Instituto Tecnológico de Monterrey

Escuela de Ingeniería y Ciencias

Mapeo Conforme del Cerebro Mediante Mínimos Cuadrados

F1009: Métodos Matemáticos para la Física
Situación Problema

Autores:

Laura Roberta Argoytia Cárdenas	A01285240
Juan José Hernández Beltrán	A00836747
Kevin Jesús Martínez Trinidad	A00834493
Edgar Axel Pérez Flores	A01613672
Saúl Alberto Moreno Olave	A01562925
Stephany Dayanna Gay Galindo	A01710668

4 de diciembre de 2023

Índice

1. Introducción

Un mapeo conforme constituye un importante método para trasladar modelos de objetos de un espacio tridimensional a un espacio plano, como si *desdobláramos* una superficie plegada en tres dimensiones y la aplanáramos lo más posible, tratando siempre de conservar la mayor cantidad de detalle posible. Este método procura mantener la magnitud de los ángulos formados por las "figuras"(en este caso, triángulos, como se verá más adelante) empleados para trazar la superficie del objeto que se desea aplanar.

En este documento, se tiene como propósito hacer una introducción concisa pero apropiada del *Mapeo conforme con mínimos cuadrados y con energía potencial elástica* aplicado al cerebro. Se busca, principalmente, explicar el funcionamiento de este método, su diferencia de un mapeo conforme normal, y los diferentes conceptos e ideas involucrados. Cabe mencionar de una vez que este documento constituye un *resumen* del método, y de ninguna manera busca ser una explicación exhaustiva de este, al igual que tampoco se desea profundizar con gran detallo en todos los conceptos.

2. Marco Teórico

2.1. Conceptos Clave.

2.1.1. Corteza Cerebral. La corteza cerebral es la región del cerebro más grande y desarrollada en el ser humano. Ocupa la parte superior de la cavidad craneal y se divide en 4 lóbulos, divididos a su vez en dos hemisferios separados por el cuerpo calloso. Estos lóbulos se encargan de las funciones motoras y sensitivas elementales, así como del pensamiento complejo.

La corteza cerebral se organiza en circunvoluciones (prominencias) que están separadas por surcos (hendiduras). Esto dota a la corteza de una configuración estructural compleja, la cual aumenta el área de superficie y, por ende, el número de neuronas que se encuentra en ella.

2.1.2. Mapeo Cerebral. El mapeo cerebral pertenece a la neurociencia y consiste en técnicas que ayudan a mapear o crear cartografías de las propiedades biológicas del cerebro con representaciones espaciales. Además, el mapeo cerebral estudia la anatomía y la manera de funcionar del cerebro y la médula espinal, con el uso de imágenes.

2.1.3. Energía Potencial Elástica. En la física, la energía potencial elástica es la energía que se almacena en un objeto elástico después de que se le aplica una fuerza para deformarlo. Esta energía continúa almacenada en el objeto hasta que se le deja de aplicar la fuerza con la que se busca deformalo, de manera que el objeto regresa a su forma original.

Para poder ser aplicado en el mapeo conforme, a este concepto se le tiene un acercamiento geométrico y se aprovecha la deformación elástica acumulada para mover puntos de un sistema. A esto se le implementa la ecuación de Lagrange para liberar la energía y usando métodos de penalización para prevenir que los puntos o datos se sobrepongan entre sí, se logra optimizar el algoritmo y reducir la deformación en la superficie final.

2.1.4. Superficies de Riemman. En la rama de estudio de la geometría algebráica, estas superficies tienen una variedad compleja unidimencional, igualmente compleja, así como una variedad real bidimensional debajo de la compleja. En ocasiones se les considera como versiones deformadas del plano complejo. Entre estas superficies se pueden definir funciones holomorfas, y se consideran como un escenario natural para estudiar funciones de este tipo. Además funciona como colector analítico real bidimencional pero cuenta con una estructura compleja, lo que resulta fundamental para definir funciones holomorfas.

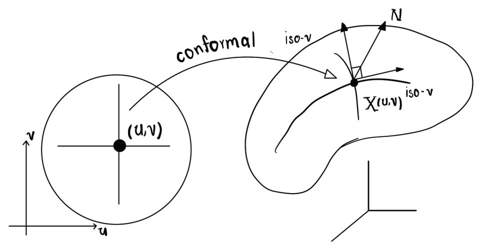
Los requisitos para convertir una mútltiple real de dos dimensiones en una superficie de Riemman, son que esta sea orientable y metrizable.

