

Контрольная работа для студентов ...

Задача 1. Вычислить выражение.

- | | | |
|---|---|--|
| 1) $\frac{\frac{14}{5} + \frac{17}{10} + \frac{1}{2}}{\frac{16}{5} \cdot \frac{1}{5} + 1 \cdot \frac{11}{5}} \cdot \frac{16}{5} + \frac{3}{2} \cdot \frac{6}{5}$
✓ $\frac{2639}{355}$ | 2) $\frac{\frac{7}{2} + \frac{21}{10} + \frac{3}{2}}{\frac{29}{5} \cdot \frac{1}{5} + 1 \cdot \frac{11}{5}} \cdot \frac{16}{5} + \frac{3}{2} \cdot \frac{6}{5}$
✓ $\frac{899}{105}$ | 3) $\frac{\frac{7}{2} + \frac{39}{10} + \frac{1}{2}}{\frac{16}{5} \cdot \frac{2}{5} + 2 \cdot \frac{11}{5}} \cdot \frac{16}{5} + \frac{3}{2} \cdot \frac{6}{5}$
✓ $\frac{2219}{355}$ |
| 4) $\frac{\frac{31}{10} + \frac{17}{10} + \frac{1}{2}}{\frac{29}{5} \cdot \frac{2}{5} + 2 \cdot \frac{33}{20}} \cdot \frac{16}{5} + \frac{5}{2} \cdot \frac{6}{5}$
✓ $\frac{1691}{281}$ | 5) $\frac{\frac{29}{5} + \frac{39}{10} + \frac{1}{2}}{\frac{29}{5} \cdot \frac{1}{5} + 2 \cdot \frac{33}{20}} \cdot \frac{16}{5} + \frac{5}{2} \cdot \frac{6}{5}$
✓ $\frac{2301}{223}$ | 6) $\frac{\frac{7}{2} + \frac{17}{10} + \frac{1}{2}}{\frac{16}{5} \cdot \frac{2}{5} + 2 \cdot \frac{33}{20}} \cdot \frac{16}{5} + \frac{5}{2} \cdot \frac{11}{20}$
✓ $\frac{9815}{1832}$ |
| 7) $\frac{\frac{9}{2} + \frac{5}{2} + \frac{3}{2}}{\frac{29}{5} \cdot \frac{1}{5} + 2 \cdot \frac{33}{20}} \cdot \frac{3}{2} + \frac{5}{2} \cdot \frac{6}{5}$
✓ $\frac{2613}{446}$ | 8) $\frac{\frac{14}{5} + \frac{17}{10} + \frac{3}{2}}{\frac{16}{5} \cdot \frac{2}{5} + 2 \cdot \frac{33}{20}} \cdot \frac{3}{2} + \frac{5}{2} \cdot \frac{6}{5}$
✓ $\frac{1137}{229}$ | 9) $\frac{\frac{14}{5} + \frac{21}{10} + \frac{1}{2}}{\frac{16}{5} \cdot \frac{1}{5} + 2 \cdot \frac{33}{20}} \cdot \frac{16}{5} + \frac{5}{2} \cdot \frac{11}{20}$
✓ $\frac{9079}{1576}$ |
| 10) $\frac{\frac{31}{10} + \frac{5}{2} + \frac{1}{2}}{\frac{16}{5} \cdot \frac{1}{5} + 2 \cdot \frac{11}{5}} \cdot \frac{16}{5} + \frac{5}{2} \cdot \frac{6}{5}$
✓ $\frac{433}{63}$ | 11) $\frac{\frac{31}{10} + \frac{5}{2} + \frac{1}{2}}{\frac{29}{5} \cdot \frac{1}{5} + 1 \cdot \frac{33}{20}} \cdot \frac{16}{5} + \frac{5}{2} \cdot \frac{6}{5}$
✓ $\frac{2795}{281}$ | 12) $\frac{\frac{31}{5} + \frac{5}{2} + \frac{1}{2}}{\frac{16}{5} \cdot \frac{1}{5} + 2 \cdot \frac{11}{5}} \cdot \frac{16}{5} + \frac{3}{2} \cdot \frac{6}{5}$
✓ $\frac{2407}{315}$ |
| 13) $\frac{\frac{16}{5} + \frac{39}{10} + \frac{1}{2}}{\frac{29}{5} \cdot \frac{1}{5} + 1 \cdot \frac{33}{20}} \cdot \frac{3}{2} + \frac{5}{2} \cdot \frac{11}{20}$
✓ $\frac{12211}{2248}$ | 14) $\frac{\frac{7}{2} + \frac{5}{2} + \frac{1}{2}}{\frac{16}{5} \cdot \frac{1}{5} + 1 \cdot \frac{33}{20}} \cdot \frac{16}{5} + \frac{3}{2} \cdot \frac{11}{20}$
✓ $\frac{90757}{9160}$ | 15) $\frac{\frac{7}{2} + \frac{5}{2} + \frac{3}{2}}{\frac{29}{5} \cdot \frac{1}{5} + 2 \cdot \frac{11}{5}} \cdot \frac{16}{5} + \frac{5}{2} \cdot \frac{6}{5}$
✓ $\frac{1017}{139}$ |
| 16) $\frac{\frac{31}{5} + \frac{39}{10} + \frac{3}{2}}{\frac{29}{5} \cdot \frac{2}{5} + 1 \cdot \frac{33}{20}} \cdot \frac{3}{2} + \frac{5}{2} \cdot \frac{11}{20}$
✓ $\frac{18287}{3176}$ | 17) $\frac{\frac{16}{5} + \frac{17}{10} + \frac{3}{2}}{\frac{16}{5} \cdot \frac{2}{5} + 1 \cdot \frac{11}{5}} \cdot \frac{16}{5} + \frac{3}{2} \cdot \frac{6}{5}$
✓ $\frac{3343}{435}$ | 18) $\frac{\frac{31}{10} + \frac{39}{10} + \frac{1}{2}}{\frac{16}{5} \cdot \frac{2}{5} + 2 \cdot \frac{33}{20}} \cdot \frac{3}{2} + \frac{5}{2} \cdot \frac{6}{5}$
✓ $\frac{2499}{458}$ |
| 19) $\frac{\frac{9}{2} + \frac{17}{10} + \frac{3}{2}}{\frac{16}{5} \cdot \frac{2}{5} + 1 \cdot \frac{11}{5}} \cdot \frac{3}{2} + \frac{3}{2} \cdot \frac{6}{5}$
✓ $\frac{2969}{580}$ | 20) $\frac{\frac{31}{5} + \frac{21}{10} + \frac{3}{2}}{\frac{16}{5} \cdot \frac{1}{5} + 2 \cdot \frac{33}{20}} \cdot \frac{3}{2} + \frac{5}{2} \cdot \frac{11}{20}$
✓ $\frac{8047}{1576}$ | 21) $\frac{\frac{29}{5} + \frac{5}{2} + \frac{3}{2}}{\frac{29}{5} \cdot \frac{1}{5} + 1 \cdot \frac{33}{20}} \cdot \frac{16}{5} + \frac{5}{2} \cdot \frac{6}{5}$
✓ $\frac{3979}{281}$ |
| 22) $\frac{\frac{31}{5} + \frac{17}{10} + \frac{1}{2}}{\frac{16}{5} \cdot \frac{2}{5} + 2 \cdot \frac{33}{20}} \cdot \frac{3}{2} + \frac{3}{2} \cdot \frac{11}{20}$
✓ $\frac{32757}{9160}$ | 23) $\frac{\frac{31}{5} + \frac{39}{10} + \frac{1}{2}}{\frac{29}{5} \cdot \frac{2}{5} + 2 \cdot \frac{33}{20}} \cdot \frac{16}{5} + \frac{3}{2} \cdot \frac{6}{5}$
✓ $\frac{11009}{1405}$ | 24) $\frac{\frac{9}{2} + \frac{39}{10} + \frac{3}{2}}{\frac{16}{5} \cdot \frac{1}{5} + 2 \cdot \frac{33}{20}} \cdot \frac{3}{2} + \frac{3}{2} \cdot \frac{11}{20}$
✓ $\frac{36201}{7880}$ |
| 25) $\frac{\frac{9}{2} + \frac{17}{10} + \frac{1}{2}}{\frac{29}{5} \cdot \frac{1}{5} + 1 \cdot \frac{11}{5}} \cdot \frac{16}{5} + \frac{3}{2} \cdot \frac{11}{20}$
✓ $\frac{6053}{840}$ | 26) $\frac{\frac{31}{5} + \frac{21}{10} + \frac{3}{2}}{\frac{16}{5} \cdot \frac{1}{5} + 1 \cdot \frac{33}{20}} \cdot \frac{3}{2} + \frac{3}{2} \cdot \frac{11}{20}$
✓ $\frac{66357}{9160}$ | 27) $\frac{\frac{7}{2} + \frac{39}{10} + \frac{1}{2}}{\frac{16}{5} \cdot \frac{2}{5} + 2 \cdot \frac{11}{5}} \cdot \frac{3}{2} + \frac{5}{2} \cdot \frac{6}{5}$
✓ $\frac{2889}{568}$ |
| 28) $\frac{\frac{29}{5} + \frac{17}{10} + \frac{1}{2}}{\frac{16}{5} \cdot \frac{1}{5} + 2 \cdot \frac{11}{5}} \cdot \frac{16}{5} + \frac{3}{2} \cdot \frac{11}{20}$
✓ $\frac{14879}{2520}$ | 29) $\frac{\frac{29}{5} + \frac{17}{10} + \frac{1}{2}}{\frac{29}{5} \cdot \frac{2}{5} + 2 \cdot \frac{11}{5}} \cdot \frac{3}{2} + \frac{3}{2} \cdot \frac{11}{20}$
✓ $\frac{731}{280}$ | 30) $\frac{\frac{29}{5} + \frac{5}{2} + \frac{3}{2}}{\frac{29}{5} \cdot \frac{1}{5} + 1 \cdot \frac{33}{20}} \cdot \frac{3}{2} + \frac{5}{2} \cdot \frac{11}{20}$
✓ $\frac{14851}{2248}$ |

Задача 2. Упростить.

- | | | | | |
|---|---|--|--|---|
| 1) $\sqrt[19]{y^{-\frac{38}{5}}} : \sqrt[14]{y^{-\frac{38}{5}}}$
✓ $\sqrt[14]{y}$ | 2) $\sqrt[21]{y^{\frac{42}{11}}} : \sqrt[32]{y^{\frac{53}{11}}}$
✓ $\sqrt[32]{y}$ | 3) $\sqrt[17]{y^{-\frac{34}{9}}} : \sqrt[8]{y^{-\frac{25}{9}}}$
✓ $\sqrt[8]{y}$ | 4) $\sqrt[21]{y^{-\frac{42}{11}}} : \sqrt[10]{y^{-\frac{31}{11}}}$
✓ $\sqrt[10]{y}$ | 5) $\sqrt[11]{y^{22}} : \sqrt[12]{y^{23}}$
✓ $\sqrt[12]{y}$ |
| 6) $\sqrt[5]{y^2} : \sqrt[10]{y^3}$
✓ $\sqrt[10]{y}$ | 7) $\sqrt[3]{y^2} : \sqrt[6]{y^3}$
✓ $\sqrt[6]{y}$ | 8) $\sqrt[15]{y^{-\frac{30}{13}}} : \sqrt[2]{y^{-\frac{17}{13}}}$
✓ $\sqrt[2]{y}$ | 9) $\sqrt[23]{y^{\frac{46}{13}}} : \sqrt[36]{y^{\frac{59}{13}}}$
✓ $\sqrt[36]{y}$ | 10) $\sqrt[11]{y^{\frac{22}{21}}} : \sqrt[32]{y^{\frac{43}{21}}}$
✓ $\sqrt[32]{y}$ |
| 11) $\sqrt[9]{y^{\frac{18}{7}}} : \sqrt[16]{y^{\frac{25}{7}}}$
✓ $\sqrt[16]{y}$ | 12) $\sqrt[19]{y^{\frac{38}{13}}} : \sqrt[32]{y^{\frac{51}{13}}}$
✓ $\sqrt[32]{y}$ | 13) $\sqrt[5]{y^{\frac{10}{29}}} : \sqrt[34]{y^{\frac{39}{29}}}$
✓ $\sqrt[34]{y}$ | 14) $\sqrt[17]{y^2} : \sqrt[34]{y^3}$
✓ $\sqrt[34]{y}$ | 15) $\sqrt[17]{y^{-\frac{34}{5}}} : \sqrt[12]{y^{-\frac{29}{5}}}$
✓ $\sqrt[12]{y}$ |
| 16) $\sqrt[11]{y^{\frac{22}{25}}} : \sqrt[36]{y^{\frac{47}{25}}}$
✓ $\sqrt[36]{y}$ | | | | |

$$\begin{array}{lll}
17) \sqrt[5]{y^{-\frac{10}{3}}} : \sqrt[2]{y^{-\frac{7}{3}}} & 18) \sqrt[7]{y^{\frac{14}{29}}} : \sqrt[36]{y^{\frac{43}{29}}} & 19) \sqrt[9]{y^{18}} : \sqrt[10]{y^{19}} \\
\checkmark \sqrt[2]{y} & \checkmark \sqrt[36]{y} & \checkmark \sqrt[10]{y} \\
22) \sqrt[17]{y^{-\frac{34}{11}}} : \sqrt[6]{y^{-\frac{23}{11}}} & 23) \sqrt[5]{y^{-10}} : \sqrt[4]{y^{-9}} & 24) \sqrt[9]{y^{\frac{18}{23}}} : \sqrt[32]{y^{\frac{41}{23}}} \\
\checkmark \sqrt[6]{y} & \checkmark \sqrt[4]{y} & \checkmark \sqrt[32]{y} \\
27) \sqrt[11]{y^{\frac{22}{5}}} : \sqrt[16]{y^{\frac{27}{5}}} & 28) \sqrt[15]{y^{-\frac{30}{7}}} : \sqrt[8]{y^{-\frac{23}{7}}} & 29) \sqrt[9]{y^6} : \sqrt[12]{y^7} \\
\checkmark \sqrt[16]{y} & \checkmark \sqrt[8]{y} & \checkmark \sqrt[12]{y} \\
30) \sqrt[5]{y^{\frac{10}{27}}} : \sqrt[32]{y^{\frac{37}{27}}} & & \checkmark \sqrt[32]{y}
\end{array}$$

Задача 3. Упростить.

$$\begin{array}{lll}
1) \sqrt{11+2\sqrt{28}} + \sqrt{11-2\sqrt{10}} & 2) \sqrt{10+2\sqrt{25}} + \sqrt{17-2\sqrt{42}} & 3) \sqrt{10+2\sqrt{21}} + \sqrt{25-2\sqrt{144}} \\
\checkmark 1 + \sqrt{7} + \sqrt{10} & \checkmark 2\sqrt{5} + \sqrt{14} - \sqrt{3} & \checkmark \sqrt{3} + \sqrt{7} + 1 \\
4) \sqrt{15+2\sqrt{44}} + \sqrt{19-2\sqrt{90}} & 5) \sqrt{10+2\sqrt{21}} + \sqrt{39-2\sqrt{224}} & 6) \sqrt{8+2\sqrt{7}} + \sqrt{17-2\sqrt{42}} \\
\checkmark -1 + \sqrt{11} + \sqrt{10} & \checkmark \sqrt{3} + 4\sqrt{2} & \checkmark 1 + \sqrt{7} + \sqrt{14} - \sqrt{3} \\
7) \sqrt{16+2\sqrt{55}} + \sqrt{14-2\sqrt{40}} & 8) \sqrt{14+2\sqrt{45}} + \sqrt{33-2\sqrt{32}} & 9) \sqrt{14+2\sqrt{45}} + \sqrt{18-2\sqrt{80}} \\
\checkmark \sqrt{5} + \sqrt{11} + \sqrt{10} - 2 & \checkmark \sqrt{5} + 2 + 4\sqrt{2} & \checkmark \sqrt{5} + 3 + \sqrt{10} - 2\sqrt{2} \\
10) \sqrt{9+2\sqrt{14}} + \sqrt{22-2\sqrt{112}} & 11) \sqrt{9+2\sqrt{14}} + \sqrt{33-2\sqrt{32}} & 12) \sqrt{3+2\sqrt{2}} + \sqrt{17-2\sqrt{42}} \\
\checkmark -\sqrt{2} + \sqrt{7} + \sqrt{14} & \checkmark 5\sqrt{2} + \sqrt{7} - 1 & \checkmark 1 + \sqrt{2} + \sqrt{14} - \sqrt{3} \\
13) \sqrt{6+2\sqrt{5}} + \sqrt{20-2\sqrt{84}} & 14) \sqrt{14+2\sqrt{45}} + \sqrt{21-2\sqrt{108}} & 15) \sqrt{11+2\sqrt{18}} + \sqrt{22-2\sqrt{112}} \\
\checkmark 1 + \sqrt{5} + \sqrt{14} - \sqrt{6} & \checkmark \sqrt{5} + 2\sqrt{3} & \checkmark -\sqrt{2} + 3 + \sqrt{14} \\
16) \sqrt{5+2\sqrt{6}} + \sqrt{19-2\sqrt{90}} & 17) \sqrt{11+2\sqrt{28}} + \sqrt{13-2\sqrt{30}} & 18) \sqrt{6+2\sqrt{8}} + \sqrt{38-2\sqrt{192}} \\
\checkmark \sqrt{3} + \sqrt{2} + \sqrt{10} - 3 & \checkmark 2 + \sqrt{7} + \sqrt{10} - \sqrt{3} & \checkmark 2 + 5\sqrt{2} - \sqrt{6} \\
19) \sqrt{11+2\sqrt{18}} + \sqrt{15-2\sqrt{50}} & 20) \sqrt{11+2\sqrt{28}} + \sqrt{19-2\sqrt{84}} & 21) \sqrt{10+2\sqrt{21}} + \sqrt{19-2\sqrt{48}} \\
\checkmark \sqrt{2} + 3 + \sqrt{10} - \sqrt{5} & \checkmark 2 + 2\sqrt{3} & \checkmark \sqrt{7} + 4 \\
22) \sqrt{14+2\sqrt{45}} + \sqrt{17-2\sqrt{60}} & 23) \sqrt{16+2\sqrt{55}} + \sqrt{23-2\sqrt{112}} & 24) \sqrt{3+2\sqrt{2}} + \sqrt{34-2\sqrt{64}} \\
\checkmark 3 + 2\sqrt{3} & \checkmark \sqrt{5} + \sqrt{11} + 4 - \sqrt{7} & \checkmark 1 + 4\sqrt{2} \\
25) \sqrt{14+2\sqrt{45}} + \sqrt{39-2\sqrt{224}} & 26) \sqrt{13+2\sqrt{22}} + \sqrt{19-2\sqrt{84}} & 27) \sqrt{10+2\sqrt{21}} + \sqrt{16-2\sqrt{48}} \\
\checkmark \sqrt{5} + 3 + 4\sqrt{2} - \sqrt{7} & \checkmark \sqrt{2} + \sqrt{11} + 2\sqrt{3} - \sqrt{7} & \checkmark 3\sqrt{3} + \sqrt{7} - 2 \\
28) \sqrt{8+2\sqrt{7}} + \sqrt{21-2\sqrt{108}} & 29) \sqrt{12+2\sqrt{27}} + \sqrt{37-2\sqrt{160}} & 30) \sqrt{13+2\sqrt{36}} + \sqrt{19-2\sqrt{48}} \\
\checkmark -2 + \sqrt{7} + 2\sqrt{3} & \checkmark \sqrt{3} + 3 + 4\sqrt{2} - \sqrt{5} & \checkmark 9 - \sqrt{3}
\end{array}$$

Задача 4. Упростить.

$$\begin{array}{lll}
1) \frac{(a^{\frac{1}{4}} - a^{\frac{1}{5}})^2 + 4a^{\frac{9}{20}}}{(a^{\frac{1}{2}} - a^{\frac{2}{5}})(\sqrt[4]{a^5} + \sqrt[5]{a^6})} & 2) \frac{(a^{\frac{1}{4}} - a^{\frac{1}{15}})^2 + 4a^{\frac{19}{60}}}{(a^{\frac{1}{2}} - a^{\frac{2}{15}})(\sqrt[4]{a^5} + \sqrt[15]{a^{16}})} & 3) \frac{(a^{\frac{1}{2}} - a^{\frac{1}{21}})^2 + 4a^{\frac{23}{42}}}{(a^1 - a^{\frac{2}{21}})(\sqrt[2]{a^3} + \sqrt[21]{a^{22}})} \\
\checkmark \frac{1}{a(\sqrt[4]{a} - \sqrt[5]{a})} & \checkmark \frac{1}{a(\sqrt[4]{a} - \sqrt[15]{a})} & \checkmark \frac{1}{a(\sqrt{a} - \sqrt[21]{a})} \\
4) \frac{(a^{\frac{1}{24}} - a^{\frac{1}{13}})^2 + 4a^{\frac{37}{12}}}{(a^{\frac{1}{12}} - a^{\frac{2}{13}})(\sqrt[24]{a^{25}} + \sqrt[13]{a^{14}})} & 5) \frac{(a^{\frac{1}{4}} - a^{\frac{1}{13}})^2 + 4a^{\frac{17}{52}}}{(a^{\frac{1}{2}} - a^{\frac{2}{13}})(\sqrt[4]{a^5} + \sqrt[13]{a^{14}})} & 6) \frac{(a^{\frac{1}{16}} - a^{\frac{1}{23}})^2 + 4a^{\frac{39}{368}}}{(a^{\frac{1}{8}} - a^{\frac{2}{23}})(\sqrt[16]{a^{17}} + \sqrt[23]{a^{24}})} \\
\checkmark \frac{1}{a(\sqrt[24]{a} - \sqrt[13]{a})} & \checkmark \frac{1}{a(\sqrt[4]{a} - \sqrt[13]{a})} & \checkmark \frac{1}{a(\sqrt[16]{a} - \sqrt[23]{a})} \\
7) \frac{(a^{\frac{1}{16}} - a^{\frac{1}{5}})^2 + 4a^{\frac{21}{80}}}{(a^{\frac{1}{8}} - a^{\frac{2}{5}})(\sqrt[16]{a^{17}} + \sqrt[5]{a^6})} & 8) \frac{(a^{\frac{1}{6}} - a^{\frac{1}{13}})^2 + 4a^{\frac{19}{78}}}{(a^{\frac{1}{3}} - a^{\frac{2}{13}})(\sqrt[6]{a^7} + \sqrt[13]{a^{14}})} & 9) \frac{(a^{\frac{1}{16}} - a^{\frac{1}{3}})^2 + 4a^{\frac{19}{48}}}{(a^{\frac{1}{8}} - a^{\frac{2}{3}})(\sqrt[16]{a^{17}} + \sqrt[3]{a^4})} \\
\checkmark \frac{1}{a(\sqrt[16]{a} - \sqrt[5]{a})} & \checkmark \frac{1}{a(\sqrt[6]{a} - \sqrt[13]{a})} & \checkmark \frac{1}{a(\sqrt[16]{a} - \sqrt[3]{a})}
\end{array}$$

$$\begin{array}{lll}
10) \frac{(a^{\frac{1}{8}} - a^{\frac{1}{17}})^2 + 4a^{\frac{25}{136}}}{(a^{\frac{1}{4}} - a^{\frac{2}{17}})(\sqrt[8]{a^9} + \sqrt[17]{a^{18}})} & 11) \frac{(a^{\frac{1}{4}} - a^{\frac{1}{19}})^2 + 4a^{\frac{23}{76}}}{(a^{\frac{1}{2}} - a^{\frac{2}{19}})(\sqrt[4]{a^5} + \sqrt[19]{a^{20}})} & 12) \frac{(a^{\frac{1}{24}} - a^{\frac{1}{21}})^2 + 4a^{\frac{5}{56}}}{(a^{\frac{1}{12}} - a^{\frac{2}{21}})(\sqrt[24]{a^{25}} + \sqrt[21]{a^{22}})} \\
\checkmark \frac{1}{a(\sqrt[8]{a} - \sqrt[17]{a})} & \checkmark \frac{1}{a(\sqrt[4]{a} - \sqrt[19]{a})} & \checkmark \frac{1}{a(\sqrt[24]{a} - \sqrt[21]{a})} \\
13) \frac{(a^{\frac{1}{14}} - a^{\frac{1}{19}})^2 + 4a^{\frac{33}{266}}}{(a^{\frac{1}{7}} - a^{\frac{2}{19}})(\sqrt[14]{a^{15}} + \sqrt[19]{a^{20}})} & 14) \frac{(a^{\frac{1}{12}} - a^{\frac{1}{17}})^2 + 4a^{\frac{29}{204}}}{(a^{\frac{1}{6}} - a^{\frac{2}{17}})(\sqrt[12]{a^{13}} + \sqrt[17]{a^{18}})} & 15) \frac{(a^{\frac{1}{16}} - a^{\frac{1}{21}})^2 + 4a^{\frac{37}{336}}}{(a^{\frac{1}{8}} - a^{\frac{2}{21}})(\sqrt[16]{a^{17}} + \sqrt[21]{a^{22}})} \\
\checkmark \frac{1}{a(\sqrt[14]{a} - \sqrt[19]{a})} & \checkmark \frac{1}{a(\sqrt[12]{a} - \sqrt[17]{a})} & \checkmark \frac{1}{a(\sqrt[16]{a} - \sqrt[21]{a})} \\
16) \frac{(a^{\frac{1}{8}} - a^{\frac{1}{9}})^2 + 4a^{\frac{17}{72}}}{(a^{\frac{1}{4}} - a^{\frac{2}{9}})(\sqrt[8]{a^9} + \sqrt[9]{a^{10}})} & 17) \frac{(a^{\frac{1}{10}} - a^{\frac{1}{5}})^2 + 4a^{\frac{3}{10}}}{(a^{\frac{1}{5}} - a^{\frac{2}{5}})(\sqrt[10]{a^{11}} + \sqrt[5]{a^6})} & 18) \frac{(a^{\frac{1}{10}} - a^{\frac{1}{9}})^2 + 4a^{\frac{19}{90}}}{(a^{\frac{1}{5}} - a^{\frac{2}{9}})(\sqrt[10]{a^{11}} + \sqrt[9]{a^{10}})} \\
\checkmark \frac{1}{a(\sqrt[8]{a} - \sqrt[9]{a})} & \checkmark \frac{1}{a(\sqrt[10]{a} - \sqrt[5]{a})} & \checkmark \frac{1}{a(\sqrt[10]{a} - \sqrt[9]{a})} \\
19) \frac{(a^{\frac{1}{24}} - a^{\frac{1}{5}})^2 + 4a^{\frac{29}{120}}}{(a^{\frac{1}{12}} - a^{\frac{2}{5}})(\sqrt[24]{a^{25}} + \sqrt[5]{a^6})} & 20) \frac{(a^{\frac{1}{20}} - a^{\frac{1}{21}})^2 + 4a^{\frac{41}{420}}}{(a^{\frac{1}{10}} - a^{\frac{2}{21}})(\sqrt[20]{a^{21}} + \sqrt[21]{a^{22}})} & 21) \frac{(a^{\frac{1}{18}} - a^{\frac{1}{21}})^2 + 4a^{\frac{13}{126}}}{(a^{\frac{1}{9}} - a^{\frac{2}{21}})(\sqrt[18]{a^{19}} + \sqrt[21]{a^{22}})} \\
\checkmark \frac{1}{a(\sqrt[24]{a} - \sqrt[5]{a})} & \checkmark \frac{1}{a(\sqrt[20]{a} - \sqrt[21]{a})} & \checkmark \frac{1}{a(\sqrt[18]{a} - \sqrt[21]{a})} \\
22) \frac{(a^{\frac{1}{18}} - a^{\frac{1}{15}})^2 + 4a^{\frac{11}{90}}}{(a^{\frac{1}{9}} - a^{\frac{2}{15}})(\sqrt[18]{a^{19}} + \sqrt[15]{a^{16}})} & 23) \frac{(a^{\frac{1}{6}} - a^{\frac{1}{7}})^2 + 4a^{\frac{13}{42}}}{(a^{\frac{1}{3}} - a^{\frac{2}{7}})(\sqrt[6]{a^7} + \sqrt[7]{a^8})} & 24) \frac{(a^{\frac{1}{12}} - a^{\frac{1}{13}})^2 + 4a^{\frac{25}{156}}}{(a^{\frac{1}{6}} - a^{\frac{2}{13}})(\sqrt[12]{a^{13}} + \sqrt[13]{a^{14}})} \\
\checkmark \frac{1}{a(\sqrt[18]{a} - \sqrt[15]{a})} & \checkmark \frac{1}{a(\sqrt[6]{a} - \sqrt[7]{a})} & \checkmark \frac{1}{a(\sqrt[12]{a} - \sqrt[13]{a})} \\
25) \frac{(a^{\frac{1}{2}} - a^{\frac{1}{3}})^2 + 4a^{\frac{5}{6}}}{(a^1 - a^{\frac{2}{3}})(\sqrt[2]{a^3} + \sqrt[3]{a^4})} & 26) \frac{(a^{\frac{1}{24}} - a^{\frac{1}{11}})^2 + 4a^{\frac{35}{264}}}{(a^{\frac{1}{12}} - a^{\frac{2}{11}})(\sqrt[24]{a^{25}} + \sqrt[11]{a^{12}})} & 27) \frac{(a^{\frac{1}{6}} - a^{\frac{1}{3}})^2 + 4a^{\frac{1}{2}}}{(a^{\frac{1}{3}} - a^{\frac{2}{3}})(\sqrt[6]{a^7} + \sqrt[3]{a^4})} \\
\checkmark \frac{1}{a(\sqrt{a} - \sqrt[3]{a})} & \checkmark \frac{1}{a(\sqrt[24]{a} - \sqrt[11]{a})} & \checkmark \frac{1}{a(\sqrt[6]{a} - \sqrt[3]{a})} \\
28) \frac{(a^{\frac{1}{20}} - a^{\frac{1}{13}})^2 + 4a^{\frac{33}{260}}}{(a^{\frac{1}{10}} - a^{\frac{2}{13}})(\sqrt[20]{a^{21}} + \sqrt[13]{a^{14}})} & 29) \frac{(a^{\frac{1}{18}} - a^{\frac{1}{23}})^2 + 4a^{\frac{41}{414}}}{(a^{\frac{1}{9}} - a^{\frac{2}{23}})(\sqrt[18]{a^{19}} + \sqrt[23]{a^{24}})} & 30) \frac{(a^{\frac{1}{2}} - a^{\frac{1}{13}})^2 + 4a^{\frac{15}{26}}}{(a^1 - a^{\frac{2}{13}})(\sqrt[2]{a^3} + \sqrt[13]{a^{14}})} \\
\checkmark \frac{1}{a(\sqrt[20]{a} - \sqrt[13]{a})} & \checkmark \frac{1}{a(\sqrt[18]{a} - \sqrt[23]{a})} & \checkmark \frac{1}{a(\sqrt{a} - \sqrt[13]{a})}
\end{array}$$

Задача 5. Упростить.

$$\begin{array}{lll}
1) \frac{(x^{\frac{1}{11}} - 9x^{\frac{2}{9}}) \cdot (\sqrt[22]{x^{-21}} - 3\sqrt[9]{x^{-8}})}{(x^{\frac{1}{22}} + 3x^{\frac{1}{9}})^2 - 12x^{\frac{31}{198}}} & 2) \frac{(x^{\frac{1}{3}} - 9x^{\frac{2}{11}}) \cdot (\sqrt[6]{x^{-5}} - 3\sqrt[11]{x^{-10}})}{(x^{\frac{1}{6}} + 3x^{\frac{1}{11}})^2 - 12x^{\frac{17}{66}}} & 3) \frac{(x^{\frac{1}{10}} - 9x^2) \cdot (\sqrt[20]{x^{-19}} - 3\sqrt[1]{x^0})}{(x^{\frac{1}{20}} + 3x^1)^2 - 12x^{\frac{21}{10}}} \\
\checkmark \frac{x^{\frac{1}{22}} + 3x^{\frac{1}{9}}}{x} & \checkmark \frac{x^{\frac{1}{6}} + 3x^{\frac{1}{11}}}{x} & \checkmark \frac{x^{\frac{1}{20}} + 3x}{x} \\
4) \frac{(x^{\frac{1}{9}} - 9x^{\frac{2}{7}}) \cdot (\sqrt[18]{x^{-17}} - 3\sqrt[7]{x^{-6}})}{(x^{\frac{1}{18}} + 3x^{\frac{1}{7}})^2 - 12x^{\frac{25}{126}}} & 5) \frac{(x^1 - 9x^{\frac{2}{15}}) \cdot (\sqrt[2]{x^{-1}} - 3\sqrt[15]{x^{-14}})}{(x^{\frac{1}{2}} + 3x^{\frac{1}{15}})^2 - 12x^{\frac{11}{30}}} & 6) \frac{(x^1 - 9x^{\frac{2}{19}}) \cdot (\sqrt[2]{x^{-1}} - 3\sqrt[19]{x^{-18}})}{(x^{\frac{1}{2}} + 3x^{\frac{1}{19}})^2 - 12x^{\frac{21}{38}}} \\
\checkmark \frac{x^{\frac{1}{18}} + 3x^{\frac{1}{7}}}{x} & \checkmark \frac{x^{\frac{1}{2}} + 3x^{\frac{1}{15}}}{x} & \checkmark \frac{x^{\frac{1}{2}} + 3x^{\frac{1}{19}}}{x} \\
7) \frac{(x^{\frac{1}{3}} - 9x^{\frac{2}{19}}) \cdot (\sqrt[6]{x^{-5}} - 3\sqrt[19]{x^{-18}})}{(x^{\frac{1}{6}} + 3x^{\frac{1}{19}})^2 - 12x^{\frac{11}{114}}} & 8) \frac{(x^{\frac{1}{2}} - 9x^{\frac{2}{7}}) \cdot (\sqrt[4]{x^{-3}} - 3\sqrt[7]{x^{-6}})}{(x^{\frac{1}{4}} + 3x^{\frac{1}{7}})^2 - 12x^{\frac{11}{28}}} & 9) \frac{(x^{\frac{1}{9}} - 9x^{\frac{2}{3}}) \cdot (\sqrt[18]{x^{-17}} - 3\sqrt[3]{x^{-2}})}{(x^{\frac{1}{18}} + 3x^{\frac{1}{3}})^2 - 12x^{\frac{7}{18}}} \\
\checkmark \frac{x^{\frac{1}{6}} + 3x^{\frac{1}{19}}}{x} & \checkmark \frac{x^{\frac{1}{4}} + 3x^{\frac{1}{7}}}{x} & \checkmark \frac{x^{\frac{1}{18}} + 3x^{\frac{1}{3}}}{x} \\
10) \frac{(x^{\frac{1}{9}} - 9x^2) \cdot (\sqrt[18]{x^{-17}} - 3\sqrt[1]{x^0})}{(x^{\frac{1}{18}} + 3x^1)^2 - 12x^{\frac{19}{18}}} & 11) \frac{(x^{\frac{1}{2}} - 9x^{\frac{2}{13}}) \cdot (\sqrt[4]{x^{-3}} - 3\sqrt[13]{x^{-12}})}{(x^{\frac{1}{4}} + 3x^{\frac{1}{13}})^2 - 12x^{\frac{17}{52}}} & 12) \frac{(x^{\frac{1}{11}} - 9x^{\frac{2}{23}}) \cdot (\sqrt[22]{x^{-21}} - 3\sqrt[23]{x^{-22}})}{(x^{\frac{1}{22}} + 3x^{\frac{1}{23}})^2 - 12x^{\frac{45}{506}}} \\
\checkmark \frac{x^{\frac{1}{18}} + 3x}{x} & \checkmark \frac{x^{\frac{1}{4}} + 3x^{\frac{1}{13}}}{x} & \checkmark \frac{x^{\frac{1}{22}} + 3x^{\frac{1}{23}}}{x} \\
13) \frac{(x^{\frac{1}{12}} - 9x^{\frac{2}{9}}) \cdot (\sqrt[24]{x^{-23}} - 3\sqrt[9]{x^{-8}})}{(x^{\frac{1}{24}} + 3x^{\frac{1}{9}})^2 - 12x^{\frac{11}{72}}} & 14) \frac{(x^{\frac{1}{11}} - 9x^{\frac{2}{11}}) \cdot (\sqrt[22]{x^{-21}} - 3\sqrt[11]{x^{-10}})}{(x^{\frac{1}{22}} + 3x^{\frac{1}{11}})^2 - 12x^{\frac{3}{22}}} & \\
\checkmark \frac{x^{\frac{1}{24}} + 3x^{\frac{1}{9}}}{x} & \checkmark \frac{x^{\frac{1}{22}} + 3x^{\frac{1}{11}}}{x} &
\end{array}$$

$$15) \frac{(x^{\frac{1}{9}} - 9x^{\frac{2}{19}}) \cdot (\sqrt[18]{x^{-17}} - 3\sqrt[19]{x^{-18}})}{(x^{\frac{1}{18}} + 3x^{\frac{1}{19}})^2 - 12x^{\frac{37}{342}}}$$

$$\checkmark \frac{x^{\frac{1}{18}} + 3x^{\frac{1}{19}}}{x}$$

$$17) \frac{(x^{\frac{1}{8}} - 9x^{\frac{2}{11}}) \cdot (\sqrt[16]{x^{-15}} - 3\sqrt[11]{x^{-10}})}{(x^{\frac{1}{16}} + 3x^{\frac{1}{11}})^2 - 12x^{\frac{27}{176}}}$$

$$\checkmark \frac{x^{\frac{1}{16}} + 3x^{\frac{1}{11}}}{x}$$

$$19) \frac{(x^{\frac{1}{8}} - 9x^{\frac{2}{7}}) \cdot (\sqrt[16]{x^{-15}} - 3\sqrt[7]{x^{-6}})}{(x^{\frac{1}{16}} + 3x^{\frac{1}{7}})^2 - 12x^{\frac{23}{112}}}$$

$$\checkmark \frac{x^{\frac{1}{16}} + 3x^{\frac{1}{7}}}{x}$$

$$21) \frac{(x^{\frac{1}{12}} - 9x^{\frac{2}{17}}) \cdot (\sqrt[24]{x^{-23}} - 3\sqrt[17]{x^{-16}})}{(x^{\frac{1}{24}} + 3x^{\frac{1}{17}})^2 - 12x^{\frac{41}{408}}}$$

$$\checkmark \frac{x^{\frac{1}{24}} + 3x^{\frac{1}{17}}}{x}$$

$$23) \frac{(x^1 - 9x^{\frac{2}{13}}) \cdot (\sqrt[2]{x^{-1}} - 3\sqrt[13]{x^{-12}})}{(x^{\frac{1}{2}} + 3x^{\frac{1}{13}})^2 - 12x^{\frac{15}{26}}}$$

$$\checkmark \frac{x^{\frac{1}{2}} + 3x^{\frac{1}{13}}}{x}$$

$$26) \frac{(x^{\frac{1}{11}} - 9x^{\frac{2}{7}}) \cdot (\sqrt[22]{x^{-21}} - 3\sqrt[7]{x^{-6}})}{(x^{\frac{1}{22}} + 3x^{\frac{1}{7}})^2 - 12x^{\frac{29}{154}}}$$

$$\checkmark \frac{x^{\frac{1}{22}} + 3x^{\frac{1}{7}}}{x}$$

$$28) \frac{(x^{\frac{1}{4}} - 9x^{\frac{2}{13}}) \cdot (\sqrt[8]{x^{-7}} - 3\sqrt[13]{x^{-12}})}{(x^{\frac{1}{8}} + 3x^{\frac{1}{13}})^2 - 12x^{\frac{21}{104}}}$$

$$\checkmark \frac{x^{\frac{1}{8}} + 3x^{\frac{1}{13}}}{x}$$

$$16) \frac{(x^1 - 9x^{\frac{2}{21}}) \cdot (\sqrt[2]{x^{-1}} - 3\sqrt[21]{x^{-20}})}{(x^{\frac{1}{2}} + 3x^{\frac{1}{21}})^2 - 12x^{\frac{23}{42}}}$$

$$\checkmark \frac{x^{\frac{1}{2}} + 3x^{\frac{1}{21}}}{x}$$

$$18) \frac{(x^{\frac{1}{5}} - 9x^{\frac{2}{13}}) \cdot (\sqrt[10]{x^{-9}} - 3\sqrt[13]{x^{-12}})}{(x^{\frac{1}{10}} + 3x^{\frac{1}{13}})^2 - 12x^{\frac{23}{130}}}$$

$$\checkmark \frac{x^{\frac{1}{10}} + 3x^{\frac{1}{13}}}{x}$$

$$20) \frac{(x^{\frac{1}{12}} - 9x^{\frac{2}{23}}) \cdot (\sqrt[24]{x^{-23}} - 3\sqrt[23]{x^{-22}})}{(x^{\frac{1}{24}} + 3x^{\frac{1}{23}})^2 - 12x^{\frac{47}{552}}}$$

$$\checkmark \frac{x^{\frac{1}{24}} + 3x^{\frac{1}{23}}}{x}$$

$$22) \frac{(x^{\frac{1}{7}} - 9x^{\frac{2}{19}}) \cdot (\sqrt[14]{x^{-13}} - 3\sqrt[19]{x^{-18}})}{(x^{\frac{1}{14}} + 3x^{\frac{1}{19}})^2 - 12x^{\frac{33}{266}}}$$

$$\checkmark \frac{x^{\frac{1}{14}} + 3x^{\frac{1}{19}}}{x}$$

$$24) \frac{(x^{\frac{1}{5}} - 9x^{\frac{2}{23}}) \cdot (\sqrt[10]{x^{-9}} - 3\sqrt[23]{x^{-22}})}{(x^{\frac{1}{10}} + 3x^{\frac{1}{23}})^2 - 12x^{\frac{33}{230}}}$$

$$\checkmark \frac{x^{\frac{1}{10}} + 3x^{\frac{1}{23}}}{x}$$

$$27) \frac{(x^{\frac{1}{10}} - 9x^{\frac{2}{19}}) \cdot (\sqrt[20]{x^{-19}} - 3\sqrt[19]{x^{-18}})}{(x^{\frac{1}{20}} + 3x^{\frac{1}{19}})^2 - 12x^{\frac{39}{380}}}$$

$$\checkmark \frac{x^{\frac{1}{20}} + 3x^{\frac{1}{19}}}{x}$$

$$29) \frac{(x^{\frac{1}{10}} - 9x^{\frac{2}{7}}) \cdot (\sqrt[20]{x^{-19}} - 3\sqrt[7]{x^{-6}})}{(x^{\frac{1}{20}} + 3x^{\frac{1}{7}})^2 - 12x^{\frac{27}{140}}}$$

$$\checkmark \frac{x^{\frac{1}{20}} + 3x^{\frac{1}{7}}}{x}$$

$$25) \frac{(x^{\frac{1}{3}} - 9x^{\frac{2}{9}}) \cdot (\sqrt[6]{x^{-5}} - 3\sqrt[9]{x^{-8}})}{(x^{\frac{1}{6}} + 3x^{\frac{1}{9}})^2 - 12x^{\frac{5}{18}}}$$

$$\checkmark \frac{x^{\frac{1}{6}} + 3x^{\frac{1}{9}}}{x}$$

$$30) \frac{(x^1 - 9x^2) \cdot (\sqrt[2]{x^{-1}} - 3\sqrt[4]{x^0})}{(x^{\frac{1}{2}} + 3x^1)^2 - 12x^{\frac{3}{2}}}$$

$$\checkmark \frac{x^{\frac{1}{2}} + 3x}{x}$$

Задача 6. Решить уравнение.

$$1) \frac{55}{y+11} + \frac{44}{y+22} + \frac{33}{y+33} = 8$$

$$\checkmark y_1 = 0, \quad y_{2,3} = \frac{11}{4}(-9 \pm \sqrt{5})$$

$$4) \frac{35}{y+7} + \frac{28}{y+14} + \frac{21}{y+21} = 8$$

$$\checkmark y_1 = 0, \quad y_{2,3} = \frac{7}{4}(-9 \pm \sqrt{5})$$

$$7) \frac{65}{y+13} + \frac{52}{y+26} + \frac{39}{y+39} = 8$$

$$\checkmark y_1 = 0, \quad y_{2,3} = \frac{13}{4}(-9 \pm \sqrt{5})$$

$$10) \frac{55}{y+11} + \frac{44}{y+22} + \frac{33}{y+33} = 8$$

$$\checkmark y_1 = 0, \quad y_{2,3} = \frac{11}{4}(-9 \pm \sqrt{5})$$

$$13) \frac{20}{y+4} + \frac{16}{y+8} + \frac{12}{y+12} = 8$$

$$\checkmark y_1 = 0, \quad y_{2,3} = 1(-9 \pm \sqrt{5})$$

$$16) \frac{85}{y+17} + \frac{68}{y+34} + \frac{51}{y+51} = 8$$

$$\checkmark y_1 = 0, \quad y_{2,3} = \frac{17}{4}(-9 \pm \sqrt{5})$$

$$2) \frac{110}{y+22} + \frac{88}{y+44} + \frac{66}{y+66} = 8$$

$$\checkmark y_1 = 0, \quad y_{2,3} = \frac{11}{2}(-9 \pm \sqrt{5})$$

$$5) \frac{85}{y+17} + \frac{68}{y+34} + \frac{51}{y+51} = 8$$

$$\checkmark y_1 = 0, \quad y_{2,3} = \frac{17}{4}(-9 \pm \sqrt{5})$$

$$8) \frac{65}{y+13} + \frac{52}{y+26} + \frac{39}{y+39} = 8$$

$$\checkmark y_1 = 0, \quad y_{2,3} = \frac{13}{4}(-9 \pm \sqrt{5})$$

$$11) \frac{55}{y+11} + \frac{44}{y+22} + \frac{33}{y+33} = 8$$

$$\checkmark y_1 = 0, \quad y_{2,3} = \frac{11}{4}(-9 \pm \sqrt{5})$$

$$14) \frac{120}{y+24} + \frac{96}{y+48} + \frac{72}{y+72} = 8$$

$$\checkmark y_1 = 0, \quad y_{2,3} = 6(-9 \pm \sqrt{5})$$

$$17) \frac{65}{y+13} + \frac{52}{y+26} + \frac{39}{y+39} = 8$$

$$\checkmark y_1 = 0, \quad y_{2,3} = \frac{13}{4}(-9 \pm \sqrt{5})$$

$$3) \frac{40}{y+8} + \frac{32}{y+16} + \frac{24}{y+24} = 8$$

$$\checkmark y_1 = 0, \quad y_{2,3} = 2(-9 \pm \sqrt{5})$$

$$6) \frac{85}{y+17} + \frac{68}{y+34} + \frac{51}{y+51} = 8$$

$$\checkmark y_1 = 0, \quad y_{2,3} = \frac{17}{4}(-9 \pm \sqrt{5})$$

$$9) \frac{100}{y+20} + \frac{80}{y+40} + \frac{60}{y+60} = 8$$

$$\checkmark y_1 = 0, \quad y_{2,3} = 5(-9 \pm \sqrt{5})$$

$$12) \frac{65}{y+13} + \frac{52}{y+26} + \frac{39}{y+39} = 8$$

$$\checkmark y_1 = 0, \quad y_{2,3} = \frac{13}{4}(-9 \pm \sqrt{5})$$

$$15) \frac{105}{y+21} + \frac{84}{y+42} + \frac{63}{y+63} = 8$$

$$\checkmark y_1 = 0, \quad y_{2,3} = \frac{21}{4}(-9 \pm \sqrt{5})$$

$$18) \frac{55}{y+11} + \frac{44}{y+22} + \frac{33}{y+33} = 8$$

$$\checkmark y_1 = 0, \quad y_{2,3} = \frac{11}{4}(-9 \pm \sqrt{5})$$

$$19) \frac{50}{y+10} + \frac{40}{y+20} + \frac{30}{y+30} = 8$$

$$\checkmark y_1 = 0, y_{2,3} = \frac{5}{2}(-9 \pm \sqrt{5})$$

$$22) \frac{30}{y+6} + \frac{24}{y+12} + \frac{18}{y+18} = 8$$

$$\checkmark y_1 = 0, y_{2,3} = \frac{3}{2}(-9 \pm \sqrt{5})$$

$$25) \frac{70}{y+14} + \frac{56}{y+28} + \frac{42}{y+42} = 8$$

$$\checkmark y_1 = 0, y_{2,3} = \frac{7}{2}(-9 \pm \sqrt{5})$$

$$28) \frac{115}{y+23} + \frac{92}{y+46} + \frac{69}{y+69} = 8$$

$$\checkmark y_1 = 0, y_{2,3} = \frac{23}{4}(-9 \pm \sqrt{5})$$

$$20) \frac{125}{y+25} + \frac{100}{y+50} + \frac{75}{y+75} = 8$$

$$\checkmark y_1 = 0, y_{2,3} = \frac{25}{4}(-9 \pm \sqrt{5})$$

$$23) \frac{70}{y+14} + \frac{56}{y+28} + \frac{42}{y+42} = 8$$

$$\checkmark y_1 = 0, y_{2,3} = \frac{7}{2}(-9 \pm \sqrt{5})$$

$$26) \frac{55}{y+11} + \frac{44}{y+22} + \frac{33}{y+33} = 8$$

$$\checkmark y_1 = 0, y_{2,3} = \frac{11}{4}(-9 \pm \sqrt{5})$$

$$29) \frac{20}{y+4} + \frac{16}{y+8} + \frac{12}{y+12} = 8$$

$$\checkmark y_1 = 0, y_{2,3} = 1(-9 \pm \sqrt{5})$$

$$21) \frac{95}{y+19} + \frac{76}{y+38} + \frac{57}{y+57} = 8$$

$$\checkmark y_1 = 0, y_{2,3} = \frac{19}{4}(-9 \pm \sqrt{5})$$

$$24) \frac{45}{y+9} + \frac{36}{y+18} + \frac{27}{y+27} = 8$$

$$\checkmark y_1 = 0, y_{2,3} = \frac{9}{4}(-9 \pm \sqrt{5})$$

$$27) \frac{45}{y+9} + \frac{36}{y+18} + \frac{27}{y+27} = 8$$

$$\checkmark y_1 = 0, y_{2,3} = \frac{9}{4}(-9 \pm \sqrt{5})$$

$$30) \frac{70}{y+14} + \frac{56}{y+28} + \frac{42}{y+42} = 8$$

$$\checkmark y_1 = 0, y_{2,3} = \frac{7}{2}(-9 \pm \sqrt{5})$$

Задача 7. Решить уравнение.

$$1) \frac{(x-12)\sqrt{x-12} + (x-3)\sqrt{x-3}}{\sqrt{x-12} + \sqrt{x-3}} = 9$$

$$\checkmark x_1 = 12, x_2 = \frac{45}{4}$$

$$3) \frac{(x-23)\sqrt{x-23} + (x-9)\sqrt{x-9}}{\sqrt{x-23} + \sqrt{x-9}} = 14$$

$$\checkmark x_1 = 23, x_2 = \frac{83}{4}$$

$$5) \frac{(x-19)\sqrt{x-19} + (x-3)\sqrt{x-3}}{\sqrt{x-19} + \sqrt{x-3}} = 16$$

$$\checkmark x_1 = 19, x_2 = \frac{73}{4}$$

$$7) \frac{(x-25)\sqrt{x-25} + (x-6)\sqrt{x-6}}{\sqrt{x-25} + \sqrt{x-6}} = 19$$

$$\checkmark x_1 = 25, x_2 = \frac{47}{2}$$

$$9) \frac{(x-20)\sqrt{x-20} + (x-8)\sqrt{x-8}}{\sqrt{x-20} + \sqrt{x-8}} = 12$$

$$\checkmark x_1 = 20, x_2 = 18$$

$$11) \frac{(x-17)\sqrt{x-17} + (x-1)\sqrt{x-1}}{\sqrt{x-17} + \sqrt{x-1}} = 16$$

$$\checkmark x_1 = 17, x_2 = \frac{67}{4}$$

$$13) \frac{(x-21)\sqrt{x-21} + (x-7)\sqrt{x-7}}{\sqrt{x-21} + \sqrt{x-7}} = 14$$

$$\checkmark x_1 = 21, x_2 = \frac{77}{4}$$

$$15) \frac{(x-24)\sqrt{x-24} + (x-10)\sqrt{x-10}}{\sqrt{x-24} + \sqrt{x-10}} = 14$$

$$\checkmark x_1 = 24, x_2 = \frac{43}{2}$$

$$17) \frac{(x-14)\sqrt{x-14} + (x-2)\sqrt{x-2}}{\sqrt{x-14} + \sqrt{x-2}} = 12$$

$$\checkmark x_1 = 14, x_2 = \frac{27}{2}$$

$$19) \frac{(x-24)\sqrt{x-24} + (x-5)\sqrt{x-5}}{\sqrt{x-24} + \sqrt{x-5}} = 19$$

$$\checkmark x_1 = 24, x_2 = \frac{91}{4}$$

$$2) \frac{(x-14)\sqrt{x-14} + (x-4)\sqrt{x-4}}{\sqrt{x-14} + \sqrt{x-4}} = 10$$

$$\checkmark x_1 = 14, x_2 = 13$$

$$4) \frac{(x-17)\sqrt{x-17} + (x-5)\sqrt{x-5}}{\sqrt{x-17} + \sqrt{x-5}} = 12$$

$$\checkmark x_1 = 17, x_2 = \frac{63}{4}$$

$$6) \frac{(x-19)\sqrt{x-19} + (x-8)\sqrt{x-8}}{\sqrt{x-19} + \sqrt{x-8}} = 11$$

$$\checkmark x_1 = 19, x_2 = 17$$

$$8) \frac{(x-19)\sqrt{x-19} + (x-4)\sqrt{x-4}}{\sqrt{x-19} + \sqrt{x-4}} = 15$$

$$\checkmark x_1 = 19, x_2 = 18$$

$$10) \frac{(x-18)\sqrt{x-18} + (x-4)\sqrt{x-4}}{\sqrt{x-18} + \sqrt{x-4}} = 14$$

$$\checkmark x_1 = 18, x_2 = 17$$

$$12) \frac{(x-25)\sqrt{x-25} + (x-1)\sqrt{x-1}}{\sqrt{x-25} + \sqrt{x-1}} = 24$$

$$\checkmark x_1 = 25, x_2 = \frac{99}{4}$$

$$14) \frac{(x-22)\sqrt{x-22} + (x-7)\sqrt{x-7}}{\sqrt{x-22} + \sqrt{x-7}} = 15$$

$$\checkmark x_1 = 22, x_2 = \frac{81}{4}$$

$$16) \frac{(x-16)\sqrt{x-16} + (x-2)\sqrt{x-2}}{\sqrt{x-16} + \sqrt{x-2}} = 14$$

$$\checkmark x_1 = 16, x_2 = \frac{31}{2}$$

$$18) \frac{(x-17)\sqrt{x-17} + (x-7)\sqrt{x-7}}{\sqrt{x-17} + \sqrt{x-7}} = 10$$

$$\checkmark x_1 = 17, x_2 = \frac{61}{4}$$

$$20) \frac{(x-20)\sqrt{x-20} + (x-2)\sqrt{x-2}}{\sqrt{x-20} + \sqrt{x-2}} = 18$$

$$\checkmark x_1 = 20, x_2 = \frac{39}{2}$$

$$21) \frac{(x-20)\sqrt{x-20} + (x-3)\sqrt{x-3}}{\sqrt{x-20} + \sqrt{x-3}} = 17$$

$$\checkmark x_1 = 20, x_2 = \frac{77}{4}$$

$$23) \frac{(x-12)\sqrt{x-12} + (x-7)\sqrt{x-7}}{\sqrt{x-12} + \sqrt{x-7}} = 5$$

$$\checkmark x_1 = 12, x_2 = \frac{41}{4}$$

$$25) \frac{(x-23)\sqrt{x-23} + (x-2)\sqrt{x-2}}{\sqrt{x-23} + \sqrt{x-2}} = 21$$

$$\checkmark x_1 = 23, x_2 = \frac{45}{2}$$

$$27) \frac{(x-21)\sqrt{x-21} + (x-4)\sqrt{x-4}}{\sqrt{x-21} + \sqrt{x-4}} = 17$$

$$\checkmark x_1 = 21, x_2 = 20$$

$$29) \frac{(x-11)\sqrt{x-11} + (x-7)\sqrt{x-7}}{\sqrt{x-11} + \sqrt{x-7}} = 4$$

$$\checkmark x_1 = 11, x_2 = \frac{37}{4}$$

$$22) \frac{(x-17)\sqrt{x-17} + (x-6)\sqrt{x-6}}{\sqrt{x-17} + \sqrt{x-6}} = 11$$

$$\checkmark x_1 = 17, x_2 = \frac{31}{2}$$

$$24) \frac{(x-15)\sqrt{x-15} + (x-9)\sqrt{x-9}}{\sqrt{x-15} + \sqrt{x-9}} = 6$$

$$\checkmark x_1 = 15, x_2 = \frac{51}{4}$$

$$26) \frac{(x-13)\sqrt{x-13} + (x-3)\sqrt{x-3}}{\sqrt{x-13} + \sqrt{x-3}} = 10$$

$$\checkmark x_1 = 13, x_2 = \frac{49}{4}$$

$$28) \frac{(x-22)\sqrt{x-22} + (x-9)\sqrt{x-9}}{\sqrt{x-22} + \sqrt{x-9}} = 13$$

$$\checkmark x_1 = 22, x_2 = \frac{79}{4}$$

$$30) \frac{(x-14)\sqrt{x-14} + (x-6)\sqrt{x-6}}{\sqrt{x-14} + \sqrt{x-6}} = 8$$

$$\checkmark x_1 = 14, x_2 = \frac{25}{2}$$

Задача 8. Упростить.

$$1) 4^{\frac{2}{\log_{19} 4} + 1} 19 - 24^{\log_4 19} 19^{\log_{19} 4} + 4 \cdot 19^{\frac{2}{\log_4 19} + 1}$$

$$\checkmark 17100$$

$$2) 20^{\frac{2}{\log_{13} 20} + 1} 13 - 220^{\log_{20} 13} 13^{\log_{13} 20} + 20 \cdot 13^{\frac{2}{\log_{20} 13} + 1}$$

$$\checkmark 12740$$

$$3) 14^{\frac{2}{\log_{13} 14} + 1} 13 - 214^{\log_{14} 13} 13^{\log_{13} 14} + 14 \cdot 13^{\frac{2}{\log_{14} 13} + 1}$$

$$\checkmark 182$$

$$4) 14^{\frac{2}{\log_{21} 14} + 1} 21 - 214^{\log_{14} 21} 21^{\log_{21} 14} + 14 \cdot 21^{\frac{2}{\log_{14} 21} + 1}$$

$$\checkmark 14406$$

$$5) 4^{\frac{2}{\log_3 4} + 1} 3 - 24^{\log_4 3} 3^{\log_3 4} + 4 \cdot 3^{\frac{2}{\log_4 3} + 1}$$

$$\checkmark 12$$

$$6) 2^{\frac{2}{\log_7 2} + 1} 7 - 22^{\log_2 7} 7^{\log_7 2} + 2 \cdot 7^{\frac{2}{\log_2 7} + 1}$$

$$\checkmark 350$$

$$7) 20^{\frac{2}{\log_{19} 20} + 1} 19 - 220^{\log_{20} 19} 19^{\log_{19} 20} + 20 \cdot 19^{\frac{2}{\log_{20} 19} + 1}$$

$$\checkmark 380$$

$$8) 22^{\frac{2}{\log_5 22} + 1} 5 - 222^{\log_{22} 5} 5^{\log_5 22} + 22 \cdot 5^{\frac{2}{\log_{22} 5} + 1}$$

$$\checkmark 31790$$

$$9) 4^{\frac{2}{\log_{15} 4} + 1} 15 - 24^{\log_4 15} 15^{\log_{15} 4} + 4 \cdot 15^{\frac{2}{\log_4 15} + 1}$$

$$\checkmark 7260$$

$$10) 8^{\frac{2}{\log_9 8} + 1} 9 - 28^{\log_8 9} 9^{\log_9 8} + 8 \cdot 9^{\frac{2}{\log_8 9} + 1}$$

$$\checkmark 72$$

$$11) 20^{\frac{2}{\log_{23} 20} + 1} 23 - 220^{\log_{20} 23} 23^{\log_{23} 20} + 20 \cdot 23^{\frac{2}{\log_{20} 23} + 1}$$

$$\checkmark 4140$$

$$12) 12^{\frac{2}{\log_{23} 12} + 1} 23 - 212^{\log_{12} 23} 23^{\log_{23} 12} + 12 \cdot 23^{\frac{2}{\log_{12} 23} + 1}$$

$$\checkmark 33396$$

$$13) 18^{\frac{2}{\log_{11} 18} + 1} 11 - 218^{\log_{18} 11} 11^{\log_{11} 18} + 18 \cdot 11^{\frac{2}{\log_{18} 11} + 1}$$

$$\checkmark 9702$$

$$14) 24^{\frac{2}{\log_{11} 24} + 1} 11 - 224^{\log_{24} 11} 11^{\log_{11} 24} + 24 \cdot 11^{\frac{2}{\log_{24} 11} + 1}$$

$$\checkmark 44616$$

$$15) 6^{\frac{2}{\log_{11} 6} + 1} 11 - 26^{\log_6 11} 11^{\log_{11} 6} + 6 \cdot 11^{\frac{2}{\log_6 11} + 1}$$

$$\checkmark 1650$$

$$16) 24^{\frac{2}{\log_3 24} + 1} 3 - 224^{\log_{24} 3} 3^{\log_3 24} + 24 \cdot 3^{\frac{2}{\log_{24} 3} + 1}$$

$$\checkmark 31752$$

$$17) 22^{\frac{2}{\log_{21} 22} + 1} 21 - 222^{\log_{22} 21} 21^{\log_{21} 22} + 22 \cdot 21^{\frac{2}{\log_{22} 21} + 1}$$

$$\checkmark 462$$

$$18) 10^{\frac{2}{\log_9 10} + 1} 9 - 210^{\log_{10} 9} 9^{\log_9 10} + 10 \cdot 9^{\frac{2}{\log_{10} 9} + 1}$$

$$\checkmark 90$$

$$19) 22^{\frac{2}{\log_{23} 22} + 1} 23 - 222^{\log_{22} 23} 23^{\log_{23} 22} + 22 \cdot 23^{\frac{2}{\log_{22} 23} + 1}$$

$$\checkmark 506$$

$$20) 22^{\frac{2}{\log_{19} 22} + 1} 19 - 222^{\log_{22} 19} 19^{\log_{19} 22} + 22 \cdot 19^{\frac{2}{\log_{22} 19} + 1}$$

$$\checkmark 3762$$

$$21) 24^{\frac{2}{\log_5 24} + 1} 5 - 224^{\log_{24} 5} 5^{\log_5 24} + 24 \cdot 5^{\frac{2}{\log_{24} 5} + 1}$$

$$\checkmark 43320$$

$$22) 14^{\frac{2}{\log_7 14} + 1} 7 - 214^{\log_{14} 7} 7^{\log_7 14} + 14 \cdot 7^{\frac{2}{\log_{14} 7} + 1}$$

$$\checkmark 4802$$

$$23) 18^{\frac{2}{\log_{17} 18} + 1} 17 - 218^{\log_{18} 17} 17^{\log_{17} 18} + 18 \cdot 17^{\frac{2}{\log_{18} 17} + 1}$$

$$\checkmark 306$$

$$24) 4^{\frac{2}{\log_7 4} + 1} 7 - 24^{\log_4 7} 7^{\log_7 4} + 4 \cdot 7^{\frac{2}{\log_4 7} + 1}$$

$$\checkmark 252$$

$$25) 18^{\frac{2}{\log_5 18} + 1} 5 - 218^{\log_{18} 5} 5^{\log_5 18} + 18 \cdot 5^{\frac{2}{\log_{18} 5} + 1}$$

$$\checkmark 15210$$

$$26) 14^{\frac{2}{\log_5 14} + 1} 5 - 214^{\log_{14} 5} 5^{\log_5 14} + 14 \cdot 5^{\frac{2}{\log_{14} 5} + 1}$$

$$\checkmark 5670$$

- 27) $24^{\frac{2}{\log_{21} 24} + 1} 21 - 224^{\log_{24} 21} 21^{\log_{21} 24} + 24 \cdot 21^{\frac{2}{\log_{24} 21} + 1}$ 28) $22^{\frac{2}{\log_{13} 22} + 1} 13 - 222^{\log_{22} 13} 13^{\log_{13} 22} + 22 \cdot 13^{\frac{2}{\log_{22} 13} + 1}$
✓ 4536 ✓ 23166
- 29) $18^{\frac{2}{\log_9 18} + 1} 9 - 218^{\log_{18} 9} 9^{\log_9 18} + 18 \cdot 9^{\frac{2}{\log_{18} 9} + 1}$ 30) $6^{\frac{2}{\log_{15} 6} + 1} 15 - 26^{\log_6 15} 15^{\log_{15} 6} + 6 \cdot 15^{\frac{2}{\log_6 15} + 1}$
✓ 13122 ✓ 7290

Задача 9. Упростить.

