UNIVERSIDAD NACIONAL EXPERIMENTAL DEL TÁCHIRA

VICERRECTORADO ACADÉMICO

DECANATO DE DOCENCIA

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA Y FÍSICA

MÉTODO ITERATIVO: MÉTODO DE GAUSS SEIDEL.

MÉTODOS NUMÉRICOS.

PROF. JENNY PÉREZ.

1.

Algoritmo

Se desea resolver un sistema de ecuaciones lineales A**x** = **b** de orden (n x n) en forma iterativa, para ello es necesario conocer un vector de aproximación inicial :

$$\boldsymbol{x}^{(\mathbf{0})} = \left(x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, \dots, x_n^{(0)}\right)^t,$$

y un error de tolerancia permitido ξ, para ello se deben serguir los pasos descritos a continuación:

Paso 1: Se inicializa el proceso $k = 0$

Paso 2: Para cada $i = 1,\dots,n$; hacer:

$$x_i^{(k+1)} = \frac{1}{a_{ii}}\left(b_i - \sum_{j=1}^{i-1} a_{ij}\, x_j^{(k+1)} - \sum_{j=i+1}^{n} a_{ij}\, x_j^{(k)}\right)$$

Paso 3: Se calcula el error de tolerancia utilizando la norma infinita l_∞.

$$\left\|\boldsymbol{x}^{(\boldsymbol{k}+\mathbf{1})} - \boldsymbol{x}^{(\boldsymbol{k})}\right\|_\infty = \underset{i\,=\,1,\dots,n}{\text{máx}}\left\{\left|x^{(k+1)} - x^{(k)}\right|, \dots, \left|x^{(k+1)} - x^{(k)}\right|\right\}$$

$Si\ \left\|\boldsymbol{x}^{(\boldsymbol{k}+\mathbf{1})} - \boldsymbol{x}^{(\boldsymbol{k})}\right\|_\infty < \xi$ vaya al paso 5

$Si\ \left\|\boldsymbol{x}^{(\boldsymbol{k}+\mathbf{1})} - \boldsymbol{x}^{(\boldsymbol{k})}\right\|_\infty > \xi$ vaya al paso 4

Paso 4: Haga k = k + 1 y vaya al paso 2

Paso 5: Finaliza el proceso

2.

Ejercicio

Use el método de Gauss Seidel para resolver el sistema de ecuaciones dado. El vector de aproximación inicial es $\boldsymbol{x}^{(\mathbf{0})} = (0,0,0)^t$, la tolerancia ξ = 0.001, utilice la norma infinita (l_∞) para evaluar cada iteración.

$$10x_1 - 1x_2 + 0x_3 = 9$$
$$-1x_1 + 10x_2 - 2x_3 = 7$$
$$0x_1 - 2x_2 + 10x_3 = 6$$

Paso 1: k = 0

Paso 2: i = 1,2,3

$$x_1^{(1)} = \frac{1}{10}(9 + x_2^{(0)} - 0x_3^{(0)}) \ ; x_2^{(1)} = \frac{1}{10}(7 + x_1^{(1)} + 2x_3^{(0)}) \ ; x_3^{(1)} = \frac{1}{10}(6 - 0x_1^{(1)} + 2x_2^{(1)}).$$

$$x^{(1)} = (0.9, 0.79, 0.758)^t$$

Paso 3:

$$\left\|\boldsymbol{x}^{(1)} - \boldsymbol{x}^{(0)}\right\|_\infty = \underset{i\,=\,1,2,3}{máx}\{|0.9 - 0|, |0.79 - 0|, |0.758 - 0|\} = 0.9 > 0.001$$

Mala aproximación, voy al paso 4.

Paso 4: k = 0 + 1 = 1, voy al paso 2.

Paso 2: i = 1,2,3

$$x_1^{(2)} = \frac{1}{10}(9 + x_2^{(1)} - 0x_3^{(1)}) \ ; x_2^{(2)} = \frac{1}{10}(7 + x_1^{(2)} + 2x_3^{(1)}) \ ; x_3^{(2)} = \frac{1}{10}(6 - 0x_1^{(2)} + 2x_2^{(2)}).$$

$$x^{(2)} = (0.979, 0.9495, 0.7899)^t$$

Paso 3:

$$\left\|\boldsymbol{x}^{(2)} - \boldsymbol{x}^{(1)}\right\|_\infty = \underset{i\,=\,1,2,3}{máx}\{|0.979 - 0.9|, |0.9495 - 0.79|, |0.7899 - 0.758|\} = 0.1595 > 0.001$$

Mala aproximación, voy al paso 4.

Paso 4: k = 1 + 1 = 2, voy al paso 2.