3. Mapeo Conforme a través de Mínimos Cuadrados con Energía Potencial Elástica

3.1. Mapeo Conforme. Matemáticamente, un mapeo conforme se puede definir de la siguiente manera:

Sea $w = f(z)$ una función compleja definida en un dominio D y sea z_0 un punto en D. Entonces se dice que $w = f(z)$ es conforme en z_0 si para cada par de curvas suaves orientadas C_1 y C_2 intersectándose en z_0 el ángulo entre las tangentes de las curvas es igual, tanto en magnitud como en sentido, a aquel ángulo de las curvas imagen C_1' y C_2'.

Para el desarrollo del método el uso de mapeos conformes es idóneo, debido a que uno de los objetivos principales es mantener los ángulos, causando la menor distorsión posible. Si bien es imposible convertir una



superficie en un espacio 3D a un plano 2D sin que exista cierta distorsión métrica y de área, el Teorema de Mapeo de Riemman [1] nos indica que es teóricamente posible preservar la información angular.

3.2. Minimos Cuadrados en Mapeos Conformes (LSCM). Para llegar a este mapeo teórico en $\mathbb{R}^2$, pensemos en una triangulación (por conveniencia) en $\mathbb{R}^2$, que es aquella a la que se quiere llegar. Es teóricamente posible ya que cada triángulo es distinto y tiene su propia norma, así que es posible pasarlos todos a una base ortonormal (x, y) y donde su norma sea paralela al eje z.

Para la preservación de los ángulos, el Jacobiano de la transformación debe tener la siguiente estructura:

$$J = \begin{pmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} & \frac{\partial u}{\partial y} \\ \frac{\partial v}{\partial x} & \frac{\partial v}{\partial y} \end{pmatrix} = s \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} \implies \begin{matrix} \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial v}{\partial y} \\ \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial v}{\partial x} \end{matrix}$$

Esta conclusión resulta precisamente en las ecuaciones de Cauchy-Riemann [2]. Entonces, un mapeo $U(x, y) \hookrightarrow (u, v)$ será triangularmente conforme sí y solo sí se satisface la siguiente ecuación [3]:

$$\frac{\partial U}{\partial x} + i\frac{\partial U}{\partial y} = 0 \tag{1}$$

Tanto en el articulo original (*Least-square conformal brain mapping with spring energy* [3]) como el artículo en el que a su vez se basa mayormente este (*Least Squares Conformal Maps for Automatic Texture Atlas Generation* [1]) buscan de cierta forma que el mapeo sea útil para texturas, por lo tanto deben agregar una restricción extra: los bordes de la triangulación deben mapearse siempre a líneas rectas y el mapeo debe variar linealmente en cada triángulo [1]. Eso vuelve imposible satisfacer siempre la conformidad. Por ello es que se intenta minimizar la violación a la *Condición de Riemann* y de ahí surge la necesidad de utilizar la técnica de Mínimos Cuadrados.

Para poder optimizar se necesita medir, y el artículo hace esto a través de *Energía Conforme* (*Conformal Energy*), definida a través de cuadrados a partir de (1) como:

$$E_c = \sum_{t_i \in T} \int_{t_1} |\frac{\partial U}{\partial x} + i\frac{\partial U}{\partial y}|^2 dA = \sum_{t_i \in T} |\frac{\partial U}{\partial x} + i\frac{\partial U}{\partial y}|^2 A(t_i) \tag{2}$$

Donde T es el conjunto de triángulos en el mapeo, t_i es el i-ésimo triangulo, y $A(t_i)$ es el área del i-ésimo triángulo.

Hasta este punto, es cierto que existe forma de reducir esta condición pero, ¿qué hay de la unicidad de esa solución? En el artículo se demuestra —sin entrar mucho en detalle— a través de matrices dispersas complejas, que la solución es única y que puede ser obtenida a través de operaciones geométricas complejas con los vértices de la triangulación. Para fines computacionales, esto se hace con matrices dispersas.

3.3. LSCM con energía potencial elástica. La energía potencial elástica (o energía de çompresión), se introduce al modelo de mínimos cuadrados con dos fines: aumentar la eficiencia del modelo y reducir la distorción en la *m*alla del objeto (modelado del objeto a partir de triángulos). Resulta más sencillo explicar su propósito al momento de mejorar la calidad del modelado. En [4] se introduce este concepto como una forma de *restringir* otros parámetros reguladores a fin de que estos no generen datos en puntos donde originalmente no hay; la *energía potencial elástica* servía entonces como un mínimo para evitar que estos otros parámetros realizaran ajustes extraños o inadecuados en el número de arístas en la malla del modelado. La ecuación utilizada en [4] es de la forma:

$$E(K,V) = E_{dist}(K,V) + E_{rep}(K) + E_{spring}(K,V)$$

donde K y V representan los vectores que conforman la malla, E_{dist} representa la diferencia de distancias al cuadrado de varios puntos en la malla, E_{rep} representa un regulador del número de vértices en la malla (o como se describe en el artículo, un *penalizador*) y, como dicho anteriormente, E_{spring} regula los dos parámetros anteriores.