- 1) $\frac{1 - \log_{24}^3 5}{(\log_{24} 5 + \log_5 24 + 1) \cdot \log_{24} \frac{24}{5}}$ 2) $\frac{1 - \log_{24}^3 3}{(\log_{24} 3 + \log_3 24 + 1) \cdot \log_{24} 6}$ 3) $\frac{1 - \log_{10}^3 3}{(\log_{10} 3 + \log_3 10 + 1) \cdot \log_{10} \frac{10}{3}}$
✓ $\log_{24} 5$ ✓ $\log_{24} 3$ ✓ $\log_{10} 3$
- 4) $\frac{1 - \log_8^3 19}{(\log_8 19 + \log_{19} 8 + 1) \cdot \log_8 \frac{8}{19}}$ 5) $\frac{1 - \log_{12}^3 15}{(\log_{12} 15 + \log_{15} 12 + 1) \cdot \log_{12} \frac{4}{5}}$ 6) $\frac{1 - \log_{20}^3 17}{(\log_{20} 17 + \log_{17} 20 + 1) \cdot \log_{20} \frac{20}{17}}$
✓ $\log_8 19$ ✓ $\log_{12} 15$ ✓ $\log_{20} 17$
- 7) $\frac{1 - \log_8^3 15}{(\log_8 15 + \log_{15} 8 + 1) \cdot \log_8 \frac{8}{15}}$ 8) $\frac{1 - \log_6^3 5}{(\log_6 5 + \log_5 6 + 1) \cdot \log_6 \frac{6}{5}}$ 9) $\frac{1 - \log_{12}^3 21}{(\log_{12} 21 + \log_{21} 12 + 1) \cdot \log_{12} \frac{4}{7}}$
✓ $\log_8 15$ ✓ $\log_6 5$ ✓ $\log_{12} 21$
- 10) $\frac{1 - \log_{16}^3 11}{(\log_{16} 11 + \log_{11} 16 + 1) \cdot \log_{16} \frac{16}{11}}$ 11) $\frac{1 - \log_{22}^3 11}{(\log_{22} 11 + \log_{11} 22 + 1) \cdot \log_{22} 2}$ 12) $\frac{1 - \log_{10}^3 21}{(\log_{10} 21 + \log_{21} 10 + 1) \cdot \log_{10} \frac{10}{21}}$
✓ $\log_{16} 11$ ✓ $\log_{22} 11$ ✓ $\log_{10} 21$
- 13) $\frac{1 - \log_{16}^3 21}{(\log_{16} 21 + \log_{21} 16 + 1) \cdot \log_{16} \frac{16}{21}}$ 14) $\frac{1 - \log_{22}^3 23}{(\log_{22} 23 + \log_{23} 22 + 1) \cdot \log_{22} \frac{22}{23}}$
✓ $\log_{16} 21$ ✓ $\log_{22} 23$
- 15) $\frac{1 - \log_{14}^3 19}{(\log_{14} 19 + \log_{19} 14 + 1) \cdot \log_{14} \frac{14}{19}}$ 16) $\frac{1 - \log_{10}^3 23}{(\log_{10} 23 + \log_{23} 10 + 1) \cdot \log_{10} \frac{10}{23}}$ 17) $\frac{1 - \log_8^3 13}{(\log_8 13 + \log_{13} 8 + 1) \cdot \log_8 \frac{8}{13}}$
✓ $\log_{14} 19$ ✓ $\log_{10} 23$ ✓ $\log_8 13$
- 18) $\frac{1 - \log_{16}^3 19}{(\log_{16} 19 + \log_{19} 16 + 1) \cdot \log_{16} \frac{16}{19}}$ 19) $\frac{1 - \log_{22}^3 3}{(\log_{22} 3 + \log_3 22 + 1) \cdot \log_{22} \frac{22}{3}}$ 20) $\frac{1 - \log_4^3 23}{(\log_4 23 + \log_{23} 4 + 1) \cdot \log_4 \frac{4}{23}}$
✓ $\log_{16} 19$ ✓ $\log_{22} 3$ ✓ $\log_4 23$
- 21) $\frac{1 - \log_{14}^3 15}{(\log_{14} 15 + \log_{15} 14 + 1) \cdot \log_{14} \frac{14}{15}}$ 22) $\frac{1 - \log_{18}^3 13}{(\log_{18} 13 + \log_{13} 18 + 1) \cdot \log_{18} \frac{18}{13}}$ 23) $\frac{1 - \log_{14}^3 7}{(\log_{14} 7 + \log_7 14 + 1) \cdot \log_{14} 2}$
✓ $\log_{14} 15$ ✓ $\log_{18} 13$ ✓ $\log_{14} 7$
- 24) $\frac{1 - \log_{18}^3 7}{(\log_{18} 7 + \log_7 18 + 1) \cdot \log_{18} \frac{18}{7}}$ 25) $\frac{1 - \log_{24}^3 15}{(\log_{24} 15 + \log_{15} 24 + 1) \cdot \log_{24} \frac{8}{5}}$ 26) $\frac{1 - \log_4^3 9}{(\log_4 9 + \log_9 4 + 1) \cdot \log_4 \frac{4}{9}}$
✓ $\log_{18} 7$ ✓ $\log_{24} 15$ ✓ $\log_4 9$
- 27) $\frac{1 - \log_{18}^3 5}{(\log_{18} 5 + \log_5 18 + 1) \cdot \log_{18} \frac{18}{5}}$ 28) $\frac{1 - \log_6^3 3}{(\log_6 3 + \log_3 6 + 1) \cdot \log_6 2}$ 29) $\frac{1 - \log_{14}^3 17}{(\log_{14} 17 + \log_{17} 14 + 1) \cdot \log_{14} \frac{14}{17}}$
✓ $\log_{18} 5$ ✓ $\log_6 3$ ✓ $\log_{14} 17$
- 30) $\frac{1 - \log_{14}^3 13}{(\log_{14} 13 + \log_{13} 14 + 1) \cdot \log_{14} \frac{14}{13}}$
✓ $\log_{14} 13$

Задача 10. Упростить.

- 1) $\frac{\log_{16} 7 - \log_{\sqrt{16}/7^3} \sqrt{7}}{\log_{16/7^4} 7 - \log_{16/7^6} 7} : \log_7(16^3 7^{-12})$ 2) $\frac{\log_{10} 17 - \log_{\sqrt{10}/17^3} \sqrt{17}}{\log_{10/17^4} 17 - \log_{10/17^6} 17} : \log_{17}(10^3 17^{-12})$
✓ $\log_{16} 7$ ✓ $\log_{10} 17$
- 3) $\frac{\log_4 9 - \log_{\sqrt{4}/9^3} \sqrt{9}}{\log_{4/9^4} 9 - \log_{4/9^6} 9} : \log_9(4^3 9^{-12})$ 4) $\frac{\log_6 23 - \log_{\sqrt{6}/23^3} \sqrt{23}}{\log_{6/23^4} 23 - \log_{6/23^6} 23} : \log_{23}(6^3 23^{-12})$
✓ $\log_4 9$ ✓ $\log_6 23$

$$5) \frac{\log_{22} 23 - \log_{\sqrt{22}/23^3} \sqrt{23}}{\log_{22/23^4} 23 - \log_{22/23^6} 23} : \log_{23}(22^3 23^{-12})$$

$$\checkmark \log_{22} 23$$

$$7) \frac{\log_{16} 13 - \log_{\sqrt{16}/13^3} \sqrt{13}}{\log_{16/13^4} 13 - \log_{16/13^6} 13} : \log_{13}(16^3 13^{-12})$$

$$\checkmark \log_{16} 13$$

$$9) \frac{\log_2 15 - \log_{\sqrt{2}/15^3} \sqrt{15}}{\log_{2/15^4} 15 - \log_{2/15^6} 15} : \log_{15}(2^3 15^{-12})$$

$$\checkmark \log_2 15$$

$$11) \frac{\log_{16} 17 - \log_{\sqrt{16}/17^3} \sqrt{17}}{\log_{16/17^4} 17 - \log_{16/17^6} 17} : \log_{17}(16^3 17^{-12})$$

$$\checkmark \log_{16} 17$$

$$13) \frac{\log_{20} 23 - \log_{\sqrt{20}/23^3} \sqrt{23}}{\log_{20/23^4} 23 - \log_{20/23^6} 23} : \log_{23}(20^3 23^{-12})$$

$$\checkmark \log_{20} 23$$

$$15) \frac{\log_{16} 11 - \log_{\sqrt{16}/11^3} \sqrt{11}}{\log_{16/11^4} 11 - \log_{16/11^6} 11} : \log_{11}(16^3 11^{-12})$$

$$\checkmark \log_{16} 11$$

$$17) \frac{\log_{22} 17 - \log_{\sqrt{22}/17^3} \sqrt{17}}{\log_{22/17^4} 17 - \log_{22/17^6} 17} : \log_{17}(22^3 17^{-12})$$

$$\checkmark \log_{22} 17$$

$$19) \frac{\log_4 17 - \log_{\sqrt{4}/17^3} \sqrt{17}}{\log_{4/17^4} 17 - \log_{4/17^6} 17} : \log_{17}(4^3 17^{-12})$$

$$\checkmark \log_4 17$$

$$21) \frac{\log_2 3 - \log_{\sqrt{2}/3^3} \sqrt{3}}{\log_{2/3^4} 3 - \log_{2/3^6} 3} : \log_3(2^3 3^{-12})$$

$$\checkmark \log_2 3$$

$$23) \frac{\log_2 21 - \log_{\sqrt{2}/21^3} \sqrt{21}}{\log_{2/21^4} 21 - \log_{2/21^6} 21} : \log_{21}(2^3 21^{-12})$$

$$\checkmark \log_2 21$$

$$25) \frac{\log_{16} 3 - \log_{\sqrt{16}/3^3} \sqrt{3}}{\log_{16/3^4} 3 - \log_{16/3^6} 3} : \log_3(16^3 3^{-12})$$

$$\checkmark \log_{16} 3$$

$$27) \frac{\log_{12} 19 - \log_{\sqrt{12}/19^3} \sqrt{19}}{\log_{12/19^4} 19 - \log_{12/19^6} 19} : \log_{19}(12^3 19^{-12})$$

$$\checkmark \log_{12} 19$$

$$29) \frac{\log_2 23 - \log_{\sqrt{2}/23^3} \sqrt{23}}{\log_{2/23^4} 23 - \log_{2/23^6} 23} : \log_{23}(2^3 23^{-12})$$

$$\checkmark \log_2 23$$

$$6) \frac{\log_{22} 7 - \log_{\sqrt{22}/7^3} \sqrt{7}}{\log_{22/7^4} 7 - \log_{22/7^6} 7} : \log_7(22^3 7^{-12})$$

$$\checkmark \log_{22} 7$$

$$8) \frac{\log_2 5 - \log_{\sqrt{2}/5^3} \sqrt{5}}{\log_{2/5^4} 5 - \log_{2/5^6} 5} : \log_5(2^3 5^{-12})$$

$$\checkmark \log_2 5$$

$$10) \frac{\log_{16} 19 - \log_{\sqrt{16}/19^3} \sqrt{19}}{\log_{16/19^4} 19 - \log_{16/19^6} 19} : \log_{19}(16^3 19^{-12})$$

$$\checkmark \log_{16} 19$$

$$12) \frac{\log_8 19 - \log_{\sqrt{8}/19^3} \sqrt{19}}{\log_{8/19^4} 19 - \log_{8/19^6} 19} : \log_{19}(8^3 19^{-12})$$

$$\checkmark \log_8 19$$

$$14) \frac{\log_{22} 21 - \log_{\sqrt{22}/21^3} \sqrt{21}}{\log_{22/21^4} 21 - \log_{22/21^6} 21} : \log_{21}(22^3 21^{-12})$$

$$\checkmark \log_{22} 21$$

$$16) \frac{\log_{18} 13 - \log_{\sqrt{18}/13^3} \sqrt{13}}{\log_{18/13^4} 13 - \log_{18/13^6} 13} : \log_{13}(18^3 13^{-12})$$

$$\checkmark \log_{18} 13$$

$$18) \frac{\log_4 5 - \log_{\sqrt{4}/5^3} \sqrt{5}}{\log_{4/5^4} 5 - \log_{4/5^6} 5} : \log_5(4^3 5^{-12})$$

$$\checkmark \log_4 5$$

$$20) \frac{\log_6 3 - \log_{\sqrt{6}/3^3} \sqrt{3}}{\log_{6/3^4} 3 - \log_{6/3^6} 3} : \log_3(6^3 3^{-12})$$

$$\checkmark \log_6 3$$

$$22) \frac{\log_{20} 11 - \log_{\sqrt{20}/11^3} \sqrt{11}}{\log_{20/11^4} 11 - \log_{20/11^6} 11} : \log_{11}(20^3 11^{-12})$$

$$\checkmark \log_{20} 11$$

$$24) \frac{\log_{12} 5 - \log_{\sqrt{12}/5^3} \sqrt{5}}{\log_{12/5^4} 5 - \log_{12/5^6} 5} : \log_5(12^3 5^{-12})$$

$$\checkmark \log_{12} 5$$

$$26) \frac{\log_{20} 19 - \log_{\sqrt{20}/19^3} \sqrt{19}}{\log_{20/19^4} 19 - \log_{20/19^6} 19} : \log_{19}(20^3 19^{-12})$$

$$\checkmark \log_{20} 19$$

$$28) \frac{\log_4 15 - \log_{\sqrt{4}/15^3} \sqrt{15}}{\log_{4/15^4} 15 - \log_{4/15^6} 15} : \log_{15}(4^3 15^{-12})$$

$$\checkmark \log_4 15$$

$$30) \frac{\log_{14} 9 - \log_{\sqrt{14}/9^3} \sqrt{9}}{\log_{14/9^4} 9 - \log_{14/9^6} 9} : \log_9(14^3 9^{-12})$$

$$\checkmark \log_{14} 9$$

Задача 11. Найдите $d = \text{НОД}(a, b)$ и представьте его в виде $d = ak + bs$, где $k, s \in \mathbb{Z}$.

$$1) a = 726, b = 192$$

$$\checkmark d = 6, k = 9, s = -34$$

$$2) a = 588, b = 171$$

$$\checkmark d = 3, k = 16, s = -55$$

$$3) a = 621, b = 168$$

$$\checkmark d = 3, k = 23, s = -85$$

$$4) a = 2665, b = 1092$$

$$\checkmark d = 13, k = 25, s = -61$$

$$5) a = 600, b = 249$$

$$\checkmark d = 3, k = 22, s = -53$$

$$6) a = 1710, b = 618$$

$$\checkmark d = 6, k = 30, s = -83$$

$$7) a = 410, b = 168$$

$$\checkmark d = 2, k = 25, s = -61$$

$$8) a = 531, b = 141$$

$$\checkmark d = 3, k = 17, s = -64$$

$$9) a = 1650, b = 438$$

$$\checkmark d = 6, k = 30, s = -113$$

- | | | |
|---|---|---|
| 10) $a = 5759, b = 2366$
✓ $d = 13, k = 53, s = -129$ | 11) $a = 432, b = 177$
✓ $d = 3, k = 25, s = -61$ | 12) $a = 600, b = 246$
✓ $d = 6, k = 16, s = -39$ |
| 13) $a = 1242, b = 336$
✓ $d = 6, k = 23, s = -85$ | 14) $a = 5941, b = 1742$
✓ $d = 13, k = 39, s = -133$ | 15) $a = 1313, b = 481$
✓ $d = 13, k = 11, s = -30$ |
| 16) $a = 186, b = 50$
✓ $d = 2, k = 7, s = -26$ | 17) $a = 264, b = 98$
✓ $d = 2, k = 13, s = -35$ | 18) $a = 906, b = 336$
✓ $d = 6, k = 23, s = -62$ |
| 19) $a = 2328, b = 678$
✓ $d = 6, k = 30, s = -103$ | 20) $a = 871, b = 234$
✓ $d = 13, k = 7, s = -26$ | 21) $a = 276, b = 99$
✓ $d = 3, k = 14, s = -39$ |
| 22) $a = 399, b = 108$
✓ $d = 3, k = 13, s = -48$ | 23) $a = 1131, b = 299$
✓ $d = 13, k = 9, s = -34$ | 24) $a = 426, b = 156$
✓ $d = 6, k = 11, s = -30$ |
| 25) $a = 266, b = 72$
✓ $d = 2, k = 13, s = -48$ | 26) $a = 1209, b = 325$
✓ $d = 13, k = 7, s = -26$ | 27) $a = 687, b = 285$
✓ $d = 3, k = 39, s = -94$ |
| 28) $a = 174, b = 46$
✓ $d = 2, k = 9, s = -34$ | 29) $a = 2704, b = 793$
✓ $d = 13, k = 22, s = -75$ | 30) $a = 570, b = 206$
✓ $d = 2, k = 30, s = -83$ |

Задача 12. Найдите НОД двух многочленов $f(x)$ и $g(x)$.

- 1)** $f(x) = 8 + 24x^5 + 48x^4 - 44x^3 - 89x^2 + 2x, g(x) = -12x^4 - 36x^3 - 17x^2 + 17x + 6$
✓ $d = \text{НОД}(f(x), g(x)) = x + 2$
- 2)** $f(x) = -18x^6 + 36x^5 + 11x^4 - 37x^3 + 60x^2 + 9x - 5, g(x) = -18x^4 + 18x^3 + 47x^2 + x - 4$
✓ $d = \text{НОД}(f(x), g(x)) = 3x + 1$
- 3)** $f(x) = -24x^6 - 72x^5 - 46x^4 + 12x^3 + 53x^2 + 91x + 34, g(x) = -12x^4 - 30x^3 + 4x^2 + 37x + 10$
✓ $d = \text{НОД}(f(x), g(x)) = x + 2$
- 4)** $f(x) = -6x^6 + 12x^5 + 13x^4 - 34x^3 + 19x^2 + 8x - 12, g(x) = -3x^4 + 3x^3 + 11x^2 - 6x - 5$
✓ $d = \text{НОД}(f(x), g(x)) = x - 1$
- 5)** $f(x) = 48x^6 - 4x^5 - 42x^4 + 26x^3 - 8x^2 + 5x - 1, g(x) = 24x^4 + 22x^3 - 11x^2 - 3x + 1$
✓ $d = \text{НОД}(f(x), g(x)) = 4x - 1$
- 6)** $f(x) = -16x^6 - 12x^5 - 5 + 21x^3 - 13x^2 + 22x, g(x) = -8x^4 - 10x^3 - x^2 + 13x - 3$
✓ $d = \text{НОД}(f(x), g(x)) = 4x - 1$
- 7)** $f(x) = 24 + 12x^5 - 12x^4 - 81x^3 - 3x^2 + 82x, g(x) = -6x^4 + 9 + 39x^2 + 42x$
✓ $d = \text{НОД}(f(x), g(x)) = x - 3$
- 8)** $f(x) = -2x^6 + 6x^5 - x^4 + 4x^3 - 4x^2 + 15x - 36, g(x) = -2x^4 + 4x^3 + 7x^2 + 2x - 15$
✓ $d = \text{НОД}(f(x), g(x)) = x - 3$
- 9)** $f(x) = 36x^6 - 12x^5 - 75x^4 - 97x^3 - 78x^2 + 27x + 34, g(x) = 18x^4 - 15x^3 - 48x^2 - 5x + 10$
✓ $d = \text{НОД}(f(x), g(x)) = 3x + 2$
- 10)** $f(x) = 4x^6 + 16x^5 + 33x^4 + 35x^3 + 16x^2 - 6x - 8, g(x) = 4x^4 + 8x^3 + 9x^2 - x - 3$
✓ $d = \text{НОД}(f(x), g(x)) = 2x - 1$
- 11)** $f(x) = -18x^6 + 3 + 83x^4 - 42x^3 - 38x^2 + 4x, g(x) = -18x^4 - 18x^3 + 47x^2 + 5x - 4$
✓ $d = \text{НОД}(f(x), g(x)) = 3x + 1$
- 12)** $f(x) = -4x^6 - 8x^5 - 9x^4 - 15x^3 - 16x^2 - 6x, g(x) = -4x^4 - 12x^3 - 13x^2 - 6x - 1$
✓ $d = \text{НОД}(f(x), g(x)) = x + 1$
- 13)** $f(x) = 24x^6 - 104x^5 + 182x^4 - 158x^3 + 61x^2 - 12x + 9, g(x) = 24x^4 - 56x^3 + 22x^2 + 10x + 3$
✓ $d = \text{НОД}(f(x), g(x)) = 2x - 3$
- 14)** $f(x) = 12 + 8x^5 - 32x^4 + 20x^3 + 22x^2 - 34x, g(x) = -4x^4 + 14x^3 - 2x^2 - 15x + 9$
✓ $d = \text{НОД}(f(x), g(x)) = x - 3$
- 15)** $f(x) = 8x^6 - 4x^5 - 46x^4 - 7x^3 + 23x^2 + 10x + 1, g(x) = 4x^4 - 3 - 21x^2 - 16x$
✓ $d = \text{НОД}(f(x), g(x)) = 2x + 1$

16) $f(x) = 16x^6 + 16x^5 + 8x^4 - 36x^3 - 51x^2 - 56x - 24$, $g(x) = 8x^4 + 4x^3 - 6x^2 - 21x - 9$

✓ $d = \text{НОД}(f(x), g(x)) = 2x - 3$

17) $f(x) = 8x^6 - 46x^5 + 82x^4 - 3x^3 - 99x^2 + 62x - 6$, $g(x) = 4x^4 - 19x^3 + 24x^2 + 11x - 15$

✓ $d = \text{НОД}(f(x), g(x)) = 4x - 3$

18) $f(x) = -48x^6 - 60x^5 + 10x^4 + 38x^3 + 75x^2 + 27x - 12$, $g(x) = -48x^4 - 12x^3 + 70x^2 + 4x - 5$

✓ $d = \text{НОД}(f(x), g(x)) = 4x - 1$

19) $f(x) = -48x^6 + 48x^5 + 100x^4 - 68x^3 - 46x^2 + 2x + 6$, $g(x) = -24x^4 + 48x^3 + 14x^2 - 66x + 27$

✓ $d = \text{НОД}(f(x), g(x)) = 2x - 3$

20) $f(x) = -12 - 8x^5 - 4x^4 + 18x^3 + 15x^2 - 9x$, $g(x) = -4x^4 + 2x^3 + 6x^2 + x - 5$

✓ $d = \text{НОД}(f(x), g(x)) = x - 1$

21) $f(x) = 4x^6 - 4x^5 + 7x^4 - x^3 + 4x^2 - 10x$, $g(x) = 4x^4 + 1 - x^2 - 4x$

✓ $d = \text{НОД}(f(x), g(x)) = x - 1$

22) $f(x) = -5 + 4x^5 - 12x^4 + x^3 + 12x^2 - 10x$, $g(x) = 4x^4 - 8x^3 - 9x^2 + 6x + 3$

✓ $d = \text{НОД}(f(x), g(x)) = x + 1$

23) $f(x) = -4x^6 + 8x^5 + 4x^4 - 13x^3 + 3x^2 + 3x - 5$, $g(x) = -2x^4 + 2x^3 + 5x^2 - 3x - 4$

✓ $d = \text{НОД}(f(x), g(x)) = x + 1$

24) $f(x) = -24x^6 + 26x^5 + 70x^4 - 21x^3 + 5x^2 - 40x + 12$, $g(x) = -12x^4 + 25x^3 + 16x^2 - 33x + 9$

✓ $d = \text{НОД}(f(x), g(x)) = 4x - 3$

25) $f(x) = -24x^6 - 84x^5 - 46x^4 + 37x^3 + 5x^2 - 2x + 1$, $g(x) = -24x^4 - 36x^3 + 2x^2 + 9x + 1$

✓ $d = \text{НОД}(f(x), g(x)) = 2x - 1$

26) $f(x) = 2 + 4x^5 - 5x^4 + x^3 - 4x^2 - 7x$, $g(x) = 4x^4 - 9x^3 + 6x^2 - 5x + 1$

✓ $d = \text{НОД}(f(x), g(x)) = 4x - 1$

27) $f(x) = -36x^6 - 114x^5 - 60x^4 + 45x^3 + 93x^2 + 99x + 38$, $g(x) = -18x^4 - 48x^3 + 3x^2 + 54x + 24$

✓ $d = \text{НОД}(f(x), g(x)) = 3x + 2$

28) $f(x) = -3 - 12x^5 - 14x^4 + 12x^3 + 12x^2 - 4x$, $g(x) = -12x^4 - 26x^3 - 8x^2 + 11x + 5$

✓ $d = \text{НОД}(f(x), g(x)) = 2x + 1$

29) $f(x) = -12x^6 - 16x^5 - 7x^4 - 7x^3 - 5x^2 + 2x + 1$, $g(x) = -12x^4 - 28x^3 - 23x^2 - 8x - 1$

✓ $d = \text{НОД}(f(x), g(x)) = 3x + 1$

30) $f(x) = -16x^6 + 36x^5 + 56x^4 - 52x^3 - 27x^2 + 13x - 1$, $g(x) = -8x^4 + 26x^3 - 2x^2 - 13x + 3$

✓ $d = \text{НОД}(f(x), g(x)) = 4x - 1$

Задача 13. Найдите рациональные корни многочлена $f(x)$.

1) $f(x) = 54x^5 - 81x^4 - 54x^3 + 64x^2 + 77x - 60$

✓ $x_1 = \frac{5}{6}, x_2 = \frac{4}{3}$

3) $f(x) = 168x^5 - 162x^4 - 117x^3 + 315x^2 - 24x - 90$

✓ $x_1 = -\frac{1}{2}, x_2 = \frac{5}{7}$

5) $f(x) = 126x^5 - 48x^4 + 26x^3 + 16x^2 - 68x + 20$

✓ $x_1 = \frac{1}{3}, x_2 = \frac{5}{7}$

7) $f(x) = 21x^5 - 78x^4 + 101x^3 - 89x^2 + 77x - 30$

✓ $x_1 = 2, x_2 = \frac{5}{7}$

9) $f(x) = 14x^5 - 81x^4 + 120x^3 - 42x^2 - 164x + 48$

✓ $x_1 = \frac{2}{7}, x_2 = 4$

11) $f(x) = 14x^5 - 66x^4 - 44x^3 + 109x^2 + 70x - 75$

✓ $x_1 = \frac{5}{7}, x_2 = 5$

13) $f(x) = 12x^5 - 34x^4 + 21x^3 - 8x^2 + 4x + 16$

✓ $x_1 = 2, x_2 = \frac{4}{3}$

2) $f(x) = 4x^5 - 38x^4 + 83x^3 + 17x^2 + 105x - 75$

✓ $x_1 = 5, x_2 = 5$

4) $f(x) = 14x^5 - 95x^4 + 117x^3 + 86x^2 - 242x + 60$

✓ $x_1 = \frac{2}{7}, x_2 = 5$

6) $f(x) = 18x^5 - 60x^4 + 66x^3 - 28x^2 - 20x + 8$

✓ $x_1 = \frac{1}{3}, x_2 = 2$

8) $f(x) = 4x^5 - 14x^4 + 11x^3 - 2x^2 + 4x + 8$

✓ $x_1 = 2, x_2 = 2$

10) $f(x) = 54x^5 - 63x^4 + 45x^3 + 117x^2 - 36x - 36$

✓ $x_1 = -\frac{1}{2}, x_2 = \frac{2}{3}$

12) $f(x) = 21x^5 - 152x^4 + 241x^3 - 8x^2 - 118x + 40$

✓ $x_1 = 5, x_2 = \frac{4}{7}$

14) $f(x) = 14x^5 - 115x^4 + 264x^3 - 163x^2 - 190x + 150$

✓ $x_1 = \frac{5}{7}, x_2 = 5$

- 15) $f(x) = 4x^5 - 13x^4 - 48x^3 + 68x^2 - 24x + 45$
 $\checkmark \quad x_1 = -3, x_2 = 5$
- 16) $f(x) = 9x^5 - 24 - 52x^3 + 81x^2 - 26x$
 $\checkmark \quad x_1 = -3, x_2 = \frac{4}{3}$
- 17) $f(x) = 196x^5 - 14x^4 + 107x^3 + 218x^2 - 156x + 24$
 $\checkmark \quad x_1 = \frac{2}{7}, x_2 = \frac{2}{7}$
- 18) $f(x) = 36x^5 - 150x^4 + 202x^3 - 154x^2 + 106x - 24$
 $\checkmark \quad x_1 = \frac{1}{3}, x_2 = \frac{4}{3}$
- 19) $f(x) = 6x^5 + 5x^4 - 39x^3 + 10x^2 + 26x - 12$
 $\checkmark \quad x_1 = -3, x_2 = \frac{2}{3}$
- 20) $f(x) = 24x^5 - 74x^4 + 76x^3 - 42x^2 - 16x + 8$
 $\checkmark \quad x_1 = \frac{1}{3}, x_2 = 2$
- 21) $f(x) = 6x^5 - 49x^4 + 111x^3 - 78x^2 - 14x + 20$
 $\checkmark \quad x_1 = 5, x_2 = \frac{2}{3}$
- 22) $f(x) = 54x^5 - 27x^4 - 33x^3 - 57x^2 - 87x - 30$
 $\checkmark \quad x_1 = -\frac{1}{2}, x_2 = \frac{5}{3}$
- 23) $f(x) = 12x^5 + 7x^4 - 63x^3 + 48x^2 - 57x + 45$
 $\checkmark \quad x_1 = -3, x_2 = \frac{5}{3}$
- 24) $f(x) = 2x^5 - x^4 - 13x^3 + 26x^2 - 6x - 36$
 $\checkmark \quad x_1 = -3, x_2 = 2$
- 25) $f(x) = 24x^5 - 138x^4 + 87x^3 + 3x^2 + 51x + 45$
 $\checkmark \quad x_1 = -\frac{1}{2}, x_2 = 5$
- 26) $f(x) = 14x^5 - 22x^4 + x^3 - 24x^2 - 12x + 16$
 $\checkmark \quad x_1 = 2, x_2 = \frac{4}{7}$
- 27) $f(x) = 9x^5 - 66x^4 + 109x^3 + 2x^2 - 122x + 60$
 $\checkmark \quad x_1 = 5, x_2 = \frac{2}{3}$
- 28) $f(x) = 147x^5 - 49x^4 + 30x^3 + 216x^2 - 274x + 60$
 $\checkmark \quad x_1 = \frac{5}{7}, x_2 = \frac{2}{7}$
- 29) $f(x) = 21x^5 - 34x^4 + x^3 + 2x^2 - 84x + 24$
 $\checkmark \quad x_1 = 2, x_2 = \frac{2}{7}$
- 30) $f(x) = 42x^5 - 16x^4 + 25x^3 - 25x^2 - 28x + 20$
 $\checkmark \quad x_1 = \frac{5}{7}, x_2 = \frac{2}{3}$

Задача 14. Разложить многочлен на неприводимые над полем \mathbb{R} множители.

- 1) $x^4 + x^3 - 7x^2 - x + 6$
 $\checkmark (x+3)(x+1)(x-1)(x-2)$
- 2) $x^4 + 5x^3 + 3x^2 - 9x$
 $\checkmark (x+3)^2 x(x-1)$
- 3) $x^4 - 3x^3 + 3x^2 - 23x + 42$
 $\checkmark (x-2)(x-3)(x^2 + 2x + 7)$
- 4) $x^4 + 4x^3 - 3x^2 - 18x$
 $\checkmark (x+3)^2 x(x-2)$
- 5) $x^4 + 81 - 18x^2$
 $\checkmark (x+3)^2 (x-3)^2$
- 6) $x^4 + 2x^3 - 3x^2 - 18x - 54$
 $\checkmark (x+3)(x-3)(x^2 + 2x + 6)$
- 7) $x^4 + 11x^3 + 45x^2 + 81x + 54$
 $\checkmark (x+3)^3 (x+2)$
- 8) $x^4 - 4x^3 + 5x^2 - 4x + 4$
 $\checkmark (x-2)^2 (x^2 + 1)$
- 9) $x^4 + 6x^3 - 81 - 54x$
 $\checkmark (x+3)^3 (x-3)$
- 10) $x^4 - 4x^3 + 3x^2 - 4x + 12$
 $\checkmark (x-2)(x-3)(x^2 + x + 2)$
- 11) $x^4 + 4 - 5x^2$
 $\checkmark (x+2)(x+1)(x-1)(x-2)$
- 12) $x^4 - 7x^3 + 24x^2 - 52x + 48$
 $\checkmark (x-2)(x-3)(x^2 - 2x + 8)$
- 13) $x^4 - 2x^3 - 5x^2 + 6x$
 $\checkmark (x+2)x(x-1)(x-3)$
- 14) $x^4 - 10x^3 + 37x^2 - 60x + 36$
 $\checkmark (x-2)^2 (x-3)^2$
- 15) $x^4 - x^3 - 4x^2 + 4x$
 $\checkmark (x+2)x(x-1)(x-2)$
- 16) $x^4 - x^3 + 2x^2 - 5x + 3$
 $\checkmark (x-1)^2 (x^2 + x + 3)$
- 17) $x^4 - 2x^3 - 1 + 2x$
 $\checkmark (x-1)^3 (x+1)$
- 18) $x^4 + 5x^3 + 8x^2 + 4x$
 $\checkmark (x+2)^2 (x+1)x$
- 19) $x^4 - x^3 - 3x^2 + 5x - 2$
 $\checkmark (x-1)^3 (x+2)$
- 20) $x^4 + 1 - 2x^2$
 $\checkmark (x-1)^2 (x+1)^2$
- 21) $x^4 + 10x^3 + 36x^2 + 54x + 27$
 $\checkmark (x+3)^3 (x+1)$
- 22) $x^4 + 5x^3 + 8x^2 + 21x + 45$
 $\checkmark (x+3)^2 (x^2 - x + 5)$
- 23) $x^4 + 7 + 4x^2 - 12x$
 $\checkmark (x-1)^2 (x^2 + 2x + 7)$
- 24) $x^4 + 4x^3 + 2x^2 + 12x + 45$
 $\checkmark (x+3)^2 (x^2 - 2x + 5)$
- 25) $x^4 - 3x^3 - 4x^2 + 12x$
 $\checkmark (x+2)x(x-2)(x-3)$
- 26) $x^4 - 8x^3 + 22x^2 - 24x + 9$
 $\checkmark (x-1)^2 (x-3)^2$
- 27) $x^4 + 10x^3 + 37x^2 + 60x + 36$
 $\checkmark (x+3)^2 (x+2)^2$
- 28) $x^4 - 7x^3 + 19x^2 - 33x + 36$
 $\checkmark (x-3)^2 (x^2 - x + 4)$
- 29) $x^4 + 16 - 8x^2$
 $\checkmark (x-2)^2 (x+2)^2$
- 30) $x^4 - x^3 - 7x^2 + x + 6$
 $\checkmark (x+2)(x+1)(x-1)(x-3)$

Задача 15. Построить интерполяционный полином Лагранжа по данной таблице

- 1)

x	-3	-1	0	1
$f(x)$	-64	-12	-7	0

 $\checkmark \quad 2x^3 + x^2 + 4x - 7$
- 2)

x	-2	-1	0	2
$f(x)$	-30	-3	6	18

 $\checkmark \quad 2x^3 - 3x^2 + 4x + 6$
- 3)

x	-2	0	1	3
$f(x)$	-8	-2	4	52

 $\checkmark \quad x^3 + 2x^2 + 3x - 2$
- 4)

x	-2	0	1	3
$f(x)$	11	-1	-1	41

 $\checkmark \quad x^3 + 3x^2 - 4x - 1$
- 5)

x	-3	-1	1	3
$f(x)$	48	6	4	-54

 $\checkmark \quad -2x^3 - x^2 + x + 6$
- 6)

x	-2	0	2	4
$f(x)$	9	1	17	105

 $\checkmark \quad x^3 + 3x^2 - 2x + 1$

7)

x	-2	0	2	3
$f(x)$	6	4	26	61

✓ $x^3 + 3x^2 + x + 4$

8)

x	-2	-1	1	3
$f(x)$	-19	-4	-4	36

✓ $2x^3 - x^2 - 2x - 3$

9)

x	-2	0	2	4
$f(x)$	8	4	-16	-148

✓ $-2x^3 - 2x^2 + 2x + 4$

10)

x	-3	-2	-1	0
$f(x)$	-39	-17	-7	-3

✓ $x^3 - 3 + 3x$

11)

x	-2	0	2	3
$f(x)$	-14	-6	10	51

✓ $2x^3 + x^2 - 2x - 6$

12)

x	-2	-1	0	2
$f(x)$	-1	-9	-7	-21

✓ $-2x^3 - x^2 + 3x - 7$

13)

x	-3	-2	-1	0
$f(x)$	72	30	12	6

✓ $-2x^3 + 6 - 4x$

14)

x	-3	-2	-1	1
$f(x)$	-63	-21	-5	-3

✓ $2x^3 - x^2 - x - 3$

15)

x	-2	-1	1	3
$f(x)$	14	2	2	-46

✓ $-2x^3 + 2 + 2x$

16)

x	-2	-1	1	3
$f(x)$	-2	-3	-11	-67

✓ $-x^3 - 3x^2 - 3x - 4$

17)

x	-2	-1	1	3
$f(x)$	-1	-5	-1	-21

✓ $-x^3 - 3 + 3x$

18)

x	-2	-1	1	3
$f(x)$	13	-2	-2	-2

✓ $-x^3 + 3x^2 + x - 5$

19)

x	-2	0	2	4
$f(x)$	15	5	19	105

✓ $x^3 + 3x^2 - 3x + 5$

20)

x	-2	0	2	4
$f(x)$	6	2	6	-30

✓ $-x^3 + x^2 + 4x + 2$

21)

x	-2	0	1	2
$f(x)$	-8	6	7	12

✓ $x^3 - x^2 + x + 6$

22)

x	-3	-2	0	2
$f(x)$	-83	-32	-2	12

✓ $2x^3 - 2x^2 + 3x - 2$

23)

x	-2	-1	0	1
$f(x)$	-4	-1	-4	-7

✓ $x^3 - 4 - 4x$

24)

x	-2	-1	0	2
$f(x)$	1	-1	3	-19

✓ $-2x^3 - 3x^2 + 3x + 3$

25)

x	-3	-1	0	2
$f(x)$	26	-2	-4	-14

✓ $-x^3 - 4 - x$

26)

x	-2	0	2	3
$f(x)$	-7	-5	-3	13

✓ $x^3 - 5 - 3x$

27)

x	-3	-2	-1	0
$f(x)$	38	13	4	5

✓ $-x^3 + 2x^2 + 4x + 5$

28)

x	-2	0	2	3
$f(x)$	9	1	17	49

✓ $x^3 + 3x^2 - 2x + 1$

29)

x	-2	-1	1	2
$f(x)$	-6	4	12	34

✓ $2x^3 + 2x^2 + 2x + 6$

30)

x	-2	0	1	2
$f(x)$	16	-2	1	-4

✓ $-2x^3 + 2x^2 + 3x - 2$

Задача 16. Построить интерполяционный полином наименьшей степени по данной таблице.

1)

x	-2	-1	0	1	2
$f(x)$	55	19	9	7	19

✓ $x^4 - x^3 + 3x^2 - 5x + 9$

2)

x	-2	-1	0	1	2
$f(x)$	-4	12	8	8	12

✓ $-x^4 + 2x^3 + 3x^2 - 4x + 8$

3)

x	-2	-1	0	1	2
$f(x)$	-27	10	7	0	-47

✓ $-3x^4 + 7 + x^2 - 5x$

4)

x	-2	-1	0	1	2
$f(x)$	-26	-5	-6	-11	-50

✓ $-2x^4 - x^3 - 6 - 2x$

5)

x	-2	-1	0	1	2
$f(x)$	-31	-14	-15	-16	-71

✓ $-3x^4 - 3x^3 + 3x^2 + 2x - 15$

6)

x	-2	-1	0	1	2
$f(x)$	52	2	-4	-2	20

✓ $2x^4 - 2x^3 + 2x^2 - 4$

7)

x	-2	-1	0	1	2
$f(x)$	-61	-1	1	5	-1

✓ $-3x^4 + 4x^3 + 4x^2 - x + 1$

8)

x	-2	-1	0	1	2
$f(x)$	48	7	6	21	100

✓ $3x^4 + 2x^3 + 5x^2 + 5x + 6$

9)

x	-2	-1	0	1	2
$f(x)$	62	12	8	20	90

✓ $3x^4 + x^3 + 5x^2 + 3x + 8$

10)

x	-2	-1	0	1	2
$f(x)$	42	13	8	-3	-26

✓ $x^4 - 3x^3 - 4x^2 - 5x + 8$

11)

x	-2	-1	0	1	2
$f(x)$	-24	1	2	-9	-92

✓ $-3x^4 - 4x^3 - 3x^2 - x + 2$

12)

x	-2	-1	0	1	2
$f(x)$	65	17	9	11	65

✓ $3x^4 + x^3 + 2x^2 - 4x + 9$

13)

x	-2	-1	0	1	2
$f(x)$	-3	-5	-5	-9	-47

✓ $-x^4 - 3x^3 - x^2 + x - 5$

14)

x	-2	-1	0	1	2
$f(x)$	-77	-17	-9	-17	-77

✓ $-3x^4 - 9 - 5x^2$

15)

x	-2	-1	0	1	2
$f(x)$	29	1	3	11	49

✓ $2x^4 + 3 + x^2 + 5x$

16)

x	-2	-1	0	1	2
$f(x)$	33	-8	-15	-24	-23

✓ $2x^4 - 2x^3 - 3x^2 - 6x - 15$

17)

x	-2	-1	0	1	2
$f(x)$	11	8	9	8	47

✓ $2x^4 + 3x^3 - 3x^2 - 3x + 9$

18)

x	-2	-1	0	1	2
$f(x)$	-31	-23	-15	-7	25

✓ $x^4 + 2x^3 - x^2 + 6x - 15$

19)

x	-2	-1	0	1	2
$f(x)$	73	5	1	7	41

✓ $3x^4 - 3x^3 + 2x^2 + 4x + 1$

20)

x	-2	-1	0	1	2
$f(x)$	63	16	9	6	43

✓ $3x^4 + 9 - x^2 - 5x$

$$21) \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|} \hline x & -2 & -1 & 0 & 1 & 2 \\ \hline f(x) & 32 & 1 & -2 & -1 & 52 \\ \hline \end{array}$$

$$\checkmark 3x^4 + 2x^3 - x^2 - 3x - 2$$

$$24) \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|} \hline x & -2 & -1 & 0 & 1 & 2 \\ \hline f(x) & -16 & 3 & 4 & 5 & -24 \\ \hline \end{array}$$

$$\checkmark -2x^4 - x^3 + 2x^2 + 2x + 4$$

$$27) \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|} \hline x & -2 & -1 & 0 & 1 & 2 \\ \hline f(x) & 1 & 3 & 9 & 19 & 57 \\ \hline \end{array}$$

$$\checkmark x^4 + 2x^3 + x^2 + 6x + 9$$

$$30) \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|} \hline x & -2 & -1 & 0 & 1 & 2 \\ \hline f(x) & 16 & 5 & 2 & 7 & 44 \\ \hline \end{array}$$

$$\checkmark x^4 + 2x^3 + 3x^2 - x + 2$$

$$22) \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|} \hline x & -2 & -1 & 0 & 1 & 2 \\ \hline f(x) & 36 & 7 & 4 & 15 & 76 \\ \hline \end{array}$$

$$\checkmark 2x^4 + 2x^3 + 5x^2 + 2x + 4$$

$$25) \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|} \hline x & -2 & -1 & 0 & 1 & 2 \\ \hline f(x) & 117 & 25 & 9 & 9 & 37 \\ \hline \end{array}$$

$$\checkmark 3x^4 - 4x^3 + 5x^2 - 4x + 9$$

$$28) \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|} \hline x & -2 & -1 & 0 & 1 & 2 \\ \hline f(x) & 23 & 7 & 9 & 23 & 91 \\ \hline \end{array}$$

$$\checkmark 2x^4 + 3x^3 + 4x^2 + 5x + 9$$

$$23) \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|} \hline x & -2 & -1 & 0 & 1 & 2 \\ \hline f(x) & -49 & -10 & -3 & 2 & 11 \\ \hline \end{array}$$

$$\checkmark -x^4 + 3x^3 - 3 + 3x$$

$$26) \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|} \hline x & -2 & -1 & 0 & 1 & 2 \\ \hline f(x) & 83 & 11 & -3 & -7 & -1 \\ \hline \end{array}$$

$$\checkmark 2x^4 - 4x^3 + 3x^2 - 5x - 3$$

$$29) \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|} \hline x & -2 & -1 & 0 & 1 & 2 \\ \hline f(x) & -60 & -6 & 8 & 12 & 12 \\ \hline \end{array}$$

$$\checkmark -x^4 + 3x^3 - 4x^2 + 6x + 8$$

Задача 17. Представить правильную рациональную дробь в виде суммы простейших дробей.

$$1) \frac{10x^2 + 12x - 4}{(x+1)(x+2)(x-1)}$$

$$\checkmark \frac{3}{x+1} + \frac{4}{x+2} + \frac{3}{x-1}$$

$$2) \frac{3x^2 - x - 5}{(x-2)^2(x+3)}$$

$$\checkmark \frac{1}{(x-2)^2} + \frac{2}{x-2} + \frac{1}{x+3}$$

$$3) \frac{-x^2 - 3x + 1}{(x+1)^3}$$

$$\checkmark \frac{-1}{x+1} + \frac{-1}{(x+1)^2} + \frac{3}{(x+1)^3}$$

$$4) \frac{6x^2 + 3x + 13}{(x+1)(x^2 - 2x + 5)}$$

$$\checkmark \frac{2}{x+1} + \frac{4x+3}{x^2 - 2x + 5}$$

$$5) \frac{1-x}{(x-3)(x-5)(x-4)}$$

$$\checkmark \frac{-1}{x-3} + \frac{-2}{x-5} + \frac{3}{x-4}$$

$$6) \frac{-x^2 - 6x + 12}{(x+4)(x^2 + 2x + 2)}$$

$$\checkmark \frac{2}{x+4} + \frac{-3x+2}{x^2 + 2x + 2}$$

$$7) \frac{4x^2 - 7x - 19}{(x-3)(x^2 - 4x + 7)}$$

$$\checkmark \frac{-1}{x-3} + \frac{5x+4}{x^2 - 4x + 7}$$

$$8) \frac{3x^2 + 5x - 88}{(x+1)(x-5)(x-4)}$$

$$\checkmark \frac{-3}{x+1} + \frac{2}{x-5} + \frac{4}{x-4}$$

$$9) \frac{-2x^2 - 20x - 44}{(x+4)(x+2)(x+5)}$$

$$\checkmark \frac{-2}{x+4} + \frac{-2}{x+2} + \frac{2}{x+5}$$

$$10) \frac{x^2 + 10x + 13}{(x+1)(x^2 + 2x + 2)}$$

$$\checkmark \frac{4}{x+1} + \frac{-3x+5}{x^2 + 2x + 2}$$

$$11) \frac{2x^2 - 10x + 13}{(x-3)^3}$$

$$\checkmark \frac{2}{x-3} + \frac{2}{(x-3)^2} + \frac{1}{(x-3)^3}$$

$$12) \frac{2x^2 + x + 20}{(x-2)(x+3)(x-4)}$$

$$\checkmark \frac{-3}{x-2} + \frac{1}{x+3} + \frac{4}{x-4}$$

$$13) \frac{x^2 - 18x + 24}{(x-2)^2(x+2)}$$

$$\checkmark \frac{-2}{(x-2)^2} + \frac{-3}{x-2} + \frac{4}{x+2}$$

$$14) \frac{6x^2 - 29x + 43}{(x-3)^2(x+2)}$$

$$\checkmark \frac{2}{(x-3)^2} + \frac{1}{x-3} + \frac{5}{x+2}$$

$$15) \frac{7x^2 + 15x + 4}{(x+4)(x^2 - 2x + 4)}$$

$$\checkmark \frac{2}{x+4} + \frac{5x-1}{x^2 - 2x + 4}$$

$$16) \frac{5x^2 + 15x + 11}{(x+1)^3}$$

$$\checkmark \frac{5}{x+1} + \frac{5}{(x+1)^2} + \frac{1}{(x+1)^3}$$

$$17) \frac{6x^2 + 26x - 6}{(x-2)(x+3)(x+5)}$$

$$\checkmark \frac{2}{x-2} + \frac{3}{x+3} + \frac{1}{x+5}$$

$$18) \frac{-x^2 + 9x - 23}{(x-3)^2(x-4)}$$

$$\checkmark \frac{5}{(x-3)^2} + \frac{2}{x-3} + \frac{-3}{x-4}$$

$$19) \frac{-3x^2 - 3x + 4}{(x+1)^3}$$

$$\checkmark \frac{-3}{x+1} + \frac{3}{(x+1)^2} + \frac{4}{(x+1)^3}$$

$$20) \frac{4+4x}{(x+4)(x^2 + 2x + 4)}$$

$$\checkmark \frac{-1}{x+4} + \frac{x+2}{x^2 + 2x + 4}$$

$$21) \frac{-3x^2 - x + 3}{(x+1)^3}$$

$$\checkmark \frac{-3}{x+1} + \frac{5}{(x+1)^2} + \frac{1}{(x+1)^3}$$

$$22) \frac{3x^2 - 12x + 4}{(x-3)^2(x-4)}$$

$$\checkmark \frac{5}{(x-3)^2} + \frac{-1}{x-3} + \frac{4}{x-4}$$

$$23) \frac{3x^2 - 20x + 13}{(x-2)^2(x+3)}$$

$$\checkmark \frac{-3}{(x-2)^2} + \frac{-1}{x-2} + \frac{4}{x+3}$$

$$24) \frac{12x^2 + 22x - 140}{(x+4)(x-5)(x+5)}$$

$$\checkmark \frac{4}{x+4} + \frac{3}{x-5} + \frac{5}{x+5}$$

$$25) \frac{30-14x}{(x-3)(x+3)(x-1)}$$

$$\checkmark \frac{-1}{x-3} + \frac{3}{x+3} + \frac{-2}{x-1}$$

$$26) \frac{-4x^2 + 28x - 46}{(x-2)(x-5)(x-4)}$$

$$\checkmark \frac{-1}{x-2} + \frac{-2}{x-5} + \frac{-1}{x-4}$$

$$27) \frac{6x^2 + 20x - 18}{(x-3)(x+3)(x+5)}$$

$$\checkmark \frac{2}{x-3} + \frac{2}{x+3} + \frac{2}{x+5}$$

$$28) \frac{6x^2 - 31x + 32}{(x-2)^2(x-4)}$$

$$\checkmark \frac{3}{(x-2)^2} + \frac{5}{x-2} + \frac{1}{x-4}$$

$$29) \frac{10x^2 + 24x - 66}{(x-3)(x+3)(x+5)}$$

$$\checkmark \frac{2}{x-3} + \frac{4}{x+3} + \frac{4}{x+5}$$

$$30) \frac{-28+11x}{(x-2)^2(x-5)}$$

$$\checkmark \frac{2}{(x-2)^2} + \frac{-3}{x-2} + \frac{3}{x-5}$$

Задача 18. Представить правильную рациональную дробь в виде суммы простейших дробей.

- 1) $\frac{3x^2 + 27x + 58}{x^3 + 12x^2 + 48x + 64}$
✓ $\frac{3}{x+4} + \frac{3}{(x+4)^2} + \frac{-2}{(x+4)^3}$
- 2) $\frac{5x^2 - 32x + 55}{x^3 - 9x^2 + 27x - 27}$
✓ $\frac{5}{x-3} + \frac{-2}{(x-3)^2} + \frac{4}{(x-3)^3}$
- 3) $\frac{3x^2 + 3x - 4}{x^3 + x^2 + x + 1}$
✓ $\frac{-2}{x+1} + \frac{5x-2}{x^2+1}$
- 4) $\frac{6x^2 - 2x + 17}{x^3 + x^2 + 4x + 4}$
✓ $\frac{5}{x+1} + \frac{x-3}{x^2+4}$
- 5) $\frac{4x^2 + 2x + 2}{x^3 + x^2 - x - 1}$
✓ $\frac{-2}{(x+1)^2} + \frac{2}{x+1} + \frac{2}{x-1}$
- 6) $\frac{4x^2 + 31x + 58}{x^3 + 11x^2 + 40x + 48}$
✓ $\frac{2}{(x+4)^2} + \frac{3}{x+4} + \frac{1}{x+3}$
- 7) $\frac{x^2 + 6x + 6}{x^3 + 3x^2 + 3x + 1}$
✓ $\frac{1}{x+1} + \frac{4}{(x+1)^2} + \frac{1}{(x+1)^3}$
- 8) $\frac{110 - 26x}{x^3 - 3x^2 - 25x + 75}$
✓ $\frac{-2}{x-3} + \frac{-1}{x-5} + \frac{3}{x+5}$
- 9) $\frac{x^2 - 3}{x^3 - 6x^2 + 12x - 8}$
✓ $\frac{1}{x-2} + \frac{4}{(x-2)^2} + \frac{1}{(x-2)^3}$
- 10) $\frac{41 - 19x}{x^3 + 28 - 9x}$
✓ $\frac{3}{x+4} + \frac{-3x+5}{x^2-4x+7}$
- 11) $\frac{x^2 - 17x + 37}{x^3 - 4x^2 - 3x + 18}$
✓ $\frac{-1}{(x-3)^2} + \frac{-2}{x-3} + \frac{3}{x+2}$
- 12) $\frac{-4x^2 + 24x - 26}{x^3 - 11x^2 + 38x - 40}$
✓ $\frac{1}{x-2} + \frac{-2}{x-5} + \frac{-3}{x-4}$
- 13) $\frac{3 - 3x}{x^3 - 11x^2 + 39x - 45}$
✓ $\frac{3}{(x-3)^2} + \frac{3}{x-3} + \frac{-3}{x-5}$
- 14) $\frac{-16 + 10x}{x^3 + 2x^2 - 4x + 16}$
✓ $\frac{-2}{x+4} + \frac{2x-2}{x^2-2x+4}$
- 15) $\frac{-3x^2 + 3x - 5}{x^3 - 3x^2 + 2x + 6}$
✓ $\frac{-1}{x+1} + \frac{-2x+1}{x^2-4x+6}$
- 16) $\frac{2x^2 + 10x - 3}{x^3 - 2x^2 + x - 2}$
✓ $\frac{5}{x-2} + \frac{-3x+4}{x^2+1}$
- 17) $\frac{2x^2 - 4x - 1}{x^3 - 6x^2 + 12x - 8}$
✓ $\frac{2}{x-2} + \frac{4}{(x-2)^2} + \frac{-1}{(x-2)^3}$
- 18) $\frac{-4x^2 + 10x + 2}{x^3 - 7x^2 + 19x - 21}$
✓ $\frac{-1}{x-3} + \frac{-3x-3}{x^2-4x+7}$
- 19) $\frac{2x^2 - 15x + 29}{x^3 - 9x^2 + 27x - 27}$
✓ $\frac{2}{x-3} + \frac{-3}{(x-3)^2} + \frac{2}{(x-3)^3}$
- 20) $\frac{5x^2 - 35x + 62}{x^3 - 10x^2 + 33x - 36}$
✓ $\frac{-2}{(x-3)^2} + \frac{3}{x-3} + \frac{2}{x-4}$
- 21) $\frac{-15 - 13x}{x^3 - x^2 - 3x - 9}$
✓ $\frac{-3}{x-3} + \frac{3x+2}{x^2+2x+3}$
- 22) $\frac{-2x^2 + 14x - 26}{x^3 - 9x^2 + 27x - 27}$
✓ $\frac{-2}{x-3} + \frac{2}{(x-3)^2} + \frac{-2}{(x-3)^3}$
- 23) $\frac{6x^2 + 42x + 52}{x^3 + 9x^2 + 23x + 15}$
✓ $\frac{2}{x+1} + \frac{5}{x+3} + \frac{-1}{x+5}$
- 24) $\frac{-x^2 - 8x}{x^3 + 2x^2 - 16x - 32}$
✓ $\frac{1}{x+4} + \frac{-1}{x+2} + \frac{-1}{x-4}$
- 25) $\frac{5x^2 - 37x - 30}{x^3 - 2x^2 - 25x + 50}$
✓ $\frac{4}{x-2} + \frac{-3}{x-5} + \frac{4}{x+5}$
- 26) $\frac{x^2 - 8x + 17}{x^3 - 9x^2 + 27x - 27}$
✓ $\frac{1}{x-3} + \frac{-2}{(x-3)^2} + \frac{2}{(x-3)^3}$
- 27) $\frac{5x^2 - 10x - 10}{x^3 - 5x^2 + 8x - 6}$
✓ $\frac{1}{x-3} + \frac{4x+4}{x^2-2x+2}$
- 28) $\frac{-3x^2 + 15x - 19}{x^3 - 6x^2 + 12x - 8}$
✓ $\frac{-3}{x-2} + \frac{3}{(x-2)^2} + \frac{-1}{(x-2)^3}$
- 29) $\frac{4x^2 + 12x + 9}{x^3 + 3x^2 + 3x + 1}$
✓ $\frac{4}{x+1} + \frac{4}{(x+1)^2} + \frac{1}{(x+1)^3}$
- 30) $\frac{-3x^2 + 8x - 3}{x^3 - x^2 + 2x + 4}$
✓ $\frac{-2}{x+1} + \frac{-x+5}{x^2-2x+4}$

Задача 19. Представить рациональную дробь в виде суммы простейших дробей.

- 1) $\frac{-x^5 - x^4 + 7x^3 + 12x^2 - 12x - 17}{x^3 + 6 - 7x}$
✓ $-x^2 - x + \frac{3}{x-2} + \frac{5}{x+3} + \frac{3}{x-1}$
- 2) $\frac{x^5 - 3x^4 + 26 + 6x^2 - 7x}{x^3 - 2x^2 - 4x + 8}$
✓ $x^2 - x + 2 + \frac{5}{(x-2)^2} + \frac{-1}{x-2} + \frac{-1}{x+2}$
- 3) $\frac{x^5 - 5x^4 + 9x^3 - 4x^2 - 15x + 35}{x^3 - 5x^2 + 10x - 12}$
✓ $x^2 - 1 + \frac{5}{x-3} + \frac{-2x-1}{x^2-2x+4}$
- 4) $\frac{2x^5 - 24x^4 + 102x^3 - 199x^2 + 220x - 134}{x^3 - 11x^2 + 38x - 40}$
✓ $2x^2 - 2x + 4 + \frac{1}{x-2} + \frac{-3}{x-5} + \frac{3}{x-4}$
- 5) $\frac{-x^5 - 2x^4 + 1 - 2x}{x^3 + 3x^2 + 3x + 1}$
✓ $-x^2 + x + \frac{-2}{x+1} + \frac{1}{(x+1)^2} + \frac{2}{(x+1)^3}$
- 6) $\frac{x^5 - 2x^4 - 21x^3 + 45x^2 - 96x + 75}{x^3 - 2x^2 - 25x + 50}$
✓ $x^2 + 4 + \frac{5}{x-2} + \frac{-1}{x-5} + \frac{-1}{x+5}$

- 7) $\frac{x^5 - 9x^4 + 22x^3 + 14x^2 - 110x + 93}{x^3 - 10x^2 + 33x - 36}$
 $\checkmark x^2 + x - 1 + \frac{3}{(x-3)^2} + \frac{2}{x-3} + \frac{5}{x-4}$
- 9) $\frac{x^5 + 2x^4 - 2x^3 - 2x^2 + 10x + 3}{x^3 + x^2 - x - 1}$
 $\checkmark x^2 + x - 2 + \frac{3}{(x+1)^2} + \frac{-1}{x+1} + \frac{3}{x-1}$
- 11) $\frac{-x^5 + 12x^4 - 52x^3 + 96x^2 - 71x + 27}{x^3 - 10x^2 + 33x - 36}$
 $\checkmark -x^2 + 2x + 1 + \frac{-3}{(x-3)^2} + \frac{5}{x-3} + \frac{-1}{x-4}$
- 13) $\frac{2x^5 - x^4 + 2x^3 - 14x^2 + 17x + 6}{x^3 - 8}$
 $\checkmark 2x^2 - x + 2 + \frac{4}{x-2} + \frac{-2x-3}{x^2+2x+4}$
- 15) $\frac{-x^5 + 9x^4 - 17x^3 - 32x^2 + 79x + 22}{x^3 - 11x^2 + 39x - 45}$
 $\checkmark -x^2 - 2x + \frac{1}{(x-3)^2} + \frac{3}{x-3} + \frac{-2}{x-5}$
- 17) $\frac{2x^5 - 12x^4 + 15x^3 + 22x^2 - 51x + 44}{x^3 - 7x^2 + 15x - 9}$
 $\checkmark 2x^2 + 2x - 1 + \frac{4}{(x-3)^2} + \frac{-2}{x-3} + \frac{5}{x-1}$
- 19) $\frac{-x^5 + 10x^4 - 38x^3 + 71x^2 - 66x + 28}{x^3 - 8x^2 + 20x - 16}$
 $\checkmark -x^2 + 2x - 2 + \frac{-2}{(x-2)^2} + \frac{-2}{x-2} + \frac{1}{x-4}$
- 21) $\frac{x^5 - 11x^4 + 43x^3 - 61x^2 - 7x + 62}{x^3 - 9x^2 + 27x - 27}$
 $\checkmark x^2 - 2x - 2 + \frac{2}{x-3} + \frac{5}{(x-3)^2} + \frac{5}{(x-3)^3}$
- 23) $\frac{x^5 - 7x^4 + 10x^3 + 19x^2 - 31x - 26}{x^3 - 9x^2 + 27x - 27}$
 $\checkmark x^2 + 2x + 1 + \frac{1}{x-3} + \frac{2}{(x-3)^2} + \frac{-2}{(x-3)^3}$
- 25) $\frac{-x^5 + 3x^4 - 2x^3 + 4x^2 - 7x - 14}{x^3 - 2x^2 + 2x - 4}$
 $\checkmark -x^2 + x + 2 + \frac{-2}{x-2} + \frac{4x+1}{x^2+2}$
- 27) $\frac{2x^5 - 2x^4 - 11x^3 + 9x^2 + 17x - 10}{x^3 - 2x^2 - 4x + 8}$
 $\checkmark 2x^2 + 2x + 1 + \frac{1}{(x-2)^2} + \frac{4}{x-2} + \frac{-1}{x+2}$
- 29) $\frac{-x^5 - 5x^4 - x^3 - 6x^2 - 3x}{x^3 + x^2 + x + 1}$
 $\checkmark -x^2 + x - 1 + \frac{-3}{x+1} + \frac{-2x-1}{x^2+1}$
- 8) $\frac{x^5 + 14x^4 + 69x^3 + 138x^2 + 86x - 10}{x^3 + 12x^2 + 47x + 60}$
 $\checkmark x^2 + 2x - 2 + \frac{2}{x+4} + \frac{1}{x+3} + \frac{5}{x+5}$
- 10) $\frac{-x^5 + 6x^4 + 4x^3 - 54x^2 + 34x + 2}{x^3 - 3x^2 - 10x + 24}$
 $\checkmark -x^2 + 3x + 3 + \frac{5}{x-2} + \frac{1}{x+3} + \frac{3}{x-4}$
- 12) $\frac{2x^5 + 5x^4 - 31x^3 - 60x^2 - 5x - 252}{x^3 + 3x^2 - 16x - 48}$
 $\checkmark 2x^2 - x + 4 + \frac{3}{x+4} + \frac{3}{x+3} + \frac{2}{x-4}$
- 14) $\frac{x^5 + 8x^4 + 23x^3 + 37x^2 + 34x - 32}{x^3 + 6x^2 + 12x + 16}$
 $\checkmark x^2 + 2x - 1 + \frac{-2}{x+4} + \frac{5x-2}{x^2+2x+4}$
- 16) $\frac{-x^5 - 3x^4 - 8x^3 - 9x^2 - 4x + 5}{x^3 + 3x^2 + 6x + 4}$
 $\checkmark -x^2 - 2 + \frac{2}{x+1} + \frac{-x+5}{x^2+2x+4}$
- 18) $\frac{x^5 - x^4 - 14x^3 - 26x^2 - 3x - 13}{x^3 - 3x^2 - 9x - 5}$
 $\checkmark x^2 + 2x + 1 + \frac{4}{(x+1)^2} + \frac{-2}{x+1} + \frac{2}{x-5}$
- 20) $\frac{2x^5 + 8 - 23x^3 - 31x^2 + 8x}{x^3 - x^2 - 10x - 8}$
 $\checkmark 2x^2 + 2x - 1 + \frac{2}{x+1} + \frac{-2}{x+2} + \frac{4}{x-4}$
- 22) $\frac{2x^5 - 5x^4 - 19x^3 - 27x^2 - 5x - 14}{x^3 - 3x^2 - 9x - 5}$
 $\checkmark 2x^2 + x + 2 + \frac{4}{(x+1)^2} + \frac{-3}{x+1} + \frac{1}{x-5}$
- 24) $\frac{x^5 + 2x^4 + 5x^3 + 10x^2 + 13x + 11}{x^3 + x^2 + 3x + 3}$
 $\checkmark x^2 + x + 1 + \frac{1}{x+1} + \frac{2x+5}{x^2+3}$
- 26) $\frac{-x^5 - 7x^4 - 2x^3 + 53x^2 + 36x - 40}{x^3 + 5x^2 - 4x - 20}$
 $\checkmark -x^2 - 2x + 4 + \frac{3}{x-2} + \frac{-3}{x+2} + \frac{5}{x+5}$
- 28) $\frac{-x^5 - 7x^4 - 6x^3 + 29x^2 + 61x + 94}{x^3 + 6x^2 - x - 30}$
 $\checkmark -x^2 - x - 1 + \frac{4}{x-2} + \frac{-1}{x+3} + \frac{1}{x+5}$
- 30) $\frac{-x^5 - 4x^4 - 8x^3 - 5x^2 + 8x + 11}{x^3 + 3x^2 + 3x + 1}$
 $\checkmark -x^2 - x - 2 + \frac{5}{x+1} + \frac{5}{(x+1)^2} + \frac{3}{(x+1)^3}$

Задача 20. Вычислить $\frac{z_1(z_2 + z_3)}{z_2}$.

