

DERIVADAS

(I) En los ejercicios 1 a 5 obtenga la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función en el punto indicado.

- |  |                                |
|--|--------------------------------|
| (1) $f(x) = 2x - x^3$ ; $(-2, 4)$ .      | <b>Resp.</b> $y = -10x - 16$ . |
| (2) $f(x) = \frac{4}{x^2}$ ; $(4, -4)$ . | <b>Resp.</b> $8y = -x - 28$ .  |
| (3) $f(x) = 4x - x^2$ ; $(1, 3)$ .       | <b>Resp.</b> $y = 2x + 1$ .    |
| (4) $f(x) = 4x^2 - 2x^3$ ; $(1, 2)$ .    | <b>Resp.</b> $y = 2x$ .        |
| (5) $f(x) = \sqrt{x}$ ; $(1, 1)$ .       | <b>Resp.</b> $2y = x + 1$ .    |

(II) En los ejercicios 6 a 11, empleando la definición de derivada, calcule la derivada en el número indicado  $x_0$ .

- |   |                               |
|---|-------------------------------|
| (6) $f(x) = 1 + x - 2x^2$ ; $x_0 = -1$ .        | <b>Resp.</b> 5.               |
| (7) $f(x) = \frac{x}{2x-1}$ ; $x_0 = 0$ .       | <b>Resp.</b> -1.              |
| (8) $f(x) = \frac{2}{\sqrt{3-x}}$ ; $x_0 = 1$ . | <b>Resp.</b> $\sqrt{2}/4$     |
| (9) $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x+1}}$ ; $x_0 = 4$ . | <b>Resp.</b> $3\sqrt{5}/25$ . |
| (10) $f(x) = x\sqrt{x^2+1}$ ; $x_0 = 1$ .       | <b>Resp.</b> $3\sqrt{2}/2$ .  |
| (11) $f(x) = x\cos(x)$ ; $x_0 = \pi$ .          | <b>Resp.</b> -1.              |

(III) En los ejercicios 12 a 19, empleando la definición de derivada determine la derivada de la función. Deduzca el dominio de diferenciabilidad.

- |                        |  |
|------------------------|--|
| (12) $f(x) = 5x + 3$ . | <b>Resp.</b> $f'(x) = 5$ ; $\text{dom}(f') = \mathbb{R}$ . |
| (13) $f(x) = 18$ .     | <b>Resp.</b> $f'(x) = 0$ ; $\text{dom}(f') = \mathbb{R}$ . |

- (14)  $f(x) = x^3 - x^2 + 2x$ . **Resp.**  $f'(x) = 3x^2 - 2x + 2$ ;  $dom(f') = \mathbb{R}$ .
- (15)  $f(x) = \sqrt{6-x}$ . **Resp.**  $f'(x) = \frac{-1}{2\sqrt{6-x}}$ ;  $dom(f') = (-\infty, -6)$ .
- (16)  $f(x) = \sqrt{1+2x}$ . **Resp.**  $f'(x) = \frac{1}{\sqrt{1+2x}}$ ;  $dom(f') = (-1/2, \infty)$ .
- (17)  $f(x) = \frac{x+1}{x-1}$ . **Resp.**  $f'(x) = \frac{-2}{(x-1)^2}$ ;  $dom(f') = \mathbb{R} - \{1\}$ .
- (18)  $f(x) = \frac{4-3x}{2+x}$ . **Resp.**  $f'(x) = -10(x+2)^{-2}$ ;  $dom(f') = \mathbb{R} - \{-2\}$ .
- (19)  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x-1}}$ . **Resp.**  $f'(x) = -(x-1)^{-3/2}$ ;  $dom(f') = (1, \infty)$ .

(IV) En los ejercicios 20 a 29, realice lo siguiente: (a) Determine si la función es continua en  $x_0$ .  
 (b) Calcule las derivadas laterales  $f'_-(x_0)$  y  $f'_+(x_0)$  si existen. (c) Determine si  $f'(x_0)$  existe, de existir cual es el valor.

- (20)  $f(x) = \begin{cases} x+2 & \text{si } x \leq -4; \\ -x-6 & \text{si } x > -4. \end{cases} \quad x_0 = -4. \quad \text{Resp. Si; } f'_-(-4) = 1; f'_+(-4) = -1; f'(-4) \nexists.$
- (21)  $f(x) = \begin{cases} -1 & \text{si } x < 0; \\ x-1 & \text{si } x \geq 0. \end{cases} \quad x_0 = 0. \quad \text{Resp. Si; } f'_-(0) = 0; f'_+(0) = 1; f'(0) \nexists.$
- (22)  $f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{si } x \leq 0; \\ -x^2 & \text{si } x > 0. \end{cases} \quad x_0 = 0. \quad \text{Resp. Si; } f'_-(0) = f'_+(0) = 0 = f'(0).$
- (23)  $f(x) = \begin{cases} 5-6x & \text{si } x \leq 3; \\ -4-x^2 & \text{si } x > 3. \end{cases} \quad x_0 = 3. \quad \text{Resp. Si; } f'_-(3) = -6; f'_+(3) = 6; f'(3) \nexists.$
- (24)  $f(x) = \begin{cases} x-2 & \text{si } x < 0; \\ x^2 & \text{si } x \geq 0. \end{cases} \quad x_0 = 0. \quad \text{Resp. No; } f'_-(0) = \infty; f'_+(0) = 0; f'(0) \nexists.$
- (25)  $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} & \text{si } 0 < x < 2; \\ 1 - \frac{x}{4} & \text{si } x \geq 2. \end{cases} \quad x_0 = 2. \quad \text{Resp. Si; } f'_-(2) = f'_+(2) = -1/4 = f'(-4).$
- (26)  $f(x) = \frac{1}{(x-2)^2}; x_0 = 2. \quad \text{Resp. No; } f'_-(2), f'_+(2), f'(2) \nexists.$
- (27)  $f(x) = |1-x^2|; x_0 = \pm 1. \quad \text{Resp. Si; } f'_-(-1) = -2; f'_+(-1) = 2; f'(-1) \nexists.$
- (28)  $f(x) = |x-3|; x_0 = 3. \quad \text{Resp. Si; } f'_-(3) = -1; f'_+(3) = 1; f'(3) \nexists.$
- (29)  $f(x) = \text{sign}(x); x_0 = 0. \quad \text{Resp. No; } f'_-(0) = \infty; f'_+(0) = \infty; f'(0) \nexists.$

(V) En los ejercicios 30 a 34, determine si la función dada es derivable en el intervalo indicado.

30)  $f(x) = \sqrt{x}$ ,  $[0, 1]$ ; **Resp. No.**

- 31)  $f(x) = \frac{1-x}{x+2}$ ,  $[-3, 0]$ ; **Resp. No.**
- 32)  $g(x) = \frac{1}{\sqrt{x-1}}$ ,  $[2, 3]$ ; **Resp. Si.**
- 33)  $h(x) = \begin{cases} 1/x & \text{si } 0 < x < 2 \\ 1 - x/4 & \text{si } x \geq 2. \end{cases}$ ;  $(0, 3]$ ; **Resp. Si.**
- 34)  $g(x) = |x+1|$ ,  $[-2, -1]$ ;  $[-2, 0]$ ;  $[-1, 0]$ . **Resp. Si, No, Si.**

(VI) En los ejercicios 35 a 40, se presentan las gráficas de una función. Determine:  $f'_-(-1)$ ;  $f'_+(-1)$ ;  $f'_-(0)$ ;  $f'_+(0)$ ;  $f'_-(1)$ ;  $f'_+(1)$ ; ¿En qué números la función no es diferenciable?. (Las gráficas se presentan en la siguiente página)