Dentro del mapeo conforme, esta energía potencial elástica se introduce con un fin similar. La expresión de esta energía es escribe como:

$$E_{spring} = \sum_{e_i \in E} k_i ||U_{i1} - U_{i2}||^2 \tag{3}$$

Existe otra forma de expresar esta ecuación de forma de un vector complejo en forma cuadrática. No obstante, el desarrollo de esta expresión resulta algo complicada para los propósitos de este documento (así como estar más allá de una sencilla comprensión al momento de la escritura de este texto). Es así que, por lo tanto, la explicación del métode de Mínimos Cuadrados con energía potencial elástica se deja hasta aquí.

3.4. Mapeo Esférico. Lo explicado en la sección anterior nos permite mapear la superficie de un disco topológico a una región planar. Sin embargo, para poder hacer lo mismo con una esfera topológica es necesario selecionar un vértice v_0 alatorio de V y remover todas las aristas (y por ende, triángulos) que están conectadas a este vértice.

Tras esto, la superficie resultante es ahora un disco topológico, por lo que es posible aplicar el método de LSCM con energía potencial elástica. Posteriormente, la región planar obtenida es proyectada estereográficamente a una esfera unidad, manteniendo v_0 en el polo norte de la esfera.

Como es de esperarse, este método produce un mapeo esférico altamente distorsionado, por lo que es necesario aplicar la siguiente transformada de Mobius que minimice la distorsión métrica:

$$\psi = \{f | f(z) = az + b, a \in R, b \in C\} \tag{4}$$

3.5. Mapeo Hemisférico. Resulta que dependiendo de qué vértice v_0 se seleccione, el mapeo será diferente. Pero como es difícil escoger la v_0 que minimice la distorsión, se vuelve también complicado generar un mapeo estándar. Por otro lado, la corteza cerebral se divide notoriamente en dos hemisferios (derecho e izquierdo) simétricos, por lo que mapeos simétricos bilaterales son esperados al mapear esféricamente . Sin embargo, esto no se cumple en el método previamente explicado, ya que genera esferas desbalanceadas, y es que cuando v_0 toma cualquier valor, siempre alguno de los hemisferios se alarga más de lo debido, mientras que el otro se ensancha.

Para evitar esto se propone una adecucación al mapeo esférico llamado mapeo hemisférico. Primero, la corteza cerebral se divide en el hemisferio izquierdo y en el hemisferio derecho; luego ambos hemisferios son mapeados a regiones planares; los dos círculos resultantes pueden ser fácilmente proyectados en hemisferios, únicamente teniendo que decidir el radio de la esfera mapeada que minimice más la distorsión.

3.6. Selección del Parámetro k_i. Tras todo esto, queda una variable aún pendiente, y ella es el parámetro k_i, la cual se refiere al coeficiente spring de la arista e_i. Mientras mayor sea k_i, menor será la longitud del mapeo de e_i.

No obstante, para reducir la distorsión métrica es necesario que cada arista mantenga su longitud tras el mapeo, para lo cual k_i tiene que ser a igual a:

$$k_i = \frac{1}{d(v_{i1}, v_{i2})} \tag{5}$$

donde $d(v_i1, v_i2)$ es la distancia geodésica entre las dos vértices de cada e_i, la distancia geodésica definiéndose como el número de aristas en el camino más corto entre dos vértices.

Sin embargo, la ecuación descrita anteriormente únicamente permite controlar la distorsión métrica en mapeos planares, y de hecho podría causar más distorsión en mapeos esféricos, por lo que es necesario hacer una adecuación a la fórmula.

Para esto se realiza el LSCM a una esfera sin tomar en cuenta la energía potencial elástica, ya que de esta forma la distorsión en cada arista puede ser estimada. Después se multiplica k_i por esta distorsión estimada.

$$k_i = \frac{d(u_{i1}, u_{i2})}{d(v_{i1}, v_{i2})} \frac{1}{d(v_{i1}, v_{i2})} = \frac{d(u_{i1}, u_{i2})}{d^2(v_{i1}, v_{i2})} \tag{6}$$

4. Resultados

4.1. Medidas de Distorsión. El mapeo conforme cerebral realizado por BrainSuite implica transformar la compleja geometría de la corteza cerebral en una representación más manejable, como un plano o una esfera, mientras se preservan ciertas propiedades geométricas. Este proceso asi como todos, aunque es un software poderoso, tiene el riesgo de distorsión. Las medidas de distorsión en BrainSuite se abordan de la siguiente manera:

