Prueba de hipótesis

Una **hipótesis estadística** es una afirmación respecto a alguna característica de una población. **Contrastar** una hipótesis es comparar las predicciones con la realidad que observamos. Si dentro del margen de error que nos permitimos admitir, hay coincidencia, aceptaremos la hipótesis y en caso contrario la rechazaremos.

- La hipótesis emitida se suele designar por **H_0** y se llama **Hipótesis nula** porque parte del supuesto que la diferencia entre el valor verdadero del parámetro y su valor hipotético es debida al azar, es decir no hay diferencia.
- La hipótesis contraria se designa por **H_1** y se llama **Hipótesis alternativa**

Los contrastes pueden ser **unilaterales** o **bilaterales** (también llamados de una o dos colas) según establezcamos las hipótesis, si las definimos en términos de igual y distinto estamos ante una hipótesis unilateral, si suponemos una dirección (en términos de mayor o menor) estamos ante uno unilateral.

Se trata pues, de extraer conclusiones a partir de una muestra aleatoria y significativa, que permitan aceptar o rechazar una hipótesis previamente emitida, sobre el valor de un parámetro desconocido de la población. El método que seguiremos es el siguiente:

1. **Enunciar** la hipótesis
2. **Elegir** un **nivel de significación α** y construir la **zona de aceptación**, intervalo fuera del cual sólo se encuentran el α100% de los casos más raros. A la zona de rechazo la llamaremos **región crítica**, y su área es el nivel de significación.
3. **Verificar** la hipótesis extrayendo una muestra cuyo tamaño se ha decidido en el paso anterior y obteniendo de ella el correspondiente estadístico (media o proporción en nuestro caso).
4. **Decidir**. Si el valor calculado en la muestra cae dentro de la zona de aceptación se acepta la hipótesis y si no se rechaza.

Aquí nos vamos a limitar a estudiar hipótesis sobre la media y sobre la proporción en una población. En cada caso se trabaja con un contraste bilateral y otro unilateral. Los contrastes unilaterales son de distinta dirección en cada ejemplo, pero el método a seguir es análogo para ambos. Pulsa ahora sobre el primer enlace para continuar.

Hipótesis estadísticas

Un test estadístico es un procedimiento para extraer conclusiones que permitan aceptar o rechazar una hipótesis previamente emitida sobre el valor de un parámetro desconocido de una población a partir de una muestra aleatoria y significativa,

La hipótesis emitida se designa por H_0 y se llama hipótesis nula.

La hipótesis contraria se designa por H_1 y se llama hipótesis alternativa.

Contrastes de hipótesis procedimiento:

1. Enunciar la hipótesis nula H_0 y la alternativa H_1.

Bilateral	H_0=k	$H_1 \neq$ k
Unilateral	H_0= k	H_1 < k
	H_0 =k	H_1> k

2. A partir de un nivel de confianza $1 - \alpha$ o el de significación α. Determinar:

El valor $z_{\alpha/2}$ (bilaterales), o bien z_α (unilaterales)

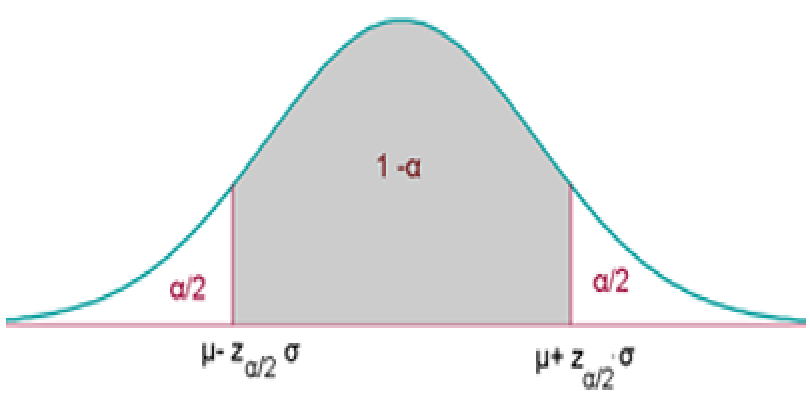
La zona de aceptación del parámetro muestral (x o p').