- |  |  |
|--|--|
| <b>Resp.</b> (35) 2; 1; 1; -1; -1; 1.          | <b>no es diferenciable en:</b> -1; 0; 1. |
| (36) 0; 2; $-\infty$ ; $\infty$ ; -1; 2.       | <b>no es diferenciable en:</b> -1; 0; 1. |
| (37) 1/2; -1/3; $-\infty$ ; $\infty$ ; 1/3; 1. | <b>no es diferenciable en:</b> -1; 0; 1. |
| (38) -2; 1; $-\infty$ ; -1; -1; $\infty$ .     | <b>no es diferenciable en:</b> -1; 0; 1. |
| (39) -2; -2; 0; 0; -2; 1.                      | <b>no es diferenciable en:</b> 1.        |
| (40) 2; 2; 0; 0; 3; $\infty$ .                 | <b>no es diferenciable en:</b> 1.        |

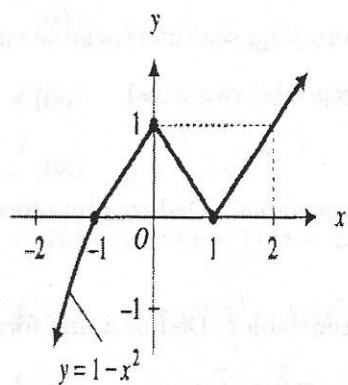
(41) Suponga que a los  $t$  minutos,  $r(t)$  metros es el radio del flujo circular de petróleo que se derrama por una fisura de un tanque, dado por  $r(t) = \begin{cases} 4t^2 + 20 & \text{si } 0 \leq t \leq 2, \\ 16t + 4 & \text{si } t > 2. \end{cases}$

Determine si la función  $r(t)$  es diferenciable en  $t = 2$ . De ser así, cuál es el valor de  $f'(2)$ .

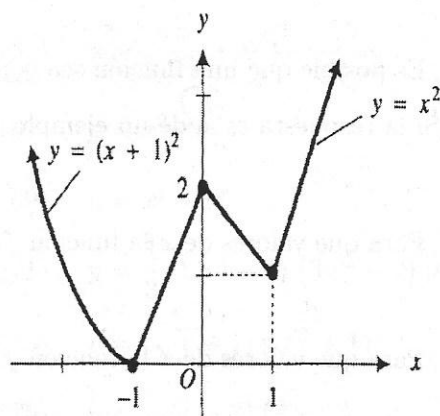
(42) Determine el valor de  $a$  y  $b$  tales que la función  $f$  sea diferenciable en  $x_0$ .

$$(a) f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{si } x < 1; \\ ax + b & \text{si } x \geq 1; \end{cases} \quad x_0 = 1. \quad (b) f(x) = \begin{cases} ax + b & \text{si } x < 2; \\ 2x^2 - 1 & \text{si } x \geq 2; \end{cases} \quad x_0 = 2.$$

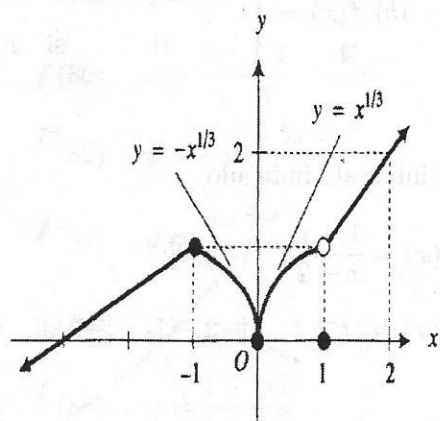
(43) ¿Es posible que una función sea diferenciable en un número y no sea continua en ese número?. Si la respuesta es si dé un ejemplo. Si es no, establezca la(s) razón(es).



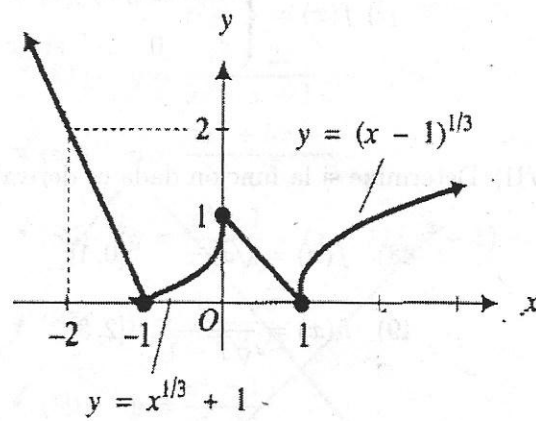
(35)



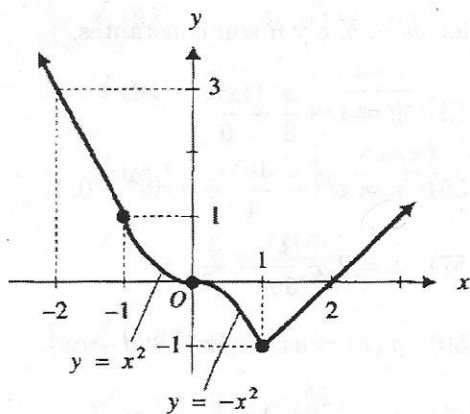
(36)



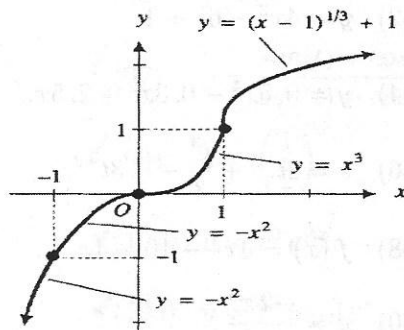
(37)



(38)



(39)



(40)

(44) ¿Es posible que una función sea continua en un número y no sea diferenciable en ese número?.

Si la respuesta es si dé un ejemplo. Si es no, establezca la(s) razón(es).

(45) ¿Para que valores de  $x$  la función  $f(x) = x|x|$  es diferenciable?. Deduzca una fórmula de  $f'(x)$ .

(46) ¿Para que valores de  $x$  la función  $f(x) = \llbracket x \rrbracket$  es diferenciable?. Deduzca una fórmula de  $f'(x)$ .

(47) Determine si  $f'(0)$  existe o no.

$$(i) f(x) = \begin{cases} x \operatorname{sen}(1/x) & \text{si } x \neq 0; \\ 0 & \text{si } x = 0; \end{cases} \quad (b) f(x) = \begin{cases} x^2 \operatorname{sen}(1/x) & \text{si } x \neq 0; \\ 0 & \text{si } x = 0; \end{cases}$$

(VII) Determine si la función dada es derivable en el intervalo indicado.

$$48) f(x) = \sqrt{x}, \quad [0, 1]; \quad 49) g(x) = \frac{1-x}{x+2}, \quad [-3, 0];$$

$$49) h(x) = \frac{1}{\sqrt{x-1}}, \quad [2, 3]; \quad 50) f(x) = |x+1|, \quad [-2, -1], \quad [-2, 0], \quad (-1, 0].$$

$$51) f(x) = \begin{cases} 1/x, & \text{si } 0 < x < 2, \\ 1-x/4, & \text{si } x \geq 2; \end{cases} \quad [0, 3];$$

(VIII) Halle la derivada de las siguientes funciones. Las letras  $a$ ,  $b$ ,  $c$  y  $d$  son constantes.

