

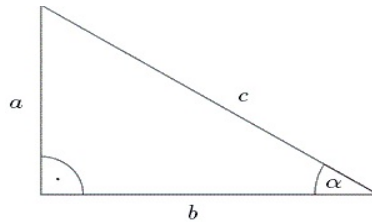
Funkcje Trygonometryczne

Kevin Sarfo

17 stycznia 2017

Spis treści

1	Lekcja	2
1.1	Krótki wstęp	2
1.2	Proste Wyjaśnienie	2
2	Zadania	3
2.1	Proste zadania	3
2.2	Bardziej zaawansowane zadania	3
3	Tabela funkcji trygonometrycznych	3
4	Zakończenie	4
5	Bibliografia	4



Rysunek 1: Trójkąt prostokątny z oznaczeniami

1 Lekcja

1.1 Krótki wstęp

Funkcje trygonometryczne – funkcje matematyczne wyrażające między innymi stosunki między długościami boków trójkąta prostokątnego względem miar jego kątów wewnętrznych, będące przedmiotem badań trygonometrii.

Funkcje trygonometryczne, choć wywodzą się z pojęć geometrycznych, są rozpatrywane także w oderwaniu od geometrii. W analizie matematycznej są one definiowane m.in. za pomocą szeregów potęgowych lub jako rozwiązania pewnych równań różniczkowych.

Do funkcji trygonometrycznych współcześnie zalicza się: sinus, cosinus (inna pisownia: kosinus), tangens, cotangens (kotangens), secans (sekans), cosecans (kosekans), z czego dwóch ostatnich obecnie rzadko się używa.[1]

Pomimo trudnego opisu nie ma się czego obawiać. Funkcje trygonometryczne nie wymagają wykonywania bardzo skomplikowanych obliczeń takich jak równanie (1)

$$\begin{aligned}
 & a_l \\
 & = \\
 & \sqrt{\frac{(6,14-6,15)^2+(6,18-6,15)^2+(6,12-6,15)^2+(6,15-6,15)^2+(6,16-6,15)^2}{4}} \\
 & = 0,022360679 = 0,023
 \end{aligned} \tag{1}$$

1.2 Proste Wyjaśnienie

Narysujmy dowolny trójkąt prostokątny i oznaczmy jeden z jego kątów ostrych literką (rys.1).

Literkami a oraz b oznaczyliśmy przyprostokątne trójkąta prostokątnego. Literką c oznaczyliśmy przeciwprostokątną trójkąta prostokątnego. Teraz możemy podać definicje funkcji trygonometrycznych (1-sinus, 2-cosinus, 3-tangens, 4-cotangens):

$$1) \sin = \frac{a}{c}, 2) \cos = \frac{b}{c}, 3) \operatorname{tg} = \frac{a}{b}, 4) \operatorname{ctg} = \frac{b}{a}.$$

[2]

2 Zadania

2.1 Proste zadania

Zadanie 2.1 Oblicz pozostałe wartości funkcji trygonometrycznych trójkąta prostokątnego:

a) $a = 4, \sin = \frac{4}{5}$ Skorzystaj równań z 1.2

b) $b = 6\cos = \frac{1}{2}$ Skorzystaj równań z 1.2

c) $a = 8, \operatorname{tg} = 1$ Skorzystaj równań z 1.2

d) $b = 5\operatorname{ctg} = \frac{7}{10}$ Skorzystaj równań z 1.2

Zadanie 2.2 Oblicz wartość wyrażenia: $\sin 45 \cdot \operatorname{tg} 60 \cdot \cos 30$.

Zadanie 2.3 Drabina o długości 3m jest oparta o mur pod kątem do poziomu. Na jaką wysokość sięga drabina?

Zadanie 2.4 Samolot wystartował pod kątem. Jaką drogę w powietrzu pokonał w momencie, gdy znalazł się na wysokości 200m?

Zadanie 2.5 Kąt ostry trapezu równoramiennego ma miarę. Oblicz jego pole, jeżeli jego podstawy mają długość 12cm i 6cm.

2.2 Bardziej zaawansowane zadania

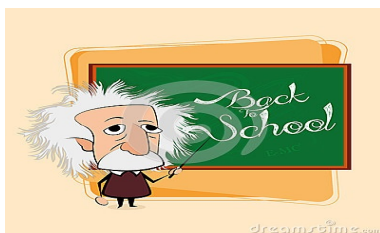
Zadanie 2.6 Zbadaj, czy istnieje kąt ostry dla którego $\operatorname{tg} = \frac{3}{4}$ i $\sin = \frac{3}{5}$

i

Zadanie 2.7 W trójkącie prostokątnym o kątach α i β dane są długości przyprostokątnych 4 i 6. Oblicz wartość wyrażenia $\operatorname{tg}^2 \alpha - 3\sin \Delta \frac{1}{\cos}$

3 Tabela funkcji trygonometrycznych

	30	45	60
\sin	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
\cos	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
tg	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$
ctg	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$



Rysunek 2: Karykatura Alberta Einstein'a

4 Zakończenie

Teraz już wiesz że trygonometria nie jest tak ciężka jak równanie ze wstępu. (1)

Mam nadzieję że załączony materiał pomoże wielu licealistą w nauce. Bądź jak Einstein (rys.2)

Serdecznie pozdrawiam. :)

5 Bibliografia

Literatura

- [1] Wojciech Babiański: *Matematyka - Zakres rozszerzony*
- [2] Karpiński Marcin : *Matematyka 1. Podręcznik dla liceum*