1. **Preservación de Características Locales:** El mapeo conforme se centra en preservar las relaciones angulares locales, lo que es crucial para mantener la fidelidad estructural de la corteza cerebral. Esto significa que aunque las áreas y distancias pueden cambiar, los ángulos locales y la topología general se conservan.
2. **Minimización de la Distorsión Global:** BrainSuite utiliza algoritmos avanzados para minimizar la distorsión global en el mapeo. Esto incluye técnicas para asegurar que las áreas y distancias en la superficie cerebral se representen lo más fielmente posible en la superficie mapeada.
3. **Evaluación Cuantitativa de la Distorsión:** BrainSuite proporciona herramientas para evaluar cuantitativamente la distorsión resultante del mapeo. Esto permite a las personsas dedicadas en el area como investigadores, entender y poder compensar cualquier cambio significativo en la geometría cerebral durante el análisis.
4. **Visualización y Corrección:** La interfaz de BrainSuite permite visualizar las áreas de alta distorsión, lo que facilita la identificación y corrección manual de problemas en el mapeo. Esto es especialmente útil en estudios donde la precisión geométrica es crítica.
5. **Comparación con Atlas Cerebrales:** Al registrar la imagen cerebral con atlas cerebrales estandarizados, BrainSuite ayuda a identificar y corregir distorsiones. Esto es vital para estudios comparativos y longitudinales del cerebro.

[5]

Estas medidas aseguran que el mapeo conforme realizado por BrainSuite sea tanto preciso como útil para una variedad de aplicaciones clínicas y de investigación, teniendo así a las distorsiones estudiadas para que sean mínimas.

4.2. Mapeo Esférico.

1. **Implementación del Método de Mapeo Esférico (Sección 3.4):** Se aplicó el método a 10 casos de superficies corticales internas. Cada superficie se subdividió en 76 regiones anatómicas identificadas con colores distintos.
2. **Efecto de la Energía Potencial Elástica λ :** Se investigó la influencia de λ especialmente con valores de 0, 0.5 y 1, sin embargo se tomaron 6 valores para las tablas con un rango de $0 \leq \lambda \leq 10$. Donde $\lambda = 0$ indica ausencia de Energía Potencial Elástica. Se mostró que el aumento de λ resulta efectivo en mitigar distorsiones de métrica, de área y de región en comparación con el método LSCM estándar ($\lambda = 0$). Pese a que al aumentarse conlleva un incremento en la distorsión angular.
3. **Aportaciones del Enfoque:** A pesar del aumento en la distorsión angular, el método demuestra un equilibrio general. Proporciona una combinación útil de precisión y eficiencia computacional. Siendo particularmente valioso para aplicaciones que requieren una visualización rápida del cerebro.
4. **Resultados Finales:** Se optimizaron los valores finales mediante la variación de λ. Resultados obtenidos: distorsión métrica promedio disminuyó de 0.59 a 0.49, distorsión de área de 0.82 a 0.76, y distorsión regional de 0.79 a 0.76. Estos ajustes reflejan una mejora significativa en la precisión del mapeo y la reducción de distorsiones.

5. **Validación de la Efectividad del Enfoque:** La variación de λ respalda la efectividad del enfoque en la optimización de la representación esférica de las superficies corticales internas. Los resultados cuantitativos indican una mejora coherente en la precisión del mapeo.

4.3. Mapeo Hemisférico. En el proceso de mapeo cerebral hemisférico, la división de toda la superficie cortical en dos hemisferios y su mapeo a regiones planas es similar a los resultados del mapeo esférico.

Al variar los valores de $0 \leq \lambda \leq 10$, se lograron resultados específicos notables. La distorsión métrica promedio en los 10 casos disminuyó de 0.47 a 0.41, la distorsión de área promedio disminuyó de 0.71 a 0.56, y la distorsión regional promedio disminuyó de 0.70 a 0.63. Consistentemente con hallazgos anteriores de que el método de LSCM con energía de resorte efectivamente reduce las distorsiones métrica, de área y de región, mejorando así la calidad del mapeo. Este enfoque estratégico es valioso en aplicaciones donde se busca optimizar la representación esférica de las superficies corticales internas, equilibrando las consideraciones de distorsión angular, métrica, reginal y de área según las necesidades específicas del estudio.

5. Otro Usos de Mapeos Conformes

El mapeo conforme tiene aplicaciones en diversas áreas de estudio además de las biomédicas, como la ingeniería aeroespacial, el mapeo genético, matemáticas aplicadas en geometría y mediciones precisas, geografía, cartografía y geogísica, así como en ingeniería y física para resolver problemas que incluyen variables complejas y figuras geométricas poco convencionales.

