

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого
Институт прикладной математики и механики
Кафедра «Прикладная математика»

**ОТЧЁТ ПО ЛАБОРАТОРНЫМ РАБОТАМ
ПО ДИСЦИПЛИНЕ «ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ
КОМПЛЕКСЫ»**

Выполнил
студент группы 3630102/70201

Кузин А.В.

Проверил
к. ф.-м. н., доцент

Баженов Александр Николаевич

Санкт-Петербург
2020

Содержание

1	Постановка задачи	2
1.1	Задача 1	2
1.2	Задача 2	2
2	Теория	2
2.1	Алгоритм GlobOpt	2
2.2	Функция Растригина	2
2.3	Three-hump camel function	3
3	Решение	4
3.1	Задача 1	4
3.2	Задача 2	4
4	Приложения	6

Список иллюстраций

1	Rastrigin function	3
2	Three-hump camel function	3
3	Сужение бруса для функции Растригина при $n = 100$	4
4	Зависимость абсолютной погрешности от числа итераций для Three-hump camel	5
5	Траектория центров масс брусков	6

1 Постановка задачи

Для демонстрации интервальной глобальной минимизации использовать функцию:

$$function[Z, WorkList] = globopt0(X). \quad (1)$$

Она возвращает значение глобального экстремума Z и рабочий список $WorkList$. Работа алгоритма построена на последовательном сужении множества, на котором строится оптимум.

1.1 Задача 1

Рассмотреть пример из лекционного материала. Построить рабочий список, построить график сужения интервала.

1.2 Задача 2

Взять пример с [1] и изучить сходимость.

2 Теория

2.1 Алгоритм GlobOpt

Алгоритм для глобальной минимизации функции GlobOpt оперирует с рабочим списком ζ , в котором будут храниться все брусы, получающиеся в результате дробления исходного бруса области определения на более мелкие подбрусы.

Одновременно с самими подбрусами будем хранить в рабочем списке и нижние оценки областей значений целевой функции по этим подбрусам, так что элементами списка ζ будут записи-пары вида:

$$\zeta : (Y, y), \text{ где } Y \subseteq X, y = f(Y). \quad (2)$$

И далее каждый шаг алгоритма состоит в извлечении из этого списка бруса, который обеспечивает рекордную (т. е. наименьшую) на данный момент оценку минимума снизу, его дроблении на более мелкие подбрусы, оценивании на них целевой функции, занесении результатов обратно в рабочий список.

2.2 Функция Растригина

Имеет вид:

$$f_R = x^2 + y^2 - \cos 18 \cdot x - \cos 18 \cdot y \quad (3)$$

Минимум функции достигается при значении аргумента $(0, 0)$ и равен -2 .

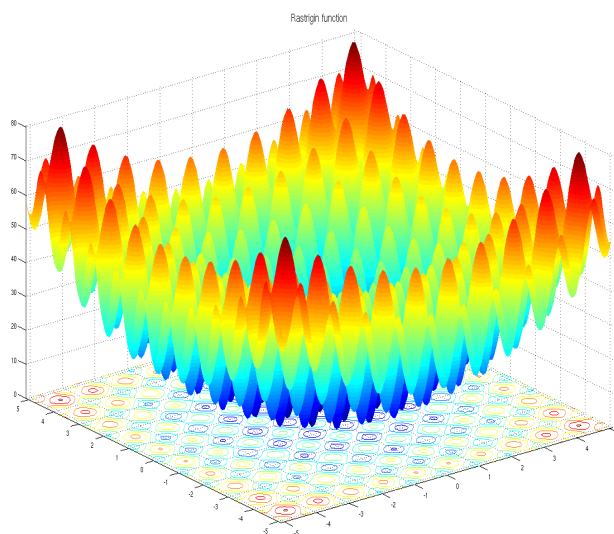


Рис. 1: Rastrigin function

2.3 Three-hump camel function

Имеет вид:

$$f_T = 2 * x^2 - 1.05 * x^4 + \frac{x^6}{6} + x * y + y^2 \quad (4)$$

Минимум функции достигается при значении аргумента $(0, 0)$ и равен 0.