- 1) $z_1 = 4 + i, z_2 = 3 + 5i, z_3 = 16 + 4i$
 $\checkmark 14 - 5i$
- 2) $z_1 = 3 - 3i, z_2 = -4 + 2i, z_3 = -4 - 18i$
 $\checkmark 12 + 12i$
- 3) $z_1 = 2 - 3i, z_2 = 5 + i, z_3 = -7 + 9i$
 $\checkmark 6 + 4i$
- 4) $z_1 = -2 - i, z_2 = 4 - i, z_3 = -5 - 3i$
 $\checkmark -1 + 2i$

- 5) $z_1 = -2 + 3i, z_2 = -1 + i, z_3 = -2 - 4i$
 $\checkmark -9 - 6i$
- 6) $z_1 = -1 + 4i, z_2 = 4 + 4i, z_3 = 4 + 12i$
 $\checkmark -7 + 11i$
- 7) $z_1 = 4 + i, z_2 = 2 - 4i, z_3 = 6 - 2i$
 $\checkmark 7 + 6i$
- 8) $z_1 = 3 + 4i, z_2 = 2 + 4i, z_3 = 14 - 2i$
 $\checkmark 18 - i$
- 9) $z_1 = 2 + 3i, z_2 = 5 - i, z_3 = -8 - 14i$
 $\checkmark 9 - 6i$
- 10) $z_1 = 1 + 3i, z_2 = 3 - 4i, z_3 = 17 - 6i$
 $\checkmark -2 + 14i$
- 11) $z_1 = -2 - 3i, z_2 = -2 + i, z_3 = -9 + 2i$
 $\checkmark -7 - 17i$
- 12) $z_1 = -3 - 2i, z_2 = 4 + i, z_3 = 1 + 13i$
 $\checkmark -13i$
- 13) $z_1 = -1 + i, z_2 = -3 - 4i, z_3 = -17 - 6i$
 $\checkmark -2 + 6i$
- 14) $z_1 = -2 + i, z_2 = 1 + 3i, z_3 = -5 + 5i$
 $\checkmark -6 - 2i$
- 15) $z_1 = 4 - 3i, z_2 = 2 + 4i, z_3 = -18 + 4i$
 $\checkmark 12 + 16i$
- 16) $z_1 = -3 + 4i, z_2 = 1 + 2i, z_3 = -1 + 3i$
 $\checkmark -10 + 5i$
- 17) $z_1 = 4 - 2i, z_2 = 2 - i, z_3 = 6 + 2i$
 $\checkmark 16 + 2i$
- 18) $z_1 = 4 + 3i, z_2 = 4 - 3i, z_3 = -15 + 5i$
 $\checkmark -5 - 10i$
- 19) $z_1 = 1 - 2i, z_2 = 5 + 5i, z_3 = -10 + 20i$
 $\checkmark 8 - i$
- 20) $z_1 = 3 - i, z_2 = -4 + 3i, z_3 = -2 - 11i$
 $\checkmark 2 + 6i$
- 21) $z_1 = -2 + 3i, z_2 = -1 - 4i, z_3 = -10 - 6i$
 $\checkmark 13i$
- 22) $z_1 = 3 - i, z_2 = -3 - 3i, z_3 = -6$
 $\checkmark 5 - 5i$
- 23) $z_1 = 2 + 2i, z_2 = -4 + 4i, z_3 = -4 + 20i$
 $\checkmark 12 + 4i$
- 24) $z_1 = 2 + i, z_2 = -3 - 2i, z_3 = -12 + 5i$
 $\checkmark 9 - 3i$
- 25) $z_1 = -2 - i, z_2 = 1 + 3i, z_3 = -7 - i$
 $\checkmark 2 - 4i$
- 26) $z_1 = 2 - 3i, z_2 = 1 - 2i, z_3 = -5 + 5i$
 $\checkmark -7 + 4i$
- 27) $z_1 = -1 + 2i, z_2 = 3 + 5i, z_3 = -14 + 22i$
 $\checkmark -11 + 2i$
- 28) $z_1 = 3 + 3i, z_2 = 3 - 2i, z_3 = -8 + i$
 $\checkmark -6i$
- 29) $z_1 = 1 - 2i, z_2 = -1 + 2i, z_3 = 5 - 5i$
 $\checkmark -4 + 3i$
- 30) $z_1 = -2 + 3i, z_2 = -1 - 2i, z_3 = 9 + 3i$
 $\checkmark -5 - 12i$

Задача 21. Найти произведение и частное $z_1 z_2$ и z_1 / z_2 в алгебраической форме. Затем записать комплексные числа в тригонометрической форме и проверить полученный результат.

- 1) $z_1 = -5 - 5i, z_2 = 7 + 7i$
 $z_1 z_2 = -70i, \frac{z_1}{z_2} = -\frac{5}{7},$
 $\checkmark z_1 = 5\sqrt{2} \left(\cos \left(-\frac{3\pi}{4} \right) + i \sin \left(-\frac{3\pi}{4} \right) \right)$
 $z_2 = 7\sqrt{2} \left(\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4} \right)$
- 2) $z_1 = 4 + 4i, z_2 = 3 + 3i$
 $z_1 z_2 = 24i, \frac{z_1}{z_2} = \frac{4}{3},$
 $\checkmark z_1 = 4\sqrt{2} \left(\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4} \right)$
 $z_2 = 3\sqrt{2} \left(\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4} \right)$
- 3) $z_1 = 2 - 2i, z_2 = 6 + 6i$
 $z_1 z_2 = 24, \frac{z_1}{z_2} = -\frac{i}{3},$
 $\checkmark z_1 = 2\sqrt{2} \left(\cos \left(-\frac{\pi}{4} \right) + i \sin \left(-\frac{\pi}{4} \right) \right)$
 $z_2 = 6\sqrt{2} \left(\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4} \right)$
- 4) $z_1 = -2 - 2i, z_2 = 5 + 5i$
 $z_1 z_2 = -20i, \frac{z_1}{z_2} = -\frac{2}{5},$
 $\checkmark z_1 = 2\sqrt{2} \left(\cos \left(-\frac{3\pi}{4} \right) + i \sin \left(-\frac{3\pi}{4} \right) \right)$
 $z_2 = 5\sqrt{2} \left(\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4} \right)$
- 5) $z_1 = 2 + 2i, z_2 = 5 + 5i$
 $z_1 z_2 = 20i, \frac{z_1}{z_2} = \frac{2}{5},$
 $\checkmark z_1 = 2\sqrt{2} \left(\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4} \right)$
 $z_2 = 5\sqrt{2} \left(\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4} \right)$
- 6) $z_1 = -1 + i, z_2 = 4 + 4i$
 $z_1 z_2 = -8, \frac{z_1}{z_2} = \frac{i}{2},$
 $\checkmark z_1 = \sqrt{2} \left(\cos \frac{3\pi}{4} + i \sin \frac{3\pi}{4} \right)$
 $z_2 = 4\sqrt{2} \left(\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4} \right)$
- 7) $z_1 = 5 - 5i, z_2 = 7 + 7i$
 $z_1 z_2 = 70, \frac{z_1}{z_2} = -\frac{5i}{7},$
 $\checkmark z_1 = 5\sqrt{2} \left(\cos \left(-\frac{\pi}{4} \right) + i \sin \left(-\frac{\pi}{4} \right) \right)$
 $z_2 = 7\sqrt{2} \left(\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4} \right)$

- 8) $z_1 = -3 + 3i, \quad z_2 = 3 + 3i$
 $z_1 z_2 = -18, \quad \frac{z_1}{z_2} = 2i,$
✓ $z_1 = 3\sqrt{2} \left(\cos \frac{3\pi}{4} + i \sin \frac{3\pi}{4} \right)$
 $z_2 = 3\sqrt{2} \left(\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4} \right)$
- 9) $z_1 = 7 + 7i, \quad z_2 = 3 + 3i$
 $z_1 z_2 = 42i, \quad \frac{z_1}{z_2} = \frac{7}{3},$
✓ $z_1 = 7\sqrt{2} \left(\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4} \right)$
 $z_2 = 3\sqrt{2} \left(\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4} \right)$
- 10) $z_1 = 5 + 5i, \quad z_2 = 1 + i$
 $z_1 z_2 = 10i, \quad \frac{z_1}{z_2} = 5,$
✓ $z_1 = 5\sqrt{2} \left(\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4} \right)$
 $z_2 = \sqrt{2} \left(\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4} \right)$
- 11) $z_1 = 1 - i, \quad z_2 = -1 - i$
 $z_1 z_2 = -2, \quad \frac{z_1}{z_2} = i,$
✓ $z_1 = \sqrt{2} \left(\cos \left(-\frac{\pi}{4} \right) + i \sin \left(-\frac{\pi}{4} \right) \right)$
 $z_2 = \sqrt{2} \left(\cos \left(-\frac{3\pi}{4} \right) + i \sin \left(-\frac{3\pi}{4} \right) \right)$
- 12) $z_1 = 3 - 3i, \quad z_2 = -7 - 7i$
 $z_1 z_2 = -42, \quad \frac{z_1}{z_2} = \frac{3i}{7},$
✓ $z_1 = 3\sqrt{2} \left(\cos \left(-\frac{\pi}{4} \right) + i \sin \left(-\frac{\pi}{4} \right) \right)$
 $z_2 = 7\sqrt{2} \left(\cos \left(-\frac{3\pi}{4} \right) + i \sin \left(-\frac{3\pi}{4} \right) \right)$
- 13) $z_1 = 1 + i, \quad z_2 = 1 + i$
 $z_1 z_2 = 2i, \quad \frac{z_1}{z_2} = 1,$
✓ $z_1 = \sqrt{2} \left(\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4} \right)$
 $z_2 = \sqrt{2} \left(\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4} \right)$
- 14) $z_1 = 3 - 3i, \quad z_2 = -2 - 2i$
 $z_1 z_2 = -12, \quad \frac{z_1}{z_2} = \frac{3i}{2},$
✓ $z_1 = 3\sqrt{2} \left(\cos \left(-\frac{\pi}{4} \right) + i \sin \left(-\frac{\pi}{4} \right) \right)$
 $z_2 = 2\sqrt{2} \left(\cos \left(-\frac{3\pi}{4} \right) + i \sin \left(-\frac{3\pi}{4} \right) \right)$
- 15) $z_1 = -1 + i, \quad z_2 = 7 + 7i$
 $z_1 z_2 = -14, \quad \frac{z_1}{z_2} = \frac{2i}{7},$
✓ $z_1 = \sqrt{2} \left(\cos \frac{3\pi}{4} + i \sin \frac{3\pi}{4} \right)$
 $z_2 = 7\sqrt{2} \left(\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4} \right)$
- 16) $z_1 = 4 - 4i, \quad z_2 = 5 + 5i$
 $z_1 z_2 = 40, \quad \frac{z_1}{z_2} = -\frac{4i}{5},$
✓ $z_1 = 4\sqrt{2} \left(\cos \left(-\frac{\pi}{4} \right) + i \sin \left(-\frac{\pi}{4} \right) \right)$
 $z_2 = 5\sqrt{2} \left(\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4} \right)$
- 17) $z_1 = 6 + 6i, \quad z_2 = 7 + 7i$
 $z_1 z_2 = 84i, \quad \frac{z_1}{z_2} = \frac{6}{7},$
✓ $z_1 = 6\sqrt{2} \left(\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4} \right)$
 $z_2 = 7\sqrt{2} \left(\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4} \right)$
- 18) $z_1 = 3 - 3i, \quad z_2 = -5 - 5i$
 $z_1 z_2 = -30, \quad \frac{z_1}{z_2} = \frac{3i}{5},$
✓ $z_1 = 3\sqrt{2} \left(\cos \left(-\frac{\pi}{4} \right) + i \sin \left(-\frac{\pi}{4} \right) \right)$
 $z_2 = 5\sqrt{2} \left(\cos \left(-\frac{3\pi}{4} \right) + i \sin \left(-\frac{3\pi}{4} \right) \right)$
- 19) $z_1 = -3 - 3i, \quad z_2 = 2 + 2i$
 $z_1 z_2 = -12i, \quad \frac{z_1}{z_2} = -\frac{3}{2},$
✓ $z_1 = 3\sqrt{2} \left(\cos \left(-\frac{3\pi}{4} \right) + i \sin \left(-\frac{3\pi}{4} \right) \right)$
 $z_2 = 2\sqrt{2} \left(\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4} \right)$
- 20) $z_1 = 4 - 4i, \quad z_2 = 4 + 4i$
 $z_1 z_2 = 32, \quad \frac{z_1}{z_2} = -i,$
✓ $z_1 = 4\sqrt{2} \left(\cos \left(-\frac{\pi}{4} \right) + i \sin \left(-\frac{\pi}{4} \right) \right)$
 $z_2 = 4\sqrt{2} \left(\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4} \right)$
- 21) $z_1 = -3 + 3i, \quad z_2 = 6 + 6i$
 $z_1 z_2 = -36, \quad \frac{z_1}{z_2} = i,$
✓ $z_1 = 3\sqrt{2} \left(\cos \frac{3\pi}{4} + i \sin \frac{3\pi}{4} \right)$
 $z_2 = 6\sqrt{2} \left(\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4} \right)$
- 22) $z_1 = -1 + i, \quad z_2 = 2 + 2i$
 $z_1 z_2 = -4, \quad \frac{z_1}{z_2} = i,$
✓ $z_1 = \sqrt{2} \left(\cos \frac{3\pi}{4} + i \sin \frac{3\pi}{4} \right)$
 $z_2 = 2\sqrt{2} \left(\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4} \right)$
- 23) $z_1 = 3 - 3i, \quad z_2 = -6 - 6i$
 $z_1 z_2 = -36, \quad \frac{z_1}{z_2} = \frac{i}{2},$
✓ $z_1 = 3\sqrt{2} \left(\cos \left(-\frac{\pi}{4} \right) + i \sin \left(-\frac{\pi}{4} \right) \right)$
 $z_2 = 6\sqrt{2} \left(\cos \left(-\frac{3\pi}{4} \right) + i \sin \left(-\frac{3\pi}{4} \right) \right)$
- 24) $z_1 = 4 - 4i, \quad z_2 = 7 + 7i$
 $z_1 z_2 = 56, \quad \frac{z_1}{z_2} = -\frac{4i}{7},$
✓ $z_1 = 4\sqrt{2} \left(\cos \left(-\frac{\pi}{4} \right) + i \sin \left(-\frac{\pi}{4} \right) \right)$
 $z_2 = 7\sqrt{2} \left(\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4} \right)$
- 25) $z_1 = 5 - 5i, \quad z_2 = -1 - i$
 $z_1 z_2 = -10, \quad \frac{z_1}{z_2} = 5i,$
✓ $z_1 = 5\sqrt{2} \left(\cos \left(-\frac{\pi}{4} \right) + i \sin \left(-\frac{\pi}{4} \right) \right)$
 $z_2 = \sqrt{2} \left(\cos \left(-\frac{3\pi}{4} \right) + i \sin \left(-\frac{3\pi}{4} \right) \right)$

$$26) z_1 = 4 - 4i, \quad z_2 = 6 + 6i$$

$$z_1 z_2 = 48, \quad \frac{z_1}{z_2} = -\frac{2i}{3},$$

$$\checkmark \quad z_1 = 4\sqrt{2} \left(\cos \left(-\frac{\pi}{4} \right) + i \sin \left(-\frac{\pi}{4} \right) \right)$$

$$z_2 = 6\sqrt{2} \left(\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4} \right)$$

$$27) z_1 = 3 - 3i, \quad z_2 = 4 + 4i$$

$$z_1 z_2 = 24, \quad \frac{z_1}{z_2} = -\frac{3i}{4},$$

$$\checkmark \quad z_1 = 3\sqrt{2} \left(\cos \left(-\frac{\pi}{4} \right) + i \sin \left(-\frac{\pi}{4} \right) \right)$$

$$z_2 = 4\sqrt{2} \left(\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4} \right)$$

$$28) z_1 = -5 + 5i, \quad z_2 = 3 + 3i$$

$$z_1 z_2 = -30, \quad \frac{z_1}{z_2} = \frac{10i}{3},$$

$$\checkmark \quad z_1 = 5\sqrt{2} \left(\cos \frac{3\pi}{4} + i \sin \frac{3\pi}{4} \right)$$

$$z_2 = 3\sqrt{2} \left(\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4} \right)$$

$$29) z_1 = -7 + 7i, \quad z_2 = 4 + 4i$$

$$z_1 z_2 = -56, \quad \frac{z_1}{z_2} = \frac{7i}{2},$$

$$\checkmark \quad z_1 = 7\sqrt{2} \left(\cos \frac{3\pi}{4} + i \sin \frac{3\pi}{4} \right)$$

$$z_2 = 4\sqrt{2} \left(\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4} \right)$$

$$30) z_1 = 6 - 6i, \quad z_2 = -3 - 3i$$

$$z_1 z_2 = -36, \quad \frac{z_1}{z_2} = 2i,$$

$$\checkmark \quad z_1 = 6\sqrt{2} \left(\cos \left(-\frac{\pi}{4} \right) + i \sin \left(-\frac{\pi}{4} \right) \right)$$

$$z_2 = 3\sqrt{2} \left(\cos \left(-\frac{3\pi}{4} \right) + i \sin \left(-\frac{3\pi}{4} \right) \right)$$

Задача 22. Построить на комплексной плоскости следующие множества точек

$$1) \Im \frac{z-2}{z+2} \leq 0$$

\checkmark $y \leq 0$ нижняя полуокружность, включая действительную полуось

$$2) \Im z^2 = 10, \quad z = x + iy$$

$$3) \Im z^2 = 6, \quad z = x + iy$$

\checkmark $y = \frac{5}{x}$, ветви в I и III четвертях гиперболы

\checkmark $y = \frac{3}{x}$, ветви в I и III четвертях гиперболы

$$4) \Re \frac{z-6}{z+6} > 0$$

\checkmark $x^2 + y^2 > 36$ внешность круга с центром в т. $(0; 0)$, $R = 6$

$$5) \left| \frac{z-2}{z+2} \right| \leq 1$$

\checkmark $x \geq 0$ правая полуокружность, включая мнимую ось

$$6) \Im \frac{1}{z} = \frac{1}{14}$$

\checkmark $x^2 + (y-7)^2 = 49$ окружность с центром в т. $(0; 7)$, $R = 7$

$$7) \Re \frac{1}{z} = \frac{1}{16}$$

\checkmark $(x-2)^2 + y^2 = 64$ окружность с центром в т. $(8; 0)$, $R = 8$

$$8) \Re \frac{z-2}{z+2} > 0$$

\checkmark $x^2 + y^2 > 4$ внешность круга с центром в т. $(0; 0)$, $R = 2$

$$9) \Re \frac{z-5}{z+5} > 0$$

\checkmark $x^2 + y^2 > 25$ внешность круга с центром в т. $(0; 0)$, $R = 5$

$$10) \Re z^2 = 8, \quad z = x + iy$$

\checkmark $\frac{x^2}{8} - \frac{y^2}{8} = 1$, гипербола равнобокая

$$11) \Im z^2 = 8, \quad z = x + iy$$

$$12) 0 \leq \Im i \bar{z} \leq 1$$

\checkmark $y = \frac{4}{x}$, ветви в I и III четвертях гиперболы

\checkmark $0 \leq x \leq 1$ полоса, ограниченная прямыми $x = 0, x = 1$

$$13) \Re z^2 = 12, \quad z = x + iy$$

\checkmark $\frac{x^2}{12} - \frac{y^2}{12} = 1$, гипербола равнобокая

$$14) \Im \frac{z-4}{z+4} \leq 0$$

\checkmark $y \leq 0$ нижняя полуокружность, включая действительную полуось

15) $0 \leq \Re 7i\bar{z} \leq 7$

✓ $0 \leq y \leq 7$ полоса, ограниченная прямыми $y = 0, y = 7$

16) $|\bar{z}| = \Im 3 + z$

✓ $x^2 = 6y + 9$ парабола, ветви вверх, с вершиной в т. $\left(0; -\frac{3}{2}\right)$

17) $|\bar{z}| = \Im 5 + z$

✓ $x^2 = 10y + 25$ парабола, ветви вверх, с вершиной в т. $\left(0; -\frac{5}{2}\right)$

18) $\Im z^2 = 12, z = x + iy$

✓ $y = \frac{6}{x}$, ветви в I и III четвертях гиперболы

19) $\left| \frac{z-5}{z+5} \right| \leq 1$

✓ $x \geq 0$ правая полуокружность, включая мнимую ось

20) $|\bar{z}| = \Im 7 + z$

✓ $x^2 = 14y + 49$ парабола, ветви вверх, с вершиной в т. $\left(0; -\frac{7}{2}\right)$

21) $\Im \frac{1}{z} = \frac{1}{6}$

✓ $x^2 + (y-3)^2 = 9$ окружность с центром в т. $(0; 3), R = 3$

22) $\Im \frac{z-7}{z+7} \leq 0$

✓ $y \leq 0$ нижняя полуокружность, включая действительную полуось

23) $\Re \frac{z-3}{z+3} > 0$

✓ $x^2 + y^2 > 9$ внешность круга с центром в т. $(0; 0), R = 3$

24) $|z| = \Re 6 + z$

✓ $y^2 = 12x + 36$ парабола, ветви вправо, с вершиной в т. $(-3; 0)$

25) $0 \leq \Im i\bar{z} \leq 1$

✓ $0 \leq x \leq 1$ полоса, ограниченная прямыми $x = 0, x = 1$

26) $\Re z^2 = 10, z = x + iy$

✓ $\frac{x^2}{10} - \frac{y^2}{10} = 1$, гипербола равнобокая

27) $|\bar{z}| = \Im 6 + z$

✓ $x^2 = 12y + 36$ парабола, ветви вверх, с вершиной в т. $(0; -3)$

28) $0 \leq \Im 7i\bar{z} \leq 1$

✓ $0 \leq x \leq 1$ полоса, ограниченная прямыми $x = 0, x = 1$

29) $\Im \frac{1}{z} = \frac{1}{12}$

✓ $x^2 + (y-6)^2 = 36$ окружность с центром в т. $(0; 6), R = 6$

30) $\Re \frac{1}{z} = \frac{1}{10}$

✓ $(x-2)^2 + y^2 = 25$ окружность с центром в т. $(5; 0), R = 5$

Задача 23. Решить уравнение

1) $|z| + z = 4 + 4i$ 2) $|z| - 5z = -2\sqrt{6}i$ 3) $|z| - z = 6 + 6\sqrt{3}i$ 4) $|z| + z = 2 + 2i$ 5) $|z| - z = 4 + 4\sqrt{3}i$

✓ $z = 4i$ ✓ $z = \pm 1 - 2\sqrt{6}i$ ✓ $z = 6 - 6\sqrt{3}i$ ✓ $z = 2i$ ✓ $z = 4 - 4\sqrt{3}i$

6) $|z| - z = 3 + 3\sqrt{3}i$ 7) $|z| + z = 6 + 6i$ 8) $|z| + z = 3 + 3i$ 9) $|z| - 2z = -\sqrt{3}i$ 10) $|z| + z = 5 + 5i$

✓ $z = 3 - 3\sqrt{3}i$ ✓ $z = 6i$ ✓ $z = 3i$ ✓ $z = \pm 1 - \sqrt{3}i$ ✓ $z = 5i$

11) $|z| + z = 3 + 3\sqrt{3}i$ 12) $|z| + z = 2 + 2\sqrt{3}i$ 13) $|z| - z = 2 + 2\sqrt{3}i$ 14) $|z| + z = 4 + 4\sqrt{3}i$

✓ $z = -3 + 3\sqrt{3}i$ ✓ $z = -2 + 2\sqrt{3}i$ ✓ $z = 2 - 2\sqrt{3}i$ ✓ $z = -4 + 4\sqrt{3}i$

15) $|z| - z = 5 + 5\sqrt{3}i$ 16) $|z| - 6z = -\sqrt{35}i$ 17) $|z| - z = 3 + 3i$ 18) $|z| - 3z = -2\sqrt{2}i$ 19) $|z| - 4z = -\sqrt{15}i$

✓ $z = 5 - 5\sqrt{3}i$ ✓ $z = \pm 1 - \sqrt{35}i$ ✓ $z = -3i$ ✓ $z = \pm 1 - 2\sqrt{2}i$ ✓ $z = \pm 1 - \sqrt{15}i$

20) $|z| + z = 6 + 6\sqrt{3}i$ **21)** $|z| - z = 4 + 4i$ **22)** $|z| + z = 5 + 5\sqrt{3}i$ **23)** $|z| - z = 5 + 5i$ **24)** $|z| - z = 2 + 2i$
 \checkmark $z = -6 + 6\sqrt{3}i$ \checkmark $z = -4i$ \checkmark $z = -5 + 5\sqrt{3}i$ \checkmark $z = -5i$ \checkmark $z = -2i$
25) $|z| - z = 6 + 6i$
 \checkmark $z = -6i$

Задача 24. Возвести комплексное число в 200 степень и найти корень 3-ей степени. Построить корни на комплексной плоскости.

1) $z = 6i$

$$z^{200} = 6^{200}$$

$$\sqrt[3]{z} = \sqrt[3]{6} \left(\cos \frac{\pi/2 + 2\pi k}{3} + i \sin \frac{\pi/2 + 2\pi k}{3} \right), k = \overline{0, 2}$$

$$\checkmark \alpha_0 = \sqrt[3]{6} \left(\cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6} \right) = \sqrt[3]{6} \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2} \right)$$

$$\alpha_1 = \sqrt[3]{6} \left(\cos \frac{5\pi}{6} + i \sin \frac{5\pi}{6} \right) = \sqrt[3]{6} \left(-\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2} \right)$$

$$\alpha_2 = \sqrt[3]{6} \left(\cos \frac{9\pi}{6} + i \sin \frac{9\pi}{6} \right) = \sqrt[3]{6} \left(\cos \frac{3\pi}{2} + i \sin \frac{3\pi}{2} \right) = -i\sqrt[3]{6}$$

2) $z = i$

$$z^{200} = 1^{200}$$

$$\sqrt[3]{z} = 1 \left(\cos \frac{\pi/2 + 2\pi k}{3} + i \sin \frac{\pi/2 + 2\pi k}{3} \right), k = \overline{0, 2}$$

$$\checkmark \alpha_0 = 1 \left(\cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6} \right) = 1 \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2} \right)$$

$$\alpha_1 = 1 \left(\cos \frac{5\pi}{6} + i \sin \frac{5\pi}{6} \right) = 1 \left(-\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2} \right)$$

$$\alpha_2 = 1 \left(\cos \frac{9\pi}{6} + i \sin \frac{9\pi}{6} \right) = 1 \left(\cos \frac{3\pi}{2} + i \sin \frac{3\pi}{2} \right) = -i$$

3) $z = -8i$

$$z^{200} = 8^{200}$$

$$\sqrt[3]{z} = 2 \left(\cos \frac{-\pi/2 + 2\pi k}{3} + i \sin \frac{-\pi/2 + 2\pi k}{3} \right), k = \overline{0, 2}$$

$$\checkmark \alpha_0 = 2 \left(\cos \left(-\frac{\pi}{6} \right) + i \sin \left(-\frac{\pi}{6} \right) \right) = 2 \left(\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{i}{2} \right)$$

$$\alpha_1 = 2 \left(\cos \frac{3\pi}{2} + i \sin \frac{3\pi}{2} \right) = 2i$$

$$\alpha_2 = 2 \left(\cos \frac{7\pi}{6} + i \sin \frac{7\pi}{6} \right) = 2 \left(-\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{i}{2} \right)$$

4) $z = 7i$

$$z^{200} = 7^{200}$$

$$\sqrt[3]{z} = \sqrt[3]{7} \left(\cos \frac{\pi/2 + 2\pi k}{3} + i \sin \frac{\pi/2 + 2\pi k}{3} \right), k = \overline{0, 2}$$

$$\checkmark \alpha_0 = \sqrt[3]{7} \left(\cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6} \right) = \sqrt[3]{7} \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2} \right)$$

$$\alpha_1 = \sqrt[3]{7} \left(\cos \frac{5\pi}{6} + i \sin \frac{5\pi}{6} \right) = \sqrt[3]{7} \left(-\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2} \right)$$

$$\alpha_2 = \sqrt[3]{7} \left(\cos \frac{9\pi}{6} + i \sin \frac{9\pi}{6} \right) = \sqrt[3]{7} \left(\cos \frac{3\pi}{2} + i \sin \frac{3\pi}{2} \right) = -i\sqrt[3]{7}$$

5) $z = 2i$

$$z^{200} = 2^{200}$$

$$\sqrt[3]{z} = \sqrt[3]{2} \left(\cos \frac{\pi/2 + 2\pi k}{3} + i \sin \frac{\pi/2 + 2\pi k}{3} \right), k = \overline{0, 2}$$

$$\checkmark \quad \alpha_0 = \sqrt[3]{2} \left(\cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6} \right) = \sqrt[3]{2} \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2} \right)$$

$$\alpha_1 = \sqrt[3]{2} \left(\cos \frac{5\pi}{6} + i \sin \frac{5\pi}{6} \right) = \sqrt[3]{2} \left(-\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2} \right)$$

$$\alpha_2 = \sqrt[3]{2} \left(\cos \frac{9\pi}{6} + i \sin \frac{9\pi}{6} \right) = \sqrt[3]{2} \left(\cos \frac{3\pi}{2} + i \sin \frac{3\pi}{2} \right) = -i\sqrt[3]{2}$$

6) $z = -2i$

$$z^{200} = 2^{200}$$

$$\sqrt[3]{z} = \sqrt[3]{2} \left(\cos \frac{-\pi/2 + 2\pi k}{3} + i \sin \frac{-\pi/2 + 2\pi k}{3} \right), k = \overline{0, 2}$$

$$\checkmark \quad \alpha_0 = \sqrt[3]{2} \left(\cos \left(-\frac{\pi}{6} \right) + i \sin \left(-\frac{\pi}{6} \right) \right) = \sqrt[3]{2} \left(\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{i}{2} \right)$$

$$\alpha_1 = \sqrt[3]{2} \left(\cos \frac{3\pi}{2} + i \sin \frac{3\pi}{2} \right) = \sqrt[3]{2}i$$

$$\alpha_2 = \sqrt[3]{2} \left(\cos \frac{7\pi}{6} + i \sin \frac{7\pi}{6} \right) = \sqrt[3]{2} \left(-\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{i}{2} \right)$$

7) $z = 8i$

$$z^{200} = 8^{200}$$

$$\sqrt[3]{z} = 2 \left(\cos \frac{\pi/2 + 2\pi k}{3} + i \sin \frac{\pi/2 + 2\pi k}{3} \right), k = \overline{0, 2}$$

$$\checkmark \quad \alpha_0 = 2 \left(\cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6} \right) = 2 \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2} \right)$$

$$\alpha_1 = 2 \left(\cos \frac{5\pi}{6} + i \sin \frac{5\pi}{6} \right) = 2 \left(-\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2} \right)$$

$$\alpha_2 = 2 \left(\cos \frac{9\pi}{6} + i \sin \frac{9\pi}{6} \right) = 2 \left(\cos \frac{3\pi}{2} + i \sin \frac{3\pi}{2} \right) = -2i$$

8) $z = 10i$

$$z^{200} = 10^{200}$$

$$\sqrt[3]{z} = \sqrt[3]{10} \left(\cos \frac{\pi/2 + 2\pi k}{3} + i \sin \frac{\pi/2 + 2\pi k}{3} \right), k = \overline{0, 2}$$

$$\checkmark \quad \alpha_0 = \sqrt[3]{10} \left(\cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6} \right) = \sqrt[3]{10} \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2} \right)$$

$$\alpha_1 = \sqrt[3]{10} \left(\cos \frac{5\pi}{6} + i \sin \frac{5\pi}{6} \right) = \sqrt[3]{10} \left(-\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2} \right)$$

$$\alpha_2 = \sqrt[3]{10} \left(\cos \frac{9\pi}{6} + i \sin \frac{9\pi}{6} \right) = \sqrt[3]{10} \left(\cos \frac{3\pi}{2} + i \sin \frac{3\pi}{2} \right) = -i\sqrt[3]{10}$$

9) $z = 4i$

$$z^{200} = 4^{200}$$

$$\sqrt[3]{z} = \sqrt[3]{4} \left(\cos \frac{\pi/2 + 2\pi k}{3} + i \sin \frac{\pi/2 + 2\pi k}{3} \right), k = \overline{0, 2}$$

✓ $\alpha_0 = \sqrt[3]{4} \left(\cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6} \right) = \sqrt[3]{4} \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2} \right)$

$$\alpha_1 = \sqrt[3]{4} \left(\cos \frac{5\pi}{6} + i \sin \frac{5\pi}{6} \right) = \sqrt[3]{4} \left(-\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2} \right)$$

$$\alpha_2 = \sqrt[3]{4} \left(\cos \frac{9\pi}{6} + i \sin \frac{9\pi}{6} \right) = \sqrt[3]{4} \left(\cos \frac{3\pi}{2} + i \sin \frac{3\pi}{2} \right) = -i\sqrt[3]{4}$$

10) $z = -10i$

$$z^{200} = 10^{200}$$

$$\sqrt[3]{z} = \sqrt[3]{10} \left(\cos \frac{-\pi/2 + 2\pi k}{3} + i \sin \frac{-\pi/2 + 2\pi k}{3} \right), k = \overline{0, 2}$$

✓ $\alpha_0 = \sqrt[3]{10} \left(\cos \left(-\frac{\pi}{6} \right) + i \sin \left(-\frac{\pi}{6} \right) \right) = \sqrt[3]{10} \left(\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{i}{2} \right)$

$$\alpha_1 = \sqrt[3]{10} \left(\cos \frac{3\pi}{2} + i \sin \frac{3\pi}{2} \right) = \sqrt[3]{10}i$$

$$\alpha_2 = \sqrt[3]{10} \left(\cos \frac{7\pi}{6} + i \sin \frac{7\pi}{6} \right) = \sqrt[3]{10} \left(-\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{i}{2} \right)$$

11) $z = -7i$

$$z^{200} = 7^{200}$$

$$\sqrt[3]{z} = \sqrt[3]{7} \left(\cos \frac{-\pi/2 + 2\pi k}{3} + i \sin \frac{-\pi/2 + 2\pi k}{3} \right), k = \overline{0, 2}$$

✓ $\alpha_0 = \sqrt[3]{7} \left(\cos \left(-\frac{\pi}{6} \right) + i \sin \left(-\frac{\pi}{6} \right) \right) = \sqrt[3]{7} \left(\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{i}{2} \right)$

$$\alpha_1 = \sqrt[3]{7} \left(\cos \frac{3\pi}{2} + i \sin \frac{3\pi}{2} \right) = \sqrt[3]{7}i$$

$$\alpha_2 = \sqrt[3]{7} \left(\cos \frac{7\pi}{6} + i \sin \frac{7\pi}{6} \right) = \sqrt[3]{7} \left(-\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{i}{2} \right)$$

12) $z = 5i$

$$z^{200} = 5^{200}$$

$$\sqrt[3]{z} = \sqrt[3]{5} \left(\cos \frac{\pi/2 + 2\pi k}{3} + i \sin \frac{\pi/2 + 2\pi k}{3} \right), k = \overline{0, 2}$$

✓ $\alpha_0 = \sqrt[3]{5} \left(\cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6} \right) = \sqrt[3]{5} \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2} \right)$

$$\alpha_1 = \sqrt[3]{5} \left(\cos \frac{5\pi}{6} + i \sin \frac{5\pi}{6} \right) = \sqrt[3]{5} \left(-\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2} \right)$$

$$\alpha_2 = \sqrt[3]{5} \left(\cos \frac{9\pi}{6} + i \sin \frac{9\pi}{6} \right) = \sqrt[3]{5} \left(\cos \frac{3\pi}{2} + i \sin \frac{3\pi}{2} \right) = -i\sqrt[3]{5}$$

13) $z = 9i$

$$z^{200} = 9^{200}$$

$$\sqrt[3]{z} = \sqrt[3]{9} \left(\cos \frac{\pi/2 + 2\pi k}{3} + i \sin \frac{\pi/2 + 2\pi k}{3} \right), k = \overline{0, 2}$$

✓ $\alpha_0 = \sqrt[3]{9} \left(\cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6} \right) = \sqrt[3]{9} \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2} \right)$

$$\alpha_1 = \sqrt[3]{9} \left(\cos \frac{5\pi}{6} + i \sin \frac{5\pi}{6} \right) = \sqrt[3]{9} \left(-\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2} \right)$$

$$\alpha_2 = \sqrt[3]{9} \left(\cos \frac{9\pi}{6} + i \sin \frac{9\pi}{6} \right) = \sqrt[3]{9} \left(\cos \frac{3\pi}{2} + i \sin \frac{3\pi}{2} \right) = -i \sqrt[3]{9}$$

14) $z = -9i$

$$z^{200} = 9^{200}$$

$$\sqrt[3]{z} = \sqrt[3]{9} \left(\cos \frac{-\pi/2 + 2\pi k}{3} + i \sin \frac{-\pi/2 + 2\pi k}{3} \right), k = \overline{0, 2}$$

✓ $\alpha_0 = \sqrt[3]{9} \left(\cos \left(-\frac{\pi}{6} \right) + i \sin \left(-\frac{\pi}{6} \right) \right) = \sqrt[3]{9} \left(\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{i}{2} \right)$

$$\alpha_1 = \sqrt[3]{9} \left(\cos \frac{3\pi}{2} + i \sin \frac{3\pi}{2} \right) = \sqrt[3]{9} i$$

$$\alpha_2 = \sqrt[3]{9} \left(\cos \frac{7\pi}{6} + i \sin \frac{7\pi}{6} \right) = \sqrt[3]{9} \left(-\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{i}{2} \right)$$

15) $z = -3i$

$$z^{200} = 3^{200}$$

$$\sqrt[3]{z} = \sqrt[3]{3} \left(\cos \frac{-\pi/2 + 2\pi k}{3} + i \sin \frac{-\pi/2 + 2\pi k}{3} \right), k = \overline{0, 2}$$

✓ $\alpha_0 = \sqrt[3]{3} \left(\cos \left(-\frac{\pi}{6} \right) + i \sin \left(-\frac{\pi}{6} \right) \right) = \sqrt[3]{3} \left(\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{i}{2} \right)$

$$\alpha_1 = \sqrt[3]{3} \left(\cos \frac{3\pi}{2} + i \sin \frac{3\pi}{2} \right) = \sqrt[3]{3} i$$

$$\alpha_2 = \sqrt[3]{3} \left(\cos \frac{7\pi}{6} + i \sin \frac{7\pi}{6} \right) = \sqrt[3]{3} \left(-\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{i}{2} \right)$$

16) $z = 3i$

$$z^{200} = 3^{200}$$

$$\sqrt[3]{z} = \sqrt[3]{3} \left(\cos \frac{\pi/2 + 2\pi k}{3} + i \sin \frac{\pi/2 + 2\pi k}{3} \right), k = \overline{0, 2}$$

✓ $\alpha_0 = \sqrt[3]{3} \left(\cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6} \right) = \sqrt[3]{3} \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2} \right)$

$$\alpha_1 = \sqrt[3]{3} \left(\cos \frac{5\pi}{6} + i \sin \frac{5\pi}{6} \right) = \sqrt[3]{3} \left(-\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2} \right)$$

$$\alpha_2 = \sqrt[3]{3} \left(\cos \frac{9\pi}{6} + i \sin \frac{9\pi}{6} \right) = \sqrt[3]{3} \left(\cos \frac{3\pi}{2} + i \sin \frac{3\pi}{2} \right) = -i \sqrt[3]{3}$$

17) $z = -i$

$$z^{200} = 1^{200}$$

$$\sqrt[3]{z} = 1 \left(\cos \frac{-\pi/2 + 2\pi k}{3} + i \sin \frac{-\pi/2 + 2\pi k}{3} \right), k = \overline{0, 2}$$

✓ $\alpha_0 = 1 \left(\cos \left(-\frac{\pi}{6} \right) + i \sin \left(-\frac{\pi}{6} \right) \right) = 1 \left(\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{i}{2} \right)$

$$\alpha_1 = 1 \left(\cos \frac{3\pi}{2} + i \sin \frac{3\pi}{2} \right) = i$$

$$\alpha_2 = 1 \left(\cos \frac{7\pi}{6} + i \sin \frac{7\pi}{6} \right) = 1 \left(-\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{i}{2} \right)$$

18) $z = -4i$

$$z^{200} = 4^{200}$$

$$\sqrt[3]{z} = \sqrt[3]{4} \left(\cos \frac{-\pi/2 + 2\pi k}{3} + i \sin \frac{-\pi/2 + 2\pi k}{3} \right), k = \overline{0, 2}$$

✓ $\alpha_0 = \sqrt[3]{4} \left(\cos \left(-\frac{\pi}{6} \right) + i \sin \left(-\frac{\pi}{6} \right) \right) = \sqrt[3]{4} \left(\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{i}{2} \right)$

$$\alpha_1 = \sqrt[3]{4} \left(\cos \frac{3\pi}{2} + i \sin \frac{3\pi}{2} \right) = \sqrt[3]{4}i$$

$$\alpha_2 = \sqrt[3]{4} \left(\cos \frac{7\pi}{6} + i \sin \frac{7\pi}{6} \right) = \sqrt[3]{4} \left(-\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{i}{2} \right)$$

19) $z = -5i$

$$z^{200} = 5^{200}$$

$$\sqrt[3]{z} = \sqrt[3]{5} \left(\cos \frac{-\pi/2 + 2\pi k}{3} + i \sin \frac{-\pi/2 + 2\pi k}{3} \right), k = \overline{0, 2}$$

✓ $\alpha_0 = \sqrt[3]{5} \left(\cos \left(-\frac{\pi}{6} \right) + i \sin \left(-\frac{\pi}{6} \right) \right) = \sqrt[3]{5} \left(\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{i}{2} \right)$

$$\alpha_1 = \sqrt[3]{5} \left(\cos \frac{3\pi}{2} + i \sin \frac{3\pi}{2} \right) = \sqrt[3]{5}i$$

$$\alpha_2 = \sqrt[3]{5} \left(\cos \frac{7\pi}{6} + i \sin \frac{7\pi}{6} \right) = \sqrt[3]{5} \left(-\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{i}{2} \right)$$

20) $z = -6i$

$$z^{200} = 6^{200}$$

$$\sqrt[3]{z} = \sqrt[3]{6} \left(\cos \frac{-\pi/2 + 2\pi k}{3} + i \sin \frac{-\pi/2 + 2\pi k}{3} \right), k = \overline{0, 2}$$

✓ $\alpha_0 = \sqrt[3]{6} \left(\cos \left(-\frac{\pi}{6} \right) + i \sin \left(-\frac{\pi}{6} \right) \right) = \sqrt[3]{6} \left(\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{i}{2} \right)$

$$\alpha_1 = \sqrt[3]{6} \left(\cos \frac{3\pi}{2} + i \sin \frac{3\pi}{2} \right) = \sqrt[3]{6}i$$

$$\alpha_2 = \sqrt[3]{6} \left(\cos \frac{7\pi}{6} + i \sin \frac{7\pi}{6} \right) = \sqrt[3]{6} \left(-\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{i}{2} \right)$$

Задача 25. Возвести комплексное число в 200 степень и найти корни 4-ой степени.

1) $z = -9 - 9i$

$$z^{200} = 9^{200} 2^{100}$$

$$\sqrt[4]{z} = \sqrt[4]{9} \sqrt[8]{2} \left(\cos \frac{-3\pi/4 + 2\pi k}{4} + i \sin \frac{-3\pi/4 + 2\pi k}{4} \right), k = \overline{0, 3}$$

$$\alpha_0 = \sqrt[4]{9} \sqrt[8]{2} \left(\cos \left(-\frac{3\pi}{16} \right) + i \sin \left(-\frac{3\pi}{16} \right) \right)$$

✓ $\alpha_1 = \sqrt[4]{9} \sqrt[8]{2} \left(\cos \frac{5\pi}{16} + i \sin \frac{5\pi}{16} \right)$

$$\alpha_2 = \sqrt[4]{9} \sqrt[8]{2} \left(\cos \frac{15\pi}{16} + i \sin \frac{15\pi}{16} \right)$$

$$\begin{aligned} \alpha_3 &= \sqrt[4]{9} \sqrt[8]{2} \left(\cos \frac{21\pi}{16} + i \sin \frac{21\pi}{16} \right) = \\ &= \sqrt[4]{9} \sqrt[8]{2} \left(\cos \left(-\frac{11\pi}{16} \right) + i \sin \left(-\frac{11\pi}{16} \right) \right) \end{aligned}$$

2) $z = 5 + 5i\sqrt{3}$

$$z^{200} = 10^{200} \left(-\frac{1}{2} + i \frac{\sqrt{3}}{2} \right)$$

$$\sqrt[4]{z} = \sqrt[4]{10} \left(\cos \frac{\pi/3 + 2\pi k}{4} + i \sin \frac{\pi/3 + 2\pi k}{4} \right), k = \overline{0, 3}$$

✓ $\alpha_0 = \sqrt[4]{10} \left(\cos \frac{\pi}{12} + i \sin \frac{\pi}{12} \right)$

$$\alpha_1 = \sqrt[4]{10} \left(\cos \frac{7\pi}{12} + i \sin \frac{7\pi}{12} \right)$$

$$\alpha_2 = \sqrt[4]{10} \left(\cos \frac{13\pi}{12} + i \sin \frac{13\pi}{12} \right) = \sqrt[4]{10} \left(\cos \left(-\frac{11\pi}{12} \right) + i \sin \left(-\frac{11\pi}{12} \right) \right)$$

$$\alpha_3 = \sqrt[4]{10} \left(\cos \frac{19\pi}{12} + i \sin \frac{19\pi}{12} \right) = \sqrt[4]{10} \left(\cos \left(-\frac{5\pi}{12} \right) + i \sin \left(-\frac{5\pi}{12} \right) \right)$$

3) $z = -4 - 4i\sqrt{3}$

$$z^{200} = 8^{200} \left(-\frac{1}{2} + i \frac{\sqrt{3}}{2} \right)$$

$$\sqrt[4]{z} = \sqrt[4]{8} \left(\cos \frac{-2\pi/3 + 2\pi k}{4} + i \sin \frac{-2\pi/3 + 2\pi k}{4} \right), k = \overline{0, 3}$$

$$\alpha_0 = \sqrt[4]{8} \left(\cos \left(-\frac{\pi}{6} \right) + i \sin \left(-\frac{\pi}{6} \right) \right) = \sqrt[4]{8} \left(\frac{\sqrt{3}}{2} - i \frac{1}{2} \right)$$

✓ $\alpha_1 = \sqrt[4]{8} \left(\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3} \right) = \sqrt[4]{8} \left(\frac{1}{2} + i \frac{\sqrt{3}}{2} \right)$

$$\alpha_2 = \sqrt[4]{8} \left(\cos \frac{5\pi}{6} + i \sin \frac{5\pi}{6} \right) = \sqrt[4]{8} \left(-\frac{\sqrt{3}}{2} + i \frac{1}{2} \right)$$

$$\alpha_3 = \sqrt[4]{8} \left(\cos \frac{4\pi}{3} + i \sin \frac{4\pi}{3} \right) = \sqrt[4]{8} \left(-\frac{1}{2} - i \frac{\sqrt{3}}{2} \right)$$

4) $z = -8 + 8i\sqrt{3}$

$$z^{200} = 16^{200} \left(-\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2} \right)$$

$$\sqrt[4]{z} = 2 \left(\cos \frac{2\pi/3 + 2\pi k}{4} + i \sin \frac{2\pi/3 + 2\pi k}{4} \right), k = \overline{0, 3}$$

$$\alpha_0 = 2 \left(\cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6} \right) = 2 \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + i\frac{1}{2} \right)$$

$$\alpha_1 = 2 \left(\cos \frac{8\pi}{12} + i \sin \frac{8\pi}{12} \right) = 2 \left(\cos \frac{2\pi}{3} + i \sin \frac{2\pi}{3} \right) =$$

$$= 2 \left(-\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2} \right)$$

$$\alpha_2 = 2 \left(\cos \frac{14\pi}{12} + i \sin \frac{14\pi}{12} \right) = 2 \left(\cos \frac{7\pi}{6} + i \sin \frac{7\pi}{6} \right) =$$

$$= 2 \left(-\frac{\sqrt{3}}{2} - i\frac{1}{2} \right)$$

$$\alpha_3 = 2 \left(\cos \frac{20\pi}{12} + i \sin \frac{20\pi}{12} \right) = 2 \left(\cos \frac{5\pi}{3} + i \sin \frac{5\pi}{3} \right) =$$

$$= 2 \left(\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2} \right)$$

5) $z = 7 + 7i\sqrt{3}$

$$z^{200} = 14^{200} \left(-\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2} \right)$$

$$\sqrt[4]{z} = \sqrt[4]{14} \left(\cos \frac{\pi/3 + 2\pi k}{4} + i \sin \frac{\pi/3 + 2\pi k}{4} \right), k = \overline{0, 3}$$

$$\alpha_0 = \sqrt[4]{14} \left(\cos \frac{\pi}{12} + i \sin \frac{\pi}{12} \right)$$

$$\alpha_1 = \sqrt[4]{14} \left(\cos \frac{7\pi}{12} + i \sin \frac{7\pi}{12} \right)$$

$$\alpha_2 = \sqrt[4]{14} \left(\cos \frac{13\pi}{12} + i \sin \frac{13\pi}{12} \right) = \sqrt[4]{14} \left(\cos \left(-\frac{11\pi}{12} \right) + i \sin \left(-\frac{11\pi}{12} \right) \right)$$

$$\alpha_3 = \sqrt[4]{14} \left(\cos \frac{19\pi}{12} + i \sin \frac{19\pi}{12} \right) = \sqrt[4]{14} \left(\cos \left(-\frac{5\pi}{12} \right) + i \sin \left(-\frac{5\pi}{12} \right) \right)$$

6) $z = 6 + 6i$

$$z^{200} = 6^{200} 2^{100}$$

$$\sqrt[4]{z} = \sqrt[4]{6} \sqrt[8]{2} \left(\cos \frac{\pi/4 + 2\pi k}{4} + i \sin \frac{\pi/4 + 2\pi k}{4} \right), k = \overline{0, 3}$$

$$\alpha_0 = \sqrt[4]{6} \sqrt[8]{2} \left(\cos \frac{\pi}{16} + i \sin \frac{\pi}{16} \right)$$

$$\alpha_1 = \sqrt[4]{6} \sqrt[8]{2} \left(\cos \frac{9\pi}{16} + i \sin \frac{9\pi}{16} \right)$$

$$\alpha_2 = \sqrt[4]{6} \sqrt[8]{2} \left(\cos \frac{17\pi}{16} + i \sin \frac{17\pi}{16} \right) =$$

$$= \sqrt[4]{6} \sqrt[8]{2} \left(\cos \left(-\frac{15\pi}{16} \right) + i \sin \left(-\frac{15\pi}{16} \right) \right)$$

$$\alpha_3 = \sqrt[4]{6} \sqrt[8]{2} \left(\cos \frac{25\pi}{16} + i \sin \frac{25\pi}{16} \right) =$$

$$= \sqrt[4]{6} \sqrt[8]{2} \left(\cos \left(-\frac{7\pi}{16} \right) + i \sin \left(-\frac{7\pi}{16} \right) \right)$$

7) $z = -8 + 8i$

$$z^{200} = 8^{200} 2^{100}$$

$$\sqrt[4]{z} = \sqrt[4]{8} \sqrt[8]{2} \left(\cos \frac{3\pi/4 + 2\pi k}{4} + i \sin \frac{3\pi/4 + 2\pi k}{4} \right), k = \overline{0, 3}$$

$$\alpha_0 = \sqrt[4]{8} \sqrt[8]{2} \left(\cos \frac{3\pi}{16} + i \sin \frac{3\pi}{16} \right)$$

$$\alpha_1 = \sqrt[4]{8} \sqrt[8]{2} \left(\cos \frac{11\pi}{16} + i \sin \frac{11\pi}{16} \right)$$

$$\begin{aligned} \alpha_2 &= \sqrt[4]{8} \sqrt[8]{2} \left(\cos \frac{19\pi}{16} + i \sin \frac{19\pi}{16} \right) = \\ &= \sqrt[4]{8} \sqrt[8]{2} \left(\cos \left(-\frac{13\pi}{16} \right) + i \sin \left(-\frac{13\pi}{16} \right) \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \alpha_3 &= \sqrt[4]{8} \sqrt[8]{2} \left(\cos \frac{27\pi}{16} + i \sin \frac{27\pi}{16} \right) = \\ &= \sqrt[4]{8} \sqrt[8]{2} \left(\cos \left(-\frac{5\pi}{16} \right) + i \sin \left(-\frac{5\pi}{16} \right) \right) \end{aligned}$$

8) $z = 10 + 10i\sqrt{3}$

$$z^{200} = 20^{200} \left(-\frac{1}{2} + i \frac{\sqrt{3}}{2} \right)$$

$$\sqrt[4]{z} = \sqrt[4]{20} \left(\cos \frac{\pi/3 + 2\pi k}{4} + i \sin \frac{\pi/3 + 2\pi k}{4} \right), k = \overline{0, 3}$$

$$\alpha_0 = \sqrt[4]{20} \left(\cos \frac{\pi}{12} + i \sin \frac{\pi}{12} \right)$$

$$\alpha_1 = \sqrt[4]{20} \left(\cos \frac{7\pi}{12} + i \sin \frac{7\pi}{12} \right)$$

$$\alpha_2 = \sqrt[4]{20} \left(\cos \frac{13\pi}{12} + i \sin \frac{13\pi}{12} \right) = \sqrt[4]{20} \left(\cos \left(-\frac{11\pi}{12} \right) + i \sin \left(-\frac{11\pi}{12} \right) \right)$$

$$\alpha_3 = \sqrt[4]{20} \left(\cos \frac{19\pi}{12} + i \sin \frac{19\pi}{12} \right) = \sqrt[4]{20} \left(\cos \left(-\frac{5\pi}{12} \right) + i \sin \left(-\frac{5\pi}{12} \right) \right)$$

9) $z = -1 + i\sqrt{3}$

$$z^{200} = 2^{200} \left(-\frac{1}{2} - i \frac{\sqrt{3}}{2} \right)$$

$$\sqrt[4]{z} = \sqrt[4]{2} \left(\cos \frac{2\pi/3 + 2\pi k}{4} + i \sin \frac{2\pi/3 + 2\pi k}{4} \right), k = \overline{0, 3}$$

$$\alpha_0 = \sqrt[4]{2} \left(\cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6} \right) = \sqrt[4]{2} \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + i \frac{1}{2} \right)$$

$$\alpha_1 = \sqrt[4]{2} \left(\cos \frac{8\pi}{12} + i \sin \frac{8\pi}{12} \right) = \sqrt[4]{2} \left(\cos \frac{2\pi}{3} + i \sin \frac{2\pi}{3} \right) =$$

$$= \sqrt[4]{2} \left(-\frac{1}{2} + i \frac{\sqrt{3}}{2} \right)$$

$$\alpha_2 = \sqrt[4]{2} \left(\cos \frac{14\pi}{12} + i \sin \frac{14\pi}{12} \right) = \sqrt[4]{2} \left(\cos \frac{7\pi}{6} + i \sin \frac{7\pi}{6} \right) =$$

$$= \sqrt[4]{2} \left(-\frac{\sqrt{3}}{2} - i \frac{1}{2} \right)$$

$$\alpha_3 = \sqrt[4]{2} \left(\cos \frac{20\pi}{12} + i \sin \frac{20\pi}{12} \right) = \sqrt[4]{2} \left(\cos \frac{5\pi}{3} + i \sin \frac{5\pi}{3} \right) =$$

$$= \sqrt[4]{2} \left(\frac{1}{2} - i \frac{\sqrt{3}}{2} \right)$$

10) $z = 6 + 6i\sqrt{3}$

$$z^{200} = 12^{200} \left(-\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2} \right)$$

$$\sqrt[4]{z} = \sqrt[4]{12} \left(\cos \frac{\pi/3 + 2\pi k}{4} + i \sin \frac{\pi/3 + 2\pi k}{4} \right), k = \overline{0, 3}$$

$$\alpha_0 = \sqrt[4]{12} \left(\cos \frac{\pi}{12} + i \sin \frac{\pi}{12} \right)$$

$$\alpha_1 = \sqrt[4]{12} \left(\cos \frac{7\pi}{12} + i \sin \frac{7\pi}{12} \right)$$

$$\alpha_2 = \sqrt[4]{12} \left(\cos \frac{13\pi}{12} + i \sin \frac{13\pi}{12} \right) = \sqrt[4]{12} \left(\cos \left(-\frac{11\pi}{12} \right) + i \sin \left(-\frac{11\pi}{12} \right) \right)$$

$$\alpha_3 = \sqrt[4]{12} \left(\cos \frac{19\pi}{12} + i \sin \frac{19\pi}{12} \right) = \sqrt[4]{12} \left(\cos \left(-\frac{5\pi}{12} \right) + i \sin \left(-\frac{5\pi}{12} \right) \right)$$

11) $z = -9 - 9i\sqrt{3}$

$$z^{200} = 18^{200} \left(-\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2} \right)$$

$$\sqrt[4]{z} = \sqrt[4]{18} \left(\cos \frac{-2\pi/3 + 2\pi k}{4} + i \sin \frac{-2\pi/3 + 2\pi k}{4} \right), k = \overline{0, 3}$$

$$\alpha_0 = \sqrt[4]{18} \left(\cos \left(-\frac{\pi}{6} \right) + i \sin \left(-\frac{\pi}{6} \right) \right) = \sqrt[4]{18} \left(\frac{\sqrt{3}}{2} - i\frac{1}{2} \right)$$

$$\alpha_1 = \sqrt[4]{18} \left(\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3} \right) = \sqrt[4]{18} \left(\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2} \right)$$

$$\alpha_2 = \sqrt[4]{18} \left(\cos \frac{5\pi}{6} + i \sin \frac{5\pi}{6} \right) = \sqrt[4]{18} \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + i\frac{1}{2} \right)$$

$$\alpha_3 = \sqrt[4]{18} \left(\cos \frac{4\pi}{3} + i \sin \frac{4\pi}{3} \right) = \sqrt[4]{18} \left(-\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2} \right)$$

12) $z = 6 - 6i\sqrt{3}$

$$z^{200} = 12^{200} \left(-\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2} \right)$$

$$\sqrt[4]{z} = \sqrt[4]{12} \left(\cos \frac{-\pi/3 + 2\pi k}{4} + i \sin \frac{-\pi/3 + 2\pi k}{4} \right), k = \overline{0, 3}$$

$$\alpha_0 = \sqrt[4]{12} \left(\cos \left(-\frac{\pi}{12} \right) + i \sin \left(-\frac{\pi}{12} \right) \right)$$

$$\alpha_1 = \sqrt[4]{12} \left(\cos \frac{5\pi}{12} + i \sin \frac{5\pi}{12} \right)$$

$$\alpha_2 = \sqrt[4]{12} \left(\cos \frac{11\pi}{12} + i \sin \frac{11\pi}{12} \right)$$

$$\alpha_3 = \sqrt[4]{12} \left(\cos \frac{17\pi}{12} + i \sin \frac{17\pi}{12} \right) = \sqrt[4]{12} \left(\cos \left(-\frac{7\pi}{12} \right) + i \sin \left(-\frac{7\pi}{12} \right) \right)$$

13) $z = -3 + 3i$

$$z^{200} = 3^{200} 2^{100}$$

$$\sqrt[4]{z} = \sqrt[4]{3} \sqrt[8]{2} \left(\cos \frac{3\pi/4 + 2\pi k}{4} + i \sin \frac{3\pi/4 + 2\pi k}{4} \right), k = \overline{0, 3}$$

$$\alpha_0 = \sqrt[4]{3} \sqrt[8]{2} \left(\cos \frac{3\pi}{16} + i \sin \frac{3\pi}{16} \right)$$

$$\alpha_1 = \sqrt[4]{3} \sqrt[8]{2} \left(\cos \frac{11\pi}{16} + i \sin \frac{11\pi}{16} \right)$$

✓
$$\alpha_2 = \sqrt[4]{3} \sqrt[8]{2} \left(\cos \frac{19\pi}{16} + i \sin \frac{19\pi}{16} \right) =$$

$$= \sqrt[4]{3} \sqrt[8]{2} \left(\cos \left(-\frac{13\pi}{16} \right) + i \sin \left(-\frac{13\pi}{16} \right) \right)$$

$$\alpha_3 = \sqrt[4]{3} \sqrt[8]{2} \left(\cos \frac{27\pi}{16} + i \sin \frac{27\pi}{16} \right) =$$

$$= \sqrt[4]{3} \sqrt[8]{2} \left(\cos \left(-\frac{5\pi}{16} \right) + i \sin \left(-\frac{5\pi}{16} \right) \right)$$

14) $z = -4 - 4i$

$$z^{200} = 4^{200} 2^{100}$$

$$\sqrt[4]{z} = \sqrt[4]{4} \sqrt[8]{2} \left(\cos \frac{-3\pi/4 + 2\pi k}{4} + i \sin \frac{-3\pi/4 + 2\pi k}{4} \right), k = \overline{0, 3}$$

$$\alpha_0 = \sqrt[4]{4} \sqrt[8]{2} \left(\cos \left(-\frac{3\pi}{16} \right) + i \sin \left(-\frac{3\pi}{16} \right) \right)$$

