REPÚBLICA BOLIVARIANA DE VENEZUELA
UNIVERSIDAD NACIONAL EXPERIMENTAL DEL TÁCHIRA

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA Y FÍSICA
NÚCLEO DE FÍSICA. LABORATORIO DE FÍSICA II

# PRÁCTICA N° 6

# CIRCUITOS DE CORRIENTE CONTINUA

**Material elaborado por:**
**Prof. Efren Ontiveros C**

San Cristóbal, Abril de 2005

# PRACTICA N° 6

# CIRCUITOS DE CORRIENTE CONTINUA

## 6. A OBJETIVOS

**6. A.1** Leer un diagrama de circuito y conectar un circuito sencillo.

**6. A.2** Seguir un circuito sencillo y dibujar su esquema.

**6. A.3** Utilizar el amperímetro y el voltímetro para medir corriente continua y tensión continua respectivamente.

**6. A.4** Utilizar el código de colores para determinar valores de resistencia y utilizar el óhmetro para medirlas.

**6. A.5** Determinar el efecto de un reóstato y de un potenciómetro en circuitos sencillos de corriente continua.

**6. A.6** Verificar experimentalmente que la resistencia $R_T$ en un circuito serie es igual a la suma de los valores de las resistencias en serie.

**6. A.7** Verificar experimentalmente que la resistencia total $R_T$ de las resistencias conectadas en paralelo viene dada por el inverso de la suma de las recíprocas.

**6. A.8** Analizar el funcionamiento de los circuitos resistivos conectados en serie, paralelo y serie-paralelo.

**6. A.9** Verificar experimentalmente la relación de Ohm y las reglas de Kirchhoff mediante el montaje de circuitos básicos.

## 6. B MÉTODO

Se determinará mediante el uso del multímetro o tester el valor de las resistencias dadas comparándolas con sus valores reales. Estas se asocian y se comprobará su resistencia total. Mediante un circuito sencillo se demostrará la utilidad del reóstato como resistencia variable y como potenciómetro. Por un procedimiento similar se comprobará experimentalmente, mediante el trazo de la gráfica $V = f(I)$, para una resistencia y una lámpara, cual de ellas cumple con la relación de Ohm. Finalmente, cambiando las resistencias dadas y conectadas en diversas formas con las fems, se analizará el funcionamiento de los circuitos sencillos y se comprobará por otro lado las reglas de Kirchhoff.

## 6. C FUNDAMENTO TEÓRICO

En esta parte definiremos algunos conceptos introductorios tales como: la intensidad y densidad de corriente, relación de Ohm, ley de Joule, elementos de un circuito como resistencias y pilas, circuitos simples: circuito serie, circuito paralelo y redes. Así mismo se discutirá el análisis de circuitos: reglas de Kirchhoff, puente de Wheatstone y el potenciómetro.

**6. C.1 INTENSIDAD Y DENSIDAD DE CORRIENTE.** La corriente eléctrica consiste en un flujo de partículas cargadas o iones. Esto se aplica a partículas cargadas en un acelerador, o iones en una solución electrolítica y en un gas ionizado o plasma, a los electrones y a los huecos en un conductor. Para producir una corriente eléctrica, debe aplicarse un campo eléctrico que mueva a las partículas cargadas en una dirección bien definida. Especialmente *la intensidad de una corriente eléctrica se define como: la carga eléctrica que pasa por unidad de tiempo a través de una sección de la región por donde fluye*. Si en el tiempo $\Delta t$ pasan N partículas cargadas, cada una con carga q, la carga total es:

$$\Delta Q = Nq \qquad (1)$$

Así pues, la intensidad de corriente ó simplemente corriente es:

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} \qquad (2)$$

y la corriente instantánea en un momento dado es:

$$I = \frac{dQ}{dt} \qquad (3)$$

La corriente eléctrica se expresa en Coulomb/segundo o $Cs^{-1}$, unidad conocida como ampere (A). Un ampere es la intensidad de una corriente eléctrica cuando una carga de un coulomb pasa por una sección del material cada segundo.

Muchos materiales, especialmente los metales, contienen electrones libres que pueden moverse al estar sometidos a la acción de un campo eléctrico $\vec{E}$. Consideremos la sección del alambre de cobre, figura 6.1, en la cual existe un campo $\vec{E}$ dirigido de derecha a izquierda. Como la carga del electrón es negativa, los electrones libres del metal se ven forzados a moverse de izquierda a derecha y su movimiento constituye una corriente eléctrica en el alambre.

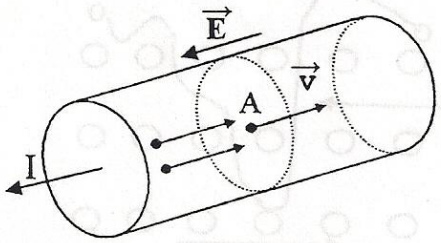


**Figura 6.1**

Supongamos que cada electrón se mueve con una velocidad igual a la velocidad media $\vec{V}$ resultante de la fuerza aceleradora debido al campo $\vec{E}$ y a los choques en el interior del metal. En tal caso, en un intervalo de tiempo corto dt cada electrón avanza una distancia Vdt. Los electrones que atraviesan el área A durante dicho intervalo de tiempo son los contenidos en un fragmento del alambre de longitud Vdt, es decir, de volumen AVdt, siendo A el área de la sección recta del alambre. Si hay n electrones libres por metro cúbico, su número será nAVdt. Representado por $e^-$ la carga del electrón, la carga total dq que atraviesa el plano durante el tiempo dt será:

$$dq = ne^- VAdt \qquad (4)$$

De acuerdo a la ecuación (3), la intensidad de corriente es:

$$I = \frac{dq}{dt} = ne^{-}VA \qquad (5)$$

*Téngase presente que el sentido de la corriente es el opuesto al del movimiento de los electrones.* Por convención se escoge la dirección de I como aquella en la cual fluyen las cargas positivas.

En muchos casos resulta útil considerar *la densidad de corriente* $\vec{J}$ en un conductor, la cual se define como el cociente entre la intensidad de la corriente y el área de la sección recta. Por tanto:

$$J = \frac{I}{A} = ne^{-}V \qquad (6)$$

en el cual el último miembro es independiente de la geometría del conductor. La densidad de corriente se mide en $Am^{-2}$.

**6. C.2 RELACIÓN DE OHM.** Los conductores metálicos son sólidos en los que hay electrones libres que ocupan la banda de conducción. Los electrones que se encuentran en la parte superior de la banda de conducción se pueden poner fácilmente en movimiento colectivo cuando se aplica al conductor un campo eléctrico externo, mientras que el movimiento térmico natural de los electrones de conducción es aleatorio y no produce una corriente eléctrica.

Cada electrón libre en un conductor que transporta una corriente eléctrica está acelerado por el campo eléctrico hasta que pierde su velocidad a causa de un choque en el interior del conductor. Después de cada choque el electrón parte del reposo, según se indica en la figura 6.2, y vuelve a acelerarse lo cual da por resultado una velocidad media $\vec{V}$.

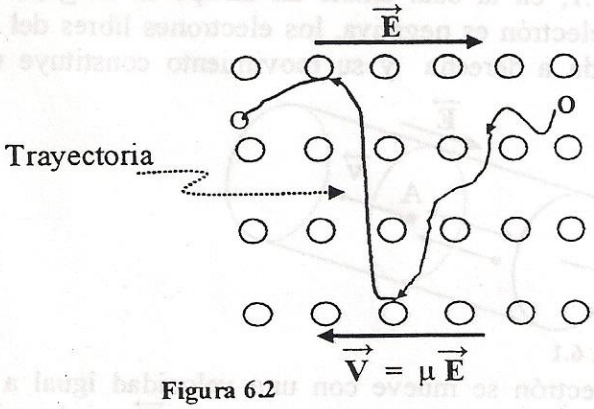


**Figura 6.2**

Esta velocidad media crece linealmente con el campo aplicado $\vec{E}$ de manera que:

$$\vec{V} = \mu \vec{E} \qquad (7)$$

donde μ es la movilidad del electrón. La movilidad es una propiedad del material; es grande para los buenos conductores y pequeña para los malos conductores, si n es la misma en ambos casos.

