

参赛密码 _____
(由组委会填写)

第十一届华为杯全国研究生数学建模竞赛

学 校 中国科学院沈阳自动化研究所

参赛队号 80147005

	1.	温亚
队员姓名	2.	朱岩
	3.	罗琼

参赛密码 _____
(由组委会填写)



第十一届华为杯全国研究生数学建模竞赛

题 目： 小鼠视觉感受区电位信号 (LFP) 与视觉刺激之间的关系研究

摘 要：

本文研究了小鼠视觉感受区电位信号 (LFP) 与视觉刺激之间的关系，主要围绕信号的降噪、分离与相关性展开，结合较为合理的算法，研究了小鼠视觉感受区电位信号与视觉刺激之间的关系。

针对问题一：首先，建立小波分析模型，对源信号进行降噪处理。其次，建立“寻峰探谷”模型，先运用一阶差分的方法寻找实际所需的波峰波谷点，再应用阈值去尖点法和预估频去尖点法，得到有效的峰谷值（峰值数据见表 1）。根据峰谷值对应的时间标记，分别求得呼气相值与吸气相的平均值以确定呼吸周期，以及得到呼吸频率和脑电波的类型，如下表所示，进而得到与呼吸相关联的脑电波周期节律和与呼吸相关的脑电波波形图。

呼气相值	吸气相值	呼吸周期	呼吸频率	脑电波类型
0.4527s	0.1248s	0.5776s	1.7314HZ	δ 波

针对问题二：首先，对 Ch11-Ch15 五个通道的电极数据，进行移动加权平均处理得到一个综合反映脑电波的电位信号。其次，应用自相关分析法判断小鼠的脑电波，得到自相关函数波峰有规律的出现，说明小鼠的脑电波具有周期节律性。再应用功率谱估计法，由小鼠脑电波功率谱（图 13），得到低频脑电波信号起主导作用，由第一问知鼠的呼吸主要是频率在 1Hz 左右的低频信号。因此，在睡眠状态下，小鼠脑电波的周期节律有很大的可能与呼吸相关联。所给结论是正确的。加权值如下所示：

$$k = [0.2065 \quad 0.1910 \quad 0.2034 \quad 0.2100 \quad 0.1891]^T$$

针对问题三：在清醒状态下，分无视觉刺激和有视觉刺激两种情况考虑。基于自相关函数法判断视觉感受区周期性，得到波峰按照时间规律有节律出现，但是峰值大小逐渐衰减。就其频率特性而言具有周期性变化。根据互相关函数和相关系数定义，可得到其相关函数图像和相关系数，其中在小鼠清醒且无视觉刺激时，相关系数 $|\rho_{xy}| = 0.9991$ ，在小鼠清醒且有视觉刺激时，相关系数 $|\rho_{xy}| = 0.9764$ ，因此，其视觉感受区局部电位信号的周期性变化与小鼠呼吸所对

应的脑电波的周期性皆为高度线性关系。

针对问题四：本文建立了两个模型进行研究，其一，利用源信号的独立性和非高斯性，我们建立基于负熵最大的 FASTICA 模型进行研究。应用快速独立成分分析算法，分离得到与呼吸脑电波有相同频率的信号波，如图 25, 29 所示。其二，基于傅里叶变换的频率滤波和反傅里叶变换的波形重构的思想，本文对时域波形进行 FFT 傅里叶变换，将其转化为频域内的图谱。经滤波处理，只留下需要分离的脑电波的频率波段，然后再运用傅里叶反变换的思想，实现分离的波形的重构，如图 31, 33 所示，两种模型均实现了很好的分离，从效果图上得，第一种分离更好。

针对问题五：利用问题二的方法，对比了刺激时间曲线功率谱和呼吸曲线功率谱，利用问题四的分离模型，分离出了刺激相关的脑电波信号成分和与呼吸相关的脑电波信号成分，如图 39 运用问题三的方法，得到视觉刺激和刺激脑电波之间具有强相关性。最后，为了分析脑电波成分中是否包含图形形状元素，运用问题一的模型和算法，我们将黑白刺激作为一个序列，白黑刺激作为另外一个序列。得到各自对应的时间序列，见图 42 和表 2，并得到了两个序列的功率谱图，由两个序列的功率谱图和相关系数图，强有力说明了脑电波成分中包含图形形状因素。

关键字：小波降噪 寻峰探谷模型 自相关函数 互相关 功率谱 FASTICA

目录

一、问题重述.....	- 5 -
二、问题分析.....	- 5 -
2.1 问题一的分析	- 5 -
2.2 问题二的分析	- 5 -
2.3 问题三的分析	- 6 -
2.4 问题四的分析	- 6 -
2.5 问题五的分析	- 6 -
三、模型假设.....	- 6 -
四、符号说明.....	- 7 -
五、模型的建立与求解.....	- 7 -
5.1 问题一的模型与求解	- 7 -
5.2 问题二的模型与求解	- 14 -
5.3 问题三的模型与求解	- 17 -
5.4 问题四的模型与求解	- 22 -
5.5 问题五的模型与求解	- 30 -
六、模型评价.....	- 37 -
6.1 模型优点	- 37 -
6.2 模型缺点	- 37 -
七、参考文献.....	- 38 -

一、问题重述

(1) 根据小鼠睡眠状态下呼吸的机理，建立数学模型反映小鼠在睡眠状态下与呼吸相关联的脑电波。

(2) 通过对所给的视觉感受区的局部电位数据建立数学模型，论证小鼠在睡眠状态下，脑电波的周期节律是否与呼吸相关联。

(3) 在清醒状态下，小鼠视觉感受区的局部电位信号是否有周期性变化，该种周期性变化是否与小鼠呼吸所对应的脑电波变化有关，是什么样形式的相关性。

(4) 建立数学模型，分别从睡眠状态、无视觉刺激的清醒状态的局部脑电位信号中分离出与小鼠呼吸相关联的脑电波信号。

(5) 分析小鼠视觉刺激的时间曲线，绘制出视觉刺激时间曲线的功率谱，并于呼吸曲线的功率谱对比。根据问题 4 所建立的数学模型，从有视觉刺激的清醒状态的局部脑电位信号中，分离出与 Checkboard 刺激相关的脑电波信号成分，以及分离出与呼吸相关的脑电波信号成分。并验证所分离出来的刺激脑电波成分与视觉刺激之间的相关性，说明该脑电波成分中是否包含图形形状因素。

二、问题分析

2.1 问题一的分析

根据题意，要求取小鼠在睡眠状态下与呼吸相关联的脑电波，我们需要找到与该脑电波相关联的状态量。根据呼吸机理，呼吸动作是由与呼吸相关联的脑电波控制，既与呼吸相关的脑电波会发出一系列控制呼吸的命令，经过一系列反应，促使呼吸行为发生。因此，呼吸动作的进行状态是对与之相关联的脑电波的间接反映。由于题目已给出相关呼吸曲线，因此，问题的重点就是分析所给数据并提取关键特征以反映相关脑电波。

由于观测的数据不可避免地有误差存在，并且根据题意所给呼吸曲线仅有波峰波谷有实际意义（代表了呼吸的起始），因此对数据的处理的首要任务就是选择合适的去噪方式并选取恰当的算法提取呼吸曲线的峰谷点，进而通过提取的峰谷点的呼吸数据得到与呼吸相关的特征量，从而得到与呼吸相关联的脑电波周期节律，进而得到与呼吸相关的脑电波波形图。

2.2 问题二的分析

由于小鼠在与呼吸相关联的脑电波作用下产生呼吸作用，因此要分析小鼠脑电波的周期节律是否与呼吸相关联，可以转为分析小鼠脑电波的周期节律是否与与呼吸相关联的脑电波相关联。其中，小鼠脑电波由测得的视觉感受区的局部电位反应，与呼吸相关联脑电波已有问题一求得，因此问题转化为研究与呼吸相关联脑电波在脑电波的功率谱中的强度问题。

对于脑电波功率谱的求取，由于局部电位信号是由 5 个分别相隔 0.25mm 的电极得到，因此为较准确求取功率谱密度，需要综合考虑 5 个电极测得的数据。因此，对该问题的求解首先需要选择合适的方法对 5 个通道的数据处理，

得到能综合反应某个时刻脑电波的电信号。

2.3 问题三的分析

对于小鼠视觉感受区的局部电位信号是否具有周期性变化的判断，我们可以查看该信号的自相关函数，看起是否是周期性震荡。在判断得到小鼠视觉感受区有周期性变化后，若判断其周期性是否同与小鼠呼吸相关的脑电波相关，由于我们无法得到与呼吸相对应的脑电波，根据问题一，我们可以通过小鼠的呼吸曲线间接反映脑电波的状况。那么，问题转化为求视觉感受区局部电位的周期性变化是否与小鼠的呼吸的周期性的变化有关。对于周期性是否有关问题，互相关函数给出了相应的理论，可以考虑用此方法解答。

2.4 问题四的分析

若要从睡眠状态数据 LCD.mat 和 V01.mat 的 LFP 中分离出小鼠分别在睡眠状态和无视觉刺激的清醒状态下与呼吸相关联的脑电波信号，我们需要知道两种状态下，与呼吸相关联的脑电波的信号频率。根据第一问和第三问，可以得到。针对此类盲源信号分离问题，我们只需要分离出与呼吸脑电波有相同频率的信号波即可。而盲信号又是由多种独立成分的信号叠加得到，为此，利用源信号的独立性和非高斯性。我们建立基于负熵最大的 FASTICA 模型进行研究。

另外，一方面，我们可以对时域数据进行 FFT 傅里叶变换，将其转化为频域内的图谱。得到频域内的图谱之后，可以将要分离的脑电波之外的频率数据设为 0。只留下需要分离的脑电波的频率波段的数据，然后再运用傅里叶反变换的思想，将频域的波形重构到时域内的波形。实现分离的波形的重构。则此时重构得到的时域信号，即是我们要分离的。

2.5 问题五的分析

在小鼠视觉刺激的时间曲线和功率谱的问题上，可以借用呼吸曲线处理的方法。得出刺激行为的相关联的脑电波是什么形式的。刺激时间曲线功率谱和呼吸曲线功率谱对比，可理解为：影响这两种行为的脑电波信号的对比，就像 δ 波控制呼吸，某种波控制刺激一样。这种方式下形成对比。再利用问题 4 的分离模型，得出刺激相关的脑电波信号成分和与呼吸相关的脑电波信号成分，方法同问题 4。再验证视觉刺激和刺激脑电波之间的相关性，同问题 3，就相当于视觉刺激曲线和小鼠刺激的脑电波作互相关，进行相关性分析。最后，若要分析脑电波成分中是否包含图形形状元素，我们可以将黑白刺激作为一个序列，白黑刺激作为另外一个序列。用问题一的思路，得到两中序列的功率谱图，分析两个序列各自与刺激行为的相关联的脑电波的关联。进而说明脑电波成分中是否包含图形形状因素。

三、模型假设

- (1) 假设清醒状态下，采样值对应的 30s 时间，均匀的采样了 30000 次。
- (2) 假设人脑电波周期节律和老鼠的脑电波周期节律一致。
- (3) 假设测得的数据真实可靠。

四、符号说明

符号	符号说明
U	窗口序列的能量
$r_{xy}(m)$	为信号 $x(n)$ 和 $y(n)$ 的互相关函数
$px(e^{jw})$	功率谱的估计值
$N_g(Y)$	负熵
β	权值

五、模型的建立与求解

5.1 问题一的模型与求解

5.1.1 小波降噪

降噪是尽量把无用的信息从原始信号中剔除的过程，传统的 Fourier 分析只能区分信号在频域内的差别，不能很有效地分析非平稳信号。由于在正交小波中，正交基的选取比传统方法更接近实际信号本身，所以通过小波变换可以更容易地分离出噪声或其他我们不需要的信息，因此在降噪处理中，小波分析有着传统方法无可比拟的优势^[1]。

设信号 $f(n)$ 被噪声污染后为 $s(n)$ ，其基本噪声模型可表示为

$$f(n) = s(n) + \sigma e(n)$$

其中 $e(n)$ 为噪声， σ 为噪声强度，小波分析用于降噪的过程，可细分为：分解过程，作用阈值过程和重建过程。如图 1 所示。

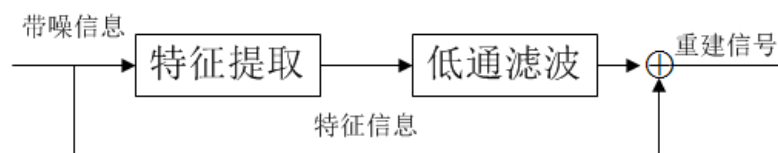


图 1 小波去噪框图

(1) 分解过程

为直观地表示方法，小波包分解在对信号的低频分量连续进行分解的同时对高频分量也进行连续分解，这样不仅可以得到许多分辨率低的低频分量，而且也可得到许多分辨率较低的高频分量，如图 1 所示为尺度是 3 的小波包分解数，小波包分解数允许信号 S 表示为

$$S = A_1 + AAD_3 + DAD_3 + DD_2$$

其中：A 表示信号的低频分量，D 表示信号的高频分量，其下标表示小波分解的层数

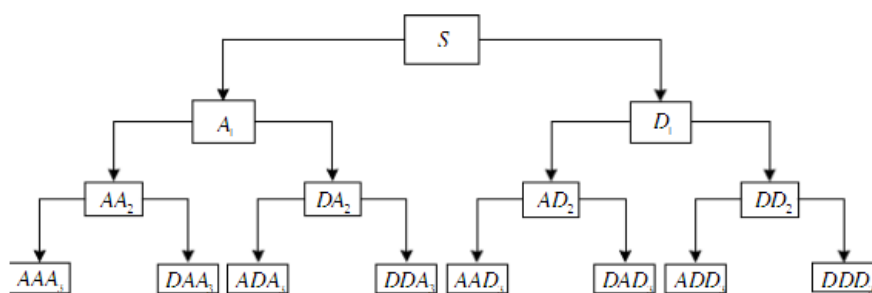


图 2 小波分解树

(2) 作用阈值过程

小波分析用于降噪的核心步骤就是对信号经过小波分解后的系数确定阈值。在小波变换中，对各层系数降噪所需的阈值一般根据原始信号的信号噪声比来选取，也即通过小波各层分解系数的标准差来求取。在得到信号噪声强度后，可以确定各层的阈值，方法有多种，我们选择 Birge-Massart 策略确定阈值，其阈值求取过程为：

