

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого  
Институт прикладной математики и механики  
**Кафедра «Прикладная математика»**

**ОТЧЁТ ПО ЛАБОРАТОРНЫМ РАБОТАМ  
ПО ДИСЦИПЛИНЕ «ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ  
КОМПЛЕКСЫ»**

Выполнил  
студент группы 3630102/70201

Кузин А.В.

Проверил  
к. ф.-м. н., доцент

Баженов Александр Николаевич

Санкт-Петербург  
2020

## Содержание

<b>1</b>	<b>Постановка задачи</b>	<b>2</b>
<b>2</b>	<b>Конкретизация задачи и теория</b>	<b>2</b>
<b>3</b>	<b>Решение</b>	<b>3</b>
3.1	Переопределенная ИСЛАУ . . . . .	3
3.2	Недоопределенная ИСЛАУ . . . . .	4
<b>4</b>	<b>Приложения</b>	<b>5</b>

## Список иллюстраций

1	Допусковое множество решений для недоопределенной ИСЛАУ . . . .	4
2	Допусковое множество в проекции . . . . .	5

# 1 Постановка задачи

Требуется решить недоопределённую интервальную систему линейных алгебраических уравнений (ИСЛАУ) с матрицей  $3 \times 2$  и переопределённую ИСЛАУ с матрицей  $2 \times 3$ . Используемые матрицы должны совпадать с точностью до транспонирования.

Для случая  $3 \times 2$  построить график распознающего функционала  $Tol(x_1, x_2)$ .

Для случая  $2 \times 3$  проанализируйте решение. Постройте 3-мерный образ допустимого множества или его проекции на плоскости  $(x_i \text{ О } x_j)$ .

# 2 Конкретизация задачи и теория

В качестве исходной матрицы СЛАУ была выбрана точечная матрица  $A$  и вектор  $x$ :

$$A = \begin{pmatrix} 19 & 11 \\ 10 & 15 \\ 14 & 12 \end{pmatrix}, x = \begin{pmatrix} 0.3 \\ 0.2 \end{pmatrix} \quad (1)$$

Таким образом, правая часть СЛАУ была определена значениями  $A$  и  $x$ :

$$b = A \cdot x = \begin{pmatrix} 7.9 \\ 6 \\ 6.6 \end{pmatrix} \quad (2)$$

Далее, положим величины радиусов элементов  $rad\mathbf{A}$ ,  $rad\mathbf{b}$  равными:

$$rad\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 2 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}, rad\mathbf{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 2.5 \end{pmatrix} \quad (3)$$

Из (1), (2) и (3) имеем переопределённую ИСЛАУ  $2 \times 3$ :

$$\begin{pmatrix} [17, 21] & [9, 13] \\ [8, 12] & [13, 17] \\ [10, 18] & [10, 14] \end{pmatrix} \cdot x = \begin{pmatrix} [5.9, 9.9] \\ [4, 8] \\ [4.1, 9.1] \end{pmatrix} \quad (4)$$

Для исследования разрешимости этих интервальной ИСЛАУ использовался распознающий функционал  $Tol(x)$ :

$$Tol(x) = \min_{1 \leq i \leq n} (radb_i - |midb_i - \sum_{j=1}^m a_{ij}x_j|) \quad (5)$$

Допусковое множество решений ИСЛАУ при этом задаётся условием  $Tol(x) \geq 0$ . Таким образом для нахождения допустимого множества и проверки разрешимости системы удобно найти точку  $x$ , максимизирующую распознающий функционал, и рассмотреть её окрестность.

## 3 Решение

### 3.1 Переопределенная ИСЛАУ

С помощью программы `tolsopty` были найдены максимум функционала распознающего функционала  $maxTol$  и значение аргумента, в которой он достигался  $argmaxTol$ .

$$maxTol = 0.917538; argmaxTol = \begin{pmatrix} 0.28947693 \\ 0.21227687 \end{pmatrix} \quad (6)$$