Sustituyendo la ecuación (7) en la (6) se tiene:

$$\vec{J} = ne^{-}\mu\vec{E} \qquad (8)$$

donde el cociente J/E depende solo del material que constituye el conductor y recibe el nombre de ***conductibilidad*** $\sigma$ del conductor:

$$\frac{J}{E} = \sigma = ne^{-}\mu \qquad (9)$$

Los dos primeros miembros de la ecuación (9) constituyen una expresión de la ley de Ohm en forma puntual. En realidad no es ley alguna, sino un enunciado empírico acerca del comportamiento de los materiales. Por esta razón, el autor prefiere llamarla algunas veces ***relación de Ohm***. Cuando la resistencia de un material es constante entre unos límites de diferencia de potencial, se dice que el material es óhmico. En la tabla I se da la conductibilidad eléctrica de varios materiales a temperatura ambiente, así como los valores *del recíproco de la conductibilidad*, que lleva el nombre de ***resistividad*** $\rho$:

$$\rho = \frac{1}{\sigma} \qquad (10)$$

que también se utiliza frecuentemente.

Ha de tenerse en cuenta que la ecuación (9) no implica necesariamente que la resistividad $\rho$ sea constante, esto es, que la densidad de corriente $\vec{J}$ sea directamente proporcional a $\vec{E}$ (es decir, función lineal de $\vec{E}$). Sin embargo, para muchas sustancias conductoras, especialmente los metales, la resistividad (a una temperatura dada) es una constante independiente de $\vec{E}$, de modo que si $\vec{E}$ se duplica, por ejemplo, la densidad de corriente también se duplica. El descubrimiento de que, a temperatura dada, $\rho$ es una constante, para un conductor metálico, lo hizo G.S. Ohm.

**TABLA I**

| Sustancia | Conductibilidad $\sigma$ ($\Omega^{-1}$ m$^{-1}$) | Resistividad $\rho$ ($\Omega$ m) |
|---|---|---|
| **Metales** | | |
| Cobre | $5.81 \times 10^{7}$ | $1.7 \times 10^{-8}$ |
| Plata | $6.14 \times 10^{7}$ | $1.6 \times 10^{-8}$ |
| Aluminio | $3.54 \times 10^{7}$ | $2.8 \times 10^{-8}$ |
| Hierro | $1.53 \times 10^{7}$ | $6.5 \times 10^{-8}$ |
| Tungsteno | $1.82 \times 10^{7}$ | |
| | | |
| **Sustancia** | **Conductibilidad $\sigma$ ($\Omega^{-1}$ m$^{-1}$)** | **Resistividad $\rho$ ($\Omega$ m)** |
| **Aleaciones** | | |
| Manganina | $2.27 \times 10^{6}$ | $4.4 \times 10^{-7}$ |
| Constantán | $2.04 \times 10^{6}$ | $4.9 \times 10^{-7}$ |
| Nicrom | $1.0 \times 10^{6}$ | $10.0 \times 10^{-7}$ |
| Latón | $17 \times 10^{6}$ | $0.6 \times 10^{-7}$ |
| **Semiconductores** | | |
| Carbono | $2.8 \times 10^{4}$ | $3.6 \times 10^{-5}$ |
| Germanio | $2.2 \times 10^{-2}$ | $4.5 \times 10^{-5}$ |
| Silicio | $1.6 \times 10^{-5}$ | $6.3 \times 10^{-5}$ |

| Aislantes | | |
|---|---|---|
| Vidrio | $10^{-10}$ a $10^{-14}$ | $10^{10}$ a $10^{14}$ |
| Lucita | $< 10^{-13}$ | $10^{13}$ |
| Mica | $10^{-11}$ a $10^{-15}$ | $10^{11}$ a $10^{15}$ |
| Cuarzo | $1.33 \times 10^{-18}$ | $7.5 \times 10^{17}$ |
| Teflón | $< 10^{-13}$ | $10^{13}$ |
| Parafina | $3.37 \times 10^{-17}$ | $3 \times 10^{16}$ |

Consideremos el conductor metálico de longitud L, representado en la figura 6.3, cuya sección transversal tiene un área A y transporta una corriente de intensidad I. En los extremos del conductor:

$$E = \frac{V}{L} \qquad (11)$$

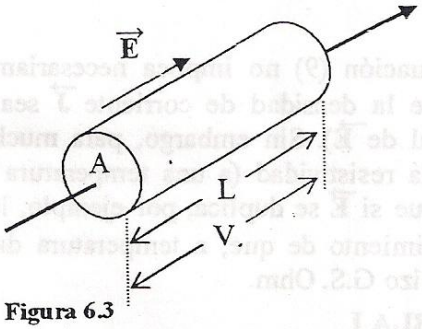


**Figura 6.3**

Sustituyendo esta expresión en la ecuación (9) resulta

$$J = \frac{\sigma}{L} V \qquad (12)$$

Igualando esta ecuación con la ecuación (6) se tiene:

$$\frac{I}{A} = \frac{\sigma}{L} V \qquad (13)$$

en términos de la resistividad ρ tenemos:

$$\left(\frac{\rho L}{A}\right) I = V \qquad (14)$$

ó

$$\frac{V}{I} = \rho \frac{L}{A} \qquad (15)$$

La cantidad $\frac{\rho L}{A}$ se conoce con el nombre de ***resistencia eléctrica*** **R del** conductor:

$$R = \frac{A}{\rho L} \qquad (16)$$

La unidad de resistencia recibe el nombre de ***ohm*** y el símbolo que suele emplearse para designarlo es la letra griega omega Ω. El recíproco de la resistencia es ***la conductancia*** que se mide con la unidad que es el recíproco del ohm, por lo que se le suele llamar ***mho*** y se representa por una omega invertida.

En virtud de la ecuación (14), podemos rescribir la relación de Ohm en la forma:

$$V = RI \qquad (17)$$

que es la forma más conocida y fundamental para el análisis de circuitos.

**6. C.3 LEY DE JOULE.** La energía cinética de los electrones de un conductor, debido a su aceleración por un campo eléctrico, se disipa en forma de calor en los choques inelásticos en el interior del conductor. En consecuencia, la temperatura de un conductor que transporta una corriente deberá aumentar ligeramente y habrá que gastar energía eléctrica para hacer circular una corriente a través de la resistencia del conductor. Para calcular la energía que hay que suministrar en una unidad de tiempo al conductor de la figura 6.3, observamos que, al pasar de un extremo del hilo al otro, una carga dq atraviesa una diferencia de potencial V. Según la ecuación V = w/q, la energía dw requerida es:

$$dw = Vdq \qquad (18)$$

la cual es, en virtud de la ecuación (3),

$$dw = VI\,dt \qquad (19)$$

y así la energía que se convierte en calor por unidad de tiempo, es decir, ***la potencia*** P, es:

$$P = \frac{dw}{dt} = VI \qquad (20)$$

Expresando esta ecuación en función de la resistencia del conductor, aplicando la relación de Ohm, tenemos que:

$$P = I^2 R \qquad (21)$$

A este resultado se le conoce como ***Ley de Joule.*** La unidad de potencia eléctrica según la ecuación (20), es el Joule por segundo (J/s) y se le da el nombre de Watt (W).

## 6. C.4 ELEMENTOS DE UN CIRCUITO

**6. C.4.1 RESISTENCIAS.** La resistencia es un componente eléctrico frecuentemente usado en los circuitos eléctricos. Los valores de las resistencias que se encuentran frecuentemente van desde pocos Ohms hasta millones de Ohms. Las resistencias localizadas que se conectan en los circuitos son grandes frente a las de los hilos y sus contactos. Las resistencias se representan mediante líneas en zigzag como se indica en la figura 6.4.