- ① 给定一个特定的分解层数 j ，对 $j+1$ 以及更高层，所有系数保留；
- ② 对第 $i(1 \leq i \leq j)$ ，保留绝对值最大的 n 个系数，在降噪情况下

$$n_i = M(j+2-i)^3$$

其中 M 为经验系数。

(3) 重建过程

信号重建过程与信号分解过程相似，只是方向相反，在对小波分解系数进行阈值确定后，再根据图 2 回复降噪后信号。

我们采用小波函数 db5，分 5 层处理，经过以上降噪过程得原始信号与降噪信号对比图，如图 1 所示。可见降噪后的信号高频部分减少，信号整体性质未改变，满足降噪要求，高频无意义信号的减少，使得图像的尖点减少，也使得后续对波峰波谷的寻找变得较为简便。

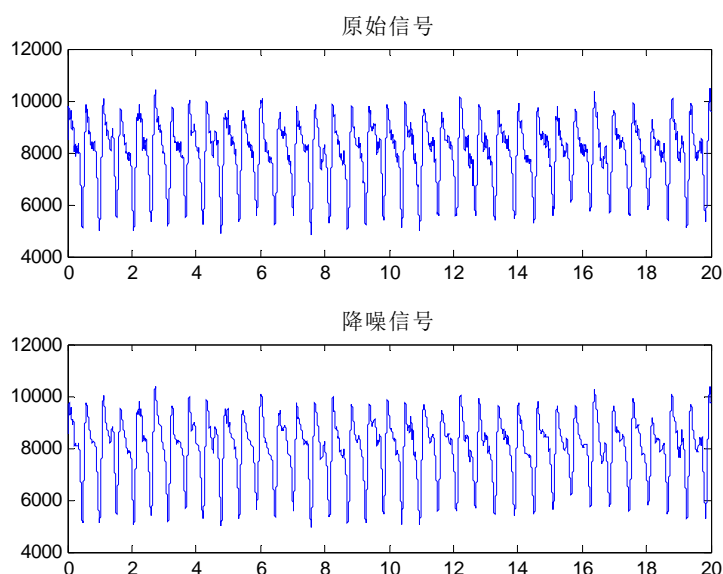


图 3 原始信号与降噪后信号

5.1.2 波峰波谷筛选

根据波峰波谷的函数意义可知，对于离散型号，其在波峰或者波谷处一阶差分改变符号，即若 $y_i (i > 1)$ 为波峰点则满足 $\begin{cases} \Delta y_{i+1} - \Delta y_i < 0 \\ \Delta y_i - \Delta y_{i-1} > 0 \end{cases}$ ，若为波谷点，则

满足 $\begin{cases} \Delta y_{i+1} - \Delta y_i > 0 \\ \Delta y_i - \Delta y_{i-1} < 0 \end{cases}$ 。据此，我们可以标记处数据的波峰波谷点，如图 4 所示。

对图 2 中数据初步观察可知，由于实际的呼气末和吸气末是可见的最高最低点，而降噪处理后的数据仍然存在不是实际呼吸始末的波峰波谷，因此，仅仅从数学角度由一阶差分的方法得不到准确的实际所需的波峰波谷点。为方便，我们称此时标记的点为广义波峰波谷点。

进一步分析可知，可以将广义波峰波谷点里与呼气相和吸气相无关的信号分为震荡无关尖点和毗邻冗余尖点两类，如图 5 和图 6 所示。其中震荡无关尖点为在吸气呼气过程中距离呼气吸气末相对较远点出现的震荡，毗邻冗余尖点为在实际呼气或吸气末出现的震荡点。此两类尖点对我们没有价值，因此需要剔除，针对两种不同的冗余尖点，分别提出阈值去尖点法和预估频去尖点法。

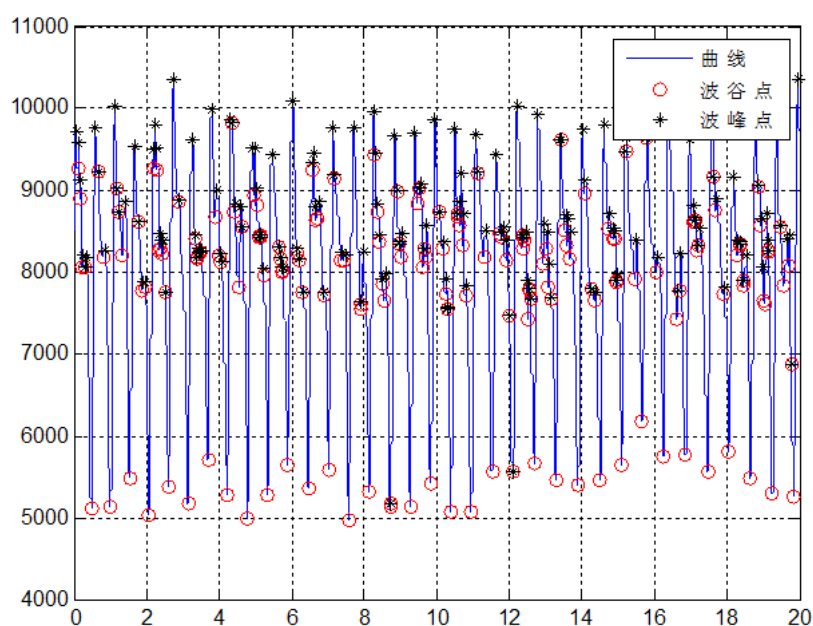


图 4 初步找出的波峰波谷点

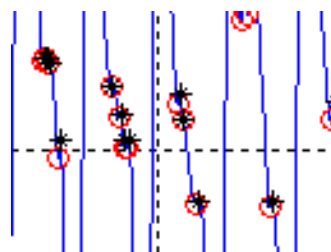


图 5 震荡无关尖点

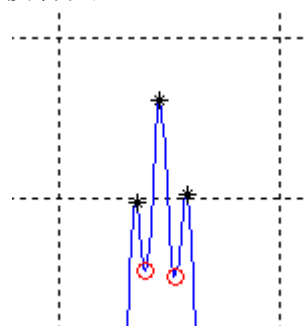


图 6 毗邻冗余尖点

(1) 阈值法去除冗余尖点

对于震荡无关尖点，由于该震荡发生在呼气与吸气过程距离呼吸始末较

远，因此，在该时刻对应测量值与实际呼吸始末测量值相差较大，因此我们采用阈值法去除该类尖点。既在得到广义波峰波谷后，分别对广义波峰值和广义波谷值求取一合理参数作为波峰和波谷的阈值。对于波峰，阈值以下数据全部剔除，对于波谷，阈值以上数据全部剔除。剔除后的数据如下图 7 所示。

与图 4 相比较，对数据作用阈值后，广义峰谷点中与高频振荡相关的震荡无关尖点数量明显减少，可见该方法对去除无关峰谷值是有效的。但是像图 7 中的虚假峰谷点仍未得到剔除，因此我们进行下一步的预估频法。

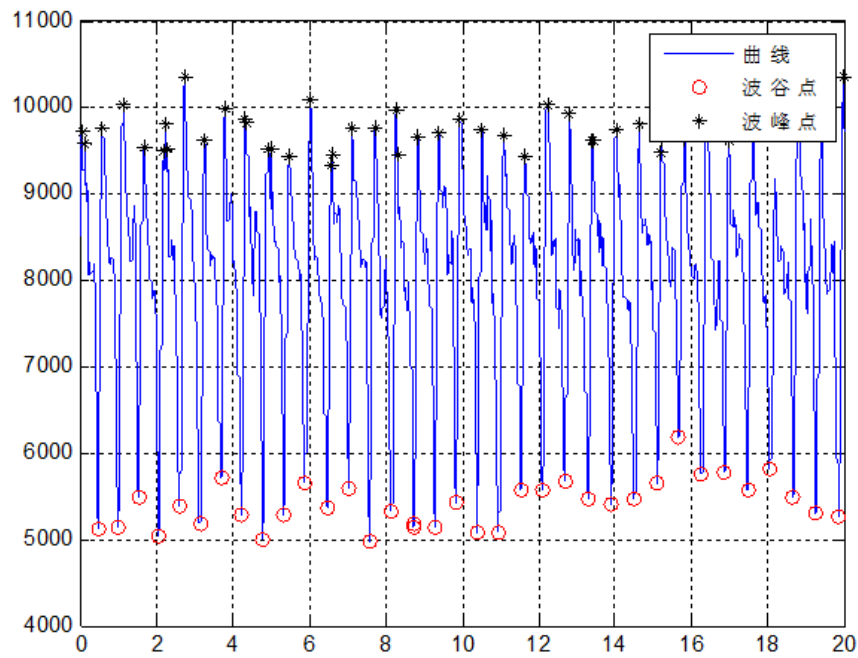


图 7 阈值法剔除冗余点后峰谷点

(2) 预估频法去除冗余尖点

对于毗邻冗余尖点，由于相毗邻的几个尖点都发生在呼气或者吸气末，因此其标记的波峰波谷值相对变化不大，从测量值变化很难区分，因此我们采用预估频去尖点法剔除该类尖点。假设对呼吸的采样频率为 f Hz，采集时间为 m s，由医学常识可知小鼠呼吸频率为 $n_s = 84 \sim 230$ 次/分钟，由于每次呼吸完成

必有一次波峰和波谷，则波峰波谷个数为 $\frac{mn_s}{60}$ ，则峰—峰间或者谷—谷间最小

采样数为： $\frac{60f}{n_s}$ 。则在 $\frac{60f}{n_s}$ 内连续出现多次尖点的情况取其较小的为实际尖

点。经处理后如图 8 所示。

与图 7 相比较，对数据作用阈值后，与实际意义峰谷点向邻近的峰谷点得到改善。得到的数据即可作为实际呼吸点使用。至此波峰波谷点筛选完成。对于小鼠睡眠状态下的波峰波谷点如表 1 所示，其中 0 表示吸气末，1 表示呼气末。

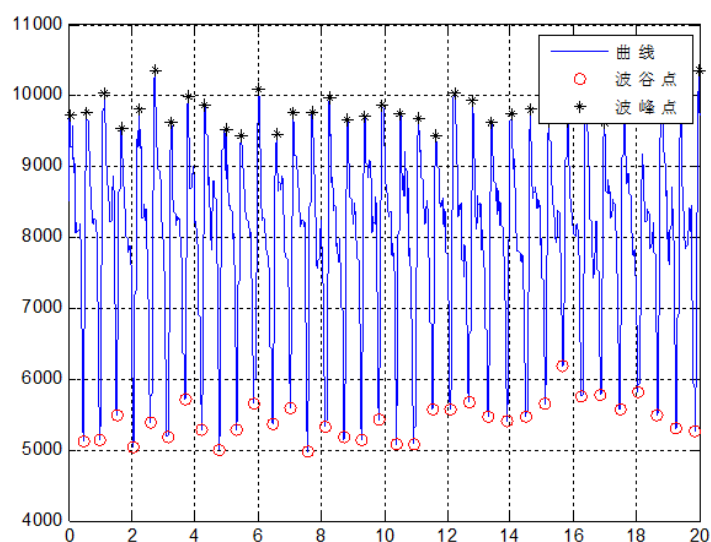


图 8 预估频去除冗余点后峰谷点

表 1 实际呼吸点数据

时间/ms	幅值	呼/吸	时间/ms	幅值	呼/吸	时间/ms	幅值	呼/吸
53	9714.737	0	6456	5364.538	1	12801	9928.898	0
470	5110.247	1	6609	9451.445	0	13283	5460.018	1
582	9754.085	0	7027	5592.677	1	13410	9628.504	0
997	5127.045	1	7134	9762.771	0	13901	5408.911	1
1123	10022.35	0	7576	4965.692	1	14022	9746.809	0
1528	5477.609	1	7704	9762.879	0	14507	5459.443	1
1661	9540.13	0	8147	5323.113	1	14625	9803.038	0
2068	5043.841	1	8256	9965.739	0	15094	5646.645	1
2229	9806.356	0	8728	5171.469	1	15231	9640.335	0
2607	5374.393	1	8842	9661.185	0	15668	6189.078	1
2734	10345.87	0	9276	5141.596	1	15794	9631.937	0
3134	5172.276	1	9386	9703.309	0	16266	5755.589	1
3262	9612.56	0	9829	5431.721	1	16388	10233.24	0
3688	5713.492	1	9950	9856.93	0	16862	5768.876	1
3794	9988.019	0	10397	5070.197	1	16983	9611.917	0
4216	5288.192	1	10505	9743.986	0	17468	5556.866	1
4326	9874.104	0	10948	5082.251	1	17592	9910.47	0
4783	4985.405	1	11082	9680.713	0	18659	5481.527	1
4983	9522.094	0	11522	5567.13	1	18791	10087	0
5336	5285.584	1	11646	9443.632	0	19260	5295.461	1
5458	9441.792	0	12101	5569.008	1	19387	9701.087	0
5881	5644.371	1	12222	10028.54	0	19837	5265.414	1
6022	10085.25	0	12686	5673.185	1	19979	10364.05	0

5.1.3 呼吸频率

由于所给幅值没有实际意义，仅有标记的时间有价值，因此在得到有效的峰谷值后，我们设计算法分别求取呼气相与吸气相的平均值以确定呼吸周期，进而得到呼吸频率。为了更准确反应呼吸频率，我们另外绘制呼吸曲线功率

谱，以与设计的算法对比，以确保呼吸频率更准确。

(1) 均值法

由于有效数据的起始与终止的不同使得呼气相与吸气相的求取方式不同，因此为准确求取呼气相与吸气相各自平均时间，我们根据峰谷数据第一次出现和最末出现的是峰还是谷的不同分为四类：峰始—谷终、峰始—峰终、谷始—谷终和谷始—峰终。如图 7 所示。