Posterior a realizar 4 iteraciones se obtiene el vector solución que cumple con la tolerancia admitida

k	$x_1^{(k)}$	$x_2^{(k)}$	$x_3^{(k)}$	Error
0	0.000000	0.000000	0.000000	-
1	0.900000	0.790000	0.758000	0.900000
2	0.979000	0.949500	0.789900	0.159500
3	0.994950	0.957475	0.791495	0.015950
4	**0.995748**	**0.957873**	**0.791574**	**0.00080**

$$0.0008 < 0.001$$

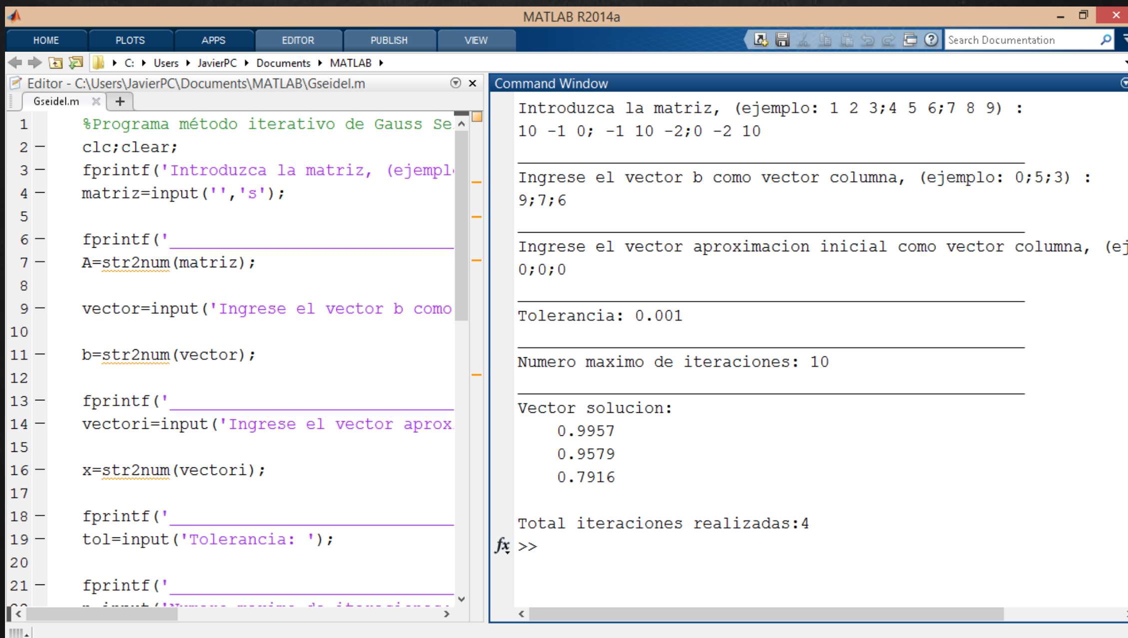
$$\boxed{x^{(4)} = (0.995748, 0.957873, 0.791574)^t}$$

3.

MATLAB

Código a emplear y resolución del ejercicio anterior por medio del programa.

```
%Programa método iterativo de Gauss Seidel
clc;clear;
fprintf('Introduzca la matriz, (ejemplo: 1 2 3;4 5 6;7 8 9) :\n');
matriz=input('','s');

fprintf('___________________________________
_________________\n');
A=str2num(matriz);

vector=input('Ingrese el vector b como vector columna, (ejemplo: 0;5;3) :\n', 's');

b=str2num(vector);

fprintf('___________________________________
_________________\n');
vectori=input('Ingrese el vector aproximacion inicial como vector columna, (ejemplo: 0;5;3) : \n','s');

x=str2num(vectori);

fprintf('___________________________________
_________________\n');
tol=input('Tolerancia: ');

fprintf('___________________________________
_________________\n');
n=input('Numero maximo de iteraciones: ');

fprintf('___________________________________
_________________\n');
dim=size(A);
y=zeros(dim(2),1);
k=1;
band=0;
while k<=n &~band
    for i=1:dim(2)
        sum1=0;
        for j=1:i-1
            sum1=sum1+A(i,j)*y(j);
        end
        sum2=0;
        for j=i+1:dim(2)
            sum2=sum2+A(i,j)*x(j);
        end
        y(i)=(b(i)-sum1-sum2)/A(i,i);
    end
    if norm(y-x,inf)<tol
        band=1;
    end
    k=k+1; x=y;
end
if band==1
    fprintf('Vector solucion: \n');
    disp(y);
    fprintf('Total iteraciones realizadas:%d \n',k-1);
else
    fprint('No se pudo hallar solución en %d iteraciones...\n',n);
end
```


MATLAB R2014a
HOME
PLOTS
APPS
EDITOR
PUBLISH
VIEW
Search Documentation
C: ▸ Users ▸ JavierPC ▸ Documents ▸ MATLAB ▸
Editor - C:\Users\JavierPC\Documents\MATLAB\Gseidel.m
Gseidel.m
%Programa método iterativo de Gauss Se
clc;clear;
fprintf('Introduzca la matriz, (ejempl
matriz=input('','s');
fprintf('
A=str2num(matriz);
vector=input('Ingrese el vector b como
b=str2num(vector);
fprintf('
vectori=input('Ingrese el vector aprox
x=str2num(vectori);
fprintf('
tol=input('Tolerancia: ');
fprintf('
Command Window
Introduzca la matriz, (ejemplo: 1 2 3;4 5 6;7 8 9) :
10 -1 0; -1 10 -2;0 -2 10
Ingrese el vector b como vector columna, (ejemplo: 0;5;3) :
9;7;6
Ingrese el vector aproximacion inicial como vector columna, (eje
0;0;0
Tolerancia: 0.001
Numero maximo de iteraciones: 10
Vector solucion:
0.9957
0.9579
0.7916
Total iteraciones realizadas:4
>>