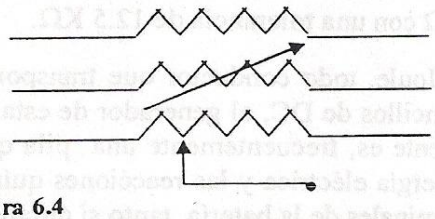

**Figura 6.4**
**Símbolos convencionales para una resistencia fija (superior) o variable (segunda o tercera).**

El valor nominal de una resistencia en ohms se designa mediante bandas de colores que rodean el cuerpo de dicha resistencia. Tres bandas de colores agrupadas en un extremo

de la resistencia (ver figura 6.5) se interpreta como un número que tiene dos cifras significativas y un factor multiplicador.

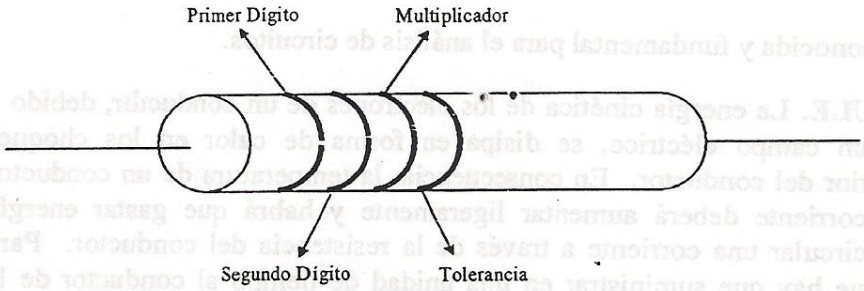


**Figura 6.5**
**El código de colores de una resistencia es una serie de bandas de colores.**

La banda más próxima al extremo de la resistencia representa la primera cifra significativa según el código de colores de la tabla II. La segunda banda corresponde a la segunda cifra significativa y la tercera banda da el número de ceros que hay que añadir para determinar el valor de la resistencia. La cuarta banda nos indica la tolerancia o límite de la precisión del valor de la resistencia.

**TABLA II**

| Color | Número | Multiplicador | Tolerancia (%) |
|---|---|---|---|
| Negro | 0 | 1 | |
| Marrón | 1 | $10^1$ | |
| Rojo | 2 | $10^2$ | |
| Anaranjado | 3 | $10^3$ | |
| Amarillo | 4 | $10^4$ | |
| Verde | 5 | $10^5$ | |
| Azul | 6 | $10^6$ | |
| Violeta | 7 | $10^7$ | |
| Gris | 8 | $10^8$ | |
| Blanco | 9 | $10^9$ | |
| Dorado | | $10^{-1}$ | 5 |
| Plata | | $10^{-2}$ | 10 |
| Sin Color | | | 20 |

Así por ejemplo, si los colores son rojo, verde, amarillo y dorado, el valor de la resistencia es $25 \times 10^4 \pm 5\ \%$ ó $250\ K\Omega$ con una tolerancia de $12.5\ K\Omega$.

**6. C.4.2 PILAS.** Según la Ley de Joule, todo conductor que transporta una corriente disipa energía. En los circuitos más sencillos de DC, el generador de esta energía que hay que suministrar para mantener la corriente es, frecuentemente una pila química. En una pila se convierte energía química en energía eléctrica y las reacciones químicas mantienen una diferencia de potencial entre los terminales de la batería, tanto si circula corriente como si no. A esta diferencia de potencial suele llamársele ***fuerza electromotriz***, abreviada como ***fem***, para distinguirla de la diferencia de potencial que aparece en los extremos de una resistencia en virtud de la relación de Ohm. En la figura 6.6 puede verse el símbolo que se

emplea para representar una pila en los esquemas de circuito. Como la fem interna es una diferencia de potencial, su unidad es el **volt** (V).

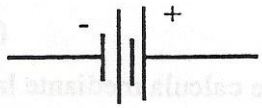


**Figura 6.6**
**Símbolo para representar una pila.**

El generador de energía más corriente y barato es la pila de carbón-zinc, llamada pila seca. La fem de una pila seca recién fabricada es de 1.5V. Pueden observarse tensiones mayores conectando varias de ellas en serie, tal conjunto recibe el nombre de ***batería***.

**6. C.5 CIRCUITOS SIMPLES.** Cuando las baterías, resistencias, condensadores u otros elementos de un circuito (que se incluirán en otras prácticas) están conectados mediante alambres idealizados sin resistencia, forman un circuito. En esta sección se tratarán sólo corrientes estables y se verán circuitos con baterías y resistencias. Los problemas en los que intervienen los circuitos, normalmente consisten en relacionar corrientes y diferencias de potenciales en ellos.

**6. C.5.1 CIRCUITOS SERIE.** Se dice que un conjunto de resistencias están conectadas en serie cuando presentan una trayectoria única al paso de la corriente, lo cual se aprecia en la figura 6.7.

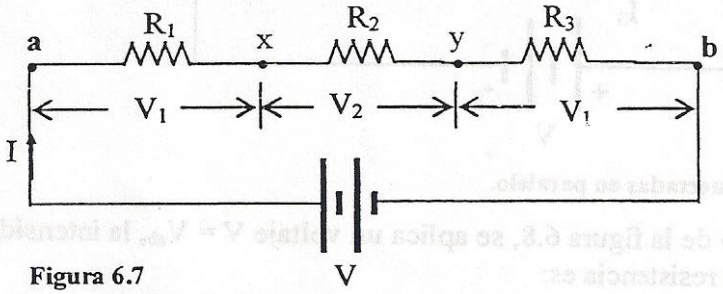


**Figura 6.7**
**Circuito serie simple.**

La misma intensidad de corriente I circula a través de cada una de las resistencias, pero en los extremos de cada resistencia hay una caída de potencial ó diferencia de potencial que depende de los valores óhmicos de R (V = IR). Si entre los puntos **a** y **b** de la figura 6.7, se aplica un voltaje $V = V_{ab}$, las caídas de potencial en cada resistencia según la relación de Ohm son:

$$V_1 = IR_1, \qquad V_2 = IR_2, \qquad V_3 = IR_3 \tag{22}$$

de donde:

$$I = \frac{V_1}{R_1} = \frac{V_2}{R_2} = \frac{V_3}{R_3} \tag{23}$$

La diferencia de potencial total es:

$$V = V_{ab} = V_1 + V_2 + V_3 \tag{24}$$

ó $$V = I\,(R_1 + R_2 + R_3) \tag{25}$$

El sistema se puede reducir de manera efectiva a una sola resistencia equivalente $R_{eq}$. Por tanto:

$$R_{eq} = R_1 + R_2 + R_3 \qquad (26)$$

Así para n resistencias conectadas en serie, $R_{eq}$ se calcula mediante la suma:

$$R_{eq} = \sum_{i=1}^{n} R_i \qquad i = 1,2,3,\ldots,n \qquad (27)$$

**6. C.5.2 CIRCUITO PARALELO.** Se dice que varias resistencias están en paralelo o en derivación cuando todas ellas parten de un mismo punto **a** y terminan en un mismo punto **b**, como se muestra en la figura 6.8. El mismo voltaje existe entre los extremos de cada una de las resistencias conectadas en paralelo, pero cada una de ellas estará atravesada por una corriente que es una fracción de la corriente total I.