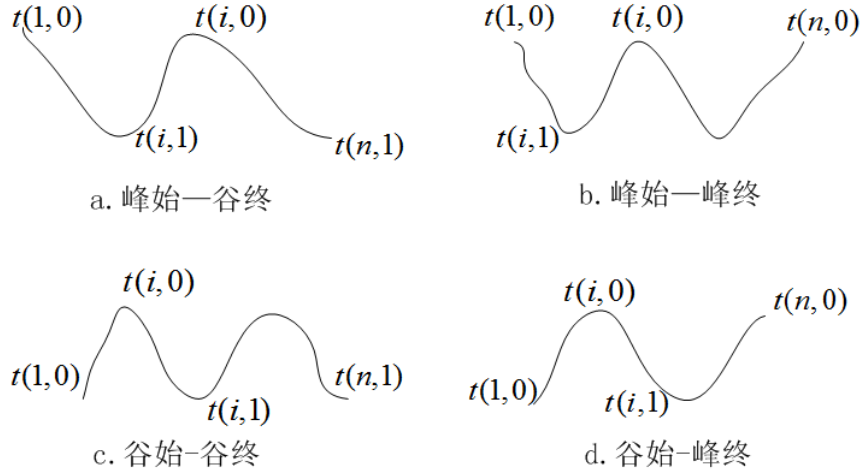


图 9 可能存在的呼吸曲线形式

设波峰波谷时间用 $t(i, j)$ 表示，其中 i 表示呼吸线中的第几个峰谷；
 $j = 0$ 或 1 ，且当 $j = 0$ 时表示第 i 个峰谷为波峰，当 $j = 1$ 时表示第 i 个峰谷为波谷；
 如果 $t(i, 1)$ 有意义，则 $t(i, 0) = 0$ ，相反，如果 $t(i, 0)$ 有意义，则 $t(i, 1) = 0$ 。

$$\text{则对于曲线 a, 呼气相平均用时: } \frac{2 \left[\sum_{j=1, i=2}^{i=n} t(i, j) - \sum_{j=0, i=1}^{i=n} t(i, j) \right]}{n}$$

$$\text{吸气相平均用时: } \frac{2 \left[\sum_{j=0, i=2}^{i=n} t(i, j) - \sum_{j=1, i=1}^{i=n} t(i, j) \right]}{n-2},$$

$$\text{则对于曲线 b, 呼气相平均用时: } \frac{2 \left[\sum_{j=1, i=2}^{i=n-1} t(i, j) - \sum_{j=0, i=1}^{i=n-2} t(i, j) \right]}{n-1}$$

$$\text{吸气相平均用时: } \frac{2 \left[\sum_{j=0, i=3}^{i=n} t(i, j) - \sum_{j=1, i=1}^{i=n-1} t(i, j) \right]}{n-1}$$

$$\text{则对于曲线 c, 呼气相平均用时: } \frac{2 \left[\sum_{j=1, i=3}^{i=n} t(i, j) - \sum_{j=0, i=2}^{i=n} t(i, j) \right]}{n-1}$$

$$\text{吸气相平均用时: } \frac{2 \left[\sum_{j=0, i=2}^{i=n} t(i, j) - \sum_{j=1, i=1}^{i=n-2} t(i, j) \right]}{n-1}$$

$$\text{则对于曲线 d, 呼气相平均用时: } \frac{2 \left[\sum_{j=1, i=3}^{i=n-1} t(i, j) - \sum_{j=0, i=2}^{i=n-2} t(i, j) \right]}{n-2}$$

$$\text{吸气相平均用时: } \frac{2 \left[\sum_{j=0, i=2}^{i=n} t(i, j) - \sum_{j=1, i=1}^{i=n-1} t(i, j) \right]}{n}$$

求得各自平均值后，将呼气相与吸气相加既得平均周期。带入数据后，得到小鼠的在睡眠状态下与呼吸相关联的脑电波的周期为 0.5776s，频率为 1.7314Hz。

(2) 功率谱法

功率谱反应了信号各频率成分功率能量的分布情况，可以解释信息中隐含的周期性及靠的很近的谱峰等信息，可以对某一信号进行辨识。在问题一中，我们已经得到与呼吸相关联脑电波，因此，仅需要计算加权数据电信号的功率谱图，判断呼吸相关联脑电波的频带能量比率，以确定其相关性。

有很多种方式可以获得功率谱图，我们选择应用广泛的 Welch 法进行功率谱分析。Welch 法通过数据分段和加窗，有效降低谱估计的方差，同时又不使分辨力遭到严重破坏，是一种有效的谱估计方法。功率谱计算过程如下：

该方法是将长度为 N 的信号序列 $x(n)$ 分成 k 段，每段长度 L ，使 $N=KL$ ，则有 $x_i(n) = x[n + (i-1)L]$ ， $0 \leq N \leq L-1$ ， $i = 1, 2, \dots, k$ ，用窗函数 $w(n)$ 给每段序列加权后用式 (1) 求出周期图：

$$px_i(e^{jw}) = \frac{1}{LU} \left| x_i(n)w(n)e^{-jwn} \right|^2, \quad i = 1, 2, \dots, k$$

式中： $U = \frac{1}{L} \sum_{n=0}^{L-1} w^2(n)$ ，为窗口序列的能量，由此可得，功率谱的估计值为：

$$px(e^{jw}) = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k P x_i(e^{jw})$$

其中，窗函数的选择很重要，合适的窗函数，可以减小信号的频谱泄露，同时也可以增加谱峰的宽度，从而提高分辨率。^[2]根据 [3]，我们采用切比雪夫窗，经计算绘制的呼吸功率谱如图 8 所示。

从图 8 可知，呼吸曲线的功率谱主要集中在频率较小的区域，大概在 1Hz 左右，与采用设计的算法相近，确保了所求呼吸频率的正确性。

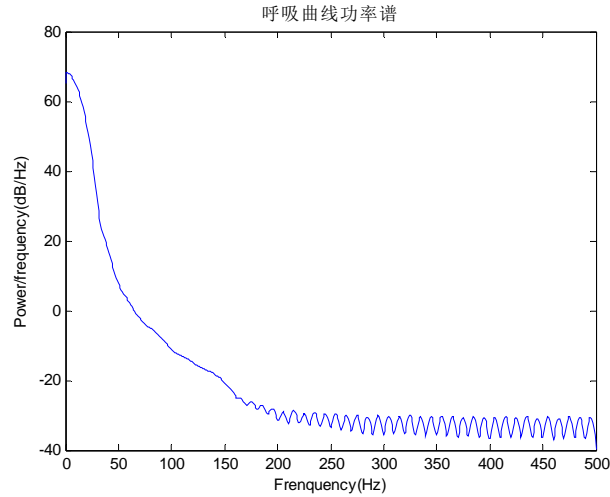


图 10 呼吸曲线功率谱

由于脑电波一般分为 4 个不同的基本节律 ($\delta, \theta, \alpha, \beta$ 节律)。在不同的生理或病理状态下脑电波节律有显著差异, 则可初步判断, 小鼠在睡眠状态下, 与呼吸相关联的脑电波为 δ 波。

5.2 问题二的模型与求解

为了更准确得到脑电波功率谱, 我们首先对 Ch11-Ch15 五个通道的电极数据, 进行加权平均处理得到一个综合反映脑电波的电位信号, 然后再求取加权后信号的功率谱。在求取加权电信号时, 权重的选择将直接影响结果处理的好坏。在综合考虑后, 我们首先求取五个通道组成的电极矩阵数据的相关系数矩阵, 再根据层次分析法中确定权重的方式求取相关系数矩阵特征根, 最后归一化处理即得到各通道的权重。

为判定小鼠脑电波是否有可能呼吸相关联, 我们首先根据函数的自相关性, 确定在睡眠状态下, 小鼠脑电波是有周期节律的。在此基础上, 我们采用功率谱法, 分析与呼吸相关联频率是否出现在功率谱上, 如果出现在功率谱上并占有很大比重, 那么小鼠脑电波的周期节律就可能与呼吸相关。

5.2.1 加权电位信号的获得

设测得的五个通道的局部电位分别为: $A(n \times 5)$, 其中 n 为通道测得的数值个数。对其做相关性分析, 可得到相关系数矩阵:

$$X = \begin{bmatrix} 1 & 0.8108 & 0.8513 & 0.9169 & 0.83 \\ 0.8108 & 1 & -0.8909 & 0.7759 & 0.6091 \\ 0.8513 & 0.8909 & 1 & 0.8938 & 0.7080 \\ 0.9169 & 0.7759 & 0.8983 & 1 & -0.2006 \\ 0.8300 & 0.6091 & 0.7080 & 0.8983 & 0.8983 \end{bmatrix}$$

由相关系数矩阵可以得到其特征向量为:

$$X = \begin{bmatrix} 0.4613 & 0.0827 & 0.1838 & 0.6560 & -0.5624 \\ 0.4267 & -0.6175 & -0.1859 & 0.3060 & 0.5554 \\ 0.4545 & -0.3490 & 0.4891 & -0.6142 & -0.2351 \\ 0.4694 & 0.2199 & -0.7698 & -0.3140 & -0.2006 \\ 0.4224 & 0.6646 & 0.3160 & -0.0159 & 0.5289 \end{bmatrix}$$

特征值为：

$$\beta = [4.2815 \quad 0.4629 \quad 0.0319 \quad 0.1221 \quad 0.1017]$$

最大特征值对应特征向量为：

$$\omega = [0.4613 \quad 0.4267 \quad 0.4545 \quad 0.4694 \quad 0.4224]^T$$

将特征向量归一化(即 $\sum_{i=1}^n \omega_i = 1$)处理，得到归一化系数为：

$$k = [0.2065 \quad 0.1910 \quad 0.2034 \quad 0.2100 \quad 0.1891]^T$$

该向量即对应了 Ch11~Ch15 通道的加权系数。

则可得到加权后信号图为：

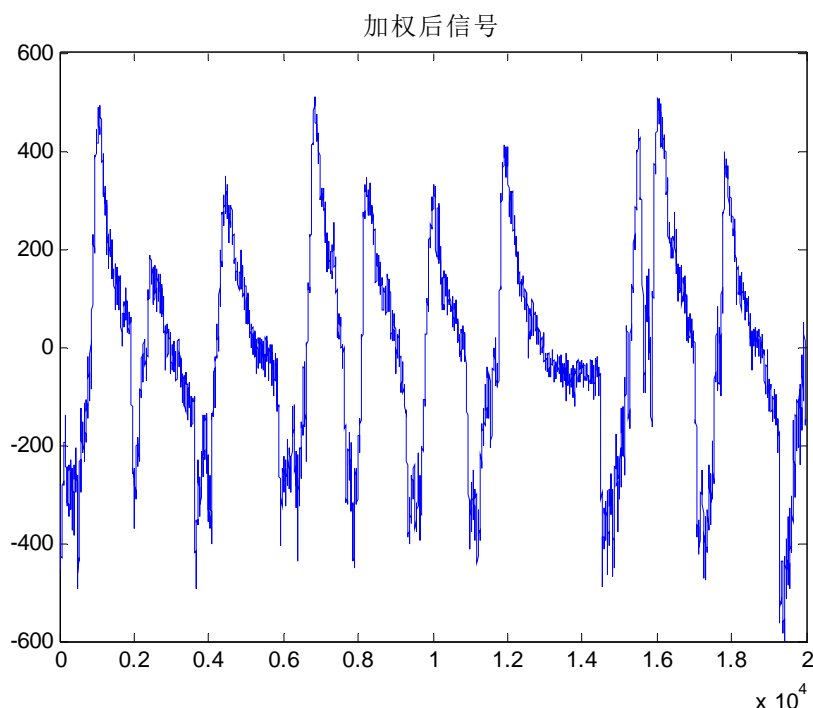


图 11 小鼠睡眠状态下加权平均脑电波

5.2.2 自相关性及其与周期性关系

自相关函数是信号在时域中特性的平均度量，他用来描述信号在一个时刻的取值与另一个时刻取值的依赖关系，其定义式为

$$R_{xx}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T x(t)x(t+\tau)dt$$

对于周期信号，积分平均时间 T 为周期信号。对于有限时间内的信号，例如单个脉冲，当 T 趋于无限大是，该平均值将趋于零，这时自相关函数可用下式计算

$$R_{xx}(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)x(t+\tau)dt$$

自相关函数就是信号 $x(t)$ 和它的时移信号 $x(t+T)$ 乘积的平均值，它是时移变量 T 的函数。

根据以上自相关函数的定义，我们可以用自相关函数来判断其是否具有周期节律。其推导过程如下：

设观察到的信号 $x(n)$ 由真正的信号 $s(n)$ 和白噪声 $u(n)$ 所组成，即 $x(n) = s(n) + u(n)$ 。假定 $s(n)$ 是周期的，周期为 M ， $x(n)$ 的长度为 N ，且 $N \gg M$ ，那么 $x(n)$ 的自相关

$$\begin{aligned} r_x(m) &= \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} [s(n) + u(n)][s(n+m) + u(n+m)] \\ &= r_s(m) + r_{us}(m) + r_{su}(m) + r_u(m) \end{aligned}$$

式中 $r_{us}(m)$ 和 $r_{su}(m)$ 是 $s(n)$ 和 $u(n)$ 的互相关，一般噪声是随机的，和 $s(n)$ 信号应无相关性，这两项应该很小， $r_u(m)$ 是噪声的自相关函数，由后面的讨论可知， $r_u(m)$ 主要集中在 $m=0$ 处有值，当 $|m| > 0$ 时，应该衰减很快。因此 $s(n)$ 若是以为 M 周期的，那么 $r_s(m)$ 也应该是周期的，且周期为 M ，这样， $r_x(m)$ 也将呈现周期变化，且在 $m=0, M, 2M, \dots$ 处出现峰值，从而揭示出隐含在 $x(n)$ 中的周期性。由于 $x(n)$ 总为有限长，所以这些峰值将是逐渐衰减的，且 $r_x(m)$ 的最大延迟应远小于数据长度 N 。

由以上公式及推到，我们对睡眠状况下小鼠加权后的脑电波求取自相关函数，得到如下图所示函数图像，由图像可知，在时序上，其自相关函数波峰有规律的出现，因此，在睡眠状况下，小鼠的脑电波具有周期节律性。

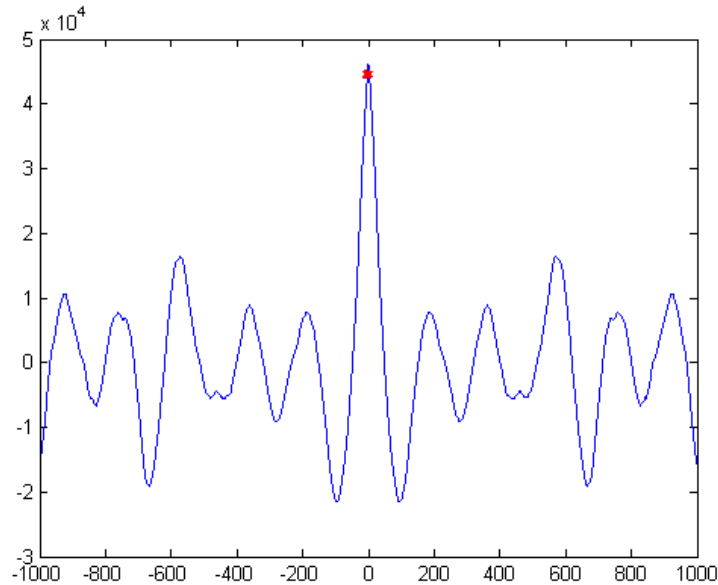


图 12 小鼠脑电波自相关函数

5.2.3 功率谱分析

根据问题一中功率谱的求解方式，可得到如下图小鼠脑电波功率谱。由图可知，小鼠睡眠状态下，低频脑电波信号起主导作用，通过问题一，我们已经知道，小鼠的呼吸主要是频率在 1Hz 左右的低频信号，因此，而起主导作用的恰好是低频信号，因此，在睡眠状态下，小鼠脑电波的周期节律有很大的可能