$$(52) y = 4x^2 - 6x + 1.$$

$$(53) y = 1 - \frac{x}{3} + \frac{x^6}{6}.$$

$$(54) y = 0,5x^4 - 0,3x^2 + 2,5x.$$

$$(55) u = v^{10} - \frac{3v^8}{4} + 0,4v^3 + 0,1.$$

$$(56) s = 2t^{-5} + \frac{t^3}{3} - 0,3t^{-2}.$$

$$(57) z = 2 + \frac{1}{3y} - \frac{3}{y^2}.$$

$$(58) f(x) = 3x^{\frac{5}{6}} - 10 - 4x^{-\frac{2}{3}}.$$

$$(59) g(x) = ax^5 - bx^{-4} + d + cx^{\frac{3}{2}}.$$

$$(60) y = \frac{-2x^6}{3a}.$$

$$(61) z = \frac{x^3}{a+b} + \frac{x^5}{a-b} - x.$$

$$(62) z = \frac{t^3 - bt^2 - 3}{6}.$$

$$(63) y = 4\sqrt{x} + \sqrt{3} - \frac{3}{2x^2}.$$

$$(64) z = \sqrt[3]{t} - \frac{1}{\sqrt[3]{t}}.$$

$$(65) u = \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{x}} + \sqrt[3]{3} - \frac{5}{3\sqrt[3]{x^2}}.$$

$$\begin{array}{ll}
(66) & y = (5x^4 - 4x^5)(3x^2 + 2x^3). \\
(67) & y = x^3 e^x. \\
(68) & y = \sqrt{x} e^x. \\
(69) & y = x^e + e^x. \\
(70) & y = (x-1)(x-2)(x-3). \\
(71) & y = \frac{1}{3}(2x^3 - 1)(3x^2 - 2)(6x - 5). \\
(72) & z = \sqrt{t}(t^4 - 1)(t^6 - 2). \\
(73) & y = (\sqrt{x} - 1)(\sqrt{x} + 1) \\
(74) & u = 2\sqrt{x}(\sqrt{5} - \sqrt{x} + x^2). \\
(75) & y = (\sqrt{x} - 3)\left(\frac{2}{x} - 1\right) \\
(76) & y = \frac{3}{x-9}. \\
(77) & y = \frac{x}{x-8} \\
(78) & y = \frac{x+3}{x-3}. \\
(79) & z = \frac{t}{t^2+1} \\
(80) & u = \frac{2t^3+1}{t-1}. \\
(81) & y = \frac{x^3-2x}{x^2+x+1} \\
(82) & y = \frac{ax^2+bx+c}{x}. \\
(83) & y = \frac{ax^2+bx+c}{\sqrt{x}} \\
(84) & y = \frac{ax^2+b}{\sqrt{a^2+b^2}}. \\
(85) & y = \frac{x^2+1}{x^2-1} - (x-1)(x^2-1) \\
(86) & y = \frac{1}{(x-1)(x-3)}. \\
(87) & y = \frac{1-\sqrt{x}}{1+2\sqrt{x}} \\
(88) & y = \frac{1-\sqrt[3]{x}}{1+\sqrt[3]{x}}. \\
(89) & y = \frac{e^x-1}{e^x+1} \\
(90) & f(x) = 5 \operatorname{sen}(x) + 2 \cos(x). \\
(91) & g(\theta) = \theta \cot(\theta) \\
(92) & y = \operatorname{tg}(\alpha) \operatorname{sen}(\alpha). \\
(93) & y = \operatorname{tg}(x) - \cot(x) \\
(94) & h(t) = \frac{\operatorname{sen}(t)}{1+\cos(t)}. \\
(95) & f(x) = \frac{\operatorname{tg}(x)}{x} \\
(96) & g(x) = \frac{1-\cos(x)}{1+\cos(x)}. \\
(97) & y = \frac{\operatorname{sen}(t)+\cos(t)}{\operatorname{sen}(t)-\cos(t)} \\
(98) & y = \frac{\operatorname{tg}(x)-1}{\sec(x)}. \\
(99) & y = \left(\frac{1}{2}\right)^x \\
(100) & y = x^2 2^x. \\
(101) & y = x^2 e^{-x}. \\
(102) & y = e^x \ln(x). \\
(103) & y = 2^x \log_2(x) \\
(104) & y = \frac{\ln(x)}{e^x}. \\
(105) & y = \frac{\log_2(x)}{2^x}. \\
(106) & y = \frac{1+\ln(x)}{1-\ln(x)}. \\
(107) & y = (x^2 - 3x + 5)^3. \\
(108) & f(x) = (15 - 8x)^4. \\
(109) & g(t) = (2t^3 - 1)^{-3} \\
(110) & z = \frac{1}{(5x^5 - x^4)^8}. \\
(111) & y = (3x^2 - 8)^3(-4x^2 + 1)^4
\end{array}$$

$$(112) \quad f(u) = \frac{2u^3 + 1}{u^2 - 1}.$$

$$(114) \quad g(t) = \left( \frac{3t^2 + 2}{2t^3 - 1} \right)^2.$$

$$(116) \quad u = \sqrt{1 + t - 2t^2 - 8t^3}.$$

$$(118) \quad g(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}}.$$

$$(120) \quad z = (1 - 3x^2)^2 (\sqrt{x} + 1)^{-2}.$$

$$(122) \quad z = \sqrt[3]{\frac{1}{1 + t^2}}.$$

$$(124) \quad f(x) = \frac{x}{b^2 \sqrt{b^2 + x^2}}.$$

$$(126) \quad y = \sqrt[3]{x + \sqrt{x}}.$$

$$(128) \quad y = tg(4x)$$

$$(130) \quad u = \cos(x^3)$$

$$(132) \quad y = tg(x^4) + tg^4(x)$$

$$(134) \quad u = \sqrt{\cos(x)}$$

$$(136) \quad y = \sqrt[3]{tg(3x)}$$

$$(138) \quad y = \frac{4}{\sqrt{\sec(x)}}$$

$$(140) \quad y = \sen^3 \left( \frac{1 - \sqrt{x}}{1 + \sqrt{x}} \right)$$

$$(142) \quad y = \sqrt{\frac{1 + \sen(x)}{1 - \sen(x)}}$$

$$(144) \quad y = \frac{\cot\left(\frac{x}{2}\right)}{\sqrt{1 - \cot^2\left(\frac{x}{2}\right)}}$$

$$(146) \quad y = \cos(\cos(x))$$

$$(148) \quad y = \sen^2(\cos(4x))$$

$$(150) \quad y = \cos^2(\cos(x)) + \sen^2(\sen(x))$$

$$(152) \quad y = \sen\left(tg\left(\sqrt{\sen(x)}\right)\right)$$

$$(113) \quad y = \left( \frac{x - 1}{x + 3} \right)^2$$

$$(115) \quad y = \sqrt{1 - 2x}$$

$$(117) \quad h(x) = x^2 \sqrt{x^4 - 1}$$

$$(119) \quad y = \sqrt{3x^2 - 1} \sqrt[3]{2x + 1}$$

$$(121) \quad h(t) = \frac{1 + t}{\sqrt{1 - t}}$$

$$(123) \quad z = \sqrt[3]{b + ax^3}.$$

$$(125) \quad y = \frac{1 - \sqrt{1 + x}}{1 + \sqrt{1 + x}}$$

$$(127) \quad \sqrt{x + \sqrt{x + \sqrt{x}}}.$$

$$(129) \quad y = 2 \cot\left(\frac{x}{2}\right)$$

$$(131) \quad v = \cos^3(x)$$

$$(133) \quad z = \cos\sqrt{x}$$

$$(135) \quad y = \sqrt{\cos(\sqrt{x})}$$

$$(137) \quad y = \cot\sqrt[3]{1 + x^2}$$

$$(139) \quad y = \csc\left(\frac{1}{x^2}\right)$$

$$(141) \quad y = \frac{tg(x)}{\sqrt{1 + \sec^2(x)}}$$

$$(143) \quad y = \sqrt{1 + \cot\left(x + \frac{1}{x}\right)}$$

$$(145) \quad y = \sqrt{a \sen^2(x) + b \cos^2(x)}$$

$$(147) \quad y = \sen(\cos(x^2))$$

$$(149) \quad y = \sen(\sen(\sen(x))).$$

$$(151) \quad y = tg(\sen^2(x)).$$

$$(153) \quad y = e^{-3x^2+1}$$

$$(155) \quad y = x^n a^{-x^2}$$

$$(157) \quad y = 2^{3^{\operatorname{sen}^2(x)}}$$

$$(159) \quad y = \ln\left(\frac{x}{e^x}\right)$$

$$(161) \quad y = \ln\left(\frac{e^{4x} - 1}{e^{4x} + 1}\right)$$

$$(163) \quad y = \ln\left(\frac{x+1}{\sqrt{x-2}}\right)$$

$$(165) \quad y = \ln(x^3 \operatorname{sen}(x))$$

$$(167) \quad y = \arccos\left(\frac{1-x}{\sqrt{2}}\right)$$

$$(169) \quad y = \operatorname{arctg}\left(\frac{\operatorname{sen}x + \cos(x)}{\operatorname{sen}(x) - \cos(x)}\right)$$