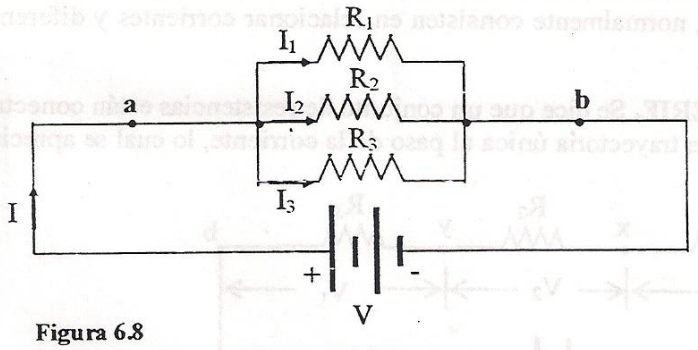


**Figura 6.8**
**Resistencias conectadas en paralelo.**

Si entre los puntos **a** y **b** de la figura 6.8, se aplica un voltaje $V = V_{ab}$, la intensidad de corriente que circula por cada resistencia es:

$$I_1 = \frac{V_{ab}}{R_1}, \quad I_2 = \frac{V_{ab}}{R_2}, \quad I_3 = \frac{V_{ab}}{R_3} \qquad (28)$$

de modo que:

$$V_{ab} = I_1R_1 = I_2R_2 = I_3R_3 \qquad (29)$$

$$\text{e} \quad I = I_1 + I_2 + I_3 \qquad (30)$$

y en virtud de la ecuación (29) tenemos que:

$$I = V_{ab}\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}\right) \qquad (31)$$

Al igual que el caso anterior, este sistema se puede reducir a una sola resistencia equivalente. Así pues la ecuación (31) puede rescribirse como:

$$I = \frac{V_{ab}}{R_{eq}}, \text{ donde}$$

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \qquad (32)$$

de modo que la suma de los valores recíprocos de varias resistencias asociadas en paralelo es igual al valor recíproco de la resistencia equivalente a la agrupación de aquellas.

Para n resistencias conectadas en paralelo se tiene que:

$$\frac{1}{R_{eq}} = \sum_{i}^{n} \frac{1}{R_i} \qquad i = 1, 2, 3, \ldots n \qquad (33)$$

**6. C.5.3 REDES DE RESISTENCIAS.** Las redes de resistencias conectadas en serie y paralelo pueden analizarse aplicando sucesivamente las ecuaciones (27) y (33). Consideremos, por ejemplo la red de la figura 6.9(a) cuyas resistencias tienen los valores marcados en el esquema del circuito.

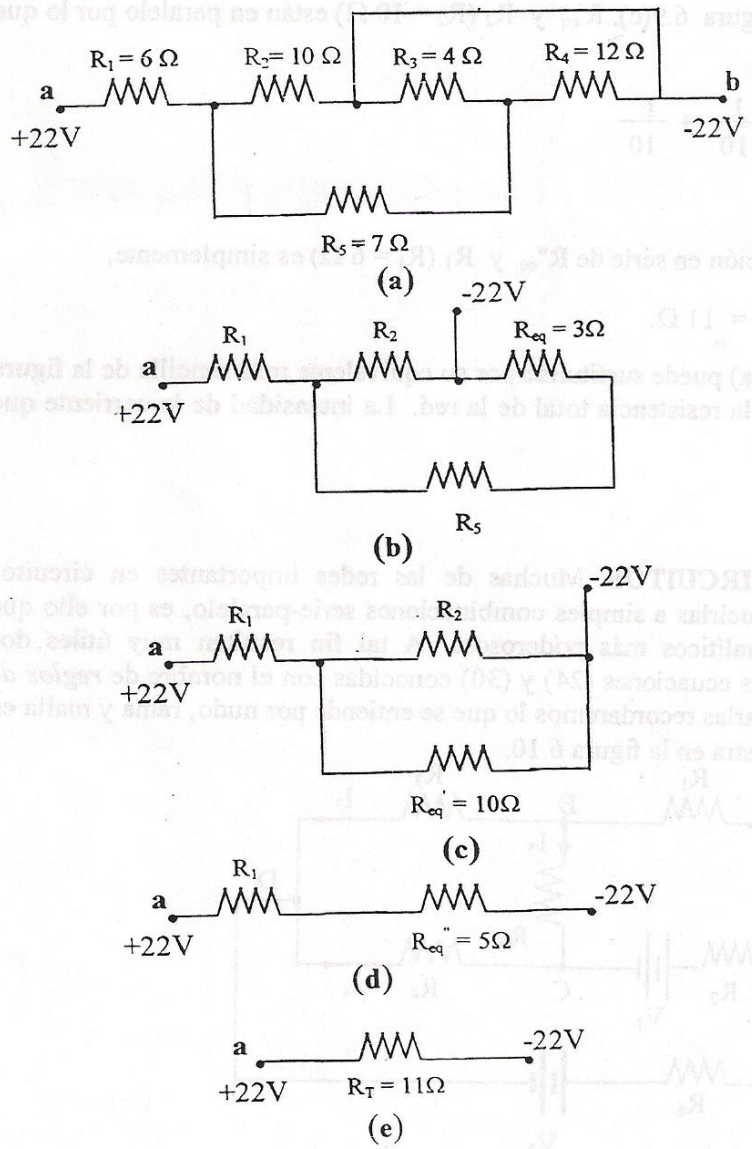


Figura 6.9
**Reducción de una red mediante asociaciones serie y paralelo equivalente.**

La combinación paralelo $R_3$ y $R_4$ puede sustituirse por una resistencia de 3 Ω ya que según la ecuación (33),

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} = \frac{1}{4} + \frac{1}{12}$$

$$R_{eq} = 3\ \Omega$$

y la red se reduce a la figura 6.9(b). A continuación, la combinación de $R_{eq}$ con $R_5$ ($R_5 = 7\ \Omega$) es, en virtud de la ecuación (27):

$$R'_{eq} = R_{eq} + R_5 = 3 + 7 = 10\ \Omega$$

y la red se convierte en la figura 6.9(c). $R'_{eq}$ y $R_2$ ($R_2 = 10\ \Omega$) están en paralelo por lo que su equivalente es:

$$\frac{1}{R''_{eq}} = \frac{1}{R'_{eq}} + \frac{1}{R_2} = \frac{1}{10} + \frac{1}{10}$$

$$R''_{eq} = 5\ \Omega.$$

Por último, la combinación en serie de $R''_{eq}$ y $R_1$ ($R_1 = 6\ \Omega$) es simplemente,

$$R_T = R''_{eq} + R_1 = 5 + 6 = 11\ \Omega.$$

y así la red de la figura 6.9(a) puede sustituirse por su equivalente más sencilla de la figura 6.9(e), donde $R_T$ representa la resistencia total de la red. La intensidad de la corriente que circula por la fem será pues:

$$I = \frac{V}{R_T} = \frac{22}{11} = 2\ A$$

**6. C.6 ANÁLISIS DE CIRCUITOS.** Muchas de las redes importantes en circuitos eléctricos no es posible reducirlas a simples combinaciones serie-paralelo, es por ello que debe utilizarse métodos analíticos más poderosos. A tal fin resultan muy útiles dos ampliaciones sencillas de las ecuaciones (24) y (30) conocidas con el nombre de *reglas de Kirchhoff*. Antes de enunciarlas recordaremos lo que se entiende por nudo, rama y malla en una red como la que se muestra en la figura 6.10.

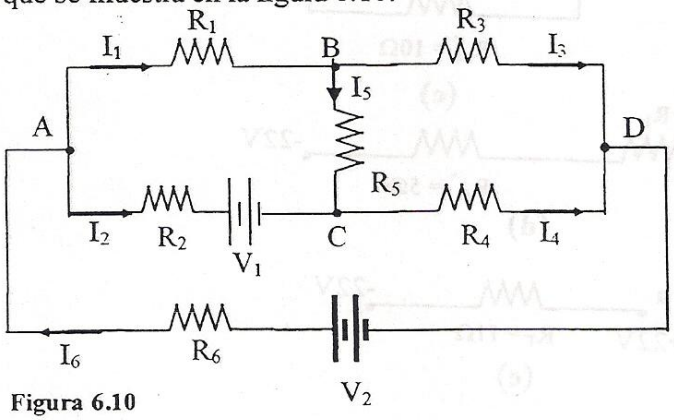


**Figura 6.10**
**Red eléctrica.**

En una red se llama ***nudo*** a todo punto donde convergen tres o más conductores. Constituyen una ***rama*** todos los elementos comprendidos entre dos nudos adyacentes; evidentemente la intensidad de corriente será la misma en cada uno de los elementos que integran una rama. Por ***malla*** de una red se entiende cualquier camino cerrado que pueda ser recorrido volviendo al punto de partida sin pasar dos veces por el mismo elemento. Así para la figura 6.10, tenemos:

Nudos: A, B, C y D.
Ramas: AB, AC, BC, BD, CD y AD.
Mallas: ABCA, BDCB y ACDA.

