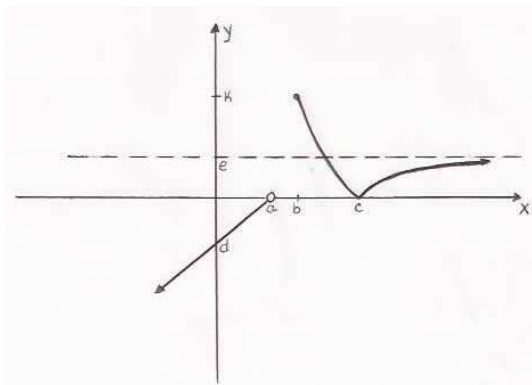
 R :

$$\text{Dom } f = (-\infty, a) \cup [b, \infty),$$

$$\text{Rgo } f = (d, \infty) \cup \{e\},$$

Intersección con los ejes: $x = c$,No hay intersección con el eje y .

20.

 R :

$$\text{Dom } f = (-\infty, a) \cup [b, \infty),$$

$$\text{Rgo } f = (-\infty, k],$$

Intersección con los ejes: $x = c$, $y = d$.

Actividad 1.4

Dadas las funciones del 21 al 61, trace su gráfica, determine intersecciones con los ejes coordenados, asíntotas (de ser el caso) dominio y rango ($\llbracket x \rrbracket$ representa el símbolo de parte entera, $c.x$ indica corte en x , $c.y$ indica corte en y).

$$21. f(x) = \frac{5}{2}.$$

$$R: \text{Dom } f = \mathbb{R}, \text{Rgo } f = \left\{ \frac{5}{2} \right\}, c.x \text{ no hay}, c.y = \frac{5}{2}.$$

$$22. g(x) = -\sqrt{2}.$$

$$R: \text{Dom } f = \mathbb{R}, \text{Rgo } f = \{-\sqrt{2}\}, c.x \text{ no hay}, c.y = -\sqrt{2}.$$

$$23. h(x) = x.$$

$$R: \text{Dom } f = \text{Rgo } f = \mathbb{R}, c.x = 0, c.y = 0.$$

$$24. f(x) = -2x.$$

$$R: \text{Dom } f = \text{Rgo } f = \mathbb{R}, c.x = 0, c.y = 0.$$

$$25. f(x) = \frac{13}{5}x - 7.$$

$$R: \text{Dom } f = \mathbb{R}, \text{Rgo } f = \mathbb{R}, c.x = \frac{35}{13} \approx 2,692, c.y = -7.$$

26. $f(x) = 8x + \frac{9}{4}$.
 $R: \text{Dom } f = \mathbb{R}, \text{Rgo } f = \mathbb{R}, c.x = -\frac{9}{32} \approx 0,2813, c.y = \frac{9}{4} \approx 2,25$.
27. $f(x) = x^2$.
 $R: \text{Dom } f = \mathbb{R}, \text{Rgo } f = [0, \infty), c.x = 0, c.y = 0$.
28. $f(x) = -3x^2$.
 $R: \text{Dom } f = \mathbb{R}, \text{Rgo } f = (-\infty, 0], c.x = 0, c.y = 0$.
29. $f(x) = 3x^2 - 18x + 15$.
 $R: \text{Dom } f = \mathbb{R}, \text{Rgo } f = [-12, \infty), c.x = 1, c.x = 5, c.y = 15$.
30. $f(x) = -4x^2 + 5x - 2$.
 $R: \text{Dom } f = \mathbb{R}, \text{Rgo } f = \left(-\infty, -\frac{7}{16}\right], c.x \text{ no hay}, c.y = -2$.
31. $f(x) = \left(x + \frac{3}{2}\right)\left(x - \frac{19}{4}\right)$.
 $R: \text{Dom } f = \mathbb{R}, \text{Rgo } f = \left[-\frac{625}{64}, \infty\right), c.x = -\frac{3}{2} \approx -1,5, c.x = \frac{19}{4} \approx 4,75, c.y = -\frac{57}{8} \approx -7,125$.
32. $f(x) = 5x^2 + x$.
 $R: \text{Dom } f = \mathbb{R}, \text{Rgo } f = \left[-\frac{1}{20}, \infty\right), c.x = 0, c.x = -\frac{1}{5} \approx 0,20, c.y = 0$.
33. $f(x) = -\frac{5}{2}x^3$.
 $R: \text{Dom } f = \mathbb{R}, \text{Rgo } f = \mathbb{R}, c.x = 0, c.y = 0$.
34. $f(x) = x^4 + 3$.
 $R: \text{Dom } f = \mathbb{R}, \text{Rgo } f = [3, \infty), c.x \text{ no hay}, c.y = 3$.
35. $f(x) = (x - 2)^7$.
 $R: \text{Dom } f = \mathbb{R}, \text{Rgo } f = \mathbb{R}, c.x = 2, c.y = -128$.
36. $f(x) = \left(x + \frac{7}{2}\right)^5 - \frac{9}{2}$.
 $R: \text{Dom } f = \mathbb{R}, \text{Rgo } f = \mathbb{R}, c.x = \sqrt[5]{\frac{9}{2}} - \frac{7}{2} \approx -2,1490, c.y = \left(\frac{7}{2}\right)^5 - \frac{9}{2} \approx 520,7188$.
37. $f(x) = \frac{3}{x^2} + 1$.
 $R: \text{Dom } f = \mathbb{R} - \{0\}, \text{Rgo } f = (1, \infty), c.x \text{ no hay}, c.y \text{ no hay}, \text{asíntotas: } x = 0, y = 1$.

38. $f(x) = \frac{-5}{2(x+1)^3}$.

R : Dom $f = \mathbb{R} - \{-1\}$, Rgo $f = \mathbb{R} - \{0\}$, $c.x$ no hay, $c.y = -\frac{5}{2}$, asíntotas: $x = -1$, $y = 0$.

39. $f(x) = \frac{1}{(4x - \frac{8}{3})^6} - \frac{20}{3}$.

R : Dom $f = \mathbb{R} - \left\{\frac{2}{3}\right\}$, Rgo $f = \left(-\frac{20}{3}, \infty\right)$, $c.x = \pm \frac{\sqrt[6]{\frac{3}{20}}}{4} + \frac{2}{3} \approx c.x = 0.4844, c.x = 0.8489$,
 $c.y = \frac{1}{\left(-\frac{8}{3}\right)^6} - \frac{20}{3} \approx -6,664$, asíntotas: $x = \frac{2}{3}$, $y = -\frac{20}{3}$.

40. $f(x) = \frac{3}{x^2 - 18x + 81}$.

R : Dom $f = \mathbb{R} - \{9\}$, Rgo $f = (0, \infty)$, $c.x$ no hay, $c.y = \frac{1}{27} \approx 0,0370$, asíntotas: $x = 9$, $y = 0$.

41. $f(x) = \frac{5}{3-x} + 2$.