$$(171) \quad y = \operatorname{arctg}\sqrt{x^2-1} - \frac{\ln(x)}{\sqrt{x^2-1}}$$

$$(154) \quad y = 2^{\sqrt{x}}$$

$$(156) \quad y = 3^{\cot(1/t)}$$

$$(158) \quad y = \sqrt{\log_5(x)}$$

$$(160) \quad y = \frac{\ln(t)}{e^{2t}}.$$

$$(162) \quad y = e^{x \ln(x)}$$

$$(164) \quad y = \ln\left(\frac{x+1}{x-1}\right)^{\frac{3}{5}}$$

$$(166) \quad y = \ln\left[\cos\left(\frac{x-1}{x}\right)\right]$$

$$(168) \quad y = x \operatorname{arcsen}\sqrt{\frac{x}{1+x}} + \operatorname{arctg}\sqrt{x} - \sqrt{x}$$

$$(170) \quad y = \ln\left(\arccos\left(\frac{1}{\sqrt{x}}\right)\right)$$

$$(172) \quad y = \operatorname{arctg}\left(\frac{x}{1+\sqrt{1-x^2}}\right)$$

$$(173) \quad y = \operatorname{arccot}\left(\frac{a-2x}{2\sqrt{ax-x^2}}\right), \quad (a > 0).$$

### Resp. VIII)

$$(52) \quad y' = 8x - 6.$$

$$(53) \quad y' = x^5 - \frac{1}{3}.$$

$$(54) \quad y' = 2x^3 - \frac{3}{5}x + \frac{5}{2}.$$

$$(55) \quad u' = 10v^9 - 6v^7 + \frac{6}{5}v^2.$$

$$(56) \quad s' = \frac{-10}{t^6} + t^2 + \frac{3}{5t^3}.$$

$$(57) \quad z' = \frac{6}{y^3} - \frac{1}{3y^2}.$$

$$(58) \quad f'(x) = \frac{5}{2\sqrt[6]{x}} + \frac{8}{3x\sqrt[3]{x^2}}.$$

$$(59) \quad g'(x) = 5ax^4 + \frac{4b}{x^5} + \frac{3}{2}\sqrt{x}.$$

$$(60) \quad y' = -\frac{4x^5}{a}.$$

$$(61) \quad z' = \frac{3x^2}{a+b} + \frac{5x^4}{a-b} - 1.$$

$$(62) \quad z' = \frac{3t^2-2bt}{6}.$$

$$(63) \quad y' = \frac{2}{\sqrt{x}} + \frac{3}{x^3}.$$

$$(64) \quad z' = \frac{1}{3} \left[ \frac{1}{\sqrt[3]{t^2}} + \frac{1}{t\sqrt[3]{t}} \right].$$

$$(65) \quad u' = \frac{1}{x} \left[ \frac{10}{9\sqrt[3]{x^2}} - \frac{\sqrt{3}}{4\sqrt{x}} \right].$$

$$(66) \quad y' = -64x^7 - 14x^6 + 90x^5.$$

$$(67) \quad y' = x^2 e^x (3+x).$$

$$(68) \quad y' = \sqrt{x} e^x \left[ \frac{2x+1}{2x} \right].$$

$$(69) \quad y' = ex^{e-1} + e^x.$$

$$(70) \quad y' = 3x^2 - 12x + 11.$$

$$(71) \quad y' = 72x^5 - 50x^4 - 32x^3 + 2x^2 + 10x + 4.$$

$$(72) \quad z' = \sqrt{t} \left[ \frac{21t^9}{2} - \frac{13t^5}{2} - 9t^3 + \frac{1}{t} \right].$$

$$(73) \quad y' = 1.$$

$$(74) \quad u' = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{x}} + 5x\sqrt{x} - 2.$$



$$\begin{aligned}
(75) \quad y' &= \frac{6}{x^2} - \frac{1}{x\sqrt{x}} - \frac{1}{2\sqrt{x}}. \\
(76) \quad y' &= \frac{-3}{(x-9)^2}. \\
(77) \quad y' &= \frac{-8}{(x-8)^2}. \\
(78) \quad y' &= \frac{-6}{(x-3)^2}. \\
(79) \quad z' &= \frac{1-t^2}{(t^2+1)^2}. \\
(80) \quad u' &= \frac{4t^3-6t^2-1}{(t-1)^2}. \\
(81) \quad y' &= \frac{x^4+2x^3+5x^2-2}{(x^2+x+1)^2}. \\
(82) \quad y' &= a - \frac{c}{x^2}. \\
(83) \quad y' &= \frac{1}{2\sqrt{x}} \left[ 3ax + b - \frac{c}{x} \right]. \\
(84) \quad y' &= \frac{2ax}{\sqrt{a^2+b^2}}. \\
(85) \quad y' &= \frac{-4x}{(x^2-1)^2} - (3x^2 - 2x - 1). \\
(86) \quad y' &= \frac{2}{(x-1)^2(x-3)^2}. \\
(87) \quad y' &= \frac{-3}{2\sqrt{x}(1+2\sqrt{x})^2}. \\
(88) \quad y' &= \frac{-2}{3\sqrt[3]{x^2}(1+\sqrt[3]{x})^2}. \\
(89) \quad y' &= \frac{2e^x}{(e^x+1)^2}. \\
(90) \quad f'(x) &= 5\cos(x) - 2\sin(x). \\
(91) \quad g'(\theta) &= \cot x - \theta \csc^2 \theta. \\
(92) \quad y' &= \sin \alpha [\sin^2 \alpha + 1]. \\
(93) \quad y' &= \sec^2 x + \csc^2 x. \\
(94) \quad h'(t) &= \frac{1}{1+\cos t}. \\
(95) \quad f'(x) &= \frac{x \sec^2 x - \tan x}{x^2}. \\
(96) \quad g'(x) &= \frac{2\sin x}{[1+\cos x]^2}. \\
(97) \quad y' &= \frac{-2}{(\sin t - \cos t)^2}. \\
(98) \quad y' &= \sec x - \frac{\sin^2 x}{\cos x} + \sin x. \\
(99) \quad y' &= -\ln 2 \left( \frac{1}{2} \right)^x. \\
(100) \quad y' &= x2^x(2 + x \ln 2). \\
(101) \quad y' &= \frac{-x(x-2)}{e^x}. \\
(102) \quad y' &= e^x \left[ \ln x + \frac{1}{x} \right]. \\
(103) \quad y' &= 2^x \left[ \ln x + \frac{1}{x \ln 2} \right]. \\
(104) \quad y' &= \frac{1-\ln(x^x)}{xe^x}. \\
(105) \quad y' &= \frac{1-\ln(2x) \ln x}{\ln 2x}. \\
(106) \quad y' &= \frac{2}{x[1-\ln x]^2}. \\
(107) \quad y' &= 3(x^2 - 3x + 5)^2(2x - 3). \\
(108) \quad f'(x) &= -32(15 - 8x)^3. \\
(109) \quad g'(t) &= \frac{-18t^2}{(2t^3-1)^4}. \\
(110) \quad z' &= \frac{-8x^3(25x-4)}{(5x^5-x^4)^9}. \\
(111) \quad y' &= 2x(3x^2 - 8)^2(-4x^2 + 1)^3(137 - 84x^2). \\
(112) \quad f'(u) &= \frac{2u(u^3-3u-1)}{(u^2-1)^2}. \\
(113) \quad y' &= \frac{8(x-1)}{(x+3)^3}. \\
(114) \quad g'(t) &= \frac{-12t(3t^2+2)(t^3+2t+1)}{(2t^3-1)^3}. \\
(115) \quad y' &= \frac{-1}{\sqrt{1-2x}}. \\
(116) \quad w' &= \frac{1-4t-24t^2}{2\sqrt{1+t-2t^2-8t^3}}. \\
(117) \quad h'(x) &= \frac{2x(2x^3-1)}{\sqrt{x^4-1}}. \\
(118) \quad g'(x) &= \frac{1}{(x^2+1)^{3/2}}. \\
(119) \quad y' &= \frac{3x\sqrt[3]{2x+1}}{\sqrt{3x^2-1}} + \frac{2\sqrt{3x^2-1}}{3\sqrt[3]{(2x^2+1)^2}}. \\
(120) \quad z' &= -12x(1-3x^2)(\sqrt{x}+1)^{-2} - \frac{(1-3x^2)(\sqrt{x}+1)^{-3}}{\sqrt{x}}. \\
(121) \quad h'(t) &= \frac{3-t}{2(1-t)^{3/2}}. \\
(122) \quad z' &= \frac{-2t}{(1+t^2)\sqrt[3]{1+t^2}}. \\
(123) \quad z' &= \frac{ax^2}{\sqrt[3]{(b+ax^3)^2}}. \\
(124) \quad f'(x) &= \frac{1}{(b^2+x^2)^{3/2}}. \\
(125) \quad y' &= \frac{-1}{\sqrt{1+x}(1+\sqrt{1+x})^2}. \\
(126) \quad y' &= \frac{1}{3\sqrt[3]{(x+\sqrt{x})^2}} \left( 1 + \frac{1}{2\sqrt{x}} \right). \\
(127) \quad y' &= \frac{4\sqrt{x}\sqrt{x+\sqrt{x}}+2\sqrt{x}+1}{8\sqrt{x}\sqrt{x+\sqrt{x}}\sqrt{x+\sqrt{x+\sqrt{x}}}}. \\
(128) \quad y' &= 4\sec^2(4x).
\end{aligned}$$