**6. C.6.1 REGLAS DE KIRCHHOFF.** ***La primera regla de Kirchhoff*** dice que la suma algebraica de las intensidades de corrientes que concurren en un nudo cualquiera es nula, es decir:

$$\sum \mathbf{I} = 0 \qquad (34)$$

Esta ecuación es, en esencia, un enunciado de la continuidad de la corriente; también puede considerarse como ***una consecuencia del principio de la conservación de la carga eléctrica.***

***La segunda regla de Kirchhoff*** dice que la suma algebraica de las diferencias de potenciales a lo largo de una malla completa de una red cualquiera es siempre nula. Simbólicamente:

$$\sum \mathbf{V} = 0 \qquad (35)$$

La ecuación (35) es ***una consecuencia del principio de la conservación de la energía.*** Es decir, cualquier carga que se mueva en torno a cualquier circuito cerrado debe ganar tanta energía como la que pierde. Al aplicar la segunda regla, deben observarse las siguientes indicaciones:

1. Si se recorre la resistencia en la dirección de la corriente, el cambio en el potencial a través de la resistencia es –IR. Si se recorre la resistencia en la dirección opuesta de la corriente, el cambio en el potencial a través de la resistencia es IR.

2. Si una fuente de fem se recorre en la dirección de la fem (de la terminal – a la terminal +), el cambio en el potencial es V. Si es en la dirección opuesta (de la terminal + a la -), el cambio en el potencial es –V.

Es cierto que si una red contiene m nudos y n intensidades desconocidas, de la ecuación (34) se obtendrán $m-1$ ecuaciones independientes. Análogamente, de la ecuación (35) se obtienen $n-(m-1) = n-m+1$ ecuaciones independientes. Así, el número total de ecuaciones independientes que se obtienen de aplicar las reglas de Kirchhoff a una red cualquiera, es pues $(m-1) + n - (m-1) = n$, que es el número de intensidades desconocidas, por lo que la solución de la red queda totalmente determinada. En general, será posible escribir más ecuaciones de nudos y de mallas de las necesarias pero solo $n$ de ellas serán independientes. La solución de ellas da, frecuentemente, algunas intensidades negativas.

Ello significa que el sentido de la corriente en cuestión asignado inicialmente, de manera arbitraria, es falso y que dicha corriente tiene sentido opuesto. Así pues, no es necesario predecir el verdadero sentido de circulación de la corriente. Una vez determinadas las diversas intensidades, se calculan las caídas de tensión en cada parte del circuito empleando la relación de Ohm.

Para ilustrar la técnica de aplicación de las reglas de Kirchhoff utilizaremos el circuito de la figura 6.10.

Observe que esta red tiene cuatro nudos A, B, C y D. Por tanto, hay solamente $m - 1 = 4 - 1 = 3$ ecuaciones independientes para los nudos. Aplicando la primera regla a los nudos A, B y C tenemos:

$$\begin{aligned} &\text{Nudo A} \quad I_6 - I_1 - I_2 = 0 \\ &\text{Nudo B} \quad I_1 - I_3 - I_5 = 0 \\ &\text{Nudo C} \quad I_2 - I_4 + I_5 = 0 \end{aligned} \qquad (36)$$

Como hay seis intensidades desconocidas, deberá haber $n - m + 1 = 6 - 4 + 1 = 3$ ecuaciones independientes para las mallas. Ellas son:

$$\begin{aligned} &\text{Malla ABCA} \quad R_1I_1 + R_5I_5 - R_2I_2 - V_1 = 0 \\ &\text{Malla BDCB} \quad R_3I_3 - R_4I_4 - R_5I_5 = 0 \\ &\text{Malla ACDA} \quad R_2I_2 + R_4I_4 + R_6I_6 + V_1 - V_2 = 0 \end{aligned} \qquad (37)$$

Estas seis ecuaciones son suficientes y necesarias para determinar las seis corrientes de la red. Para ello es conveniente utilizar **la regla de Cramer**. Para aplicarla será necesario calcular dos determinantes de sexto orden. La solución total implica siete determinantes diferentes. Aun cuanto el cálculo de un determinante de sexto orden no ofrece dificultad pues existen varios métodos para reducir su orden antes de alcanzar el cálculo final, la solución completa de siete determinantes de sexto orden resulta muy laboriosa.

**6. C.6.2 PUENTE DE WHEATSTONE. CORRIENTES CIRCULANTES DE MAXWELL.** En esta sección se aplicará primeramente las reglas de Kirchhoff al análisis del puente de Wheatstone, el cual se ilustra en la figura 6.11. Este circuito de una utilidad extraordinaria, fue ideado por Charles Wheatstone y se emplea muchísimo para medir resistencias desconocidas. Posteriormente, el análisis de esta red puede simplificarse mediante el empleo de las corrientes circulantes de Maxwell, en honor a James Clark Maxwell, reduciendo así el número de ecuaciones.

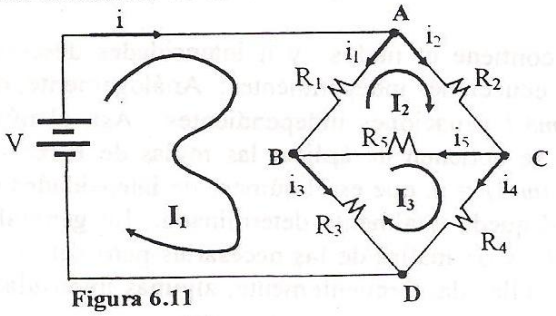


**Figura 6.11**
**Puente de Wheatstone.**

Aplicando la primera regla de Kirchhoff a los nudos A, B y D tenemos:

$$\begin{array}{ll} \text{Nudo A} & i - i_1 - i_2 = 0 \\ \text{Nudo B} & i - i_3 + i_5 = 0 \\ \text{Nudo D} & i_3 + i_4 - i = 0 \end{array} \qquad (38)$$

Ahora aplicando la segunda regla de Kirchhoff a las mallas ABDA, ACBA y BCDB tenemos:

$$\begin{array}{ll} \text{Malla ABDA} & R_1 i_1 + R_3 i_3 - V = 0 \\ \text{Malla ACBA} & R_2 i_2 + R_5 i_5 - R_1 i_1 = 0 \\ \text{Malla BCDB} & -R_5 i_5 + R_4 i_4 - R_3 i_3 = 0 \end{array} \qquad (39)$$

Resolver el sistema de ecuaciones (38) y (39), resulta muy laborioso. Para simplificar su solución empleamos el método de las corrientes circulantes de Maxwell.

**6. C.6.2.1 CORRIENTES CIRCULANTES DE MAXWELL.** El análisis de redes complejas puede simplificarse mediante el empleo de las corrientes circulantes. Esta técnica, conocida con el nombre de ***Método de Maxwell***, aplica simultáneamente las dos reglas de Kirchhoff, reduciendo el número de ecuaciones. Las corrientes circulantes se trazan recorriendo cada malla, $I_1$, $I_2$ e $I_3$, como se indican en la figura 6.11.

