

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого
Институт прикладной математики и механики
Кафедра «Прикладная математика»

**ОТЧЁТ ПО ЛАБОРАТОРНЫМ РАБОТАМ
ПО ДИСЦИПЛИНЕ «ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ
КОМПЛЕКСЫ»**

Выполнил
студент группы 3630102/70201

Кузин А.В.

Проверил
к. ф.-м. н., доцент

Баженов Александр Николаевич

Санкт-Петербург
2020

Содержание

1	Постановка задачи	2
2	Конкретизация задачи и теория	2
3	Решение	3
3.1	Переопределенная ИСЛАУ	3
3.2	Недоопределенная ИСЛАУ	4
4	Приложения	5

Список иллюстраций

1	Допусковое множество решений для недоопределенной ИСЛАУ	4
2	Допусковое множество в проекции	5

1 Постановка задачи

Требуется решить недоопределённую интервальную систему линейных алгебраических уравнений (ИСЛАУ) с матрицей 3×2 и переопределённую ИСЛАУ с матрицей 2×3 . Используемые матрицы должны совпадать с точностью до транспонирования.

Для случая 3×2 построить график распознающего функционала $\text{Tol}(x_1, x_2)$.

Для случая 2×3 проанализируйте решение. Постройте 3-мерный образ допустимого множества или его проекции на плоскости $(x_i \text{ О } x_j)$.

2 Конкретизация задачи и теория

В качестве исходной матрицы СЛАУ была выбрана точечная матрица A и вектор x :

$$A = \begin{pmatrix} 19 & 11 \\ 10 & 15 \\ 14 & 12 \end{pmatrix}, x = \begin{pmatrix} 0.3 \\ 0.2 \end{pmatrix} \quad (1)$$

Таким образом, правая часть СЛАУ была определена значениями A и x :

$$b = A \cdot x = \begin{pmatrix} 7.9 \\ 6 \\ 6.6 \end{pmatrix} \quad (2)$$

Далее, положим величины радиусов элементов $\text{rad } \mathbf{A}$, $\text{rad } \mathbf{b}$ равными:

$$\text{rad } \mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 2 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}, \text{rad } \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 1.5 \\ 1.5 \\ 2 \end{pmatrix} \quad (3)$$

Из (1), (2) и (3) имеем переопределённую ИСЛАУ 2×3 :

$$\begin{pmatrix} [17, 21] & [9, 13] \\ [8, 12] & [13, 17] \\ [10, 18] & [10, 14] \end{pmatrix} \cdot x = \begin{pmatrix} [6.4, 9.4] \\ [4.5, 7.5] \\ [4.6, 8.6] \end{pmatrix} \quad (4)$$

Для исследования разрешимости этих интервальной ИСЛАУ использовался распознающий функционал $\text{Tol}(x)$:

$$\text{Tol}(x) = \min_{1 \leq i \leq n} (\text{rad } b_i - |\text{mid } b_i - \sum_{j=1}^m a_{ij} x_j|) \quad (5)$$

Допусковое множество решений ИСЛАУ при этом задаётся условием $\text{Tol}(x) \geq 0$. Таким образом для нахождения допустимого множества и проверки разрешимости системы удобно найти точку x , максимизирующую распознающий функционал, и рассмотреть её окрестность.

3 Решение

3.1 Переопределенная ИСЛАУ

С помощью программы `tolsoivty` были найдены максимум функционала распознающего функционала $\max \text{Tol}$ и значение аргумента, в которой он достигался $\arg \max \text{Tol}$.

$$\max \text{Tol} = 0.41754343; \arg \max \text{Tol} = \begin{pmatrix} 0.28947346 \\ 0.21228088 \end{pmatrix} \quad (6)$$