6. Implementación del Método por el Equipo

Aproximación al metodo. BrainSuite es una colección de herramientas de software de código abierto que permiten el procesamiento en gran medida automatizado de imágenes de resonancia magnética (MRI) del cerebro humano. La principal funcionalidad de estas herramientas es extraer y parametrizar las superficies internas y externas de la corteza cerebral, segmentar y etiquetar estructuras de materia gris y blanca, analizar datos de imágenes por difusión y procesar imágenes de resonancia magnética funcional. BrainSuite también proporciona varias herramientas para visualizar e interactuar con los datos.([6])

6.1. Cortical Surface Extraction. El proceso de extracción de la superficie cortical en BrainSuite sigue los siguientes pasos:

1. **Skull Stripping:** Se utiliza el algoritmo BSE para aislar el cerebro del resto de la imagen de resonancia magnética.
2. **Generación de la Superficie Cortical:** Se crea un modelo 3D de la superficie cortical del cerebro.

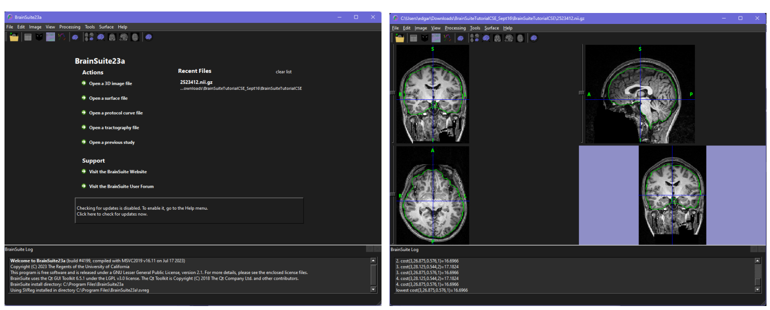


Figura 1. Interfaz de BrainSuite y familiarización con el programa

3. **Edición Manual:** Posibilidad de editar manualmente los archivos generados para ajustar la precisión del modelo 3D.
4. **Ajuste de Parámetros:** Se ajustan los parámetros para optimizar la extracción de la superficie cortical.

([7]).

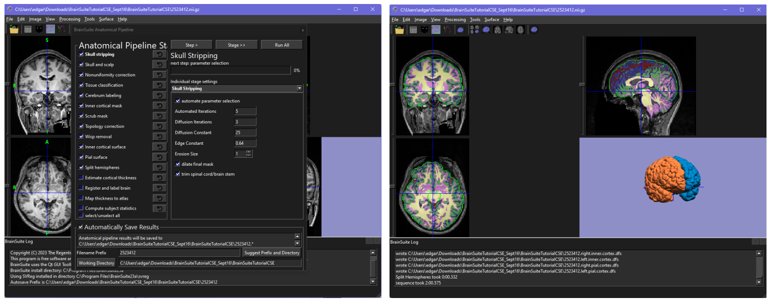


FIGURA 2. Ventana del tutorial secuencial y resultado final del *Cortical Surface Extraction*

6.2. Surface/Volume Registration. El proceso de registro de superficie/volumen en BrainSuite incluye:

1. **Registro de Imágenes:** Alineación de las imágenes al mismo espacio y orientación, utilizando un atlas para la etiquetación automática de regiones.
2. **Uso de la GUI:** Se utiliza la interfaz gráfica para verificar el proceso en algunos escaneos.