R : Dom $f = \mathbb{R} - \{3\}$, Rgo $f = \mathbb{R} - \{2\}$, $c.x = \frac{11}{2} \approx 5,50$, $c.y = \frac{11}{3} \approx 3,66$, asíntotas: $x = 3$, $y = 2$.

42. $f(x) = -\sqrt{-x}$.

R : Dom $f = (-\infty, 0]$, Rgo $f = (-\infty, 0]$, $c.x = 0$, $c.y = 0$.

43. $f(x) = \sqrt[5]{x-4} + \frac{3}{2}$.

R : Dom $f = \mathbb{R}$, Rgo $f = \mathbb{R}$, $c.x = \left(-\frac{3}{2}\right)^5 + 4 \approx -3,59$, $c.y = \sqrt[5]{-4} + \frac{3}{2} \approx 0,18$.

44. $f(x) = 3\sqrt[4]{2-x} - \frac{5}{3}$.

R : Dom $f = (-\infty, 2]$, Rgo $f = \left[-\frac{5}{3}, \infty\right)$, $c.x = 2 - \left(\frac{5}{9}\right)^4 \approx 1,905$, $c.y = 3\sqrt[4]{2} - \frac{5}{3} \approx 1,901$.

45. $f(x) = -16\sqrt[6]{\frac{5+2x}{64}} + 8$.

R : Dom $f = \left[-\frac{5}{2}, \infty\right)$, Rgo $f = (-\infty, 8]$, $c.x = -2$, $c.y = -8(\sqrt[6]{5} - 1) \approx 2,461$.

46. $f(x) = -|x+5|$.

R : Dom $f = \mathbb{R}$, Rgo $f = (-\infty, 0]$, $c.x = -5$, $c.y = -5$.

47. $f(x) = |2x-3|$.

R : Dom $f = \mathbb{R}$, Rgo $f = [0, \infty]$, $c.x = \frac{3}{2}$, $c.y = 3$.

48. $f(x) = |5 - 4x| + 3$.

$R: \text{Dom } f = \mathbb{R}, \text{Rgo } f = [3, \infty), c.x \text{ no hay}, c.y = 8$.

49. $f(x) = |-6 - 3x| - \frac{7}{2}$.

$R: \text{Dom } f = \mathbb{R}, \text{Rgo } f = \left[-\frac{7}{2}, \infty\right), c.x = -\frac{5}{6} \approx -0,8333, c.x = -\frac{19}{6} \approx -3,167, c.y = \frac{5}{2}$.

50. $f(x) = \llbracket x - 4 \rrbracket$.

$R: \text{Dom } f = \mathbb{R}, \text{Rgo } f = \mathbb{Z}, c.x = [4, 5), c.y = -4$.

51. $f(x) = \llbracket x \rrbracket + 4$.

$R: \text{Dom } f = \mathbb{R}, \text{Rgo } f = \mathbb{Z}, c.x = [-4, -3), c.y = 4$.

52. $f(x) = \llbracket 2x \rrbracket$.

$R: \text{Dom } f = \mathbb{R}, \text{Rgo } f = 2\mathbb{Z} \text{ (números enteros múltiplos de 2)}, c.x = \left[0, \frac{1}{2}\right), c.y = 0$.

53. $f(x) = 5^x - \frac{3}{2}$.

$R: \text{Dom } f = \mathbb{R}, \text{Rgo } f = \left(-\frac{3}{2}, \infty\right), c.x = \log_5\left(\frac{3}{2}\right) \approx 0,252, c.y = -\frac{1}{2}, \text{asíntota } y = -\frac{3}{2}$.

54. $f(x) = \log_5 x + \frac{5}{2}$.

$R: \text{Dom } f = (0, \infty), \text{Rgo } f = \mathbb{R}, c.x = 5^{-5/2} \approx 0,017, c.y \text{ no hay}, \text{asíntota vertical } x = 0$.

55. $f(x) = \frac{2^{2x}}{3} - 1$.

$R: \text{Dom } f = \mathbb{R}, \text{Rgo } f = (-1, \infty), c.x = 0, c.y = 0, \text{asíntota } y = -1$.

56. $f(x) = \log_{\frac{1}{2}}(x - 4) + \frac{1}{2}$.

$R: \text{Dom } f = (4, \infty), \text{Rgo } f = \mathbb{R}, c.x = 4 + \sqrt{2} \approx 5,41, c.y \text{ no hay}, \text{asíntota } x = 4$.

57. $f(x) = e^{3-x} - \frac{11}{3}$.

$R: \text{Dom } f = \mathbb{R}, \text{Rgo } f = \left(-\frac{11}{3}, \infty\right), c.x = 3 - \ln\left(\frac{11}{3}\right) \approx 1,701, c.y = e^3 - \frac{11}{3} \approx 16,4, \text{asíntota } y = -\frac{11}{3}$.

58. $f(x) = \ln(5 - 3x) - 2$.

$R: \text{Dom } f = \left(-\infty, \frac{5}{3}\right), \text{Rgo } f = \mathbb{R}, c.x = \frac{e^2 - 5}{-3} \approx -0,796, c.y = \ln(5) - 2 \approx -0,39, \text{asíntota } x = \frac{5}{3}$.

59. $f(x) = 5\left(\frac{1}{2}\right)^{1-2x} + 3$.

$R: \text{Dom } f = \mathbb{R}, \text{Rgo } f = (3, \infty), c.x \text{ no hay}, c.y = \frac{11}{2}, \text{asíntota } y = 3$.

$$60. f(x) = \frac{7}{2} - \frac{\log(-x)}{2}.$$

$R: \text{Dom } f = (-\infty, 0), \text{ Rgo } f = \mathbb{R}, c.x = -10^7, c.y \text{ no hay, as\'intota } x = 0.$

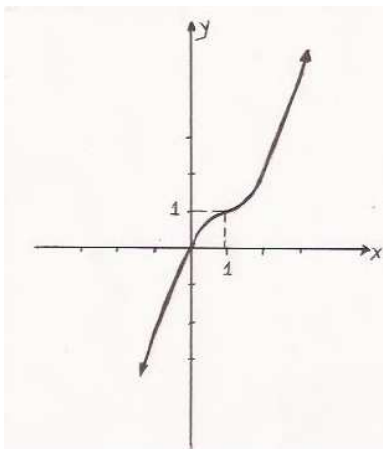
$$61. f(x) = \frac{5}{2} - \ln \sqrt{5-2x}.$$

$R: \text{Dom } f = \left(-\infty, \frac{5}{2}\right), \text{ Rgo } f = \mathbb{R}, c.x = \frac{e^5 - 5}{-2} \approx -71,71, y = \frac{5}{2} - \frac{1}{2} \ln(5) \approx 1,695, \text{ as\'intota } x = \frac{5}{2}.$

Actividad 1.5

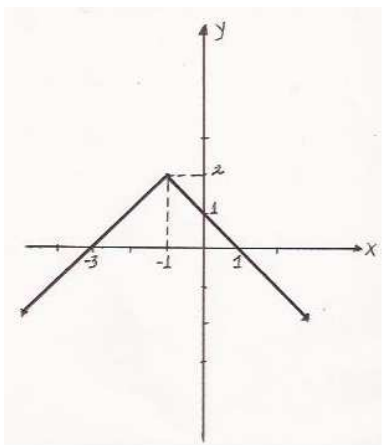
Considere las gr\'aficas dadas en 62 al 69. (a) Identifique la funci\'on b\'asica que las genera. (b) Indique los principios de graficaci\'on aplicados a la funci\'on b\'asica. (c) Escriba la ecuaci\'on que representa a la gr\'afica.