与呼吸相关联。因此，所给结论是正确的。

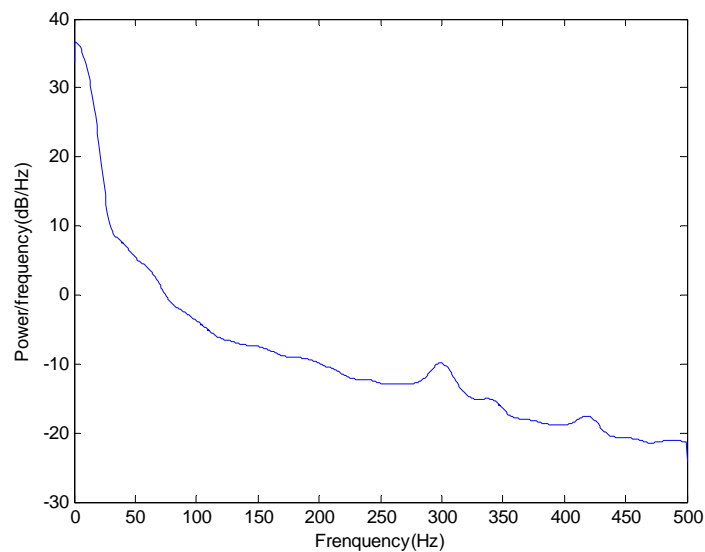


图 13 小鼠脑电波功率谱图

5.3 问题三的模型与求解

要判断某信号是否具有周期性，最直观的方式就是画出其时域的波形图，观察其是否出现周期性的震荡。但是，由于外界信号的干扰，用此种方法去判断信号的周期性总是很难凑效，鉴于此我们根据信号的自相关函数来判断其是否具有周期性。问题二中已对自相关函数以及其能判定周期性的原理做过探讨，此处不再赘述。总之，在得到自相关函数后，我们可以根据自相关函数来判断原信号是否具有周期性。

5.3.1 基于自相关函数的视觉感受区周期性判断

由于所给数据包含无刺激和有刺激两部分，我们将分别对两组数据进行研究分析，来判断小鼠视觉感受区的电位信号是否具有周期性。

(1) 无视觉刺激

首先，我们按照问题二的方式，对五个通道的数据进行加权平均后得到其时域波形图，如下图 14 所示。可知，从该图很难判断是否有周期性变化，因此我们使用自相关函数法来判断其是否有周期性。

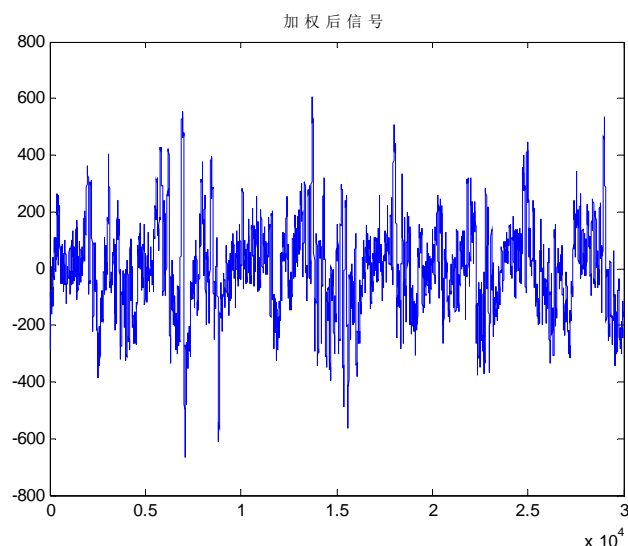


图 14 加权后波形图

如下图 15 所示，是其自相关函数图像，由图可知，其波峰按照时间规律有节律出现，但是峰值大小逐渐衰减。综合考虑可知：对于小鼠清醒状态无视觉刺激情况下的视觉感受区的局部电位信号，就其频率特性而言具有周期性变化，就其振幅特性来讲是非周期的时间序列。

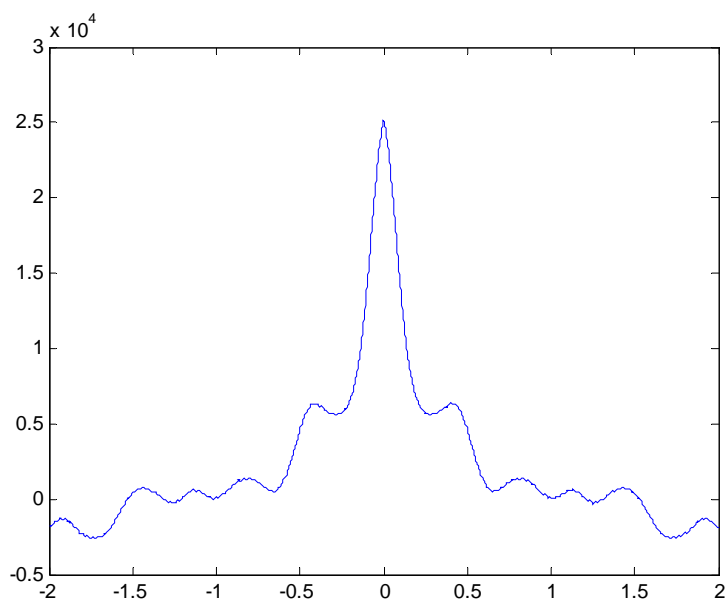


图 15 自相关函数

(2) 有视觉刺激

类似无视觉刺激，可得到含有视觉刺激时候的加权时域信号和其自相关函数图像如下所示，可知有着与无视觉刺激类似的结论。即对于小鼠清醒状态有视觉刺激情况下的视觉感受区的局部电位信号，就其频率特性而言具有周期性变化，就其振幅特性来讲是非周期的时间序列。

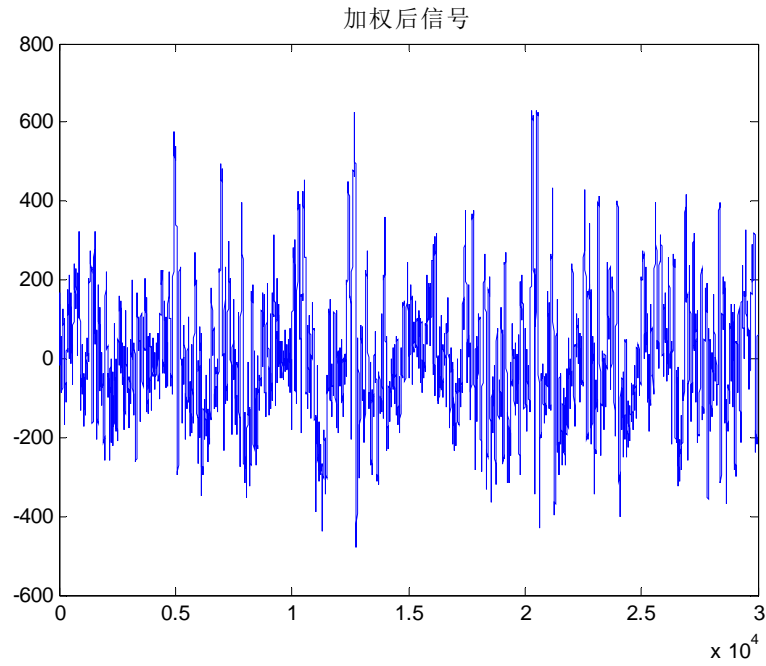


图 16 有视觉刺激加权后信号

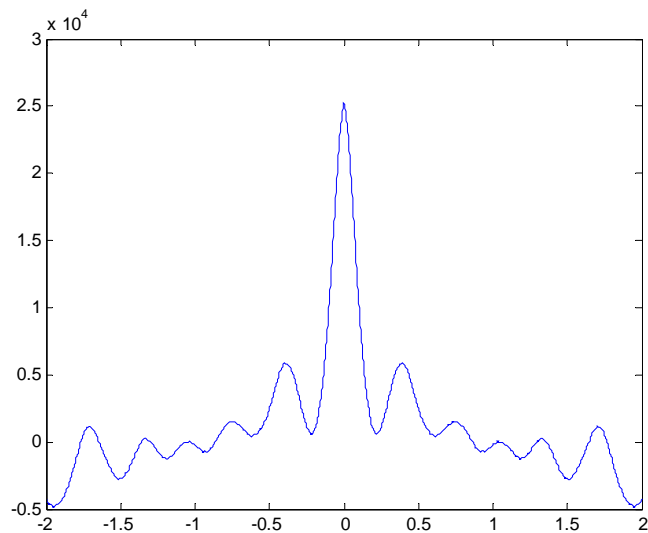


图 17 自相关函数

5.3.2 基于相关函数的周期关系判断

两信号之间的互相关关系，是指两信号波形的相似程度，即在时间轴上的位置差别。下面说明互相关函数的求取方式。

定义

$$r_{xy}(m) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n)y(n+m)$$

为信号 $x(n)$ 和 $y(n)$ 的互相关函数。该式表示， $r_{xy}(m)$ 在时刻 m 时的值，等于将 $x(n)$ 保持不动而 $y(n)$ 左移 m 个抽样周期后两个序列对应相乘再相加的结果。

此外我们定义

$$\rho_{xy} = \sum_{n=0}^{\infty} x(n)y(n) / [\sum_{n=0}^{\infty} x^2(n) \sum_{n=0}^{\infty} y^2(n)]^{1/2}$$

为 $x(n)$ 和 $y(n)$ 的相关系数。式中分母等于 $x(n)$, $y(n)$ 各自能量乘积的开方, 即 $\sqrt{E_x E_y}$, 它是一常数, 因此 ρ_{xy} 的大小由分子

$$r_{xy} = \sum_{n=0}^{\infty} x(n)y(n)$$

来决定。 r_{xy} 也称为 $x(n)$ 和 $y(n)$ 的相关系数, 由许瓦兹不等式, 有

$$|\rho_{xy}| \leq 1$$

则可根据相关系数取值大小来判断两信号具体关系。

相关系数 ρ_{xy} 的值介于 -1 与 +1 之间, 即 $-1 \leq \rho_{xy} \leq +1$ 。其性质如下:

当 $\rho_{xy} > 0$ 时, 表示两变量正相关, $\rho_{xy} < 0$ 时, 两变量为负相关。

当 $\rho_{xy} = 1$ 时, 表示两变量为完全线性相关, 即为函数关系。

当 $\rho_{xy} = 0$ 时, 表示两变量间无线性相关关系。

当 $0 < |\rho_{xy}| < 1$ 时, 表示两变量存在一定程度的线性相关。且 $|\rho_{xy}|$ 越接近 1, 两变量间线性关系越密切; $|\rho_{xy}|$ 越接近于 0, 表示两变量的线性相关越弱。一般可按三级划分: $|\rho_{xy}| < 0.4$ 为低度线性相关; $0.4 \leq |\rho_{xy}| < 0.7$ 为显著性相关; $0.7 \leq |\rho_{xy}| < 1$ 为高度线性相关。

(1) 无视觉刺激

根据互相关函数和相关系数定义, 可得到其相关函数图像和相关系数, 其中相关系数 $|\rho_{xy}| = 0.9991$, 根据以上原理, 可知, 在小鼠清醒且无视觉刺激时, 其视觉感受区局部电位信号的周期性变化与小鼠呼吸所对应的脑电波的周期性是高度线性关系。

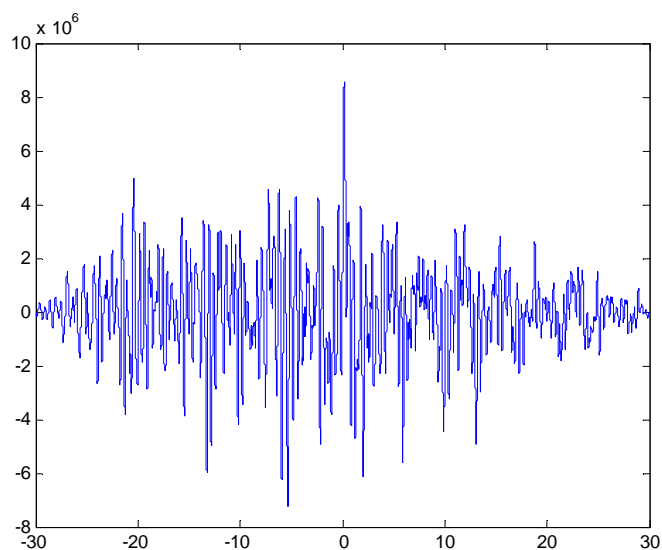


图 18 相关函数

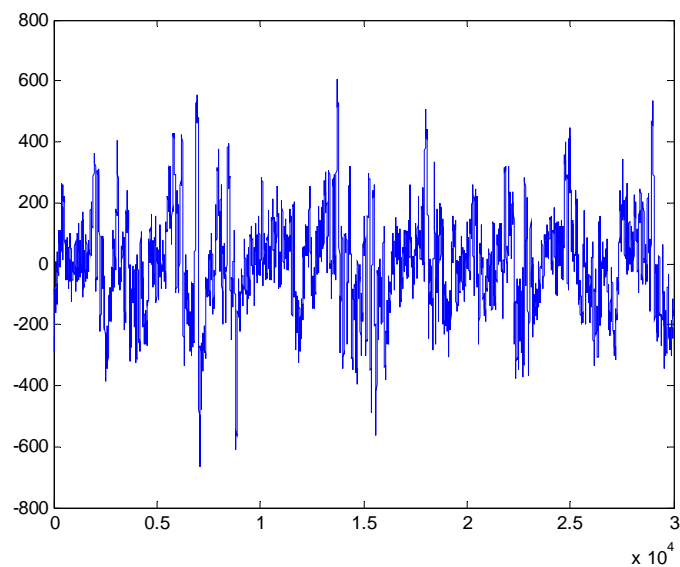


图 19 加权的局部电位信号变化

(2)有视觉刺激

同无视觉刺激计算方式类似，可得到其相关函数和相关系数，其中相关系数 $|\rho_{xy}| = 0.9764$ ，可知，在小鼠清醒且有视觉刺激时，其视觉感受区局部电位信号的周期性变化与小鼠呼吸所对应的脑电波的周期性是高度线性关系。