✓
$$\alpha_1 = \sqrt[4]{4} \sqrt[8]{2} \left(\cos \frac{5\pi}{16} + i \sin \frac{5\pi}{16} \right)$$

$$\alpha_2 = \sqrt[4]{4} \sqrt[8]{2} \left(\cos \frac{15\pi}{16} + i \sin \frac{15\pi}{16} \right)$$

$$\alpha_3 = \sqrt[4]{4} \sqrt[8]{2} \left(\cos \frac{21\pi}{16} + i \sin \frac{21\pi}{16} \right) =$$

$$= \sqrt[4]{4} \sqrt[8]{2} \left(\cos \left(-\frac{11\pi}{16} \right) + i \sin \left(-\frac{11\pi}{16} \right) \right)$$

15) $z = -1 - i$

$$z^{200} = 1^{200} 2^{100}$$

$$\sqrt[4]{z} = \sqrt[8]{2} \left(\cos \frac{-3\pi/4 + 2\pi k}{4} + i \sin \frac{-3\pi/4 + 2\pi k}{4} \right), k = \overline{0, 3}$$

$$\alpha_0 = \sqrt[8]{2} \left(\cos \left(-\frac{3\pi}{16} \right) + i \sin \left(-\frac{3\pi}{16} \right) \right)$$

✓
$$\alpha_1 = \sqrt[8]{2} \left(\cos \frac{5\pi}{16} + i \sin \frac{5\pi}{16} \right)$$

$$\alpha_2 = \sqrt[8]{2} \left(\cos \frac{15\pi}{16} + i \sin \frac{15\pi}{16} \right)$$

$$\alpha_3 = \sqrt[8]{2} \left(\cos \frac{21\pi}{16} + i \sin \frac{21\pi}{16} \right) =$$

$$= \sqrt[8]{2} \left(\cos \left(-\frac{11\pi}{16} \right) + i \sin \left(-\frac{11\pi}{16} \right) \right)$$

16) $z = -9 + 9i\sqrt{3}$

$$z^{200} = 18^{200} \left(-\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2} \right)$$

$$\sqrt[4]{z} = \sqrt[4]{18} \left(\cos \frac{2\pi/3 + 2\pi k}{4} + i \sin \frac{2\pi/3 + 2\pi k}{4} \right), k = \overline{0, 3}$$

$$\alpha_0 = \sqrt[4]{18} \left(\cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6} \right) = \sqrt[4]{18} \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + i\frac{1}{2} \right)$$

$$\alpha_1 = \sqrt[4]{18} \left(\cos \frac{8\pi}{12} + i \sin \frac{8\pi}{12} \right) = \sqrt[4]{18} \left(\cos \frac{2\pi}{3} + i \sin \frac{2\pi}{3} \right) =$$

$$\checkmark = \sqrt[4]{18} \left(-\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2} \right)$$

$$\alpha_2 = \sqrt[4]{18} \left(\cos \frac{14\pi}{12} + i \sin \frac{14\pi}{12} \right) = \sqrt[4]{18} \left(\cos \frac{7\pi}{6} + i \sin \frac{7\pi}{6} \right) =$$

$$= \sqrt[4]{18} \left(-\frac{\sqrt{3}}{2} - i\frac{1}{2} \right)$$

$$\alpha_3 = \sqrt[4]{18} \left(\cos \frac{20\pi}{12} + i \sin \frac{20\pi}{12} \right) = \sqrt[4]{18} \left(\cos \frac{5\pi}{3} + i \sin \frac{5\pi}{3} \right) =$$

$$= \sqrt[4]{18} \left(\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2} \right)$$

17) $z = 10 - 10i\sqrt{3}$

$$z^{200} = 20^{200} \left(-\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2} \right)$$

$$\sqrt[4]{z} = \sqrt[4]{20} \left(\cos \frac{-\pi/3 + 2\pi k}{4} + i \sin \frac{-\pi/3 + 2\pi k}{4} \right), k = \overline{0, 3}$$

$$\alpha_0 = \sqrt[4]{20} \left(\cos \left(-\frac{\pi}{12} \right) + i \sin \left(-\frac{\pi}{12} \right) \right)$$

$$\checkmark \alpha_1 = \sqrt[4]{20} \left(\cos \frac{5\pi}{12} + i \sin \frac{5\pi}{12} \right)$$

$$\alpha_2 = \sqrt[4]{20} \left(\cos \frac{11\pi}{12} + i \sin \frac{11\pi}{12} \right)$$

$$\alpha_3 = \sqrt[4]{20} \left(\cos \frac{17\pi}{12} + i \sin \frac{17\pi}{12} \right) = \sqrt[4]{20} \left(\cos \left(-\frac{7\pi}{12} \right) + i \sin \left(-\frac{7\pi}{12} \right) \right)$$

18) $z = -5 - 5i$

$$z^{200} = 5^{200} 2^{100}$$

$$\sqrt[4]{z} = \sqrt[4]{5} \sqrt[8]{2} \left(\cos \frac{-3\pi/4 + 2\pi k}{4} + i \sin \frac{-3\pi/4 + 2\pi k}{4} \right), k = \overline{0, 3}$$

$$\alpha_0 = \sqrt[4]{5} \sqrt[8]{2} \left(\cos \left(-\frac{3\pi}{16} \right) + i \sin \left(-\frac{3\pi}{16} \right) \right)$$

$$\checkmark \alpha_1 = \sqrt[4]{5} \sqrt[8]{2} \left(\cos \frac{5\pi}{16} + i \sin \frac{5\pi}{16} \right)$$

$$\alpha_2 = \sqrt[4]{5} \sqrt[8]{2} \left(\cos \frac{15\pi}{16} + i \sin \frac{15\pi}{16} \right)$$

$$\alpha_3 = \sqrt[4]{5} \sqrt[8]{2} \left(\cos \frac{21\pi}{16} + i \sin \frac{21\pi}{16} \right) =$$

$$= \sqrt[4]{5} \sqrt[8]{2} \left(\cos \left(-\frac{11\pi}{16} \right) + i \sin \left(-\frac{11\pi}{16} \right) \right)$$

19) $z = 2 + 2i\sqrt{3}$

$$z^{200} = 4^{200} \left(-\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2} \right)$$

$$\sqrt[4]{z} = \sqrt[4]{4} \left(\cos \frac{\pi/3 + 2\pi k}{4} + i \sin \frac{\pi/3 + 2\pi k}{4} \right), k = \overline{0, 3}$$

$$\alpha_0 = \sqrt[4]{4} \left(\cos \frac{\pi}{12} + i \sin \frac{\pi}{12} \right)$$

$$\alpha_1 = \sqrt[4]{4} \left(\cos \frac{7\pi}{12} + i \sin \frac{7\pi}{12} \right)$$

$$\alpha_2 = \sqrt[4]{4} \left(\cos \frac{13\pi}{12} + i \sin \frac{13\pi}{12} \right) = \sqrt[4]{4} \left(\cos \left(-\frac{11\pi}{12} \right) + i \sin \left(-\frac{11\pi}{12} \right) \right)$$

$$\alpha_3 = \sqrt[4]{4} \left(\cos \frac{19\pi}{12} + i \sin \frac{19\pi}{12} \right) = \sqrt[4]{4} \left(\cos \left(-\frac{5\pi}{12} \right) + i \sin \left(-\frac{5\pi}{12} \right) \right)$$

20) $z = 9 - 9i\sqrt{3}$

$$z^{200} = 18^{200} \left(-\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2} \right)$$

$$\sqrt[4]{z} = \sqrt[4]{18} \left(\cos \frac{-\pi/3 + 2\pi k}{4} + i \sin \frac{-\pi/3 + 2\pi k}{4} \right), k = \overline{0, 3}$$

$$\alpha_0 = \sqrt[4]{18} \left(\cos \left(-\frac{\pi}{12} \right) + i \sin \left(-\frac{\pi}{12} \right) \right)$$

$$\alpha_1 = \sqrt[4]{18} \left(\cos \frac{5\pi}{12} + i \sin \frac{5\pi}{12} \right)$$

$$\alpha_2 = \sqrt[4]{18} \left(\cos \frac{11\pi}{12} + i \sin \frac{11\pi}{12} \right)$$

$$\alpha_3 = \sqrt[4]{18} \left(\cos \frac{17\pi}{12} + i \sin \frac{17\pi}{12} \right) = \sqrt[4]{18} \left(\cos \left(-\frac{7\pi}{12} \right) + i \sin \left(-\frac{7\pi}{12} \right) \right)$$

21) $z = 2 - 2i$

$$z^{200} = 2^{200} 2^{100}$$

$$\sqrt[4]{z} = \sqrt[4]{2} \sqrt[8]{2} \left(\cos \frac{-\pi/4 + 2\pi k}{4} + i \sin \frac{-\pi/4 + 2\pi k}{4} \right), k = \overline{0, 3}$$

$$\alpha_0 = \sqrt[4]{2} \sqrt[8]{2} \left(\cos \left(-\frac{\pi}{16} \right) + i \sin \left(-\frac{\pi}{16} \right) \right)$$

$$\alpha_1 = \sqrt[4]{2} \sqrt[8]{2} \left(\cos \frac{7\pi}{16} + i \sin \frac{7\pi}{16} \right)$$

$$\alpha_2 = \sqrt[4]{2} \sqrt[8]{2} \left(\cos \frac{15\pi}{16} + i \sin \frac{15\pi}{16} \right)$$

$$\alpha_3 = \sqrt[4]{2} \sqrt[8]{2} \left(\cos \frac{3\pi}{2} + i \sin \frac{3\pi}{2} \right) = \sqrt[4]{2} \sqrt[8]{2} i$$

22) $z = 5 - 5i\sqrt{3}$

$$z^{200} = 10^{200} \left(-\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2} \right)$$

$$\sqrt[4]{z} = \sqrt[4]{10} \left(\cos \frac{-\pi/3 + 2\pi k}{4} + i \sin \frac{-\pi/3 + 2\pi k}{4} \right), k = \overline{0, 3}$$

$$\alpha_0 = \sqrt[4]{10} \left(\cos \left(-\frac{\pi}{12} \right) + i \sin \left(-\frac{\pi}{12} \right) \right)$$

$$\alpha_1 = \sqrt[4]{10} \left(\cos \frac{5\pi}{12} + i \sin \frac{5\pi}{12} \right)$$

$$\alpha_2 = \sqrt[4]{10} \left(\cos \frac{11\pi}{12} + i \sin \frac{11\pi}{12} \right)$$

$$\alpha_3 = \sqrt[4]{10} \left(\cos \frac{17\pi}{12} + i \sin \frac{17\pi}{12} \right) = \sqrt[4]{10} \left(\cos \left(-\frac{7\pi}{12} \right) + i \sin \left(-\frac{7\pi}{12} \right) \right)$$

23) $z = 1 - i\sqrt{3}$

$$z^{200} = 2^{200} \left(-\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2} \right)$$

$$\sqrt[4]{z} = \sqrt[4]{2} \left(\cos \frac{-\pi/3 + 2\pi k}{4} + i \sin \frac{-\pi/3 + 2\pi k}{4} \right), k = \overline{0, 3}$$

$$\alpha_0 = \sqrt[4]{2} \left(\cos \left(-\frac{\pi}{12} \right) + i \sin \left(-\frac{\pi}{12} \right) \right)$$

$$\alpha_1 = \sqrt[4]{2} \left(\cos \frac{5\pi}{12} + i \sin \frac{5\pi}{12} \right)$$

$$\alpha_2 = \sqrt[4]{2} \left(\cos \frac{11\pi}{12} + i \sin \frac{11\pi}{12} \right)$$

$$\alpha_3 = \sqrt[4]{2} \left(\cos \frac{17\pi}{12} + i \sin \frac{17\pi}{12} \right) = \sqrt[4]{2} \left(\cos \left(-\frac{7\pi}{12} \right) + i \sin \left(-\frac{7\pi}{12} \right) \right)$$

24) $z = 3 + 3i$

$$z^{200} = 3^{200} 2^{100}$$

$$\sqrt[4]{z} = \sqrt[4]{3} \sqrt[8]{2} \left(\cos \frac{\pi/4 + 2\pi k}{4} + i \sin \frac{\pi/4 + 2\pi k}{4} \right), k = \overline{0, 3}$$

$$\alpha_0 = \sqrt[4]{3} \sqrt[8]{2} \left(\cos \frac{\pi}{16} + i \sin \frac{\pi}{16} \right)$$

$$\alpha_1 = \sqrt[4]{3} \sqrt[8]{2} \left(\cos \frac{9\pi}{16} + i \sin \frac{9\pi}{16} \right)$$

$$\begin{aligned} \alpha_2 &= \sqrt[4]{3} \sqrt[8]{2} \left(\cos \frac{17\pi}{16} + i \sin \frac{17\pi}{16} \right) = \\ &= \sqrt[4]{3} \sqrt[8]{2} \left(\cos \left(-\frac{15\pi}{16} \right) + i \sin \left(-\frac{15\pi}{16} \right) \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \alpha_3 &= \sqrt[4]{3} \sqrt[8]{2} \left(\cos \frac{25\pi}{16} + i \sin \frac{25\pi}{16} \right) = \\ &= \sqrt[4]{3} \sqrt[8]{2} \left(\cos \left(-\frac{7\pi}{16} \right) + i \sin \left(-\frac{7\pi}{16} \right) \right) \end{aligned}$$

25) $z = -4 + 4i$

$$z^{200} = 4^{200} 2^{100}$$

$$\sqrt[4]{z} = \sqrt[4]{4} \sqrt[8]{2} \left(\cos \frac{3\pi/4 + 2\pi k}{4} + i \sin \frac{3\pi/4 + 2\pi k}{4} \right), k = \overline{0, 3}$$

$$\alpha_0 = \sqrt[4]{4} \sqrt[8]{2} \left(\cos \frac{3\pi}{16} + i \sin \frac{3\pi}{16} \right)$$

$$\alpha_1 = \sqrt[4]{4} \sqrt[8]{2} \left(\cos \frac{11\pi}{16} + i \sin \frac{11\pi}{16} \right)$$

$$\begin{aligned} \alpha_2 &= \sqrt[4]{4} \sqrt[8]{2} \left(\cos \frac{19\pi}{16} + i \sin \frac{19\pi}{16} \right) = \\ &= \sqrt[4]{4} \sqrt[8]{2} \left(\cos \left(-\frac{13\pi}{16} \right) + i \sin \left(-\frac{13\pi}{16} \right) \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \alpha_3 &= \sqrt[4]{4} \sqrt[8]{2} \left(\cos \frac{27\pi}{16} + i \sin \frac{27\pi}{16} \right) = \\ &= \sqrt[4]{4} \sqrt[8]{2} \left(\cos \left(-\frac{5\pi}{16} \right) + i \sin \left(-\frac{5\pi}{16} \right) \right) \end{aligned}$$

26) $z = 9 + 9i$

$$z^{200} = 9^{200} 2^{100}$$

$$\sqrt[4]{z} = \sqrt[4]{9} \sqrt[8]{2} \left(\cos \frac{\pi/4 + 2\pi k}{4} + i \sin \frac{\pi/4 + 2\pi k}{4} \right), k = \overline{0, 3}$$

$$\alpha_0 = \sqrt[4]{9} \sqrt[8]{2} \left(\cos \frac{\pi}{16} + i \sin \frac{\pi}{16} \right)$$

$$\alpha_1 = \sqrt[4]{9} \sqrt[8]{2} \left(\cos \frac{9\pi}{16} + i \sin \frac{9\pi}{16} \right)$$

✓ $\alpha_2 = \sqrt[4]{9} \sqrt[8]{2} \left(\cos \frac{17\pi}{16} + i \sin \frac{17\pi}{16} \right) =$
 $= \sqrt[4]{9} \sqrt[8]{2} \left(\cos \left(-\frac{15\pi}{16} \right) + i \sin \left(-\frac{15\pi}{16} \right) \right)$

$$\alpha_3 = \sqrt[4]{9} \sqrt[8]{2} \left(\cos \frac{25\pi}{16} + i \sin \frac{25\pi}{16} \right) =$$

$$= \sqrt[4]{9} \sqrt[8]{2} \left(\cos \left(-\frac{7\pi}{16} \right) + i \sin \left(-\frac{7\pi}{16} \right) \right)$$

27) $z = -10 + 10i\sqrt{3}$

$$z^{200} = 20^{200} \left(-\frac{1}{2} - i \frac{\sqrt{3}}{2} \right)$$

$$\sqrt[4]{z} = \sqrt[4]{20} \left(\cos \frac{2\pi/3 + 2\pi k}{4} + i \sin \frac{2\pi/3 + 2\pi k}{4} \right), k = \overline{0, 3}$$

$$\alpha_0 = \sqrt[4]{20} \left(\cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6} \right) = \sqrt[4]{20} \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + i \frac{1}{2} \right)$$

$$\alpha_1 = \sqrt[4]{20} \left(\cos \frac{8\pi}{12} + i \sin \frac{8\pi}{12} \right) = \sqrt[4]{20} \left(\cos \frac{2\pi}{3} + i \sin \frac{2\pi}{3} \right) =$$

✓ $= \sqrt[4]{20} \left(-\frac{1}{2} + i \frac{\sqrt{3}}{2} \right)$

$$\alpha_2 = \sqrt[4]{20} \left(\cos \frac{14\pi}{12} + i \sin \frac{14\pi}{12} \right) = \sqrt[4]{20} \left(\cos \frac{7\pi}{6} + i \sin \frac{7\pi}{6} \right) =$$

$$= \sqrt[4]{20} \left(-\frac{\sqrt{3}}{2} - i \frac{1}{2} \right)$$

$$\alpha_3 = \sqrt[4]{20} \left(\cos \frac{20\pi}{12} + i \sin \frac{20\pi}{12} \right) = \sqrt[4]{20} \left(\cos \frac{5\pi}{3} + i \sin \frac{5\pi}{3} \right) =$$

$$= \sqrt[4]{20} \left(\frac{1}{2} - i \frac{\sqrt{3}}{2} \right)$$

28) $z = -6 + 6i\sqrt{3}$

$$z^{200} = 12^{200} \left(-\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2} \right)$$

$$\sqrt[4]{z} = \sqrt[4]{12} \left(\cos \frac{2\pi/3 + 2\pi k}{4} + i \sin \frac{2\pi/3 + 2\pi k}{4} \right), k = \overline{0, 3}$$

$$\alpha_0 = \sqrt[4]{12} \left(\cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6} \right) = \sqrt[4]{12} \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + i\frac{1}{2} \right)$$

$$\alpha_1 = \sqrt[4]{12} \left(\cos \frac{8\pi}{12} + i \sin \frac{8\pi}{12} \right) = \sqrt[4]{12} \left(\cos \frac{2\pi}{3} + i \sin \frac{2\pi}{3} \right) =$$

$$\checkmark = \sqrt[4]{12} \left(-\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2} \right)$$

$$\alpha_2 = \sqrt[4]{12} \left(\cos \frac{14\pi}{12} + i \sin \frac{14\pi}{12} \right) = \sqrt[4]{12} \left(\cos \frac{7\pi}{6} + i \sin \frac{7\pi}{6} \right) =$$

$$= \sqrt[4]{12} \left(-\frac{\sqrt{3}}{2} - i\frac{1}{2} \right)$$

$$\alpha_3 = \sqrt[4]{12} \left(\cos \frac{20\pi}{12} + i \sin \frac{20\pi}{12} \right) = \sqrt[4]{12} \left(\cos \frac{5\pi}{3} + i \sin \frac{5\pi}{3} \right) =$$

$$= \sqrt[4]{12} \left(\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2} \right)$$

29) $z = 7 - 7i$

$$z^{200} = 7^{200} 2^{100}$$

$$\sqrt[4]{z} = \sqrt[4]{7} \sqrt[8]{2} \left(\cos \frac{-\pi/4 + 2\pi k}{4} + i \sin \frac{-\pi/4 + 2\pi k}{4} \right), k = \overline{0, 3}$$

$$\alpha_0 = \sqrt[4]{7} \sqrt[8]{2} \left(\cos \left(-\frac{\pi}{16} \right) + i \sin \left(-\frac{\pi}{16} \right) \right)$$

$$\checkmark \alpha_1 = \sqrt[4]{7} \sqrt[8]{2} \left(\cos \frac{7\pi}{16} + i \sin \frac{7\pi}{16} \right)$$

$$\alpha_2 = \sqrt[4]{7} \sqrt[8]{2} \left(\cos \frac{15\pi}{16} + i \sin \frac{15\pi}{16} \right)$$

$$\alpha_3 = \sqrt[4]{7} \sqrt[8]{2} \left(\cos \frac{3\pi}{2} + i \sin \frac{3\pi}{2} \right) = \sqrt[4]{7} \sqrt[8]{2} i$$

30) $z = -2 + 2i\sqrt{3}$

$$z^{200} = 4^{200} \left(-\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2} \right)$$

$$\sqrt[4]{z} = \sqrt[4]{4} \left(\cos \frac{2\pi/3 + 2\pi k}{4} + i \sin \frac{2\pi/3 + 2\pi k}{4} \right), k = \overline{0, 3}$$

$$\alpha_0 = \sqrt[4]{4} \left(\cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6} \right) = \sqrt[4]{4} \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + i\frac{1}{2} \right)$$

$$\alpha_1 = \sqrt[4]{4} \left(\cos \frac{8\pi}{12} + i \sin \frac{8\pi}{12} \right) = \sqrt[4]{4} \left(\cos \frac{2\pi}{3} + i \sin \frac{2\pi}{3} \right) =$$

$$\checkmark = \sqrt[4]{4} \left(-\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2} \right)$$

$$\alpha_2 = \sqrt[4]{4} \left(\cos \frac{14\pi}{12} + i \sin \frac{14\pi}{12} \right) = \sqrt[4]{4} \left(\cos \frac{7\pi}{6} + i \sin \frac{7\pi}{6} \right) =$$

$$= \sqrt[4]{4} \left(-\frac{\sqrt{3}}{2} - i\frac{1}{2} \right)$$

$$\alpha_3 = \sqrt[4]{4} \left(\cos \frac{20\pi}{12} + i \sin \frac{20\pi}{12} \right) = \sqrt[4]{4} \left(\cos \frac{5\pi}{3} + i \sin \frac{5\pi}{3} \right) =$$

$$= \sqrt[4]{4} \left(\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2} \right)$$

Задача 26. Найти линейные комбинации заданных матриц:

$$1) -3A + 4B, \quad A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 4 \\ -2 & 1 & -3 \\ -5 & 4 & 4 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -7 & -3 & -5 \\ -2 & -1 & -3 \\ 7 & 3 & -5 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} -34 & -12 & -32 \\ -2 & -7 & -3 \\ 43 & 0 & -32 \end{pmatrix}$$

$$2) 5A + 4B, \quad A = \begin{pmatrix} -1 & -3 \\ 1 & 0 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -1 & -3 \\ -2 & 2 \\ -5 & 1 \end{pmatrix} \quad 3) 5A + 4B, \quad A = \begin{pmatrix} -7 & -3 \\ 7 & 0 \\ 4 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -7 & 3 \\ 4 & -4 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} -9 & -27 \\ -3 & 8 \\ -30 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} -63 & -3 \\ 51 & -16 \\ 12 & 12 \end{pmatrix}$$

$$4) 5A - 4B, \quad A = \begin{pmatrix} 5 & -6 & -2 \\ -2 & -4 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -1 & -3 & 7 \\ -5 & 0 & -4 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} 29 & -18 & -38 \\ 10 & -20 & 16 \end{pmatrix}$$

$$5) -2A - 5B, \quad A = \begin{pmatrix} -1 & 6 & 4 \\ -2 & 2 & 2 \\ 1 & -2 & -3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 5 & -6 & 4 \\ 4 & -1 & 3 \\ 4 & -4 & -2 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} -23 & 18 & -28 \\ -16 & 1 & -19 \\ -22 & 24 & 16 \end{pmatrix}$$

$$6) -3A - 4B, \quad A = \begin{pmatrix} 5 & 3 & 4 \\ -2 & -3 & 1 \\ -5 & -3 & 3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -7 & -6 & -2 \\ -5 & 0 & 0 \\ -2 & -1 & 7 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} 13 & 15 & -4 \\ 26 & 9 & -3 \\ 23 & 13 & -37 \end{pmatrix}$$

$$7) -3A + 4B, \quad A = \begin{pmatrix} -4 & 6 & -5 \\ 4 & -3 & -1 \\ 4 & -1 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -4 & -6 & 7 \\ -2 & -2 & 3 \\ 4 & -2 & 4 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} -4 & -42 & 43 \\ -20 & 1 & 15 \\ 4 & -5 & 10 \end{pmatrix}$$

$$8) -2A + 4B, \quad A = \begin{pmatrix} -7 & 0 & 7 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 6 & 4 \\ -5 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} 10 & 24 & 2 \\ -22 & -4 & 0 \end{pmatrix}$$

$$9) 2A + 4B, \quad A = \begin{pmatrix} -7 & 6 & -5 \\ 4 & -3 & 0 \\ -2 & 4 & 3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -7 & -3 & -5 \\ 7 & 4 & 0 \\ 4 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} -42 & 0 & -30 \\ 36 & 10 & 0 \\ 12 & 8 & -2 \end{pmatrix}$$

$$10) 5A - 4B, \quad A = \begin{pmatrix} -7 & 6 & 7 \\ -5 & 0 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 6 & -5 \\ -2 & 1 & -3 \end{pmatrix} \quad 11) 5A - 5B, \quad A = \begin{pmatrix} -7 & 6 \\ -2 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 1 & 0 \\ 4 & -3 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} -31 & 6 & 55 \\ -17 & -4 & 22 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} -60 & 15 \\ -15 & 0 \\ -15 & 15 \end{pmatrix}$$

$$12) 2A + 3B, \quad A = \begin{pmatrix} -7 & 6 \\ -2 & -2 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -7 & -3 \\ 4 & 1 \\ -5 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} -35 & 3 \\ 8 & -1 \\ -19 & 11 \end{pmatrix}$$

$$13) -2A - 5B, \quad A = \begin{pmatrix} -7 & -6 & 4 \\ -5 & 2 & -3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -4 & 6 & 4 \\ 1 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} 34 & -18 & -28 \\ 5 & -4 & 16 \end{pmatrix}$$

$$14) 5A + 3B, \quad A = \begin{pmatrix} -7 & 0 & 7 \\ 7 & 1 & 2 \\ 4 & 2 & 3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -7 & -6 & -5 \\ 7 & 4 & -3 \\ 1 & 1 & 4 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} -56 & -18 & 20 \\ 56 & 17 & 1 \\ 23 & 13 & 27 \end{pmatrix}$$

$$15) -3A - 5B, \quad A = \begin{pmatrix} -1 & 3 & -5 \\ -2 & -1 & -2 \\ -5 & 4 & 4 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & -6 & 1 \\ 7 & 2 & 0 \\ 7 & 0 & -5 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} -7 & 21 & 10 \\ -29 & -7 & 6 \\ -20 & -12 & 13 \end{pmatrix}$$

$$16) 5A - 4B, \quad A = \begin{pmatrix} 5 & 6 & -2 \\ -5 & 2 & -4 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 5 & -3 & 1 \\ 7 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} 5 & 42 & -14 \\ -53 & 2 & -28 \end{pmatrix}$$

$$17) -3A - 4B, \quad A = \begin{pmatrix} 5 & 6 & 4 \\ 4 & -3 & -3 \\ -2 & -2 & -4 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -4 & -6 & 4 \\ 7 & 4 & -4 \\ -2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} 1 & 6 & -28 \\ -40 & -7 & 25 \\ 14 & -6 & 8 \end{pmatrix}$$

$$18) -3A - 5B, \quad A = \begin{pmatrix} -7 & 6 & 4 \\ 1 & -4 & 3 \\ 4 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -7 & 3 & -5 \\ 1 & -2 & 0 \\ 1 & 3 & -5 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} 56 & -33 & 13 \\ -8 & 22 & -9 \\ -17 & -21 & 22 \end{pmatrix}$$

$$19) 5A + 4B, \quad A = \begin{pmatrix} -4 & 3 & -5 \\ 7 & -2 & -1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 7 \\ 4 & -3 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} -12 & 27 & 3 \\ 51 & -22 & -5 \end{pmatrix}$$

$$20) -3A - 5B, \quad A = \begin{pmatrix} -1 & -6 & -5 \\ -5 & 0 & -3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -4 & 3 & 1 \\ 1 & -4 & 3 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} 23 & 3 & 10 \\ 10 & 20 & -6 \end{pmatrix}$$

$$21) 2A - 4B, \quad A = \begin{pmatrix} -7 & 0 \\ 4 & -3 \\ 7 & 4 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 6 \\ -2 & 1 \\ 7 & -4 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} -22 & -24 \\ 16 & -10 \\ -14 & 24 \end{pmatrix}$$

$$22) -3A - 4B, \quad A = \begin{pmatrix} -4 & 3 & 7 \\ 7 & -1 & -1 \\ 1 & 2 & 4 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -4 & 0 & -2 \\ 4 & 2 & -3 \\ 7 & -2 & 7 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} 28 & -9 & -13 \\ -37 & -5 & 15 \\ -31 & 2 & -40 \end{pmatrix}$$

$$23) -2A + 3B, \quad A = \begin{pmatrix} 5 & -3 & -5 \\ 1 & -1 & -4 \\ 4 & -3 & -2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & -6 & 1 \\ 4 & 0 & 4 \\ 4 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} -4 & -12 & 13 \\ 10 & 2 & 20 \\ 4 & 6 & -2 \end{pmatrix}$$

$$24) 2A + 4B, \quad A = \begin{pmatrix} 2 & 6 & 4 \\ 4 & 3 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & -6 & 1 \\ 7 & -3 & 4 \\ -2 & 4 & -5 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} 12 & -12 & 12 \\ 36 & -6 & 18 \\ -6 & 16 & -20 \end{pmatrix}$$

$$25) 2A + 3B, \quad A = \begin{pmatrix} -7 & -3 & 7 \\ 1 & -1 & -4 \\ 7 & 4 & 3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 4 & -4 & -2 \\ -5 & -2 & -2 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} -8 & 3 & 26 \\ 14 & -14 & -14 \\ -1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

$$26) 2A + 3B, \quad A = \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 4 & -4 \\ -5 & -1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 6 \\ -2 & -3 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} 16 & 30 \\ 2 & -17 \\ -7 & 1 \end{pmatrix}$$

$$27) 2A + 3B, \quad A = \begin{pmatrix} -4 & 6 & -2 \\ -2 & 0 & 0 \\ 1 & 4 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 7 & -2 & 2 \\ 7 & 2 & 4 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} -2 & 21 & 8 \\ 17 & -6 & 6 \\ 23 & 14 & 14 \end{pmatrix}$$

$$28) -2A + 3B, \quad A = \begin{pmatrix} -7 & -6 & 7 \\ 1 & 1 & 1 \\ 7 & -1 & -1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -4 & -3 & 7 \\ 4 & 3 & 0 \\ 1 & -4 & 4 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} 2 & 3 & 7 \\ 10 & 7 & -2 \\ -11 & -10 & 14 \end{pmatrix}$$

$$29) 5A - 5B, \quad A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 1 & -4 & -2 \\ 7 & -1 & 4 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -7 & 0 & 7 \\ 1 & 4 & -4 \\ 4 & -4 & 7 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} 30 & 0 & -30 \\ 0 & -40 & 10 \\ 15 & 15 & -15 \end{pmatrix}$$

$$30) -2A + 3B, \quad A = \begin{pmatrix} 5 & 6 & 4 \\ -2 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 6 & 7 \\ -5 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} -4 & 6 & 13 \\ -11 & -3 & 8 \end{pmatrix}$$

- 1) $\begin{pmatrix} 2 & -5 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \end{pmatrix} (-4 \ 3)$
✓ $\begin{pmatrix} -4 & 3 \\ 28 & -21 \end{pmatrix}$
- 2) $\begin{pmatrix} 2 & -5 \\ -3 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix} (-4 \ -1)$
✓ $\begin{pmatrix} -20 & -5 \\ 12 & 3 \end{pmatrix}$
- 3) $\begin{pmatrix} 2 & -5 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix} (-4 \ 3)$
✓ $\begin{pmatrix} 36 & -27 \\ -28 & 21 \end{pmatrix}$
- 4) $\begin{pmatrix} 4 & 0 \\ -3 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} (-4 \ 3)$
✓ $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -12 & 9 \end{pmatrix}$
- 5) $\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix} (4 \ -1)$
✓ $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -4 & 1 \end{pmatrix}$
- 6) $\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \end{pmatrix} (-4 \ 3)$
✓ $\begin{pmatrix} 16 & -12 \\ 20 & -15 \end{pmatrix}$
- 7) $\begin{pmatrix} 4 & 0 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix} (-4 \ 3)$
✓ $\begin{pmatrix} 32 & -24 \\ -28 & 21 \end{pmatrix}$
- 8) $\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -3 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix} (-4 \ 3)$
✓ $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 12 & -9 \end{pmatrix}$
- 9) $\begin{pmatrix} 2 & -5 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} (4 \ 3)$
✓ $\begin{pmatrix} -20 & -15 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$
- 10) $\begin{pmatrix} 2 & -5 \\ -3 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} (4 \ 3)$
✓ $\begin{pmatrix} -20 & -15 \\ 12 & 9 \end{pmatrix}$
- 11) $\begin{pmatrix} 2 & -5 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix} (-4 \ 3)$
✓ $\begin{pmatrix} -20 & 15 \\ 4 & -3 \end{pmatrix}$
- 12) $\begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \end{pmatrix} (-4 \ 3)$
✓ $\begin{pmatrix} 32 & -24 \\ 28 & -21 \end{pmatrix}$
- 13) $\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix} (4 \ -1)$
✓ $\begin{pmatrix} -16 & 4 \\ -4 & 1 \end{pmatrix}$
- 14) $\begin{pmatrix} 4 & 0 \\ -3 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix} (-4 \ 3)$
✓ $\begin{pmatrix} 32 & -24 \\ -36 & 27 \end{pmatrix}$
- 15) $\begin{pmatrix} 2 & -5 \\ -3 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix} (4 \ 3)$
✓ $\begin{pmatrix} -36 & -27 \\ 36 & 27 \end{pmatrix}$
- 16) $\begin{pmatrix} 4 & 0 \\ -3 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix} (-4 \ -1)$
✓ $\begin{pmatrix} 32 & 8 \\ -36 & -9 \end{pmatrix}$
- 17) $\begin{pmatrix} 2 & -5 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix} (-4 \ 3)$
✓ $\begin{pmatrix} 36 & -27 \\ 12 & -9 \end{pmatrix}$
- 18) $\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix} (-4 \ -1)$
✓ $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$
- 19) $\begin{pmatrix} 4 & -5 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix} (4 \ 3)$
✓ $\begin{pmatrix} -52 & -39 \\ 28 & 21 \end{pmatrix}$
- 20) $\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} (-4 \ 3)$
✓ $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -12 & 9 \end{pmatrix}$
- 21) $\begin{pmatrix} 4 & -5 \\ -3 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix} (4 \ 3)$
✓ $\begin{pmatrix} -52 & -39 \\ 36 & 27 \end{pmatrix}$
- 22) $\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix} (-4 \ 3)$
✓ $\begin{pmatrix} 16 & -12 \\ 12 & -9 \end{pmatrix}$
- 23) $\begin{pmatrix} 4 & -5 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} (-4 \ -1)$
✓ $\begin{pmatrix} 20 & 5 \\ -12 & -3 \end{pmatrix}$
- 24) $\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \end{pmatrix} (-4 \ -1)$
✓ $\begin{pmatrix} 16 & 4 \\ 28 & 7 \end{pmatrix}$
- 25) $\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -3 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix} (-4 \ -1)$
✓ $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 12 & 3 \end{pmatrix}$
- 26) $\begin{pmatrix} 4 & 0 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix} (4 \ 3)$
✓ $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -4 & -3 \end{pmatrix}$
- 27) $\begin{pmatrix} 2 & -5 \\ -3 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \end{pmatrix} (-4 \ 3)$
✓ $\begin{pmatrix} -4 & 3 \\ -12 & 9 \end{pmatrix}$
- 28) $\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -3 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} (4 \ 3)$
✓ $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 12 & 9 \end{pmatrix}$
- 29) $\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} (-4 \ -1)$
✓ $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -12 & -3 \end{pmatrix}$
- 30) $\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix} (-4 \ 3)$
✓ $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 4 & -3 \end{pmatrix}$

Задача 28. Вычислить

$$\begin{array}{lll} \textbf{1)} \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ -5 & 2 \end{pmatrix}^{-1} - \begin{pmatrix} 6 & 1 \\ -4 & -1 \end{pmatrix}^T & \textbf{2)} \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ -5 & 2 \end{pmatrix}^{-1} - \begin{pmatrix} 6 & -1 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}^T & \textbf{3)} \begin{pmatrix} 7 & 3 \\ 9 & 4 \end{pmatrix}^{-1} - \begin{pmatrix} 6 & -1 \\ -4 & -1 \end{pmatrix}^T \\ \checkmark \begin{pmatrix} -4 & 3 \\ 4 & -1 \end{pmatrix} & \checkmark \begin{pmatrix} -4 & 3 \\ 6 & -4 \end{pmatrix} & \checkmark \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ -8 & 8 \end{pmatrix} \\ \textbf{4)} \begin{pmatrix} -5 & 2 \\ -8 & 3 \end{pmatrix}^{-1} - \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -4 & -1 \end{pmatrix}^T & \textbf{5)} \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 5 & 2 \end{pmatrix}^{-1} - \begin{pmatrix} 6 & -1 \\ 5 & 2 \end{pmatrix}^T & \textbf{6)} \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 5 & 2 \end{pmatrix}^{-1} - \begin{pmatrix} 6 & -1 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}^T \\ \checkmark \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 7 & -4 \end{pmatrix} & \checkmark \begin{pmatrix} -4 & -6 \\ -4 & 1 \end{pmatrix} & \checkmark \begin{pmatrix} -4 & 3 \\ -4 & 1 \end{pmatrix} \end{array}$$

$$\begin{array}{lll}
7) \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ -5 & 2 \end{pmatrix}^{-1} - \begin{pmatrix} 6 & 1 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}^T & 8) \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 7 & 3 \end{pmatrix}^{-1} - \begin{pmatrix} 6 & -1 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}^T & 9) \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 5 & 2 \end{pmatrix}^{-1} - \begin{pmatrix} 6 & -1 \\ 5 & -1 \end{pmatrix}^T \\
\checkmark \begin{pmatrix} -4 & 3 \\ 4 & -4 \end{pmatrix} & \checkmark \begin{pmatrix} -3 & 2 \\ -6 & 3 \end{pmatrix} & \checkmark \begin{pmatrix} -4 & -6 \\ -4 & 4 \end{pmatrix} \\
10) \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ -23 & -9 \end{pmatrix}^{-1} - \begin{pmatrix} 6 & -1 \\ -4 & -1 \end{pmatrix}^T & 11) \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ -5 & 2 \end{pmatrix}^{-1} - \begin{pmatrix} 6 & -1 \\ 5 & -1 \end{pmatrix}^T & 12) \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ -5 & 2 \end{pmatrix}^{-1} - \begin{pmatrix} 6 & 1 \\ 5 & 2 \end{pmatrix}^T \\
\checkmark \begin{pmatrix} -15 & 2 \\ 24 & 6 \end{pmatrix} & \checkmark \begin{pmatrix} -4 & -6 \\ 6 & -1 \end{pmatrix} & \checkmark \begin{pmatrix} -4 & -6 \\ 4 & -4 \end{pmatrix} \\
13) \begin{pmatrix} -5 & 2 \\ 22 & -9 \end{pmatrix}^{-1} - \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 5 & 2 \end{pmatrix}^T & 14) \begin{pmatrix} 7 & 3 \\ -33 & -14 \end{pmatrix}^{-1} - \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 5 & -1 \end{pmatrix}^T & 15) \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 7 & -4 \end{pmatrix}^{-1} - \begin{pmatrix} 6 & -1 \\ 5 & 2 \end{pmatrix}^T \\
\checkmark \begin{pmatrix} -9 & -7 \\ -23 & -7 \end{pmatrix} & \checkmark \begin{pmatrix} -14 & -8 \\ 32 & 8 \end{pmatrix} & \checkmark \begin{pmatrix} -10 & -6 \\ -6 & -4 \end{pmatrix} \\
16) \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -13 & -4 \end{pmatrix}^{-1} - \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -4 & -1 \end{pmatrix}^T & 17) \begin{pmatrix} -8 & 3 \\ 37 & -14 \end{pmatrix}^{-1} - \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -4 & -1 \end{pmatrix}^T & 18) \begin{pmatrix} 7 & 3 \\ 9 & 4 \end{pmatrix}^{-1} - \begin{pmatrix} 6 & -1 \\ 5 & -1 \end{pmatrix}^T \\
\checkmark \begin{pmatrix} -4 & 3 \\ 12 & 4 \end{pmatrix} & \checkmark \begin{pmatrix} -14 & 1 \\ -38 & -7 \end{pmatrix} & \checkmark \begin{pmatrix} -2 & -8 \\ -8 & 8 \end{pmatrix} \\
19) \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ -5 & 2 \end{pmatrix}^{-1} - \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 5 & -1 \end{pmatrix}^T & 20) \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 5 & 2 \end{pmatrix}^{-1} - \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}^T & 21) \begin{pmatrix} -5 & 2 \\ -8 & 3 \end{pmatrix}^{-1} - \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 5 & -1 \end{pmatrix}^T \\
\checkmark \begin{pmatrix} 2 & -6 \\ 4 & -1 \end{pmatrix} & \checkmark \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -4 & 1 \end{pmatrix} & \checkmark \begin{pmatrix} 3 & -7 \\ 7 & -4 \end{pmatrix} \\
22) \begin{pmatrix} -5 & 2 \\ -8 & 3 \end{pmatrix}^{-1} - \begin{pmatrix} 6 & -1 \\ -4 & -1 \end{pmatrix}^T & 23) \begin{pmatrix} 7 & 3 \\ -33 & -14 \end{pmatrix}^{-1} - \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}^T & 24) \begin{pmatrix} -5 & 2 \\ 22 & -9 \end{pmatrix}^{-1} - \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 5 & -1 \end{pmatrix}^T \\
\checkmark \begin{pmatrix} -3 & 2 \\ 9 & -4 \end{pmatrix} & \checkmark \begin{pmatrix} -14 & 1 \\ 32 & 5 \end{pmatrix} & \checkmark \begin{pmatrix} -9 & -7 \\ -23 & -4 \end{pmatrix} \\
25) \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ -5 & 2 \end{pmatrix}^{-1} - \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 5 & 2 \end{pmatrix}^T & 26) \begin{pmatrix} -8 & 3 \\ -11 & 4 \end{pmatrix}^{-1} - \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 5 & -1 \end{pmatrix}^T & 27) \begin{pmatrix} 7 & 3 \\ 9 & 4 \end{pmatrix}^{-1} - \begin{pmatrix} 6 & 1 \\ 5 & 2 \end{pmatrix}^T \\
\checkmark \begin{pmatrix} 2 & -6 \\ 4 & -4 \end{pmatrix} & \checkmark \begin{pmatrix} 4 & -8 \\ 12 & -7 \end{pmatrix} & \checkmark \begin{pmatrix} -2 & -8 \\ -10 & 5 \end{pmatrix} \\
28) \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 7 & 3 \end{pmatrix}^{-1} - \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 5 & 2 \end{pmatrix}^T & 29) \begin{pmatrix} -5 & 2 \\ 22 & -9 \end{pmatrix}^{-1} - \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -4 & -1 \end{pmatrix}^T & 30) \begin{pmatrix} 7 & 3 \\ -33 & -14 \end{pmatrix}^{-1} - \begin{pmatrix} 6 & 1 \\ 5 & 2 \end{pmatrix}^T \\
\checkmark \begin{pmatrix} 3 & -7 \\ -6 & 3 \end{pmatrix} & \checkmark \begin{pmatrix} -9 & 2 \\ -23 & -4 \end{pmatrix} & \checkmark \begin{pmatrix} -20 & -8 \\ 32 & 5 \end{pmatrix}
\end{array}$$

Задача 29. Найти произведение AB .

$$\begin{array}{ll}
1) A = \begin{pmatrix} -3 & 3 & 3 \\ 5 & 4 & -4 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 & 4 & -4 & -2 \\ 3 & -2 & 4 & 1 \\ -1 & 1 & -4 & 5 \end{pmatrix} & 2) A = \begin{pmatrix} 2 & -5 & 1 \\ 5 & 4 & -4 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -3 & 3 & -3 & 5 \\ 1 & 5 & 0 & 2 \\ 2 & -2 & 2 & -2 \end{pmatrix} \\
\checkmark \begin{pmatrix} 6 & -15 & 12 & 24 \\ 16 & 8 & 12 & -26 \end{pmatrix} & \checkmark \begin{pmatrix} -9 & -21 & -4 & -2 \\ -19 & 43 & -23 & 41 \end{pmatrix} \\
3) A = \begin{pmatrix} -3 & 3 & -4 \\ -2 & 3 & -4 \\ 1 & 3 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -4 & 5 \\ 3 & -2 \end{pmatrix} & 4) A = \begin{pmatrix} 0 & 4 & -4 \\ 0 & 2 & 5 \\ -1 & 5 & 0 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -3 & 3 & 4 \\ 3 & -2 & -5 \\ 2 & -2 & 0 \end{pmatrix} \\
\checkmark \begin{pmatrix} -30 & 14 \\ -28 & 17 \\ -1 & 12 \end{pmatrix} & \checkmark \begin{pmatrix} 4 & 0 & -20 \\ 16 & -14 & -10 \\ 18 & -13 & -29 \end{pmatrix} \\
5) A = \begin{pmatrix} -3 & 3 & 1 \\ 0 & -1 & 5 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 1 & 3 \\ 1 & -2 & 3 & -1 \\ -1 & 5 & -3 & -2 \end{pmatrix} & 6) A = \begin{pmatrix} -3 & 3 & -4 \\ -2 & 2 & 5 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 & -5 & 2 \\ 1 & -2 & 0 \\ 2 & -3 & -2 \end{pmatrix} \\
\checkmark \begin{pmatrix} -4 & -13 & 3 & -14 \\ -6 & 27 & -18 & -9 \end{pmatrix} & \checkmark \begin{pmatrix} -5 & 21 & 2 \\ 12 & -9 & -14 \\ 5 & -19 & 2 \end{pmatrix}
\end{array}$$

- 7) $A = \begin{pmatrix} 0 & 4 & -4 \\ 5 & 2 & 5 \\ -1 & 3 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -3 & 3 & -2 \\ 3 & 0 & 5 \\ -1 & 5 & -3 \end{pmatrix}$ 8) $A = \begin{pmatrix} -3 & -5 & -4 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 & 4 & 1 & -2 \\ 1 & 0 & -5 & -1 \\ 3 & 1 & -4 & -5 \end{pmatrix}$
- ✓ $\begin{pmatrix} 16 & -20 & 32 \\ -14 & 40 & -15 \\ 11 & 2 & 14 \end{pmatrix}$ ✓ $\begin{pmatrix} -17 & -16 & 38 & 31 \\ 2 & 1 & 1 & -4 \end{pmatrix}$
- 9) $A = \begin{pmatrix} 0 & 4 & 3 \\ 5 & 4 & -3 \\ -3 & 5 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ 10) $A = \begin{pmatrix} -3 & 3 & -4 \\ 5 & 4 & -4 \\ -1 & 4 & 0 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$
- ✓ $\begin{pmatrix} 10 & -5 \\ 8 & 4 \\ 3 & -17 \end{pmatrix}$ ✓ $\begin{pmatrix} -11 & -3 \\ 6 & 19 \\ 2 & -11 \end{pmatrix}$
- 11) $A = \begin{pmatrix} 0 & 4 & 1 \\ 5 & 3 & -2 \\ 1 & -2 & -1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 & -5 \\ -4 & 0 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$ 12) $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 3 \\ 0 & 2 & -3 \\ 1 & -4 & -5 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -3 & -5 \\ 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$
- ✓ $\begin{pmatrix} -14 & -3 \\ -16 & -19 \\ 6 & -2 \end{pmatrix}$ ✓ $\begin{pmatrix} -6 & -7 \\ 5 & -3 \\ -2 & -10 \end{pmatrix}$
- 13) $A = \begin{pmatrix} -3 & 4 & -4 \\ 5 & -1 & -4 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ -4 & 5 & 4 \\ -1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ 14) $A = \begin{pmatrix} -3 & 4 & -4 \\ 0 & 3 & -2 \\ 0 & -4 & 5 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 2 \\ 3 & 5 & -5 \\ 3 & -2 & 2 \end{pmatrix}$
- ✓ $\begin{pmatrix} -18 & 7 & 20 \\ 18 & 6 & 0 \\ -9 & 22 & 11 \end{pmatrix}$ ✓ $\begin{pmatrix} -6 & 19 & -34 \\ 3 & 19 & -19 \\ 3 & -30 & 30 \end{pmatrix}$
- 15) $A = \begin{pmatrix} -3 & 4 & 3 \\ -2 & 2 & -4 \\ 0 & -5 & 4 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 5 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$ 16) $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & -4 \\ 0 & 3 & -2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 & -5 & -4 & 3 \\ 1 & 5 & 3 & 2 \\ 3 & 5 & -5 & 5 \end{pmatrix}$
- ✓ $\begin{pmatrix} 7 & 14 \\ -14 & 0 \\ 7 & -21 \end{pmatrix}$ ✓ $\begin{pmatrix} -5 & -15 & 21 & -8 \\ -3 & 5 & 19 & -4 \end{pmatrix}$
- 17) $A = \begin{pmatrix} -3 & -5 & -4 \\ 5 & 2 & -3 \\ 2 & 4 & -4 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 5 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$ 18) $A = \begin{pmatrix} -3 & 3 & 1 \\ 5 & 4 & -2 \\ 1 & 3 & -3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 & -5 & -3 \\ 3 & 0 & 4 \\ -1 & -2 & -1 \end{pmatrix}$
- ✓ $\begin{pmatrix} -23 & -38 \\ 3 & 22 \\ -4 & 22 \end{pmatrix}$ ✓ $\begin{pmatrix} 8 & 13 & 20 \\ 14 & -21 & 3 \\ 12 & 1 & 12 \end{pmatrix}$
- 19) $A = \begin{pmatrix} 2 & -5 & 3 \\ -2 & -1 & -4 \\ 1 & -4 & 4 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -3 & -5 \\ 3 & 0 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$ 20) $A = \begin{pmatrix} -3 & 4 & 1 \\ 0 & 4 & -2 \\ -1 & -4 & -2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 & -5 & 5 \\ -4 & 0 & 4 \\ 2 & 5 & 3 \end{pmatrix}$
- ✓ $\begin{pmatrix} -15 & -16 \\ -5 & 18 \\ -7 & -13 \end{pmatrix}$ ✓ $\begin{pmatrix} -14 & 20 & 4 \\ -20 & -10 & 10 \\ 12 & -5 & -27 \end{pmatrix}$
- 21) $A = \begin{pmatrix} -3 & 4 & 3 \\ -2 & -1 & -2 \\ 2 & 3 & -4 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -3 & 4 & 3 \\ -4 & -2 & -4 \\ -1 & 5 & 4 \end{pmatrix}$ 22) $A = \begin{pmatrix} 0 & 4 & 3 \\ 5 & 3 & -3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -3 & 3 & -4 & 4 \\ 3 & 0 & -4 & -1 \\ -1 & 5 & 5 & -5 \end{pmatrix}$
- ✓ $\begin{pmatrix} -10 & -5 & -13 \\ 12 & -16 & -10 \\ -14 & -18 & -22 \end{pmatrix}$ ✓ $\begin{pmatrix} 9 & 15 & -1 & -19 \\ -3 & 0 & -47 & 32 \end{pmatrix}$
- 23) $A = \begin{pmatrix} -3 & -5 & 3 \\ 0 & 3 & -4 \\ -3 & 5 & -4 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 & -5 & -1 \\ -4 & 5 & 2 \\ 4 & -2 & 3 \end{pmatrix}$ 24) $A = \begin{pmatrix} -3 & 3 & 1 \\ -2 & -1 & 5 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 & 4 & 0 & -5 \\ -4 & 0 & 0 & -1 \\ 3 & 1 & -2 & 5 \end{pmatrix}$
- ✓ $\begin{pmatrix} 26 & -16 & 2 \\ -28 & 23 & -6 \\ -42 & 48 & 1 \end{pmatrix}$ ✓ $\begin{pmatrix} -9 & -11 & -2 & 17 \\ 19 & -3 & -10 & 36 \end{pmatrix}$

$$\begin{array}{ll}
\mathbf{25)} A = \begin{pmatrix} 0 & 4 & 3 \\ 5 & -1 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 & 3 & 2 & 4 \\ -4 & -2 & -3 & 0 \\ 2 & -4 & 3 & 4 \end{pmatrix} & \mathbf{26)} A = \begin{pmatrix} -3 & -5 & -4 \\ 5 & -1 & -4 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -3 & 3 & 4 & -4 \\ -4 & 0 & 2 & -1 \\ 4 & -2 & 3 & 5 \end{pmatrix} \\
\checkmark \begin{pmatrix} -10 & -20 & -3 & 12 \\ 6 & 13 & 16 & 24 \end{pmatrix} & \checkmark \begin{pmatrix} 13 & -1 & -34 & -3 \\ -27 & 23 & 6 & -39 \end{pmatrix} \\
\mathbf{27)} A = \begin{pmatrix} -3 & 4 & 3 \\ 0 & 4 & -4 \\ -1 & -2 & 0 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ -4 & 5 \\ 3 & -3 \end{pmatrix} & \mathbf{28)} A = \begin{pmatrix} 0 & 3 & 3 \\ 5 & 3 & -2 \\ 0 & 5 & 0 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 & 4 & -1 \\ -4 & 5 & -4 \\ 3 & 1 & -5 \end{pmatrix} \\
\checkmark \begin{pmatrix} -13 & -1 \\ -28 & 32 \\ 6 & -14 \end{pmatrix} & \checkmark \begin{pmatrix} -3 & 18 & -27 \\ -18 & 33 & -7 \\ -20 & 25 & -20 \end{pmatrix} \\
\mathbf{29)} A = \begin{pmatrix} 0 & 3 & -4 \\ -2 & -1 & 1 \\ 0 & -4 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -4 & -2 \\ 3 & -3 \end{pmatrix} & \mathbf{30)} A = \begin{pmatrix} 2 & -5 & -4 \\ 0 & -1 & -4 \\ 1 & -2 & 5 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -3 & -5 \\ 1 & 0 \\ 4 & -3 \end{pmatrix} \\
\checkmark \begin{pmatrix} -24 & 6 \\ 3 & -7 \\ 25 & -1 \end{pmatrix} & \checkmark \begin{pmatrix} -27 & 2 \\ -17 & 12 \\ 15 & -20 \end{pmatrix}
\end{array}$$

Задача 30. Найти AB .

$$\begin{array}{ll}
\mathbf{1)} A = \begin{pmatrix} -3 & -5 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -4 & 0 & -1 \\ 1 & 4 & 0 \end{pmatrix} & \mathbf{2)} A = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ -4 \\ -2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 & 5 & -5 & 5 \end{pmatrix} \\
\checkmark \begin{pmatrix} 7 & -20 & 3 \end{pmatrix} & \checkmark \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 6 & 15 & -15 & 15 \\ -8 & -20 & 20 & -20 \\ -4 & -10 & 10 & -10 \end{pmatrix} \\
\mathbf{3)} A = \begin{pmatrix} 0 & 4 & -4 & 0 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix} & \mathbf{4)} A = \begin{pmatrix} 2 & 4 & -4 \\ 0 & 4 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -1 \\ 5 \\ -5 \end{pmatrix} \\
\checkmark (-12) & \checkmark \begin{pmatrix} 38 \\ 5 \end{pmatrix} \\
\mathbf{5)} A = \begin{pmatrix} 0 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 2 \\ -4 & -5 & -2 \end{pmatrix} & \mathbf{6)} A = \begin{pmatrix} 0 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 3 & 5 & 2 \\ -4 & -5 & 0 \end{pmatrix} \\
\checkmark \begin{pmatrix} -12 & -15 & -6 \end{pmatrix} & \checkmark \begin{pmatrix} -12 & -15 & 0 \end{pmatrix} \\
\mathbf{7)} A = \begin{pmatrix} 0 & -5 & 3 \\ -2 & 4 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix} & \mathbf{8)} A = \begin{pmatrix} -3 \\ 3 \\ -4 \\ 0 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 4 & -2 & 3 & 5 \end{pmatrix} \\
\checkmark \begin{pmatrix} 7 \\ 0 \end{pmatrix} & \checkmark \begin{pmatrix} -12 & 6 & -9 & -15 \\ 12 & -6 & 9 & 15 \\ -16 & 8 & -12 & -20 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\
\mathbf{9)} A = \begin{pmatrix} 0 \\ -5 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 3 & -2 & -5 & -2 \end{pmatrix} & \mathbf{10)} A = \begin{pmatrix} 2 & 4 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 4 \\ 1 & 4 & 5 \end{pmatrix} \\
\checkmark \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ -15 & 10 & 25 & 10 \\ 3 & -2 & -5 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} & \checkmark \begin{pmatrix} 10 & 16 & 28 \end{pmatrix}
\end{array}$$

$$11) A = \begin{pmatrix} -3 \\ 3 \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 5 & -5 & 5 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} -6 & -15 & 15 & -15 \\ 6 & 15 & -15 & 15 \\ 6 & 15 & -15 & 15 \\ 10 & 25 & -25 & 25 \end{pmatrix}$$

$$12) A = \begin{pmatrix} -3 & 4 & 3 \\ 5 & 4 & 3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} 7 \\ 23 \end{pmatrix}$$

$$13) A = \begin{pmatrix} -3 & -5 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 1 & 3 & 5 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} -8 & -15 & -22 \end{pmatrix}$$

$$14) A = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -5 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} 4 & 2 & -10 & 0 \\ 6 & 3 & -15 & 0 \\ 2 & 1 & -5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$15) A = \begin{pmatrix} 0 & 3 & -4 \\ -2 & 3 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -1 \\ 5 \\ 4 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} -1 \\ 21 \end{pmatrix}$$

$$16) A = \begin{pmatrix} -3 & 3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 3 & -2 & 2 \\ 1 & -5 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} -6 & -9 & -6 \end{pmatrix}$$

$$17) A = \begin{pmatrix} 2 & -5 & 3 \\ -2 & -5 & 3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -1 \\ 5 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} -18 \\ -14 \end{pmatrix}$$

$$18) A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -4 & 0 & 3 \\ -4 & 3 & 5 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} -20 & 9 & 21 \end{pmatrix}$$

$$19) A = \begin{pmatrix} 0 & -5 & -4 \\ -2 & 3 & 3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 4 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} -6 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$20) A = \begin{pmatrix} -3 & -5 & 1 & -2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \\ -5 \\ 5 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} -1 \end{pmatrix}$$

$$21) A = \begin{pmatrix} 2 & -5 & -4 \\ 0 & 4 & 3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ -5 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} 13 \\ -11 \end{pmatrix}$$

$$22) A = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 3 & -3 & -5 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} 6 & -6 & -10 & 0 \\ 12 & -12 & -20 & 0 \\ 9 & -9 & -15 & 0 \\ -6 & 6 & 10 & 0 \end{pmatrix}$$

$$23) A = \begin{pmatrix} 2 & 4 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 5 & 4 \\ -4 & 3 & 5 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} -10 & 22 & 28 \end{pmatrix}$$

$$24) A = \begin{pmatrix} 2 & 4 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 5 & -1 \\ -2 & -5 & -2 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} -6 & -10 & -10 \end{pmatrix}$$

$$25) A = \begin{pmatrix} -3 & 4 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 4 \\ -4 \\ -5 \\ 5 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} -33 \end{pmatrix}$$

$$26) A = \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ -4 \\ 5 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 3 & -4 & 3 & -2 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 12 & -16 & 12 & -8 \\ -12 & 16 & -12 & 8 \\ 15 & -20 & 15 & -10 \end{pmatrix}$$

$$27) A = \begin{pmatrix} 0 & -5 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 5 & 2 \\ -4 & -5 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} 20 & 25 & 0 \end{pmatrix}$$

$$28) A = \begin{pmatrix} -3 & 3 & 3 & -2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -5 \\ -2 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} -14 \end{pmatrix}$$

$$29) A = \begin{pmatrix} -3 & -5 & 3 & -2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix} \quad 30) A = \begin{pmatrix} -3 & 3 & -4 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 4 \\ -3 \\ 4 \\ -2 \end{pmatrix}$$

✓ (-19) ✓ (-37)

Задача 31. Найти AB и BA .