62.



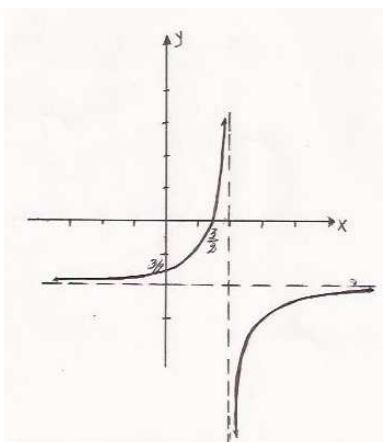
$R: y = (x-1)^n + 1$ con n impar y $n \neq 1$.

63.



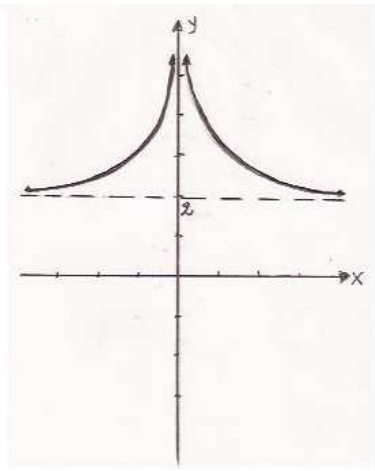
$R: y = -|x+1| + 2.$

64.



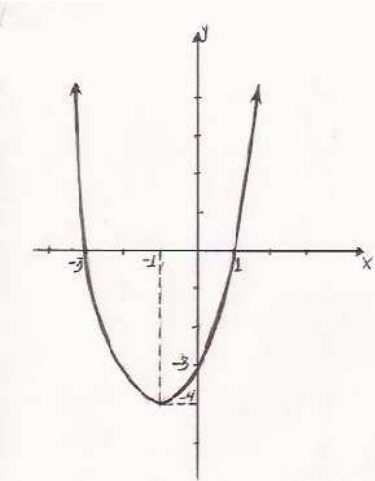
$R: y = \frac{1}{2-x} - 2.$

65.



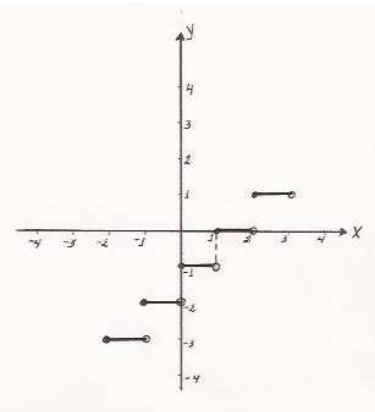
$$R: y = \frac{1}{x^n} + 2 \text{ con } n \text{ par.}$$

66.



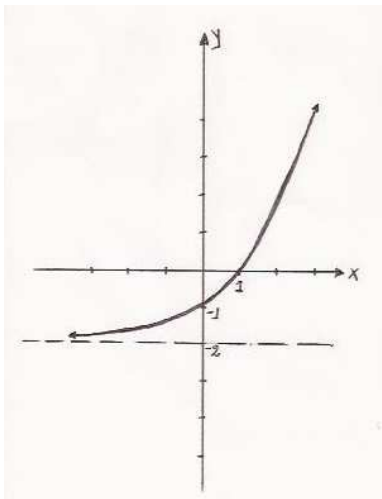
$$R: y = (x + 1)^2 - 4.$$

67.



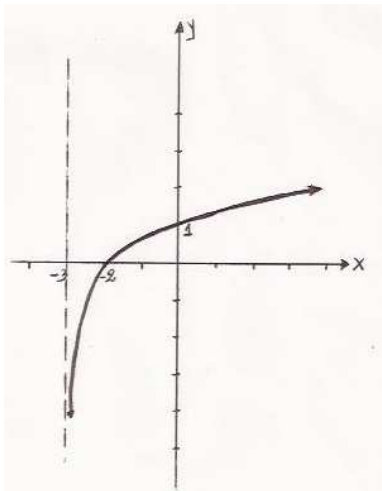
$$R: y = \llbracket x - 1 \rrbracket \text{ ó } y = \llbracket x \rrbracket - 1.$$

68.



$$R: y = 2^x - 2.$$

69.



$$R: y = \log_3(x + 3).$$

Actividad 1.6

En los ejercicios del 70 al 81, trace la gráfica de la función trigonométrica dada, halle dominio, rango, período y cortes con los ejes coordenados. Indicar amplitud o ecuaciones de las asíntotas cuando sea el caso. ($c.x$ indica corte en x , $c.y$ indica corte en y).

70. $f(x) = 2 \sin(x + \pi).$

R : Dom $f = \mathbb{R}$, Rgo $f = [-2, 2]$, Período $= 2\pi$, $c.x = (n - 1)\pi$ con $n \in \mathbb{Z}$ ($c.x = \dots, -2\pi, -\pi, 0, \dots$),
 $c.y = 0$, Amplitud $= 2$.

71. $g(x) = \frac{1}{2} \sin\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right).$

R : Dom $f = \mathbb{R}$, Rgo $f = \left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$, Período $= \pi$, $c.x = \frac{(2n + 1)\pi}{4}$ con $n \in \mathbb{Z}$ ($c.x = \dots, -\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}, \dots$),
 $c.y = \frac{1}{2}$, Amplitud $= \frac{1}{2}$.

72. $h(x) = -\cos(\pi + 3x)$.

R : Dom $f = \mathbb{R}$, Rgo $f = [-1, 1]$, Período = $\frac{2\pi}{3}$, $c.x = \frac{(2n-1)\pi}{6}$ con $n \in \mathbb{Z}$ $\left(c.x = \dots, -\frac{\pi}{2}, -\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{6}, \dots\right)$,
 $c.y = \frac{1}{2}$, $c.y = 1$, Amplitud = 1.

73. $f(x) = \frac{3}{2} \cos\left(\frac{\pi}{4} - \frac{x}{2}\right)$.

R : Dom $f = \mathbb{R}$, Rgo $f = \left[-\frac{3}{2}, \frac{3}{2}\right]$, Período = 4π , $c.y = \frac{(3\sqrt{2})}{4}$, $c.x = \frac{(4n+3)\pi}{2}$ con $n \in \mathbb{Z}$
 $\left(c.x = \dots, -\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \frac{7\pi}{2}, \dots\right)$, Amplitud = $\frac{3}{2}$.