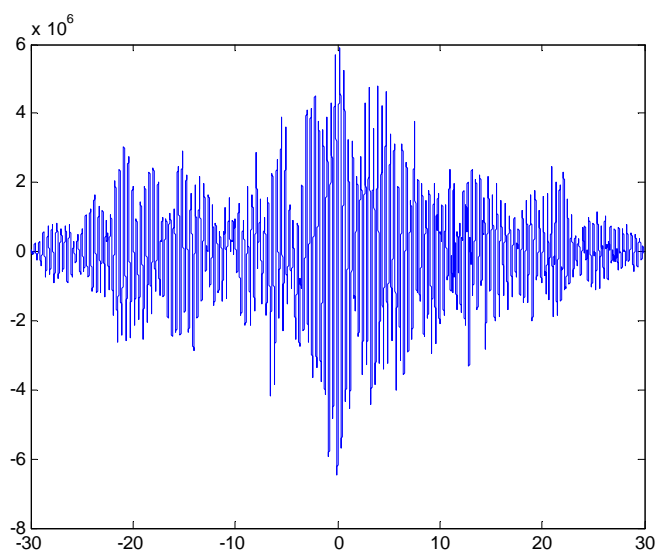


图 20 相关函数

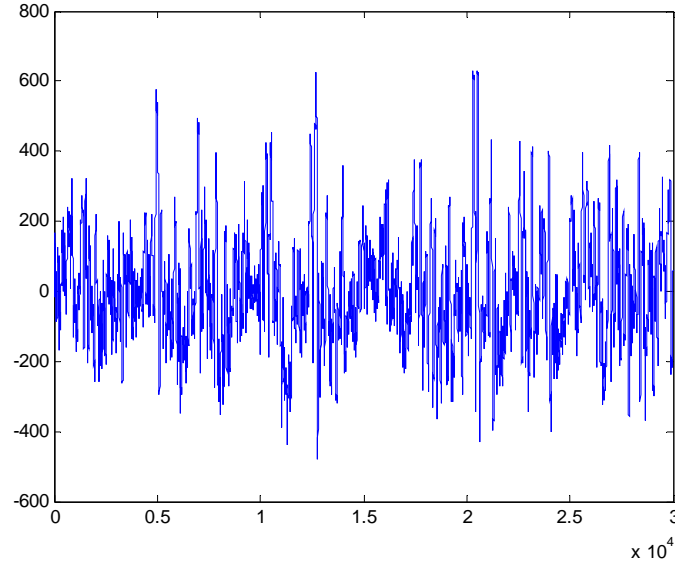


图 21 加权的局部电位信号变化

5.4 问题四的模型与求解

问题四，我们通过两个模型的角度来分离与呼吸相关的脑电波的信号。

其一，盲源分离作为盲信号处理的重要组成部分，是指在源信号和传输通道参数未知的情况下，根据输入源信号的统计特性，仅由观测信号恢复出源信号的过程。独立成分分析作为解决盲源分离问题的一种有效方法，已成为信号处理、神经网络（神经计算）、统计学的研究热点。我们使用 FastICA 算法对信号进行分离，然后画出各分离信号的能量图，然后根据问题一和问题二求得的与呼吸相关联的频率特性，选择在该频段能量密度大的信号作为与呼吸相关联的脑电波的信号。

其二，我们可以对时域数据进行 FFT 傅里叶变换，将其转化为频域内的图谱。得到频域内的图谱之后，可以将要分离的脑电波之外的频率数据设为 0。只留下需要分离的脑电波的频率波段的数据，然后再运用傅里叶反变换的思想，将频域的波形重构到时域内的波形。实现分离的波形的重构。则此时重构得到的时域信号，即是要分离的。

5.4.1 基于负熵最大的 FastICA 算法原理

由信息论理论可知：在所有等方差的随机变量中，高斯变量的熵最大，因而我们可以利用熵来度量非高斯性，常用熵的修正形式，即负熵。根据中心极限定理，若一随机变量 X 由许多相互独立的随机变量 $S_i (i=1,2,3,...N)$ 之和组成，只要 S_i 具有有限的均值和方差，则不论其为何种分布，随机变量 X 较 S_i 更接近高斯分布。换言之， S_i 较 X 的非高斯性更强。因此，在分离过程中，可通过对分离结果的非高斯性度量来表示分离结果间的相互独立性，当非高斯性度量达到最大时，则表明已完成对各独立分量的分离。

负熵的定义：

$$N_g(Y) = H(Y_{Gauss}) - H(Y)$$

式中， Y_{Gauss} 是一与 Y 具有相同方差的高斯随机变量， $H(\cdot)$ 为随机变量的微分熵

$$H(Y) = -\int p_Y(\xi) \lg p_Y(\xi) d\xi$$

根据信息理论, 在具有相同方差的随机变量中, 高斯分布的随机变量具有最大的微分熵。当 Y 具有高斯分布时, $N_g(Y) = 0$; Y 的非高斯性越强, 其微分熵越小, $N_g(Y)$ 值越大, 所以 $N_g(Y)$ 可以作为随机变量 Y 非高斯性的测度。由于根据式计算微分熵需要知道 Y 的概率密度分布函数, 这显然不切实际, 于是采用如下近似公式:

$$N_g(Y) = \left\{ E[g(Y)] - E[g(Y_{Gauss})] \right\}^2$$

其中, $E[\cdot]$ 为均值运算; $g(\cdot)$ 为非线性函数, 可取 $g_1(y) = \tanh(a_1 y)$, 或 $g_2(y) = y \exp(-y^2/2)$ 或 $g_3(y) = y^3$ 等非线性函数, 这里, $1 \leq a_1 \leq 2$, 通常我们取 $a_1 = 1$ 。

快速 ICA 学习规则是找一个方向以便 $W^T X$ ($Y = W^T X$) 具有最大的非高斯性。这里, 非高斯性用式给出的负熵 $N_g(W^T X)$ 的近似值来度量, $W^T X$ 的方差约束为 1, 对于白化数据而言, 这等于约束 W 的范数为 1。FastICA 算法的推导如下。首先, $W^T X$ 的负熵的最大近似值能通过 $E\{G(W^T X)\}$ 进行优化来获得。根据 Kuhn-Tucker 条件, 在 $E\{(W^T X)^2\} = \|W\|^2 = 1$ 的约束下, $E\{G(W^T X)\}$ 的最优值能在满足下式的点上获得。

$$E\{Xg(W^T X)\} + \beta W = 0$$

这里, β 是一个恒定值, $\beta = E\{W_0^T Xg(W_0^T X)\}$, W_0 是优化后的 W 值。下面我们利用牛顿迭代法解方程。用 F 表示式左边的函数, 可得 F 的雅可比矩阵 $JF(W)$ 如下:

$$JF(W) = E\{XX^T g'(W^T X)\} - \beta I$$

为了简化矩阵的求逆, 可以近似为式的第一项。由于数据被球化, $E\{XX^T\} = I$, 所以, $E\{XX^T g'(W^T X)\} \approx E\{XX^T\} \cdot E\{g'(W^T X)\} = E\{g'(W^T X)\} I$ 。因而雅可比矩阵变成了对角阵, 并且能比较容易地求逆。因而可以得到下面的近似牛顿迭代公式:

$$W^* = W - \left[E\{Xg(W^T X)\} - \beta W \right] / \left[E\{g'(W^T X)\} - \beta \right]$$

$$W = W^* / \|W^*\|$$

这里, W^* 是 W 的新值, $\beta = E\{W^T Xg(W^T X)\}$, 规格化能提高解的稳定性。简化后就可以得到 FastICA 算法的迭代公式:

$$W^* = E\{Xg(W^T X)\} - E\{g'(W^T X)\} W$$

$$W = W^* / \|W^*\|$$

5.4.2 基于负熵最大的 FastICA 算法基本步骤:

1. 对观测数据 X 进行中心化，使它的均值为 0；
2. 对数据进行白化， $X \rightarrow Z$ 。
3. 选择需要估计的分量的个数 m ，设迭代次数 $p \leftarrow 1$
4. 选择一个初始权矢量（随机的） W_p 。
5. 令 $W_p = E\{Zg(W_p^T Z)\} - E\{g'(W_p^T Z)\}W$ ，非线性函数 g 的选取见前文。
6. $W_p = W_p - \sum_{j=1}^{p-1} (W_p^T W_j) W_j$ 。
7. 令 $W_p = W_p / \|W_p\|$ 。
8. 假如 W_p 不收敛的话，返回第 5 步。
9. 令 $p = p + 1$ ，如果 $p \leq m$ ，返回第 4 步。