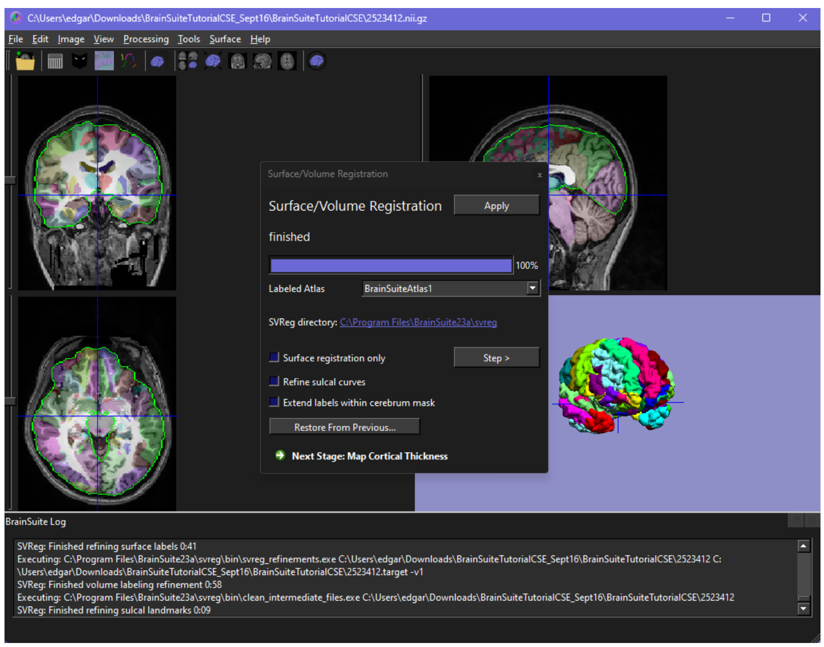


FIGURA 3. Registro del volumen y de la superficie del cerebro

3. **Opciones de Registro:** Elección entre diferentes atlas de referencia, refinamiento de surcos y registro de superficie y volumen.
4. **Análisis de Etiquetas:** Identificación y análisis de las etiquetas asignadas a las estructuras cerebrales.

([8])

6.3. Representación en tres dimensiones. Descripcion de las seis vistas de la representacion en tres dimensiones del registro de superficie y volumen del cerebro

Ordenadas de izquierda a derecha y de arriba hacia abajo, se encuentra la vista frontal del cerebro, lateral derecha, lateral izquierda, trasera, superior e inferior. Son las vistas de la representacion que nos ha entregado BrainSuite posterior al poceso del registro del volumen y la superficie del cerebro.

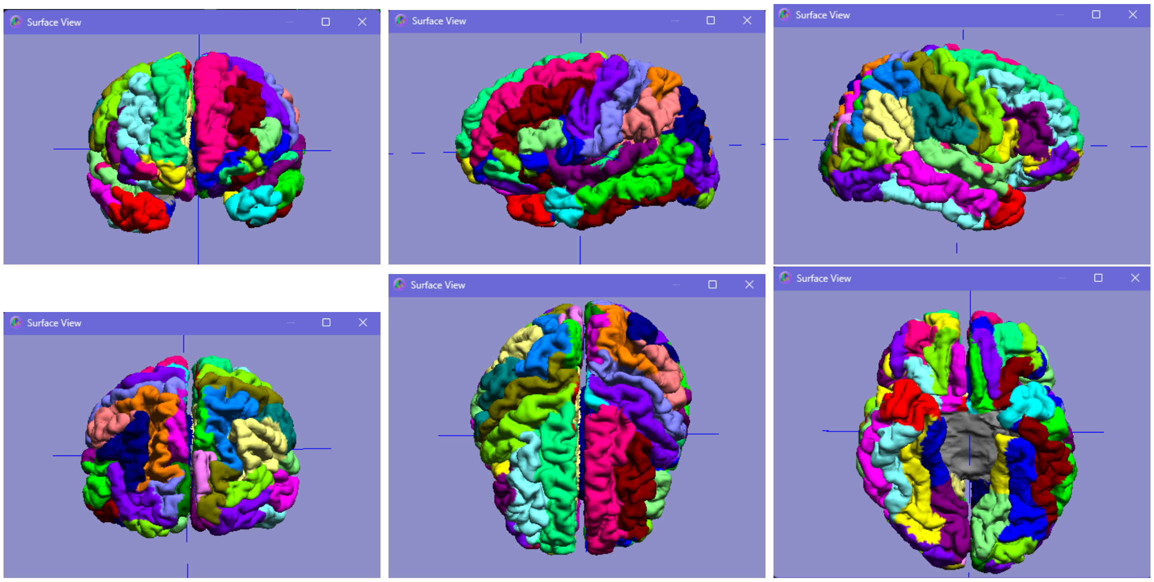


FIGURA 4. Vista desde seis perspectivas de la representacion en tercera dimension del cerebro

6.4. Mapeo Conforme Obtenido del Cerebro. Tras tomar los datos de BrainSuite, se hace una corrección topológica en el mismo software. Es importante observar la forma en la que están plegadas las regiones y cómo se distinguen estas entre sí, esto es lo que son las regiones en colores. Esta información corregida se toma y se pasa a ser procesada en Matlab para mapear a hemisferios, teniendo especial cuidado con evitar distorciones en las orillas, por lo que se busca deformar los datos para compensar esta distorsión.
Se busca desplazar o deformar la ïmagen”bidimensional (disco topológico) para que cuando esta se deforme a la imagen tridimensional, las deformaciones se contrarresten entre sí. Lograr estas deformaciones computacionalmente, tratándose de datos escalares —es por eso que se utiliza una escala azul-amarillo simple y no ternas RGB: para facilitar cálculos— es sencillo.