$$1) A = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ -1 & 8 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 4 & 4 \end{pmatrix} \quad 2) A = \begin{pmatrix} 7 & 4 \\ -1 & -5 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 8 & 0 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark AB = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 31 & 33 \end{pmatrix}, \quad BA = \begin{pmatrix} 0 & -8 \\ -8 & 32 \end{pmatrix} \quad \checkmark AB = \begin{pmatrix} 60 & 16 \\ -13 & -20 \end{pmatrix}, \quad BA = \begin{pmatrix} 56 & 32 \\ 3 & -16 \end{pmatrix}$$

$$3) A = \begin{pmatrix} 4 & 4 \\ 0 & 8 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 4 & -4 \end{pmatrix} \quad 4) A = \begin{pmatrix} -6 & 1 \\ -2 & -8 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -7 & -2 \\ 0 & -4 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark AB = \begin{pmatrix} 12 & -20 \\ 32 & -32 \end{pmatrix}, \quad BA = \begin{pmatrix} -4 & -12 \\ 16 & -16 \end{pmatrix} \quad \checkmark AB = \begin{pmatrix} 42 & 8 \\ 14 & 36 \end{pmatrix}, \quad BA = \begin{pmatrix} 46 & 9 \\ 8 & 32 \end{pmatrix}$$

$$5) A = \begin{pmatrix} -1 & 4 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 1 & -2 \end{pmatrix} \quad 6) A = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ -2 & -8 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 8 & 2 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark AB = \begin{pmatrix} 3 & -6 \\ 2 & -4 \end{pmatrix}, \quad BA = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 1 & -2 \end{pmatrix} \quad \checkmark AB = \begin{pmatrix} -16 & 0 \\ -16 & -36 \end{pmatrix}, \quad BA = \begin{pmatrix} -20 & -8 \\ -8 & -32 \end{pmatrix}$$

$$7) A = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ -1 & 8 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 8 & -2 \\ 4 & 9 \end{pmatrix} \quad 8) A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 0 & -3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark AB = \begin{pmatrix} -16 & 4 \\ 24 & 74 \end{pmatrix}, \quad BA = \begin{pmatrix} -14 & -16 \\ -17 & 72 \end{pmatrix} \quad \checkmark AB = \begin{pmatrix} 13 & 0 \\ -12 & -9 \end{pmatrix}, \quad BA = \begin{pmatrix} 9 & 6 \\ 12 & -5 \end{pmatrix}$$

$$9) A = \begin{pmatrix} 9 & 0 \\ -1 & 6 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 6 & -2 \\ 4 & -4 \end{pmatrix} \quad 10) A = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 0 & -8 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -8 & -2 \\ -3 & -9 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark AB = \begin{pmatrix} 54 & -18 \\ 18 & -22 \end{pmatrix}, \quad BA = \begin{pmatrix} 56 & -12 \\ 40 & -24 \end{pmatrix} \quad \checkmark AB = \begin{pmatrix} 13 & -5 \\ 24 & 72 \end{pmatrix}, \quad BA = \begin{pmatrix} 16 & 8 \\ 6 & 69 \end{pmatrix}$$

$$11) A = \begin{pmatrix} -6 & -3 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 0 & -9 \end{pmatrix} \quad 12) A = \begin{pmatrix} -9 & -3 \\ 0 & -5 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -3 & 0 \\ -3 & 5 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark AB = \begin{pmatrix} -18 & 39 \\ 0 & -27 \end{pmatrix}, \quad BA = \begin{pmatrix} -18 & -15 \\ 0 & -27 \end{pmatrix} \quad \checkmark AB = \begin{pmatrix} 36 & -15 \\ 15 & -25 \end{pmatrix}, \quad BA = \begin{pmatrix} 27 & 9 \\ 27 & -16 \end{pmatrix}$$

$$13) A = \begin{pmatrix} 5 & -3 \\ -1 & 6 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 8 & -2 \\ -3 & 3 \end{pmatrix} \quad 14) A = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ -2 & -7 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -3 & -1 \\ 0 & -6 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark AB = \begin{pmatrix} 49 & -19 \\ -26 & 20 \end{pmatrix}, \quad BA = \begin{pmatrix} 42 & -36 \\ -18 & 27 \end{pmatrix} \quad \checkmark AB = \begin{pmatrix} 3 & -5 \\ 6 & 44 \end{pmatrix}, \quad BA = \begin{pmatrix} 5 & 4 \\ 12 & 42 \end{pmatrix}$$

$$15) A = \begin{pmatrix} 3 & -3 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 4 & 3 \end{pmatrix} \quad 16) A = \begin{pmatrix} 5 & 4 \\ 0 & -7 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 6 & -2 \\ 1 & -6 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark AB = \begin{pmatrix} -15 & -12 \\ 10 & 7 \end{pmatrix}, \quad BA = \begin{pmatrix} -5 & 0 \\ 18 & -3 \end{pmatrix} \quad \checkmark AB = \begin{pmatrix} 34 & -34 \\ -7 & 42 \end{pmatrix}, \quad BA = \begin{pmatrix} 30 & 38 \\ 5 & 46 \end{pmatrix}$$

$$17) A = \begin{pmatrix} 7 & -3 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -5 & -2 \\ -3 & 3 \end{pmatrix} \quad 18) A = \begin{pmatrix} 7 & -3 \\ -2 & 6 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -8 & 2 \\ 4 & 7 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark AB = \begin{pmatrix} -26 & -23 \\ 7 & 7 \end{pmatrix}, \quad BA = \begin{pmatrix} -31 & 13 \\ -27 & 12 \end{pmatrix} \quad \checkmark AB = \begin{pmatrix} -68 & -7 \\ 40 & 38 \end{pmatrix}, \quad BA = \begin{pmatrix} -60 & 36 \\ 14 & 30 \end{pmatrix}$$

$$19) A = \begin{pmatrix} 9 & 4 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 1 & 9 \end{pmatrix} \quad 20) A = \begin{pmatrix} -4 & 4 \\ 0 & -5 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -5 & -1 \\ -3 & -4 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark AB = \begin{pmatrix} -14 & 36 \\ -7 & -27 \end{pmatrix}, \quad BA = \begin{pmatrix} -18 & -8 \\ 27 & -23 \end{pmatrix} \quad \checkmark AB = \begin{pmatrix} 8 & -12 \\ 15 & 20 \end{pmatrix}, \quad BA = \begin{pmatrix} 20 & -15 \\ 12 & 8 \end{pmatrix}$$

$$21) A = \begin{pmatrix} -4 & 1 \\ 0 & 6 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -7 & 0 \\ 1 & 7 \end{pmatrix} \quad 22) A = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 0 & -3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 8 & -1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark AB = \begin{pmatrix} 29 & 7 \\ 6 & 42 \end{pmatrix}, \quad BA = \begin{pmatrix} 28 & -7 \\ -4 & 43 \end{pmatrix} \quad \checkmark AB = \begin{pmatrix} -16 & 2 \\ -3 & -9 \end{pmatrix}, \quad BA = \begin{pmatrix} -16 & 3 \\ -2 & -9 \end{pmatrix}$$

$$\begin{array}{ll}
\mathbf{23)} \ A = \begin{pmatrix} -1 & -3 \\ -2 & 2 \end{pmatrix}, \ B = \begin{pmatrix} -7 & 2 \\ 4 & -1 \end{pmatrix} & \mathbf{24)} \ A = \begin{pmatrix} 9 & 0 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}, \ B = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 1 & 5 \end{pmatrix} \\
\checkmark \ AB = \begin{pmatrix} -5 & 1 \\ 22 & -6 \end{pmatrix}, \ BA = \begin{pmatrix} 3 & 25 \\ -2 & -14 \end{pmatrix} & \checkmark \ AB = \begin{pmatrix} -9 & -18 \\ 1 & 11 \end{pmatrix}, \ BA = \begin{pmatrix} -13 & -6 \\ 19 & 15 \end{pmatrix} \\
\mathbf{25)} \ A = \begin{pmatrix} 9 & 1 \\ 2 & -5 \end{pmatrix}, \ B = \begin{pmatrix} 6 & -1 \\ 1 & -2 \end{pmatrix} & \mathbf{26)} \ A = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}, \ B = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ -3 & -1 \end{pmatrix} \\
\checkmark \ AB = \begin{pmatrix} 55 & -11 \\ 7 & 8 \end{pmatrix}, \ BA = \begin{pmatrix} 52 & 11 \\ 5 & 11 \end{pmatrix} & \checkmark \ AB = \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 7 & 1 \end{pmatrix}, \ BA = \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 8 & 1 \end{pmatrix} \\
\mathbf{27)} \ A = \begin{pmatrix} -4 & -3 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \ B = \begin{pmatrix} -2 & -1 \\ 0 & 7 \end{pmatrix} & \mathbf{28)} \ A = \begin{pmatrix} 4 & -3 \\ -2 & -2 \end{pmatrix}, \ B = \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 0 & 9 \end{pmatrix} \\
\checkmark \ AB = \begin{pmatrix} 8 & -17 \\ 0 & -7 \end{pmatrix}, \ BA = \begin{pmatrix} 8 & 7 \\ 0 & -7 \end{pmatrix} & \checkmark \ AB = \begin{pmatrix} -4 & -31 \\ 2 & -16 \end{pmatrix}, \ BA = \begin{pmatrix} -2 & 5 \\ -18 & -18 \end{pmatrix} \\
\mathbf{29)} \ A = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 0 & 6 \end{pmatrix}, \ B = \begin{pmatrix} 8 & 0 \\ 1 & 9 \end{pmatrix} & \mathbf{30)} \ A = \begin{pmatrix} -4 & -3 \\ 0 & -8 \end{pmatrix}, \ B = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & -4 \end{pmatrix} \\
\checkmark \ AB = \begin{pmatrix} 33 & 9 \\ 6 & 54 \end{pmatrix}, \ BA = \begin{pmatrix} 32 & 8 \\ 4 & 55 \end{pmatrix} & \checkmark \ AB = \begin{pmatrix} -11 & 16 \\ -8 & 32 \end{pmatrix}, \ BA = \begin{pmatrix} -8 & 2 \\ -4 & 29 \end{pmatrix}
\end{array}$$

Задача 32. Найти AB и BA .

$$\begin{array}{ll}
\mathbf{1)} \ A = \begin{pmatrix} -4 & -5 & -3 \\ 3 & -3 & -1 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \ B = \begin{pmatrix} -4 & 2 & 0 \\ -2 & -3 & 2 \\ -4 & -2 & -2 \end{pmatrix} & \mathbf{2)} \ A = \begin{pmatrix} -4 & 2 & 0 \\ -2 & 4 & 2 \\ -4 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \ B = \begin{pmatrix} -4 & 0 & -3 \\ 0 & 1 & -1 \\ -4 & 0 & -2 \end{pmatrix} \\
\checkmark \ AB = \begin{pmatrix} 38 & 13 & -4 \\ -2 & 17 & -4 \\ -16 & 4 & -2 \end{pmatrix}, \ BA = \begin{pmatrix} 22 & 14 & 10 \\ 5 & 19 & 11 \\ 4 & 26 & 12 \end{pmatrix} & \checkmark \ AB = \begin{pmatrix} 16 & 2 & 10 \\ 0 & 4 & -2 \\ 12 & 0 & 10 \end{pmatrix}, \ BA = \begin{pmatrix} 28 & -8 & -3 \\ 2 & 4 & 1 \\ 24 & -8 & -2 \end{pmatrix} \\
\mathbf{3)} \ A = \begin{pmatrix} -4 & -5 & 0 \\ -2 & 1 & 2 \\ -4 & 0 & -2 \end{pmatrix}, \ B = \begin{pmatrix} -4 & 0 & 0 \\ -2 & -3 & -1 \\ 0 & 1 & -2 \end{pmatrix} & \mathbf{4)} \ A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -2 & -3 & -1 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \ B = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 1 \\ -2 & 1 & -1 \\ -4 & -2 & 5 \end{pmatrix} \\
\checkmark \ AB = \begin{pmatrix} 26 & 15 & 5 \\ 6 & -1 & -5 \\ 16 & -2 & 4 \end{pmatrix}, \ BA = \begin{pmatrix} 16 & 20 & 0 \\ 18 & 7 & -4 \\ 6 & 1 & 6 \end{pmatrix} & \checkmark \ AB = \begin{pmatrix} -3 & -4 & 4 \\ 12 & -5 & -4 \\ -9 & 5 & 7 \end{pmatrix}, \ BA = \begin{pmatrix} 0 & -5 & -2 \\ -3 & -4 & -4 \\ 23 & 11 & 3 \end{pmatrix} \\
\mathbf{5)} \ A = \begin{pmatrix} -4 & -5 & -3 \\ -2 & -3 & -1 \\ 3 & 0 & -2 \end{pmatrix}, \ B = \begin{pmatrix} 3 & -5 & 0 \\ 3 & 1 & -1 \\ 3 & 0 & -2 \end{pmatrix} \\
\checkmark \ AB = \begin{pmatrix} -36 & 15 & 11 \\ -18 & 7 & 5 \\ 3 & -15 & 4 \end{pmatrix}, \ BA = \begin{pmatrix} -2 & 0 & -4 \\ -17 & -18 & -8 \\ -18 & -15 & -5 \end{pmatrix} \\
\mathbf{6)} \ A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & -3 \\ 0 & 4 & 2 \\ 0 & -2 & -2 \end{pmatrix}, \ B = \begin{pmatrix} -1 & 2 & -3 \\ 3 & 1 & 2 \\ -4 & 1 & 1 \end{pmatrix} & \mathbf{7)} \ A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & -3 \\ 3 & 4 & 2 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \ B = \begin{pmatrix} -4 & 0 & 0 \\ -2 & 1 & 0 \\ -4 & 0 & 5 \end{pmatrix} \\
\checkmark \ AB = \begin{pmatrix} 15 & 5 & -8 \\ 4 & 6 & 10 \\ 2 & -4 & -6 \end{pmatrix}, \ BA = \begin{pmatrix} -3 & 12 & 13 \\ 9 & 6 & -11 \\ -12 & -6 & 12 \end{pmatrix} & \checkmark \ AB = \begin{pmatrix} 12 & 2 & -15 \\ -28 & 4 & 10 \\ -16 & 0 & 5 \end{pmatrix}, \ BA = \begin{pmatrix} 4 & -8 & 12 \\ 5 & 0 & 8 \\ 19 & -8 & 17 \end{pmatrix} \\
\mathbf{8)} \ A = \begin{pmatrix} -1 & -5 & -3 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \ B = \begin{pmatrix} 3 & -5 & 1 \\ 3 & 1 & -1 \\ 3 & -2 & 1 \end{pmatrix} & \mathbf{9)} \ A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & -3 \\ -2 & 1 & 0 \\ -4 & 1 & -2 \end{pmatrix}, \ B = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix} \\
\checkmark \ AB = \begin{pmatrix} -27 & 6 & 1 \\ 0 & 3 & -2 \\ 6 & -1 & 0 \end{pmatrix}, \ BA = \begin{pmatrix} -3 & -19 & -3 \\ -3 & -15 & -11 \\ -3 & -16 & -6 \end{pmatrix} & \checkmark \ AB = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 10 \\ 2 & -3 & 2 \\ 4 & -7 & 6 \end{pmatrix}, \ BA = \begin{pmatrix} -3 & 0 & 3 \\ -10 & 3 & -4 \\ 8 & -2 & 4 \end{pmatrix} \\
\mathbf{10)} \ A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & -3 \\ 3 & 4 & -1 \\ -4 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \ B = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 3 & 4 & 2 \\ 3 & -2 & 5 \end{pmatrix} \\
\checkmark \ AB = \begin{pmatrix} -6 & 12 & -12 \\ 18 & 24 & 6 \\ -6 & -6 & 3 \end{pmatrix}, \ BA = \begin{pmatrix} -1 & 15 & -10 \\ 1 & 24 & -11 \\ -29 & 3 & -2 \end{pmatrix}
\end{array}$$

$$11) A = \begin{pmatrix} -1 & -5 & 1 \\ 0 & -3 & 2 \\ 3 & -2 & -2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -4 & 2 & 0 \\ 3 & -3 & 2 \\ -4 & 1 & -2 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark AB = \begin{pmatrix} -15 & 14 & -12 \\ -17 & 11 & -10 \\ -10 & 10 & 0 \end{pmatrix}, \quad BA = \begin{pmatrix} 4 & 14 & 0 \\ 3 & -10 & -7 \\ -2 & 21 & 2 \end{pmatrix}$$

$$12) A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & -3 \\ 3 & 1 & 2 \\ 3 & 0 & 5 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -1 & -5 & 1 \\ 0 & -3 & -1 \\ -4 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark AB = \begin{pmatrix} 9 & -21 & -2 \\ -11 & -18 & 4 \\ -23 & -15 & 8 \end{pmatrix}, \quad BA = \begin{pmatrix} -15 & -7 & -2 \\ -12 & -3 & -11 \\ -9 & -8 & 17 \end{pmatrix}$$

$$13) A = \begin{pmatrix} 3 & -5 & -3 \\ -2 & -3 & 2 \\ 3 & 0 & -2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -4 & -5 & 0 \\ 3 & -3 & 0 \\ 3 & 0 & 5 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark AB = \begin{pmatrix} -36 & 0 & -15 \\ 5 & 19 & 10 \\ -18 & -15 & -10 \end{pmatrix}, \quad BA = \begin{pmatrix} -2 & 35 & 2 \\ 15 & -6 & -15 \\ 24 & -15 & -19 \end{pmatrix}$$

$$14) A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 3 & 4 & 2 \\ 0 & -2 & -2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 0 & -3 \\ 3 & 4 & -1 \\ 0 & -2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark AB = \begin{pmatrix} 3 & 6 & 2 \\ 21 & 12 & -11 \\ -6 & -4 & 0 \end{pmatrix}, \quad BA = \begin{pmatrix} -3 & 12 & 9 \\ 9 & 24 & 13 \\ -6 & -10 & -6 \end{pmatrix}$$

$$15) A = \begin{pmatrix} -4 & 0 & 0 \\ 3 & -3 & 0 \\ 0 & -2 & -2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -4 & 0 & 1 \\ -2 & 1 & -1 \\ 3 & 1 & -2 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark AB = \begin{pmatrix} 16 & 0 & -4 \\ -6 & -3 & 6 \\ -2 & -4 & 6 \end{pmatrix}, \quad BA = \begin{pmatrix} 16 & -2 & -2 \\ 11 & -1 & 2 \\ -9 & 1 & 4 \end{pmatrix}$$

$$16) A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 0 \\ 3 & 4 & 0 \\ -4 & 0 & 5 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -4 & -5 & 1 \\ 0 & 4 & 0 \\ -4 & -2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark AB = \begin{pmatrix} 4 & 13 & -1 \\ -12 & 1 & 3 \\ -4 & 10 & 1 \end{pmatrix}, \quad BA = \begin{pmatrix} -15 & -28 & 5 \\ 12 & 16 & 0 \\ -6 & -16 & 5 \end{pmatrix}$$

$$17) A = \begin{pmatrix} -1 & -5 & 1 \\ 3 & -3 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -4 & 2 & 1 \\ -2 & 1 & 2 \\ -4 & -2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark AB = \begin{pmatrix} 10 & -9 & -10 \\ -14 & -1 & -1 \\ -6 & -1 & 3 \end{pmatrix}, \quad BA = \begin{pmatrix} 10 & 15 & 1 \\ 5 & 9 & 2 \\ -2 & 27 & -7 \end{pmatrix}$$

$$18) A = \begin{pmatrix} -4 & 2 & -3 \\ 0 & 1 & -1 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -1 & -5 & 0 \\ 3 & -3 & 0 \\ 3 & -2 & -2 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark AB = \begin{pmatrix} 1 & 20 & 6 \\ 0 & -1 & 2 \\ 3 & -20 & -2 \end{pmatrix}, \quad BA = \begin{pmatrix} 4 & -7 & 8 \\ -12 & 3 & -6 \\ -18 & 2 & -9 \end{pmatrix}$$

$$19) A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -4 & 1 & 5 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -4 & -5 & 0 \\ -2 & 4 & 2 \\ 0 & -2 & -2 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark AB = \begin{pmatrix} -12 & -15 & 0 \\ -2 & 4 & 2 \\ 14 & 14 & -8 \end{pmatrix}, \quad BA = \begin{pmatrix} -12 & -5 & 0 \\ -14 & 6 & 10 \\ 8 & -4 & -10 \end{pmatrix}$$

$$20) A = \begin{pmatrix} -4 & 0 & 0 \\ 3 & 4 & 0 \\ -4 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 3 & -5 & 0 \\ -2 & -3 & 2 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark AB = \begin{pmatrix} -12 & 20 & 0 \\ 1 & -27 & 8 \\ -12 & 20 & -2 \end{pmatrix}, \quad BA = \begin{pmatrix} -27 & -20 & 0 \\ -9 & -12 & 2 \\ 8 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

$$21) A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ -2 & -3 & 2 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 3 & -5 & -3 \\ 3 & 4 & 0 \\ -4 & 1 & 5 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark AB = \begin{pmatrix} 5 & -14 & -4 \\ -23 & 0 & 16 \\ 8 & -10 & -4 \end{pmatrix}, \quad BA = \begin{pmatrix} 10 & 12 & -10 \\ 1 & -12 & 11 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

$$22) A = \begin{pmatrix} -4 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & -2 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 2 & -3 \\ -2 & 4 & 0 \\ 3 & 1 & 5 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark AB = \begin{pmatrix} -16 & 0 & 12 \\ -2 & 4 & 0 \\ 7 & -7 & 5 \end{pmatrix}, \quad BA = \begin{pmatrix} -12 & 14 & -3 \\ 8 & 0 & 0 \\ -12 & -3 & 5 \end{pmatrix}$$

$$23) A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 3 & 1 & 2 \\ 3 & 0 & 5 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ -4 & -2 & 5 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark AB = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ -11 & -3 & 15 \\ -23 & -10 & 28 \end{pmatrix}, \quad BA = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 5 \\ 9 & 1 & 12 \\ 13 & -2 & 21 \end{pmatrix}$$

$$24) A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ -2 & 1 & 0 \\ 0 & -2 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -4 & 0 & 1 \\ 0 & 4 & 0 \\ -4 & -2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark AB = \begin{pmatrix} -16 & -2 & 4 \\ 8 & 4 & -2 \\ -4 & -10 & 1 \end{pmatrix}, \quad BA = \begin{pmatrix} -12 & -2 & -3 \\ -8 & 4 & 0 \\ -8 & -4 & -3 \end{pmatrix}$$

$$25) A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 0 \\ 3 & 4 & 0 \\ 0 & -2 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -1 & -5 & 1 \\ 3 & -3 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark AB = \begin{pmatrix} 7 & -1 & 3 \\ 9 & -27 & 11 \\ -6 & 6 & -3 \end{pmatrix}, \quad BA = \begin{pmatrix} -14 & -24 & 1 \\ -12 & -10 & 2 \\ 0 & -2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$26) A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & -3 \\ 3 & 1 & 0 \\ 3 & -2 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -4 & -5 & 1 \\ 3 & 4 & 2 \\ -4 & -2 & 5 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark AB = \begin{pmatrix} 16 & 11 & -16 \\ -9 & -11 & 5 \\ -22 & -25 & 4 \end{pmatrix}, \quad BA = \begin{pmatrix} -8 & -7 & 13 \\ 15 & 0 & -7 \\ 13 & -12 & 17 \end{pmatrix}$$

$$27) A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & -3 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 1 & 5 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -1 & -5 & -3 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark AB = \begin{pmatrix} -3 & -15 & -12 \\ 0 & 16 & 0 \\ 0 & 4 & 5 \end{pmatrix}, \quad BA = \begin{pmatrix} -3 & -23 & -12 \\ 0 & 16 & 0 \\ 0 & 1 & 5 \end{pmatrix}$$

$$28) A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & -3 \\ 0 & 4 & 0 \\ 3 & -2 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -1 & -5 & 0 \\ -2 & -3 & -1 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark AB = \begin{pmatrix} -12 & -4 & -5 \\ -8 & -12 & -4 \\ 4 & -8 & 3 \end{pmatrix}, \quad BA = \begin{pmatrix} 1 & -22 & 3 \\ -1 & -14 & 5 \\ 0 & 8 & -8 \end{pmatrix}$$

$$29) A = \begin{pmatrix} -4 & -5 & 1 \\ -2 & -3 & 2 \\ 3 & -2 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 3 & -5 & 1 \\ 3 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 5 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark AB = \begin{pmatrix} -27 & 16 & 1 \\ -15 & 9 & 8 \\ 3 & -16 & 8 \end{pmatrix}, \quad BA = \begin{pmatrix} 1 & -2 & -6 \\ -14 & -18 & 5 \\ 13 & -13 & 7 \end{pmatrix}$$

$$30) A = \begin{pmatrix} -4 & -5 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 3 & 1 & 5 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 0 \\ -2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark AB = \begin{pmatrix} 14 & -13 & -2 \\ -2 & 1 & 0 \\ -5 & 7 & -10 \end{pmatrix}, \quad BA = \begin{pmatrix} 4 & 7 & -1 \\ 8 & 11 & -2 \\ -6 & -2 & -10 \end{pmatrix}$$

Задача 33. Найти произведение трёх матриц.

$$1) \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ -2 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -4 & 1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$2) \begin{pmatrix} -2 & -3 \\ -2 & -5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & -3 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$$

$$3) \begin{pmatrix} 5 & -3 \\ -1 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 0 & -3 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 46 & -18 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} 13 & 18 \\ 19 & 22 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} 30 & 7 \\ -6 & 31 \end{pmatrix}$$

- 4) $\begin{pmatrix} -2 & 0 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 0 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -3 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$ 6) $\begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 2 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ -3 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ -2 & 2 \end{pmatrix}$
 $\checkmark \begin{pmatrix} 8 & 2 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ $\checkmark \begin{pmatrix} -22 & 2 \\ 6 & 18 \end{pmatrix}$ $\checkmark \begin{pmatrix} 0 & 8 \\ 60 & -32 \end{pmatrix}$
- 7) $\begin{pmatrix} 5 & 0 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ -3 & -4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -4 & 0 \\ -1 & -3 \end{pmatrix}$ 8) $\begin{pmatrix} -4 & 1 \\ 0 & -5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 0 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$ 9) $\begin{pmatrix} 3 & 4 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 & -3 \\ -2 & -5 \end{pmatrix}$
 $\checkmark \begin{pmatrix} -30 & 30 \\ 54 & 30 \end{pmatrix}$ $\checkmark \begin{pmatrix} 32 & 54 \\ 20 & -30 \end{pmatrix}$ $\checkmark \begin{pmatrix} 16 & -129 \\ 18 & -20 \end{pmatrix}$
- 10) $\begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 0 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & -4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ 11) $\begin{pmatrix} -1 & 4 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 4 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -4 & -3 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$ 12) $\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -3 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$
 $\checkmark \begin{pmatrix} -16 & 4 \\ 36 & 24 \end{pmatrix}$ $\checkmark \begin{pmatrix} -68 & -81 \\ -42 & -54 \end{pmatrix}$ $\checkmark \begin{pmatrix} -17 & -22 \\ -4 & 22 \end{pmatrix}$
- 13) $\begin{pmatrix} 3 & -3 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -5 & -2 \\ -3 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 & 4 \\ 0 & -5 \end{pmatrix}$ 14) $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 2 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -3 & 2 \\ 4 & -4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 & -3 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$
 $\checkmark \begin{pmatrix} 12 & 51 \\ 38 & -101 \end{pmatrix}$ $\checkmark \begin{pmatrix} -2 & -15 \\ 4 & 102 \end{pmatrix}$
- 15) $\begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 1 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & -3 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$ 16) $\begin{pmatrix} 5 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 4 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$ 17) $\begin{pmatrix} 4 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 1 & -4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$
 $\checkmark \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ -4 & 24 \end{pmatrix}$ $\checkmark \begin{pmatrix} 41 & 43 \\ 26 & 28 \end{pmatrix}$ $\checkmark \begin{pmatrix} -26 & 21 \\ 2 & 15 \end{pmatrix}$
- 18) $\begin{pmatrix} -1 & -3 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -3 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 & -3 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$ 19) $\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$ 20) $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 2 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$
 $\checkmark \begin{pmatrix} 22 & -11 \\ -12 & -22 \end{pmatrix}$ $\checkmark \begin{pmatrix} -3 & -7 \\ 1 & 9 \end{pmatrix}$ $\checkmark \begin{pmatrix} -2 & 4 \\ 16 & -11 \end{pmatrix}$
- 21) $\begin{pmatrix} 5 & 0 \\ -2 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 & 0 \\ -2 & 2 \end{pmatrix}$ 22) $\begin{pmatrix} 5 & 4 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$ 23) $\begin{pmatrix} -4 & -3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 4 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 & -3 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$
 $\checkmark \begin{pmatrix} 25 & 0 \\ -16 & 6 \end{pmatrix}$ $\checkmark \begin{pmatrix} 19 & 106 \\ -6 & -19 \end{pmatrix}$ $\checkmark \begin{pmatrix} 21 & 26 \\ -7 & -10 \end{pmatrix}$
- 24) $\begin{pmatrix} 5 & -3 \\ -2 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -5 & 0 \\ -3 & -4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 0 & -5 \end{pmatrix}$ 25) $\begin{pmatrix} -4 & 4 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 1 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 & 1 \\ -2 & 2 \end{pmatrix}$ 26) $\begin{pmatrix} -2 & 4 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$
 $\checkmark \begin{pmatrix} -48 & -124 \\ 57 & 16 \end{pmatrix}$ $\checkmark \begin{pmatrix} 16 & 32 \\ -10 & 22 \end{pmatrix}$ $\checkmark \begin{pmatrix} -6 & 46 \\ 15 & 2 \end{pmatrix}$
- 27) $\begin{pmatrix} -4 & -3 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ -3 & -4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$ 28) $\begin{pmatrix} 3 & -3 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 & -3 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$ 29) $\begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 0 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -4 & 1 \\ 0 & -5 \end{pmatrix}$
 $\checkmark \begin{pmatrix} -17 & 60 \\ -13 & 30 \end{pmatrix}$ $\checkmark \begin{pmatrix} 39 & -21 \\ 4 & -4 \end{pmatrix}$ $\checkmark \begin{pmatrix} 36 & -19 \\ -36 & -6 \end{pmatrix}$
- 30) $\begin{pmatrix} -1 & 4 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -3 & -2 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$
 $\checkmark \begin{pmatrix} 12 & -3 \\ -24 & -24 \end{pmatrix}$

Задача 34. Найти произведение трёх матриц.

- 1) $\begin{pmatrix} -4 & 0 & 1 \\ -2 & 4 & 2 \\ 0 & -2 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 0 & -3 \\ 0 & -3 & -1 \\ 0 & -2 & 5 \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} -4 & 0 & 1 \\ -2 & 4 & 2 \\ 3 & 0 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 0 & -3 \\ 3 & 1 & 2 \\ 0 & -2 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 3 & 4 & 0 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}$
 $\checkmark \begin{pmatrix} -4 & -5 & -8 \\ -2 & -34 & 28 \\ 0 & 32 & -46 \end{pmatrix}$ $\checkmark \begin{pmatrix} 41 & -8 & 17 \\ 58 & 0 & 24 \\ -42 & 16 & -19 \end{pmatrix}$
- 3) $\begin{pmatrix} 3 & -5 & 0 \\ 3 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 2 & -3 \\ 3 & -3 & 0 \\ -4 & 0 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -4 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 1 & -2 \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} -4 & 2 & 0 \\ 3 & 4 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -4 & 2 & -3 \\ 3 & 4 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 0 & -3 \\ 0 & 1 & 0 \\ 3 & -2 & -2 \end{pmatrix}$
 $\checkmark \begin{pmatrix} 72 & 75 & 18 \\ 32 & 13 & -2 \\ 4 & -7 & -10 \end{pmatrix}$ $\checkmark \begin{pmatrix} 8 & -20 & -86 \\ -42 & 50 & 28 \\ 3 & -2 & -2 \end{pmatrix}$

$$5) \begin{pmatrix} -4 & 2 & -3 \\ -2 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & -5 & 0 \\ 0 & 4 & 2 \\ 3 & 0 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 0 & -3 \\ 3 & 1 & -1 \\ -4 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} 149 & 17 & 24 \\ 24 & -8 & 14 \\ -23 & 5 & -4 \end{pmatrix}$$

$$7) \begin{pmatrix} -1 & -5 & 0 \\ 3 & 4 & 0 \\ 0 & -2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -4 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & -5 & 0 \\ 3 & 1 & 0 \\ 3 & -2 & 5 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} -12 & -25 & -5 \\ 3 & 64 & 15 \\ 9 & -12 & 25 \end{pmatrix}$$

$$9) \begin{pmatrix} -1 & -5 & -3 \\ -2 & 1 & 0 \\ 0 & -2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ -2 & -3 & 0 \\ -4 & 0 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -4 & -5 & -3 \\ 3 & -3 & -1 \\ -4 & -2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} 13 & -130 & -99 \\ -9 & 9 & 3 \\ -2 & -28 & -1 \end{pmatrix}$$

$$11) \begin{pmatrix} -1 & 2 & 0 \\ 0 & 4 & -1 \\ 3 & -2 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 0 \\ -4 & -2 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -4 & 2 & -3 \\ 3 & 4 & 2 \\ -4 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} -24 & 14 & -22 \\ -54 & 56 & -34 \\ 0 & 30 & 26 \end{pmatrix}$$

$$13) \begin{pmatrix} -4 & 0 & -3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 3 & 0 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & -5 & -3 \\ 3 & 4 & 0 \\ -4 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 2 & 0 \\ 3 & -3 & -1 \\ -4 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} 24 & -60 & -38 \\ 9 & -22 & -8 \\ -18 & 23 & 23 \end{pmatrix}$$

$$15) \begin{pmatrix} -4 & 0 & 0 \\ 3 & -3 & -1 \\ -4 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ -2 & -3 & -1 \\ 0 & -2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 3 & -3 & 2 \\ 3 & -2 & -2 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} 12 & 8 & 4 \\ 48 & -31 & 21 \\ 9 & 12 & -2 \end{pmatrix}$$

$$17) \begin{pmatrix} 3 & -5 & -3 \\ -2 & -3 & 0 \\ 0 & -2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 2 & 1 \\ -2 & -3 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ -2 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 5 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} -43 & 18 & -14 \\ -18 & 5 & -30 \\ -18 & 7 & -1 \end{pmatrix}$$

$$19) \begin{pmatrix} -1 & -5 & 0 \\ 0 & 4 & 2 \\ -4 & -2 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -4 & 2 & 0 \\ -2 & -3 & 2 \\ -4 & -2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 2 & -3 \\ 0 & 1 & -1 \\ -4 & 1 & 5 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} 82 & 31 & -105 \\ -88 & -38 & 114 \\ -4 & -11 & 17 \end{pmatrix}$$

$$21) \begin{pmatrix} -4 & 0 & 0 \\ 3 & 1 & 2 \\ -4 & 1 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -4 & 2 & 1 \\ -2 & 4 & -1 \\ -4 & -2 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & -5 & 0 \\ -2 & -3 & -1 \\ -4 & -2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} 80 & -48 & 4 \\ -126 & 68 & 6 \\ 126 & -80 & -15 \end{pmatrix}$$

$$6) \begin{pmatrix} -4 & -5 & 0 \\ 0 & -3 & 0 \\ -4 & 0 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -4 & -5 & -3 \\ 0 & -3 & -1 \\ 3 & -2 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & -5 & -3 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & -2 & 5 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} -16 & 26 & 37 \\ 0 & 30 & 15 \\ -31 & -189 & 92 \end{pmatrix}$$

$$8) \begin{pmatrix} -4 & 0 & 1 \\ 3 & -3 & 2 \\ 3 & 0 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -4 & 2 & -3 \\ -2 & 4 & 0 \\ 3 & 1 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & -5 & 1 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} 57 & -123 & 36 \\ 0 & -16 & 1 \\ 9 & 29 & 19 \end{pmatrix}$$

$$10) \begin{pmatrix} -1 & 0 & -3 \\ 0 & 4 & -1 \\ -4 & 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & -5 & -3 \\ 3 & 1 & 2 \\ -4 & 1 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -4 & -5 & -3 \\ 3 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} -30 & -37 & -39 \\ -55 & -68 & -45 \\ 118 & 153 & 58 \end{pmatrix}$$

$$12) \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 3 & -3 & 0 \\ 3 & -2 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -4 & -5 & 0 \\ 0 & 4 & 2 \\ -4 & -2 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -4 & 0 & 0 \\ -2 & 4 & -1 \\ -4 & -2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} -26 & 20 & -5 \\ 126 & -96 & 21 \\ 250 & -104 & 19 \end{pmatrix}$$

$$14) \begin{pmatrix} -4 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 3 & -2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 2 & -3 \\ 0 & 1 & -1 \\ -4 & 1 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -4 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & -2 & -2 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} 0 & -41 & -48 \\ 0 & 3 & 4 \\ 28 & 9 & 7 \end{pmatrix}$$

$$16) \begin{pmatrix} -1 & -5 & -3 \\ 3 & -3 & -1 \\ -4 & 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -4 & 2 & -3 \\ -2 & 4 & 0 \\ 0 & 1 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 3 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} -89 & -25 & -46 \\ -15 & -7 & -76 \\ -23 & -3 & 99 \end{pmatrix}$$

$$18) \begin{pmatrix} 3 & -5 & 1 \\ 3 & 4 & -1 \\ 0 & 1 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -4 & -5 & -3 \\ -2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -4 & 0 & -3 \\ -2 & 1 & 0 \\ 3 & 1 & 5 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} 15 & -31 & -49 \\ 81 & -18 & 25 \\ -24 & -9 & -44 \end{pmatrix}$$

$$20) \begin{pmatrix} -4 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 0 & -3 & 0 \\ -4 & 1 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ -2 & 4 & 0 \\ 0 & 1 & -2 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} 12 & -4 & 8 \\ 6 & -12 & 0 \\ 19 & -1 & -14 \end{pmatrix}$$

$$22) \begin{pmatrix} 3 & 2 & 0 \\ -2 & -3 & -1 \\ -4 & 0 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -4 & -5 & -3 \\ 0 & -3 & 0 \\ 3 & 0 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & -5 & 1 \\ -2 & -3 & 0 \\ -4 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} 90 & 123 & 6 \\ -47 & -82 & 3 \\ -58 & -110 & 6 \end{pmatrix}$$

$$\begin{array}{ll}
\text{23)} \begin{pmatrix} -4 & -5 & 1 \\ -2 & 1 & -1 \\ -4 & -2 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -4 & -5 & 0 \\ -2 & 4 & 2 \\ -4 & 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -4 & -5 & 0 \\ -2 & -3 & 2 \\ -4 & 1 & 1 \end{pmatrix} & \text{24)} \begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ -4 & 1 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & -5 & -3 \\ -2 & 4 & 0 \\ 0 & -2 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 0 & -3 & 2 \\ 0 & 0 & 5 \end{pmatrix} \\
\checkmark \begin{pmatrix} -54 & -122 & -7 \\ -70 & -88 & 27 \\ -108 & -176 & 14 \end{pmatrix} & \checkmark \begin{pmatrix} -9 & 51 & -57 \\ -6 & 0 & 48 \\ 6 & -84 & 68 \end{pmatrix} \\
\text{25)} \begin{pmatrix} -4 & 0 & -3 \\ 3 & -3 & -1 \\ 3 & 0 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & -5 & 1 \\ 3 & 4 & 2 \\ 0 & -2 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 2 & -3 \\ -2 & 1 & -1 \\ -4 & 1 & -2 \end{pmatrix} & \text{26)} \begin{pmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 3 & -3 & 2 \\ -4 & -2 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -4 & 0 & 1 \\ 3 & 1 & 0 \\ -4 & 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 0 & -3 \\ 0 & -3 & 2 \\ -4 & 1 & 1 \end{pmatrix} \\
\checkmark \begin{pmatrix} 36 & -17 & 48 \\ 82 & -33 & 41 \\ 41 & 0 & -2 \end{pmatrix} & \checkmark \begin{pmatrix} 18 & -9 & -12 \\ -107 & 8 & 90 \\ -34 & -8 & 37 \end{pmatrix} \\
\text{27)} \begin{pmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 0 & 4 & 0 \\ -4 & 0 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -4 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & -1 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -4 & 0 & 1 \\ 0 & -3 & 2 \\ 0 & -2 & -2 \end{pmatrix} & \text{28)} \begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 3 & -3 & -1 \\ -4 & 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & -5 & 0 \\ -2 & 4 & 2 \\ 0 & 1 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & -1 \\ 0 & -2 & 5 \end{pmatrix} \\
\checkmark \begin{pmatrix} -52 & 1 & 19 \\ -48 & -4 & 28 \\ -124 & 7 & 23 \end{pmatrix} & \checkmark \begin{pmatrix} 3 & -52 & 4 \\ -3 & -104 & 8 \\ -2 & 100 & -25 \end{pmatrix} \\
\text{29)} \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 0 & 4 & -1 \\ -4 & 1 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -4 & -5 & 1 \\ 3 & 4 & 2 \\ 0 & 1 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -4 & -5 & -3 \\ 0 & -3 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} & \text{30)} \begin{pmatrix} 3 & -5 & 0 \\ 3 & -3 & 2 \\ -4 & -2 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & -5 & -3 \\ 3 & 1 & 0 \\ -4 & -2 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ -2 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 5 \end{pmatrix} \\
\checkmark \begin{pmatrix} 24 & 60 & 36 \\ -48 & -102 & -48 \\ -76 & -173 & -91 \end{pmatrix} & \checkmark \begin{pmatrix} -14 & -20 & -43 \\ -16 & -22 & 7 \\ -82 & 8 & 155 \end{pmatrix}
\end{array}$$

Задача 35. Найти $f(A)$, если:

$$\begin{array}{ll}
\text{1)} f(x) = x^3 + 4x^2 - 4x - 1, \quad A = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} & \text{2)} f(x) = 6 + x^2 - x, \quad A = \begin{pmatrix} -1 & -3 \\ -1 & -5 \end{pmatrix} \\
\checkmark \begin{pmatrix} 133 & 23 \\ 46 & 18 \end{pmatrix} & \checkmark \begin{pmatrix} 11 & 21 \\ 7 & 39 \end{pmatrix} \\
\text{3)} f(x) = -x^3 - 2x^2 + 3x - 6, \quad A = \begin{pmatrix} 5 & 1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} & \text{4)} f(x) = -x^3 - 2x^2 - 5x + 5, \quad A = \begin{pmatrix} 5 & 4 \\ 2 & -3 \end{pmatrix} \\
\checkmark \begin{pmatrix} -155 & -25 \\ 25 & -5 \end{pmatrix} & \checkmark \begin{pmatrix} -267 & -144 \\ -72 & 21 \end{pmatrix} \\
\text{5)} f(x) = 2x^3 - 2x^2 - x + 8, \quad A = \begin{pmatrix} -2 & -3 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} & \text{6)} f(x) = x^3 + x^2 + 5x, \quad A = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} \\
\checkmark \begin{pmatrix} -50 & -75 \\ -25 & -25 \end{pmatrix} & \checkmark \begin{pmatrix} -5 & 0 \\ -28 & 51 \end{pmatrix} \\
\text{7)} f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 3x - 4, \quad A = \begin{pmatrix} -4 & -3 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} & \text{8)} f(x) = -7 + x^2 - x, \quad A = \begin{pmatrix} -1 & -3 \\ 2 & -2 \end{pmatrix} \\
\checkmark \begin{pmatrix} -72 & -72 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} & \checkmark \begin{pmatrix} -11 & 12 \\ -8 & -7 \end{pmatrix} \\
\text{9)} f(x) = -x^3 - 2x^2 - 4x - 4, \quad A = \begin{pmatrix} -4 & 0 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} & \text{10)} f(x) = x^3 + 3x^2 + 4x - 5, \quad A = \begin{pmatrix} 5 & -3 \\ -2 & -3 \end{pmatrix} \\
\checkmark \begin{pmatrix} 44 & 0 \\ -24 & -28 \end{pmatrix} & \checkmark \begin{pmatrix} 275 & -105 \\ -70 & -5 \end{pmatrix} \\
\text{11)} f(x) = x^3 + x^2 + 3x + 4, \quad A = \begin{pmatrix} -4 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} & \text{12)} f(x) = x^3 - 2x^2 + 4x + 6, \quad A = \begin{pmatrix} -2 & 4 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} \\
\checkmark \begin{pmatrix} -56 & 0 \\ 0 & 9 \end{pmatrix} & \checkmark \begin{pmatrix} -18 & 36 \\ 0 & 27 \end{pmatrix} \\
\text{13)} f(x) = -x^3 + x^2 - x - 3, \quad A = \begin{pmatrix} 5 & -3 \\ 0 & -3 \end{pmatrix} & \text{14)} f(x) = -x^3 - 2x^2 + 5x + 3, \quad A = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & -3 \end{pmatrix} \\
\checkmark \begin{pmatrix} -108 & 54 \\ 0 & 36 \end{pmatrix} & \checkmark \begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 0 & -3 \end{pmatrix}
\end{array}$$

$$15) f(x) = -6 + 4x^2 + 3x, \quad A = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} 7 & 44 \\ -22 & -37 \end{pmatrix}$$

$$16) f(x) = x^3 + 3x^2 + 5x, \quad A = \begin{pmatrix} -2 & 4 \\ -1 & -3 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} 10 & 20 \\ -5 & 5 \end{pmatrix}$$

$$17) f(x) = 9 + 4x^2 - 5x, \quad A = \begin{pmatrix} 5 & -3 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} 108 & -33 \\ -22 & 42 \end{pmatrix}$$

$$18) f(x) = 2x^3 + 4x^2 + 3x - 4, \quad A = \begin{pmatrix} -2 & -3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} -10 & -51 \\ -17 & 58 \end{pmatrix}$$

$$19) f(x) = 6 + 4x^2 - x, \quad A = \begin{pmatrix} 3 & -3 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} 51 & -9 \\ -3 & 36 \end{pmatrix}$$

$$20) f(x) = -x^3 + 3x^2 - 4x + 8, \quad A = \begin{pmatrix} -1 & -3 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} -2 & -6 \\ 4 & 4 \end{pmatrix}$$

$$21) f(x) = x^3 - 2x^2 + 3x - 5, \quad A = \begin{pmatrix} 5 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} 99 & 18 \\ 36 & -9 \end{pmatrix}$$

$$22) f(x) = -x^3 + 3x^2 - 5x + 7, \quad A = \begin{pmatrix} -1 & -3 \\ -1 & -5 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} 46 & 171 \\ 57 & 274 \end{pmatrix}$$

$$23) f(x) = 2x^3 - 2x^2 - 4x + 8, \quad A = \begin{pmatrix} 3 & -3 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} 80 & -54 \\ -36 & 8 \end{pmatrix}$$

$$24) f(x) = -x^3 + 4x^2 - 5x + 7, \quad A = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 0 & -3 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} 41 & 0 \\ 0 & 85 \end{pmatrix}$$

$$25) f(x) = 9 + x^2 + 3x, \quad A = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} 6 & 4 \\ -4 & 18 \end{pmatrix}$$

$$26) f(x) = 9 - 2x^2 - x, \quad A = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} -12 & -12 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$$

$$27) f(x) = x^3 + x^2 - 5x, \quad A = \begin{pmatrix} -4 & 0 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} -28 & 0 \\ 10 & 2 \end{pmatrix}$$

$$28) f(x) = 3 + 4x^2 - 3x, \quad A = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} 30 & 52 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$$

$$29) f(x) = x^3 + 4x^2 - x + 4, \quad A = \begin{pmatrix} 4 & -3 \\ 0 & -5 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} 128 & -48 \\ 0 & -16 \end{pmatrix}$$

$$30) f(x) = 4 - 2x^2 + 3x, \quad A = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} -16 & -3 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Задача 36. Найти $f(A)$, если:

$$1) f(x) = x^3 + 3x^2 - 3x + 7, \quad A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 0 \\ 3 & -3 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} 0 & 8 & 0 \\ 12 & -8 & 0 \\ 0 & 4 & 8 \end{pmatrix}$$

$$2) f(x) = -x^3 - 2x^2 - 5x - 7, \quad A = \begin{pmatrix} 3 & -5 & 0 \\ 3 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & -2 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} 68 & 65 & 40 \\ -39 & 86 & 14 \\ -12 & 7 & 5 \end{pmatrix}$$

$$3) f(x) = x^3 + x^2 + 3x - 7, \quad A = \begin{pmatrix} 3 & -5 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} 38 & -235 & 0 \\ 0 & 85 & 0 \\ 60 & -135 & -2 \end{pmatrix}$$

$$4) f(x) = 5 + 3x^2 - 5x, \quad A = \begin{pmatrix} -4 & 2 & 0 \\ 3 & -3 & -1 \\ 3 & 1 & 5 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} 91 & -52 & -6 \\ -87 & 62 & -1 \\ 3 & 19 & 52 \end{pmatrix}$$

$$5) f(x) = 2x^3 + 3x^2 + 3x + 7, \quad A = \begin{pmatrix} 3 & -5 & 0 \\ -2 & 4 & 2 \\ 0 & 0 & 5 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} 327 & -590 & -270 \\ -236 & 445 & 344 \\ 0 & 0 & 347 \end{pmatrix}$$

$$6) f(x) = 5 + 4x^2 - 5x, \quad A = \begin{pmatrix} -4 & 0 & 1 \\ 0 & -3 & -1 \\ 3 & -2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} 101 & -8 & -17 \\ -12 & 64 & 13 \\ -51 & 26 & 24 \end{pmatrix}$$

$$7) f(x) = -x^3 + 3x^2 - 5x - 7, \quad A = \begin{pmatrix} 3 & -5 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 3 & 1 & -2 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} -40 & 41 & -6 \\ -3 & -28 & 13 \\ -33 & -28 & 14 \end{pmatrix}$$

$$8) f(x) = -2x^2 - 3x, \quad A = \begin{pmatrix} 3 & -5 & -3 \\ -2 & 4 & 0 \\ 3 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} -29 & 85 & 15 \\ 34 & -64 & -12 \\ -15 & 30 & 16 \end{pmatrix}$$

$$9) f(x) = 7 + 4x^2 + 4x, \quad A = \begin{pmatrix} -4 & 2 & 0 \\ 3 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} 79 & -16 & -8 \\ -24 & 35 & -12 \\ 12 & 12 & 11 \end{pmatrix}$$

$$10) f(x) = x^3 - 2x^2 + 3x - 5, \quad A = \begin{pmatrix} -4 & 2 & -3 \\ 0 & -3 & -1 \\ -4 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} -249 & 132 & -143 \\ -44 & -51 & -44 \\ -220 & 88 & -139 \end{pmatrix}$$

$$11) f(x) = 2x^3 + x^2 + 3x - 1, \quad A = \begin{pmatrix} 3 & -5 & -3 \\ 3 & -3 & 0 \\ 3 & 0 & 5 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} -241 & 135 & -183 \\ -81 & 20 & -99 \\ 183 & -165 & 46 \end{pmatrix}$$

$$12) f(x) = -x^3 + x^2 - 4x - 3, \quad A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ -2 & -3 & -1 \\ 3 & 1 & 5 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 40 & 43 & 20 \\ -60 & -20 & -117 \end{pmatrix}$$

$$13) f(x) = 7 + x^2 - 3x, \quad A = \begin{pmatrix} -1 & -5 & 0 \\ -2 & 1 & 2 \\ 3 & -2 & 5 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} 21 & 15 & -10 \\ 12 & 11 & 6 \\ 7 & -21 & 13 \end{pmatrix}$$

$$14) f(x) = -x^3 + 3x^2 - 5x - 5, \quad A = \begin{pmatrix} 3 & -5 & -3 \\ -2 & 4 & 0 \\ -4 & -2 & 5 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} -174 & 161 & 156 \\ 86 & -109 & -54 \\ 172 & -58 & -188 \end{pmatrix}$$

$$15) f(x) = x^3 + 4x^2 - 3x + 4, \quad A = \begin{pmatrix} -4 & -5 & 0 \\ 0 & -3 & 0 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} 16 & -30 & 0 \\ 0 & 22 & 0 \\ -6 & 26 & 6 \end{pmatrix}$$

$$16) f(x) = 8 + x^2 - x, \quad A = \begin{pmatrix} -1 & -5 & -3 \\ -2 & 1 & 0 \\ 3 & 1 & 5 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} 11 & 2 & -9 \\ 2 & 18 & 6 \\ 7 & -10 & 19 \end{pmatrix}$$

$$17) f(x) = -x^3 + 4x^2 - 5x + 7, \quad A = \begin{pmatrix} -4 & 2 & 1 \\ -2 & -3 & 2 \\ 0 & -2 & 5 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} 91 & -136 & 10 \\ 124 & 5 & -28 \\ 24 & 16 & -35 \end{pmatrix}$$

$$18) f(x) = -x^3 + 4x^2 + 4x + 3, \quad A = \begin{pmatrix} -4 & 2 & -3 \\ 0 & 4 & 0 \\ -4 & -2 & -2 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} 283 & -12 & 180 \\ 0 & 19 & 0 \\ 240 & -24 & 163 \end{pmatrix}$$

$$19) f(x) = x^3 + 3x^2 + 4x + 6, \quad A = \begin{pmatrix} -4 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} -26 & 0 & 0 \\ 6 & 26 & 30 \\ 30 & 15 & 26 \end{pmatrix}$$

$$20) f(x) = x^3 + 3x^2 + 3x - 7, \quad A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -4 & 1 & -2 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} 56 & 56 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ -52 & -37 & -9 \end{pmatrix}$$

$$21) f(x) = 2x^3 + x^2 - 4x + 9, \quad A = \begin{pmatrix} -4 & 0 & 1 \\ 3 & -3 & 0 \\ 0 & 1 & 5 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} -81 & -3 & 39 \\ 189 & -18 & -9 \\ -9 & 36 & 270 \end{pmatrix}$$

$$22) f(x) = x^3 + 3x^2 + 3x - 5, \quad A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -2 & -3 & 2 \\ 0 & 1 & 5 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} -8 & 4 & 38 \\ -12 & -12 & 52 \\ -8 & 30 & 228 \end{pmatrix}$$

$$23) f(x) = 2x^3 + 3x^2 + 3x - 3, \quad A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & -3 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} 87 & 82 & -74 \\ 0 & 5 & -6 \\ 0 & 0 & -13 \end{pmatrix}$$

$$24) f(x) = -x^3 + 4x^2 - 5x - 6, \quad A = \begin{pmatrix} -4 & 2 & -3 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} 142 & -51 & 90 \\ 0 & -26 & 0 \\ 0 & -6 & -8 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{25)} f(x) = -1 + 3x^2 - 3x, \quad A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 3 & 4 & -1 \\ -4 & 1 & -2 \end{pmatrix} \quad \mathbf{26)} f(x) = x^3 + 3x^2 - 4x + 8, \quad A = \begin{pmatrix} -4 & 0 & 0 \\ 3 & 1 & -1 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} -7 & 3 & -12 \\ 30 & 32 & 6 \\ 57 & 3 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} 8 & 0 & 0 \\ -6 & 2 & -4 \\ 0 & 4 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{27)} f(x) = 6 + 4x^2 - 3x, \quad A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -2 & 4 & 0 \\ -4 & 0 & 5 \end{pmatrix} \quad \mathbf{28)} f(x) = -3 + 3x^2 - 5x, \quad A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 0 \\ 3 & -3 & 2 \\ -4 & 0 & 5 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} -3 & 0 & 13 \\ -18 & 58 & -8 \\ -52 & 0 & 75 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} 23 & -34 & 12 \\ -75 & 57 & 2 \\ -28 & -24 & 47 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{29)} f(x) = 2x^3 + 4x^2 - 4x + 4, \quad A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & -2 & -2 \end{pmatrix} \quad \mathbf{30)} f(x) = x^3 + x^2 - 5x + 9, \quad A = \begin{pmatrix} 3 & -5 & 0 \\ -2 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} 82 & -16 & 6 \\ 0 & -10 & -20 \\ 0 & 20 & 20 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} 140 & -245 & 0 \\ -98 & 189 & 0 \\ 0 & 0 & 134 \end{pmatrix}$$

Задача 37. Вычислить произведения AA^T и $A^T A$, если:

$$\mathbf{1)} A = \begin{pmatrix} -4 & 2 & 3 & -2 \\ 1 & -1 & -3 & -2 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark AA^T = \begin{pmatrix} 33 & -11 \\ -11 & 15 \end{pmatrix}, \quad A^T A = \begin{pmatrix} 17 & -9 & -15 & 6 \\ -9 & 5 & 9 & -2 \\ -15 & 9 & 18 & 0 \\ 6 & -2 & 0 & 8 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{2)} A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 & -2 \\ 4 & -5 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{3)} A = \begin{pmatrix} -4 & 2 \\ -3 & -1 \\ 3 & 3 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark AA^T = \begin{pmatrix} 6 & -9 \\ -9 & 51 \end{pmatrix}, \quad A^T A = \begin{pmatrix} 17 & -20 & 3 & 14 \\ -20 & 25 & -5 & -15 \\ 3 & -5 & 2 & 1 \\ 14 & -15 & 1 & 13 \end{pmatrix} \quad \checkmark AA^T = \begin{pmatrix} 20 & 10 & -6 \\ 10 & 10 & -12 \\ -6 & -12 & 18 \end{pmatrix}, \quad A^T A = \begin{pmatrix} 34 & 4 \\ 4 & 14 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{4)} A = \begin{pmatrix} -4 & -5 \\ 4 & 2 \\ -3 & 3 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{5)} A = (-4 \quad 2 \quad 1 \quad 3 \quad 4)$$

$$\checkmark AA^T = \begin{pmatrix} 41 & -26 & -3 \\ -26 & 20 & -6 \\ -3 & -6 & 18 \end{pmatrix}, \quad A^T A = \begin{pmatrix} 41 & 19 \\ 19 & 38 \end{pmatrix} \quad \checkmark AA^T = (46), \quad A^T A = \begin{pmatrix} 16 & -8 & -4 & -12 & -16 \\ -8 & 4 & 2 & 6 & 8 \\ -4 & 2 & 1 & 3 & 4 \\ -12 & 6 & 3 & 9 & 12 \\ -16 & 8 & 4 & 12 & 16 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{6)} A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 1 & 3 \\ 1 & -5 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{7)} A = \begin{pmatrix} -4 & -5 & 3 & -1 \\ -3 & -5 & -3 & -2 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark AA^T = \begin{pmatrix} 15 & 0 \\ 0 & 39 \end{pmatrix}, \quad A^T A = \begin{pmatrix} 2 & -7 & 1 & 0 \\ -7 & 29 & -8 & -9 \\ 1 & -8 & 5 & 9 \\ 0 & -9 & 9 & 18 \end{pmatrix} \quad \checkmark AA^T = \begin{pmatrix} 51 & 30 \\ 30 & 47 \end{pmatrix}, \quad A^T A = \begin{pmatrix} 25 & 35 & -3 & 10 \\ 35 & 50 & 0 & 15 \\ -3 & 0 & 18 & 3 \\ 10 & 15 & 3 & 5 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{8)} A = (-4 \quad -2 \quad 4 \quad 0 \quad -3)$$

$$\mathbf{9)} A = (3 \quad -5 \quad -3 \quad -2 \quad 1)$$

$$\checkmark AA^T = (45), \quad A^T A = \begin{pmatrix} 16 & 8 & -16 & 0 & 12 \\ 8 & 4 & -8 & 0 & 6 \\ -16 & -8 & 16 & 0 & -12 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 12 & 6 & -12 & 0 & 9 \end{pmatrix} \quad \checkmark AA^T = (48), \quad A^T A = \begin{pmatrix} 9 & -15 & -9 & -6 & 3 \\ -15 & 25 & 15 & 10 & -5 \\ -9 & 15 & 9 & 6 & -3 \\ -6 & 10 & 6 & 4 & -2 \\ 3 & -5 & -3 & -2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$10) A = \begin{pmatrix} -4 & 0 & 1 & -2 \\ 4 & 2 & 1 & -2 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark AA^T = \begin{pmatrix} 21 & -11 \\ -11 & 25 \end{pmatrix}, \quad A^T A = \begin{pmatrix} 32 & 8 & 0 & 0 \\ 8 & 4 & 2 & -4 \\ 0 & 2 & 2 & -4 \\ 0 & -4 & -4 & 8 \end{pmatrix}$$

$$11) A = \begin{pmatrix} 3 & -5 & 3 & -2 \\ 4 & -1 & 1 & -2 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark AA^T = \begin{pmatrix} 47 & 24 \\ 24 & 22 \end{pmatrix}, \quad A^T A = \begin{pmatrix} 25 & -19 & 13 & -14 \\ -19 & 26 & -16 & 12 \\ 13 & -16 & 10 & -8 \\ -14 & 12 & -8 & 8 \end{pmatrix}$$

$$12) A = \begin{pmatrix} -4 & 2 & 1 & -2 \\ 4 & -5 & 2 & -2 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark AA^T = \begin{pmatrix} 25 & -20 \\ -20 & 49 \end{pmatrix}, \quad A^T A = \begin{pmatrix} 32 & -28 & 4 & 0 \\ -28 & 29 & -8 & 6 \\ 4 & -8 & 5 & -6 \\ 0 & 6 & -6 & 8 \end{pmatrix}$$

$$13) A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 3 & -1 \\ 1 & 2 & 1 & -2 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark AA^T = \begin{pmatrix} 19 & 8 \\ 8 & 10 \end{pmatrix}, \quad A^T A = \begin{pmatrix} 10 & 2 & 10 & -5 \\ 2 & 4 & 2 & -4 \\ 10 & 2 & 10 & -5 \\ -5 & -4 & -5 & 5 \end{pmatrix}$$

$$14) A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 4 & -5 \\ -3 & -2 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark AA^T = \begin{pmatrix} 13 & 2 & -13 \\ 2 & 41 & -2 \\ -13 & -2 & 13 \end{pmatrix}, \quad A^T A = \begin{pmatrix} 34 & -8 \\ -8 & 33 \end{pmatrix}$$

$$15) A = \begin{pmatrix} -1 & -5 & -3 & -1 \\ -3 & 2 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark AA^T = \begin{pmatrix} 36 & -13 \\ -13 & 17 \end{pmatrix}, \quad A^T A = \begin{pmatrix} 10 & -1 & -3 & 1 \\ -1 & 29 & 19 & 5 \\ -3 & 19 & 13 & 3 \\ 1 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

$$16) A = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 4 & 2 \\ 3 & 3 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark AA^T = \begin{pmatrix} 5 & 0 & 3 \\ 0 & 20 & 18 \\ 3 & 18 & 18 \end{pmatrix}, \quad A^T A = \begin{pmatrix} 26 & 15 \\ 15 & 17 \end{pmatrix}$$

$$17) A = \begin{pmatrix} 3 & -5 & 3 & -1 \\ -3 & 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark AA^T = \begin{pmatrix} 44 & -16 \\ -16 & 14 \end{pmatrix}, \quad A^T A = \begin{pmatrix} 18 & -21 & 6 & -3 \\ -21 & 29 & -13 & 5 \\ 6 & -13 & 10 & -3 \\ -3 & 5 & -3 & 1 \end{pmatrix}$$

$$18) A = \begin{pmatrix} -4 & 2 & -3 & 3 & -3 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark AA^T = (47), \quad A^T A = \begin{pmatrix} 16 & -8 & 12 & -12 & 12 \\ -8 & 4 & -6 & 6 & -6 \\ 12 & -6 & 9 & -9 & 9 \\ -12 & 6 & -9 & 9 & -9 \\ 12 & -6 & 9 & -9 & 9 \end{pmatrix}$$

$$19) A = \begin{pmatrix} -1 & -2 & 1 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark AA^T = (16), \quad A^T A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & -3 & -1 \\ 2 & 4 & -2 & -6 & -2 \\ -1 & -2 & 1 & 3 & 1 \\ -3 & -6 & 3 & 9 & 3 \\ -1 & -2 & 1 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

$$20) A = \begin{pmatrix} -4 & 2 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & -3 & 3 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark AA^T = \begin{pmatrix} 22 & -6 \\ -6 & 23 \end{pmatrix}, \quad A^T A = \begin{pmatrix} 17 & -6 & -7 & 7 \\ -6 & 8 & -4 & 4 \\ -7 & -4 & 10 & -10 \\ 7 & 4 & -10 & 10 \end{pmatrix}$$

$$21) A = \begin{pmatrix} 3 & -5 & 4 & -2 & -3 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark AA^T = (63), \quad A^T A = \begin{pmatrix} 9 & -15 & 12 & -6 & -9 \\ -15 & 25 & -20 & 10 & 15 \\ 12 & -20 & 16 & -8 & -12 \\ -6 & 10 & -8 & 4 & 6 \\ -9 & 15 & -12 & 6 & 9 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{22)} A = \begin{pmatrix} 3 & -5 & -3 & 3 & 4 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark AA^T = (68), \quad A^T A = \begin{pmatrix} 9 & -15 & -9 & 9 & 12 \\ -15 & 25 & 15 & -15 & -20 \\ -9 & 15 & 9 & -9 & -12 \\ 9 & -15 & -9 & 9 & 12 \\ 12 & -20 & -12 & 12 & 16 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{23)} A = \begin{pmatrix} -4 & -2 & 4 & 3 & 4 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{24)} A = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ -3 & -5 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark AA^T = (61), \quad A^T A = \begin{pmatrix} 16 & 8 & -16 & -12 & -16 \\ 8 & 4 & -8 & -6 & -8 \\ -16 & -8 & 16 & 12 & 16 \\ -12 & -6 & 12 & 9 & 12 \\ -16 & -8 & 16 & 12 & 16 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark AA^T = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -1 \\ 3 & 34 & 2 \\ -1 & 2 & 2 \end{pmatrix}, \quad A^T A = \begin{pmatrix} 11 & 14 \\ 14 & 26 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{25)} A = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ -3 & -1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{26)} A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 & -1 \\ 4 & -1 & 2 & -2 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark AA^T = \begin{pmatrix} 9 & -9 & 3 \\ -9 & 10 & -2 \\ 3 & -2 & 2 \end{pmatrix}, \quad A^T A = \begin{pmatrix} 19 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark AA^T = \begin{pmatrix} 15 & 14 \\ 14 & 25 \end{pmatrix}, \quad A^T A = \begin{pmatrix} 25 & 2 & 11 & -11 \\ 2 & 5 & 0 & 0 \\ 11 & 0 & 5 & -5 \\ -11 & 0 & -5 & 5 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{27)} A = \begin{pmatrix} -1 & -5 \\ -3 & -5 \\ 3 & 3 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{28)} A = \begin{pmatrix} -1 & -5 \\ 4 & -1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark AA^T = \begin{pmatrix} 26 & 28 & -18 \\ 28 & 34 & -24 \\ -18 & -24 & 18 \end{pmatrix}, \quad A^T A = \begin{pmatrix} 19 & 29 \\ 29 & 59 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark AA^T = \begin{pmatrix} 26 & 1 & 7 \\ 1 & 17 & 14 \\ 7 & 14 & 13 \end{pmatrix}, \quad A^T A = \begin{pmatrix} 26 & -5 \\ -5 & 30 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{29)} A = \begin{pmatrix} -4 & -5 & 1 & -2 \\ -3 & -1 & 2 & -2 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark AA^T = \begin{pmatrix} 46 & 23 \\ 23 & 18 \end{pmatrix}, \quad A^T A = \begin{pmatrix} 25 & 23 & -10 & 14 \\ 23 & 26 & -7 & 12 \\ -10 & -7 & 5 & -6 \\ 14 & 12 & -6 & 8 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{30)} A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 1 & -2 & 4 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark AA^T = (26), \quad A^T A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & -1 & 2 & -4 \\ -2 & 4 & 2 & -4 & 8 \\ -1 & 2 & 1 & -2 & 4 \\ 2 & -4 & -2 & 4 & -8 \\ -4 & 8 & 4 & -8 & 16 \end{pmatrix}$$

Задача 38. Найти след матриц AB и BA (сумму диагональных элементов), если

$$\mathbf{1)} A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 3 & 3 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 0 & 3 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{2)} A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 3 & 2 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 0 & 2 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark tr(AB) = tr(BA) = 14$$

$$\checkmark tr(AB) = tr(BA) = 8$$

$$\mathbf{3)} A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 2 & 4 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 0 & 4 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{4)} A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 4 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 4 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark tr(AB) = tr(BA) = 20$$

$$\checkmark tr(AB) = tr(BA) = 18$$

$$\mathbf{5)} A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 3 & 2 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 2 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{6)} A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 4 & 4 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 4 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark tr(AB) = tr(BA) = 7$$

$$\checkmark tr(AB) = tr(BA) = 20$$

$$\mathbf{7)} A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 3 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{8)} A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 2 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark tr(AB) = tr(BA) = 12$$

$$\checkmark tr(AB) = tr(BA) = 6$$

$$9) A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 4 & 3 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 0 & 3 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \operatorname{tr}(AB) = \operatorname{tr}(BA) = 15$$

$$11) A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 2 & 2 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 0 & 2 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \operatorname{tr}(AB) = \operatorname{tr}(BA) = 8$$

$$13) A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 3 & 4 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 4 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \operatorname{tr}(AB) = \operatorname{tr}(BA) = 19$$

$$15) A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 4 & 2 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 2 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \operatorname{tr}(AB) = \operatorname{tr}(BA) = 8$$

$$17) A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 2 & 2 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 0 & 2 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \operatorname{tr}(AB) = \operatorname{tr}(BA) = 7$$

$$19) A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 2 & 3 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 0 & 3 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \operatorname{tr}(AB) = \operatorname{tr}(BA) = 12$$

$$21) A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 4 & 4 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 0 & 4 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \operatorname{tr}(AB) = \operatorname{tr}(BA) = 22$$

$$23) A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 3 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 3 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \operatorname{tr}(AB) = \operatorname{tr}(BA) = 11$$

$$25) A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 4 & 3 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 3 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \operatorname{tr}(AB) = \operatorname{tr}(BA) = 13$$

$$27) A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 2 & 3 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 0 & 3 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \operatorname{tr}(AB) = \operatorname{tr}(BA) = 13$$

$$10) A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 4 & 2 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 0 & 2 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \operatorname{tr}(AB) = \operatorname{tr}(BA) = 9$$

$$12) A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 4 & 2 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 0 & 2 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \operatorname{tr}(AB) = \operatorname{tr}(BA) = 10$$

$$14) A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 3 & 4 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 0 & 4 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \operatorname{tr}(AB) = \operatorname{tr}(BA) = 21$$

$$16) A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 2 & 4 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 0 & 4 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \operatorname{tr}(AB) = \operatorname{tr}(BA) = 19$$

$$18) A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 3 & 4 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 0 & 4 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \operatorname{tr}(AB) = \operatorname{tr}(BA) = 20$$

$$20) A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 4 & 4 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 0 & 4 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \operatorname{tr}(AB) = \operatorname{tr}(BA) = 21$$

$$22) A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 3 & 2 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 0 & 2 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \operatorname{tr}(AB) = \operatorname{tr}(BA) = 9$$

$$24) A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 3 & 3 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 0 & 3 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \operatorname{tr}(AB) = \operatorname{tr}(BA) = 13$$

$$26) A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 4 & 3 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 0 & 3 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \operatorname{tr}(AB) = \operatorname{tr}(BA) = 14$$

Задача 39. Вычислить определитель.

$$1) \begin{vmatrix} 5 & 1 \\ -4 & -1 \end{vmatrix} \quad 2) \begin{vmatrix} -7 & 4 \\ 6 & -3 \end{vmatrix} \quad 3) \begin{vmatrix} -3 & 1 \\ -1 & -5 \end{vmatrix} \quad 4) \begin{vmatrix} 8 & 0 \\ -7 & -1 \end{vmatrix} \quad 5) \begin{vmatrix} 3 & -8 \\ -5 & 3 \end{vmatrix} \quad 6) \begin{vmatrix} -3 & 0 \\ -3 & 4 \end{vmatrix} \quad 7) \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ -3 & -5 \end{vmatrix} \quad 8) \begin{vmatrix} 3 & -6 \\ 5 & 3 \end{vmatrix}$$

$$\checkmark -1 \quad \checkmark -3 \quad \checkmark 16 \quad \checkmark -8 \quad \checkmark -31 \quad \checkmark -12 \quad \checkmark -7 \quad \checkmark 39$$

$$9) \begin{vmatrix} 3 & -8 \\ 2 & -2 \end{vmatrix} \quad 10) \begin{vmatrix} 8 & 0 \\ -7 & 3 \end{vmatrix} \quad 11) \begin{vmatrix} 2 & -5 \\ -3 & -5 \end{vmatrix} \quad 12) \begin{vmatrix} 2 & -6 \\ 6 & 7 \end{vmatrix} \quad 13) \begin{vmatrix} -2 & 0 \\ -5 & 3 \end{vmatrix} \quad 14) \begin{vmatrix} -1 & -5 \\ 5 & -1 \end{vmatrix} \quad 15) \begin{vmatrix} -1 & 4 \\ 5 & -5 \end{vmatrix} \quad 16) \begin{vmatrix} -2 & 5 \\ -3 & -1 \end{vmatrix}$$

$$\checkmark 10 \quad \checkmark 24 \quad \checkmark -25 \quad \checkmark 50 \quad \checkmark -6 \quad \checkmark 26 \quad \checkmark -15 \quad \checkmark 17$$

$$17) \begin{vmatrix} -5 & 1 \\ -5 & -3 \end{vmatrix} \quad 18) \begin{vmatrix} 8 & -5 \\ 2 & -5 \end{vmatrix} \quad 19) \begin{vmatrix} 8 & -3 \\ 6 & -3 \end{vmatrix} \quad 20) \begin{vmatrix} 5 & -5 \\ -5 & -5 \end{vmatrix} \quad 21) \begin{vmatrix} 5 & -5 \\ 5 & -3 \end{vmatrix} \quad 22) \begin{vmatrix} -2 & 7 \\ -7 & -1 \end{vmatrix} \quad 23) \begin{vmatrix} 8 & -3 \\ -4 & -1 \end{vmatrix}$$

$$\checkmark 20 \quad \checkmark -30 \quad \checkmark -6 \quad \checkmark -50 \quad \checkmark 10 \quad \checkmark 51 \quad \checkmark -20$$

$$24) \begin{vmatrix} -2 & 1 \\ -4 & -5 \end{vmatrix} \quad 25) \begin{vmatrix} -1 & 0 \\ -3 & -5 \end{vmatrix} \quad 26) \begin{vmatrix} 2 & -6 \\ -3 & 4 \end{vmatrix} \quad 27) \begin{vmatrix} -2 & 1 \\ -1 & -3 \end{vmatrix} \quad 28) \begin{vmatrix} 5 & -8 \\ 5 & 3 \end{vmatrix} \quad 29) \begin{vmatrix} -5 & -3 \\ -7 & 3 \end{vmatrix} \quad 30) \begin{vmatrix} 5 & 0 \\ 2 & -2 \end{vmatrix}$$

$$\checkmark 14 \quad \checkmark 5 \quad \checkmark -10 \quad \checkmark 7 \quad \checkmark 55 \quad \checkmark -36 \quad \checkmark -10$$

Задача 40. Вычислить определитель.