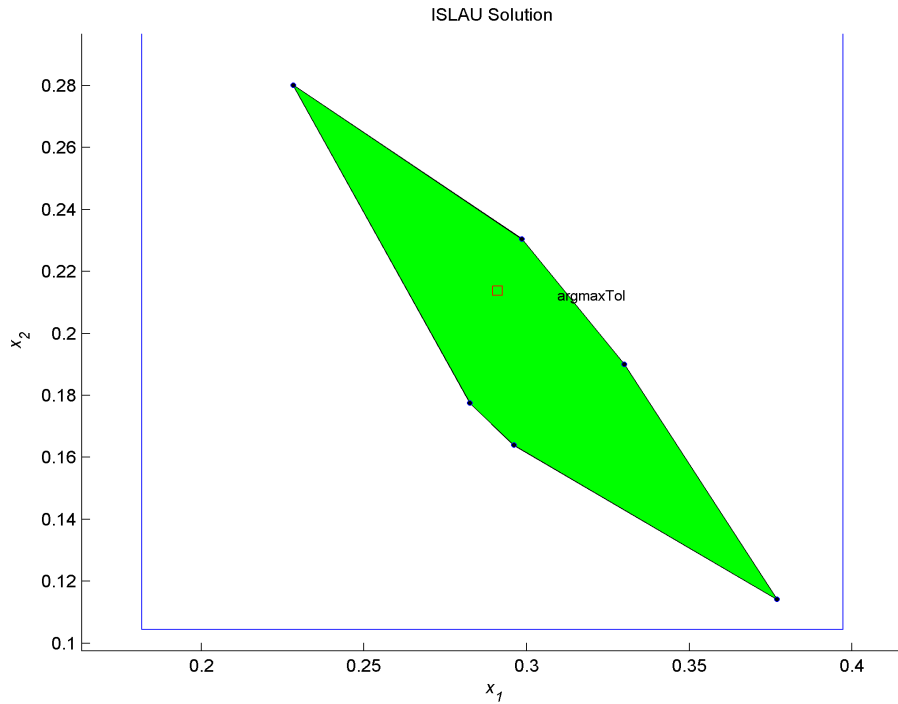
Оценка меры вариабельности ive :

$$\text{ive}(\mathbf{A}, \mathbf{b}) = \sqrt{n}(\min_{\mathbf{A} \in \mathbf{A}} \text{cond} \mathbf{A}) \cdot \|\arg \max \text{Tol}\| \cdot \frac{\max \text{Tol}}{\|\mathbf{b}\|} \quad (7)$$

По формуле (7) получено: $\text{ive} = 0.1078$.

С помощью программы И.А. Шарой допускового множества, вычисленного программой `EqnTolR2`, входящей в пакет `IntLinIncR2`, было рассчитано и отображено (в виде графика) допусковое множество решений.

Результат графического представления полученного бруса, множества решений и их совмещения представлен на рисунке:



Отметим, что при снижении показателя распознающего функционала Tol очевидно уменьшается оценка вариабельности ive и сужается область допускового множества в точках максимума x_1 и x_2 .

3.2 Недоопределенная ИСЛАУ

Для задания ИСЛАУ матрица A из предыдущего раздела была транспонирована, а вектор x дополнен ещё одним членом:

$$A = \begin{pmatrix} 19 & 10 & 14 \\ 11 & 15 & 12 \end{pmatrix}, x = \begin{pmatrix} 0.3 \\ 0.2 \\ 0.1 \end{pmatrix} \quad (8)$$

Для них была определена правая часть:

$$b = A \cdot x = \begin{pmatrix} 9.1 \\ 7.5 \end{pmatrix} \quad (9)$$

Из (8) и (9) получена недоопределенная ИСЛАУ:

$$\begin{pmatrix} [17, 21] & [8, 12] & [10, 18] \\ [9, 13] & [13, 17] & [10, 14] \end{pmatrix} \cdot x = \begin{pmatrix} [7.6, 10.6] \\ [5.5, 9.5] \end{pmatrix} \quad (10)$$

С помощью программы `tolsolvty` были найдены максимум функционала распознающего функционала $\max \text{Tol}$ и значение аргумента, в которой он достигался $\arg \max \text{Tol}$.

$$\max \text{Tol} = 0.3639954; \arg \max \text{Tol} = \begin{pmatrix} 3.79999850e - 01 \\ 1.88001053e - 01 \\ -5.81838840e - 07 \end{pmatrix} \quad (11)$$

По формуле (7) получено: $\text{ive} = 0.1374$.