Tras esto obtuvimos los siguientes resultados.

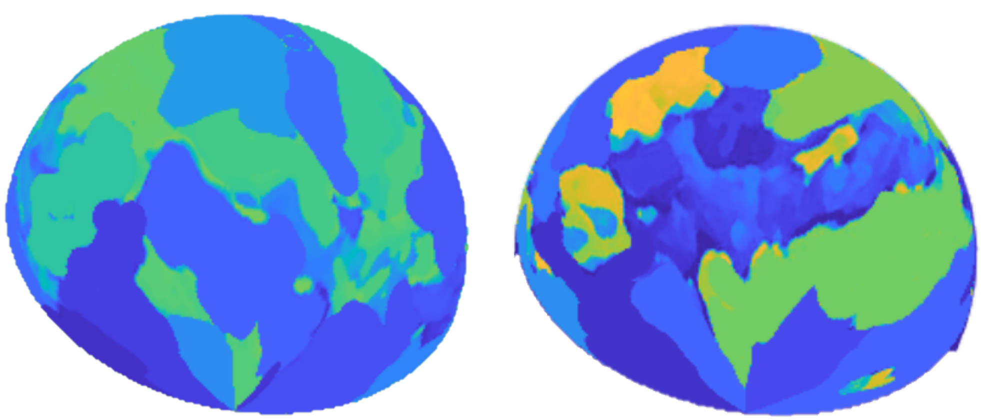


FIGURA 5. Mapeos en escala azul-amarillo de los hemisferios izquierdo y derecho.

7. Conclusiones

Juan José H. Beltrán. El objetivo del artículo es utilizar el Mapeo Conforme a través de Mínimos Cuadrados con energía potencial elástica para realizar un mapeo esférico del cerebro de parámetros variables para distintos propósitos, pero en especial para visualización. A través del presente trabajo de resumen e interpretación logramos entender los tres grandes conceptos del título: Mapeo Conforme (una función que transforma logrando conformidad en los ángulos), Mínimos Cuadrados (técnica de optimización utilizada aquí para minimizar el error respecto a las ecuaciones de Riemann), y energía potencial elástica (medida utilizada para controlar la distorsión métrica o de áreas y la eficiencia computacional).

Así, con estas herramientas se logra un algoritmo de mapeo de complejidad semejante al LSCM típico, pero que puede regular el balance entre distorsión de ángulos y distorsión de áreas a través de un parámetro, siendo está última especialmente importante para visualizar humanamente los resultados del mapeo, lo que facilita sus aplicaciones. Esta es una de las mayores virtudes que nos deja este artículo.

Por otro lado, para mí, como IDM, me parece un aplicacion muy interesante de los temas tan abstractos que hemos visto este semestre. El análisis de este artículo me ayudó a conocer muchos conceptos nuevos que se utilizan para el procesamiento computacional de la información con fundamentos absolutamente matemáticos, como las triangulaciones, mapeos, optimización con mínimos cuadrados, y medidas de distorsión. Puedo reafirmar que sería feliz haciendo cosas así el resto de mi vida.

Kevin J. Martínez Trinidad. Es asombroso ver cómo la matemática abstracta puede ser aplicada de maneras tan diversas y útiles en casi todas las áreas del saber. La medicina, principalmente lo referente al cerebro, siempre me ha llamado personalmente la atención, y poder combinar el estudio de esto con métodos matemáticos me pareció fascinante. Sin duda esta situación problema ha sido uno de los mayores retos con los que me he enfrentado, muchos conceptos se unen para dar lugar a un mapeo cerebral, cilíndrico e hiperbólico.

Es adictivo pensar en el número de aplicaciones que los mapeos conformes pueden tener y me emociona saber que en lo que resta de mi carrera podré ver aún más aplicaciones reales y complejas de las matemáticas.

L. Roberta Argoytia C. En este trabajo se puede apreciar cómo una aproximación matemática hacia la física, en este caso la energía potencial elástica, en combinación con conceptos matemáticos y de programación, pueden ayudar a optimizar y mejorar procesos ya existentes. En este caso el mapeo conforme se logra optimizar utilizando métodos matemáticos, de programación y conocimientos sobre la física para poder comprender y procesar mejor la información que regresa un mapeo conforme sin perder datos y haciendo que este mapeo sea mucho más efectivo, exacto y correcto.

Como estudiante de física, esto es un recordatorio de que hay ramas de la ciencia que se pueden unir para poder mejorar algo que se tiene actualmente, en este caso se pudo unir la computación, la geometría, la estadística y la física. Además ayuda a una mejor comprensión de temas que se deben tocar al momento de resolver problemas con variables complejas, lo que resulta útil, pues hay muchas ramas dentro de la física que manejan este tipo de variables.