5.4.3 睡眠状态下，FastICA 算法的应用

(1) FastICA 信号分解

将以上处理后，可得到分离的信号

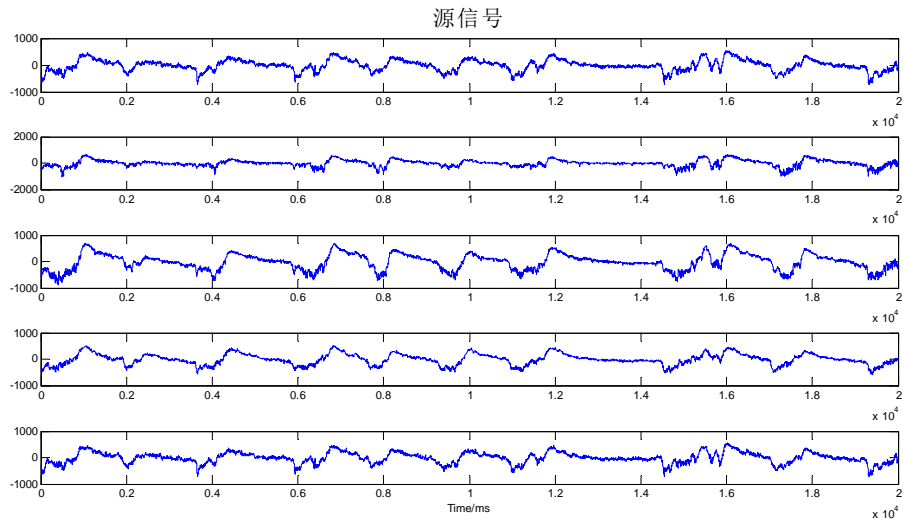


图 22 Ch11—Ch15 测得的电信号

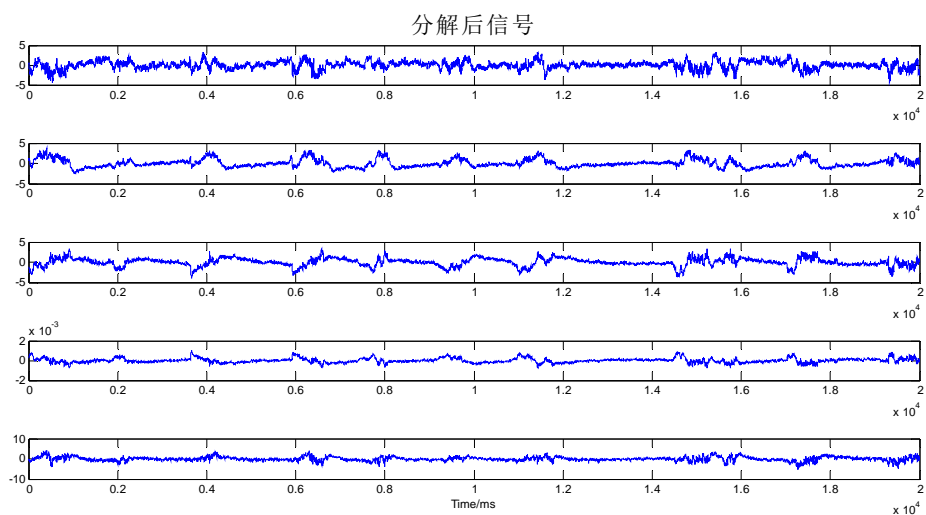


图 23 分解后的信号

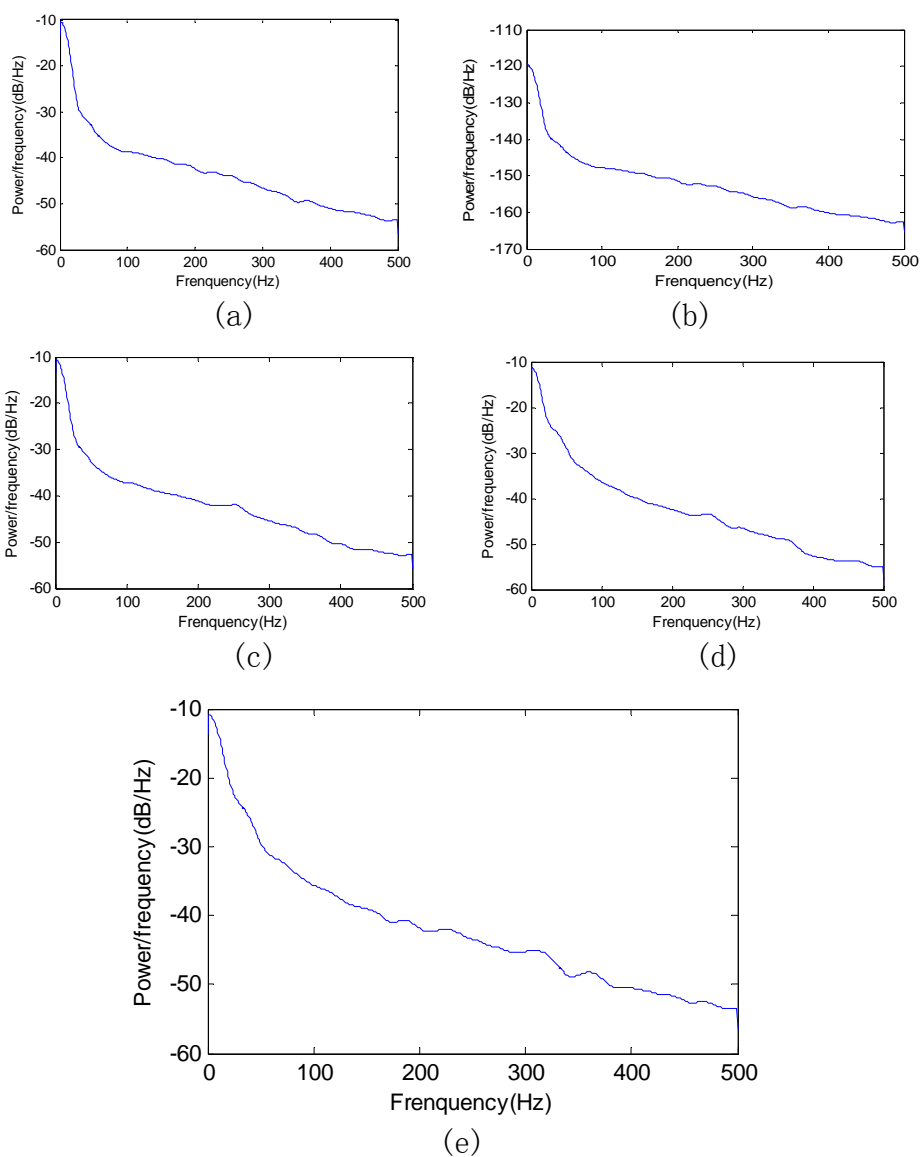


图 24 分解信号一次对应的能量谱

由上述五个图，选择在该频段能量密度大的信号作为与呼吸相关联的脑电波的信号。

(2) 分离出的与呼吸相关的脑电波信号

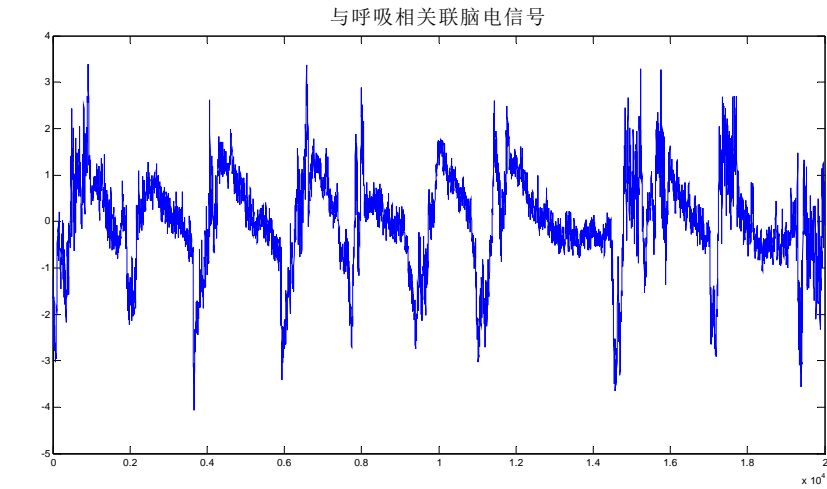


图 25 与呼吸相关的电信号

5.4.4 清醒状态下，FastICA 算法的应用

(1)FastICA 信号分解

将以上处理后，可得到分离的信号

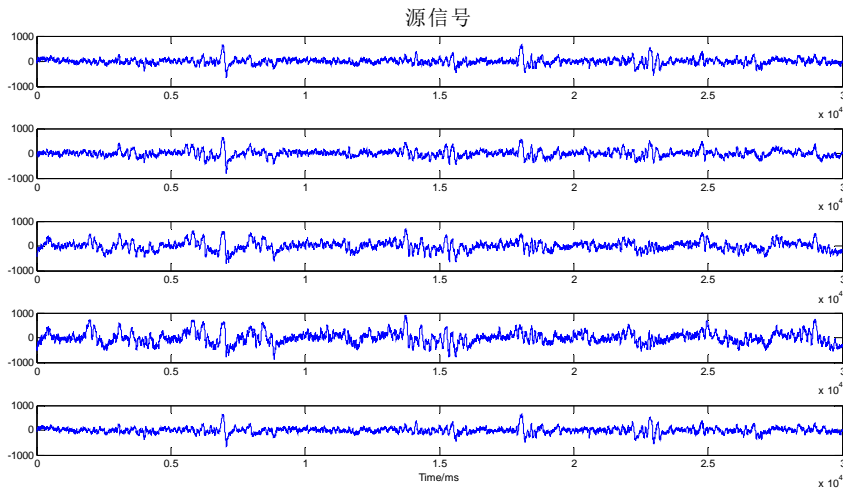


图 26 Ch11—Ch15 测得的电信号

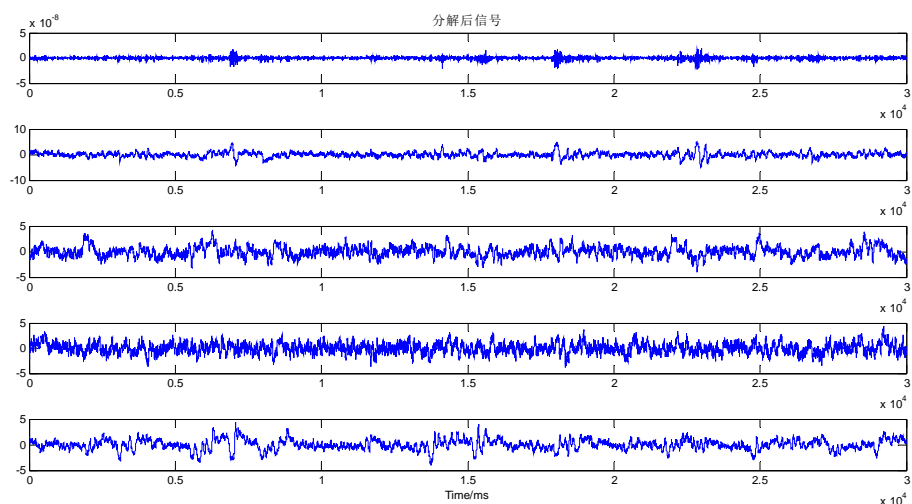


图 27 分离的电信号

(2) 分解后能量谱

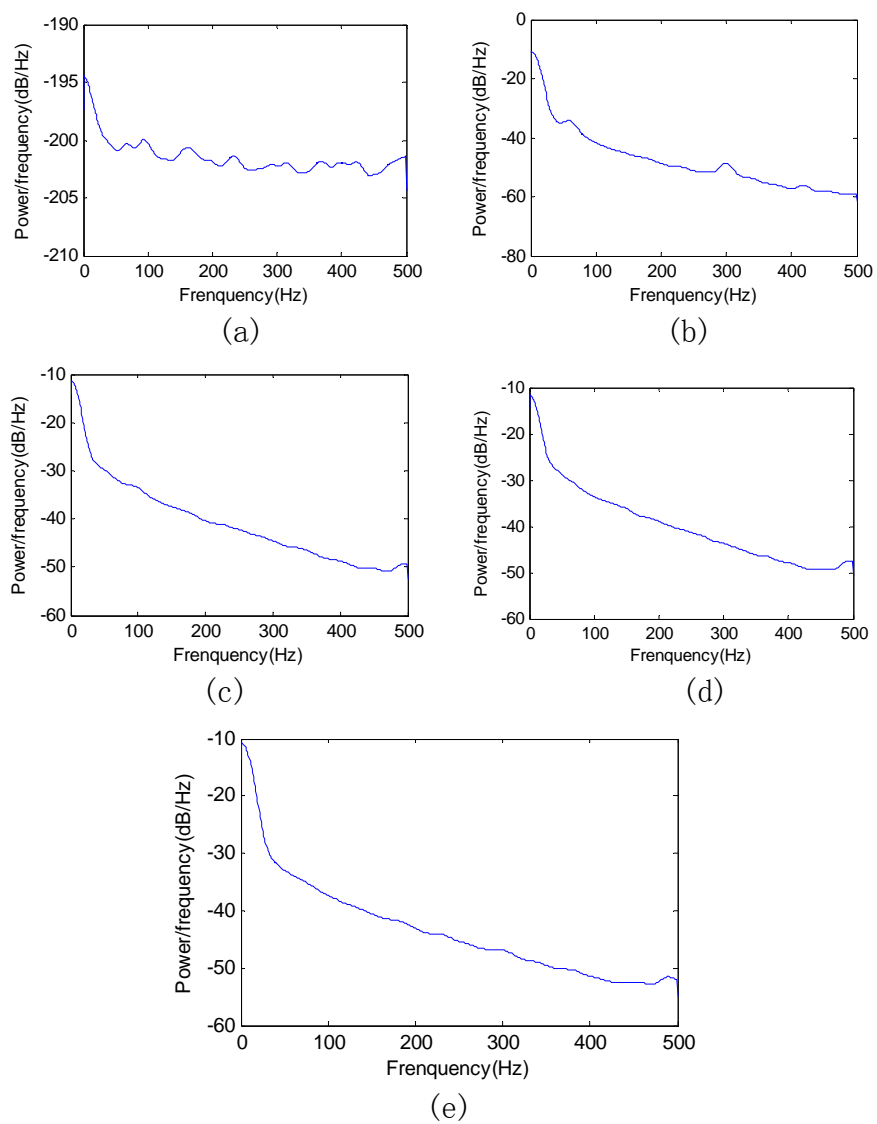


图 28 与分离信号相对应的能量谱

由上述五个图，选择在该频段能量密度大的信号作为与呼吸相关联的脑电波的信号。

(3) 分离出的与呼吸相关的脑电波信号

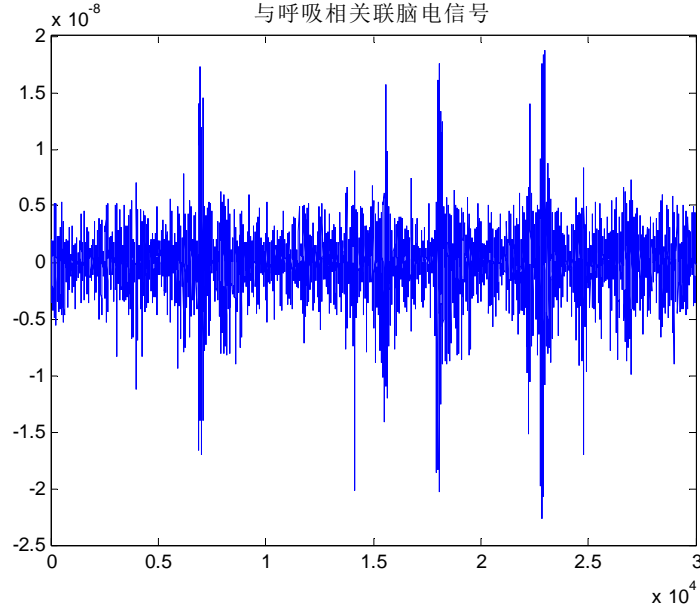


图 29 分离出的与呼吸相关联的电信号

5.4.5 睡眠状态下基于傅里叶变换的频率滤波和反傅里叶变换的波形重构

傅立叶原理表明：任何连续测量的时序或信号，都可以表示为不同频率的正弦波信号的无限叠加。所以，可以将盲源信号理解为各种不同频率波的叠加。和傅立叶变换算法对应的是反傅立叶变换算法。该反变换从本质上说也是一种累加处理，这样就可以将单独改变的正弦波信号转换成一个信号。因此，可以说，傅立叶变换将原来难以处理的时域信号转换成了易于分析的频域信号（信号的频谱），可以利用一些工具对这些频域信号进行处理、加工。最后还可以利用傅立叶反变换将这些频域信号转换成时域信号。对加工后的频域信号进行重构。进而得到时域想要分离的信号。

(1) 基于傅里叶变换的频率滤波

函数 $f(t)$ 的傅里叶变换为：

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t)e^{-i\omega t} dt$$

记作 $\zeta[f(t)]$ ，即 $F(\omega) = \zeta[f(t)]$ 。称为 $f(t)$ 的象函数，且

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} F(\omega)e^{i\omega t} d\omega$$

这是 $F(\omega)$ 的傅里叶逆变换，记为 $\zeta^{-1}[F(\omega)]$ ，即

$$f(t) = \zeta^{-1}[F(\omega)]$$

这样一来， $f(t)$ 和 $F(\omega)$ 构成一个傅里叶变换对，它们之间具有一一对应的对称形式。傅里叶变换具有明确的物理意义，通过傅里叶逆变换可以说明非周期函数是由许多频率的简谐波的叠加合成的，其包含了从零到无穷大的所有频率分量，而 $F(\omega)$ 是 $f(t)$ 中各频率分量的分布密度，因此称 $F(\omega)$ 是 $f(t)$ 的频谱密度函数，简称频谱函数，称 $F(\omega)$ 为 $f(t)$ 的振

幅频谱，简称频谱，其图形为频谱图。

根据傅里叶反变换，可将时域内的信号转换到频域的图形如下：

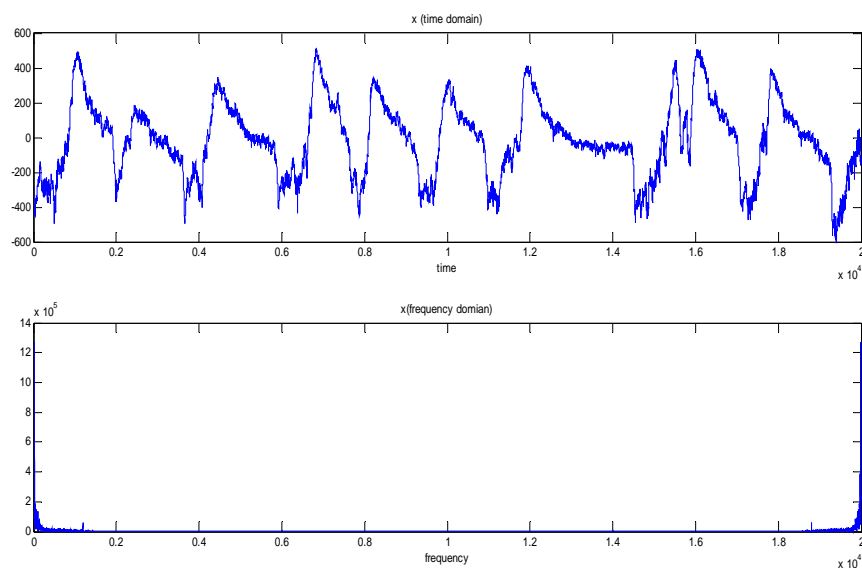


图 30 时域与频域图

由上图，将时域内的波转变到频域，在频域的基础上，将保留 0.5HZ 至 3.5HZ 之间的频率幅度数据，将其他波段的幅度值皆设为 0。则剩下的频域波段即为与呼吸相关所对应的脑电波的 δ 波。

(2) 基于反傅里叶变换的波形重构

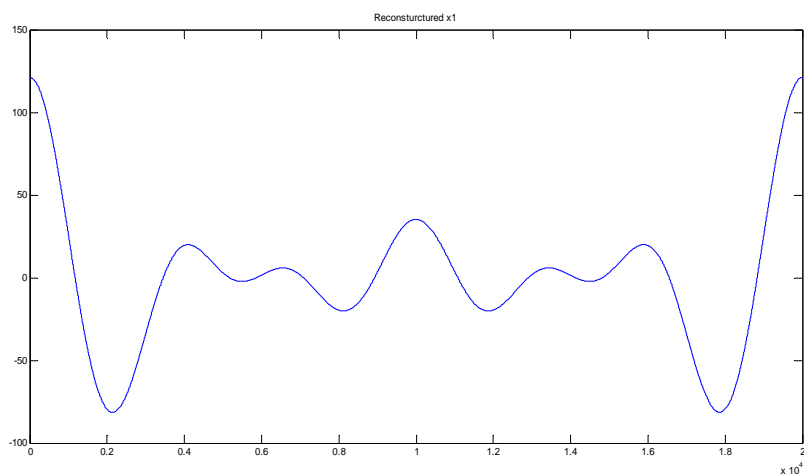


图 31 与呼吸相关的脑电波信号图

上图即为将频域内的波转换到时域时所重构出来的，即睡眠状态下，与呼吸相关的脑电波信号图。

5.4.6 清醒无视觉刺激状态下基于傅里叶变换的频率滤波和反傅里叶变换的波形重构

(1) 基于傅里叶变换的频率滤波

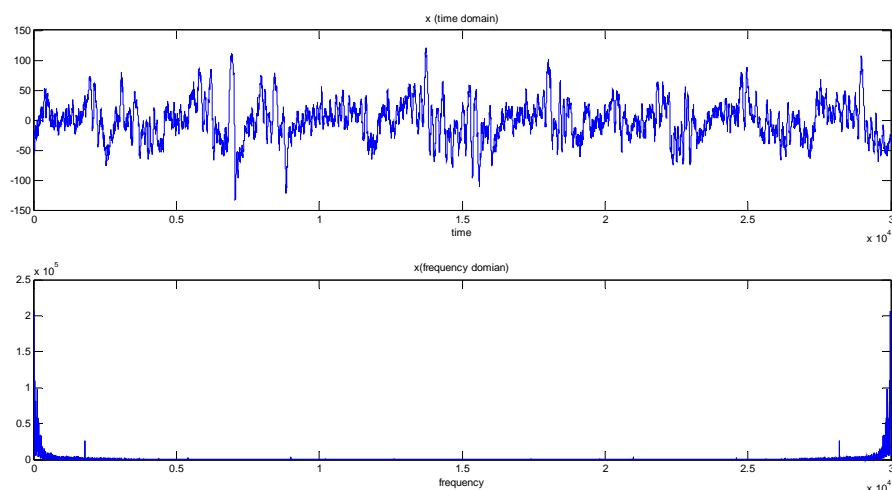


图 32 时域和频域图

由上图，将时域内的波转变到频域，在频域的基础上，将保留 0.5HZ 至 3.5HZ 之间的频率幅度数据，将其他波段的幅度值皆设为 0。则剩下的频域波段即为与呼吸相关所对应的脑电波的 δ 波。