74. $g(x) = \tan\left(\frac{x}{2} + \pi\right)$.

R : Dom $f = \mathbb{R} - \{x = (2n-1)\pi : n \in \mathbb{Z}\}$, Rgo $f = \mathbb{R}$, Período = 2π , $c.x = 2(n-1)\pi$ con $n \in \mathbb{Z}$
 $(c.x = \dots, -4\pi, -2\pi, 0, \dots)$, $c.y = 0$, asíntotas $x = (2n-1)\pi$ con $n \in \mathbb{Z}$ $(x = \dots, -3\pi, -\pi, \pi, \dots)$.

75. $h(x) = -3 \tan\left(\frac{x}{2}\right)$.

R : Dom $f = \mathbb{R} - \{x = (1+2n)\pi : n \in \mathbb{Z}\}$, Rgo $f = \mathbb{R}$, Período = 2π , $c.x = 2n\pi$ con $n \in \mathbb{Z}$ $(c.x = \dots, -2\pi, 0, 2\pi, \dots)$, $c.y = 0$, Asíntotas $x = (1+2n)\pi$ con $n \in \mathbb{Z}$ $(x = \dots, -\pi, \pi, 3\pi, \dots)$.

76. $f(x) = -2 \cot\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)$.

R : Dom $f(x) = \mathbb{R} - \left\{x = \frac{(4n-1)\pi}{8} : n \in \mathbb{Z}\right\}$, Rgo $f = \mathbb{R}$, Período = $\frac{\pi}{2}$, $c.x = \frac{(1+4n)\pi}{8}$ con $n \in \mathbb{Z}$
 $\left(c.x = \dots, -\frac{3\pi}{8}, \frac{\pi}{8}, \frac{5\pi}{8}, \dots\right)$, $c.y = -2$, Asíntotas $x = \frac{(4n-1)\pi}{8}$ con $n \in \mathbb{Z}$ $\left(x = \dots, -\frac{5\pi}{8}, -\frac{\pi}{8}, \frac{3\pi}{8}, \dots\right)$.

77. $f(x) = -\cot\left(\frac{\pi}{4} - x\right)$.

R : Dom $f(x) = \mathbb{R} - \left\{x = \frac{(4n+1)\pi}{4} : n \in \mathbb{Z}\right\}$, Rgo $f = \mathbb{R}$, Período = π , $c.x = \frac{(3+4n)\pi}{4}$ con $n \in \mathbb{Z}$
 $\left(c.x = \dots, -\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}, \frac{7\pi}{4}, \dots\right)$, $c.y = -1$, Asíntotas $x = \frac{(4n+1)\pi}{4}$ con $n \in \mathbb{Z}$ $\left(x = \dots, -\frac{3\pi}{4}, \frac{\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}, \dots\right)$.

78. $h(x) = -\frac{2}{3} \csc\left(\frac{1}{2}x + \frac{\pi}{4}\right)$.

R : Dom $f(x) = \mathbb{R} - \left\{x = \frac{(4n-1)\pi}{2} : n \in \mathbb{Z}\right\}$, Rgo $\left(-\infty, -\frac{2}{3}\right] \cup \left[\frac{2}{3}, \infty\right)$, Período = 4π , $c.x$ no hay,

$$c.y = -\frac{2\sqrt{2}}{3}, \text{ Asíntotas } x = \frac{(4n-1)\pi}{2} \text{ con } n \in \mathbb{Z} \left(x = \dots, -\frac{5\pi}{2}, -\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \dots \right).$$

$$79. f(x) = -3 \csc \left(\frac{\pi}{2} - \frac{x}{3} \right).$$

$$R: \text{Dom } f(x) = \mathbb{R} - \left\{ x = \frac{(6n+3)\pi}{2} : n \in \mathbb{Z} \right\}, \text{ Rgo } (-\infty, -3] \cup [3, \infty), \text{ Período } = 6\pi, c.x \text{ no hay,}$$

$$c.y = -3, \text{ Asíntotas } x = \frac{(6n+3)\pi}{2} \text{ con } n \in \mathbb{Z} \left(x = \dots, -\frac{3\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \frac{9\pi}{2}, \dots \right).$$

$$80. g(x) = \sec \left(x + \frac{\pi}{4} \right).$$

$$R: \text{Dom } f(x) = \mathbb{R} - \left\{ x = \frac{(1+4n)\pi}{4} : n \in \mathbb{Z} \right\}, \text{ Rgo } (-\infty, -1] \cup [1, \infty), \text{ Período } = 2\pi, c.x \text{ no hay,}$$

$$c.y = \sqrt{2}, \text{ Asíntotas } x = \frac{(1+4n)\pi}{4} \text{ con } n \in \mathbb{Z} \left(x = \dots, -\frac{3\pi}{4}, \frac{\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}, \dots \right).$$

$$81. h(x) = -2 \sec \left(\pi - \frac{x}{2} \right).$$

$$R: \text{Dom } f(x) = \mathbb{R} - \{ x = (3+2n)\pi : n \in \mathbb{Z} \}, \text{ Rgo } (-\infty, -2] \cup [2, \infty), \text{ Período } = 4\pi, c.x \text{ no hay, } c.y = 2,$$

$$\text{Asíntotas } x = (3+2n)\pi \text{ con } n \in \mathbb{Z} (x = \dots, \pi, 3\pi, 5\pi, \dots).$$

Actividad 1.7

Dadas las funciones del 82 al 89, trace su gráfica, determine intersecciones con los ejes coordenados, dominio y rango.

82.

$$f(x) = \begin{cases} (x+3)^2 + 1 & \text{si } x < -2 \\ -x + 1 & \text{si } -2 \leq x \leq 2 \\ \sqrt{x-2} & \text{si } x > 2 \end{cases} \quad R: \text{Dom } f = \mathbb{R}, \text{Rgo } f = [-1, \infty), c.x = 1, c.y = 1.$$

83.

$$f(x) = \begin{cases} |x+2| & \text{si } x \leq -1 \\ x^3 - 2 & \text{si } -1 < x \leq 2 \\ x - 4 & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

$$R : Dom f = \mathbb{R}, Rgo f = (-3, \infty), c.x = -2, c.x = 4, c.x = \sqrt[3]{2}, c.y = -2.$$

84.