Edgar Axel Pérez Flores. En este estudio donde se presenta el mapeo conforme cerebral se puede apreciar como, el area de la física, matemática y tecnologica con el reciente uso de softwares como Brainsuite, resaltan la importancia del trabajo interdisciplinario y cooperativo para el avance científico. Esta integración de disciplinas permite abordar la complejidad de procesos como el mapeo conforme del cerebro, que es un órgano de estructura realmente compleja.

Para mi, la aplicación de conceptos como la energía potencial elástica en el control de la distorsión métrica en el mapeo cerebral demuestra lo poco que conozco y que las aplicaciones latentes son innovadoras. Aunque aún no he comprendido con profundidad todos estos conceptos, soy ahora consciente de su vital importancia. La tecnología juega un papel crucial, no solo facilitando la visualización y el análisis de estos mapeos, sino también en su uso para áreas de la física como la electrodinámica y el estudio de partículas, ya que los mapeos conformes ayudan a resolver ecuaciones de campo en geometrías complejas, mientras que en la física de partículas, facilitan la comprensión de interacciones fundamentales y la estructura del espacio-tiempo, áreas que, como estudiante de física espero un día llegar a profundizar.

Stephany Dayanna Gay Galindo. Me resultó impresionante presenciar la aplicación del Mapeo Conforme en un contexto tan tangible e innovador, específicamente en la intersección entre la ingeniería y la tecnología médica. La implementación de enfoques matemáticos hacia la física, combinados con conocimientos de programación, no solo ofrece una perspectiva única sobre la optimización y mejora de procesos industriales, sino que también destaca la relevancia crucial de la ingeniería y la computación en la solución de problemas prácticos.

El método propuesto, que implica la aplicación de Mínimos Cuadrados con Energía Potencial Elástica para el mapeo del cerebro, según lo analizado en el artículo, realmente representa un avance significativo. No solo demuestra cómo conceptos aparentemente abstractos pueden tener aplicaciones concretas, sino que también subraya la necesidad de fusionar disciplinas aparentemente dispares para lograr innovación. La versatilidad de estos principios y su aplicación en situaciones del mundo real prometen un futuro emocionante en la intersección de estas disciplinas.

Saúl Alberto Moreno Olave. La existencia de un modelo matemático que permite, por así decirlo, formar o construir cualquier objeto tridimensional y volverlo una superficie, la cual después podamos aplanar es una herramienta tanto increíble como inimaginablemente poderosa; y el que podamos computarizarla la hace todavía más impresionante aún. He de admitir que, al tiempo de escribir esto, mis conococimientos sobre el método no van más allá de entender el concepto y quizá comprender parte de la teoría detrás de algunas de las ecuaciones utilizadas y vistas en este resumen. Sin embargo, considero que, al igual que otras cosas, el estudio de este mapeo podría birndar mayor introspección a la parte de transformaciones matemáticas que desarrollen más mi entendimiento, y manejo, de estas ideas matemáticas, las cuales podrían, y probablmente sean, de vasta utilidad para el estudio de fenómenos físicos.

Referencias

[1] B. Lévy. (2009) Least squares conformal maps for automatic texture atlas generation. Consultado el 25/11/2023. [Online]. Available: https://www.cs.jhu.edu/~misha/Fall09/Levy02.pdf

[2] C. Ou. (2012) Geometry processing: Parametrization. Consultado el 26/11/2023. [Online]. Available: https://www.medien.ifi.lmu.de/lehre/ws2122/gp/slides/gp-ws2122-4-param.pdf

[3] J. E. a. Nie. (2007) Least-square conformal brain mapping with spring energy. Consultado el 26/11/2023. [Online]. Available: https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S089561110700122X

[4] H. Hoppe. (1993) Proceedings of siggraph 1993. Consultado el 27/11/2023. [Online]. Available: https://sites.stat.washington.edu/wxs/Siggraph-93/siggraph93.pdf

[5] BrainSuite. (2022) Brainsuite documentation. Consultado el 25/11/2023. [Online]. Available: https://brainsuite.org/

[6] ——. (2023) Brainsuite: A collection of open source software tools. Consultado el 25/11/2023. [Online]. Available: https://brainsuite.org

[7] ——. (2023) Cortical surface extraction tutorial. Consultado el 25/11/2023. [Online]. Available: https://brainsuite.org/tutorials/cseexcercise/

[8] ——. (2023) Surface/volume registration exercises. Consultado el 25/11/2023. [Online]. Available: https://brainsuite.org/tutorials/svregexercises/