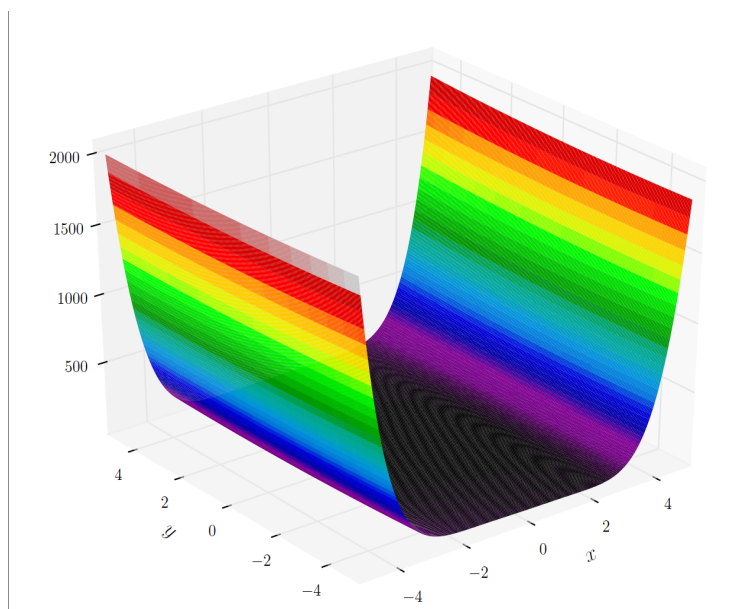


Рис. 2: Three-hump camel function

3 Решение

3.1 Задача 1

WorkList состоит из n структур (n - число итераций), в каждой из которых лежит значение бруса и функции.

Для построения графика сужения интервала используем полупериметр бруса и номер итерации.

Для 100 итераций выходит следующий график :

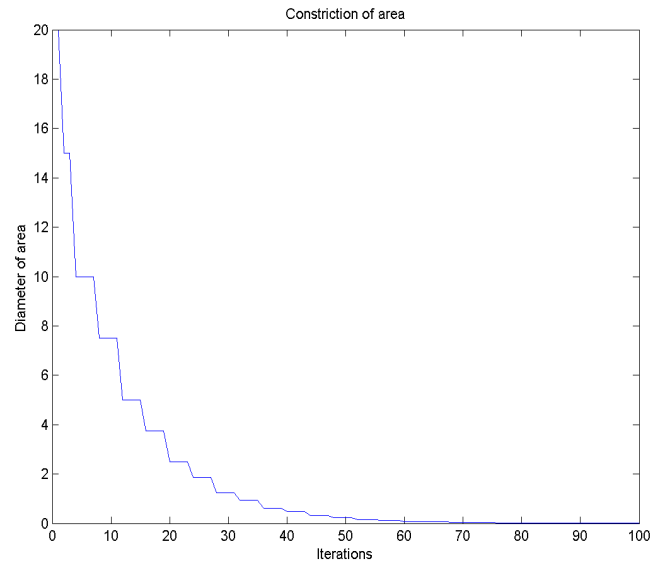


Рис. 3: Сужение бруса для функции Растригина при $n = 100$

3.2 Задача 2

Рассмотрим тот же оптимизатор для функции (4). Минимум Three-hump camel function равен 0.

Рассмотрим зависимость значения целевой функции от числа итераций.

Число итераций	$\min(f_T(x, y))$
10	97.5540
50	5.6885
150	0.1582
300	12.0119

Таблица 1: Зависимость вычисленного минимума функции Three-hump camel от числа итераций

Как видно из (1), с увеличением числа итераций значение целевой функции приближается к реальному, но неустойчиво, так как происходят скачки.

Рассмотрим зависимость абсолютной погрешности $|x_* - x_n|$ найденного значения на данной итерации x_n и значения минимума x_* от числа итераций для $n = 300$.

