Asignación 1

Introducción

Para realizar esta actividad Ud. ha sido incorporado a un grupo donde compartirá con a lo sumo 4 compañeros más la responsabilidad de **desarrollar un problema de esta asignación** y presentar las evidencias requeridas, que son, un video y el script. El problema a trabajar será asignado por el profesor una vez estén definidos los grupos de trabajo. Las pautas que debe seguir para la presentación de las evidencias están detalladas en el documento: **"Instructivo para realizar las asignaciones"**. La **fecha de entrega** está pautada para el lunes de la semana 2.

Además, como parte de su proceso de formación deberá realizar la evaluación del trabajo presentado por otro grupo (**coevaluación**) utilizando el instrumento de evaluación preparado para tal fin y que estará disponible en el aula virtual oportunamente. Por último, es importante hacer de su conocimiento que la selección de los compañeros de grupo, el problema a desarrollar, así como el grupo a evaluar son elegidos de manera aleatoria por el profesor.

Ejercicios

1. La función error definida como:

$$erf(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2} dt$$

proporciona la probabilidad de que cualquiera de una serie de ensayos esté a menos de x unidades de la media, suponiendo que los ensayos tienen una distribución normal con media 0 y desviación estándar $\sqrt{2}/2$. Esta integral no se puede evaluar en términos de funciones elementales, de modo que se debe usar una técnica de aproximación como la serie de Maclaurin. Así, al integrar la serie de Maclaurin para e^{-x^2} resulta la fórmula:

$$erf(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k x^{2k+1}}{(2k+1)k!} \tag{1}$$

La función error también se puede expresar en la forma:

$$erf(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} e^{-x^2} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{2^k x^{2k+1}}{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdots (2k+1)} \tag{2}$$

a) Verifique que las dos series coinciden para k =l, 2, 3 y 4. **Sugerencia**: Use la serie de Maclaurin para e^{-x^2}.

b) Use la serie de la ecuación (1) para aproximar $erf(1)$ hasta 10^{-7}.

c) Use el mismo número de términos del inciso (b) para aproximar $erf(1)$ con la serie de la ecuación (2).

d) Explique por qué hay dificultades al usar la serie de la ecuación (2) para aproximar $erf(x)$.

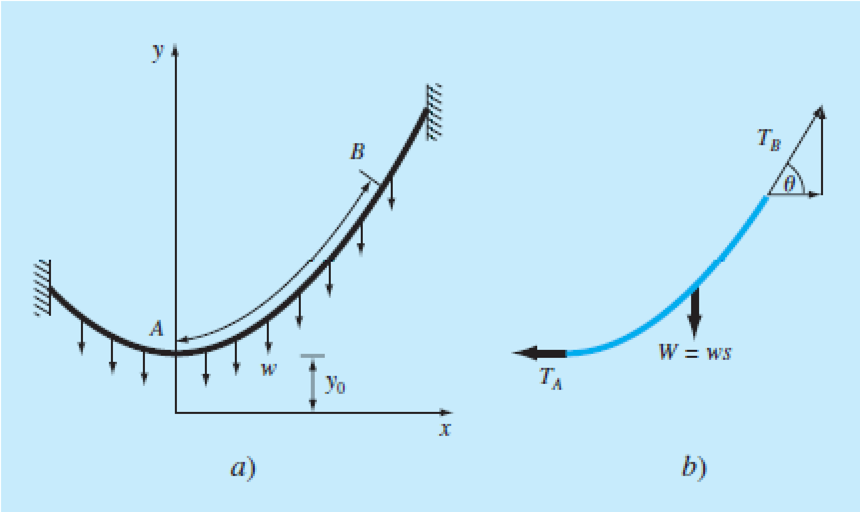

Figura 1: a) Fuerzas que actúan en una sección AB de un cable flexible colgante. b) Diagrama de cuerpo libre de la sección AB.

2. Un cable en forma catenaria es aquel que cuelga entre dos puntos que no se encuentran sobre la misma línea vertical. Como se ilustra en la figura 1a, la única carga a la que está sujeto es su propio peso. Así que su peso w (en N/m) actúa como una carga uniforme por unidad de longitud a lo largo del cable. Un diagrama de cuerpo libre de una sección AB se representa en la figura 1b, donde T_A y T_B son las fuerzas de tensión en sus extremos. Considerando los balances de fuerzas horizontal y vertical, se puede obtener el siguiente modelo de ecuación diferencial para el cable:

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{w}{T_A}\sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2}$$

Al resolver esta ecuación se obtiene la altura y del cable en función de la distancia x, esto es,

$$y = \frac{T_A}{w}\cosh\left(\frac{w}{T_A}x\right) + y_0 - \frac{T_A}{w}$$

donde el coseno hiperbólico viene dado por: $\cosh(x) = \frac{1}{2}(e^x + e^{-x})$.

a) Determine el valor de T_A dados los valores de los parámetros $w = 10$, $y_0 = 5$, de tal forma que el cable tenga una altura de $y = 15$ cuando $x = 50$.

b) Utilice el método de la secante para determinar la localización de la altura mínima para el caso descrito en el inciso a).

3. El mástil de un velero tiene un área de sección transversal de 10.65 cm^2, y está construido de una aleación experimental de aluminio. Para definir la relación entre tensión y deformación se llevaron a cabo pruebas, cuyos resultados se muestran en la Tabla 1.

Deformación (cm)	0.002	0.0045	0.0060	0.0013	0.0085	0.0005
Tensión (N/cm^2)	4965	5172	5517	3586	6896	1241

Tabla 1: Tensión y deformación medidos para el mástil del velero

A partir de estos datos,

a) Ajuste polinomios de regresión de primer y segundo grado, y grafique, superpuestos, los datos y los polinomios obtenidos. ¿Cuál de los dos ajustes cree Ud. que produce el menor error?

b) Calcule el error de ajuste (error cuadrático medio) para cada una de las aproximaciones obtenidas en el inciso anterior.

c) Elija el polinomio de mejor ajuste para estimar la deflexión de un mástil de 9.14 m si la fuerza del viento es de 25069 N. **Ayuda**: La tensión causada por el viento se calcula como F/A_c, donde F denota la fuerza en el mástil y A_c el área de la sección transversal del mástil. Por otro lado, la deflexión, que se obtiene a partir de la Ley de Hooke, viene dada por $\triangle L =$ deformación $\times\, L$, con L la longitud del mástil.