$$(129) \quad y' = -\csc^2\left(\frac{x}{2}\right).$$

$$(130) \quad u' = -3x^2 \operatorname{sen} x^3.$$

$$(131) \quad v' = -3 \cos^2 x \operatorname{sen} x.$$

$$(132) \quad y' = 4x^3 \sec^2(x^4) + 4tg^3 x \sec^2 x.$$

$$(133) \quad z' = \frac{-\operatorname{sen}\sqrt{x}}{2\sqrt{x}}.$$

$$(134) \quad u' = -\frac{-\operatorname{sen}x}{2\sqrt{\cos x}}.$$

$$(135) \quad y' = \frac{-\operatorname{sen}\sqrt{x}}{4\sqrt{x}\sqrt{\cos \sqrt{x}}}.$$

$$(136) \quad y' = \frac{\sec^2 3x}{\sqrt[3]{tg^3 x}}.$$

$$(137) \quad y' = \frac{-2x \csc^2(\sqrt[3]{1+x^2})}{3\sqrt[3]{(1+x^2)^2}}.$$

$$(138) \quad y' = \frac{-2tgx}{\sqrt{\sec x}}.$$

$$(139) \quad y' = \frac{2}{x^3} \csc\left(\frac{1}{x^2}\right) \cot\left(\frac{1}{x^2}\right).$$

$$(140) \quad y' = \frac{-3}{\sqrt{x}(1+\sqrt{x})^2} \sin^2\left(\frac{1-\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}}\right).$$

$$(141) \quad y' = \frac{2 \sec^2 x}{(1+\sec^2 x)^{3/2}}.$$

$$(142) \quad y' = \frac{1}{1-\operatorname{sen}x}.$$

$$(143) \quad y' = \frac{\csc^2\left(x+\frac{1}{x}\right)[1-x^2]}{2x^2\sqrt{1+\cot\left(x+\frac{1}{x}\right)}}.$$

$$(144) \quad y' = \frac{-\csc^2(x/2)}{2[1-\cot^2(x/2)]^{3/2}}.$$

$$(145) \quad y' = \frac{(1-b)\operatorname{sen}2x}{2\sqrt{a\operatorname{sen}^2x+b\cos^2x}}.$$

$$(146) \quad y' = \operatorname{sen}x \operatorname{sen} \cos x.$$

$$(147) \quad y' = -2x \operatorname{sen}(x^2) \cos(\cos x^2).$$

$$(148) \quad y' = -4 \operatorname{sen} 4x \operatorname{sen}(2 \cos 4x).$$

$$(149) \quad y' = \cos(\operatorname{sen} \operatorname{sen} x) \cos(\operatorname{sen} x) \cos x.$$

$$(150) \quad y' = \operatorname{sen} x \operatorname{sen}(2 \cos x) + \cos x \operatorname{sen}(2 \operatorname{sen} x). \quad (172) \quad y' = \frac{1}{2\sqrt{1-x^2}}.$$

$$(151) \quad y' = \operatorname{sen} 2x \sec^2(\operatorname{sen}^2 x).$$

$$(152) \quad y' = \frac{\cos(tg\sqrt{\operatorname{sen}x}) \sec^2(\sqrt{\operatorname{sen}x}) \cos x}{2\sqrt{\operatorname{sen}x}}.$$

$$(153) \quad y' = -6xe^{-3x^2+1}.$$

$$(154) \quad y' = \frac{\ln(2)2^{\sqrt{x}}}{2\sqrt{x}}.$$

$$(155) \quad y' = x^{n-1} a^{-x^2} [n - 2 \ln(a)x^2].$$

$$(156) \quad y' = \frac{\csc^2(1/t) 3^{\cot(1/t)}}{t^2}.$$

$$(157) \quad y' = \operatorname{sen}(2x) 2^{3^{\operatorname{sen}^2 x}}.$$

$$(158) \quad y' = \frac{1}{10x\sqrt{\log_5 x}}.$$

$$(159) \quad y' = \frac{1}{x} - 1.$$

$$(160) \quad y' = \frac{1-\ln(t^{2t})}{te^{2t}}.$$

$$(161) \quad y' = \frac{8e^{4x}}{e^{8x}-1}.$$

$$(162) \quad y' = [1 + \ln x] e^{x \ln x}.$$

$$(163) \quad y' = \frac{x-5}{2(x+1)(x-2)}.$$

$$(164) \quad y' = \frac{-6}{5(x^2-1)}.$$

$$(165) \quad y' = \frac{3}{x} + \cot x.$$

$$(166) \quad y' = \frac{-tg\left(\frac{x-1}{x}\right)}{x^2}.$$

$$(167) \quad y' = \frac{1}{\sqrt{1+2x-x^2}}.$$

$$(168) \quad y' = \operatorname{arcsen} \sqrt{\frac{x}{1+x}}.$$

$$(169) \quad y' = -1.$$

$$(170) \quad y' = \frac{1}{2x\sqrt{x-1} \arccos\left(\frac{1}{\sqrt{x}}\right)}.$$

$$(171) \quad y' = \frac{x \ln x}{(x^2-1)^{3/2}}.$$

$$(172) \quad y' = \frac{1}{2\sqrt{1-x^2}}.$$

$$(173) \quad y' = \frac{1}{\sqrt{ax-x^2}}.$$

(IX) En las siguientes funciones halle los valores de  $x$  para los cuales  $f'(x) = 0$  ó  $f'(x)$  no existe.