- 1) $\begin{vmatrix} 5 & -3 & 1 \\ -3 & 1 & -1 \\ -4 & 1 & 4 \end{vmatrix}$ \checkmark -22
- 2) $\begin{vmatrix} -2 & 4 & -4 \\ 5 & 1 & -1 \\ -3 & -2 & -2 \end{vmatrix}$ \checkmark 88
- 3) $\begin{vmatrix} -5 & -3 & -4 \\ 1 & 1 & -4 \\ 5 & 4 & -3 \end{vmatrix}$ \checkmark -10
- 4) $\begin{vmatrix} -1 & 4 & -5 \\ 1 & -3 & 3 \\ 5 & -2 & 3 \end{vmatrix}$ \checkmark -14
- 5) $\begin{vmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 1 & 1 & 3 \\ 5 & 1 & -3 \end{vmatrix}$ \checkmark -6
- 6) $\begin{vmatrix} -1 & 0 & 4 \\ -1 & 1 & -1 \\ -4 & -3 & -5 \end{vmatrix}$ \checkmark 36
- 7) $\begin{vmatrix} -2 & 0 & 3 \\ 5 & 4 & -1 \\ -3 & 1 & -2 \end{vmatrix}$ \checkmark 65
- 8) $\begin{vmatrix} 2 & 4 & -5 \\ -1 & 1 & -1 \\ -4 & -2 & -2 \end{vmatrix}$ \checkmark -30
- 9) $\begin{vmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 5 & 1 & -1 \\ -4 & 1 & -3 \end{vmatrix}$ \checkmark 42
- 10) $\begin{vmatrix} -5 & -3 & 3 \\ -3 & 4 & -1 \\ -1 & 4 & -5 \end{vmatrix}$ \checkmark 98
- 11) $\begin{vmatrix} 5 & 0 & -5 \\ 4 & 1 & -4 \\ -1 & 4 & -2 \end{vmatrix}$ \checkmark -15
- 12) $\begin{vmatrix} -5 & -3 & 1 \\ 5 & -3 & -4 \\ 5 & -3 & -3 \end{vmatrix}$ \checkmark 30
- 13) $\begin{vmatrix} -2 & -3 & -4 \\ -3 & 4 & 2 \\ -3 & -2 & 3 \end{vmatrix}$ \checkmark -113
- 14) $\begin{vmatrix} 5 & 1 & -1 \\ -3 & 4 & -1 \\ -1 & -3 & 4 \end{vmatrix}$ \checkmark 65
- 15) $\begin{vmatrix} -2 & 1 & 1 \\ 4 & 1 & 2 \\ 5 & -3 & -2 \end{vmatrix}$ \checkmark -7
- 16) $\begin{vmatrix} -1 & 1 & -4 \\ -1 & 1 & -1 \\ 3 & 4 & -5 \end{vmatrix}$ \checkmark 21
- 17) $\begin{vmatrix} 2 & -3 & -5 \\ 1 & -2 & 2 \\ 5 & -2 & -5 \end{vmatrix}$ \checkmark -57
- 18) $\begin{vmatrix} -5 & 4 & -4 \\ 5 & 4 & 2 \\ -1 & 1 & -5 \end{vmatrix}$ \checkmark 166
- 19) $\begin{vmatrix} -5 & 4 & 4 \\ 4 & -3 & 3 \\ 3 & 1 & -3 \end{vmatrix}$ \checkmark 106
- 20) $\begin{vmatrix} 3 & 4 & -4 \\ 4 & 1 & 2 \\ -4 & -2 & 4 \end{vmatrix}$ \checkmark -56
- 21) $\begin{vmatrix} -5 & 1 & 1 \\ 5 & -2 & -1 \\ 3 & 4 & -5 \end{vmatrix}$ \checkmark -22
- 22) $\begin{vmatrix} -1 & 0 & 4 \\ -3 & 1 & 2 \\ -4 & -2 & 4 \end{vmatrix}$ \checkmark 32
- 23) $\begin{vmatrix} -3 & 1 & -4 \\ -1 & -2 & 3 \\ 3 & -2 & 3 \end{vmatrix}$ \checkmark -20
- 24) $\begin{vmatrix} -1 & 4 & -5 \\ 5 & -2 & -4 \\ 5 & 4 & -5 \end{vmatrix}$ \checkmark -156
- 25) $\begin{vmatrix} 5 & 0 & 1 \\ 1 & 4 & -1 \\ 5 & -3 & -2 \end{vmatrix}$ \checkmark -78
- 26) $\begin{vmatrix} -3 & 0 & 3 \\ 5 & -2 & 2 \\ -4 & 1 & -5 \end{vmatrix}$ \checkmark -33
- 27) $\begin{vmatrix} -2 & -3 & 1 \\ 4 & -2 & -1 \\ -4 & -3 & 3 \end{vmatrix}$ \checkmark 22
- 28) $\begin{vmatrix} -5 & 0 & 4 \\ 1 & -2 & 3 \\ 5 & -2 & -5 \end{vmatrix}$ \checkmark -48
- 29) $\begin{vmatrix} 3 & 4 & 1 \\ -3 & -2 & 2 \\ -1 & -3 & -2 \end{vmatrix}$ \checkmark 5
- 30) $\begin{vmatrix} -1 & -3 & 1 \\ -1 & -2 & -1 \\ -4 & -3 & -5 \end{vmatrix}$ \checkmark -9

Задача 41. Вычислить определитель.

- 1) $\begin{vmatrix} 5 & -1 & 3 & -9 \\ 22 & 2 & -2 & -2 \\ -4 & -2 & 4 & -10 \\ -21 & 1 & -5 & 16 \end{vmatrix}$ \checkmark 24
- 2) $\begin{vmatrix} 7 & 0 & 3 & 17 \\ 22 & 3 & 0 & 53 \\ -6 & -3 & 6 & -15 \\ -27 & -2 & -5 & -68 \end{vmatrix}$ \checkmark 54
- 3) $\begin{vmatrix} 3 & -2 & 5 & -28 \\ 16 & 0 & 2 & -42 \\ 6 & 3 & -6 & 15 \\ -15 & 4 & -11 & 85 \end{vmatrix}$ \checkmark 30
- 4) $\begin{vmatrix} 7 & 0 & -2 & -18 \\ 18 & 3 & -10 & -15 \\ 8 & 4 & -8 & 20 \\ -13 & 5 & -4 & 90 \end{vmatrix}$ \checkmark 80
- 5) $\begin{vmatrix} 7 & 0 & -2 & 17 \\ 24 & 3 & -10 & 57 \\ -4 & -2 & 4 & -10 \\ -13 & 5 & -4 & -25 \end{vmatrix}$ \checkmark 80
- 6) $\begin{vmatrix} 3 & -2 & 7 & 28 \\ 10 & -1 & 8 & 61 \\ 6 & 3 & -6 & 15 \\ -1 & 11 & -31 & -64 \end{vmatrix}$ \checkmark -90
- 7) $\begin{vmatrix} 3 & -2 & 2 & -28 \\ 12 & 0 & -4 & -30 \\ 8 & 4 & -8 & 20 \\ -15 & 4 & -2 & 77 \end{vmatrix}$ \checkmark -48
- 8) $\begin{vmatrix} 11 & 2 & -6 & 48 \\ 30 & 7 & -18 & 121 \\ -6 & -3 & 6 & -15 \\ -39 & -8 & 22 & -167 \end{vmatrix}$ \checkmark -36
- 9) $\begin{vmatrix} 7 & 0 & -2 & -11 \\ 24 & 4 & -12 & -6 \\ 6 & 3 & -6 & 15 \\ -27 & -2 & 10 & 24 \end{vmatrix}$ \checkmark 36
- 10) $\begin{vmatrix} 11 & 2 & -6 & 48 \\ 34 & 8 & -20 & 136 \\ -4 & -2 & 4 & -10 \\ -25 & -1 & 8 & -124 \end{vmatrix}$ \checkmark 80
- 11) $\begin{vmatrix} 7 & 0 & -2 & 38 \\ 26 & 4 & -12 & 116 \\ -6 & -3 & 6 & -15 \\ -27 & -2 & 10 & -137 \end{vmatrix}$ \checkmark -72
- 12) $\begin{vmatrix} 7 & 0 & 1 & -11 \\ 18 & 3 & -4 & -3 \\ 4 & 2 & -4 & 10 \\ -13 & 5 & -13 & 59 \end{vmatrix}$ \checkmark 12
- 13) $\begin{vmatrix} 7 & 0 & -2 & 38 \\ 24 & 4 & -12 & 106 \\ 4 & 2 & -4 & 10 \\ -13 & 5 & -4 & -94 \end{vmatrix}$ \checkmark -40
- 14) $\begin{vmatrix} 11 & 2 & -1 & 48 \\ 26 & 7 & -8 & 101 \\ -6 & -3 & 6 & -15 \\ -39 & -8 & 7 & -167 \end{vmatrix}$ \checkmark -54
- 15) $\begin{vmatrix} 11 & 2 & -1 & -8 \\ 34 & 8 & -10 & -8 \\ 8 & 4 & -8 & 20 \\ -39 & -8 & 7 & 17 \end{vmatrix}$ \checkmark -144
- 16) $\begin{vmatrix} 11 & 2 & -1 & 27 \\ 30 & 7 & -8 & 73 \\ 4 & 2 & -4 & 10 \\ -39 & -8 & 7 & -98 \end{vmatrix}$ \checkmark -36
- 17) $\begin{vmatrix} 7 & 0 & 3 & -18 \\ 24 & 4 & -2 & -22 \\ -4 & -2 & 4 & -10 \\ -13 & 5 & -19 & 90 \end{vmatrix}$ \checkmark -60
- 18) $\begin{vmatrix} 11 & 2 & -5 & -1 \\ 34 & 8 & -18 & 10 \\ 4 & 2 & -4 & 10 \\ -25 & -1 & 5 & 37 \end{vmatrix}$ \checkmark -40
- 19) $\begin{vmatrix} 9 & 1 & -3 & 1 \\ 28 & 6 & -14 & 20 \\ 8 & 4 & -8 & 20 \\ -19 & 2 & -1 & 29 \end{vmatrix}$ \checkmark -40

$$\begin{array}{ll}
20) \begin{vmatrix} 3 & -2 & 2 & -28 \\ 14 & -1 & -2 & -47 \\ 6 & 3 & -6 & 15 \\ -1 & 11 & -16 & 112 \end{vmatrix} & 21) \begin{vmatrix} 7 & 0 & 1 & -4 \\ 18 & 3 & -4 & 9 \\ 6 & 3 & -6 & 15 \\ -13 & 5 & -13 & 44 \end{vmatrix} \\
\checkmark 36 & \checkmark -30 \\
22) \begin{vmatrix} 9 & 1 & 1 & -6 \\ 28 & 6 & -6 & 4 \\ 6 & 3 & -6 & 15 \\ -19 & 2 & -13 & 52 \end{vmatrix} & 23) \begin{vmatrix} 11 & 2 & -5 & 27 \\ 28 & 8 & -18 & 70 \\ 4 & 2 & -4 & 10 \\ -25 & -1 & 5 & -63 \end{vmatrix} \\
\checkmark 90 & \checkmark -12 \\
24) \begin{vmatrix} 11 & 2 & -3 & 27 \\ 26 & 7 & -12 & 65 \\ 4 & 2 & -4 & 10 \\ -39 & -8 & 13 & -98 \end{vmatrix} & 25) \begin{vmatrix} 9 & 1 & -1 & 22 \\ 22 & 5 & -8 & 55 \\ 8 & 4 & -8 & 20 \\ -19 & 2 & -7 & -48 \end{vmatrix} \\
\checkmark 12 & \checkmark 24 \\
26) \begin{vmatrix} 7 & 0 & -1 & 38 \\ 26 & 4 & -10 & 116 \\ -6 & -3 & 6 & -15 \\ -13 & 5 & -7 & -102 \end{vmatrix} & 27) \begin{vmatrix} 3 & -2 & 2 & 7 \\ 18 & 0 & -4 & 42 \\ 8 & 4 & -8 & 20 \\ -1 & 11 & -16 & 5 \end{vmatrix} \\
\checkmark -36 & \checkmark -160 \\
28) \begin{vmatrix} 3 & -2 & 3 & -14 \\ 14 & -1 & 0 & -15 \\ -4 & -2 & 4 & -10 \\ -1 & 11 & -19 & 74 \end{vmatrix} & 29) \begin{vmatrix} 7 & 0 & -2 & -18 \\ 26 & 4 & -12 & -28 \\ -6 & -3 & 6 & -15 \\ -13 & 5 & -4 & 82 \end{vmatrix} \\
\checkmark 20 & \checkmark -72 \\
30) \begin{vmatrix} 7 & 0 & 3 & -11 \\ 18 & 3 & 0 & -3 \\ -4 & -2 & 4 & -10 \\ -13 & 5 & -19 & 67 \end{vmatrix} & \\
\checkmark 60 &
\end{array}$$

Задача 42. Вычислить определитель.

$$\begin{array}{ll}
1) \begin{vmatrix} -2 & 2 & -1 & 2 \\ -2 & 3 & -2 & -1 \\ 3 & -2 & 1 & 3 \\ -1 & 0 & 2 & -1 \end{vmatrix} & 2) \begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 & 1 \\ 4 & -1 & 2 & -1 \\ 3 & 1 & 0 & 3 \\ 2 & -3 & 3 & -2 \end{vmatrix} \\
\checkmark 32 & \checkmark 8 \\
3) \begin{vmatrix} 1 & 2 & -2 & 1 \\ 4 & 0 & 2 & -1 \\ 0 & -2 & 1 & 3 \\ -1 & -3 & 1 & -1 \end{vmatrix} & 4) \begin{vmatrix} -2 & 2 & -2 & 1 \\ -2 & 0 & 2 & 3 \\ -2 & 1 & 2 & 3 \\ -1 & -3 & 1 & -1 \end{vmatrix} \\
\checkmark -69 & \checkmark -20 \\
5) \begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 & -3 \\ -2 & -1 & -2 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & -2 \\ 2 & 1 & 1 & -1 \end{vmatrix} & 6) \begin{vmatrix} -2 & 2 & -1 & 2 \\ 4 & 0 & -2 & -1 \\ -2 & -2 & 1 & -2 \\ -1 & -3 & 1 & -1 \end{vmatrix} \\
\checkmark 5 & \checkmark 36 \\
7) \begin{vmatrix} 1 & 2 & -2 & 2 \\ 4 & -1 & 2 & -1 \\ -2 & -2 & 1 & 3 \\ -1 & 0 & 2 & -1 \end{vmatrix} & 8) \begin{vmatrix} 1 & 0 & -2 & 2 \\ -2 & -1 & 2 & -1 \\ 3 & 1 & 2 & -2 \\ -1 & 1 & 3 & -1 \end{vmatrix} \\
\checkmark 93 & \checkmark -19 \\
9) \begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 & -3 \\ 4 & 0 & 1 & 3 \\ 3 & 1 & 2 & 3 \\ -1 & -3 & 3 & -2 \end{vmatrix} & 10) \begin{vmatrix} 1 & 0 & -2 & 2 \\ 4 & 0 & -2 & 3 \\ -2 & 1 & 0 & 3 \\ -1 & 0 & 2 & -2 \end{vmatrix} \\
\checkmark 132 & \checkmark 0 \\
11) \begin{vmatrix} -2 & 0 & -1 & -3 \\ 4 & 0 & -2 & 3 \\ 3 & -2 & 0 & -2 \\ -1 & 1 & 3 & -2 \end{vmatrix} & 12) \begin{vmatrix} -2 & 0 & -2 & 1 \\ 4 & -1 & 1 & -1 \\ 3 & 1 & 0 & -2 \\ 2 & -3 & 1 & -2 \end{vmatrix} \\
\checkmark -93 & \checkmark 40 \\
13) \begin{vmatrix} -2 & 2 & -1 & 1 \\ -2 & 0 & 2 & 3 \\ -2 & 1 & 0 & 3 \\ -1 & 0 & 2 & -1 \end{vmatrix} & 14) \begin{vmatrix} -2 & 0 & -2 & -3 \\ 4 & -1 & 2 & 3 \\ 3 & -2 & 1 & -2 \\ -1 & -3 & 3 & -2 \end{vmatrix} \\
\checkmark 1 & \checkmark 44 \\
15) \begin{vmatrix} -2 & 3 & -2 & 1 \\ -2 & 3 & 1 & 3 \\ 3 & -2 & 1 & -2 \\ 2 & 0 & 1 & -2 \end{vmatrix} & 16) \begin{vmatrix} -2 & 0 & -1 & 2 \\ 4 & 0 & 2 & -1 \\ 3 & 1 & 2 & 3 \\ -1 & 0 & 1 & -1 \end{vmatrix} \\
\checkmark -20 & \checkmark -9 \\
17) \begin{vmatrix} 1 & 0 & -2 & -3 \\ 4 & 0 & 1 & 3 \\ -2 & -2 & 2 & -2 \\ -1 & 0 & 1 & -2 \end{vmatrix} & 18) \begin{vmatrix} -2 & 2 & -2 & -3 \\ -2 & 3 & 1 & 3 \\ 3 & -2 & 2 & 3 \\ -1 & -3 & 3 & -1 \end{vmatrix} \\
\checkmark -60 & \checkmark -44 \\
19) \begin{vmatrix} -2 & 3 & -1 & -3 \\ 4 & -1 & 1 & -1 \\ -2 & 1 & 2 & 3 \\ -1 & 1 & 2 & -2 \end{vmatrix} & 20) \begin{vmatrix} 1 & 2 & -2 & 2 \\ 4 & 0 & 1 & 3 \\ 3 & -2 & 2 & -2 \\ -1 & 1 & 1 & -2 \end{vmatrix} \\
\checkmark 108 & \checkmark -72 \\
21) \begin{vmatrix} -2 & 3 & -2 & 1 \\ -2 & 3 & 2 & -1 \\ -2 & 1 & 2 & 3 \\ -1 & 0 & 2 & -2 \end{vmatrix} & 22) \begin{vmatrix} 1 & 3 & -1 & 1 \\ 4 & -1 & 1 & 3 \\ -2 & -2 & 0 & -2 \\ 2 & 1 & 1 & -1 \end{vmatrix} \\
\checkmark 64 & \checkmark -20 \\
23) \begin{vmatrix} 1 & 3 & -1 & 2 \\ -2 & 3 & 1 & -1 \\ 3 & 1 & 1 & -2 \\ 2 & -3 & 2 & -1 \end{vmatrix} & 24) \begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 & -3 \\ 4 & -1 & -2 & 3 \\ -2 & -2 & 2 & 3 \\ -1 & -3 & 2 & -1 \end{vmatrix} \\
\checkmark 88 & \checkmark 25 \\
25) \begin{vmatrix} -2 & 3 & -1 & -3 \\ 4 & 0 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 3 \\ -1 & 1 & 1 & -1 \end{vmatrix} & 26) \begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 & 1 \\ 4 & -1 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 3 \\ -1 & -3 & 2 & -2 \end{vmatrix} \\
\checkmark 75 & \checkmark 10 \\
27) \begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 & 1 \\ -2 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 3 \\ -1 & 1 & 1 & -2 \end{vmatrix} & 28) \begin{vmatrix} 1 & 3 & -1 & 1 \\ 4 & 0 & -2 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & -2 \\ 2 & 0 & 1 & -2 \end{vmatrix} \\
\checkmark -10 & \checkmark -43
\end{array}$$

$$\begin{array}{ll}
 \mathbf{29)} \begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 & -3 \\ -2 & 0 & 2 & -1 \\ 3 & -2 & 0 & -2 \\ 2 & 0 & 2 & -1 \end{vmatrix} & \mathbf{30)} \begin{vmatrix} 1 & 0 & -1 & 1 \\ 4 & 3 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 2 & -2 \end{vmatrix} \\
 \checkmark 88 & \checkmark -35
 \end{array}$$

Задача 43. Вычислить $\det A - \det B$, если

$$\mathbf{1)} \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 8 \\ 1 & 4 & 8 \\ 1 & 2 & 16 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 16 \\ 1 & 4 & 16 \\ 1 & 2 & 4 \end{pmatrix} \quad \mathbf{2)} \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 8 \\ 1 & 4 & 4 \\ 1 & 2 & 8 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 1 & 4 & 16 \\ 1 & 2 & 4 \end{pmatrix}$$

$\checkmark 0$

$\checkmark 0$

$$\mathbf{3)} \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 20 \\ 1 & 4 & 20 \\ 1 & 5 & 16 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 16 \\ 1 & 4 & 16 \\ 1 & 5 & 25 \end{pmatrix} \quad \mathbf{4)} \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 12 \\ 1 & 4 & 6 \\ 1 & 3 & 8 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 1 & 4 & 16 \\ 1 & 3 & 9 \end{pmatrix}$$

$\checkmark 0$

$\checkmark 0$

$$\mathbf{5)} \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 25 \\ 1 & 5 & 15 \\ 1 & 5 & 15 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 9 \\ 1 & 5 & 25 \\ 1 & 5 & 25 \end{pmatrix} \quad \mathbf{6)} \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 6 \\ 1 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 6 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 1 & 3 & 9 \\ 1 & 2 & 4 \end{pmatrix}$$

$\checkmark 0$

$\checkmark 0$

$$\mathbf{7)} \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 6 \\ 1 & 2 & 6 \\ 1 & 3 & 4 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 1 & 2 & 4 \\ 1 & 3 & 9 \end{pmatrix} \quad \mathbf{8)} \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 5 & 9 \\ 1 & 3 & 15 \\ 1 & 3 & 15 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 5 & 25 \\ 1 & 3 & 9 \\ 1 & 3 & 9 \end{pmatrix}$$

$\checkmark 0$

$\checkmark 0$

$$\mathbf{9)} \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 12 \\ 1 & 4 & 9 \\ 1 & 3 & 12 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 9 \\ 1 & 4 & 16 \\ 1 & 3 & 9 \end{pmatrix} \quad \mathbf{10)} \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 8 \\ 1 & 4 & 6 \\ 1 & 2 & 12 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 9 \\ 1 & 4 & 16 \\ 1 & 2 & 4 \end{pmatrix}$$

$\checkmark 0$

$\checkmark 0$

$$\mathbf{11)} \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 5 & 20 \\ 1 & 4 & 25 \\ 1 & 5 & 20 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 5 & 25 \\ 1 & 4 & 16 \\ 1 & 5 & 25 \end{pmatrix} \quad \mathbf{12)} \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 15 \\ 1 & 3 & 20 \\ 1 & 5 & 12 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 16 \\ 1 & 3 & 9 \\ 1 & 5 & 25 \end{pmatrix}$$

$\checkmark 0$

$\checkmark 0$

$$\mathbf{13)} \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 10 \\ 1 & 2 & 10 \\ 1 & 5 & 4 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 1 & 2 & 4 \\ 1 & 5 & 25 \end{pmatrix} \quad \mathbf{14)} \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 6 \\ 1 & 3 & 6 \\ 1 & 2 & 9 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 9 \\ 1 & 3 & 9 \\ 1 & 2 & 4 \end{pmatrix}$$

$\checkmark 0$

$\checkmark 0$

$$\mathbf{15)} \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 6 \\ 1 & 2 & 9 \\ 1 & 3 & 6 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 9 \\ 1 & 2 & 4 \\ 1 & 3 & 9 \end{pmatrix} \quad \mathbf{16)} \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 5 & 4 \\ 1 & 2 & 10 \\ 1 & 2 & 10 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 5 & 25 \\ 1 & 2 & 4 \\ 1 & 2 & 4 \end{pmatrix}$$

$\checkmark 0$

$\checkmark 0$

$$\mathbf{17)} \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 12 \\ 1 & 3 & 12 \\ 1 & 4 & 9 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 9 \\ 1 & 3 & 9 \\ 1 & 4 & 16 \end{pmatrix} \quad \mathbf{18)} \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 20 \\ 1 & 5 & 16 \\ 1 & 4 & 20 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 16 \\ 1 & 5 & 25 \\ 1 & 4 & 16 \end{pmatrix}$$

$\checkmark 0$

$\checkmark 0$

$$\mathbf{19)} \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 12 \\ 1 & 4 & 12 \\ 1 & 3 & 16 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 16 \\ 1 & 4 & 16 \\ 1 & 3 & 9 \end{pmatrix} \quad \mathbf{20)} \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 6 \\ 1 & 3 & 8 \\ 1 & 2 & 12 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 16 \\ 1 & 3 & 9 \\ 1 & 2 & 4 \end{pmatrix}$$

$\checkmark 0$

$\checkmark 0$

$$\mathbf{21)} \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 25 \\ 1 & 5 & 10 \\ 1 & 5 & 10 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 1 & 5 & 25 \\ 1 & 5 & 25 \end{pmatrix} \quad \mathbf{22)} \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 5 & 6 \\ 1 & 2 & 15 \\ 1 & 3 & 10 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 5 & 25 \\ 1 & 2 & 4 \\ 1 & 3 & 9 \end{pmatrix}$$

$\checkmark 0$

$\checkmark 0$

$$23) A = \begin{pmatrix} 1 & 5 & 8 \\ 1 & 4 & 10 \\ 1 & 2 & 20 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 5 & 25 \\ 1 & 4 & 16 \\ 1 & 2 & 4 \end{pmatrix} \quad 24) A = \begin{pmatrix} 1 & 5 & 8 \\ 1 & 2 & 20 \\ 1 & 4 & 10 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 5 & 25 \\ 1 & 2 & 4 \\ 1 & 4 & 16 \end{pmatrix}$$

✓ 0

✓ 0

$$25) A = \begin{pmatrix} 1 & 5 & 25 \\ 1 & 5 & 25 \\ 1 & 5 & 25 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 5 & 25 \\ 1 & 5 & 25 \\ 1 & 5 & 25 \end{pmatrix} \quad 26) A = \begin{pmatrix} 1 & 5 & 12 \\ 1 & 4 & 15 \\ 1 & 3 & 20 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 5 & 25 \\ 1 & 4 & 16 \\ 1 & 3 & 9 \end{pmatrix}$$

✓ 0

✓ 0

$$27) A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 16 \\ 1 & 4 & 16 \\ 1 & 4 & 16 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 16 \\ 1 & 4 & 16 \\ 1 & 4 & 16 \end{pmatrix} \quad 28) A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 15 \\ 1 & 5 & 9 \\ 1 & 3 & 15 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 9 \\ 1 & 5 & 25 \\ 1 & 3 & 9 \end{pmatrix}$$

✓ 0

✓ 0

$$29) A = \begin{pmatrix} 1 & 5 & 6 \\ 1 & 3 & 10 \\ 1 & 2 & 15 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 5 & 25 \\ 1 & 3 & 9 \\ 1 & 2 & 4 \end{pmatrix} \quad 30) A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 10 \\ 1 & 5 & 6 \\ 1 & 2 & 15 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 9 \\ 1 & 5 & 25 \\ 1 & 2 & 4 \end{pmatrix}$$

✓ 0

✓ 0

Задача 44. Решить систему уравнений

- 1) $\begin{cases} -3x = -15, \\ 9x + y = 47 \end{cases}$ ✓ $x = 5; y = 2$ 2) $\begin{cases} 9x + 6y = -9, \\ 21x + 17y = -12 \end{cases}$ ✓ $x = -3; y = 3$ 3) $\begin{cases} -9x + 15y = 36, \\ -15x + 29y = 72 \end{cases}$ ✓ $x = 1; y = 3$ 4) $\begin{cases} 3x + 9y = -36, \\ 2x + 10y = -44 \end{cases}$ ✓ $x = 3; y = -5$
- 5) $\begin{cases} 4x = 16, \\ 2x - 4y = 4 \end{cases}$ ✓ $x = 4; y = 1$ 6) $\begin{cases} 2x - 5y = -17, \\ 6x - 11y = -39 \end{cases}$ ✓ $x = -1; y = 3$ 7) $\begin{cases} x = 3, \\ 5x - 3y = 9 \end{cases}$ ✓ $x = 3; y = 2$ 8) $\begin{cases} -9x + 6y = -6, \\ 3x + y = 8 \end{cases}$ ✓ $x = 2; y = 2$ 9) $\begin{cases} 3x + 6y = -18, \\ -4x - 4y = 16 \end{cases}$ ✓ $x = -2; y = -2$
- 10) $\begin{cases} -6x - 15y = -69, \\ -2x - 8y = -32 \end{cases}$ ✓ $x = 4; y = 3$ 11) $\begin{cases} -3x - 2y = -15, \\ -6x - 2y = -24 \end{cases}$ ✓ $x = 3; y = 3$ 12) $\begin{cases} -3x + 12y = 9, \\ 5x - 17y = -9 \end{cases}$ ✓ $x = 5; y = 2$ 13) $\begin{cases} 3x + 4y = -9, \\ 6x + 10y = -24 \end{cases}$ ✓ $x = 1; y = -3$
- 14) $\begin{cases} -3x - 6y = 18, \\ -2x - 5y = 14 \end{cases}$ ✓ $x = -2; y = -2$ 15) $\begin{cases} -3x + 6y = -33, \\ 3x - 3y = 24 \end{cases}$ ✓ $x = 5; y = -3$ 16) $\begin{cases} -2x - 3y = 13, \\ -10x - 20y = 90 \end{cases}$ ✓ $x = 1; y = -5$ 17) $\begin{cases} 6x - 9y = -39, \\ -6x + 7y = 33 \end{cases}$ ✓ $x = -2; y = 3$
- 18) $\begin{cases} -6x + 6y = -18, \\ -9x + 4y = -32 \end{cases}$ ✓ $x = 4; y = 1$ 19) $\begin{cases} 2x - 8y = 30, \\ 4x - 15y = 57 \end{cases}$ ✓ $x = 3; y = -3$ 20) $\begin{cases} -3x - 9y = 51, \\ 3x + 5y = -31 \end{cases}$ ✓ $x = -2; y = -5$ 21) $\begin{cases} 9x - 15y = 39, \\ -3x + 8y = -19 \end{cases}$ ✓ $x = 1; y = -2$
- 22) $\begin{cases} -3x + 15y = -87, \\ -2x + 15y = -83 \end{cases}$ ✓ $x = 4; y = -5$ 23) $\begin{cases} -9x - 9y = -9, \\ 15x + 17y = 21 \end{cases}$ ✓ $x = -2; y = 3$ 24) $\begin{cases} -3x - 3y = -3, \\ 3x + 4y = 1 \end{cases}$ ✓ $x = 3; y = -2$ 25) $\begin{cases} -3x - y = -12, \\ -21x - 3y = -96 \end{cases}$ ✓ $x = 5; y = -3$
- 26) $\begin{cases} -3x + 3y = -6, \\ -6x + 3y = -18 \end{cases}$ ✓ $x = 4; y = 2$ 27) $\begin{cases} -3x - 3y = 6, \\ -6x - 9y = 9 \end{cases}$ ✓ $x = -3; y = 1$ 28) $\begin{cases} -6x + 6y = 6, \\ 6x - 4y = -8 \end{cases}$ ✓ $x = -2; y = -1$ 29) $\begin{cases} -2x + 4y = 4, \\ 4x - 10y = -14 \end{cases}$ ✓ $x = 4; y = 3$
- 30) $\begin{cases} 2x = -4, \\ x + 4y = 6 \end{cases}$ ✓ $x = -2; y = 2$

Задача 45. Решить систему уравнений.

- 1) $\begin{cases} -x - 2y + 2z = 2, \\ -2x - 3y + 4z = 3, \\ -2x - 3y + 6z = 5 \end{cases}$ ✓ $x = 2; y = -1; z = 1$ 2) $\begin{cases} x + 2y + z = 2, \\ -x - 3y - 3z = -3, \\ -2x - 3y - z = -4 \end{cases}$ ✓ $x = 3; y = -1; z = 1$ 3) $\begin{cases} 2x + 2y - 2z = 0, \\ 2x + 3y - 5z = -8, \\ 2x + y + 2z = 11 \end{cases}$ ✓ $x = 2; y = 1; z = 3$

Вид сырья	Расход сырья по видам продукции, усл. ед.			Вид сырья за 1 день, усл. ед.	Расход сырья по видам продукции, усл. ед.			Вид сырья за 1 день, усл. ед.	Расход сырья по видам продукции, усл. ед.				
	1	2	3		1	2	3		1	2	3		
1	2	4	2	11)	200	3	5	3	18)	400	3	5	3
2	6	13	9		9200	3	8	6		6250	3	6	6
3	2	7	12		6800	9	21	18		18750	9	16	15

✓ 450, 300, 300

✓ 450, 400, 350

✓ 500, 350, 450

Вид сырья	Расход сырья по видам продукции, усл. ед.			Расход сырья за 1 день, усл. ед.	Расход сырья по видам продукции, усл. ед.			Расход сырья за 1 день, усл. ед.	Расход сырья по видам продукции, усл. ед.				
	1	2	3		1	2	3		1	2	3		
1	4	3	3	12)	4200	4	4	1	19)	4150	2	5	3
2	12	10	12		14000	12	14	6		14500	2	6	6
3	12	12	21		17700	12	14	7		14850	6	18	20

✓ 450, 500, 300

✓ 450, 500, 350

✓ 450, 350, 300

Вид сырья	Расход сырья по видам продукции, усл. ед.			Вид сырья за 1 день, усл. ед.	Расход сырья по видам продукции, усл. ед.			Вид сырья за 1 день, усл. ед.	Расход сырья по видам продукции, усл. ед.				
	1	2	3		1	2	3		1	2	3		
1	3	2	3	13)	2000	3	2	2	20)	3200	4	5	2
2	9	8	11		7200	6	5	7		8200	4	7	5
3	9	12	18		9750	6	6	13		13900	4	9	11

✓ 250, 250, 250

✓ 400, 500, 500

✓ 200, 300, 450

Вид сырья	Расход сырья по видам продукции, усл. ед.			Вид сырья за 1 день, усл. ед.	Расход сырья по видам продукции, усл. ед.			Вид сырья за 1 день, усл. ед.	Расход сырья по видам продукции, усл. ед.				
	1	2	3		1	2	3		1	2	3		
1	2	4	3	14)	3750	3	2	3	21)	2800	1	4	2
2	6	15	12		13650	3	3	6		4200	2	11	6
3	6	18	18		17400	6	5	10		7300	2	14	11

✓ 500, 350, 450

✓ 300, 500, 300

✓ 500, 350, 250

Вид сырья	Расход сырья по видам продукции, усл. ед.			Расход сырья за 1 день, усл. ед.	Расход сырья по видам продукции, усл. ед.			Расход сырья за 1 день, усл. ед.	Расход сырья по видам продукции, усл. ед.				
	1	2	3		1	2	3		1	2	3		
1	3	5	2	15)	2850	2	2	2	22)	1600	4	2	2
2	3	8	4		4200	6	8	9		6050	8	6	7
3	6	19	13		13100	4	6	8		4700	8	8	11

✓ 300, 250, 350

✓ 300, 250, 250

✓ 250, 400, 250

Вид сырья	Расход сырья по видам продукции, усл. ед.			Вид сырья за 1 день, усл. ед.	Расход сырья по видам продукции, усл. ед.			Вид сырья за 1 день, усл. ед.	Расход сырья по видам продукции, усл. ед.				
	1	2	3		1	2	3		1	2	3		
1	3	2	1	16)	1950	3	2	2	23)	2550	3	3	2
2	6	5	4		4950	9	8	9		9950	9	10	9
3	9	7	8		7950	6	6	8		7900	3	4	6

✓ 300, 350, 350

✓ 250, 400, 500

✓ 400, 200, 500

Вид сырья	Расход сырья по видам продукции, усл. ед.			Вид сырья за 1 день, усл. ед.	Расход сырья по видам продукции, усл. ед.			Вид сырья за 1 день, усл. ед.	Расход сырья по видам продукции, усл. ед.		
	1	2	3		1	2	3		1	2	3
10) 1	4	5	2	17) 4800	4	3	2	24) 2350	4	4	3
2	4	7	4	6200	12	10	8	7200	8	10	8
3	8	16	11	13050	4	5	8	4950	8	10	11

✓ 400, 500, 350

✓ 300, 250, 200

✓ 500, 300, 200

Вид сырья	Расход сырья по видам продукции, усл. ед.			Вид сырья за 1 день, усл. ед.	Расход сырья по видам продукции, усл. ед.			Расход сырья за 1 день, усл. ед.
	1	2	3		1	2	3	
1	1	2	1	150	4	5	1	4100
2	2	6	5	500	4	8	4	6800
3	1	4	6	450	12	18	8	15800

✓ 250, 500, 300

✓ 300, 500, 400

Вид сырья	Расход сырья по видам продукции, усл. ед.			Вид сырья за 1 день, усл. ед.	Расход сырья по видам продукции, усл. ед.			Расход сырья за 1 день, усл. ед.
	1	2	3		1	2	3	
1	2	5	1	250	2	5	2	2550
2	4	13	4	600	6	18	8	9000
3	2	8	5	450	6	21	12	10950

✓ 250, 300, 350

✓ 350, 250, 300

Вид сырья	Расход сырья по видам продукции, усл. ед.			Вид сырья за 1 день, усл. ед.	Расход сырья по видам продукции, усл. ед.			Расход сырья за 1 день, усл. ед.
	1	2	3		1	2	3	
1	2	4	2	200	4	3	3	3050
2	4	11	7	500	4	4	5	3800
3	4	11	10	650	12	11	16	11250

✓ 250, 250, 250

✓ 350, 350, 200

Задача 47. Решить систему уравнений.

$$1) \begin{cases} -3x + 4y + 2z = 5, \\ x + 2y + 6z = -5, \\ 2x - 2y - 2z = -2 \end{cases}$$

✓ $x = -1; y = 1; z = -1$

$$2) \begin{cases} 10x + 4y + 6z = -8, \\ 7x + 2y - 2z = -4, \\ -4x - 2y - 2z = 4 \end{cases}$$

✓ $x = 0; y = -2; z = 0$

$$3) \begin{cases} 9x + 4y - 2z = 1, \\ 7x + 2y - 4z = 3, \\ -4x - 2y = 0 \end{cases}$$

✓ $x = 1; y = -2; z = 0$

$$4) \begin{cases} -13x + 9y - 4z = -18, \\ -23x + 15y - 14z = -30, \\ -4x + 3y - 2z = -6 \end{cases}$$

✓ $x = 0; y = -2; z = 0$

$$5) \begin{cases} 10x + 9y + z = -8, \\ -3y + 3z = 6, \\ 3x + 3y + z = -3 \end{cases}$$

✓ $x = 1; y = -2; z = 0$

$$6) \begin{cases} 4x + 9y - 2z = -16, \\ 13x + 15y - 4z = -26, \\ 2x + 3y = -6 \end{cases}$$

✓ $x = 0; y = -2; z = -1$

$$7) \begin{cases} -5x - 6y + 2z = 12, \\ 7x + 15y + 4z = -30, \\ 2x + 3y = -6 \end{cases}$$

✓ $x = 0; y = -2; z = 0$

$$8) \begin{cases} -6x + 4y = -14, \\ x + 2y + 3z = -6, \\ 2x - 2y + z = 5 \end{cases}$$

✓ $x = 1; y = -2; z = -1$

$$9) \begin{cases} 11x + 9y - 8z = -7, \\ -3y + 6z = 6, \\ 3x + 3y - 2z = -3 \end{cases}$$

✓ $x = 1; y = -2; z = 0$

$$10) \begin{cases} -7x - 6y + 6z = -13, \\ 12x + 15y - 14z = 27, \\ 3x + 3y - 2z = 6 \end{cases}$$

✓ $x = 1; y = 1; z = 0$

$$11) \begin{cases} 7x - 6y + 5z = -13, \\ 7x - 10y + z = -17, \\ 2x - 2y + z = -4 \end{cases}$$

✓ $x = -1; y = 1; z = 0$

$$12) \begin{cases} 7x - 6y + 5z = -18, \\ 13x - 10y + 9z = -32, \\ 2x - 2y + z = -5 \end{cases}$$

✓ $x = -1; y = 1; z = -1$

$$13) \begin{cases} 11x - 6y - 4z = 27, \\ -6x + 2y - 2z = -8, \\ 3x - 2y - 2z = 9 \end{cases}$$

✓ $x = 1; y = -2; z = -1$

$$14) \begin{cases} -8x + 4y + 2z = 12, \\ -6x + 2y - 4z = 8, \\ 3x - 2y = -5 \end{cases}$$

✓ $x = -1; y = 1; z = 0$

$$15) \begin{cases} -3x - 6y - 2z = 15, \\ -5x - 3y - 4z = 11, \\ 2x + 3y = -8 \end{cases}$$

✓ $x = -1; y = -2; z = 0$

$$16) \begin{cases} -13x + 9y - 8z = 30, \\ -17x + 15y - 14z = 46, \\ -4x + 3y - 2z = 9 \end{cases}$$

✓ $x = -1; y = 1; z = -1$

$$17) \begin{cases} 7x - 6y + z = 19, \\ 2y + 3z = -4, \\ 3x - 2y + z = 7 \end{cases}$$

✓ $x = 1; y = -2; z = 0$

$$18) \begin{cases} -2x + 4y + 2z = -8, \\ x + 2y - 2z = -4, \\ 2x - 2y - 2z = 4 \end{cases}$$

✓ $x = 0; y = -2; z = 0$

$$19) \begin{cases} -4x - 6y - 4z = -2, \\ -6x - 3y + 3z = -6, \\ 3x + 3y + z = 2 \end{cases}$$

✓ $x = 0; y = 1; z = -1$

$$20) \begin{cases} -14x - 6y + z = 12, \\ -23x - 10y + 9z = 20, \\ -4x - 2y + z = 4 \end{cases}$$

✓ $x = 0; y = -2; z = 0$

$$21) \begin{cases} -14x + 9y + 2z = 7, \\ -17x + 15y + 4z = 11, \\ -4x + 3y = 3 \end{cases}$$

✓ $x = 0; y = 1; z = -1$

$$22) \begin{cases} 4x - 6y + 2z = -8, \\ x + 2y + 4z = -2, \\ 2x - 2y = -2 \end{cases}$$

$$\checkmark x = 0; y = 1; z = -1$$

$$25) \begin{cases} -5x - 6y + 2z = -1, \\ -6x - 3y - 4z = 3, \\ 3x + 3y = 0 \end{cases}$$

$$\checkmark x = -1; y = 1; z = 0$$

$$28) \begin{cases} 7x - 6y - 8z = -5, \\ 18x - 10y - 14z = -14, \\ 3x - 2y - 2z = -3 \end{cases}$$

$$\checkmark x = -1; y = 1; z = -1$$

$$23) \begin{cases} -14x + 9y + z = 8, \\ -17x + 15y + 9z = 6, \\ -4x + 3y + z = 2 \end{cases}$$

$$\checkmark x = 0; y = 1; z = -1$$

$$26) \begin{cases} -6x + 4y - 2z = 6, \\ 13x - 10y - 4z = -6, \\ 2x - 2y = -2 \end{cases}$$

$$\checkmark x = 0; y = 1; z = -1$$

$$29) \begin{cases} 10x + 9y + z = -28, \\ 18x + 15y + 9z = -48, \\ 3x + 3y + z = -9 \end{cases}$$

$$\checkmark x = -1; y = -2; z = 0$$

$$24) \begin{cases} 7x + 9y + 5z = 11, \\ -5x - 3y + 3z = -11, \\ 2x + 3y + z = 4 \end{cases}$$

$$\checkmark x = 1; y = 1; z = -1$$

$$27) \begin{cases} -14x + 9y + 2z = -7, \\ x - 3y - 4z = 2, \\ -4x + 3y = -1 \end{cases}$$

$$\checkmark x = 1; y = 1; z = -1$$

$$30) \begin{cases} 7x - 6y + z = -6, \\ -6x + 2y + 3z = 2, \\ 3x - 2y + z = -2 \end{cases}$$

$$\checkmark x = 0; y = 1; z = 0$$

Задача 48. Решить систему уравнений

$$1) \begin{cases} x + 2y + 2z = -2, \\ 2x - y - 3z = -1, \\ 7x - y - 7z = -3 \end{cases}$$

$$\checkmark \emptyset$$

$$2) \begin{cases} x + 2y + 3z = -2, \\ 2x - y - 3z = -1, \\ 7x - y - 6z = -6 \end{cases}$$

$$\checkmark \emptyset$$

$$3) \begin{cases} -x + 2y + 2z = -2, \\ 2x - 2y - 3z = -1, \\ 9x - 12y - 15z = 2 \end{cases}$$

$$\checkmark \emptyset$$

$$4) \begin{cases} 2x - 3y + 3z = 3, \\ 2x - y + z = -1, \\ 6y - 6z = -14 \end{cases}$$

$$\checkmark \emptyset$$

$$5) \begin{cases} -x + 2y + 3z = 3, \\ x - 2y + z = -3, \\ 5x - 10y - 7z = -16 \end{cases}$$

$$\checkmark \emptyset$$

$$6) \begin{cases} 2x - 3y + 2z = 3, \\ x - 2y + z = -3, \\ 4x - 7y + 4z = -1 \end{cases}$$

$$\checkmark \emptyset$$

$$7) \begin{cases} 2x + 2y + 3z = -2, \\ x - 2y - 3z = -1, \\ 5x - 4y - 6z = -2 \end{cases}$$

$$\checkmark \emptyset$$

$$8) \begin{cases} 2x - 3y + 3z = -2, \\ 2x - y - 3z = -1, \\ 6x - 5y - 3z = -5 \end{cases}$$

$$\checkmark \emptyset$$

$$9) \begin{cases} x + 2y + 3z = -2, \\ x - 3z = -3, \\ 3x + 2y - 3z = -7 \end{cases}$$

$$\checkmark \emptyset$$

$$10) \begin{cases} x + 2y + 2z = -2, \\ 2x - y + z = -1, \\ 7x - y + 5z = -3 \end{cases}$$

$$\checkmark \emptyset$$

$$11) \begin{cases} -x + 2y + 3z = 3, \\ 2x - 2y + z = -3, \\ 3x - 2y + 5z = -2 \end{cases}$$

$$\checkmark \emptyset$$

$$12) \begin{cases} 2x - 3y + 2z = -2, \\ x - y + z = -3, \\ 4x - 5y + 4z = -9 \end{cases}$$

$$\checkmark \emptyset$$

$$13) \begin{cases} 2x + 2y + 3z = -2, \\ 2x - 2y + z = -1, \\ 6x - 2y + 5z = -3 \end{cases}$$

$$\checkmark \emptyset$$

$$14) \begin{cases} 2x + 2y + 3z = 3, \\ x - 2y + z = -3, \\ 4x - 2y + 5z = -4 \end{cases}$$

$$\checkmark \emptyset$$

$$15) \begin{cases} -x - 3y + 2z = -2, \\ 2x - 3z = -3, \\ 5x - 3y - 7z = -8 \end{cases}$$

$$\checkmark \emptyset$$

$$16) \begin{cases} x - 3y + 2z = -2, \\ 2x - y - 3z = -1, \\ 5x - 5y - 4z = -1 \end{cases}$$

$$\checkmark \emptyset$$

$$17) \begin{cases} -x - 3y + 2z = 3, \\ x - y - 3z = -3, \\ 2x - 6y - 7z = -8 \end{cases}$$

$$\checkmark \emptyset$$

$$18) \begin{cases} x - 3y + 2z = -2, \\ 2x - 2y + z = -3, \\ x + 5y - 4z = 3 \end{cases}$$

$$\checkmark \emptyset$$

$$19) \begin{cases} 2x + 2y + 3z = 3, \\ x - y + z = -1, \\ 5x - y + 6z = 3 \end{cases}$$

$$\checkmark \emptyset$$

$$20) \begin{cases} -x + 2y + 2z = 3, \\ 2x - 2y - 3z = -1, \\ 9x - 12y - 15z = -13 \end{cases}$$

$$\checkmark \emptyset$$

$$21) \begin{cases} x + 2y + 2z = -2, \\ 2x - y - 3z = -3, \\ x - 8y - 12z = 2 \end{cases}$$

$$\checkmark \emptyset$$

$$22) \begin{cases} -x + 2y + 3z = -2, \\ 2x + z = -1, \\ 5x + 2y + 6z = -2 \end{cases}$$

$$\checkmark \emptyset$$

$$23) \begin{cases} 2x + 2y + 2z = 3, \\ 2x - 2y + z = -3, \\ 6x - 2y + 4z = -4 \end{cases}$$

$$\checkmark \emptyset$$

$$24) \begin{cases} 2x + 2y + 2z = -2, \\ x - 2y - 3z = -1, \\ -4x - 10y - 12z = 6 \end{cases}$$

$$\checkmark \emptyset$$

$$25) \begin{cases} 2x + 2y + 2z = 3, \\ 2x - y + z = -1, \\ -9y - 3z = -9 \end{cases}$$

$$\checkmark \emptyset$$

$$26) \begin{cases} x + 2y + 3z = 3, \\ 2x - 2y + z = -1, \\ 3x - 12y - 6z = -13 \end{cases}$$

$$\checkmark \emptyset$$

$$27) \begin{cases} x - 3y + 3z = 3, \\ 2x - 2y + z = -3, \\ 3x + 3y - 6z = -19 \end{cases}$$

$$\checkmark \emptyset$$

$$28) \begin{cases} x - 3y + 2z = 3, \\ x - 2y + z = -3, \\ 3x - 7y + 4z = -1 \end{cases}$$

$$\checkmark \emptyset$$

$$29) \begin{cases} -x - 3y + 3z = -2, \\ x - y + z = -1, \\ 5x + 7y - 7z = 5 \end{cases} \quad 30) \begin{cases} -x - 3y + 3z = -2, \\ 2x - y + z = -3, \\ 7x + 7y - 7z = -2 \end{cases}$$

✓ \emptyset ✓ \emptyset

Задача 49. Решить систему уравнений

1) $\begin{cases} -x + 2y - 6z = 3, \\ 2x - y + 6z = -3, \\ 9x - 9y + 36z = -18 \end{cases}$ ✓ $x = -2\alpha - 1, y = 2\alpha + 1, z = \alpha$	2) $\begin{cases} -x - 3y = -2, \\ x - y - 4z = -2, \\ x - 5y - 8z = -6 \end{cases}$ ✓ $x = 3\alpha - 1, y = -\alpha + 1, z = \alpha$	3) $\begin{cases} x - 3y - z = -4, \\ x - y + z = -2, \\ -x + 7y + 5z = 8 \end{cases}$ ✓ $x = -2\alpha - 1, y = -\alpha + 1, z = \alpha$
4) $\begin{cases} 2x + 2y + 6z = 0, \\ 2x - y + 3z = -3, \\ -9y - 9z = -9 \end{cases}$ ✓ $x = -2\alpha - 1, y = -\alpha + 1, z = \alpha$	5) $\begin{cases} -x - 3y = -2, \\ x - y - 4z = -2, \\ 6x + 6y - 12z = 0 \end{cases}$ ✓ $x = 3\alpha - 1, y = -\alpha + 1, z = \alpha$	6) $\begin{cases} 2x + 2y - 10z = -4, \\ x - 3z = -3, \\ -3x - 6y + 21z = 3 \end{cases}$ ✓ $x = 3\alpha - 3, y = 2\alpha + 1, z = \alpha$
7) $\begin{cases} x + 2y - 2z = -1, \\ 2x + 4z = -6, \\ 7x + 2y + 10z = -19 \end{cases}$ ✓ $x = -2\alpha - 3, y = 2\alpha + 1, z = \alpha$	8) $\begin{cases} 2x + 2y - 10z = -4, \\ 2x - y - 4z = -7, \\ 8x - y - 22z = -25 \end{cases}$ ✓ $x = 3\alpha - 3, y = 2\alpha + 1, z = \alpha$	9) $\begin{cases} x - 3y + 8z = -4, \\ 2x + 4z = -2, \\ 7x - 3y + 20z = -10 \end{cases}$ ✓ $x = -2\alpha - 1, y = 2\alpha + 1, z = \alpha$
10) $\begin{cases} -x + 2y = 5, \\ 2x - y + 3z = -7, \\ 9x - 9y + 9z = -36 \end{cases}$ ✓ $x = -2\alpha - 3, y = -\alpha + 1, z = \alpha$	11) $\begin{cases} -x + 2y - z = 3, \\ x - 3z = -1, \\ 5x - 6y - 3z = -11 \end{cases}$ ✓ $x = 3\alpha - 1, y = 2\alpha + 1, z = \alpha$	12) $\begin{cases} -x - 3y = 0, \\ x - y - 4z = -4, \\ 6x + 6y - 12z = -12 \end{cases}$ ✓ $x = 3\alpha - 3, y = -\alpha + 1, z = \alpha$
13) $\begin{cases} -x + 2y - 6z = 5, \\ x - y + 4z = -4, \\ 6x - 9y + 30z = -27 \end{cases}$ ✓ $x = -2\alpha - 3, y = 2\alpha + 1, z = \alpha$	14) $\begin{cases} x - 3y + 8z = -6, \\ x - y + 4z = -4, \\ 4x - 6y + 20z = -18 \end{cases}$ ✓ $x = -2\alpha - 3, y = 2\alpha + 1, z = \alpha$	15) $\begin{cases} 2x + 2y - 10z = 0, \\ x - y - z = -2, \\ -4x - 8y + 28z = -4 \end{cases}$ ✓ $x = 3\alpha - 1, y = 2\alpha + 1, z = \alpha$
16) $\begin{cases} x + 2y + 4z = -1, \\ 2x + 4z = -6, \\ 7x + 2y + 16z = -19 \end{cases}$ ✓ $x = -2\alpha - 3, y = -\alpha + 1, z = \alpha$	17) $\begin{cases} -x + 2y - 6z = 3, \\ x + 2z = -1, \\ 2x + 2y = 0 \end{cases}$ ✓ $x = -2\alpha - 1, y = 2\alpha + 1, z = \alpha$	18) $\begin{cases} -x + 2y - z = 3, \\ x - 3z = -1, \\ 6x - 6y - 6z = -12 \end{cases}$ ✓ $x = 3\alpha - 1, y = 2\alpha + 1, z = \alpha$
19) $\begin{cases} -x + 2y = 5, \\ x - y + z = -4, \\ 6x - 9y + 3z = -27 \end{cases}$ ✓ $x = -2\alpha - 3, y = -\alpha + 1, z = \alpha$	20) $\begin{cases} x - 3y - z = -4, \\ x + 2z = -1, \\ 3x - 3y + 3z = -6 \end{cases}$ ✓ $x = -2\alpha - 1, y = -\alpha + 1, z = \alpha$	21) $\begin{cases} 2x + 2y + 6z = -4, \\ x + 2z = -3, \\ -3x - 6y - 12z = 3 \end{cases}$ ✓ $x = -2\alpha - 3, y = -\alpha + 1, z = \alpha$
22) $\begin{cases} 2x + 2y - 10z = -4, \\ 2x - 6z = -6, \\ -2x - 6y + 18z = 0 \end{cases}$ ✓ $x = 3\alpha - 3, y = 2\alpha + 1, z = \alpha$	23) $\begin{cases} 2x + 2y - 4z = 0, \\ x - y - 4z = -2, \\ 5x - y - 16z = -6 \end{cases}$ ✓ $x = 3\alpha - 1, y = -\alpha + 1, z = \alpha$	24) $\begin{cases} x - 3y - z = -6, \\ 2x + 4z = -6, \\ x + 9y + 11z = 6 \end{cases}$ ✓ $x = -2\alpha - 3, y = -\alpha + 1, z = \alpha$
25) $\begin{cases} x - 3y + 3z = -6, \\ 2x - y - 4z = -7, \\ 5x - 5y - 5z = -20 \end{cases}$ ✓ $x = 3\alpha - 3, y = 2\alpha + 1, z = \alpha$	26) $\begin{cases} x + 2y + 4z = 1, \\ 2x - y + 3z = -3, \\ x - 8y - 6z = -9 \end{cases}$ ✓ $x = -2\alpha - 1, y = -\alpha + 1, z = \alpha$	27) $\begin{cases} -x + 2y = 3, \\ x - y + z = -2, \\ 5x - 8y + 2z = -13 \end{cases}$ ✓ $x = -2\alpha - 1, y = -\alpha + 1, z = \alpha$
28) $\begin{cases} 2x - 3y + 10z = -5, \\ 2x + 4z = -2, \\ 8x - 3y + 22z = -11 \end{cases}$ ✓ $x = -2\alpha - 1, y = 2\alpha + 1, z = \alpha$	29) $\begin{cases} x + 2y + 4z = 1, \\ x - y + z = -2, \\ 3x + 6z = -3 \end{cases}$ ✓ $x = -2\alpha - 1, y = -\alpha + 1, z = \alpha$	30) $\begin{cases} -x - 3y = -2, \\ 2x - y - 7z = -3, \\ 5x - 6y - 21z = -11 \end{cases}$ ✓ $x = 3\alpha - 1, y = -\alpha + 1, z = \alpha$