3. Calcular: x o p', a partir de la muestra.

4. Si el valor del parámetro muestral está dentro de la zona de la aceptación, se acepta la hipótesis nula con un nivel de significación α. Si no, se rechaza.

Contraste bilateral (media y proporciones igual procedimiento)

Se presenta cuando la hipótesis nula es del tipo H_0: $\mu = k$ (o bien H_0: $p = k$) y la hipótesis alternativa, por tanto, es del tipo H_1: $\mu \neq k$ (o bien H_1: $p \neq k$).



El nivel de significación α se concentra en dos partes (o colas) simétricas respecto de la media.

La región de aceptación en este caso no es más que el correspondiente intervalo de probabilidad para x o p', es decir:

$$\left(\bar{x} - z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}},\ \bar{x} + z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$$

o bien:

$$\left(p' - z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{pq}{n}},\ p' + z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{pq}{n}}\right)$$

Ejemplo:

Se sabe que la desviación típica de las notas de cierto examen de Matemáticas es 2,4. Para una muestra de 36 estudiantes se obtuvo una nota media de 5,6. ¿Sirven estos datos para confirmar la hipótesis de que la nota media del examen fue de 6, con un nivel de confianza del 95%?

1. Enunciamos las hipótesis nula y alternativa:

$H_0 : \mu = 6$ La nota media no ha variado.

$H_1 : \mu \neq 6$ La nota media ha variado.

2. Zona de aceptación

Para $\alpha = 0.05$, le corresponde un valor crítico: $z_{\alpha/2} = 1.96$.

Determinamos el intervalo de confianza para la media:

$$(6-1,96 \cdot 0,4 ; 6+1,96 \cdot 0,4) = (5,22 ; 6,78)$$

3. Verificación.

Valor obtenido de la media de la muestra: 5,6 .

4. Decisión

Aceptamos la hipótesis nula H_0, con un nivel de significación del 5%.

Contraste unilateral (media y proporción igual procedimiento)

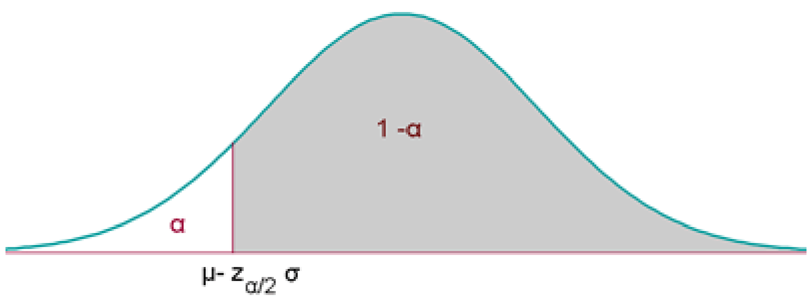
Caso 1

La hipótesis nula es del tipo H_0: $\mu = k$ (o bien H_0: $p = k$).

La hipótesis alternativa, por tanto, es del tipo H_1: $\mu < k$ (o bien H_1: $p < k$).

Valores críticos

$1-\alpha$	α	z_α
0.90	0.10	1.28
0.95	0.05	1.645
0.99	0.01	2.33



El nivel de significación α se concentra en una parte o cola.

La región de aceptación en este caso será:

$$\left(\bar{x} - z_\alpha \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}},\ \infty\right)$$

o bien:

$$\left(p' - z_{\alpha} \cdot \sqrt{\frac{pq}{n}},\ \infty \right)$$

Ejemplo:

Un sociólogo ha pronosticado, que en una determinada ciudad, el nivel de abstención en las próximas elecciones será del 40% como mínimo. Se elige al azar una muestra aleatoria de 200 individuos, con derecho a voto, 75 de los cuales estarían dispuestos a votar. Determinar con un nivel de significación del 1%, si se puede admitir el pronóstico.