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt[3]{x+1} & si \quad x \leq -1 \\ (x-1)^4 - 2 & si \quad |x| < 1 \\ e^{-x} & si \quad x \geq 1 \end{cases}$$

$$R : Dom f = \mathbb{R}, Rgo f = (-\infty, 14), c.x = -1, c.x = -\sqrt[4]{2} + 1, c.y = -1.$$

85.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x+1} & si \quad x < -1 \\ \log_{\frac{1}{2}}(x+1) & si \quad -1 < x \leq 1 \\ \sqrt{x} + 2 & si \quad x > 1 \end{cases} \quad R : Dom f = \mathbb{R} - \{-1\}, Rgo f = \mathbb{R}, c.x = 0, c.y = 0.$$

86.

$$f(x) = \begin{cases} 2x - 1 & si \quad x < 1 \\ x^2 - \frac{1}{2} & si \quad 1 \leq x < 2 \\ |x - 3| & si \quad x \geq 2 \end{cases} \quad R : Dom f = \mathbb{R}, Rgo f = \mathbb{R}, c.x = \frac{1}{2}, c.x = 3, c.y = -1.$$

87.

$$f(x) = \begin{cases} \llbracket x \rrbracket & si \quad x < -2 \\ |x+1| & si \quad -2 \leq x < 0 \\ \sqrt{x+3} & si \quad 0 \leq x < 4 \\ x^2 - 4 & si \quad x \geq 4 \end{cases} \quad \begin{array}{l} R: Dom f = \mathbb{R}, \\ Rgo f = \{x \in \mathbb{Z} : x \leq -3\} \cup [0, 1] \cup [\sqrt{3}, \sqrt{7}) \cup [12, \infty), \\ c.x = -1, c.y = \sqrt{3}. \end{array}$$

88.

$$f(x) = \begin{cases} -2x - 1 & \text{si } x \leq -3 \\ |2x + 3| & \text{si } -3 < x \leq 0 \\ 2x - x^2 & \text{si } 0 < x < 3 \\ 4 - 2\sqrt{x-3} & \text{si } x \geq 3 \end{cases} \quad \begin{array}{l} R: \text{Dom } f = \mathbb{R}, \text{Rgo } f = (-\infty, 4] \cup [5, \infty), \\ c.x = -\frac{3}{2}, c.x = 2, c.x = 7, c.y = 3. \end{array}$$

89.

$$f(x) = \begin{cases} 2^{1-x} - 8 & \text{si } x \leq -2 \\ 3 \log_{1/2}(x+2) & \text{si } -2 < x < 1 \\ 2 - 2^{3-x} & \text{si } 1 \leq x < 3 \\ 3x - 5 & \text{si } x \geq 3 \end{cases} \quad \begin{array}{l} R: \text{Dom } f = \mathbb{R}, \text{Rgo } f = (-3 \log_{\frac{1}{2}}(3), \infty) \approx (-4, 75, \infty), \\ c.x = 2, c.x = -2, c.x = -1, c.y = -3. \end{array}$$

Actividad 1.8

En los ejercicios del 90 al 105, halle en forma analítica el dominio de la función dada:

90. $f(x) = x^2 - 2x - 3$.

$R: \text{Dom } f = \mathbb{R}$.

91. $f(x) = -x^2 - 2x + 8$.

$R: \text{Dom } f = \mathbb{R}$.

92. $f(x) = \sqrt[3]{x}$.

$R: \text{Dom } f = \mathbb{R}$.

93. $f(x) = \sqrt{2x - 5}$.

$R: \text{Dom } f = [5/2, \infty)$.

94. $f(x) = \sqrt{x^2 - 2x - 3}$.

$R: \text{Dom } f = (-\infty, -1] \cup [3, \infty)$.

95. $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2 - 2x - 3}}$.
 $R: \text{Dom } f = (-\infty, -1) \cup (3, \infty)$.
96. $f(x) = \sqrt{\frac{-3}{5x + 15}}$.
 $R: \text{Dom } f = (-\infty, -3)$.
97. $f(x) = \log(-x^2 + 2x + 24)$.
 $R: \text{Dom } f = (-4, 6)$.
98. $f(x) = \log\left(\frac{4x - 8}{-2x + 6}\right)$.
 $R: \text{Dom } f = (2, 3)$.
99. $g(x) = \sqrt[4]{12 - \sqrt{2 - x}}$.
 $R: \text{Dom } f = [-142, 2]$.
100. $g(x) = 7x^4 \sqrt{5 + \sqrt{x - 1}}$.
 $R: \text{Dom } f = [1, \infty)$.
101. $h(x) = \left(\frac{2}{3}\right)^{\sqrt[3]{3-x}} - \sin(7x - 6)$.
 $R: \text{Dom } f = \mathbb{R}$.
102. $g(x) = \ln(x^2 + 2x + 1) + \cos(6x - 5)$.
 $R: \text{Dom } f = \mathbb{R} - \{-1\}$.
103. $f(x) = \log_{(1/2)}(x^2 + 4x - 5) + \llbracket x + 5 \rrbracket$.
 $R: f(x) : (-\infty, -5) \cup (1, \infty)$.
104. $f(x) = \tan\left(4x - \frac{\pi}{2}\right)$.
 $R: \text{Dom } f = \mathbb{R} - \left\{x = \frac{(n+1)\pi}{4} : n \in \mathbb{Z}\right\}$.
105. $h(x) = \csc\left(\frac{x}{3} + \frac{\pi}{4}\right)$.
 $R: \text{Dom } f = \mathbb{R} - \left\{x = \frac{3\pi(4n-1)}{4} : n \in \mathbb{Z}\right\}$.

Actividad 1.9

En los ejercicios del 106 al 113, defina las siguientes funciones y determine el dominio de la función resultante:

(a) $f + g$, (b) $f - g$, (c) $f \cdot g$, (d) f/g y (e) g/f .

106. $f(x) = x - 5$ y $g(x) = x^2 - 1$.

$$R: (f+g)(x) = x^2 + x - 6, (f-g)(x) = -x^2 + x - 4, (f.g)(x) = x^3 - 5x^2 - x + 5, \left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{x-5}{x^2-1}, \left(\frac{g}{f}\right)(x) = \frac{x^2-1}{x-5}.$$

$$\text{Dom } (f+g) = \text{Dom } (f-g) = \text{Dom } (f.g) = \mathbb{R}, \text{Dom } (f/g) = \mathbb{R} - \{-1, 1\}, \text{Dom } (g/f) = \mathbb{R} - \{5\}.$$

107. $f(x) = \frac{x+1}{x-1}$ y $g(x) = \frac{1}{x}$.

$$R: (f+g)(x) = \frac{x^2+2x-1}{x(x-1)}, (f-g)(x) = \frac{x^2+1}{x(x-1)}, (f.g)(x) = \frac{x+1}{x(x-1)}, \left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{x^2+x}{x-1}, \left(\frac{g}{f}\right)(x) = \frac{x-1}{x(x+1)}.$$

$$\text{Dom } (f+g) = \text{Dom } (f-g) = \text{Dom } (f.g) = \mathbb{R} - \{0, 1\}, \text{Dom } \left(\frac{f}{g}\right) = \mathbb{R} - \{0, 1\}, \text{Dom } \left(\frac{g}{f}\right) = \mathbb{R} - \{-1, 0, 1\}.$$

108. $f(x) = \sqrt{x-1}$ y $g(x) = \sqrt{x^2-4}$.