Задача 50. Решить систему уравнений

- 1) $\begin{cases} 2x - 3y + 2z = 0, \\ x - y - 3z = 0, \\ 9x - 12y - 3z = 0 \end{cases}$ $\checkmark x = -4z, y = 6z, z \in \mathbb{R}$
- 2) $\begin{cases} 2x + 2y + 3z = 0, \\ x - y - 3z = 0, \\ 9x + 3y = 0 \end{cases}$ $\checkmark x = -\frac{3z}{4}, y = -\frac{3z}{2}, z \in \mathbb{R}$
- 3) $\begin{cases} -x + 2y + 2z = 0, \\ x - y + z = 0, \\ -x + 4y + 8z = 0 \end{cases}$ $\checkmark x = z, y = -z, z \in \mathbb{R}$
- 4) $\begin{cases} 2x + 2y + 2z = 0, \\ x - y + z = 0, \\ -2x - 6y - 2z = 0 \end{cases}$ $\checkmark x = -\frac{5z}{4}, y = \frac{z}{2}, z \in \mathbb{R}$
- 5) $\begin{cases} -x + 2y + 2z = 0, \\ 2x - 3z = 0, \\ x + 6y = 0 \end{cases}$ $\checkmark x = \frac{11z}{4}, y = \frac{3z}{4}, z \in \mathbb{R}$
- 6) $\begin{cases} -x - 3y + 3z = 0, \\ 2x + z = 0, \\ 8x + 6y - 3z = 0 \end{cases}$ $\checkmark x = \frac{19z}{6}, y = \frac{z}{6}, z \in \mathbb{R}$
- 7) $\begin{cases} x + 2y + 3z = 0, \\ x - y - 3z = 0, \\ x - 7y - 15z = 0 \end{cases}$ $\checkmark x = -2z, y = -z, z \in \mathbb{R}$
- 8) $\begin{cases} x + 2y + 3z = 0, \\ 2x - y - 3z = 0, \\ 9x + 3y = 0 \end{cases}$ $\checkmark x = -\frac{12z}{5}, y = -\frac{3z}{5}, z \in \mathbb{R}$
- 9) $\begin{cases} 2x + 2y + 2z = 0, \\ x - y - 3z = 0, \\ -x - 7y - 13z = 0 \end{cases}$ $\checkmark x = -\frac{z}{4}, y = -\frac{3z}{2}, z \in \mathbb{R}$
- 10) $\begin{cases} 2x - 3y + 2z = 0, \\ x - 3z = 0, \\ -x + 6y - 13z = 0 \end{cases}$ $\checkmark x = -2z, y = 2z, z \in \mathbb{R}$
- 11) $\begin{cases} x - 3y + 2z = 0, \\ 2x - y - 3z = 0, \\ 4x + 3y - 13z = 0 \end{cases}$ $\checkmark x = -\frac{13z}{5}, y = \frac{3z}{5}, z \in \mathbb{R}$
- 12) $\begin{cases} -x + 2y + 2z = 0, \\ x - y + z = 0, \\ 4x - 6y - 2z = 0 \end{cases}$ $\checkmark x = z, y = -z, z \in \mathbb{R}$
- 13) $\begin{cases} 2x + 2y + 3z = 0, \\ x - y - 3z = 0, \\ -2x - 6y - 12z = 0 \end{cases}$ $\checkmark x = -\frac{3z}{4}, y = -\frac{3z}{2}, z \in \mathbb{R}$
- 14) $\begin{cases} -x - 3y + 2z = 0, \\ 2x - 3z = 0, \\ x - 9y = 0 \end{cases}$ $\checkmark x = \frac{3z}{2}, y = -\frac{z}{2}, z \in \mathbb{R}$
- 15) $\begin{cases} x - 3y + 2z = 0, \\ 2x - y + z = 0, \\ 4x + 3y - z = 0 \end{cases}$ $\checkmark x = -\frac{9z}{5}, y = -\frac{z}{5}, z \in \mathbb{R}$
- 16) $\begin{cases} 2x + 2y + 3z = 0, \\ 2x - y - 3z = 0, \\ 2x - 7y - 15z = 0 \end{cases}$ $\checkmark x = -z, y = -z, z \in \mathbb{R}$
- 17) $\begin{cases} -x - 3y + 2z = 0, \\ x - y - 3z = 0, \\ 4x + 4y - 10z = 0 \end{cases}$ $\checkmark x = \frac{5z}{4}, y = -\frac{3z}{4}, z \in \mathbb{R}$
- 18) $\begin{cases} -x + 2y + 3z = 0, \\ 2x - 3z = 0, \\ 8x - 4y - 15z = 0 \end{cases}$ $\checkmark x = \frac{15z}{4}, y = \frac{3z}{4}, z \in \mathbb{R}$
- 19) $\begin{cases} 2x + 2y + 3z = 0, \\ x - 3z = 0, \\ 8x + 6y + 3z = 0 \end{cases}$ $\checkmark x = 0, y = -3z, z \in \mathbb{R}$
- 20) $\begin{cases} -x - 3y + 2z = 0, \\ 2x - y - 3z = 0, \\ x - 11y = 0 \end{cases}$ $\checkmark x = \frac{11z}{7}, y = -\frac{3z}{7}, z \in \mathbb{R}$
- 21) $\begin{cases} -x + 2y + 3z = 0, \\ x - y + z = 0, \\ 5x - 7y - 3z = 0 \end{cases}$ $\checkmark x = 2z, y = -z, z \in \mathbb{R}$
- 22) $\begin{cases} x - 3y + 2z = 0, \\ x + z = 0, \\ 6y - 2z = 0 \end{cases}$ $\checkmark x = -\frac{5z}{3}, y = -\frac{z}{3}, z \in \mathbb{R}$
- 23) $\begin{cases} x + 2y + 2z = 0, \\ 2x + z = 0, \\ 9x + 6y + 9z = 0 \end{cases}$ $\checkmark x = -\frac{9z}{4}, y = \frac{z}{4}, z \in \mathbb{R}$
- 24) $\begin{cases} 2x - 3y + 2z = 0, \\ 2x - 3z = 0, \\ 6y - 10z = 0 \end{cases}$ $\checkmark x = -\frac{3z}{2}, y = z, z \in \mathbb{R}$
- 25) $\begin{cases} 2x + 2y + 3z = 0, \\ x + z = 0, \\ -2x - 4y - 4z = 0 \end{cases}$ $\checkmark x = -2z, y = z, z \in \mathbb{R}$
- 26) $\begin{cases} x + 2y + 2z = 0, \\ x + z = 0, \\ x - 4y - z = 0 \end{cases}$ $\checkmark x = -\frac{5z}{2}, y = \frac{z}{2}, z \in \mathbb{R}$
- 27) $\begin{cases} 2x - 3y + 3z = 0, \\ x - 3z = 0, \\ 8x - 9y + 3z = 0 \end{cases}$ $\checkmark x = -\frac{5z}{2}, y = 2z, z \in \mathbb{R}$
- 28) $\begin{cases} x + 2y + 2z = 0, \\ 2x - y + z = 0, \\ 9x + 3y + 9z = 0 \end{cases}$ $\checkmark x = -\frac{11z}{5}, y = \frac{z}{5}, z \in \mathbb{R}$
- 29) $\begin{cases} 2x + 2y + 2z = 0, \\ x + z = 0, \\ 9x + 6y + 9z = 0 \end{cases}$ $\checkmark x = -\frac{3z}{2}, y = z, z \in \mathbb{R}$
- 30) $\begin{cases} 2x - 3y + 3z = 0, \\ 2x + z = 0, \\ 12x - 9y + 12z = 0 \end{cases}$ $\checkmark x = -\frac{4z}{3}, y = -\frac{z}{3}, z \in \mathbb{R}$

Задача 51. Решить систему уравнений

- 1) $\begin{cases} 2x - 3y + 2z = 0, \\ 2x + z = 0, \\ 6x - 3y + 2z = 0 \end{cases}$ $\checkmark \{(0, 0, 0)\}$
- 2) $\begin{cases} -x - 3y + 3z = 0, \\ 2x - y - 3z = 0, \\ 9x + 6y - 9z = 0 \end{cases}$ $\checkmark \{(0, 0, 0)\}$
- 3) $\begin{cases} -x - 3y + 3z = 0, \\ 2x - 3z = 0, \\ 7x + 9y - 9z = 0 \end{cases}$ $\checkmark \{(0, 0, 0)\}$
- 4) $\begin{cases} x + 2y + 3z = 0, \\ 2x - y - 3z = 0, \\ 3x - 9y - 9z = 0 \end{cases}$ $\checkmark \{(0, 0, 0)\}$
- 5) $\begin{cases} 2x - 3y + 3z = 0, \\ 2x - y - 3z = 0, \\ 6y - 9z = 0 \end{cases}$ $\checkmark \{(0, 0, 0)\}$
- 6) $\begin{cases} x - 3y + 2z = 0, \\ 2x + z = 0, \\ 7x - 3y + 2z = 0 \end{cases}$ $\checkmark \{(0, 0, 0)\}$
- 7) $\begin{cases} -x - 3y + 2z = 0, \\ x + z = 0, \\ x - 3y + 2z = 0 \end{cases}$ $\checkmark \{(0, 0, 0)\}$
- 8) $\begin{cases} 2x - 3y + 2z = 0, \\ 2x - 3z = 0, \\ 8x - 3y + 2z = 0 \end{cases}$ $\checkmark \{(0, 0, 0)\}$

9) $\begin{cases} 2x - 3y + 3z = 0, \\ x - y + z = 0, \\ -4x + 7y - 9z = 0 \end{cases}$ ✓ $\{(0, 0, 0)\}$	10) $\begin{cases} 2x + 2y + 3z = 0, \\ x - y + z = 0, \\ -3x - 9y - 9z = 0 \end{cases}$ ✓ $\{(0, 0, 0)\}$	11) $\begin{cases} -x + 2y + 3z = 0, \\ x - 3z = 0, \\ 6x - 6y - 9z = 0 \end{cases}$ ✓ $\{(0, 0, 0)\}$	12) $\begin{cases} x - 3y + 3z = 0, \\ x - y + z = 0, \\ -x + 7y - 9z = 0 \end{cases}$ ✓ $\{(0, 0, 0)\}$
13) $\begin{cases} -x + 2y + 3z = 0, \\ 2x - y + z = 0, \\ 9x - 9y - 9z = 0 \end{cases}$ ✓ $\{(0, 0, 0)\}$	14) $\begin{cases} -x + 2y + 3z = 0, \\ x + z = 0, \\ x + 2y + 3z = 0 \end{cases}$ ✓ $\{(0, 0, 0)\}$	15) $\begin{cases} 2x + 2y + 2z = 0, \\ 2x + z = 0, \\ -2x - 6y - 6z = 0 \end{cases}$ ✓ $\{(0, 0, 0)\}$	16) $\begin{cases} 2x - 3y + 2z = 0, \\ 2x - y + z = 0, \\ 8x - 6y + 2z = 0 \end{cases}$ ✓ $\{(0, 0, 0)\}$
17) $\begin{cases} x + 2y + 2z = 0, \\ 2x - 3z = 0, \\ x - 6y - 6z = 0 \end{cases}$ ✓ $\{(0, 0, 0)\}$	18) $\begin{cases} 2x + 2y + 3z = 0, \\ 2x - y + z = 0, \\ -9y - 9z = 0 \end{cases}$ ✓ $\{(0, 0, 0)\}$	19) $\begin{cases} x - 3y + 3z = 0, \\ x + z = 0, \\ 4x - 3y + 3z = 0 \end{cases}$ ✓ $\{(0, 0, 0)\}$	20) $\begin{cases} -x - 3y + 3z = 0, \\ x - y - 3z = 0, \\ x - 5y + 3z = 0 \end{cases}$ ✓ $\{(0, 0, 0)\}$
21) $\begin{cases} 2x - 3y + 3z = 0, \\ 2x - y + z = 0, \\ 6x - 5y + 3z = 0 \end{cases}$ ✓ $\{(0, 0, 0)\}$	22) $\begin{cases} -x + 2y + 2z = 0, \\ x - y - 3z = 0, \\ x + 2z = 0 \end{cases}$ ✓ $\{(0, 0, 0)\}$	23) $\begin{cases} 2x - 3y + 2z = 0, \\ x - y + z = 0, \\ -3x + 6y - 6z = 0 \end{cases}$ ✓ $\{(0, 0, 0)\}$	24) $\begin{cases} 2x - 3y + 3z = 0, \\ 2x - y + z = 0, \\ 6y - 9z = 0 \end{cases}$ ✓ $\{(0, 0, 0)\}$
25) $\begin{cases} 2x + 2y + 3z = 0, \\ x + z = 0, \\ -4x - 6y - 9z = 0 \end{cases}$ ✓ $\{(0, 0, 0)\}$	26) $\begin{cases} x + 2y + 3z = 0, \\ x + z = 0, \\ -x - 6y - 9z = 0 \end{cases}$ ✓ $\{(0, 0, 0)\}$	27) $\begin{cases} 2x - 3y + 2z = 0, \\ x - y + z = 0, \\ 5x - 6y + 2z = 0 \end{cases}$ ✓ $\{(0, 0, 0)\}$	28) $\begin{cases} x - 3y + 2z = 0, \\ x - 3z = 0, \\ 3x - 3y + 2z = 0 \end{cases}$ ✓ $\{(0, 0, 0)\}$
29) $\begin{cases} -x + 2y + 2z = 0, \\ 2x - 3z = 0, \\ 9x - 6y - 6z = 0 \end{cases}$ ✓ $\{(0, 0, 0)\}$	30) $\begin{cases} x + 2y + 2z = 0, \\ 2x - y - 3z = 0, \\ x - 8y - 6z = 0 \end{cases}$ ✓ $\{(0, 0, 0)\}$		

Задача 52. Найти фундаментальную систему решений однородной системы ЛАУ

1) $\begin{cases} -4x_1 - x_2 - 4x_3 - 8x_4 = 0 \\ -3x_1 + 2x_2 + 4x_3 + x_4 = 0 \end{cases}$ ✓ $(-8; 28; 1; 0);$ ✓ $(-9; 28; 0; 1)$	2) $\begin{cases} 4x_1 - x_2 + 4x_3 + 8x_4 = 0 \\ -3x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 0 \end{cases}$ ✓ $(-6; -20; 1; 0);$ ✓ $(-11; -36; 0; 1)$	3) $\begin{cases} -2x_1 - x_2 - 2x_3 - 4x_4 = 0 \\ -x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 0 \end{cases}$ ✓ $(-4; 6; 1; 0);$ ✓ $(-7; 10; 0; 1)$
4) $\begin{cases} 4x_1 - x_2 + 4x_3 + 8x_4 = 0 \\ -3x_1 + 2x_2 + 2x_3 + x_4 = 0 \end{cases}$ ✓ $(-6; -20; 1; 0);$ ✓ $(-9; -28; 0; 1)$	5) $\begin{cases} -4x_1 - x_2 - 4x_3 - 8x_4 = 0 \\ -3x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 0 \end{cases}$ ✓ $(-6; 20; 1; 0);$ ✓ $(-11; 36; 0; 1)$	6) $\begin{cases} -4x_1 + x_2 - 4x_3 - 8x_4 = 0 \\ -x_1 + 4x_3 + x_4 = 0 \end{cases}$ ✓ $(4; 20; 1; 0);$ ✓ $(1; 12; 0; 1)$
7) $\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + 2x_3 + 4x_4 = 0 \\ 3x_1 - 4x_2 + 4x_3 + 3x_4 = 0 \end{cases}$ ✓ $(-4; -2; 1; 0);$ ✓ $(7; 6; 0; 1)$	8) $\begin{cases} -2x_1 + x_2 - 2x_3 - 4x_4 = 0 \\ -x_1 + 2x_3 + 3x_4 = 0 \end{cases}$ ✓ $(2; 6; 1; 0);$ ✓ $(3; 10; 0; 1)$	9) $\begin{cases} -2x_1 + x_2 - 2x_3 - 4x_4 = 0 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 0 \end{cases}$ ✓ $(0; 2; 1; 0);$ ✓ $(-1; 2; 0; 1)$
10) $\begin{cases} 4x_1 + x_2 + 4x_3 + 8x_4 = 0 \\ 3x_1 + 2x_2 + 2x_3 + x_4 = 0 \end{cases}$ ✓ $(-2; 4; 1; 0);$ ✓ $(-7; 20; 0; 1)$	11) $\begin{cases} 4x_1 + 3x_2 + 4x_3 + 8x_4 = 0 \\ x_1 + 2x_2 + 2x_3 + x_4 = 0 \end{cases}$ ✓ $(2; -4; 1; 0);$ ✓ $(-5; 4; 0; 1)$	12) $\begin{cases} -2x_1 - 3x_2 - 2x_3 - 4x_4 = 0 \\ -3x_1 + 5x_2 + 2x_3 + x_4 = 0 \end{cases}$ ✓ $(-16; 10; 1; 0);$ ✓ $(-23; 14; 0; 1)$
13) $\begin{cases} 4x_1 + x_2 + 4x_3 + 8x_4 = 0 \\ 3x_1 + 2x_2 + 4x_3 + 3x_4 = 0 \end{cases}$ ✓ $(0; -4; 1; 0);$ ✓ $(-5; 12; 0; 1)$	14) $\begin{cases} -4x_1 - x_2 - 4x_3 - 8x_4 = 0 \\ x_1 + 4x_3 + x_4 = 0 \end{cases}$ ✓ $(-4; 12; 1; 0);$ ✓ $(-1; -4; 0; 1)$	15) $\begin{cases} -2x_1 - 3x_2 - 2x_3 - 4x_4 = 0 \\ -x_1 + 2x_2 + 2x_3 + x_4 = 0 \end{cases}$ ✓ $(-10; 6; 1; 0);$ ✓ $(-11; 6; 0; 1)$

16) $\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 4x_4 = 0 \\ -3x_1 - 4x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 0 \end{cases}$ ✓ (14; -10; 1; 0); (25; -18; 0; 1)	17) $\begin{cases} -2x_1 + 3x_2 - 2x_3 - 4x_4 = 0 \\ 3x_1 + 5x_2 + 4x_3 + 3x_4 = 0 \end{cases}$ ✓ (2; 2; 1; 0); (-11; -6; 0; 1)	18) $\begin{cases} 4x_1 + x_2 + 4x_3 + 8x_4 = 0 \\ x_1 + x_2 + 4x_3 + 3x_4 = 0 \end{cases}$ ✓ (2; -12; 1; 0); (-1; -4; 0; 1)
19) $\begin{cases} 4x_1 + 3x_2 + 4x_3 + 8x_4 = 0 \\ -3x_1 - 4x_2 + 4x_3 + 3x_4 = 0 \end{cases}$ ✓ (20; -28; 1; 0); (25; -36; 0; 1)	20) $\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 4x_4 = 0 \\ 3x_1 + 5x_2 + 4x_3 + 3x_4 = 0 \end{cases}$ ✓ (2; -2; 1; 0); (-11; 6; 0; 1)	21) $\begin{cases} -2x_1 + x_2 - 2x_3 - 4x_4 = 0 \\ x_1 + x_2 + 4x_3 + 3x_4 = 0 \end{cases}$ ✓ (2; 6; 1; 0); (-1; 2; 0; 1)
22) $\begin{cases} -2x_1 + 3x_2 - 2x_3 - 4x_4 = 0 \\ -3x_1 - 4x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 0 \end{cases}$ ✓ (14; 10; 1; 0); (25; 18; 0; 1)	23) $\begin{cases} 4x_1 - 3x_2 + 4x_3 + 8x_4 = 0 \\ 3x_1 - 4x_2 + 4x_3 + x_4 = 0 \end{cases}$ ✓ (-4; -4; 1; 0); (13; 20; 0; 1)	24) $\begin{cases} 4x_1 + 3x_2 + 4x_3 + 8x_4 = 0 \\ 3x_1 + 5x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 0 \end{cases}$ ✓ (-4; 4; 1; 0); (-11; 12; 0; 1)
25) $\begin{cases} -4x_1 - x_2 - 4x_3 - 8x_4 = 0 \\ -x_1 + x_2 + 4x_3 + 3x_4 = 0 \end{cases}$ ✓ (-6; 20; 1; 0); (-7; 20; 0; 1)	26) $\begin{cases} 4x_1 + x_2 + 4x_3 + 8x_4 = 0 \\ -3x_1 - x_2 + 4x_3 + 3x_4 = 0 \end{cases}$ ✓ (6; -28; 1; 0); (7; -36; 0; 1)	27) $\begin{cases} -4x_1 - x_2 - 4x_3 - 8x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 0 \end{cases}$ ✓ (0; -4; 1; 0); (1; -12; 0; 1)
28) $\begin{cases} -4x_1 - 3x_2 - 4x_3 - 8x_4 = 0 \\ -3x_1 + 5x_2 + 2x_3 + x_4 = 0 \end{cases}$ ✓ (-16; 20; 1; 0); (-23; 28; 0; 1)	29) $\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 4x_4 = 0 \\ -x_1 - x_2 + 4x_3 + 3x_4 = 0 \end{cases}$ ✓ (14; -10; 1; 0); (13; -10; 0; 1)	30) $\begin{cases} 4x_1 + 3x_2 + 4x_3 + 8x_4 = 0 \\ 3x_1 + 5x_2 + 2x_3 + x_4 = 0 \end{cases}$ ✓ (-4; 4; 1; 0); (-17; 20; 0; 1)

Задача 53. Решить систему уравнений.

1) $\begin{cases} -6x - 6y + 7z = -13, \\ -5x + 7y + 3z = 4, \\ 7x + 6y + 5z = 1, \\ 2x + 3y = 3 \end{cases}$ ✓ $x = 0; y = 1; z = -1$	2) $\begin{cases} -14x - 6y - 13z = -61, \\ -5x - 5y + 3z = -17, \\ 7x + 2y + 7z = 30, \\ -4x - 2y - 2z = -16 \end{cases}$ ✓ $x = 3; y = 1; z = 1$	3) $\begin{cases} -6y + 11z = 18, \\ -5x + 7y + 3z = -26, \\ -5x - 3y + 7z = 4, \\ 2x + 3y - 2z = -7 \end{cases}$ ✓ $x = 1; y = -3; z = 0$
4) $\begin{cases} 10x + 9y + z = 10, \\ -5x - 5y - 2z = -7, \\ 7x + 6y - 9z = -3, \\ 2x + 3y - 2z = 1 \end{cases}$ ✓ $x = 0; y = 1; z = 1$	5) $\begin{cases} -2x + 4y + 11z = 13, \\ 2x - 5y + 3z = 0, \\ 3x - 4y - 9z = -10, \\ 3x - 2y - 2z = -1 \end{cases}$ ✓ $x = 1; y = 1; z = 1$	6) $\begin{cases} 13x - 6y + z = 51, \\ 2x + 7y - 2z = -8, \\ 9x - 4y - 9z = 35, \\ 3x - 2y - 2z = 13 \end{cases}$ ✓ $x = 3; y = -2; z = 0$
7) $\begin{cases} -10x - 6y + 7z = 8, \\ -5x - 5y - 2z = 10, \\ 9x + 6y + 5z = -9, \\ 3x + 3y = -6 \end{cases}$ ✓ $x = 1; y = -3; z = 0$	8) $\begin{cases} 5x - 6y + z = 30, \\ 2x - 5y + 3z = 12, \\ 2y + 7z = -27, \\ 3x - 2y - 2z = 21 \end{cases}$ ✓ $x = 3; y = -3; z = -3$	9) $\begin{cases} 5x + 9y + z = -13, \\ -5x - 5y - 2z = 2, \\ 3x + 6y + z = -10, \\ 3x + 3y - 2z = 2 \end{cases}$ ✓ $x = 3; y = -3; z = -1$
10) $\begin{cases} -8x - 10y - 9z = 12, \\ 2x + 7y - 2z = -12, \\ x - 5y + 4z = 11, \\ 2x + 5y + z = -8 \end{cases}$ ✓ $x = 1; y = -2; z = 0$	11) $\begin{cases} -2x - 6y + 5z = -5, \\ 2x + 7y + 3z = -21, \\ 7x + 6y + 7z = -26, \\ 2x + 3y + z = -7 \end{cases}$ ✓ $x = 1; y = -2; z = -3$	12) $\begin{cases} 8x - 6y - 4z = -10, \\ -5x + 7y - 2z = 5, \\ 7x - 4y - 3z = -7, \\ 2x - 2y + z = -1 \end{cases}$ ✓ $x = 0; y = 1; z = 1$
13) $\begin{cases} -10x + 9y - 13z = -44, \\ -5x + 7y - 2z = -34, \\ x - 3y + 7z = 5, \\ -4x + 3y - 2z = -19 \end{cases}$ ✓ $x = 3; y = -3; z = -1$	14) $\begin{cases} -10x - 6y + 7z = 25, \\ -5x - 5y - 2z = 13, \\ -5x - 4y + 5z = 17, \\ -4x - 2y = 6 \end{cases}$ ✓ $x = 0; y = -3; z = 1$	15) $\begin{cases} 13x + 9y - 4z = 12, \\ -5x - 5y + 3z = 0, \\ 3x + 6y + 7z = -9, \\ 3x + 3y + z = 0 \end{cases}$ ✓ $x = 3; y = -3; z = 0$

$$16) \begin{cases} 12x + 4y - 3z = 1, \\ -5x - 5y - 2z = 3, \\ -11x - 4y + z = -2, \\ -4x - 2y - 2z = -2 \end{cases}$$

$$\checkmark x = 1; y = -2; z = 1$$

$$19) \begin{cases} 2x + 9y - 4z = -12, \\ -5x + 7y + 3z = -29, \\ x - 3y + 4z = 9, \\ 2x + 3y + z = 0 \end{cases}$$

$$\checkmark x = 3; y = -2; z = 0$$

$$22) \begin{cases} -8x - 10y + 5z = -15, \\ 2x + 7y - 2z = 9, \\ x + 10y + 7z = 3, \\ 2x + 5y + z = 4 \end{cases}$$

$$\checkmark x = 0; y = 1; z = -1$$

$$25) \begin{cases} 7x + 15y + z = -12, \\ -5x + 7y + 3z = -38, \\ -6x - 5y - 3z = 1, \\ 3x + 5y - 2z = 5 \end{cases}$$

$$\checkmark x = 3; y = -2; z = -3$$

$$28) \begin{cases} 11x + 15y + 10z = 48, \\ -5x - 5y + 3z = -20, \\ 3x + 10y + 7z = 19, \\ 3x + 5y + z = 14 \end{cases}$$

$$\checkmark x = 3; y = 1; z = 0$$

$$17) \begin{cases} -14x - 6y + 7z = 4, \\ 2x - 5y - 2z = 17, \\ 7x + 2y - 5z = 1, \\ -4x - 2y = 2 \end{cases}$$

$$\checkmark x = 1; y = -3; z = 0$$

$$20) \begin{cases} 8x + 9y - 7z = 18, \\ 2x + 7y + 3z = -24, \\ -5x - 3y + 5z = -21, \\ 2x + 3y = -3 \end{cases}$$

$$\checkmark x = 3; y = -3; z = -3$$

$$23) \begin{cases} -6x + 4y + 11z = -3, \\ 2x - 5y + 3z = 15, \\ 7x - 4y - 9z = 6, \\ 2x - 2y - 2z = 4 \end{cases}$$

$$\checkmark x = 1; y = -2; z = 1$$

$$26) \begin{cases} 12x + 4y + 7z = 28, \\ -5x + 7y - 2z = -29, \\ -5x - 4y + 5z = -7, \\ -4x - 2y = -8 \end{cases}$$

$$\checkmark x = 3; y = -2; z = 0$$

$$29) \begin{cases} -10x - 6y + 10z = -16, \\ 2x + 7y + 3z = 4, \\ 7x + 2y + 4z = -2, \\ -4x - 2y + z = -3 \end{cases}$$

$$\checkmark x = 0; y = 1; z = -1$$

$$18) \begin{cases} 10x + 15y + 7z = 45, \\ 2x + 7y + 3z = 13, \\ x + 10y + 5z = 13, \\ 2x + 5y = 11 \end{cases}$$

$$\checkmark x = 3; y = 1; z = 0$$

$$21) \begin{cases} -16x + 15y - 13z = -33, \\ -5x + 7y + 3z = -22, \\ -11x + 10y - 9z = -22, \\ -4x + 5y - 2z = -12 \end{cases}$$

$$\checkmark x = 1; y = -2; z = -1$$

$$24) \begin{cases} -8x + 15y + z = 7, \\ -5x + 7y + 3z = 2, \\ -11x + 10y - 9z = -1, \\ -4x + 5y - 2z = 1 \end{cases}$$

$$\checkmark x = 1; y = 1; z = 0$$

$$27) \begin{cases} 2x + 15y + z = 16, \\ -5x - 5y + 3z = -13, \\ -5x - 5y - 3z = -7, \\ 2x + 5y - 2z = 9 \end{cases}$$

$$\checkmark x = 1; y = 1; z = -1$$

$$30) \begin{cases} 8x + 15y + 7z = -29, \\ -5x - 5y - 2z = 7, \\ x - 5y + 5z = 6, \\ 2x + 5y = -8 \end{cases}$$

$$\checkmark x = 1; y = -2; z = -1$$

Задача 54. Решить систему уравнений.

$$1) \begin{cases} 4x_1 + 6x_2 - 2x_3 - 2x_4 = -8, \\ x_1 + 2x_2 + 8x_3 + x_4 = 10, \\ x_1 + 2x_2 - 2x_3 - x_4 = -4, \\ 7x_1 + 2x_2 - 2x_3 = -14 \end{cases}$$

$$\checkmark x_1 = -2; x_2 = 1; x_3 = 1; x_4 = 2$$

$$2) \begin{cases} 4x_1 + 2x_2 + x_3 - 3x_4 = 3, \\ 4x_1 + 7x_2 - x_3 - 3x_4 = 14, \\ -x_1 - x_2 + 2x_4 = 2, \\ -2x_1 - x_3 + x_4 = -1 \end{cases}$$

$$\checkmark x_1 = 1; x_2 = 3; x_3 = 2; x_4 = 3$$

$$3) \begin{cases} -2x_1 + 2x_2 + x_3 - 2x_4 = 2, \\ 4x_1 - 5x_2 + 5x_4 = -3, \\ -2x_1 + 7x_3 + x_4 = 9, \\ -2x_1 + 9x_3 + x_4 = 13 \end{cases}$$

$$\checkmark x_1 = 3; x_2 = 4; x_3 = 2; x_4 = 1$$

$$4) \begin{cases} -3x_1 + 4x_2 + 5x_3 - 2x_4 = -3, \\ -3x_1 + 3x_2 + 2x_3 - x_4 = 5, \\ x_1 - x_2 - 2x_3 + x_4 = 3, \\ -3x_1 + 2x_3 - 2x_4 = -2 \end{cases}$$

$$\checkmark x_1 = -2; x_2 = 2; x_3 = -3; x_4 = 1$$

$$5) \begin{cases} 3x_1 + x_2 - 2x_3 + x_4 = -3, \\ -6x_1 - 4x_2 + 5x_3 - x_4 = 3, \\ -3x_1 - 5x_2 + 2x_3 + 2x_4 = -3, \\ 3x_1 + 3x_2 + x_3 - x_4 = 2 \end{cases}$$

$$\checkmark x_1 = -2; x_2 = 3; x_3 = 1; x_4 = 2$$

$$6) \begin{cases} -3x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 18, \\ 2x_2 + 4x_4 = 6, \\ 5x_1 + x_2 - x_3 + 2x_4 = -3, \\ -2x_1 + x_2 + x_3 = 8 \end{cases}$$

$$\checkmark x_1 = -1; x_2 = 5; x_3 = 1; x_4 = -1$$

$$7) \begin{cases} -2x_1 - x_2 + 3x_3 - 5x_4 = -9, \\ x_1 = -3, \\ x_1 - 2x_2 + x_3 - 3x_4 = -9, \\ x_1 - x_3 + x_4 = 1 \end{cases}$$

$$\checkmark x_1 = -3; x_2 = -1; x_3 = -2; x_4 = 2$$

$$8) \begin{cases} 2x_1 - 4x_2 - 2x_3 - 6x_4 = -22, \\ -2x_1 - 4x_2 + 3x_3 = -12, \\ x_1 - x_2 - 2x_3 - 3x_4 = -10, \\ -5x_1 + 4x_3 + 6x_4 = 5 \end{cases}$$

$$\checkmark x_1 = 3; x_2 = 3; x_3 = 2; x_4 = 2$$

$$9) \begin{cases} 3x_1 + x_2 - 3x_3 + 2x_4 = -8, \\ 5x_1 + 4x_2 - 3x_3 + 2x_4 = 1, \\ x_1 + 3x_2 + 3x_3 + x_4 = 19, \\ x_1 - x_2 - 3x_3 + x_4 = -13 \end{cases}$$

$$\checkmark x_1 = -3; x_2 = 5; x_3 = 2; x_4 = 1$$

$$10) \begin{cases} x_1 - x_2 - 2x_4 = -10, \\ -2x_2 + x_3 - 2x_4 = -17, \\ x_3 - 2x_4 = -7, \\ 2x_1 + x_2 - 2x_3 + 2x_4 = 13 \end{cases}$$

$$\checkmark x_1 = -1; x_2 = 5; x_3 = -3; x_4 = 2$$

$$12) \begin{cases} -2x_1 + 3x_2 + 2x_3 - x_4 = 17, \\ -2x_1 + 2x_2 = 10, \\ -x_1 + x_2 + x_3 - x_4 = 6, \\ -3x_3 + 2x_4 = -4 \end{cases}$$

$$\checkmark x_1 = -1; x_2 = 4; x_3 = 2; x_4 = 1$$

$$14) \begin{cases} -x_2 + x_3 + 4x_4 = -8, \\ x_1 - x_3 - 2x_4 = 8, \\ -7x_1 + 3x_2 + 2x_3 = -26, \\ -2x_1 + x_3 + 2x_4 = -11 \end{cases}$$

$$\checkmark x_1 = 3; x_2 = -1; x_3 = -1; x_4 = -2$$

$$16) \begin{cases} x_1 + 2x_2 - 2x_3 + x_4 = 19, \\ x_1 + x_2 + 3x_4 = 6, \\ 2x_1 + 3x_2 - 3x_3 + 5x_4 = 31, \\ -x_1 - 3x_2 + 6x_3 = -43 \end{cases}$$

$$\checkmark x_1 = -2; x_2 = 5; x_3 = -5; x_4 = 1$$

$$18) \begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 6x_3 - 6x_4 = -18, \\ -x_1 + 2x_2 - 4x_3 + 6x_4 = 13, \\ -x_1 - 2x_3 + 3x_4 = 7, \\ 2x_1 + 2x_2 + 8x_3 - 6x_4 = -20 \end{cases}$$

$$\checkmark x_1 = 1; x_2 = -1; x_3 = -1; x_4 = 2$$

$$20) \begin{cases} -2x_1 + 7x_2 - 6x_3 - 4x_4 = -27, \\ -3x_1 + x_2 - 2x_3 - 3x_4 = -18, \\ -x_1 + 2x_2 - 2x_3 - 3x_4 = -13, \\ x_1 - 2x_2 + 2x_3 + x_4 = 9 \end{cases}$$

$$\checkmark x_1 = 3; x_2 = -1; x_3 = 1; x_4 = 2$$

$$22) \begin{cases} 7x_1 - 5x_2 - 2x_3 + 3x_4 = -29, \\ -x_1 - 3x_2 + x_4 = -7, \\ -2x_1 + 2x_2 + x_3 - x_4 = 11, \\ 4x_1 + x_2 - 3x_3 = -10 \end{cases}$$

$$\checkmark x_1 = -2; x_2 = 4; x_3 = 2; x_4 = 3$$

$$24) \begin{cases} 4x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 1, \\ 2x_1 = -6, \\ -2x_1 - x_2 - 4x_4 = -9, \\ -2x_1 - 2x_2 - 2x_3 - x_4 = -1 \end{cases}$$

$$\checkmark x_1 = -3; x_2 = 3; x_3 = -1; x_4 = 3$$

$$26) \begin{cases} 6x_1 - 2x_2 + 3x_3 + 6x_4 = 2, \\ x_1 + 2x_2 - x_3 + 3x_4 = 4, \\ -2x_1 - x_3 - 3x_4 = -3, \\ 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 + 3x_4 = 4 \end{cases}$$

$$\checkmark x_1 = -1; x_2 = 2; x_3 = 2; x_4 = 1$$

$$28) \begin{cases} 2x_2 + x_3 - 2x_4 = 11, \\ x_2 + 2x_3 = -1, \\ x_1 - x_2 - x_3 + 2x_4 = -5, \\ x_1 - x_3 = 4 \end{cases}$$

$$\checkmark x_1 = 1; x_2 = 5; x_3 = -3; x_4 = -2$$

$$11) \begin{cases} -5x_1 - 6x_2 - 6x_3 + 5x_4 = -26, \\ 6x_1 + 5x_2 + 4x_3 - 2x_4 = 23, \\ -5x_1 - 3x_2 - 2x_3 - 3x_4 = -9, \\ -2x_1 - 2x_2 - 2x_3 + x_4 = -8 \end{cases}$$

$$\checkmark x_1 = 2; x_2 = 3; x_3 = -2; x_4 = -2$$

$$13) \begin{cases} -x_1 - x_2 - 2x_3 - 2x_4 = 0, \\ -x_1 - 3x_2 - 3x_3 = -7, \\ -4x_2 - 4x_3 + 5x_4 = -13, \\ 2x_2 - x_3 = 7 \end{cases}$$

$$\checkmark x_1 = 1; x_2 = 3; x_3 = -1; x_4 = -1$$

$$15) \begin{cases} 3x_1 + 3x_2 + 6x_3 + 4x_4 = 21, \\ -x_1 + x_2 - 3x_3 + 3x_4 = 15, \\ -3x_1 - 2x_2 - 2x_4 = -17, \\ -x_1 - x_2 - 3x_3 - x_4 = -5 \end{cases}$$

$$\checkmark x_1 = 1; x_2 = 4; x_3 = -1; x_4 = 3$$

$$17) \begin{cases} 4x_1 - 3x_2 + 4x_3 + x_4 = -35, \\ 2x_1 + 5x_2 - 2x_3 - 2x_4 = 18, \\ 6x_1 + x_2 + 2x_3 - x_4 = -19, \\ x_1 - 2x_2 + 2x_3 + x_4 = -17 \end{cases}$$

$$\checkmark x_1 = -2; x_2 = 2; x_3 = -5; x_4 = -1$$

$$19) \begin{cases} x_1 + 5x_2 + 5x_3 + 6x_4 = 39, \\ x_2 - 3x_3 = -2, \\ 2x_2 + x_3 + 2x_4 = 14, \\ 3x_1 + 3x_3 + 2x_4 = 1 \end{cases}$$

$$\checkmark x_1 = -3; x_2 = 4; x_3 = 2; x_4 = 2$$

$$21) \begin{cases} -3x_1 - x_2 + x_4 = -8, \\ 2x_1 + 3x_2 - 3x_3 - x_4 = 11, \\ -2x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 1, \\ -2x_1 + x_2 - 4x_3 - x_4 = -6 \end{cases}$$

$$\checkmark x_1 = 2; x_2 = 4; x_3 = 1; x_4 = 2$$

$$23) \begin{cases} 4x_1 - 2x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 6, \\ -7x_1 + 2x_2 - 7x_3 + 4x_4 = -18, \\ -2x_1 - 2x_3 + 2x_4 = -6, \\ -2x_4 = -2 \end{cases}$$

$$\checkmark x_1 = 2; x_2 = 3; x_3 = 2; x_4 = 1$$

$$25) \begin{cases} -3x_1 + x_2 + x_3 = -12, \\ -9x_1 + x_2 + 4x_3 = -45, \\ -3x_1 + 5x_2 + x_3 - x_4 = -2, \\ 6x_1 - 5x_3 = 43 \end{cases}$$

$$\checkmark x_1 = 3; x_2 = 2; x_3 = -5; x_4 = -2$$

$$27) \begin{cases} -2x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 2, \\ -6x_1 + 4x_2 - 2x_3 + 4x_4 = 8, \\ -2x_1 + 3x_2 + 3x_3 + x_4 = 0, \\ 4x_1 - x_2 + x_3 = 3 \end{cases}$$

$$\checkmark x_1 = 2; x_2 = 3; x_3 = -2; x_4 = 1$$

$$29) \begin{cases} 7x_1 - x_2 - 6x_3 - 5x_4 = -16, \\ 5x_1 + 4x_2 - 2x_3 - 3x_4 = 9, \\ -4x_1 + x_2 - 2x_4 = -11, \\ -2x_1 + 2x_3 + 2x_4 = 6 \end{cases}$$

$$\checkmark x_1 = 2; x_2 = 3; x_3 = 2; x_4 = 3$$

$$30) \begin{cases} -x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 4, \\ 3x_1 + x_2 - 2x_3 - 2x_4 = -3, \\ x_1 - x_2 - x_3 = 2, \\ -x_1 + x_3 + 2x_4 = 5 \end{cases}$$

✓ $x_1 = 2; x_2 = -1; x_3 = 1; x_4 = 3$

Задача 55. Исследовать на совместность и найти общее решение и одно частное решение системы уравнений:

$$1) \begin{cases} -x_1 + 3x_2 + 2x_3 = -2, \\ 2x_1 - 6x_2 - 4x_3 = 9 \end{cases} \quad 2) \begin{cases} -2x_1 + 4x_2 = 11, \\ -x_1 + 2x_2 = 3 \end{cases} \quad 3) \begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 = 2, \\ 2x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 1 \end{cases}$$

✓ система несовместна

✓ система несовместна

✓ система несовместна

$$4) \begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 = 4, \\ -2x_1 + 2x_2 - 2x_3 = -11 \end{cases} \quad 5) \begin{cases} 3x_1 - 9x_2 = 14, \\ x_1 - 3x_2 = 5 \end{cases}$$

✓ система несовместна

✓ система несовместна

$$6) \begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 = -1, \\ -x_1 - x_2 - 2x_3 = 1 \end{cases}$$

✓ общее решение: $x_1 = -1 - \alpha - 2\beta$, $x_2 = \alpha$, $x_3 = \beta$, частное решение: $x_1 = -1$, $x_2 = 0$, $x_3 = 0$

$$7) \begin{cases} -x_1 + 2x_2 = -4, \\ -3x_1 + 6x_2 = -12 \end{cases}$$

✓ общее решение: $x_1 = 4 + 2\alpha$, $x_2 = \alpha$, частное решение: $x_1 = 4$, $x_2 = 0$

$$8) \begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 6, \\ -x_1 - x_2 - x_3 = -3 \end{cases}$$

✓ общее решение: $x_1 = 3 - \alpha - \beta$, $x_2 = \alpha$, $x_3 = \beta$, частное решение: $x_1 = 3$, $x_2 = 0$, $x_3 = 0$

$$9) \begin{cases} -x_1 - x_2 - 2x_3 = -3, \\ -2x_1 - 2x_2 - 4x_3 = -1 \end{cases} \quad 10) \begin{cases} -x_1 + 2x_2 = 3, \\ x_1 - 2x_2 = -3 \end{cases}$$

✓ система несовместна

✓ общее решение: $x_1 = -3 + 2\alpha$, $x_2 = \alpha$, частное решение: $x_1 = -3$, $x_2 = 0$

$$11) \begin{cases} -x_1 - 2x_2 + 2x_3 = 3, \\ x_1 + 2x_2 - 2x_3 = -3 \end{cases}$$

✓ общее решение: $x_1 = -3 - 2\alpha + 2\beta$, $x_2 = \alpha$, $x_3 = \beta$, частное решение: $x_1 = -3$, $x_2 = 0$, $x_3 = 0$

$$12) \begin{cases} -2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = -8, \\ -x_1 + x_2 + x_3 = -4 \end{cases}$$

✓ общее решение: $x_1 = 4 + \alpha + \beta$, $x_2 = \alpha$, $x_3 = \beta$, частное решение: $x_1 = 4$, $x_2 = 0$, $x_3 = 0$

$$13) \begin{cases} -x_1 + 3x_2 - x_3 = 3, \\ -2x_1 + 6x_2 - 2x_3 = 3 \end{cases} \quad 14) \begin{cases} -x_1 - x_2 = 2, \\ 2x_1 + 2x_2 = -4 \end{cases}$$

✓ система несовместна

✓ общее решение: $x_1 = -2 - \alpha$, $x_2 = \alpha$, частное решение: $x_1 = -2$, $x_2 = 0$

$$15) \begin{cases} x_1 + x_2 = -1, \\ -2x_1 - 2x_2 = 2 \end{cases}$$

✓ общее решение: $x_1 = -1 - \alpha$, $x_2 = \alpha$, частное решение: $x_1 = -1$, $x_2 = 0$

$$16) \begin{cases} -x_1 + 2x_2 - x_3 = 2, \\ 2x_1 - 4x_2 + 2x_3 = 1 \end{cases}$$

✓ система несовместна

$$17) \begin{cases} 2x_1 - 2x_2 - 4x_3 = 10, \\ x_1 - x_2 - 2x_3 = 5 \end{cases}$$

✓ общее решение: $x_1 = 5 + \alpha + 2\beta$, $x_2 = \alpha$, $x_3 = \beta$, частное решение: $x_1 = 5$, $x_2 = 0$, $x_3 = 0$

$$18) \begin{cases} x_1 - 2x_2 - 2x_3 = 2, \\ -2x_1 + 4x_2 + 4x_3 = -7 \end{cases} \quad 19) \begin{cases} -2x_1 + 6x_2 = -1, \\ -x_1 + 3x_2 = -3 \end{cases}$$

✓ система несовместна

✓ система несовместна

$$20) \begin{cases} x_1 + x_2 - 2x_3 = 5, \\ -x_1 - x_2 + 2x_3 = -5 \end{cases}$$

✓ общее решение: $x_1 = 5 - \alpha + 2\beta$, $x_2 = \alpha$, $x_3 = \beta$, частное решение: $x_1 = 5$, $x_2 = 0$, $x_3 = 0$

$$21) \begin{cases} -x_1 - 2x_2 + 2x_3 = -2, \\ x_1 + 2x_2 - 2x_3 = 2 \end{cases}$$

✓ общее решение: $x_1 = 2 - 2\alpha + 2\beta$, $x_2 = \alpha$, $x_3 = \beta$, частное решение: $x_1 = 2$, $x_2 = 0$, $x_3 = 0$

$$22) \begin{cases} 3x_1 - 6x_2 - 9x_3 = 15, \\ x_1 - 2x_2 - 3x_3 = 5 \end{cases}$$

✓ общее решение: $x_1 = 5 + 2\alpha + 3\beta$, $x_2 = \alpha$, $x_3 = \beta$, частное решение: $x_1 = 5$, $x_2 = 0$, $x_3 = 0$

$$23) \begin{cases} x_1 - 3x_2 = 1, \\ -2x_1 + 6x_2 = -2 \end{cases}$$

✓ общее решение: $x_1 = 1 + 3\alpha$, $x_2 = \alpha$, частное решение: $x_1 = 1$, $x_2 = 0$

$$24) \begin{cases} x_1 - 2x_2 = -1, \\ 3x_1 - 6x_2 = -3 \end{cases}$$

✓ общее решение: $x_1 = -1 + 2\alpha$, $x_2 = \alpha$, частное решение: $x_1 = -1$, $x_2 = 0$

$$25) \begin{cases} -x_1 + 3x_2 - x_3 = 1, \\ x_1 - 3x_2 + x_3 = 4 \end{cases}$$

✓ система несовместна

$$26) \begin{cases} x_1 + x_2 = 3, \\ -2x_1 - 2x_2 = -6 \end{cases}$$

✓ общее решение: $x_1 = 3 - \alpha$, $x_2 = \alpha$, частное решение: $x_1 = 3$, $x_2 = 0$

$$27) \begin{cases} -2x_1 + 6x_2 = -3, \\ -x_1 + 3x_2 = -2 \end{cases}$$

✓ система несовместна

$$28) \begin{cases} 3x_1 + 3x_2 - 6x_3 = 15, \\ x_1 + x_2 - 2x_3 = 5 \end{cases}$$

✓ общее решение: $x_1 = 5 - \alpha + 2\beta$, $x_2 = \alpha$, $x_3 = \beta$, частное решение: $x_1 = 5$, $x_2 = 0$, $x_3 = 0$

$$29) \begin{cases} 2x_1 - 4x_2 - 6x_3 = 10, \\ -x_1 + 2x_2 + 3x_3 = -5 \end{cases}$$

✓ общее решение: $x_1 = 5 + 2\alpha + 3\beta$, $x_2 = \alpha$, $x_3 = \beta$, частное решение: $x_1 = 5$, $x_2 = 0$, $x_3 = 0$

$$30) \begin{cases} -x_1 + x_2 - 2x_3 = 3, \\ 2x_1 - 2x_2 + 4x_3 = -9 \end{cases}$$

✓ система несовместна

Задача 56. Исследовать на совместность и найти общее решение и одно частное решение системы уравнений:

$$1) \begin{cases} -x_1 + 3x_2 = -1, \\ -4x_1 - 3x_2 = -19 \end{cases}$$

✓ система имеет единственное решение: $x_1 = 4$, $x_2 = 1$

$$2) \begin{cases} 3x_1 + 2x_3 - 5x_4 = 11, \\ -4x_1 - 11x_2 + x_3 + 14x_4 = -11, \\ -6x_1 - 33x_2 + 7x_3 + 32x_4 = -11 \end{cases}$$

✓ общее решение: $x_1 = 3 - 2\alpha + 3\beta$, $x_2 = \alpha$, $x_3 = 1 + 3\alpha - 2\beta$, $x_4 = \beta$, частное решение: $x_1 = 3$, $x_2 = 0$, $x_3 = 1$, $x_4 = 0$

$$3) \begin{cases} -x_1 + 8x_2 + 5x_3 - 3x_4 = 12, \\ 6x_1 - 21x_2 - 3x_3 - 9x_4 = 9, \\ 15x_1 - 39x_2 + 6x_3 - 36x_4 = 63 \end{cases}$$

✓ общее решение: $x_1 = 3 + 3\alpha + 2\beta$, $x_2 = \alpha$, $x_3 = 3 - \alpha + \beta$, $x_4 = \beta$, частное решение: $x_1 = 3$, $x_2 = 0$, $x_3 = 3$, $x_4 = 0$

$$4) \begin{cases} 3x_1 - 4x_2 - 5x_3 - 13x_4 - 5x_5 = 9, \\ -2x_1 - x_2 - 4x_3 + 5x_4 + 7x_5 = 5, \\ -12x_1 + 5x_2 - 2x_3 + 41x_4 + 31x_5 = 2 \end{cases}$$

✓ система несовместна

$$5) \begin{cases} -3x_1 - 2x_2 = 1, \\ -10x_1 + 6x_2 = 13, \\ -2x_1 + 5x_2 = 7 \end{cases}$$

✓ система несовместна

$$6) \begin{cases} 2x_1 + 2x_2 - x_3 - x_4 = -5, \\ -22x_1 - 22x_2 + 6x_3 + 11x_4 - 5x_5 = 15 \end{cases}$$

✓ общее решение: $x_1 = \beta$, $x_2 = \gamma$, $x_3 = 5 - \alpha + 2\beta + 2\gamma$, $x_4 = \alpha$, $x_5 = 3 + \alpha - 2\beta - 2\gamma$, частное решение: $x_1 = 0$, $x_2 = 0$

$$7) \begin{cases} 3x_1 + 16x_2 + 5x_3 - 8x_4 = 19, \\ 3x_1 + 18x_2 + 6x_3 - 9x_4 = 21 \end{cases}$$

✓ общее решение: $x_1 = 3 + \alpha - 2\beta$, $x_2 = \beta$, $x_3 = 2 + \alpha - 2\beta$, $x_4 = \alpha$, частное решение: $x_1 = 3$, $x_2 = 0$, $x_3 = 2$, $x_4 = 0$

$$8) \begin{cases} 5x_1 - x_2 - 7x_3 = -7, \\ -2x_1 + 3x_2 - 5x_3 = -5, \\ 6x_1 + 4x_2 - 24x_3 = -24 \end{cases}$$

✓ общее решение: $x_1 = -2 + 2\alpha$, $x_2 = -3 + 3\alpha$, $x_3 = \alpha$, частное решение: $x_1 = -2$, $x_2 = -3$, $x_3 = 0$

$$9) \begin{cases} -3x_2 - 3x_3 = -27, \\ -3x_1 + 3x_2 + 6x_3 = 39 \end{cases}$$

✓ общее решение: $x_1 = \alpha$, $x_2 = 5 - \alpha$, $x_3 = 4 + \alpha$, частное решение: $x_1 = 0$, $x_2 = 5$, $x_3 = 4$

$$10) \begin{cases} 5x_1 - 2x_2 - 14x_3 + 11x_4 - 8x_5 = 9, \\ 2x_1 - 5x_2 - 14x_3 + 17x_4 + x_5 = -9, \\ -4x_1 - 11x_2 - 14x_3 + 29x_4 + 19x_5 = -46 \end{cases}$$

$$11) \begin{cases} 3x_1 - 3x_2 + 3x_3 - 12x_4 = 12, \\ -4x_1 + 5x_2 - 3x_3 + 17x_4 = -15, \\ -11x_1 + 13x_2 - 9x_3 + 46x_4 = -37 \end{cases}$$

✓ система несовместна

✓ система несовместна

$$12) \begin{cases} 4x_1 - 5x_2 = -17, \\ 3x_1 - 3x_2 = -12, \\ 2x_1 - x_2 = -7 \end{cases}$$

✓ система имеет единственное решение: $x_1 = -3$, $x_2 = 1$

$$13) \begin{cases} -20x_1 - 24x_2 + 7x_3 + x_4 - 3x_5 = 34, \\ -6x_1 - 15x_2 + 6x_3 + 12x_4 + 3x_5 = 18 \end{cases}$$

✓ общее решение: $x_1 = \beta$, $x_2 = \gamma$, $x_3 = 4 - \alpha + 2\beta + 3\gamma$, $x_4 = \alpha$, $x_5 = -2 - 2\alpha - 2\beta - \gamma$, частное решение: $x_1 = 0$, $x_2 = 0$,

$$14) \begin{cases} -x_1 + 2x_2 - 4x_3 = 6, \\ 6x_1 - 5x_2 + 17x_3 = -8, \\ -9x_1 + 11x_2 - 29x_3 = 26 \end{cases}$$

✓ общее решение: $x_1 = 2 - 2\alpha$, $x_2 = 4 + \alpha$, $x_3 = \alpha$, частное решение: $x_1 = 2$, $x_2 = 4$, $x_3 = 0$

$$15) \begin{cases} -3x_1 + x_2 + 15x_3 + 21x_4 - 4x_5 = -25, \\ -2x_1 + 4x_2 + 5x_3 + 9x_4 - x_5 = -10, \\ 8x_1 - 6x_2 - 35x_3 - 51x_4 + 9x_5 = 60 \end{cases}$$

✓ общее решение: $x_1 = 3 + \alpha + 3\beta + 3\gamma$, $x_2 = \beta$, $x_3 = \alpha$, $x_4 = \gamma$, $x_5 = 4 + 3\alpha - 2\beta + 3\gamma$, частное решение: $x_1 = 3$, $x_2 = 0$,

$$16) \begin{cases} x_1 + 4x_2 = 5, \\ 6x_1 + x_2 = 7 \end{cases}$$

✓ система имеет единственное решение: $x_1 = 1$, $x_2 = 1$

$$17) \begin{cases} 7x_1 - 2x_2 - 15x_3 = -27, \\ 6x_1 - 5x_2 - 3x_3 = -33, \\ -2x_1 - 6x_2 + 24x_3 = -12 \end{cases}$$

✓ общее решение: $x_1 = -3 + 3\alpha$, $x_2 = 3 + 3\alpha$, $x_3 = \alpha$, частное решение: $x_1 = -3$, $x_2 = 3$, $x_3 = 0$

$$18) \begin{cases} 7x_1 - x_2 - 12x_3 = -9, \\ -4x_1 + 5x_2 - 2x_3 = 14, \\ -19x_1 + 16x_2 + 6x_3 = 51 \end{cases}$$

✓ общее решение: $x_1 = -1 + 2\alpha$, $x_2 = 2 + 2\alpha$, $x_3 = \alpha$, частное решение: $x_1 = -1$, $x_2 = 2$, $x_3 = 0$

$$19) \begin{cases} -13x_1 - 18x_2 + x_3 - 11x_4 + 5x_5 = 27, \\ -3x_2 - 2x_3 - 4x_4 + 3x_5 = 11 \end{cases}$$

✓ общее решение: $x_1 = \beta$, $x_2 = \gamma$, $x_3 = 2 + \alpha + 3\beta + 3\gamma$, $x_4 = \alpha$, $x_5 = 5 + 2\alpha + 2\beta + 3\gamma$, частное решение: $x_1 = 0$, $x_2 = 0$,

$$20) \begin{cases} -3x_1 + 5x_2 = -13, \\ -10x_1 + 7x_2 = -27, \\ 4x_1 + 3x_2 = -2 \end{cases}$$

✓ система несовместна

$$21) \begin{cases} -9x_1 - 15x_2 + 3x_3 - 10x_4 + 2x_5 = 17, \\ 9x_1 - 3x_2 + 6x_3 - 2x_4 - 5x_5 = 25 \end{cases}$$

✓ общее решение: $x_1 = \beta$, $x_2 = \gamma$, $x_3 = 5 + 2\alpha + \beta + 3\gamma$, $x_4 = \alpha$, $x_5 = 1 + 2\alpha + 3\beta + 3\gamma$, частное решение: $x_1 = 0$, $x_2 = 0$, $x_3 = 5$, $x_4 = 0$, $x_5 = 1$

$$22) \begin{cases} -x_1 - x_2 + x_3 = -1, \\ -3x_2 + 2x_3 = -4 \end{cases}$$

✓ общее решение: $x_1 = \alpha$, $x_2 = 2 + 2\alpha$, $x_3 = 1 + 3\alpha$, частное решение: $x_1 = 0$, $x_2 = 2$, $x_3 = 1$

$$23) \begin{cases} -3x_1 - 5x_2 + 4x_3 + 3x_4 + x_5 = 2, \\ 4x_1 + 11x_2 - x_3 - 17x_4 + 3x_5 = 19, \\ 2x_1 - x_2 - 7x_3 + 11x_4 - 5x_5 = -23 \end{cases}$$

✓ общее решение: $x_1 = 1 + \alpha - 2\beta + 2\gamma$, $x_2 = \beta$, $x_3 = \alpha$, $x_4 = \gamma$, $x_5 = 5 - \alpha - \beta + 3\gamma$, частное решение: $x_1 = 1$, $x_2 = 0$, $x_3 = 0$, $x_4 = 0$, $x_5 = 2$

$$24) \begin{cases} 7x_1 - 3x_2 = 8, \\ -2x_1 + x_2 = -2 \end{cases}$$

✓ система имеет единственное решение: $x_1 = 2$, $x_2 = 2$

$$25) \begin{cases} -3x_1 + 3x_3 = -15, \\ 6x_1 - x_2 - 5x_3 = 26, \\ 9x_1 - 3x_2 - 6x_3 = 33 \end{cases}$$

✓ общее решение: $x_1 = 5 + \alpha$, $x_2 = 4 + \alpha$, $x_3 = \alpha$, частное решение: $x_1 = 5$, $x_2 = 4$, $x_3 = 0$

$$26) \begin{cases} 4x_1 + 17x_2 - 3x_3 + 5x_4 = 5, \\ -5x_1 + 2x_2 - 4x_3 + 17x_4 = 17 \end{cases}$$

✓ общее решение: $x_1 = -1 + \alpha - 2\beta$, $x_2 = \beta$, $x_3 = -3 + 3\alpha + 3\beta$, $x_4 = \alpha$, частное решение: $x_1 = -1$, $x_2 = 0$, $x_3 = -3$, $x_4 = 0$

$$27) \begin{cases} -4x_1 - 19x_2 + 5x_3 - 9x_4 = -7, \\ -5x_1 - 17x_2 + 4x_3 - 9x_4 = -2 \end{cases}$$

✓ общее решение: $x_1 = -2 - \alpha - \beta$, $x_2 = \beta$, $x_3 = -3 + \alpha + 3\beta$, $x_4 = \alpha$, частное решение: $x_1 = -2$, $x_2 = 0$, $x_3 = -3$, $x_4 = 0$

$$28) \begin{cases} x_1 + x_2 = 1, \\ 2x_1 - 3x_2 = -18 \end{cases}$$

✓ система имеет единственное решение: $x_1 = -3$, $x_2 = 4$

$$29) \begin{cases} -x_1 - 3x_2 + 7x_3 + x_4 = -19, \\ 6x_1 - 5x_2 + 4x_3 + 17x_4 = -1, \\ -5x_1 + 8x_2 - 11x_3 - 18x_4 = 21 \end{cases}$$

✓ система несовместна

$$30) \begin{cases} 3x_1 + 4x_2 + 14x_3 - 18x_4 = 32, \\ -2x_1 + 5x_2 + 6x_3 - 11x_4 = 17, \\ 11x_1 + 7x_2 + 36x_3 - 43x_4 = 80 \end{cases}$$

✓ система несовместна

Задача 57. Исследовать на совместность и найти общее решение и одно частное решение системы уравнений:

$$1) \begin{cases} 3x_1 + 4x_2 + 4x_3 - 10x_4 - 14x_5 = 43, \\ 4x_1 + 10x_2 + 4x_3 - 20x_4 - 34x_5 = 72, \\ x_1 + 2x_2 + x_3 - 4x_4 - 7x_5 = 16, \\ x_1 - 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 + 6x_5 = 3 \end{cases}$$

✓ общее решение: $x_1 = 5 - 2\alpha + 2\beta$, $x_2 = 4 + 2\alpha + 3\beta$, $x_3 = 3 + 2\alpha - \beta$, $x_4 = \alpha$, $x_5 = \beta$, частное решение: $x_1 = 5$, $x_2 = 0$, $x_3 = 3$, $x_4 = 0$, $x_5 = 0$

$$2) \begin{cases} x_1 - 2x_2 - 2x_3 - 3x_4 = -7, \\ -x_1 - 2x_2 + x_3 - 3x_4 = -5, \\ 4x_2 - x_3 + 10x_4 = 4, \\ 3x_1 - 6x_2 - 4x_3 - 13x_4 = -16 \end{cases}$$

✓ система несовместна

$$3) \begin{cases} -3x_1 - 2x_2 + 19x_3 - 3x_4 = -31, \\ -x_1 - x_2 + 7x_3 - x_4 = -12, \\ -2x_1 + 12x_3 - 3x_4 = -19, \\ -8x_1 - 3x_2 + 50x_3 - 10x_4 = -81 \end{cases}$$

✓ общее решение: $x_1 = 2 + 3\alpha$, $x_2 = 5 + 2\alpha$, $x_3 = \alpha$, $x_4 = 5 + 2\alpha$, частное решение: $x_1 = 2$, $x_2 = 5$, $x_3 = 0$, $x_4 = 5$

$$4) \begin{cases} 2x_1 + 4x_2 - 3x_3 = 10, \\ 2x_2 - 2x_3 = 2, \\ -2x_1 - 2x_2 = -6 \end{cases}$$

✓ система имеет единственное решение: $x_1 = 4, x_2 = -1, x_3 = -2$

$$6) \begin{cases} -x_1 + x_3 = 0, \\ -3x_1 + x_2 + 2x_3 = 0, \\ -5x_1 + x_2 + 6x_3 = 2, \\ -2x_1 + x_2 - x_3 = -2 \end{cases}$$

✓ система имеет единственное решение: $x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 1$

$$8) \begin{cases} -2x_1 + 2x_2 - 2x_3 = -4, \\ -6x_1 + 5x_2 - 5x_3 = -8, \\ 2x_1 - 2x_3 = -6 \end{cases}$$

