

**Matemática 4**  
**Segundo Parcial**

Apellidos:

Nombres:

ci:

1. Calcular

$$\left( \frac{6\sqrt{3} + 6i}{6 + 6i} \right)^{-3}$$

2. Demostrar las siguientes desigualdades

- $|\mathbf{z}|^2 \geq 2|Re(\mathbf{z})||Im(\mathbf{z})|$
- $\sqrt{2}|\mathbf{z}| \geq |Re(\mathbf{z})| + |Im(\mathbf{z})|$

(AYUDA:  $(|Re(\mathbf{z})| + |Im(\mathbf{z})|)^2 \geq 0$ )

3. Determinar análítica y gráficamente el siguiente conjunto

$$A = \{z \in \mathbb{C} \mid \bar{z} - \frac{1}{z} \geq 0\}$$

4. Dada la siguiente función  $f(z) = \pi e^{\pi \bar{z}}$  y  $C$  es el contorno cuadrado con vértices en los puntos  $0, 1, 1+i$  e  $i$ , orientado en sentido positivo:

- Aplicando integrales de línea
- Aplicando el Teorema de Green

5. Hallar el valor de la integral de  $f(z)$  sobre la circunferencia  $|z-i| = 2$  en sentido positivo

- $f(z) = \frac{1}{z^2 + 4}$
  - $f(z) = \frac{1}{(z^2 + 4)^4}$
-