$$(174) \quad f(x) = \sqrt[3]{x^2 - 2x}.$$

$$(175) \quad f(x) = \frac{x^3}{3} - 4x^2 + 12x + 3$$

$$(176) \quad f(x) = 3 - \sqrt[3]{(x-3)^2}.$$

$$(177) \quad f(x) = x + \frac{1}{x}$$

$$(178) \quad f(x) = 9x e^{-x}.$$

$$(179) \quad f(x) = 4x^3 e^{-x}$$

$$(180) \quad y = \frac{1}{x-1}.$$

$$(181) \quad y = \frac{3x}{1-x}$$

$$(182) \quad f(x) = 2\operatorname{sen}(x) - \operatorname{sen}(2x).$$

**Resp. IX):**

$$(174) \quad x_1 = 0, x_2 = 1, x_3 = 2.$$

$$(178) \quad x = 1.$$

$$(175) \quad x_1 = 2, x_2 = 6.$$

$$(179) \quad x_1 = 0, x_2 = 3.$$

$$(176) \quad x = 3.$$

$$(180) \quad x = 1.$$

$$(177) \quad x_1 = 0, x_2 = -1, x_3 = 1.$$

$$(181) \quad x = 1.$$

$$(182) \quad \left\{ x_1 \text{ y } x_2 \in \mathbb{R} : x_1 = 2n\pi \text{ y } x_2 = (6n \pm 2)\frac{\pi}{3}, n \in \mathbb{Z} \right\}.$$

(X) En los siguientes problemas encuentre  $\frac{d^3 y}{dx^3}$ .

$$(183) \quad y = x^3 + 2x^2 + 6x.$$

$$(184) \quad y = x^5 + x^4$$

$$(185) \quad y = (3x + 5)^3.$$

$$(186) \quad y = (3 - 5x)^5$$

$$(187) \quad y = \operatorname{sen}(7x).$$

$$(188) \quad y = \operatorname{sen}(x^3)$$

$$(189) \quad y = \frac{1}{x-1}.$$

$$(190) \quad y = \frac{3x}{1-x}$$

$$(191) \quad y = e^{3x}.$$

$$(192) \quad y = \operatorname{arctg}(x).$$

**Resp. X):**

$$(183) \quad \frac{d^3 y}{dx^3} = 6.$$

$$(187) \quad \frac{d^3 y}{dx^3} = -343 \cos(7x).$$

$$(184) \quad \frac{d^3 y}{dx^3} = 60x^2 + 24x.$$

$$(188) \quad \frac{d^3 y}{dx^3} = -27x^4 \cos(x^3) - 54x^3 \operatorname{sen}(x^3) + 6 \cos(x^3).$$

$$(185) \quad \frac{d^3 y}{dx^3} = 48.$$

$$(186) \quad \frac{d^3 y}{dx^3} = -7500(3 - 5x)^2.$$

$$(189) \quad \frac{d^3 y}{dx^3} = \frac{-6}{(x-1)^4}.$$

$$(190) \quad \frac{d^3 y}{dx^3} = 18(1-x)^{-4}.$$

$$(192) \quad \frac{d^3 y}{dx^3} = \frac{7x^2-1}{(1+x^2)^3}.$$

$$(191) \quad \frac{d^3 y}{dx^3} = 27e^{3x}.$$

(XI) En los siguientes problemas determine  $f''(2)$ .

$$(193) \quad f(x) = x^2 + 1; \quad (194) \quad f(x) = 5x^3 + 2x^2 + x; \quad (195) \quad f(t) = 2/t;$$

$$(196) \quad f(u) = \frac{2u^2}{5-u}; \quad (197) \quad f(\theta) = \left(\cos(\pi\theta)\right)^{-2}; \quad (198) \quad f(t) = t \operatorname{sen}(\pi/t);$$

$$(199) \quad f(s) = s(1-s^2)^3; \quad (200) \quad f(x) = \frac{(x+1)^2}{x-1}.$$

**Resp. XI):**

$$(193) \quad f''(2) = 2.$$

$$(197) \quad f''(2) = 2\pi^2.$$

$$(194) \quad f''(2) = 64.$$

$$(198) \quad f''(2) = \frac{-\pi^2}{8}.$$

$$(195) \quad f''(2) = \frac{1}{2}.$$

$$(199) \quad f''(2) = -684.$$

$$(196) \quad f''(2) = \frac{100}{27}.$$

$$(200) \quad f''(2) = 200.$$

(201) Determine una fórmula para  $D_x^n(a_{n-1}x^{n-1} + \dots + a_1x + a_0)$ . Sin realizar cálculo alguno encuentre la derivada  $D_x^4(3x^3 + 2x - 19)$  y  $D_x^{11}((x^2 - 3)^5)$ .

**Resp. (201):**  $D_x^n f = a_{n-1}(n-1)(n-2)\dots(n-n)x^{n-(n+1)} + \dots = 0.$

$$\text{a) } D_x^4(3x^3 + 2x - 19) = 0.$$

$$\text{b) } D_x^{11}(x^2 - 3)^5 = 0.$$

(202) Encuentre una fórmula para: **(a)**  $y^{(n)}$  cuando  $y = e^{ax}$ . **(b)**  $D_x^n\left(\frac{1}{x}\right)$ .

**Resp. (202):**

$$\text{(a) } y^{(n)} = a^n e^{ax}.$$

$$\text{(b) } D_x^n\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{(-1)^{n+2}n!}{x^{n+1}}.$$

(XII) Determine la derivada indicada en cada función.

$$(203) \quad y^{(10)} \quad \text{si} \quad y = \operatorname{sen}(x); \quad (204) \quad y^{(4)} \quad \text{si} \quad y = x^2 \ln(x);$$

$$(205) \quad y^{(5)} \quad \text{si} \quad y = \ln(x+1); \quad (206) \quad y^{(4)} \quad \text{si} \quad y = e^x \cos(x);$$

$$(207) \quad y^{(4)} \quad \text{si} \quad y = \cos(3x); \quad (208) \quad y^{(5)} \quad \text{si} \quad y = \frac{\ln(x)}{x}.$$

**Resp. XII):**

$$(203) \quad y^{(10)} = -\operatorname{sen}(x).$$

$$(206) \quad y^{(4)} = -4e^x \cos(x).$$

$$(204) \quad y^{(4)} = -2x^{-2}.$$

$$(207) \quad y^{(4)} = 81 \cos(3x).$$

$$(205) \quad y^{(5)} = 24(x+1)^{-5}.$$

$$(208) \quad y^{(5)} = \frac{274-120 \ln(x)}{x^6}.$$

(XIII) Obtenga la derivada de la función, siguiendo las indicaciones. (a) Obteniendo primero explícitamente la función  $y = f(x)$  y derivando directamente. (b) derivando implícitamente la expresión dada.

$$(209) \quad 3x + 8y - xy = 1;$$

$$(210) \quad xe^{2y+1} + 1 - x = 0;$$

$$(211) \quad tg(xy) + x = 2;$$

$$(212) \quad x \operatorname{sen}(y) + 3 - x^2 = 0.$$

**Resp. XIII):**

$$(209) \quad y' = \frac{-23}{(8-x)^2}.$$

$$(211) \quad y' = \frac{-1}{x \sec^2(tg^{-1}(2-x))} - \frac{tg^{-1}(2-x)}{x^2}.$$

$$(210) \quad y' = \frac{1}{2(x-1)}.$$

$$(212) \quad y' = \frac{x^2+3}{x^2 \cos\left(\operatorname{sen}^{-1}\left(\frac{x^2-3}{x}\right)\right)}.$$