Para una red con n mallas se tiene:

$$\begin{array}{l} R_{11}I_1 \pm R_{12}I_2 \pm R_{13}I_3 \pm \ldots\ldots \pm R_{1i}I_i = E_1 \\ \pm R_{21}I_1 \pm R_{22}I_2 \pm R_{23}I_3 \pm \ldots\ldots \pm R_{2i}I_i = E_2 \\ \vdots \qquad\qquad\qquad\qquad \vdots \\ \pm R_{i1}I_1 \pm R_{i2}I_2 \pm R_{i3}I_3 \pm \ldots\ldots + R_{ii}I_i = E_i \qquad i = 1,2,\ldots\ldots, n \end{array} \qquad (40)$$

y que tiene como solución única, según la regla de Cramer:

$$I_k = \frac{1}{D} \begin{vmatrix} R_{11}\ldots\ldots R_{1,k-1} & E_1 & R_{1,k+1}\ldots\ldots R_{1n} \\ \vdots & & \\ R_{n1}\ldots\ldots R_{n,k-1} & E_n & R_{n,k+1}\ldots\ldots R_{nn} \end{vmatrix}, \quad D = \det A \quad k = 1, 2, \ldots, n \qquad (41)$$

donde si k = 1 ó n, la columna de los E está en la primera ó n-ésima columna respectivamente.

En la ecuación (40), $I_i$ representa ***las corrientes circulantes de mallas***. Los coeficientes $R_{ii}$ son ***las resistencias propias*** de las mallas 1,2,...,n respectivamente y *son iguales a la sumatoria de las resistencias que conforman cada malla*. Los coeficientes $\pm R_{i,i+1} = \pm R_{i+1,i}$ representan ***las co-resistencias*** entre las mallas ( i ), (i + 1) respectivamente. *Dichos coeficientes son negativos* cuando las corrientes entre

mallas *son de sentido opuesto*, de otra forma son positivos. ***Los términos independientes*** $E_i$ representan *la suma algebraica de las fem de cada una de las mallas*, según el sentido que inicialmente se la ha dado a las corrientes de malla.

Aplicando este método a la red de la figura 6.11, tenemos:

***Resistencias propias:***

$R_{11} = R_1 + R_3$, $R_{22} = R_1 + R_2 + R_5$,
$R_{33} = R_3 + R_4 + R_5$

***Co-resistencias:***

$R_{12} = R_{21} = -R_1$, $R_{13} = R_{31} = -R_3$, $R_{23} = R_{32} = -R_5$

***Términos independientes:***

$E_1 = V$, $E_2 = 0$, $E_3 = 0$

y así se conforma el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{aligned} (R_1 + R_3)I_1 - R_1I_2 - R_3I_3 &= V \\ -R_1I_1 + (R_1 + R_2 + R_5)I_2 - R_5 I_3 &= 0 \\ -R_3I_1 - R_5 I_2 + (R_3 + R_4 + R_5)I_3 &= 0 \end{aligned} \qquad (42)$$

cuya solución está dada por la ecuación (41).

Una vez determinadas las corrientes de mallas, se pueden hallar las corrientes para cada una de las ramas que conforman la red, con sus respectivos sentidos, mediante una diferencia ó suma de corrientes de mallas. Para el caso de la figura 6.11, suponiendo que $I_1 > I_2 > I_3$, y todas ellas positivas, tenemos:

$i_1 = I_1 - I_2$, sentido de A hasta B.
$i_2 = I_2$, sentido de A hasta C.
$i_3 = I_1 - I_3$, sentido de B hasta D.
$i_4 = I_3$, sentido de C hasta D.
$i_5 = I_2 - I_3$, sentido de C hasta B.

La corriente $i_5$ representa una importancia para el puente de Wheatstone. Al resolver el sistema dado por (42) se tiene que:

$$i_5 = \frac{V}{\Delta}(R_1R_4 - R_2R_3) \qquad (43)$$

donde $\Delta$ ***representa el determinante del sistema.***

Por otro lado, si se desea que $i_5$ sea nula entonces:

$$R_1R_4 = R_2R_3 \qquad (44)$$

es decir,

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_3}{R_4} \qquad (45)$$

independientemente de cual sea la tensión V aplicada. Si las resistencias de las ramas del puente cumplen la proporción indicada en la ecuación (45), ***se dice que el puente está equilibrado***. Si se conocen tres resistencias e $i_5$ es nula, podrá calcularse el valor de la cuarta resistencia a partir de la condición de equilibrio dada por la ecuación (45).

En la versión común del puente de Wheatstone, $R_1$ y $R_2$ se conectan a un conmutador que hace que los valores del cociente $R_2/R_1$ tomen valores iguales a potencias de 10 y $R_3$ es una resistencia calibrada que puede hacerse variar con continuidad. Una vez equilibrado el puente ajustando $R_3$, el valor de la resistencia desconocida $R_4$ no es mas que $(R_2/R_1)R_3$. Los valores de $R_2/R_1$ pueden ser $10^{-3}$, $10^{-2}$, $10^{-1}$, 1, 10. $10^2$, y $10^3$, con los que se pueden medir resistencias comprendidas entre límites muy amplios. En la práctica, en lugar de $R_5$ se conecta un instrumento (Galvanómetro) que indique el paso de corriente.

**6. C.6.3 POTENCIÓMETRO.** Una manera muy precisa de comparar dos diferencias de potencial es la que utiliza el potenciómetro. El potenciómetro es un instrumento de medida de comparación que determina el valor de la diferencia de potencial desconocida en función de la diferencia de potencial entre los terminales de una pila patrón. La figura 6.12 muestra los componentes básicos de un potenciómetro.

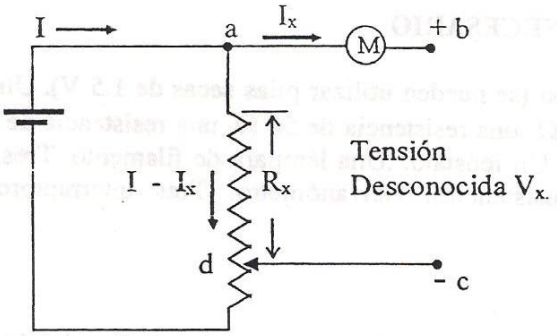


**Figura 6.12**
**Circuito potenciómetro simple para la medida de una tensión desconocida.**

El punto **d** representa un contacto deslizable y se utiliza para variar la resistencia de precisión y por ende la d.d.p entre los puntos **a** y **d**. Los otros componentes son un instrumento de medida **M** que señala el paso de la corriente y una fuente de poder V.

Aplicando la segunda regla de Kirchhoff a la malla abcda se tiene que:

$$V_x = (I - I_x)\, R_x \qquad (46)$$

donde $R_x$ es la resistencia entre los puntos **a** y **d**. Ahora se desplaza el cursor **b** hasta que **M** no señale paso de corriente. Bajo estas condiciones la corriente a través de la tensión desconocida $V_x$ es cero, y la d.d.p entre **a** y **d** es igual a dicha tensión, es decir,

$$V_x = I\, R_x \qquad (47)$$

La tensión desconocida se sustituye por una pila patrón de fem conocida $V_s$ y se repite el procedimiento, es decir, se mueve el cursor hasta que el balance sea obtenido. Si $R_s$ es la resistencia entre a y d cuando se logra el balance, entonces:

$$V_s = I R_s \qquad (48)$$

donde I se asume que permanece igual. Combinando la ecuación (47) con la ecuación (48) se tiene que:

$$V_x = \frac{R_x}{R_s} V_s \qquad (49)$$

Como se puede observar en el circuito del potenciómetro en equilibrio, el potencial desconocido se mide en condición de circuito abierto y así la medida no se ve perturbada por caídas internas de tensión.

Para finalizar, cabe recalcar que una resistencia variable de dos terminales recibe el nombre de reóstato. Así evidentemente, un potenciómetro, con sus terminales a cada extremo de la resistencia y un tercer terminal unido al cursor, puede utilizarse como reóstato si se prescinde de uno de los terminales de la resistencia.

## 6. D EQUIPO Y MATERIAL NECESARIO

Tres fuentes de alimentación (se pueden utilizar pilas secas de 1.5 V). Un multímetro digital. Dos resistencias de 100 Ω, una resistencia de 56 Ω, una resistencia de 65 Ω, todas estas resistencias son de 1/2 W. Un reóstato. .Una lámpara de filamento. Tres resistencias patrones. Caja decádica de resistencias. Galvanómetro. Tres interruptores y cables conectores.