$$R: (f+g)(x) = \sqrt{x-1} + \sqrt{x^2-4}, (f-g)(x) = \sqrt{x-1} - \sqrt{x^2-4}, (f.g)(x) = \sqrt{x-1}.\sqrt{x^2-4}, \left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{\sqrt{x-1}}{\sqrt{x^2-4}}, \left(\frac{g}{f}\right)(x) = \frac{\sqrt{x^2-4}}{\sqrt{x-1}}.$$

$$\text{Dom } (f+g) = \text{Dom } (f-g) = \text{Dom } (f.g) = [2, \infty), \text{Dom } \left(\frac{f}{g}\right) = (2, \infty), \text{Dom } \left(\frac{g}{f}\right) = [2, \infty).$$

109. $f(x) = \frac{1}{x+1}$ y $g(x) = \frac{x}{x-2}$.

$$R: (f+g)(x) = \frac{x^2+2x-2}{(x+1)(x-2)}, (f-g)(x) = \frac{-x^2-2}{(x+1)(x-2)}, (f.g)(x) = \frac{x}{(x+1)(x-2)}, \left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{x-2}{x(x+1)}, \left(\frac{g}{f}\right)(x) = \frac{x(x+1)}{x-2}.$$

$$\text{Dom } (f+g) = \text{Dom } (f-g) = \text{Dom } (f.g) = \mathbb{R} - \{-1, 2\}, \text{Dom } \left(\frac{f}{g}\right) = \mathbb{R} - \{-1, 0, 2\}, \text{Dom } \left(\frac{g}{f}\right) = \mathbb{R} - \{-1, 2\}.$$

110. $f(x) = \cos(x)$ y $g(x) = \sin(x)$.

$$R: (f+g)(x) = \cos(x) + \sin(x), (f-g)(x) = \cos(x) - \sin(x), (f.g)(x) = \cos(x).\sin(x), \left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{\cos(x)}{\sin(x)}, \left(\frac{g}{f}\right)(x) = \frac{\sin(x)}{\cos(x)}.$$

$$\text{Dom } (f+g) = \text{Dom } (f-g) = \text{Dom } (f.g) = \mathbb{R}, \text{Dom } \left(\frac{f}{g}\right) = \mathbb{R} - \{x = n\pi : n \in \mathbb{Z}\}, \text{Dom } \left(\frac{g}{f}\right) = \mathbb{R} - \{x = n\pi + \frac{\pi}{2} : n \in \mathbb{Z}\}.$$

111. $f(x) = \ln(x+4)$ y $g(x) = \ln(x-3)$.

$$R: (f+g)(x) = \ln(x+4) + \ln(x-3) = \ln[(x+4)(x-3)], (f-g)(x) = \ln(x+4) - \ln(x-3) = \ln \left[\frac{x+4}{x-3} \right],$$

$$(f.g)(x) = \ln(x+4).\ln(x-3), \left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{\ln(x+4)}{\ln(x-3)}, \left(\frac{g}{f}\right)(x) = \frac{\ln(x-3)}{\ln(x+4)}.$$

$$\text{Dom}(f+g) = \text{Dom}(f-g) = \text{Dom}(f.g) = (3, \infty), \text{Dom}\left(\frac{f}{g}\right) = (3, 4) \cup (4, \infty), \text{Dom}\left(\frac{g}{f}\right) = (3, \infty).$$

$$112. f(x) = e^{3x-1} \text{ y } g(x) = x - 5.$$

$$R: (f+g)(x) = e^{3x-1} + x - 5, (f-g)(x) = e^{3x-1} - x + 5, (f.g)(x) = e^{3x-1}(x-5), \left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{e^{3x-1}}{x-5}, \left(\frac{g}{f}\right)(x) = \frac{x-5}{e^{3x-1}}.$$

$$\text{Dom}(f+g) = \text{Dom}(f-g) = \text{Dom}(f.g) = \mathbb{R}, \text{Dom}\left(\frac{f}{g}\right) = \mathbb{R} - \{5\}, \text{Dom}\left(\frac{g}{f}\right) = \mathbb{R}.$$

$$113. f(x) = |x| \text{ y } g(x) = |x-3|.$$

$$R: (f+g)(x) = |x| + |x-3|, (f-g)(x) = |x| - |x-3|, (f.g)(x) = |x(x-3)|, \left(\frac{f}{g}\right)(x) = \left|\frac{x}{x-3}\right|, \left(\frac{g}{f}\right)(x) = \left|\frac{x-3}{x}\right|.$$

$$\text{Dom}(f+g) = \text{Dom}(f-g) = \text{Dom}(f.g) = \mathbb{R}, \text{Dom}\left(\frac{f}{g}\right) = \mathbb{R} - \{3\}, \text{Dom}\left(\frac{g}{f}\right) = \mathbb{R} - \{0\}.$$

En los ejercicios del 114 al 118, exprese la función h como la composición de dos funciones f y g .

$$114. h(x) = \ln(x^2 + 2x).$$

$$115. h(x) = \sqrt{|x| + 4}.$$

$$116. h(x) = \cos(\sqrt{x+1}).$$

$$117. h(x) = \sqrt{\cos x + 1}.$$

$$118. h(x) = \left(\frac{1}{x-3}\right)^3.$$

En los ejercicios del 119 al 124, dadas las funciones f y g , encuentre el dominio y una fórmula para $f \circ g$ y $g \circ f$.

$$119. f(x) = \frac{x-3}{2} \text{ y } g(x) = \sqrt{x}.$$

$$R: (f \circ g)(x) = \frac{\sqrt{x}-3}{2}, \text{Dom}(f \circ g) = [0, \infty), (g \circ f)(x) = \sqrt{\frac{x-3}{2}}, \text{Dom}(g \circ f) = [3, \infty).$$

$$120. f(x) = \frac{x}{x-1} \text{ y } g(x) = \sqrt{1+x^2}.$$

$$R: (f \circ g)(x) = \frac{\sqrt{1+x^2}}{\sqrt{1+x^2}-1}, \text{Dom}(f \circ g) = \mathbb{R} - \{0\}, (g \circ f)(x) = \sqrt{\frac{(x-1)^2 + x^2}{(x-1)^2}}, \text{Dom}(g \circ f) = \mathbb{R} - \{1\}.$$

$$121. f(x) = \ln(x^2 - 1) \text{ y } g(x) = e^x.$$

$$R: (f \circ g)(x) = \ln(e^{2x} - 1), \text{Dom}(f \circ g) = (0, \infty), (g \circ f)(x) = x^2 - 1, \text{Dom}(g \circ f) = (-\infty, -1) \cup (1, \infty).$$

122. $f(x) = x + \frac{1}{x}$ y $g(x) = \frac{x+1}{x+2}$.
 $R: (f \circ g)(x) = \frac{(x+1)^2 + (x+2)^2}{(x+1)(x+2)}$, $\text{Dom}(f \circ g) = R - \{-2, -1\}$, $(g \circ f)(x) = \frac{x^2 + x + 1}{x^2 + x + 2}$, $\text{Dom}(g \circ f) = \mathbb{R} - \{-1, 0\}$.