(XIV) Suponiendo que en los siguientes ejercicios cada ecuación define una función derivable de  $x$ . Encuentre  $D_x y$  por medio de la derivación implícita.

$$(213) \quad y^2 - x^2 = 1;$$

$$(214) \quad 9x^2 + 4y^2 = 36;$$

$$(215) \quad x^3 + y^3 = 8xy;$$

$$(216) \quad x^2 + y^2 = 7xy;$$

$$(217) \quad \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 1;$$

$$(218) \quad \frac{3}{x} - \frac{3}{y} = 2x;$$

$$(219) \quad \sqrt{5xy} + 2y = y^2 + xy^3;$$

$$(220) \quad x\sqrt{y+1} = xy + 1;$$

$$(221) \quad xy + \operatorname{sen}(xy) = 1;$$

$$(222) \quad \cos(xy^2) = y^2 + x;$$

$$(223) \quad \sec^2(x) + \csc^2(y) = 4;$$

$$(224) \quad ctg(xy) + xy = 0;$$

$$(225) \quad x \operatorname{sen}(y) + y \cos(x) = 1;$$

$$(226) \quad \cos(x+y) = y \operatorname{sen}(x);$$

$$(227) \quad e^{xy} + x^2 - y^2 = 1;$$

$$(228) \quad \ln(1 + \sqrt{x^2 + y^2}) - x + y = 0.$$

**Resp. XIV):**

$$(213) \quad y' = \frac{x}{y}.$$

$$(215) \quad y' = \frac{3x^2-8y}{8x-3y^2}.$$

$$(214) \quad y' = \frac{-9}{4y}.$$

$$(216) \quad y' = \frac{2x-7y}{7x-2y}.$$

$$(217) \quad y' = \frac{-y^2}{x^2}.$$

$$(218) \quad y' = \frac{y^2}{x^2}.$$

$$(219) \quad y' = \frac{y^3 - 5y}{5x + 2\sqrt{5xy} - 2y\sqrt{5xy} - 3xy^2\sqrt{5xy}}.$$

$$(220) \quad y' = \frac{2\sqrt{y+1}(y-\sqrt{y+1})}{x-2x\sqrt{y+1}}.$$

$$(221) \quad y' = \frac{-y}{x}.$$

$$(222) \quad y' = \frac{-(1+y^2\operatorname{sen}(xy^2))}{2y(x\operatorname{sen}(xy^2)+1)}.$$

$$(223) \quad y' = \frac{\operatorname{sen}(x)\operatorname{sen}^3(y)}{\cos(y)\cos^3(x)}.$$

$$(224) \quad y' = \frac{y(\csc^2(xy)-1)}{x(1-\csc^2(xy))}.$$

$$(225) \quad y' = \frac{y\operatorname{sen}(x)-\operatorname{sen}(y)}{x\cos(y)+\cos(x)}.$$

$$(226) \quad y' = \frac{-\operatorname{sen}(x+y)-y\cos(x)}{\operatorname{sen}(x)+\operatorname{sen}(x+y)}.$$

$$(227) \quad y' = \frac{-ye^{xy}-2x}{xe^{xy}-2y}.$$

$$(228) \quad y' = \frac{\sqrt{x^2+y^2+x^2+y^2-x}}{\sqrt{x^2+y^2+y+x^2+y^2}}.$$

(XV) Encuentre la derivada en el punto indicado.

$$(229) \quad x^3y + y^3x = 30, \quad (1, 3);$$

$$(230) \quad \operatorname{sen}(xy) = y, \quad (\pi/2, 1);$$

$$(231) \quad y + \cos(xy^2) + 3x^2 = 4, \quad (1, 0);$$

$$(232) \quad \operatorname{arctg}(x+y) + y = \pi/4, \quad (1, 0);$$

$$(233) \quad \operatorname{arctg}(x-y) + x + y = \pi/4, \quad (1, 0).$$

**Resp. XV):**

$$(229) \quad y'(1, 3) = \frac{-9}{7}.$$

$$(232) \quad y'(1, 0) = \frac{-1}{3}.$$

$$(230) \quad y'(\pi/2, 1) = 0.$$

$$(233) \quad y'(1, 0) = -3.$$

$$(231) \quad y'(1, 0) = -6.$$

(234) Suponga que  $xy + y^3 = 2$ . Derivando implícitamente dos veces respecto de  $x$  se obtiene:

$$(a) \quad xy' + y + 3y^2y' = 0.$$

$$(b) \quad xy'' + 2y' + 3y^2y'' + 6y(y')^2 = 0.$$

Despeje  $y'$  de (a) y sustituya en (b), finalmente despeje  $y''$ .

$$(235) \quad \text{Determine } y'' \text{ si } x^3 - 4y^2 + 3 = 0.$$

$$(236) \quad \text{Determine } y'' \text{ en el punto } (2, 1) \text{ si } 2x^2y - 4y^3 = 4.$$

$$(237) \quad \text{Determine } y'' \text{ en el punto } (3, 4) \text{ si } x^2 + y^2 = 25.$$

**Resp.**

$$(234) \quad y'' = \frac{2y(x+3y^2)-6y^3}{(x+3y^2)^3}.$$

$$(236) \quad y''(2, 1) = -15.$$

$$(235) \quad y'' = \frac{48xy^2-9x^4}{64y^3}.$$

$$(237) \quad y''(3, 4) = \frac{-25}{64}.$$

(XVI) En los siguientes problemas encontrar  $dy/dx$  por medio de la derivación logarítmica.

$$(238) \quad y = \frac{x+11}{\sqrt{x^3-4}};$$

$$(239) \quad y = (x^2+3x)(x-2)(x^2+1);$$

$$(240) \quad y = \frac{\sqrt{x+13}}{(x-4)\sqrt[3]{2x+1}};$$

$$(241) \quad y = \frac{(x^2+3)^{2/3}(3x+2)^2}{\sqrt{x+1}};$$

$$(242) \quad y = (2x+1)^5(x^4-3)^6;$$

$$(243) \quad y = \sqrt{x} e^{x^2}(x^2+1)^{10};$$

$$(244) \quad y = \frac{\operatorname{sen}^2(x) \operatorname{tg}^4(x)}{(x^2+1)^2};$$

$$(245) \quad y = \sqrt[4]{\frac{x^2+1}{x^2-1}};$$

$$(246) \quad y = x^x;$$

$$(247) \quad y = x^{\cos(x)};$$

$$(248) \quad y = x^{\operatorname{sen}(x)};$$

$$(249) \quad y = (\sqrt{x})^x;$$

$$(250) \quad y = \cos^x(x);$$

$$(251) \quad y = (\operatorname{sen}(x))^{\ln(x)};$$

$$(252) \quad y = (\operatorname{tg}(x))^{1/x};$$

$$(253) \quad y = (\ln(x))^{\cos(x)}.$$

**Resp. XVI):**

$$(238) \quad y' = \left( \frac{1}{x+11} - \frac{3x^2}{2(x^3-4)} \right) \frac{x+11}{\sqrt{x^3-4}}.$$

$$(239) \quad y' = \left( \frac{2x+3}{x^2+3x} + \frac{1}{x-2} + \frac{2x}{x^2+1} \right) (x^2+3x)(x-2)(x^2+1).$$

$$(240) \quad y' = \left( \frac{1}{2(x+13)} - \frac{1}{x-4} - \frac{2}{3(2x+1)} \right) \frac{\sqrt{x+13}}{(x-4)\sqrt[3]{2x+1}}.$$