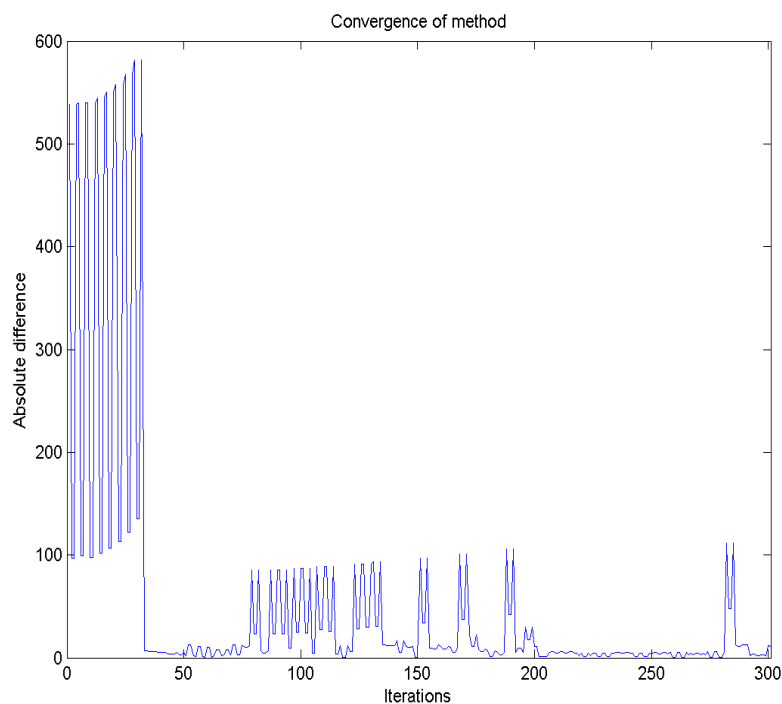


Рис. 4: Зависимость абсолютной погрешности от числа итераций для Three-hump camel

Метод обладает неустойчивой и довольно слабой сходимостью. Лучший результат достигается на одной из сотых итераций и имеет порядок точности 10^{-2} .

Представим траекторию движения центров масс брусов после 100-ой итерации на графике с линиями уровня:

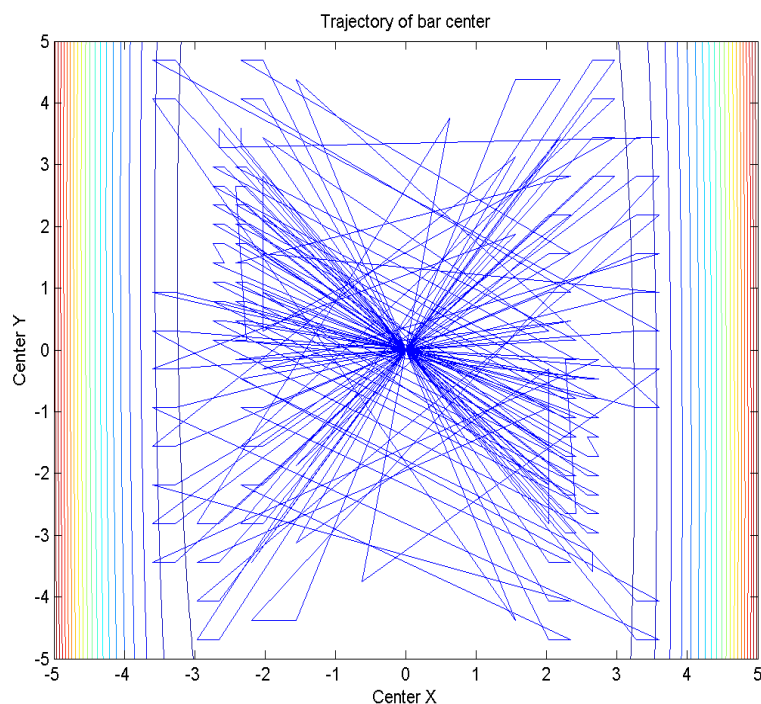


Рис. 5: Траектория центров масс брусков

Из графика видно, что методу свойственно не останавливаться в точке минимума.

4 Приложения

Код программы на GitHub, URL: https://github.com/Kexon5/Comp_complex.git

Список литературы

- [1] Функции для оптимизации https://en.wikipedia.org/wiki/Test_functions_for_optimization