## 6. E PROCEDIMIENTO

**6. E.1 EXPERIMENTAL.** Al realizar los diferentes montajes de los circuitos cerciórese del buen contacto en los cables. No aplique voltaje hasta que se diga lo contrario.

### 6. E.1.1 CIRCUITO SERIE

**E.1.1.1** Monte el circuito de la figura 6.13.

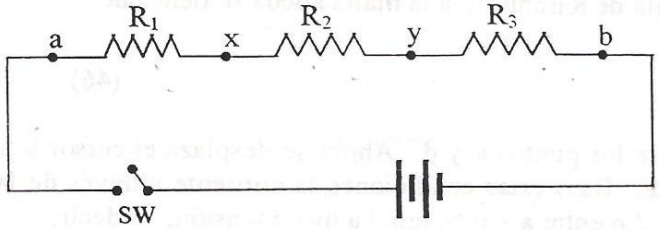


**Figura 6.13**
**Circuito serie.**

6. E.1.1.2 Determine el valor de las resistencias dadas, de acuerdo al código de colores. Anote estos valores en la tabla III.

6. E.1.1.3 Mida con el tester cada una de las tres resistencias y luego la resistencia entre los extremos a y b. Anote estos valores en la tabla III.

6. E.1.1.4 Aplique 5V DC entre los extremos a y b. Determine las tensiones que aparecen en la tabla III.

6. E.1.1.5 Mida la intensidad de la corriente que circula por cada uno de los elementos del circuito, intercalando el amperímetro en los puntos a, x, y y b sucesivamente. Anote estos resultados en la tabla III.

**TABLA III**

| | $R_1$ | $R_2$ | $R_3$ | $R_{123}$ |
|---|---|---|---|---|
| Valor Nominal (Ω) | | | | |
| Valor Medido (Ω) | | | | |
| Tensión (Volts) | | | | |
| Intensidad (mA) | | | | |

## 6. E.1.2 CIRCUITO PARALELO

6. E.1.2.1 Utilizando las mismas resistencias de la parte anterior, monte el circuito como se indica en la figura 6.14.

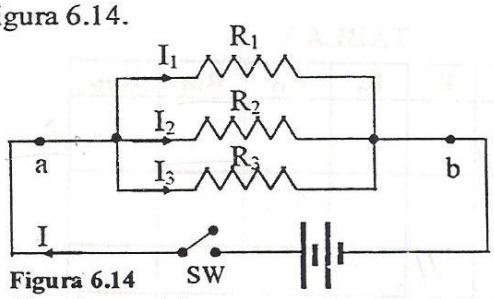


**Figura 6.14**
**Circuito paralelo.**

6. E.1.2.2 Mida y anote en la tabla IV la resistencia entre los extremos a y b del montaje en paralelo.

6. E.1.2.3 Aplique una tensión de 5V DC. Mida la intensidad de la corriente que circula por cada un de los elementos y anote los resultados en la tabla IV.

**TABLA IV**

| | $R_1$ | $R_2$ | $R_3$ | $R_{123}$ |
|---|---|---|---|---|
| Valor Nominal (Ω) | | | | |
| Valor Medido (Ω) | | | | |
| Tensión (Volts) | | | | |
| Intensidad (mA) | | | | |

## 6. E.1.3 CIRCUITO SERIE – PARALELO

**E.1.3.1** Monte el circuito de la figura 6.15. Para los valores de las resistencias utilice las dadas en la tabla V.

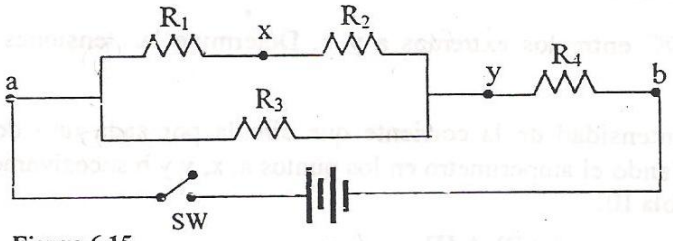


**Figura 6.15**
**Circuito Serie-paralelo.**

**6. E.1.3.2** Mida y anote en la tabla V la resistencia $R_{12}$ de la rama superior (abra la rama superior), igualmente mida y anote la resistencia $R_{123}$ comprendida entre los extremos a e y. Finalmente mida y anote la resistencia entre los puntos a y b.

**6. E.1.3.3** Aplique la tensión de 5V DC entre los puntos a y b. Mida y anote la tensión en cada una de las resistencias, así como también la existente entre los extremos de las distintas agrupaciones de resistencias, como se indica en la tabla V.

**6. E.1.3.4** Mida y anote en la tabla V la intensidad de corriente que circula por cada una de las resistencias y agrupaciones de resistencias.

**TABLA V**

| | $R_1$ | $R_2$ | $R_3$ | $R_4$ | $R_{12}$ | $R_{123}$ | $R_{1234}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **Valor Nominal (Ω)** | | | | | | | |
| **Valor Medido (Ω)** | | | | | | | |
| **Tensión (Volts)** | | | | | | | |
| **Intensidad (mA)** | | | | | | | |

## 6. E.1.4 USO DEL REÓSTATO COMO RESISTENCIA VARIABLE

**6. E.1.4.1** Monte el circuito de la figura 6.16.

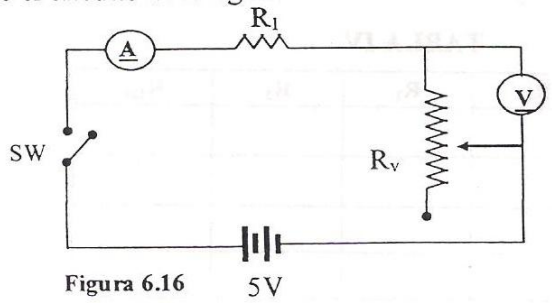


**Figura 6.16**

**6. E.1.4.2** Conecte el interruptor SW y tome los valores de corriente y voltaje correspondientes a las posiciones de resistencia mínima, intermedia y máxima de $R_v$. En cada caso mida el valor de la resistencia $R_v$ considerada. Llene la tabla VI.

**TABLA VI**

| Posición de la resistencia variable | Mínima | Intermedia | Máxima |
|---|---|---|---|
| Valor de la resistencia (Ω) | | | |
| Intensidad (mA) | | | |
| Tensión (V) | | | |

## 6. E.1.5 USO DEL REÓSTATO COMO POTENCIÓMETRO

**6. E.1.5.1** Monte el circuito de la figura 6.17.

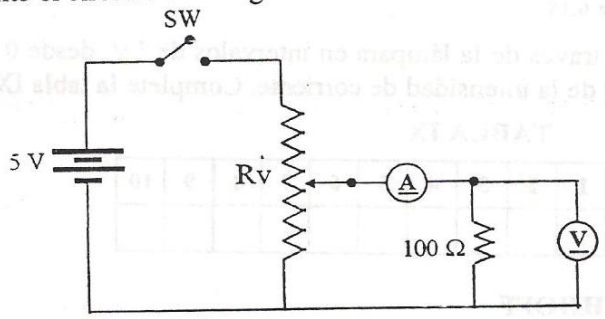


**Figura 6.17**

**6. E.1.5.2** Repita en este caso lo mismo del apartado 6.E.1.4.2 y llene la tabla VII.

**TABLA VII**

| Posición de la resistencia variable | Mínima | Intermedia | Máxima |
|---|---|---|---|
| Valor de la resistencia (Ω) | | | |
| Intensidad (mA) | | | |
| Tensión (V) | | | |

## 6. E.1.6 COMPROBACIÓN EXPERIMENTAL DE LA RELACIÓN DE OHM

**6. E.1.6.1** Monte el circuito de la figura 6.18.

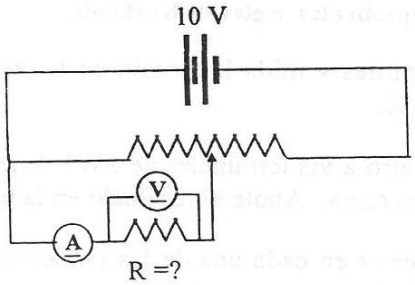


**Figura 6.18**

**6. E.1.6.2** Variando la posición del cursor del reóstato, tome 10 valores de voltaje e intensidad de corriente a través de R. Complete la tabla VIII.