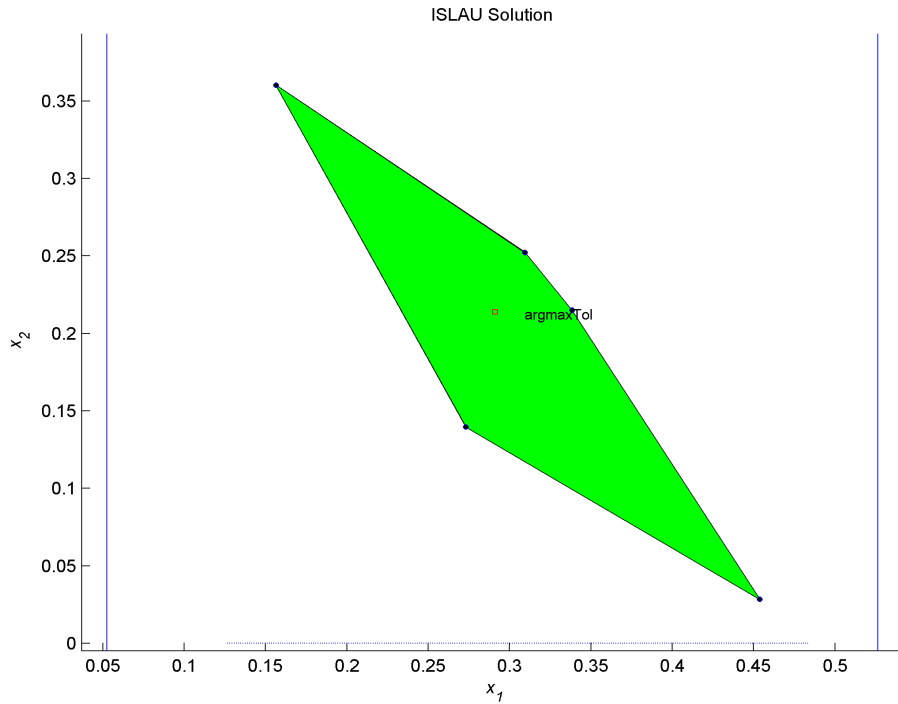
Оценка меры вариабельности  $ive$ :

$$ive(\mathbf{A}, \mathbf{b}) = \sqrt{n}(\min_{\mathbf{A} \in \mathbf{A}} cond \mathbf{A}) \cdot \|argmaxTol\| \cdot \frac{maxTol}{\|\mathbf{b}\|} \quad (7)$$

По формуле (7) получено:  $ive = 0.2369$ .

С помощью программы И.А. Шарой допускового множества, вычисленного программой `EqnTolR2`, входящей в пакет `IntLinIncR2`, было рассчитано и отображено (в виде графика) допусковое множество решений.

Результат графического представления полученного бруса, множества решений и их совмещения представлен на рисунке:



### 3.2 Недоопределенная ИСЛАУ

Для задания ИСЛАУ матрица  $A$  из предыдущего раздела была транспонирована, а вектор  $x$  дополнен ещё одним членом:

$$A = \begin{pmatrix} 19 & 10 & 14 \\ 11 & 15 & 12 \end{pmatrix}, x = \begin{pmatrix} 0.3 \\ 0.2 \\ 0.1 \end{pmatrix} \quad (8)$$

Для них была определена правая часть:

$$b = A \cdot x = \begin{pmatrix} 9.1 \\ 7.5 \end{pmatrix} \quad (9)$$

Из (8) и (9) получена недоопределенная ИСЛАУ:

$$\begin{pmatrix} [17, 21] & [8, 12] & [10, 18] \\ [9, 13] & [13, 17] & [10, 14] \end{pmatrix} \cdot x = \begin{pmatrix} [7.1, 11.1] \\ [5, 10] \end{pmatrix} \quad (10)$$

С помощью программы `tolsolvty` были найдены максимум функционала распознающего функционала  $maxTol$  и значение аргумента, в которой он достигался  $argmaxTol$ .

$$maxTol = 0.8639954; argmaxTol = \begin{pmatrix} 3.79999850e - 01 \\ 1.88001053e - 01 \\ -5.81838840e - 07 \end{pmatrix} \quad (11)$$

По формуле (7) получено:  $ive = 0.3260$ .

