

- (19) Determine cual de las siguientes funciones son armónicas. Para cada función armónica encuentre una conjugada armónica y finalmente exprese la función $f = u + iv$ en términos de z

$$(a) u(x, y) = 3x^2y + 2x^2 - y^3 - 2y^2; \quad (b) u(x, y) = 2xy + 3xy^2 - 2y^3;$$

$$(c) u(x, y) = \frac{y}{x^2 + y^2}; \quad (d) u(x, y) = xe^x \cos(y) - ye^x \sin(y);$$

53. Determinar cuáles de las siguientes funciones u son armónicas. Para cada función armónica encontrar la función armónica conjugada v y expresar $u + iv$ como una función analítica de z .

$$(a) 3x^2y + 2x^2 - y^3 - 2y^2, \quad (b) 2xy + 3xy^2 - 2y^3, \quad (c) xe^x \cos y - ye^x \sin y, \quad (d) e^{-2xy} \sin(x^2 - y^2).$$

$$\text{Resp. } (a) v = 4xy - x^3 + 3xy^2 + c, f(z) = 2z^2 - iz^3 + iz \quad (c) ye^x \cos y + xe^x \sin y + c, ze^z + ic \\ (b) \text{ No es armónica} \quad (d) -e^{-2xy} \cos(x^2 - y^2) + c, -ie^{iz^2} + ic$$