(2) 基于反傅里叶变换的波形重构

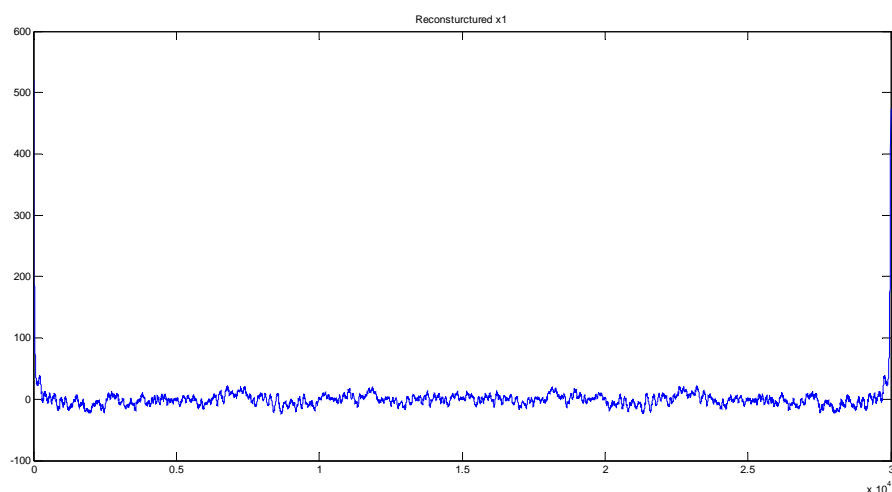


图 33 与呼吸相关的脑电波信号图

上图即为将频域内的波转换到时域时所重构出来的，即清醒无视觉刺激状态下，与呼吸相关的脑电波信号图。

由上述两个模型的结果，我们能够发现，FASTICA 算法能够进行较强的分离，一次可以分离出多个波。我们研究了一个改进算法，即把快速固定点算法（FASTICA）应用到频域分离算法，并利用一种投影技术，可一次分离出一个信号，实现卷及混合信号强分离。

5.5 问题五的模型与求解

在小鼠视觉刺激的时间曲线和功率谱的问题上，可以借用呼吸曲线处理的方法。得出刺激行为的相关联的脑电波是什么形式的。刺激时间曲线功率谱和

呼吸曲线功率谱对比，可理解为：影响这两种行为的脑电波信号的对比，就像 δ 波控制呼吸，某种波控制刺激一样。这种方式下形成对比。

利用问题 4 的分离模型，得出刺激相关的脑电波信号成分和与呼吸相关的脑电波信号成分，方法同问题 4。再验证视觉刺激和刺激脑电波之间的相关性，同问题 3，就相当于视觉刺激曲线和小鼠刺激的脑电波作互相关，进行相关性分析。

最后，将黑白图像刺激方式作为一个序列，白黑图像刺激方式作为另外一个序列。用问题一的思路，得到两中序列的功率谱图，分析两个序列各自与刺激行为的相关联的脑电波的关联。进而说明脑电波成分中是否包含图形形状因素。

5.5.1 小鼠视觉刺激的时间曲线特性

(1) 刺激时间曲线降噪处理

小鼠视觉刺激的时间曲线有较强的信号干扰，为此，我们利用问题一的思想，对时间曲线进行小波去噪，在这里，我们采用了 DB8 的小波去噪方式，对原始信号进行降噪处理，如图 5.1 所示。其具体降噪原理，可参见问题一。

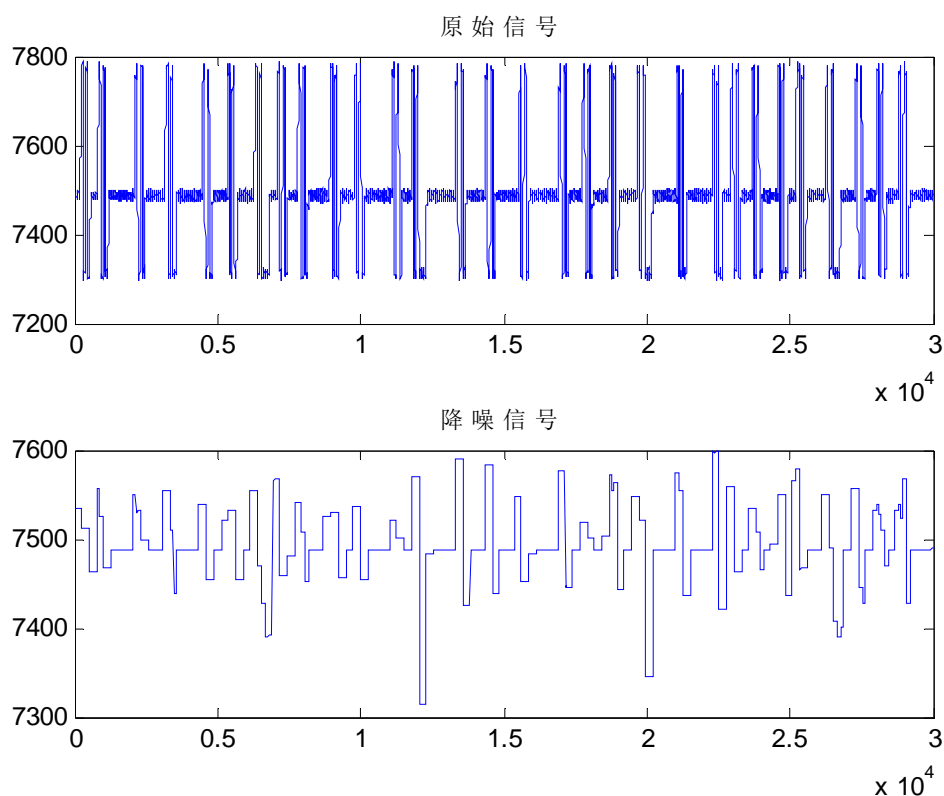


图 34 视觉刺激降噪前后曲线

由上图可明显看出，源信号得到了很好的降噪处理。

(2) 刺激时间曲线功率谱和呼吸曲线功率谱

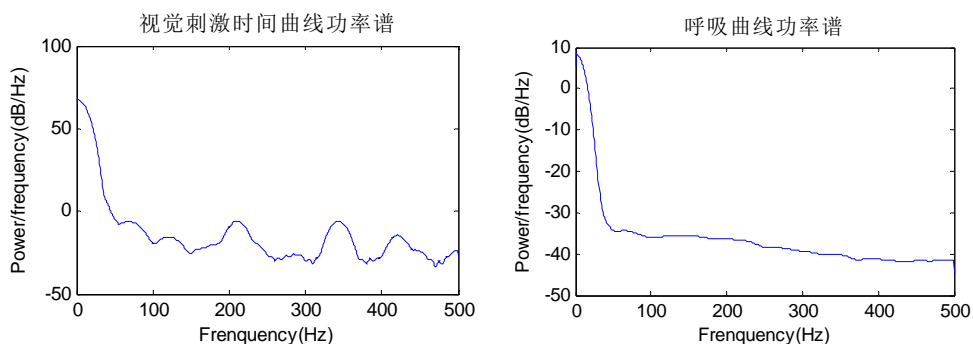


图 35 呼吸曲线功率谱

由上图可以看出，视觉刺激时间曲线的功率谱和呼吸曲线的功率谱呈现出强相关。

5.5.2 小鼠视觉刺激脑电波信号分离

(1) 分离后信号

根据问题四建立的模型，我们可以从小鼠在清醒状态下，受视觉刺激的局部电位信号中，分离出与 Checkboard 刺激相关的脑电波信号成分和可能与呼吸相关的脑电波信号成分。其图如下所示：

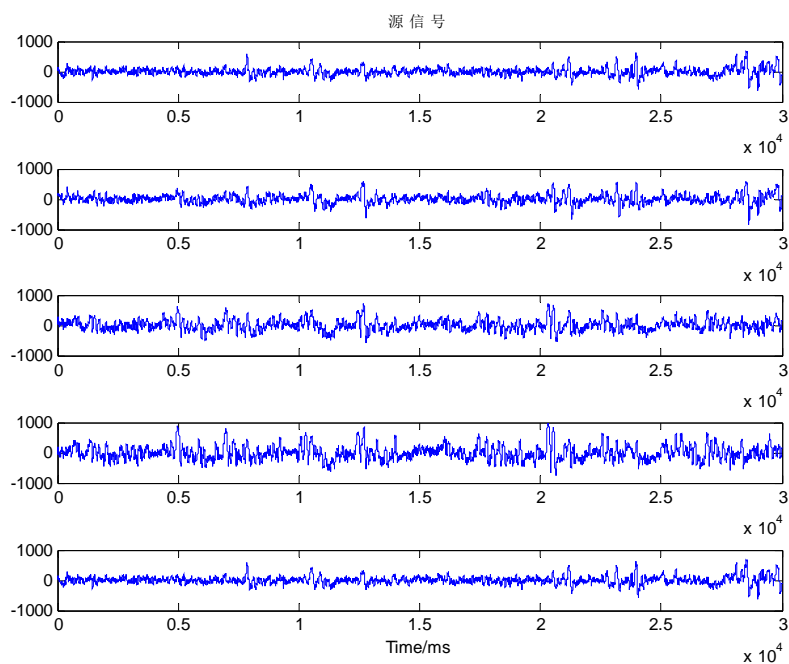


图 36 分离前信号

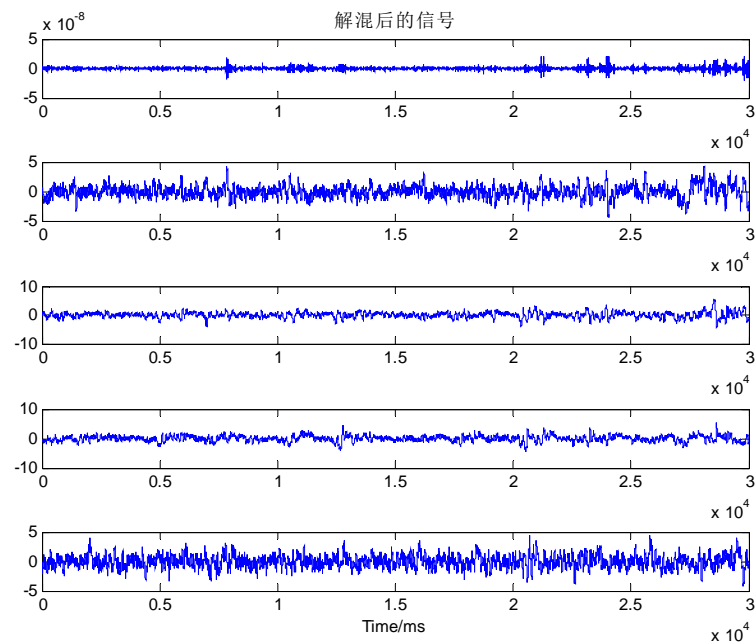


图 37 分离后信号

(2) 分解后能量谱

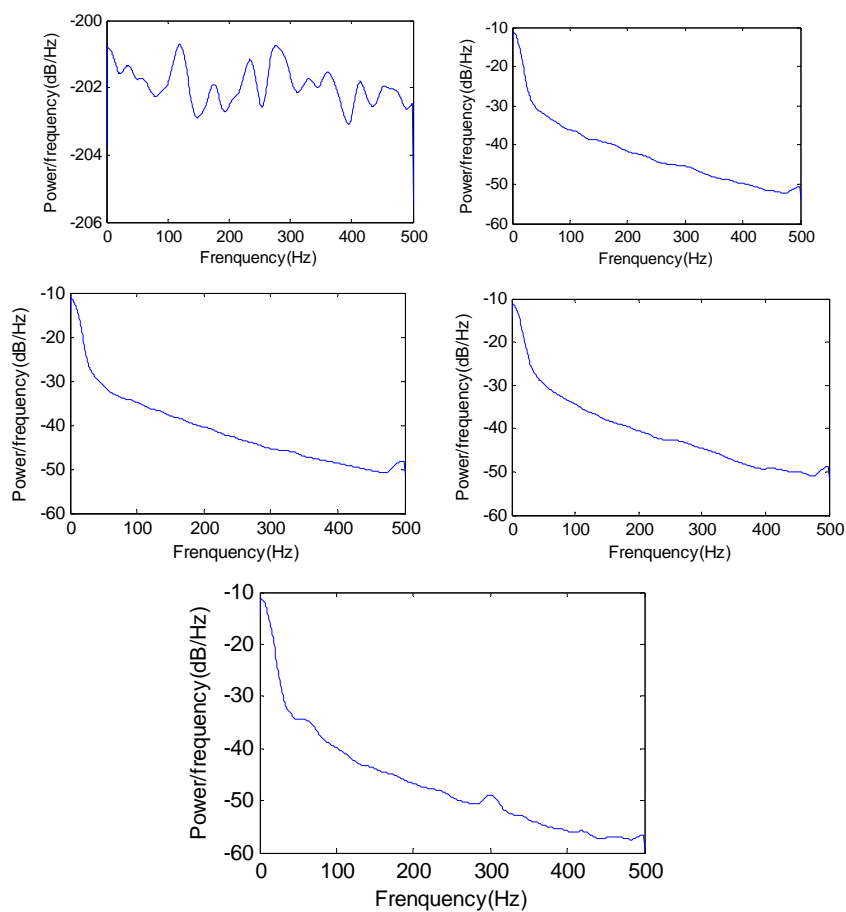


图 38 与分离信号对应的功率谱

(3) 小鼠视觉刺激脑电波信号成分与视觉刺激之间的相关性

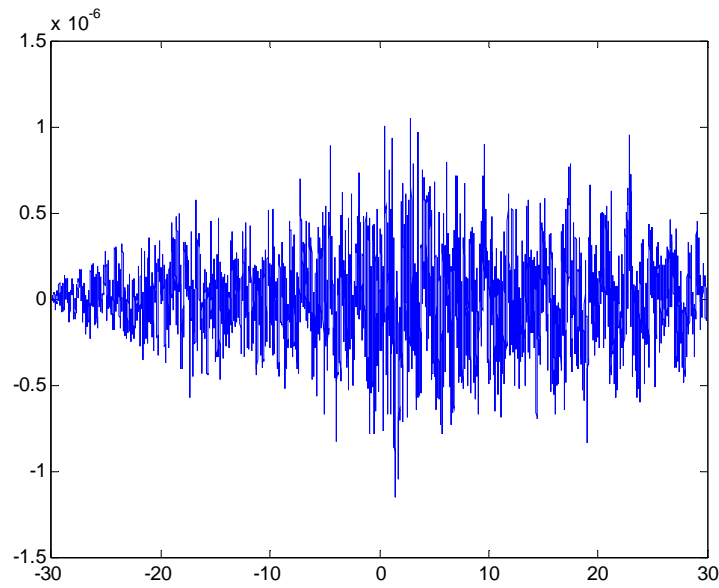


图 39 相关函数

5.5.3 小鼠视觉刺激脑电波信号成分与图形形状因素之间的相关性

为得到图形形状因素，我们将刺激电波信号去噪处理，使其近似平滑，如图所示，如此便可以使用问题一里的处理方式，寻找波峰波谷点，可得到如图所示结果，具体数据如表 2 所示。