Построим допустовое множество в объеме:

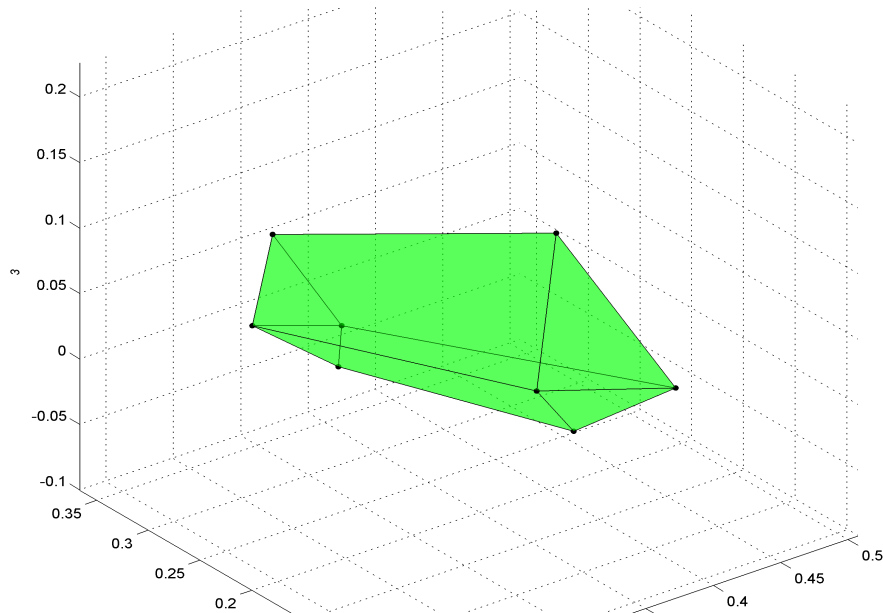


Рис. 1: Допустовое множество решений для недоопределенной ИСЛАУ

Рассмотрим также проекцию на x_1 и x_2 , так как в решении третья координата близка к 0.

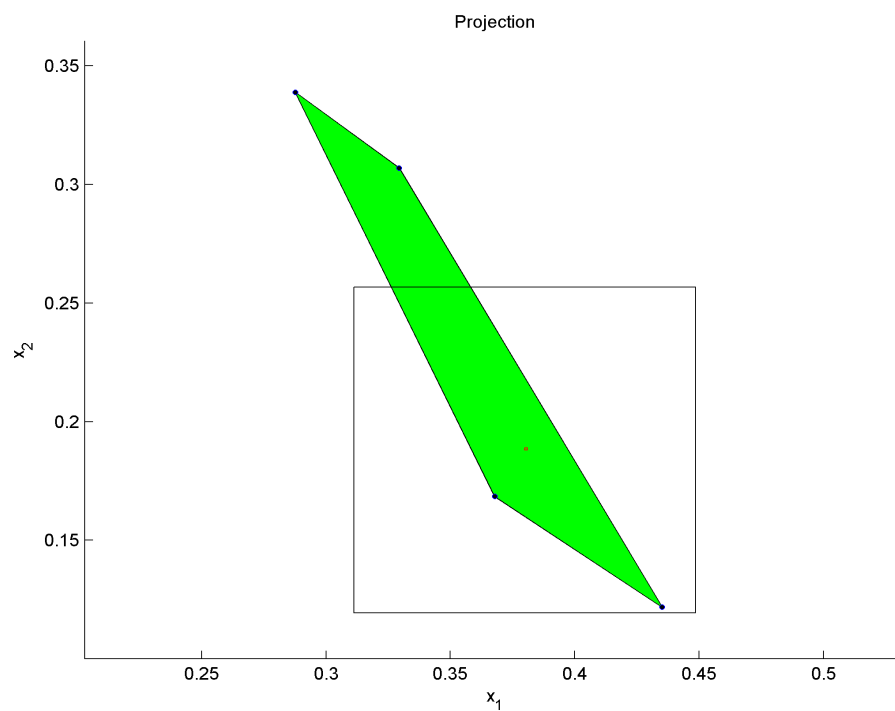


Рис. 2: Допусковое множество в проекции

Точка, соответствующая решению, находится на периферии, в связи с чем брус покрывает не все допустовое множество, а лишь часть, где находится точка.

4 Приложения

Код программы на GitHub, URL: https://github.com/Kexon5/Comp_complex.git