123. $f(x) = \sec(2x)$ y $g(x) = x - \pi$.
 $R: (f \circ g)(x) = \sec(2x - 2\pi)$, $\text{Dom}(f \circ g) = R - \left\{x = \frac{(2n+5)\pi}{4} : n \in Z\right\}$, $(g \circ f)(x) = \sec(2x) - \pi$,
 $\text{Dom}(g \circ f) = \mathbb{R} - \left\{x = \frac{(2n+1)\pi}{4} : n \in Z\right\}$.

124. $f(x) = x^2 + 2x - 4$ y $g(x) = x^2$.
 $R: (f \circ g)(x) = x^4 + 2x^2 - 4$, $\text{Dom}(f \circ g) = \mathbb{R}$, $(g \circ f)(x) = (x^2 + 2x - 4)^2$, $\text{Dom}(g \circ f) = \mathbb{R}$.

Actividad 1.10

En los ejercicios del 125 al 136, indique cuales de las siguientes funciones son inyectivas, justifique su respuesta.

125. $f(x) = x^2$.

R : No

126. $f(x) = \ln(x^2 + 1)$.

R : No

127. $f(x) = e^x$.

R : Sí

128. $f(x) = \cos(x)$.

R : No

129. $f(x) = e^{x^2}$.

R : No

130. $f(x) = |x|$.

R : No

131. $f(x) = \log_3(2x - 5)$.

R : Sí

132. $f(x) = |4 - x| - 2$.

R : No

133. $f(x) = \text{sen}(2x + \pi)$.

R : No

134. $f(x) = \llbracket x \rrbracket$.

R : No

135.

$$f(x) = \begin{cases} 3x & \text{si } x < 0 \\ \sqrt{x} & \text{si } 0 \leq x \leq 9 \\ x + 1 & \text{si } x > 9 \end{cases} \quad R: \text{ Sí}$$

136.

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{si } x \leq 2 \\ 2x & \text{si } 2 < x \leq 3 \\ 5 & \text{si } x > 3 \end{cases} \quad R: \text{ No}$$

En los ejercicios del 137 al 143, demuestre que las funciones f y g son inversas la una de la otra.

137. $f(x) = 2x - 3$ y $g(x) = \frac{x+3}{2}$.

138. $f(x) = \frac{1}{x-1}$ y $g(x) = \frac{1+x}{x}$.

139. $f(x) = (x-1)^3$ y $g(x) = 1 + \sqrt[3]{x}$.

140. $f(x) = \ln(2x-3)$ y $g(x) = \frac{e^x+3}{2}$.

141. $f(x) = x^2$ con $x \geq 0$ y $g(x) = \sqrt{x}$.

142. $f(x) = x^2$ con $x < 0$ y $g(x) = -\sqrt{x}$.

143. $f(x) = \sqrt{2x+1}$ y $g(x) = \frac{x^2-1}{2}$.

En los ejercicios del 144 al 150, obtenga la gráfica de la función g^{-1} a partir de la gráfica de g .

144. $g(x) = x^n$ para n par y $x \geq 0$.

145. $g(x) = x^n$ para n impar y $n \geq 3$.

146. $g(x) = a^n$ con $0 < a < 1$.

147. $g(x) = \log_a(x)$ con $x > 0$.

148. $g(x) = \text{sen}(x)$ para $-\pi/2 \leq x \leq \pi/2$.

149. $g(x) = \cos(x)$ para $0 \leq x \leq \pi$.

150. $g(x) = \tan(x)$ para $-\pi/2 \leq x \leq \pi/2$.

En los ejercicios del 151 al 160, determine si la función dada admite inversa (de ser necesario restrinja el dominio), encuentre la función inversa, grafique sobre un mismo plano f y f^{-1} y pruebe que $f(f^{-1}(x)) = x$ y $f^{-1}(f(x)) = x$. Indique dominio y rango de f y de f^{-1} .

151. $f(x) = \frac{(x-1)^3 - 4}{3}$.

$R: f^{-1}(x) = \sqrt[3]{3x+4} + 1, \text{ Dom } f = \text{Rgo } f^{-1} = \mathbb{R}, \text{ Rgo } f = \text{Dom } f^{-1} = \mathbb{R}.$

152. $f(x) = 2^x - 2$.

$R: f^{-1}(x) = \log_2(x+2), \text{ Dom } f = \text{Rgo } f^{-1} = \mathbb{R}, \text{ Rgo } f = \text{Dom } f^{-1} = (-2, \infty).$

153. $f(x) = \sqrt[3]{x+1}$.

$R: f^{-1}(x) = (x-1)^3, \text{ Dom } f = \text{Rgo } f^{-1} = \mathbb{R}, \text{ Rgo } f = \text{Dom } f^{-1} = \mathbb{R}.$

154. $f(x) = \sqrt{x} + 4$.

$R: f^{-1}(x) = (x-4)^2, \text{ Dom } f = \text{Rgo } f^{-1} = [0, \infty), \text{ Rgo } f = \text{Dom } f^{-1} = [4, \infty).$

155. $f(x) = x^2 + 6x + 10$.

$R:$

a) $f^{-1}(x) = \sqrt{x-1} - 3, \text{ Dom } f = \text{Rgo } f^{-1} = [-3, \infty), \text{ Rgo } f = \text{Dom } f^{-1} = [1, \infty).$

b) $f^{-1}(x) = -(\sqrt{x-1} + 3), \text{ Dom } f = \text{Rgo } f^{-1} = (-\infty, -3], \text{ Rgo } f = \text{Dom } f^{-1} = [1, \infty)$

156. $f(x) = x^2 - 4x$.

$R:$

a) $f^{-1}(x) = \sqrt{x+4} - 2, \text{ Dom } f = \text{Rgo } f^{-1} = [2, \infty), \text{ Rgo } f = \text{Dom } f^{-1} = [-4, \infty).$

b) $f^{-1}(x) = 2 - \sqrt{x+4}, \text{ Dom } f = \text{Rgo } f^{-1} = (-\infty, 2], \text{ Rgo } f = \text{Dom } f^{-1} = [-4, \infty).$

157. $f(x) = 4x + 7$.

$R: f^{-1}(x) = \frac{x-7}{4}, \text{ Dom } f = \text{Rgo } f^{-1} = \mathbb{R}, \text{ Rgo } f = \text{Dom } f^{-1} = \mathbb{R}.$

158. $f(x) = \frac{1}{x-3} + 2$.

$R: f^{-1}(x) = \frac{1}{x-2} + 3, \text{ Dom } f = \text{Rgo } f^{-1} = \mathbb{R} - \{3\}, \text{ Rgo } f = \text{Dom } f^{-1} = \mathbb{R} - \{2\}.$

159. $f(x) = \ln(x+7) + 2$.