**TABLA VIII**

| | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **Tensión (V)** | | | | | | | | | | |
| **Intensidad (A)** | | | | | | | | | | |

**6. E.1.6.3** Monte el circuito de la figura 6.19.

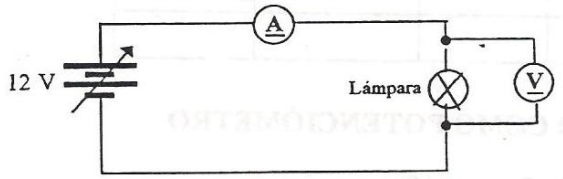


**Figura 6.19**

**6. E.1.6.4** Varíe el voltaje a través de la lámpara en intervalos de 1V, desde 0 V hasta 10 V. En cada caso anote el valor de la intensidad de corriente. Complete la tabla IX.

**TABLA IX**

| **Tensión (V)** | **0** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** | **9** | **10** |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **Intensidad (A)** | | | | | | | | | | | |

## 6. E.1.7 REGLAS DE KIRCHHOFF

**6. E.1.7.1** Monte el circuito representado en la figura 6.20.

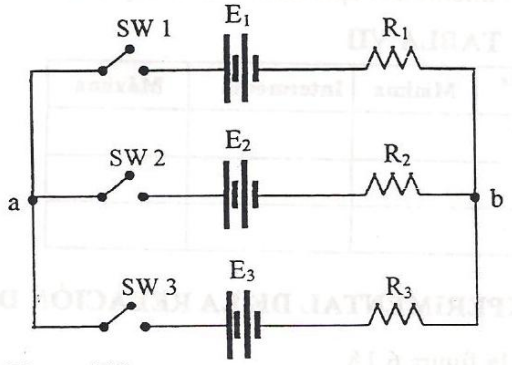


**Figura 6.20**
**Montaje para comprobar las reglas de Kirchhoff.**

**6. E.1.7.2** Cierre todos los interruptores y mida la tensión en los terminales de cada batería. Anote los resultados en la tabla X.

**6. E.1.7.3** Conecte el miliamperímetro a los terminales de SW1. Luego ábralo y mida la intensidad de la corriente en la primera rama. Anote el resultado en la tabla X.

**6. E.1.7.4** Repita la operación anterior en cada una de las ramas restantes (todos los interruptores estarán cerrados, salvo el de la rama en cuestión).

**6. E.1.7.5** Mida y anote la caída de tensión en cada una de las resistencias, así como también la tensión entre los puntos a y b.

**TABLA X**

| Elemento ó rama N°. | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|
| Resistencia Nominal (Ω) | | | |
| Resistencia Medida (Ω) | | | |
| Fem. (V) | | | |
| Intensidad (mA) | | | |
| Tensión en cada resistencia (V) | | | |

Tensión entre los puntos a y b: $V_{ab}$ = _____

## 6. E.1.8 CIRCUITO PUENTE EQUILIBRADO

**6. E.1.8.1** Realice el montaje indicado en la figura 6.21. $R_1$ y $R_2$ son resistencias fijas y su cociente $R_2/R_1$ toma un valore igual a una potencia de 10. $R_3$ es la resistencia variable y no se podrá medir resistencias ($R_4$) cuyos valores sean mayores a élla.

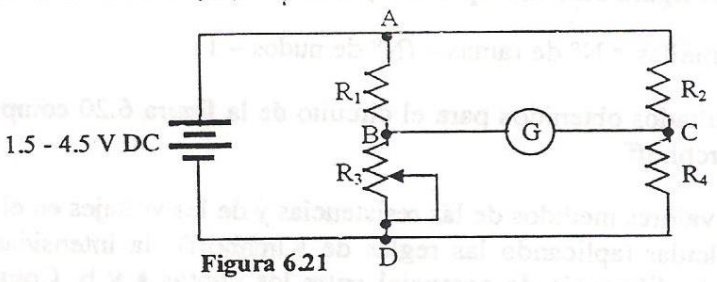


**Figura 6.21**

**6. E.1.8.2** Calibre el puente ajustando la resistencia variable hasta que en el galvanómetro (G) se lea 0. Determine el valor de $R_4$. Complete la tabla XI.

**TABLA XI**

| $R_4$ | $V_{AD}$ | $V_{R1}$ | $V_{R2}$ | $V_{R3}$ | $V_{R4}$ |
|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | |

## 6. E.2 INTERPRETACIÓN DE LOS RESULTADOS

**6. E.2.1** Analice los resultados obtenidos para los circuitos en serie, paralelo y serie-paralelo y por otro lado, compruebe la validez de las propiedades de dichos modos de conexión, en lo que se refiere a la resistencia equivalente, tensiones e intensidades.

**6. E.2.2** Para cada uno de los circuitos representados en las figuras 6.13, 6.14, 6.15 y utilizando los valores medidos de las resistencias y de la tensión entre los puntos a y b, calcule la intensidad de la corriente en cada una de las resistencias y la tensión que soporta cada una de ellas. Compare el resultado de estos cálculos con los resultados experimentales y justifique las diferencias si las hubiere.

**6. E.2.3** Para cada uno de los pasos en 6.E.1.4.2 compruebe el valor de la resistencia medida, usando para ello los datos obtenidos en el voltímetro y amperímetro.

**6. E.2.4** De acuerdo a los resultados obtenidos en 6.E.1.5.2 analice la utilidad del reóstato.

**6. E.2.5** Haciendo uso de la tabla VIII, grafique V = f (I) y calcule a partir de élla el valor de la resistencia R. ¿Cumple la resistencia R con la relación de Ohm?

**6. E.2.6** Haciendo uso de la tabla IX, trace la curva característica V = f (I) y compárela con la obtenida para la resistencia R del apartado 6.E.2.5. ¿Qué conclusión obtienes?

**6. E.2.6.1** Calcule el valor de la resistencia de la lámpara para V = 5V y para V =10V. ¿Son iguales? ¿Por qué?

**6. E.2.7** Redibuje el circuito de la figura 6.20 indicando el sentido correcto de las intensidades.

**6. E.2.7.1** Determine el número de nudos, ramas y mallas independientes que aparecen en el circuito de la figura 6.20. Compruebe que:

N° de mallas = N° de ramas – (N° de nudos – 1)

**6. E.2.7.2** De los resultados obtenidos para el circuito de la figura 6.20 compruebe la validez de las reglas de Kirchhoff.

**6. E.2.7.3** Utilice los valores medidos de las resistencias y de los voltajes en el circuito de la figura 6.20 para calcular (aplicando las reglas de Kirchhoff) la intensidad de la corriente en cada rama y la diferencia de potencial entre los puntos a y b. Compare los resultados experimentales, justificando las diferencias si las hubiere.

**6. E.2.8** Verifique con los datos de la tabla XI que el puente está balanceado. Compare los resultados experimentales.

## 6. F CUESTIONARIO

**6. F.1** ¿Qué se requiere para mantener una corriente constante en un conductor?

**6. F.2** ¿Cuáles son los factores que afectan la resistencia de un conductor?

**6. F.3** La misma corriente pasa por dos alambres semejantes de áreas desiguales. ¿Cuál se calentará más, y por qué?

**6. F.4** ¿Qué puede suceder cuando una corriente es tan grande que la disipación de potencia en una resistencia a través del cual pasa, es mayor que la potencia nominal de la resistencia?

**6. F.5** ¿Es válida universalmente la relación de Ohm ó es de aplicación limitada?

**6. F.6** ¿Cómo debe cambiar la d.d.p en un conductor para que se duplique la corriente? ¿Cómo se ve afectada la potencia?