$$(241) \quad y' = \left( \frac{4x}{3(x^2+3)} + \frac{6}{3x+2} - \frac{1}{2(x+1)} \right) \frac{(x^2+3)^{2/3}(3x+2)^2}{\sqrt{x+1}}.$$

$$(242) \quad y' = \left( \frac{10}{2x+1} + \frac{24x^3}{x^4-3} \right) (2x+1)^5(x^4-3)^6.$$

$$(243) \quad y' = \left( \frac{4x^2+4x^4+1}{2x(x^2+1)} \right) \sqrt{x} e^{x^2} (x^2+1)^{10}.$$

$$(244) \quad y' = \left( 2 \cot(x) - 4 \sec x \csc x - \frac{4x}{x^2+1} \right) \frac{\sin^2 x \tan^4 x}{(x^2+1)^2}.$$

$$(245) \quad y' = \frac{1}{4} \left( \frac{-4x}{(x^2+1)(x^2-1)} \right) \sqrt[4]{\frac{x^2+1}{x^2-1}}.$$

$$(246) \quad y' = (1 + \ln x)x^x.$$

$$(247) \quad y' = \left( \frac{\cos x}{x} - \operatorname{sen}(x) \ln(x) \right) x^{\cos(x)}.$$

$$(248) \quad y' = \left( \frac{\operatorname{sen}(x)}{x} + \cos(x) \ln(x) \right) x^{\operatorname{sen}(x)}.$$

$$(249) \quad y' = \frac{1}{2}(1 + \ln(x))\sqrt{x}.$$

$$(250) \quad y' = (-x \operatorname{tg}(x) + \ln(\cos(x))) \cos^x x.$$

$$(251) \quad y' = \left( \ln(x) \cot(x) + \frac{\ln \operatorname{sen}(x)}{x} \right) (\operatorname{sen} x)^{\ln x}.$$

$$(252) \quad y' = \left( \frac{2}{x \operatorname{sen}(2x)} - \frac{\ln \operatorname{tg} x}{x^2} \right) (\operatorname{tg} x)^{1/x}.$$

$$(253) \quad y' = \left( \frac{\cos x}{x \ln x} - \operatorname{sen} x (\ln(\ln x)) \right) (\ln x)^{\cos x}.$$

## BIBLIOGRAFIA

- (1) Demidovich B. P., *“5000 Problemas de Análisis Matemático”*, Paraninfo, S.A, Madrid.
- (2) Leithold L., *“El Cálculo”*, 7ma Edición, Oxford University Press.
- (3) Purcell E. J., Varberg D., Rigdon S. E., *“Cálculo”*, 9na Edición, Pearson-Educación.
- (4) Saenz J., *“Cálculo Diferencial con Funciones Trascendentes Tempranas para Ciencia e Ingeniería”*, 2da Edición, Hipotenusa, Barquisimeto-Lara-Venezuela.
- (5) Stewart J., *“Calculus”*, Sexta Edición, Thompson Brooks/Cole.



## REGLAS DE DERIVACIÓN

**(A) Regla para la Suma.** Si  $f, g$  son funciones derivables entonces  $f + g$  es derivable y

$$\boxed{\left[ f(x) + g(x) \right]' = f'(x) + g'(x)}$$

De manera general, si  $f_1, f_2, \dots, f_n$  son funciones derivables entonces  $f_1 + f_2 + \dots + f_n$  es derivable y  $\left[ f_1(x) + f_2(x) + \dots + f_n(x) \right]' = f_1'(x) + f_2'(x) + \dots + f_n'(x)$ .

**(B) Regla para el Producto.** Si  $f, g$  son funciones derivables entonces  $f \cdot g$  es derivable y

$$\boxed{\left[ f(x) \cdot g(x) \right]' = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)}$$

De esta regla obtenemos que si  $\alpha \in \mathbb{R}$  y  $f$  es una función derivable, entonces  $\alpha \cdot f$  es derivable y  $\left[ \alpha f(x) \right]' = \alpha \cdot f'(x)$ .

**(C) Regla para el Cociente.** Si  $f, g$  son funciones derivables y  $g \neq 0$  entonces  $f/g$  es derivable y

$$\boxed{\left[ \frac{f(x)}{g(x)} \right]' = \frac{f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)}{[g(x)]^2}}$$

**(D) Regla de la Cadena.** Si  $f, g$  son funciones derivables entonces  $f \circ g$  es derivable y

$$\boxed{\left[ (f \circ g)(x) \right]' = \left[ f(g(x)) \right]' = f'(g(x)) \cdot g'(x)}$$

## TABLAS DE DERIVADAS

	$f(x)$	$f'(x)$			$f(x)$	$f'(x)$
1)	$\alpha, \alpha \in \mathbb{R}$	0		10)	$ctg(x)$	$-csc^2(x)$
2)	$x^n, n \in \mathbb{R}$	$nx^{n-1}$		11)	$sec(x)$	$sec(x)tg(x)$
3)	$e^x$	$e^x$		12)	$csc(x)$	$-csc(x)ctg(x)$
4)	$a^x, a > 0$	$a^x \ln(a)$		13)	$arcsen(x)$	$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
5)	$\ln(x)$	$\frac{1}{x}$		14)	$arccos(x)$	$\frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}$
6)	$\lg_a(x), a > 0, a \neq 1$	$\frac{1}{x \ln(a)}$		15)	$arctg(x)$	$\frac{1}{1+x^2}$
7)	$sen(x)$	$cos(x)$		16)	$arcctg(x)$	$\frac{-1}{1+x^2}$
8)	$cos(x)$	$-sen(x)$		17)	$arcsec(x)$	$\frac{1}{x\sqrt{x^2-1}}$
9)	$tg(x)$	$sec^2(x)$		18)	$arccsc(x)$	$\frac{-1}{x\sqrt{x^2-1}}$

## TABLAS DE DERIVADAS - FUNCIONES COMPUESTAS

	$h(x) = (g \circ f)(x)$	$h'(x)$			$h(x) = (g \circ f)(x)$	$h'(x)$
1)	$\alpha, \alpha \in \mathbb{R}$	0	10)		$ctg(f(x))$	$-csc^2(f(x))f'(x)$
2)	$(f(x))^n, n \in \mathbb{R}$	$n(f(x))^{n-1}f'(x)$	11)		$sec(f(x))$	$sec(f(x))tg(f(x))f'(x)$
3)	$e^{f(x)}$	$e^{f(x)}f'(x)$	12)		$csc(f(x))$	$-csc(f(x))ctg(f(x))f'(x)$
4)	$a^{f(x)}, a > 0$	$a^{f(x)}\ln(a)f'(x)$	13)		$arcsen(f(x))$	$\frac{f'(x)}{\sqrt{1-(f(x))^2}}$
5)	$\ln(f(x))$	$\frac{f'(x)}{f(x)}$	14)		$arccos(f(x))$	$\frac{-f'(x)}{\sqrt{1-(f(x))^2}}$
6)	$\lg_a(f(x)), a > 0, a \neq 1$	$\frac{f'(x)}{f(x)\ln(a)}$	15)		$arctg(f(x))$	$\frac{f'(x)}{1+(f(x))^2}$
7)	$sen(f(x))$	$cos(f(x))f'(x)$	16)		$arcctg(f(x))$	$\frac{-f'(x)}{1+(f(x))^2}$
8)	$cos(f(x))$	$-sen(f(x))f'(x)$	17)		$arcsec(f(x))$	$\frac{f'(x)}{f(x)\sqrt{(f(x))^2-1}}$
9)	$tg(f(x))$	$sec^2(f(x))f'(x)$	18)		$arccsc(f(x))$	$\frac{-f'(x)}{f(x)\sqrt{(f(x))^2-1}}$