观察 Ch18 数据，并手动点选升起下降最快线可知，两线间相差大约 200 个数据点，再根据视觉刺激电波功率谱可知在 200 左右出现波动，综合考虑可知，这便是开关频率。因此，在每个峰值点，左右两侧，各相距 100 个数据点处定义为开关状态量。将所得数据与分离的与视觉刺激相关的成分进行比较，得到图所示的图像。

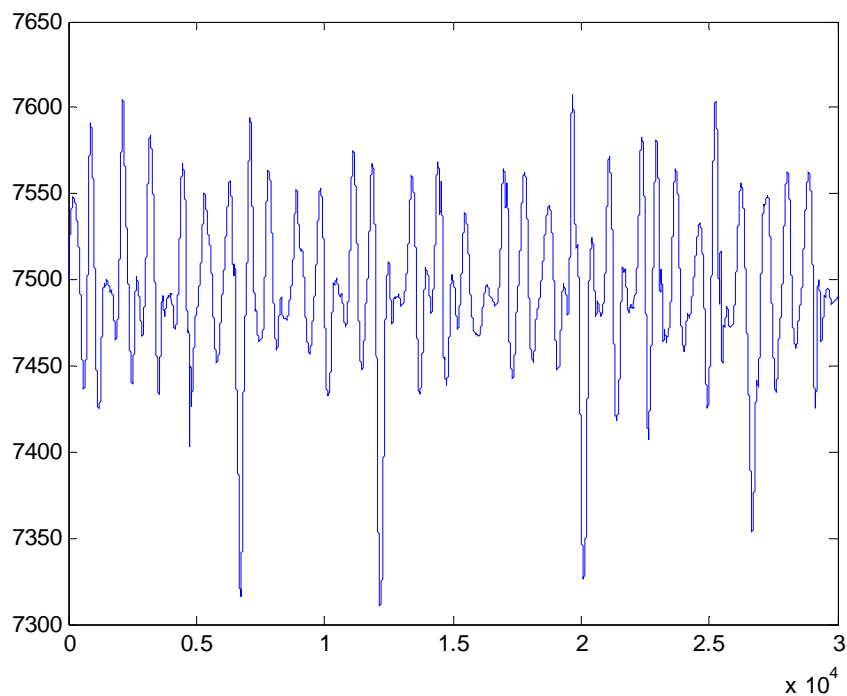


图 40 小波降噪后信号

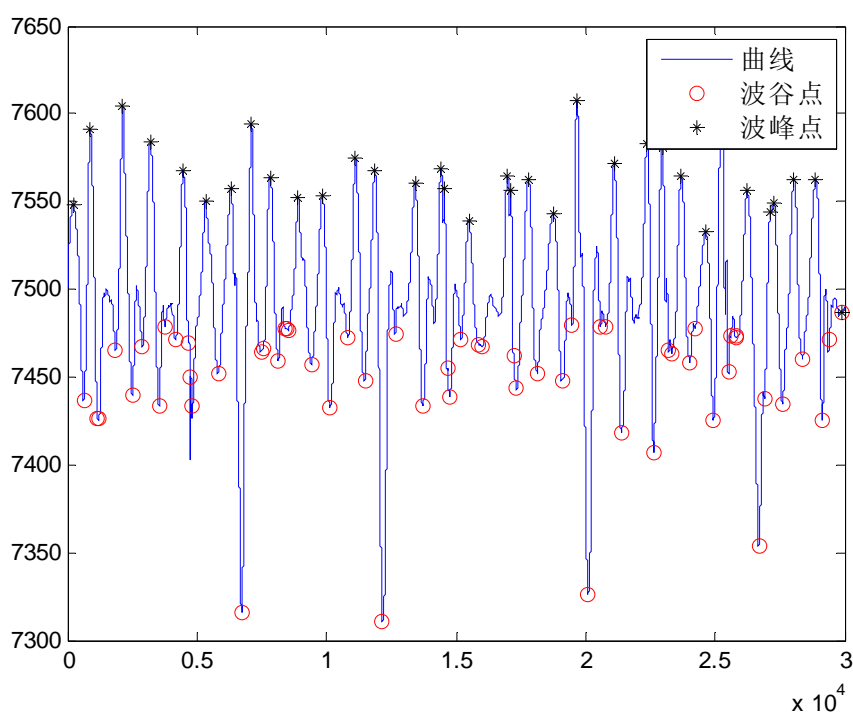


图 41 标记的波峰波谷点

表 2 波峰波谷点对应数值

时间	幅值	时间	幅值	时间	幅值	时间	幅值
226	7548.449	7476	7463.921	14751	7438.945	22635	7406.49
626	7437.049	7816	7563.926	15484	7538.831	22959	7581.013
883	7591.158	8150	7459.618	16033	7466.984	23330	7463.237
1169	7425.928	8908	7552.553	16980	7564.959	23686	7564.334
2141	7604.028	9423	7457.543	17114	7556.866	24028	7458.351
2497	7440.018	9844	7553.197	17330	7443.605	24634	7532.787
3197	7583.68	10138	7432.536	17800	7562.758	24945	7425.598
3536	7433.95	11121	7574.723	18134	7451.681	25244	7603.325
4469	7567.85	11475	7447.653	18760	7542.896	25529	7452.979
4828	7433.67	11865	7567.331	19103	7447.428	26241	7556.032
5331	7550.674	12165	7310.335	19657	7607.836	26691	7353.363
5825	7451.906	13422	7560.628	20101	7325.688	27138	7544.466
6310	7557.687	13703	7433.85	21106	7571.85	27283	7549.136
6723	7316.205	14418	7569.137	21380	7418.053	27606	7434.608
7104	7594.465	14556	7557.635	22379	7582.768	28049	7562.673

由上表可知黑白刺激、白黑刺激的时间序列，运用问题一的模型和算法，得出两种刺激的作用图像如下：

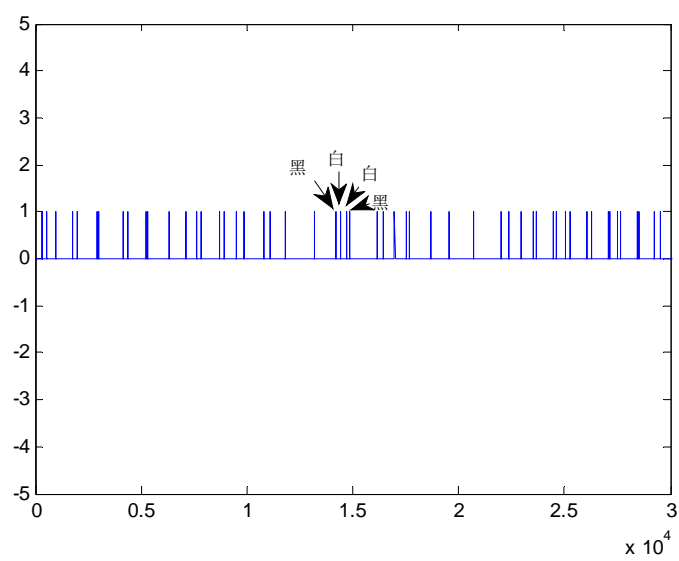


图 42 交叉刺激时间序列图

呼吸曲线功率谱

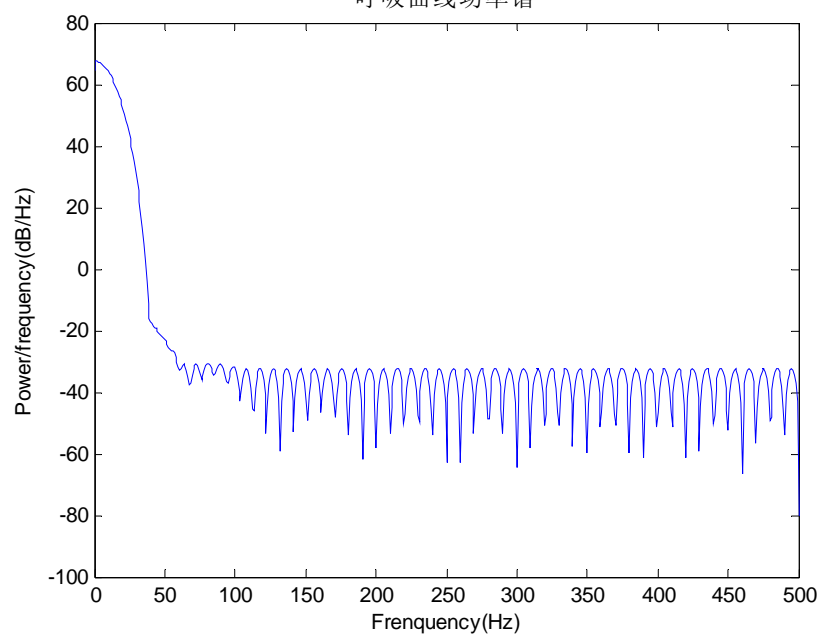


图 43 呼吸功率谱图

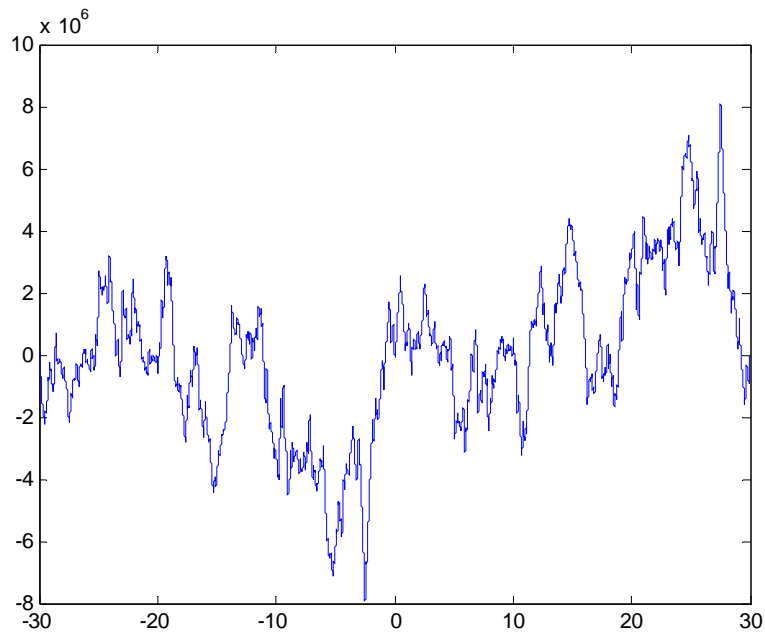


图 44 相关函数

由两个序列的功率谱图和相关系数图，强有力说明了脑电波成分中包含图形形状因素。

六、模型评价

6.1 模型优点

1. 针对呼吸曲线的处理，我们提出了“寻峰探谷”模型。该模型能够准确找出与实际意义相匹配的波峰波谷，并具有通用性，凭借该模型可以分别求的实际呼气相与吸气相时间。

2. 针对呼吸频率的求取，我们采用了自己设计的算法与功率谱相比较的方法，一方面验证了自己设计算法的可行性，另一方面也保证了所得结果的正确性。

3. 针对多通道测得的数据，我们采用加权平均的方式，充分利用测量的数据，已得到较好的脑信号估计。

4. 针对特定波形的分离，我们使用了FastICA方法和基于反傅里叶变换的波形重构两种方法进行处理，最终得到了较好的结果。

5. 针对视觉刺激信号的处理，我们采用去噪方式使其尽量出现平滑尖峰，然后利用提出的“寻峰探谷”模型寻找尖点；再根据能量谱分析得到频率与人工测设的到频率近似比较确定开关间时间的方法得到视觉刺激的最终信号。

6.2 模型缺点

1. 由于时间有限，针对“寻峰探谷”模型，可能会存在瑕疵漏洞，还需要更进一步的研究验证。

2. 使用加权平均获得的综合的脑电波是否真正足够代表所有信号这一问题有待进一步研究。

七、参考文献

- [1] 李海东 李 青, 基于阈值法的小波去噪算法研究, 计算机技术与发展, 第 19 卷 第 7 期: 1—3, 2009
- [2] 宋宁 关华, 经典功率谱估计及其仿真, 现代电子技术, 第 11 期, 2008
- [3] http://www.360doc.com/content/14/0429/19/16961511_373281070.shtml
- [4] 黎晓亮, 大鼠初级视皮层的视觉刺激响应特性研究, 郑州大学学报, 200912018081101010:1—81, 2009
- [5] 杨仁桓 宋爱国 徐宝国, 基于谐波小波包变换的脑电波基本节律分析, 东南大学学报, 第 38 卷第 6 期: 1—4, 2008
- [6] 李海东 李 青, 基于阈值法的小波去噪算法研究, 计算机技术与发展, 第 19 卷 第 7 期: 1—3, 2009
- [7] 胡大红 姚志鹏, 自相关函数在时间序列模型识别中的应用, 襄樊学院学报, 第 32 卷第 5 期: 1—4, 2011