$R: f^{-1}(x) = e^{x-2} - 7, \text{ Dom } f = \text{Rgo } f^{-1} = (-7, \infty), \text{ Rgo } f = \text{Dom } f^{-1} = \mathbb{R}.$

160. $f(x) = |x+4| - 3$.

$R:$

a) $f^{-1}(x) = x - 1, \text{ Dom } f = \text{Rgo } f^{-1} = [-4, \infty), \text{ Rgo } f = \text{Dom } f^{-1}(x) = [-3, \infty).$

b) $f^{-1}(x) = -(x+7), \text{ Dom } f = \text{Rgo } f^{-1} = (-\infty, -4], \text{ Rgo } f = \text{Dom } f^{-1}(x) = [-3, \infty).$

ECUACIONES Y GRAFICAS

$$a = -\frac{c}{A}$$

$$b = -\frac{c}{B}$$

$$\text{Pendiente: } -\frac{A}{B}$$

$$Ax + By + C = 0$$

$$A \neq 0 \text{ y } B \neq 0$$

NO
TIENE
PENDIENTE

$$X = a$$

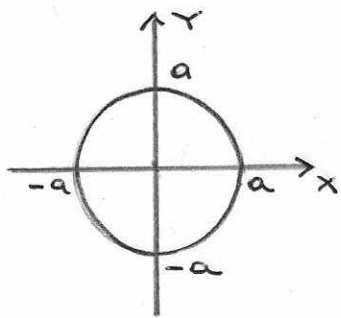
PENDIENTE
 $m = 0$

$$Y = b$$

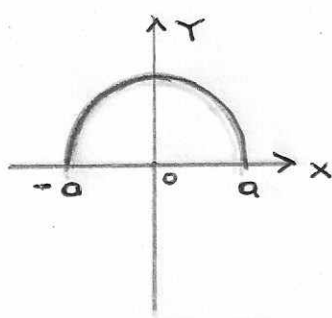
LINEAS RECTAS

CIRCUNFERENCIA

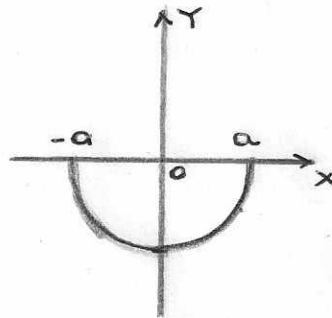
SEMI CIRCUNFERENCIAS



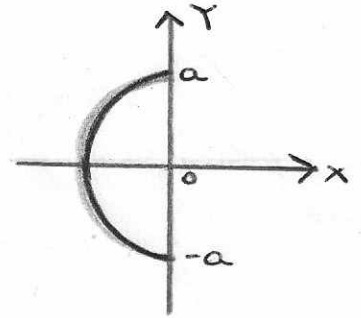
$$x^2 + y^2 = a^2$$



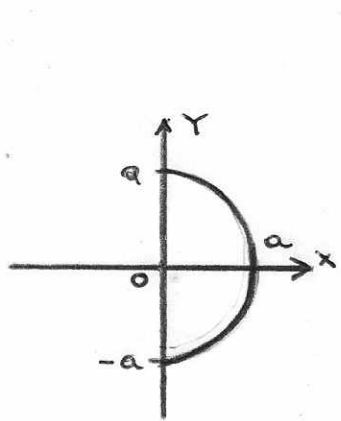
$$y = \sqrt{a^2 - x^2}$$



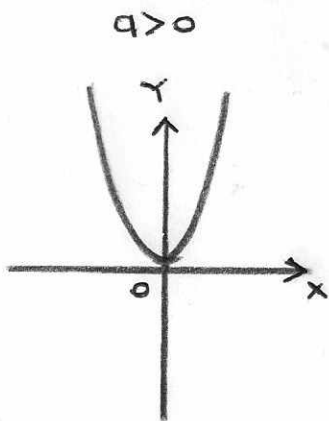
$$y = -\sqrt{a^2 - x^2}$$



$$x = \sqrt{a^2 - y^2}$$

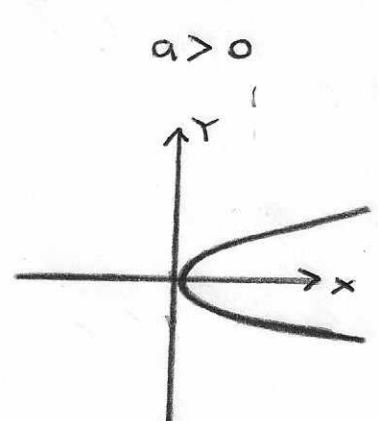
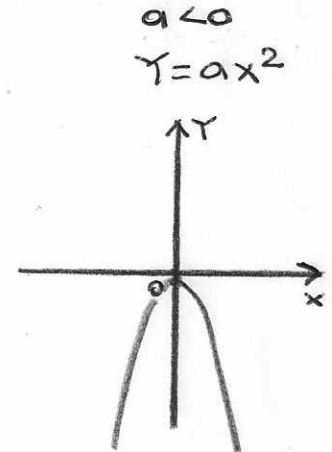


$$x = -\sqrt{a^2 - y^2}$$



$$y = ax^2$$

PARABOLAS

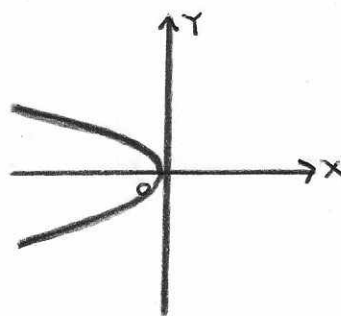


$$x = ay^2$$

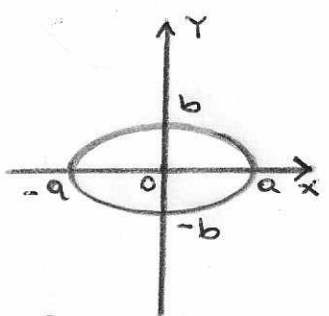
$$a < 0$$

ELIPSE

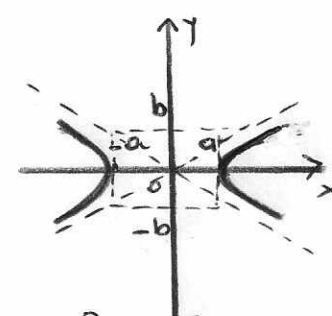
HIPÉRBOLAS



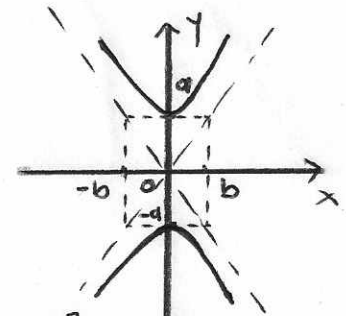
$$x = -ay^2$$



$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$



$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$



$$\frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} = 1$$