Построим допустовое множество в объеме:

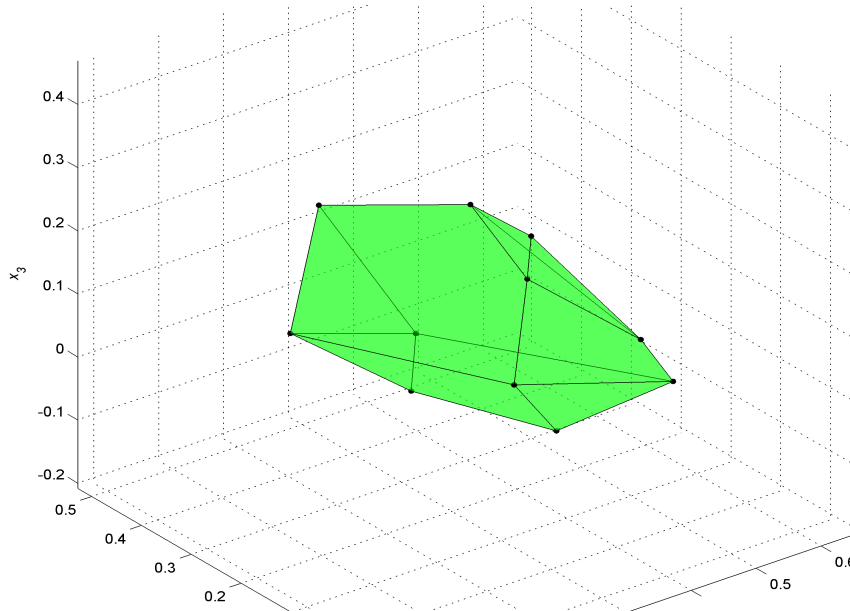


Рис. 1: Допустовое множество решений для недоопределенной ИСЛАУ

Рассмотрим также проекцию на  $x_1Ox_2$ , так как в решении третья координата близка к 0.

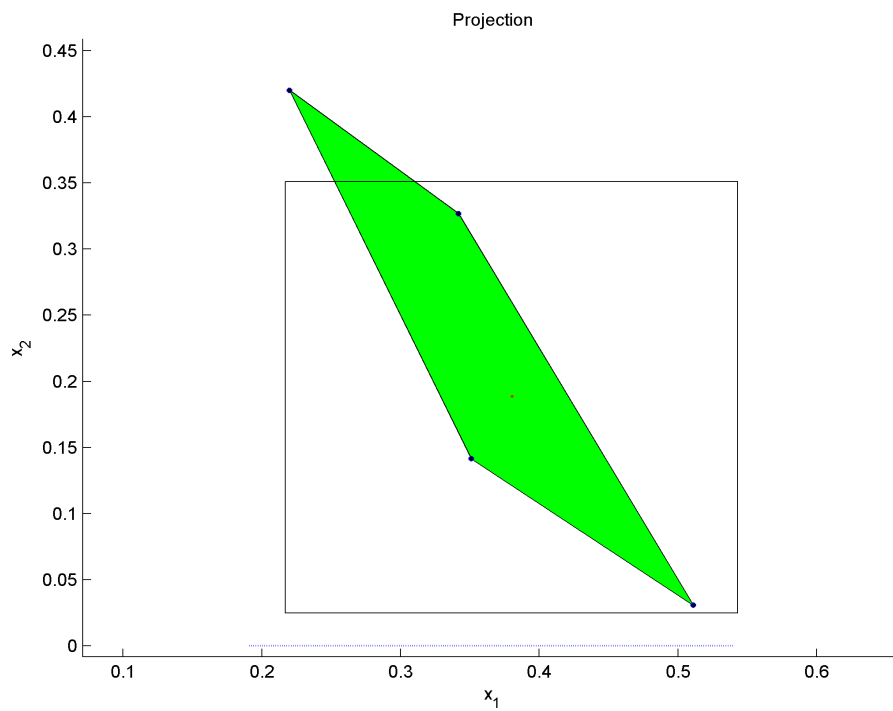


Рис. 2: Допусковое множество в проекции

Стоит отметить, что точка, соответствующая решению, близка к центру, поэтому брус покрывает почти всё допустовое множество.

## 4 Приложения

Код программы на GitHub, URL: [https://github.com/Kexon5/Comp\\_complex.git](https://github.com/Kexon5/Comp_complex.git)