1. Enunciamos las hipótesis nula y alternativa:

$H_0 : \mu = 0.40$ La abstención será como mínimo del 40%. (aca pueden colocar menor o igual si lo desean)

$H_1 : \mu < 0.40$ La abstención será como máximo del 40%;

2. Zona de aceptación

Para $\alpha = 0.01$, le corresponde un valor crítico: $z_{\alpha} = 2.33$.

Determinamos el intervalo de confianza para la media:

$$\left(0.4 - 2.33 \cdot \sqrt{\frac{0.4 \cdot 0.6}{200}},\ \infty \right) = (0.3192;\ \infty)$$

3.Verificación.

$$p' = \frac{125}{200} = 0.625$$

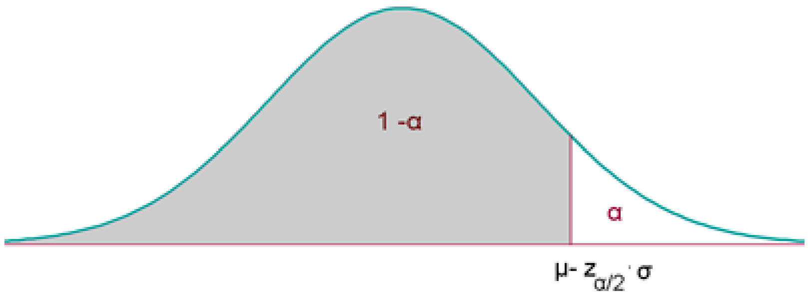
4.Decisión

Aceptamos la hipótesis nula H_0. Podemos afirmar, con un nivel de significación del 1%, que la La abstención será como mínimo del 40%.

Caso 2

La hipótesis nula es del tipo H_0: $\mu = k$ (o bien H_0: $p = k$).

La hipótesis alternativa, por tanto, es del tipo H_1: $\mu > k$ (o bien H_1: $p > k$).



El nivel de significación α se concentra en la otra parte o cola.

La región de aceptación en este caso será:

$$\left(-\infty,\ \bar{x} + z_{\alpha} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$$

o bien:

$$\left(-\infty,\ p' + z_{\alpha} \cdot \sqrt{\frac{pq}{n}}\right)$$

Ejemplo:

Un informe indica que el precio medio del billete de avión entre Canarias y Madrid es, como máximo, de 120 € con una desviación típica de 40 €. Se toma una muestra de 100 viajeros y se obtiene que la media de los precios de sus billetes es de 128 €.

¿Se puede aceptar, con un nivel de significación igual a 0,1, la afirmación de partida?

1. Enunciamos las hipótesis nula y alternativa:

H_0 : $\mu =$ 120 (Aca se puede colocar es como máximo es decir $\mu \leq 120$)

H_1 : $\mu > 120$

2.Zona de aceptación

Para $\alpha = 0.1$, le corresponde un valor crítico: $z_\alpha = 1.28$.

Determinamos el intervalo de confianza:

$$\left(-\infty; 120+1.28\frac{40}{\sqrt{100}}\right)=\left(-\infty; 125.12\right)$$

3. Verificación.

Valor obtenido de la media de la muestra: 128 € .

4. Decisión

No aceptamos la hipótesis nula H_0. Con un nivel de significación del 10%. Por lo tantola afirmación no es correcta:

Errores de tipo I y tipo II

Error de tipo I. Se comete cuando la hipótesis nula es verdadera y, como consecuencia del contraste, se rechaza.

Error de tipo II. Se comete cuando la hipótesis nula es falsa y, como consecuencia del contraste se acepta.

H_0	Verdadera	Falsa
Aceptar	Decisón correcta Probabilidad = $1 - \alpha$	Decisión incorrecta: ERROR DE TIPO II
Rechazar	ERROR DE TIPO I Probabilidad = α	Decisión correcta

La probabilidad de cometer Error de tipo I es el nivel de significación α.

La probabilidad de cometer Error de tipo II depende del verdadero valor del parámetro. Se hace tanto menor cuanto mayor sea n.