✓ система имеет единственное решение: $x_1 = -2, x_2 = -3, x_3 = 1$

$$10) \begin{cases} 8x_1 + 3x_2 - 7x_3 = 0, \\ 2x_1 + x_2 - 2x_3 = 0, \\ 2x_1 - 2x_3 = -4 \end{cases}$$

✓ система имеет единственное решение: $x_1 = 2, x_2 = 4, x_3 = 4$

$$11) \begin{cases} -2x_1 - 3x_2 + 6x_3 + 5x_4 = 21, \\ -x_2 + x_4 = 7, \\ 2x_1 + x_2 - 5x_3 - 2x_4 = -2, \\ -6x_1 - 6x_2 + 16x_3 + 10x_4 = 32 \end{cases}$$

✓ общее решение: $x_1 = 5 + 2\alpha, x_2 = -2 - \alpha, x_3 = \alpha, x_4 = 5 - \alpha$, частное решение: $x_1 = 5, x_2 = -2, x_3 = 0, x_4 = 5$

$$12) \begin{cases} x_1 - 2x_3 = 7, \\ x_2 - 2x_3 = 1, \\ -x_1 + 2x_2 - 3x_3 = -4, \\ -4x_2 + 9x_3 = 0 \end{cases}$$

✓ система несовместна

$$13) \begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 15, \\ 2x_2 - x_3 = 6, \\ x_1 + 2x_2 = 11, \\ -2x_1 - 2x_2 - 2x_3 = -15 \end{cases}$$

✓ система несовместна

$$14) \begin{cases} -2x_1 - x_2 - 2x_3 + x_4 = -9, \\ 5x_1 + 2x_2 + x_3 - x_4 = 3, \\ -6x_1 - 2x_2 + x_4 = 1 \end{cases}$$

✓ общее решение: $x_1 = \alpha, x_2 = -2 - 2\alpha, x_3 = 4 + \alpha, x_4 = -3 + 2\alpha$, частное решение: $x_1 = 0, x_2 = -2, x_3 = 4, x_4 = -3$

$$15) \begin{cases} -8x_1 + 6x_2 + 15x_3 - x_4 = -5, \\ 2x_1 - 2x_2 - 5x_3 + x_4 = 3, \\ 8x_1 - 4x_2 - 9x_3 - 3x_4 = -3, \\ -22x_1 + 14x_2 + 34x_3 + 2x_4 = -4 \end{cases}$$

✓ общее решение: $x_1 = -1 + \alpha, x_2 = -2 - \alpha, x_3 = \alpha, x_4 = 1 + \alpha$, частное решение: $x_1 = -1, x_2 = -2, x_3 = 0, x_4 = 1$

$$16) \begin{cases} 4x_1 - x_3 - 7x_4 + 5x_5 = 10, \\ -x_1 - 3x_2 - 2x_3 + 13x_4 - 5x_5 = -22, \\ x_1 - 3x_2 - 2x_3 + 9x_4 - 3x_5 = -11, \\ 5x_1 + 9x_2 + 5x_3 - 42x_4 + 18x_5 = 70 \end{cases}$$

✓ система несовместна

$$17) \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 5x_3 - 2x_4 = -13, \\ x_1 + 3x_2 + 5x_3 - x_4 = -11, \\ -x_1 - 3x_2 - 7x_3 + 2x_4 = 15, \\ -4x_1 - 11x_2 - 24x_3 + 7x_4 = 54 \end{cases}$$

✓ общее решение: $x_1 = -1 + 3\alpha, x_2 = -2 - 2\alpha, x_3 = \alpha, x_4 = 4 + 2\alpha$, частное решение: $x_1 = -1, x_2 = -2, x_3 = 0, x_4 = 4$

$$5) \begin{cases} -x_1 + 2x_2 - 2x_3 + x_4 - 3x_5 = -5, \\ x_2 - x_3 - x_5 = 0, \\ -x_1 + 2x_2 - 6x_3 + 5x_4 + 5x_5 = -2, \\ x_1 - 3x_2 + 5x_3 - 3x_4 = 3 \end{cases}$$

✓ система несовместна

$$7) \begin{cases} -x_1 + 3x_2 = 4, \\ -3x_2 + x_3 = -4, \\ 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 = 5, \\ -3x_2 + 2x_3 = -4 \end{cases}$$

✓ система несовместна

$$9) \begin{cases} x_1 - 4x_2 + x_3 - 14x_4 = -5, \\ x_1 - 2x_2 - x_3 - 4x_4 = -9, \\ 2x_1 - 2x_2 - 2x_3 - 4x_4 = -12, \\ -x_1 + 2x_2 - x_3 + 10x_4 = 0 \end{cases}$$

✓ система несовместна

$$18) \begin{cases} -3x_1 + 12x_3 + 8x_4 - x_5 = -12, \\ 9x_1 + x_2 - 38x_3 - 29x_4 + 4x_5 = 41, \\ -2x_2 - 2x_3 + 6x_4 = -4 \end{cases}$$

✓ общее решение: $x_1 = 3 + 3\alpha + 2\beta$, $x_2 = 2 - \alpha + 3\beta$, $x_3 = \alpha$, $x_4 = \beta$, $x_5 = 3 + 3\alpha + 2\beta$, частное решение: $x_1 = 3$, $x_2 = 2$, $x_3 = 0$, $x_4 = 0$, $x_5 = 3$

$$19) \begin{cases} -2x_1 + 3x_2 - x_3 = -16, \\ 3x_2 - 2x_3 = -15, \\ -12x_1 + 15x_2 - 6x_3 = -87, \\ -4x_1 + 3x_2 - x_3 = -20 \end{cases}$$

$$20) \begin{cases} -x_1 - 6x_2 - x_3 - 13x_4 = -1, \\ x_1 + 2x_2 + x_3 + 5x_4 = 5, \\ -x_1 + 2x_2 - 2x_3 + 4x_4 = -11, \\ x_1 + 6x_2 + 2x_3 + 12x_4 = 4 \end{cases}$$

✓ система имеет единственное решение: $x_1 = 2$, $x_2 = -3$, $x_3 = 3$

✓ система несовместна

$$21) \begin{cases} 4x_1 - 4x_2 = 24, \\ -x_1 + 2x_2 + x_3 = -3, \\ 2x_1 + x_3 = 13, \\ -6x_1 - 4x_3 = -45 \end{cases}$$

$$22) \begin{cases} x_1 - 3x_2 - x_3 + 4x_4 + 7x_5 = -18, \\ 3x_2 - 2x_3 + 3x_4 - 11x_5 = 13, \\ -3x_1 + 3x_2 + 5x_3 - 12x_4 - x_5 = 25, \\ x_1 - 3x_2 + x_3 - 2x_4 + 9x_5 = -16 \end{cases}$$

✓ система несовместна

✓ система несовместна

$$23) \begin{cases} 2x_1 - 9x_2 + 35x_3 + 4x_4 = -36, \\ x_1 - 3x_2 + 12x_3 + x_4 = -13, \\ -x_1 + x_3 + 3x_4 = 5, \\ 7x_1 - 24x_2 + 93x_3 + 7x_4 = -103 \end{cases}$$

✓ общее решение: $x_1 = -2 - 2\alpha$, $x_2 = 4 + 3\alpha$, $x_3 = \alpha$, $x_4 = 1 - \alpha$, частное решение: $x_1 = -2$, $x_2 = 4$, $x_3 = 0$, $x_4 = 1$

$$24) \begin{cases} -x_1 + 3x_2 + 4x_3 = -5, \\ -x_1 + x_2 + x_3 = 0, \\ -3x_1 - x_2 - 2x_3 = 9, \\ -6x_1 - 6x_2 - 10x_3 = 29 \end{cases}$$

✓ система несовместна

$$25) \begin{cases} 4x_1 + 6x_2 - 28x_3 - 10x_4 - 4x_5 = 4, \\ x_1 + 3x_2 - 12x_3 - 3x_4 - 2x_5 = 3, \\ 2x_1 + 9x_2 - 32x_3 - 8x_4 - 5x_5 = 11 \end{cases}$$

✓ общее решение: $x_1 = -1 + 2\alpha + 2\beta$, $x_2 = 2 + 2\alpha + \beta$, $x_3 = \alpha$, $x_4 = \beta$, $x_5 = 1 - 2\alpha + \beta$, частное решение: $x_1 = -1$, $x_2 = 2$, $x_3 = 0$, $x_4 = 0$, $x_5 = 1$

$$26) \begin{cases} -x_1 - 3x_2 - x_3 = 6, \\ x_1 - 3x_2 - 2x_3 = 9, \\ -10x_1 + 18x_2 + 15x_3 = -61, \\ 4x_1 - 9x_2 - 7x_3 = 29 \end{cases}$$

✓ система имеет единственное решение: $x_1 = 1$, $x_2 = -2$, $x_3 = -1$

$$27) \begin{cases} -4x_1 + 4x_2 + 18x_3 + x_4 + x_5 = -27, \\ -x_1 + 2x_2 + x_3 - 2x_5 = -3, \\ -2x_2 + 6x_3 + 4x_5 = -6 \end{cases}$$

✓ общее решение: $x_1 = 3 + 3\alpha - 2\beta$, $x_2 = -3 - \alpha - 2\beta$, $x_3 = \alpha$, $x_4 = \beta$, $x_5 = -3 - 2\alpha - \beta$, частное решение: $x_1 = 3$, $x_2 = -3$, $x_3 = 0$, $x_4 = 0$, $x_5 = -3$

$$28) \begin{cases} -2x_1 - 4x_2 - 5x_3 + 27x_4 - 10x_5 = -34, \\ -2x_2 - 2x_3 + 10x_4 - 6x_5 = -16, \\ 4x_1 + 6x_3 - 26x_4 + 4x_5 = 17, \\ 4x_1 + 2x_2 + 6x_3 - 30x_4 + 6x_5 = 28 \end{cases}$$

✓ система несовместна

$$29) \begin{cases} 5x_1 + 2x_2 - x_4 = 5, \\ x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 = 5, \\ 14x_1 + 4x_2 + 2x_3 - 2x_4 = 14 \end{cases}$$

✓ общее решение: $x_1 = \alpha$, $x_2 = 2 - \alpha$, $x_3 = 2 - 2\alpha$, $x_4 = -1 + 3\alpha$, частное решение: $x_1 = 0$, $x_2 = 2$, $x_3 = 2$, $x_4 = -1$

$$30) \begin{cases} -2x_1 + 6x_2 + 5x_3 - 4x_4 = 13, \\ -x_1 - 2x_2 - x_3 + x_4 = -4, \\ 8x_1 + 2x_2 - 2x_3 = 0 \end{cases}$$

✓ общее решение: $x_1 = \alpha$, $x_2 = 3 - 2\alpha$, $x_3 = 3 + 2\alpha$, $x_4 = 5 - \alpha$, частное решение: $x_1 = 0$, $x_2 = 3$, $x_3 = 3$, $x_4 = 5$

Задача 58. Исследовать на совместность и найти общее решение и одно частное решение системы уравнений:

$$1) \begin{cases} -2x_1 - 5x_4 = -9, \\ x_1 + x_2 + 2x_3 - 2x_4 = 5, \\ 2x_1 + 4x_2 + 4x_3 - 4x_4 = 16, \\ x_2 - 2x_3 + 4x_4 = 5 \end{cases}$$

✓ система имеет единственное решение: $x_1 = 2$, $x_2 = 3$, $x_3 = 1$, $x_4 = 1$

$$2) \begin{cases} 4x_1 - x_2 - x_3 - 8x_5 = -4, \\ -2x_1 - x_2 + x_3 - 2x_4 + 12x_5 = 8, \\ 3x_1 - 3x_2 - x_3 - x_4 = 4, \\ -5x_1 + 2x_3 - 2x_4 + 18x_5 = 10, \\ -4x_1 + 3x_2 + x_3 + x_4 + 2x_5 = -2 \end{cases}$$

✓ общее решение: $x_1 = -2 + 2\alpha$, $x_2 = -2 + 2\alpha$, $x_3 = -2 - 2\alpha$, $x_4 = -2 + 2\alpha$, $x_5 = \alpha$, частное решение: $x_1 = -2$, $x_2 = -2$, $x_3 = -2$, $x_4 = -2$, $x_5 = 0$

$$3) \begin{cases} -x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 4, \\ x_1 - x_3 - 2x_4 = -2, \\ 2x_1 - 2x_2 + x_3 + 5x_4 = -5, \\ 3x_1 - 2x_2 - 2x_3 - 2x_4 = -8, \\ -x_1 - 2x_2 + 2x_3 + 7x_4 = 1 \end{cases}$$

✓ система имеет единственное решение: $x_1 = -2$, $x_2 = 2$, $x_3 = -2$, $x_4 = -2$

$$4) \begin{cases} x_1 + x_2 - 2x_3 - 2x_4 = -4, \\ -3x_1 - 2x_2 + 8x_3 + 8x_4 = 18, \\ 2x_1 + 3x_2 - 4x_4 = -2, \\ -2x_1 - 3x_2 + 3x_4 = 1 \end{cases}$$

✓ система имеет единственное решение: $x_1 = -2$, $x_2 = 2$, $x_3 = 1$, $x_4 = 1$

$$5) \begin{cases} 5x_1 + 3x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 24, \\ x_1 + 3x_2 + x_3 + x_4 = 11, \\ -x_1 - 9x_2 - x_3 - 2x_4 = -24, \\ -4x_1 - 6x_2 - x_3 - x_4 = -23 \end{cases}$$

✓ система имеет единственное решение: $x_1 = 2$, $x_2 = 2$, $x_3 = 2$, $x_4 = 2$

$$6) \begin{cases} 4x_1 + 3x_3 + 14x_5 = 2, \\ -x_1 + 2x_2 - 2x_3 - x_4 - x_5 = -4, \\ 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 + 2x_4 + 8x_5 = 5, \\ -x_1 + 2x_2 - 2x_3 + x_4 - 3x_5 = -6, \\ 9x_1 - 6x_2 + 11x_3 + 2x_4 + 26x_5 = 17 \end{cases}$$

✓ общее решение: $x_1 = -1 - 2\alpha$, $x_2 = -1 - 2\alpha$, $x_3 = 2 - 2\alpha$, $x_4 = -1 + \alpha$, $x_5 = \alpha$, частное решение: $x_1 = -1$, $x_2 = -1$, $x_3 = 2$, $x_4 = -1$, $x_5 = 0$

$$7) \begin{cases} -2x_2 + 3x_3 - 2x_4 - 3x_5 = 0, \\ 2x_1 - 2x_2 - 2x_4 - 2x_5 = 4, \\ 8x_1 - 6x_2 - 2x_3 - 7x_4 - 7x_5 = 18, \\ 6x_1 - 2x_2 - 5x_3 - 2x_4 - x_5 = 14 \end{cases}$$

✓ общее решение: $x_1 = 3 + \alpha$, $x_2 = 1 + \alpha$, $x_3 = \alpha$, $x_4 = 2 - \alpha$, $x_5 = -2 + \alpha$, частное решение: $x_1 = 3$, $x_2 = 1$, $x_3 = 0$, $x_4 = 2$, $x_5 = -2$

$$8) \begin{cases} 2x_1 + 5x_3 = -12, \\ x_1 - x_2 + x_3 - 2x_4 = 0, \\ 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 - 5x_4 = -3, \\ -3x_1 + 2x_2 - 7x_3 + x_4 = 17, \\ -3x_1 + 3x_2 - 5x_3 + 4x_4 = 8 \end{cases}$$

✓ система имеет единственное решение: $x_1 = -1$, $x_2 = 1$, $x_3 = -2$, $x_4 = -2$

$$9) \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 - x_4 = -5, \\ -2x_1 + 3x_4 = 10, \\ 2x_1 - 2x_2 - 3x_3 - 6x_4 = -15, \\ x_1 - x_2 - 2x_3 - 5x_4 = -12, \\ -2x_1 + 2x_2 + 4x_3 + 9x_4 = 27 \end{cases}$$

✓ система несовместна

$$10) \begin{cases} -2x_1 - 2x_2 - 2x_3 - x_4 - x_5 = -4, \\ x_1 - x_2 + x_4 - x_5 = -2, \\ x_3 - 2x_4 + x_5 = -5, \\ 2x_2 + x_4 + x_5 = 8 \end{cases}$$

✓ общее решение: $x_1 = -2 - \alpha$, $x_2 = 2 - \alpha$, $x_3 = \alpha$, $x_4 = 3 + \alpha$, $x_5 = 1 + \alpha$, частное решение: $x_1 = -2$, $x_2 = 2$, $x_3 = 0$

$$11) \begin{cases} 4x_1 + x_2 + 2x_3 - 2x_4 = -1, \\ -x_1 + x_2 - 2x_3 + x_4 = 5, \\ -2x_1 - 2x_2 - 4x_3 - 4x_4 = 4, \\ 3x_2 - 2x_3 + 3x_4 = 8 \end{cases}$$

✓ система имеет единственное решение: $x_1 = -1$, $x_2 = 3$, $x_3 = -1$, $x_4 = -1$

$$12) \begin{cases} -x_1 - 2x_3 - 2x_4 - 5x_5 = -3, \\ -3x_1 + x_2 - 7x_3 - 4x_4 - 17x_5 = -10, \\ -x_1 - x_2 - 2x_3 - 3x_4 - 4x_5 = -2, \\ x_1 - x_2 + x_3 + 3x_4 + 6x_5 = 5, \\ -2x_1 + 3x_2 - 4x_3 - 2x_4 - 14x_5 = -10 \end{cases}$$

✓ общее решение: $x_1 = -1 + \alpha$, $x_2 = -2 + 2\alpha$, $x_3 = 1 - 2\alpha$, $x_4 = 1 - \alpha$, $x_5 = \alpha$, частное решение: $x_1 = -1$, $x_2 = -2$, $x_3 = 1$, $x_4 = 1$, $x_5 = 0$

$$13) \begin{cases} 2x_1 - 2x_2 - 3x_3 - 2x_4 = -3, \\ 2x_1 - x_2 - x_4 = -5, \\ 5x_1 - 2x_2 + 2x_3 - x_4 = -16, \\ -x_1 - 2x_3 - 3x_4 = 10, \\ x_2 + 3x_3 - x_4 = 1 \end{cases}$$

$$14) \begin{cases} -x_2 + 3x_3 - 4x_4 = 8, \\ 2x_1 + x_2 + x_4 = -6, \\ -3x_1 - x_2 - x_3 = 6, \\ -4x_1 - 2x_2 + x_3 - 4x_4 = 15, \\ 5x_1 + x_2 + 3x_3 - x_4 = -10 \end{cases}$$

✓ система несовместна

✓ система несовместна

$$15) \begin{cases} 4x_1 + x_3 - 3x_4 = -8, \\ 2x_1 - x_2 - x_3 + x_4 = -9, \\ -x_2 - x_3 + 3x_4 = -3, \\ -6x_1 + x_2 + 2x_3 + 5x_4 = 26, \\ x_2 - x_3 - 6x_4 = -6 \end{cases}$$

✓ система имеет единственное решение: $x_1 = -2$, $x_2 = 3$, $x_3 = 3$, $x_4 = 3$

$$16) \begin{cases} x_1 - 2x_3 + 2x_4 = 2, \\ x_1 + 2x_2 + x_3 - x_4 = 4, \\ -x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 2, \\ -x_1 - 4x_2 - 3x_3 + 2x_4 = -7, \\ 4x_1 + 4x_2 - x_4 = 10 \end{cases}$$

$$17) \begin{cases} -3x_1 - x_2 + x_3 + x_5 = -8, \\ 9x_1 + 4x_2 - 2x_3 - x_4 - 4x_5 = 30, \\ -6x_1 - 4x_2 - x_3 + 3x_5 = -25, \\ 6x_1 + 3x_2 - 3x_3 - 4x_4 - 4x_5 = 26, \\ 2x_2 + x_3 - 3x_4 - 2x_5 = 18 \end{cases}$$

✓ система несовместна

✓ система несовместна

$$18) \begin{cases} 2x_1 - 6x_2 + 4x_3 - 3x_4 - 3x_5 = 4, \\ -x_1 + x_2 - 2x_3 + x_4 - 2x_5 = -5, \\ -2x_2 - 4x_5 = -4, \\ 4x_1 - 5x_2 + 6x_3 - x_4 + x_5 = 8, \\ 5x_1 - 12x_2 + 8x_3 - 3x_4 - 8x_5 = 3 \end{cases}$$

✓ общее решение: $x_1 = 1 - \alpha$, $x_2 = 2 - 2\alpha$, $x_3 = 2 - \alpha$, $x_4 = -2 + \alpha$, $x_5 = \alpha$, частное решение: $x_1 = 1$, $x_2 = 2$, $x_3 = 2$, $x_4 = -2$, $x_5 = 0$

$$19) \begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 - x_4 = 3, \\ 3x_1 + 7x_2 - x_3 - x_4 = 10, \\ x_1 + x_2 - 5x_3 - 4x_4 = 3, \\ -x_1 - 2x_2 + 3x_3 + 3x_4 = -3, \\ 6x_1 + 12x_2 - 10x_3 - 9x_4 = 16 \end{cases} \quad 20) \begin{cases} x_1 + 3x_2 - 4x_3 = 4, \\ -x_1 + 3x_2 - x_3 + x_4 = 10, \\ 5x_1 - 9x_2 + 2x_3 - 2x_4 = -32, \\ 4x_1 - 6x_2 - 3x_4 = -25, \\ -3x_1 + 3x_2 + x_3 = 14 \end{cases}$$

✓ система несовместна

✓ система несовместна

$$21) \begin{cases} 2x_1 - 3x_3 - x_4 + 12x_5 = -8, \\ 2x_1 - 3x_2 - 2x_3 - x_4 + 13x_5 = -2, \\ -5x_1 + 9x_2 + 5x_3 + 2x_4 - 33x_5 = 2, \\ -x_1 + x_3 - 4x_5 = 1, \\ 4x_1 - 12x_2 - 3x_3 - 2x_4 + 30x_5 = 5 \end{cases}$$

✓ общее решение: $x_1 = 2 - 2\alpha$, $x_2 = -1 + \alpha$, $x_3 = 3 + 2\alpha$, $x_4 = 3 + 2\alpha$, $x_5 = \alpha$, частное решение: $x_1 = 2$, $x_2 = -1$, $x_3 = 3$,

$$22) \begin{cases} x_1 + x_2 - x_4 = 3, \\ -x_1 - x_3 = 3, \\ -6x_1 - 2x_2 - x_3 - 6x_4 = 16, \\ x_1 + x_2 - x_3 + 2x_4 = -1 \end{cases}$$

✓ система имеет единственное решение: $x_1 = -1$, $x_2 = 2$, $x_3 = -2$, $x_4 = -2$

$$23) \begin{cases} -2x_1 - 4x_2 - 4x_3 - 5x_4 = -21, \\ x_1 - 2x_2 - x_3 - 2x_4 = -4, \\ -x_1 - 2x_2 - x_3 - 3x_4 = -9, \\ -4x_1 - 5x_3 = -19, \\ -6x_1 - 8x_2 - 11x_3 - 10x_4 = -53 \end{cases}$$

✓ система имеет единственное решение: $x_1 = 1$, $x_2 = -2$, $x_3 = 3$, $x_4 = 3$

$$24) \begin{cases} -2x_1 + 2x_2 - 3x_4 = -11, \\ x_1 + x_2 + 3x_3 = -6, \\ 2x_1 + 4x_2 + 6x_3 = -16, \\ -6x_3 + 2x_4 = 12 \end{cases}$$

✓ система имеет единственное решение: $x_1 = -1$, $x_2 = -2$, $x_3 = -1$, $x_4 = -1$

$$25) \begin{cases} 4x_1 + 3x_4 - 2x_5 = 2, \\ -2x_1 + 2x_2 - 2x_3 - 2x_4 + 2x_5 = -10, \\ -2x_2 + x_4 - 4x_5 = 2, \\ -7x_1 + 7x_2 - 6x_3 - 7x_4 + 8x_5 = -32, \\ -9x_1 + 3x_2 - 4x_3 - 7x_4 + 4x_5 = -22 \end{cases}$$

✓ общее решение: $x_1 = 2 - \alpha$, $x_2 = -2 - \alpha$, $x_3 = 3 - \alpha$, $x_4 = -2 + 2\alpha$, $x_5 = \alpha$, частное решение: $x_1 = 2$, $x_2 = -2$, $x_3 = 3$,

$$26) \begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 - x_4 + 5x_5 = 6, \\ -3x_1 - 7x_2 - 2x_3 + 4x_4 - 18x_5 = -14, \\ 2x_2 - 3x_3 - 4x_4 + 9x_5 = -15, \\ -2x_1 - 6x_2 + x_3 + 5x_4 - 17x_5 = 1, \\ 6x_1 + 13x_2 + 5x_3 - 6x_4 + 31x_5 = 31 \end{cases}$$

✓ система несовместна

$$27) \begin{cases} 3x_1 - 5x_3 - x_4 - 2x_5 = 9, \\ -9x_1 + x_2 + 14x_3 + 4x_4 + 7x_5 = -24, \\ 6x_1 + x_2 - 12x_3 - 3x_4 - 4x_5 = 18, \\ 3x_1 + 2x_2 - 9x_3 - 2x_4 - x_5 = 10 \end{cases}$$

✓ общее решение: $x_1 = 3 + 2\alpha$, $x_2 = 2 + \alpha$, $x_3 = \alpha$, $x_4 = 2 - \alpha$, $x_5 = -1 + \alpha$, частное решение: $x_1 = 3$, $x_2 = 2$, $x_3 = 0$, $x_4 = 2$, $x_5 = -1$

$$28) \begin{cases} -3x_1 - x_2 + x_3 + 4x_4 + 3x_5 = -1, \\ -x_1 - x_2 + x_4 = -1, \\ x_2 + x_5 = 1, \\ x_1 + 2x_3 - x_5 = -1, \\ -3x_1 - x_2 - x_3 + 3x_4 + 3x_5 = 0 \end{cases}$$

✓ общее решение: $x_1 = 1 - \alpha$, $x_2 = 1 - \alpha$, $x_3 = -1 + \alpha$, $x_4 = 1 - 2\alpha$, $x_5 = \alpha$, частное решение: $x_1 = 1$, $x_2 = 1$, $x_3 =$

$$29) \begin{cases} -x_1 + x_4 + x_5 = -1, \\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 - 2x_4 - 4x_5 = 8, \\ x_1 - 2x_2 - 2x_3 - 4x_4 = -10, \\ 2x_1 - x_2 - x_3 - 3x_4 - 2x_5 = -2 \end{cases}$$

✓ общее решение: $x_1 = 2 + 2\alpha$, $x_2 = 2 - 2\alpha$, $x_3 = \alpha$, $x_4 = 2 + \alpha$, $x_5 = -1 + \alpha$, частное решение: $x_1 = 2$, $x_2 = 2$, $x_3 =$

$$30) \begin{cases} 2x_1 - 2x_3 - 3x_4 = -2, \\ x_1 - 2x_3 - x_4 = 1, \\ -x_2 + x_4 = 1, \\ -2x_1 + x_2 + 2x_3 + x_4 = -1, \\ 5x_1 - 2x_2 - 6x_3 - 4x_4 = 2 \end{cases}$$

✓ система несовместна

Задача 59. Найти общее решение и фундаментальную систему решений для систем уравнений:

$$1) \begin{cases} 7x_1 - 22x_2 - 33x_3 + 11x_4 + 4x_5 = 0, \\ 6x_1 - 22x_2 - 33x_3 + 11x_4 + 5x_5 = 0, \\ -2x_1 + 2x_5 = 0 \end{cases}$$

✓ общее решение: $x_1 = 3\alpha + 2\beta - \gamma$, $x_2 = \beta$, $x_3 = \alpha$, $x_4 = \gamma$, $x_5 = 3\alpha + 2\beta - \gamma$, базис подпространства решений: $((3,$

$$2) \begin{cases} -3x_1 + 6x_2 - 3x_3 + 9x_4 = 0, \\ -3x_1 + 5x_2 - 2x_3 + 7x_4 = 0 \end{cases}$$

✓ общее решение: $x_1 = \alpha + \beta$, $x_2 = \beta$, $x_3 = 2\alpha + \beta$, $x_4 = \alpha$, базис подпространства решений: $((1, 0, 2, 1), (1, 1, 1, 0))$

$$3) \begin{cases} x_1 - 18x_2 + 5x_3 + 7x_4 = 0, \\ 3x_1 - 15x_2 + 2x_3 - 5x_4 = 0 \end{cases}$$

✓ общее решение: $x_1 = 3\alpha + 3\beta$, $x_2 = \beta$, $x_3 = -2\alpha + 3\beta$, $x_4 = \alpha$, базис подпространства решений: $((3, 0, -2, 1), (3, 1,$

$$4) \begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + 3x_3 - 13x_4 = 0, \\ -x_1 + 7x_2 + 4x_3 - 10x_4 = 0 \end{cases}$$

✓ общее решение: $x_1 = 2\alpha + 3\beta$, $x_2 = \beta$, $x_3 = 3\alpha - \beta$, $x_4 = \alpha$, базис подпространства решений: $((2, 0, 3, 1), (3, 1, -1,$

$$5) \begin{cases} x_1 - 4x_2 + x_3 + 2x_4 = 0, \\ x_1 - 6x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 0, \\ 2x_1 - 10x_2 + 3x_3 + 5x_4 = 0, \\ x_1 - 8x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 0 \end{cases}$$

✓ общее решение: $x_1 = 2\alpha - \beta$, $x_2 = \alpha$, $x_3 = 2\alpha - \beta$, $x_4 = \beta$, базис подпространства решений: $((2, 1, 2, 0), (-1, 0, -1,$

$$6) \begin{cases} 15x_1 - 69x_2 + 18x_3 + 3x_4 = 0, \\ -3x_1 + 12x_2 - 3x_3 = 0, \\ 4x_1 - 19x_2 + 5x_3 + x_4 = 0, \\ -7x_1 + 31x_2 - 8x_3 - x_4 = 0 \end{cases}$$

✓ общее решение: $x_1 = \alpha + \beta$, $x_2 = \alpha$, $x_3 = 3\alpha - \beta$, $x_4 = \beta$, базис подпространства решений: $((1, 1, 3, 0), (1, 0, -1, 1),$

$$7) \begin{cases} 5x_1 - 18x_2 + x_3 + 13x_4 - 4x_5 = 0, \\ 7x_1 - 24x_2 + 2x_3 + 17x_4 - 5x_5 = 0, \\ 4x_1 - 14x_2 + x_3 + 10x_4 - 3x_5 = 0, \\ 13x_1 - 46x_2 + 3x_3 + 33x_4 - 10x_5 = 0 \end{cases}$$

✓ общее решение: $x_1 = -\alpha + 2\beta - \gamma$, $x_2 = \beta$, $x_3 = \alpha$, $x_4 = \gamma$, $x_5 = -\alpha - 2\beta + 2\gamma$, базис подпространства решений: $((-1, 0,$

$$8) \begin{cases} 3x_1 - 3x_2 - 12x_4 + 3x_5 = 0, \\ 9x_1 - 27x_2 + 18x_3 - 18x_4 = 0, \\ 4x_1 - 10x_2 + 6x_3 - 10x_4 + x_5 = 0, \\ 17x_1 - 29x_2 + 12x_3 - 56x_4 + 11x_5 = 0 \end{cases}$$

✓ общее решение: $x_1 = -2\alpha + 3\beta + 2\gamma$, $x_2 = \beta$, $x_3 = \alpha$, $x_4 = \gamma$, $x_5 = 2\alpha - 2\beta + 2\gamma$, базис подпространства решений: $((-2, 0,$

$$9) \begin{cases} 3x_1 - 4x_2 - 12x_3 + 4x_4 + x_5 = 0, \\ 9x_1 - 14x_2 - 33x_3 + 14x_4 + 2x_5 = 0, \\ 4x_1 - 6x_2 - 15x_3 + 6x_4 + x_5 = 0, \\ 17x_1 - 24x_2 - 66x_3 + 24x_4 + 5x_5 = 0 \end{cases}$$

✓ общее решение: $x_1 = 3\alpha + 2\beta - 2\gamma$, $x_2 = \beta$, $x_3 = \alpha$, $x_4 = \gamma$, $x_5 = 3\alpha - 2\beta + 2\gamma$, базис подпространства решений: $((3, 0, 1,$

$$10) \begin{cases} 5x_1 - 6x_2 + 3x_3 + 3x_4 - 2x_5 = 0, \\ -4x_1 + 14x_2 - 7x_3 - 7x_4 - 3x_5 = 0, \\ -2x_1 - 16x_2 + 8x_3 + 8x_4 + 10x_5 = 0 \end{cases}$$

✓ общее решение: $x_1 = -\alpha + 2\beta - \gamma$, $x_2 = \beta$, $x_3 = \alpha$, $x_4 = \gamma$, $x_5 = -\alpha + 2\beta - \gamma$, базис подпространства решений: $((-1, 0,$

$$11) \begin{cases} 11x_1 - 32x_2 + 7x_3 - 47x_4 = 0, \\ -3x_1 - 6x_2 + 3x_3 + 3x_4 = 0, \\ -4x_1 + 19x_2 - 5x_3 + 22x_4 = 0, \\ -11x_1 + 32x_2 - 7x_3 + 47x_4 = 0 \end{cases}$$

✓ общее решение: $x_1 = \alpha + 3\beta$, $x_2 = \alpha$, $x_3 = 3\alpha + 2\beta$, $x_4 = \beta$, базис подпространства решений: $((1, 1, 3, 0), (3, 0, 2, 1))$

$$12) \begin{cases} x_1 - 3x_3 + 8x_4 = 0, \\ x_1 - 5x_2 + 2x_3 - 7x_4 = 0 \end{cases}$$

✓ общее решение: $x_1 = \alpha + 3\beta$, $x_2 = \beta$, $x_3 = 3\alpha + \beta$, $x_4 = \alpha$, базис подпространства решений: $((1, 0, 3, 1), (3, 1, 1, 0))$

$$13) \begin{cases} 2x_1 - 4x_2 - 3x_3 + 5x_4 = 0, \\ 3x_1 - x_2 - 2x_3 = 0 \end{cases}$$

✓ общее решение: $x_1 = 2\alpha - \beta$, $x_2 = \beta$, $x_3 = 3\alpha - 2\beta$, $x_4 = \alpha$, базис подпространства решений: $((2, 0, 3, 1), (-1, 1, -2, 0))$

$$14) \begin{cases} -x_1 - 7x_2 - 11x_3 - 4x_4 + 5x_5 = 0, \\ 2x_1 - x_2 - 8x_3 - 7x_4 + 5x_5 = 0, \\ 4x_1 - 17x_2 - 46x_3 - 29x_4 + 25x_5 = 0 \end{cases}$$

✓ общее решение: $x_1 = -\alpha - 2\beta + \gamma$, $x_2 = \beta$, $x_3 = \alpha$, $x_4 = \gamma$, $x_5 = 2\alpha + \beta + \gamma$, базис подпространства решений: $((-1, 0, 1,$

$$15) \begin{cases} -x_1 - 19x_2 + 7x_3 + 15x_4 = 0, \\ -3x_1 + 2x_3 + 7x_4 = 0 \end{cases}$$

✓ общее решение: $x_1 = \alpha + 2\beta$, $x_2 = \beta$, $x_3 = -2\alpha + 3\beta$, $x_4 = \alpha$, базис подпространства решений: $((1, 0, -2, 1), (2, 1, 3, 0))$

$$16) \begin{cases} -x_1 + 6x_2 + x_3 - 4x_4 - x_5 = 0, \\ 6x_1 - 30x_2 - 10x_3 + 20x_4 + 4x_5 = 0, \\ -4x_1 + 21x_2 + 6x_3 - 14x_4 - 3x_5 = 0, \\ -11x_1 + 60x_2 + 15x_3 - 40x_4 - 9x_5 = 0 \end{cases}$$

✓ общее решение: $x_1 = 3\alpha + 3\beta - 2\gamma$, $x_2 = \beta$, $x_3 = \alpha$, $x_4 = \gamma$, $x_5 = -2\alpha + 3\beta - 2\gamma$, базис подпространства решений: $((3, 0,$

$$17) \begin{cases} -7x_1 + 7x_2 - x_3 - 10x_4 - 4x_5 = 0, \\ -7x_2 + 2x_3 + 6x_4 + x_5 = 0 \end{cases}$$

✓ общее решение: $x_1 = \beta$, $x_2 = \gamma$, $x_3 = -2\alpha + \beta + 3\gamma$, $x_4 = \alpha$, $x_5 = -2\alpha - 2\beta + \gamma$, базис подпространства решений:

$$18) \begin{cases} -2x_1 + 18x_2 + 5x_3 - 17x_4 + 4x_5 = 0, \\ 14x_1 + 6x_2 - 2x_3 - 13x_4 + 5x_5 = 0 \end{cases}$$

✓ общее решение: $x_1 = \beta$, $x_2 = \gamma$, $x_3 = \alpha + 2\beta - 2\gamma$, $x_4 = \alpha$, $x_5 = 3\alpha - 2\beta - 2\gamma$, базис подпространства решений: $((1, 1, -2, 0), (-1, 0, 0, 1))$

$$19) \begin{cases} 7x_1 - 13x_2 - 3x_3 + x_4 = 0, \\ -2x_1 - 4x_2 - 3x_3 - 8x_4 = 0, \\ 8x_1 - 38x_2 - 15x_3 - 22x_4 = 0 \end{cases}$$

✓ общее решение: $x_1 = \alpha - \beta$, $x_2 = \alpha$, $x_3 = -2\alpha - 2\beta$, $x_4 = \beta$, базис подпространства решений: $((1, 1, -2, 0), (-1, 0, 0, 1))$

$$20) \begin{cases} -4x_1 + 16x_2 - 3x_3 + 11x_4 + 5x_5 = 0, \\ -10x_1 - 6x_2 + 4x_3 - 7x_4 + x_5 = 0 \end{cases}$$

✓ общее решение: $x_1 = \beta$, $x_2 = \gamma$, $x_3 = 2\alpha + 2\beta + 2\gamma$, $x_4 = \alpha$, $x_5 = -\alpha + 2\beta - 2\gamma$, базис подпространства решений:

$$21) \begin{cases} 5x_1 - 13x_2 - x_3 + x_4 + 3x_5 = 0, \\ -7x_1 + 20x_2 + 5x_3 + 4x_4 - 6x_5 = 0, \\ -2x_1 + 7x_2 + 4x_3 + 5x_4 - 3x_5 = 0, \\ -14x_1 + 40x_2 + 10x_3 + 8x_4 - 12x_5 = 0 \end{cases}$$

✓ общее решение: $x_1 = -\alpha + 2\beta - 2\gamma$, $x_2 = \beta$, $x_3 = \alpha$, $x_4 = \gamma$, $x_5 = 2\alpha + \beta + 3\gamma$, базис подпространства решений: $((1, 1, -2, 0), (-1, 0, 0, 1))$

$$22) \begin{cases} -11x_1 - 21x_2 + 3x_3 + x_4 + 5x_5 = 0, \\ 5x_1 - x_2 - 4x_3 - 11x_4 + 3x_5 = 0 \end{cases}$$

✓ общее решение: $x_1 = \beta$, $x_2 = \gamma$, $x_3 = -2\alpha + 2\beta + 2\gamma$, $x_4 = \alpha$, $x_5 = \alpha + \beta + 3\gamma$, базис подпространства решений: $((1, 1, -2, 0), (-1, 0, 0, 1))$

$$23) \begin{cases} 12x_1 - 11x_2 + 25x_3 + 26x_4 = 0, \\ -3x_1 + 14x_2 + 5x_3 + 16x_4 = 0, \\ 6x_1 - 13x_2 + 5x_3 - 2x_4 = 0, \\ 9x_1 - 12x_2 + 15x_3 + 12x_4 = 0 \end{cases}$$

✓ общее решение: $x_1 = 3\alpha + 2\beta$, $x_2 = \alpha$, $x_3 = -\alpha - 2\beta$, $x_4 = \beta$, базис подпространства решений: $((3, 1, -1, 0), (2, 0, 0, 1))$

$$24) \begin{cases} 18x_1 + 9x_2 + 3x_3 + 10x_4 - 4x_5 = 0, \\ x_1 + 13x_2 - 4x_3 - 5x_4 - 3x_5 = 0 \end{cases}$$

✓ общее решение: $x_1 = \beta$, $x_2 = \gamma$, $x_3 = -2\alpha - 2\beta + \gamma$, $x_4 = \alpha$, $x_5 = \alpha + 3\beta + 3\gamma$, базис подпространства решений: $((1, 1, -2, 0), (-1, 0, 0, 1))$

$$25) \begin{cases} -5x_2 + 5x_3 + 5x_4 = 0, \\ 3x_1 - x_2 + 4x_3 + 7x_4 = 0 \end{cases}$$

✓ общее решение: $x_1 = -\alpha - \beta$, $x_2 = \beta$, $x_3 = -\alpha + \beta$, $x_4 = \alpha$, базис подпространства решений: $((-1, 0, -1, 1), (-1, 0, 1, 0))$

$$26) \begin{cases} -2x_1 + 3x_2 - x_3 - 3x_4 = 0, \\ -3x_1 - 3x_2 + 6x_3 + 3x_4 = 0 \end{cases}$$

✓ общее решение: $x_1 = -\alpha + \beta$, $x_2 = \beta$, $x_3 = -\alpha + \beta$, $x_4 = \alpha$, базис подпространства решений: $((-1, 0, -1, 1), (1, 1, 0, 0))$

$$27) \begin{cases} 5x_1 - 3x_2 + 22x_3 - 6x_4 - 4x_5 = 0, \\ 6x_1 + 30x_3 - 6x_4 - 6x_5 = 0, \\ 2x_1 - 3x_2 + 7x_3 - 3x_4 - x_5 = 0, \\ 19x_1 - 15x_2 + 80x_3 - 24x_4 - 14x_5 = 0 \end{cases}$$

✓ общее решение: $x_1 = -2\alpha + 3\beta + 2\gamma$, $x_2 = \beta$, $x_3 = \alpha$, $x_4 = \gamma$, $x_5 = 3\alpha + 3\beta + \gamma$, базис подпространства решений: $((-2, 3, 2, 0, 3), (0, 1, 0, 1, 1))$

$$28) \begin{cases} 3x_1 + 4x_2 - 7x_3 + 7x_4 - x_5 = 0, \\ 6x_1 + 2x_2 - 8x_3 + 17x_4 - 5x_5 = 0, \\ 21x_1 + 16x_2 - 37x_3 + 55x_4 - 13x_5 = 0 \end{cases}$$

✓ общее решение: $x_1 = 3\alpha - 2\beta - 2\gamma$, $x_2 = \beta$, $x_3 = \alpha$, $x_4 = \gamma$, $x_5 = 2\alpha - 2\beta + \gamma$, базис подпространства решений: $((3, 0, 1,$

$$29) \begin{cases} -x_1 - 19x_2 + 5x_3 - 16x_4 + 3x_5 = 0, \\ 8x_1 - 9x_2 + 6x_3 - 10x_4 - x_5 = 0 \end{cases}$$

✓ общее решение: $x_1 = \beta$, $x_2 = \gamma$, $x_3 = 2\alpha - \beta + 2\gamma$, $x_4 = \alpha$, $x_5 = 2\alpha + 2\beta + 3\gamma$, базис подпространства решений: $((0, 0, 2,$

$$30) \begin{cases} 2x_1 + 18x_2 + 11x_3 - 9x_4 = 0, \\ 3x_1 + 3x_3 = 0, \\ -4x_1 + 18x_2 + 5x_3 - 9x_4 = 0, \\ 13x_1 - 18x_2 + 4x_3 + 9x_4 = 0 \end{cases}$$

✓ общее решение: $x_1 = 2\alpha - \beta$, $x_2 = \alpha$, $x_3 = -2\alpha + \beta$, $x_4 = \beta$, базис подпространства решений: $((2, 1, -2, 0), (-1, 0, 1, 1))$

Задача 60. Найти общее решение и фундаментальную систему решений для систем уравнений:

$$1) \begin{cases} x_1 - 4x_2 + 5x_3 - 21x_4 - 5x_5 = 0, \\ 18x_2 - 16x_3 + 84x_4 + 14x_5 = 0, \\ 2x_2 - 2x_3 + 10x_4 + 2x_5 = 0, \\ 12x_2 - 11x_3 + 57x_4 + 10x_5 = 0, \\ x_1 + 4x_2 - 2x_3 + 16x_4 + x_5 = 0 \end{cases}$$

✓ общее решение: $x_1 = -2\alpha - \beta$, $x_2 = -2\alpha + \beta$, $x_3 = 3\alpha + 2\beta$, $x_4 = \alpha$, $x_5 = \beta$, базис подпространства решений: $((-2, -2, 3,$

$$2) \begin{cases} 2x_1 + x_2 - 2x_3 + 4x_4 + 3x_5 = 0, \\ -3x_2 - 5x_3 + 4x_4 + 12x_5 = 0, \\ 2x_1 + 2x_2 + 2x_4 - 2x_5 = 0, \\ -x_3 + 2x_4 + 3x_5 = 0, \\ 2x_2 + 3x_3 - 2x_4 - 7x_5 = 0 \end{cases}$$

✓ общее решение: $x_1 = \alpha + 2\beta$, $x_2 = -2\alpha - \beta$, $x_3 = 2\alpha + 3\beta$, $x_4 = \alpha$, $x_5 = \beta$, базис подпространства решений: $((1, -2, 2, 1,$

$$3) \begin{cases} -2x_1 - x_2 - 2x_3 - 3x_4 + x_5 = 0, \\ -2x_1 - 4x_3 - 8x_4 + 3x_5 = 0, \\ -4x_1 - 3x_2 + 2x_3 + 3x_4 - 2x_5 = 0 \end{cases}$$

✓ общее решение: $x_1 = \alpha - \beta$, $x_2 = -2\alpha + \beta$, $x_3 = \alpha$, $x_4 = \beta$, $x_5 = 2\alpha + 2\beta$, базис подпространства решений: $((1, -2, 1, 0, 2,$

$$4) \begin{cases} 3x_1 + 2x_2 - x_3 - 9x_4 - 6x_5 = 0, \\ -12x_1 - 2x_2 + 3x_3 + 40x_4 + 20x_5 = 0, \\ -9x_1 - 4x_2 + 2x_3 + 27x_4 + 18x_5 = 0, \\ -15x_1 - 10x_2 + 3x_3 + 41x_4 + 34x_5 = 0, \\ -3x_1 + x_3 + 11x_4 + 4x_5 = 0 \end{cases}$$

✓ общее решение: $x_1 = 3\alpha + 2\beta$, $x_2 = -\alpha + \beta$, $x_3 = -2\alpha + 2\beta$, $x_4 = \alpha$, $x_5 = \beta$, базис подпространства решений: $((3, -1, -2,$

$$5) \begin{cases} 2x_1 + x_3 + x_5 = 0, \\ 12x_1 + 2x_2 + 6x_4 + 16x_5 = 0, \\ 6x_1 - x_2 + 4x_3 + x_4 = 0, \\ 2x_1 - 2x_2 + 5x_3 - 2x_4 - 7x_5 = 0 \end{cases}$$

✓ общее решение: $x_1 = -\alpha - \beta$, $x_2 = 3\alpha - 2\beta$, $x_3 = 2\alpha + \beta$, $x_4 = \alpha$, $x_5 = \beta$, базис подпространства решений: $((-1, 3, 2, 1, 0,$

$$6) \begin{cases} -3x_2 - x_3 + 5x_4 + 5x_5 = 0, \\ 9x_1 + 18x_2 - 7x_3 - 34x_4 - 61x_5 = 0, \\ 2x_1 + 3x_2 - 2x_3 - 6x_4 - 12x_5 = 0, \\ 10x_1 + 15x_2 - 9x_3 - 29x_4 - 59x_5 = 0, \\ -7x_1 - 9x_2 + 7x_3 + 18x_4 + 39x_5 = 0 \end{cases}$$

✓ общее решение: $x_1 = -\alpha + 2\beta$, $x_2 = 2\alpha + 2\beta$, $x_3 = -\alpha - \beta$, $x_4 = \alpha$, $x_5 = \beta$, базис подпространства решений: $((-1, 2, -1, 1, 1), (-2, 1, 1, 0, 0))$

$$7) \begin{cases} -2x_1 + 9x_2 - 4x_3 - 10x_4 - 25x_5 = 0, \\ -6x_1 + 6x_2 - 24x_4 - 24x_5 = 0, \\ 3x_2 - 2x_3 - 7x_5 = 0, \\ 6x_1 + 3x_2 - 6x_3 + 24x_4 + 3x_5 = 0, \\ -2x_1 - 3x_2 + 3x_3 - 7x_4 + 4x_5 = 0 \end{cases}$$

✓ общее решение: $x_1 = -2\alpha - \beta$, $x_2 = 2\alpha + 3\beta$, $x_3 = 3\alpha + \beta$, $x_4 = \alpha$, $x_5 = \beta$, базис подпространства решений: $((-2, 3, 1, 1, 1), (-1, 1, 0, 0, 0))$

$$8) \begin{cases} -7x_1 + 3x_2 - 2x_3 + 12x_4 - 7x_5 = 0, \\ -10x_1 + 4x_2 - 3x_3 + 18x_4 - 9x_5 = 0, \\ 2x_1 - x_2 + x_3 - 4x_4 + x_5 = 0, \\ -17x_1 + 8x_2 - 6x_3 + 30x_4 - 15x_5 = 0, \\ x_1 - 2x_4 + x_5 = 0 \end{cases}$$

✓ общее решение: $x_1 = 2\alpha - \beta$, $x_2 = 2\alpha + 2\beta$, $x_3 = 2\alpha + 3\beta$, $x_4 = \alpha$, $x_5 = \beta$, базис подпространства решений: $((2, 2, 2, 1, 1), (-1, 1, 1, 0, 0))$

$$9) \begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 + 4x_4 - 2x_5 = 0, \\ -2x_1 - x_3 - x_4 + 9x_5 = 0, \\ 2x_1 + 3x_2 - 3x_3 + 10x_4 - 3x_5 = 0, \\ 8x_1 + 9x_2 - 8x_3 + 31x_4 - 18x_5 = 0, \\ 2x_1 + x_2 + 3x_4 - 8x_5 = 0 \end{cases}$$

✓ общее решение: $x_1 = -2\alpha + 3\beta$, $x_2 = \alpha + 2\beta$, $x_3 = 3\alpha + 3\beta$, $x_4 = \alpha$, $x_5 = \beta$, базис подпространства решений: $((-2, 1, 3, 1, 1), (-1, 2, 3, 0, 0))$

$$10) \begin{cases} -2x_1 + x_2 - 2x_3 + 9x_5 = 0, \\ -14x_1 + 12x_2 - 21x_3 - 4x_4 + 79x_5 = 0, \\ -4x_1 + 3x_2 - 5x_3 + 20x_5 = 0, \\ 2x_1 - 3x_2 + 6x_3 + 4x_4 - 19x_5 = 0, \\ -4x_1 + 4x_2 - 7x_3 - 2x_4 + 25x_5 = 0 \end{cases}$$

✓ общее решение: $x_1 = \alpha + 2\beta$, $x_2 = -2\alpha + \beta$, $x_3 = -2\alpha + 3\beta$, $x_4 = \alpha$, $x_5 = \beta$, базис подпространства решений: $((1, -2, -2, 1, 1), (2, 1, 3, 0, 0))$

$$11) \begin{cases} -3x_1 - x_2 + 4x_3 - x_4 + x_5 = 0, \\ 13x_1 + x_2 - 16x_3 - x_4 + x_5 = 0, \\ x_1 + x_2 - 2x_3 + x_4 - x_5 = 0, \\ -12x_1 + 14x_3 + 2x_4 - 2x_5 = 0, \\ 4x_1 - 5x_3 - x_4 + x_5 = 0 \end{cases}$$

✓ общее решение: $x_1 = -\alpha + \beta$, $x_2 = -2\alpha + 2\beta$, $x_3 = -\alpha + \beta$, $x_4 = \alpha$, $x_5 = \beta$, базис подпространства решений: $((-1, -2, -1, 1, 1), (-2, 2, 2, 0, 0))$

$$12) \begin{cases} -2x_1 - 3x_2 - x_3 + 10x_4 - x_5 = 0, \\ -x_2 - x_3 + 2x_4 - x_5 = 0, \\ 2x_1 + x_2 - 3x_3 - 7x_4 - 2x_5 = 0 \end{cases}$$

✓ общее решение: $x_1 = -\alpha + \beta$, $x_2 = \alpha + 3\beta$, $x_3 = \alpha$, $x_4 = \beta$, $x_5 = -2\alpha - \beta$, базис подпространства решений: $((-1, 1, 1, 1, -2), (-1, 3, 1, 1, -1))$

$$13) \begin{cases} x_1 - x_3 + 4x_4 - 2x_5 = 0, \\ x_1 + 2x_2 - 4x_4 - 5x_5 = 0, \\ 3x_1 - 2x_2 - 2x_3 + 16x_4 - 5x_5 = 0, \\ 8x_1 - 8x_2 - 6x_3 + 52x_4 - 10x_5 = 0, \\ 2x_2 - 6x_4 - 2x_5 = 0 \end{cases}$$

✓ общее решение: $x_1 = -2\alpha + 3\beta$, $x_2 = 3\alpha + \beta$, $x_3 = 2\alpha + \beta$, $x_4 = \alpha$, $x_5 = \beta$, базис подпространства решений: $((-2, 3, 2, 1, 1), (-1, 1, 1, 0, 0))$

$$14) \begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 + 2x_4 - 4x_5 = 0, \\ -2x_2 - 5x_3 - 9x_4 + 11x_5 = 0, \\ 2x_1 - 3x_3 - x_4 - x_5 = 0, \\ -3x_1 - x_2 + 2x_3 - 3x_4 + 7x_5 = 0, \\ 2x_1 - 5x_3 - 3x_4 + x_5 = 0 \end{cases}$$

✓ общее решение: $x_1 = -\alpha + 2\beta$, $x_2 = -2\alpha + 3\beta$, $x_3 = -\alpha + \beta$, $x_4 = \alpha$, $x_5 = \beta$, базис подпространства решений: $((-1, -2,$

$$15) \begin{cases} -3x_1 - 2x_2 - 4x_3 + 8x_4 + 3x_5 = 0, \\ x_1 + x_2 + x_3 - 3x_4 - x_5 = 0, \\ 3x_1 + x_2 + 3x_3 - 5x_4 - x_5 = 0 \end{cases}$$

✓ общее решение: $x_1 = -\alpha + \beta$, $x_2 = \alpha + \beta$, $x_3 = \alpha$, $x_4 = \beta$, $x_5 = \alpha - \beta$, базис подпространства решений: $((-1, 1, 1, 0, 1),$

$$16) \begin{cases} 2x_1 - x_3 + 5x_4 + 5x_5 = 0, \\ -6x_1 + x_2 + 4x_3 - 21x_4 - 15x_5 = 0, \\ 4x_1 + x_2 - 3x_3 + 10x_4 + 12x_5 = 0, \\ -2x_2 + 6x_4 - 2x_5 = 0 \end{cases}$$

✓ общее решение: $x_1 = -\alpha - 2\beta$, $x_2 = 3\alpha - \beta$, $x_3 = 3\alpha + \beta$, $x_4 = \alpha$, $x_5 = \beta$, базис подпространства решений: $((-1, 3, 3, 1,$

$$17) \begin{cases} -6x_1 + 6x_2 - 3x_3 + 6x_4 - 18x_5 = 0, \\ -6x_1 - x_3 + 4x_4 - 8x_5 = 0, \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 - 3x_4 + 7x_5 = 0, \\ -14x_1 + 21x_2 - 9x_3 + 17x_4 - 53x_5 = 0, \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 - x_4 - 3x_5 = 0 \end{cases}$$

✓ общее решение: $x_1 = \alpha - \beta$, $x_2 = -\alpha + \beta$, $x_3 = -2\alpha - 2\beta$, $x_4 = \alpha$, $x_5 = \beta$, базис подпространства решений: $((1, -1, -2,$

$$18) \begin{cases} -3x_1 + 2x_2 - x_3 - 5x_4 + 4x_5 = 0, \\ -3x_1 - 8x_2 - 8x_3 + 29x_4 + 41x_5 = 0, \\ -9x_1 + 4x_2 - 4x_3 - 9x_4 + 19x_5 = 0, \\ 12x_1 - 8x_2 + 3x_3 + 22x_4 - 15x_5 = 0, \\ -4x_2 - 3x_3 + 14x_4 + 15x_5 = 0 \end{cases}$$

✓ общее решение: $x_1 = -\alpha + 3\beta$, $x_2 = 2\alpha + 3\beta$, $x_3 = 2\alpha + \beta$, $x_4 = \alpha$, $x_5 = \beta$, базис подпространства решений: $((-1, 2, 2, 1,$

$$19) \begin{cases} -3x_1 - 3x_2 - 3x_3 - 3x_4 = 0, \\ x_1 - 3x_2 + 7x_3 - 25x_4 + 14x_5 = 0, \\ -x_1 - 3x_2 + x_3 - 11x_4 + 6x_5 = 0, \\ -6x_1 - 3x_2 - 8x_3 + 6x_4 - 8x_5 = 0, \\ -2x_1 - 3x_2 - 10x_4 + 4x_5 = 0 \end{cases}$$

✓ общее решение: $x_1 = -2\alpha - \beta$, $x_2 = -2\alpha + 2\beta$, $x_3 = 3\alpha - \beta$, $x_4 = \alpha$, $x_5 = \beta$, базис подпространства решений: $((-2, -2,$

$$20) \begin{cases} 4x_1 + 3x_3 - 18x_4 - 10x_5 = 0, \\ -6x_2 + 7x_3 + 4x_4 - 20x_5 = 0, \\ 2x_2 - 2x_3 - 2x_4 + 6x_5 = 0, \\ 12x_1 + 8x_3 - 52x_4 - 28x_5 = 0, \\ -2x_1 - 2x_2 + x_3 + 10x_4 - 2x_5 = 0 \end{cases}$$

✓ общее решение: $x_1 = 3\alpha + \beta$, $x_2 = 3\alpha - \beta$, $x_3 = 2\alpha + 2\beta$, $x_4 = \alpha$, $x_5 = \beta$, базис подпространства решений: $((3, 3, 2, 1, 0),$

$$21) \begin{cases} 5x_1 - x_2 + 2x_3 - 18x_4 + 2x_5 = 0, \\ 9x_1 - 3x_2 - x_3 - 21x_4 + 15x_5 = 0, \\ x_1 - x_2 - 2x_3 + 2x_4 + 6x_5 = 0, \\ 22x_1 - 10x_2 - 10x_3 - 34x_4 + 54x_5 = 0, \\ -5x_1 + 3x_2 + 5x_3 + x_4 - 19x_5 = 0 \end{cases}$$

✓ общее решение: $x_1 = 2\alpha - 2\beta$, $x_2 = -2\alpha - 2\beta$, $x_3 = 3\alpha + 3\beta$, $x_4 = \alpha$, $x_5 = \beta$, базис подпространства решений: $((2, -2, 3,$

$$22) \begin{cases} 4x_1 - 2x_2 + 3x_3 + 12x_4 - 9x_5 = 0, \\ x_1 - x_2 + 2x_3 + 3x_4 - 2x_5 = 0, \\ 2x_1 - 3x_2 + 7x_3 + 7x_4 - 4x_5 = 0 \end{cases}$$

✓ общее решение: $x_1 = 3\alpha + 2\beta$, $x_2 = 3\alpha + \beta$, $x_3 = \alpha$, $x_4 = \beta$, $x_5 = \alpha + 2\beta$, базис подпространства решений: $((3, 3,$

$$23) \begin{cases} x_2 - 2x_4 - x_5 = 0, \\ -3x_2 - 2x_3 + 8x_4 - x_5 = 0, \\ x_1 + x_2 - x_3 - 3x_4 - 5x_5 = 0, \\ -x_1 + 2x_3 + 6x_5 = 0 \end{cases}$$

✓ общее решение: $x_1 = 2\alpha + 2\beta$, $x_2 = 2\alpha + \beta$, $x_3 = \alpha - 2\beta$, $x_4 = \alpha$, $x_5 = \beta$, базис подпространства решений: $((2, 2,$

$$24) \begin{cases} 2x_1 + 6x_2 - x_3 - 11x_4 - 7x_5 = 0, \\ -6x_1 - 9x_2 + x_3 + 21x_4 + 18x_5 = 0, \\ 3x_2 - x_3 - 3x_4 = 0, \\ -2x_1 - 3x_2 + x_3 + 5x_4 + 4x_5 = 0 \end{cases}$$

✓ общее решение: $x_1 = \alpha + 2\beta$, $x_2 = 2\alpha + \beta$, $x_3 = 3\alpha + 3\beta$, $x_4 = \alpha$, $x_5 = \beta$, базис подпространства решений: $((1, 2,$

$$25) \begin{cases} -x_1 - x_2 + x_3 - x_4 + 4x_5 = 0, \\ -11x_1 - 17x_2 + 3x_3 - 15x_4 + 42x_5 = 0, \\ 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 + 4x_4 - 12x_5 = 0, \\ -2x_1 - 4x_2 - x_3 - 3x_4 + 7x_5 = 0 \end{cases}$$

✓ общее решение: $x_1 = 2\alpha + 2\beta$, $x_2 = -2\alpha + \beta$, $x_3 = \alpha - \beta$, $x_4 = \alpha$, $x_5 = \beta$, базис подпространства решений: $((2, -$

$$26) \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 5x_3 + 4x_4 - 2x_5 = 0, \\ -3x_1 - 8x_2 - 21x_3 - 14x_4 + 8x_5 = 0, \\ -x_1 + 2x_2 + 9x_3 - 2x_4 - 4x_5 = 0 \end{cases}$$

✓ общее решение: $x_1 = \alpha - 2\beta$, $x_2 = -2\alpha - 2\beta$, $x_3 = \alpha$, $x_4 = \beta$, $x_5 = \alpha - \beta$, базис подпространства решений: $((1, -$

$$27) \begin{cases} 3x_1 - x_3 - 4x_4 + 2x_5 = 0, \\ -9x_1 + 6x_2 + x_3 + 4x_4 - 14x_5 = 0, \\ 3x_1 + 2x_2 - 2x_3 - 6x_4 - x_5 = 0, \\ 12x_2 - 4x_3 - 16x_4 - 16x_5 = 0, \\ 6x_1 - 4x_2 - x_3 - 2x_4 + 9x_5 = 0 \end{cases}$$

✓ общее решение: $x_1 = 2\alpha - \beta$, $x_2 = 2\alpha + \beta$, $x_3 = 2\alpha - \beta$, $x_4 = \alpha$, $x_5 = \beta$, базис подпространства решений: $((2, 2, 2,$

$$28) \begin{cases} -x_1 - 3x_2 + 3x_3 + 4x_4 + 13x_5 = 0, \\ -2x_1 + 12x_2 - 4x_3 - 20x_4 - 38x_5 = 0, \\ x_1 - 3x_2 + x_3 + 6x_4 + 9x_5 = 0, \\ -x_1 + 15x_2 - 8x_3 - 25x_4 - 52x_5 = 0, \\ 6x_2 - 3x_3 - 9x_4 - 21x_5 = 0 \end{cases}$$

✓ общее решение: $x_1 = -2\alpha + \beta$, $x_2 = \alpha + 3\beta$, $x_3 = -\alpha - \beta$, $x_4 = \alpha$, $x_5 = \beta$, базис подпространства решений: $((-2,$

$$29) \begin{cases} -2x_1 + 2x_2 + 12x_3 + 4x_4 - 2x_5 = 0, \\ 2x_1 - 4x_2 - 18x_3 - 6x_4 + 3x_5 = 0, \\ -4x_1 + 8x_2 + 40x_3 + 8x_4 - 8x_5 = 0 \end{cases}$$

✓ общее решение: $x_1 = 2\alpha + 2\beta$, $x_2 = -2\alpha - 2\beta$, $x_3 = \alpha$, $x_4 = \beta$, $x_5 = 2\alpha - 2\beta$, базис подпространства решений: $((2,$

$$30) \begin{cases} -2x_1 - 3x_2 - 2x_3 + 8x_4 + 4x_5 = 0, \\ x_1 + 3x_2 + 2x_3 - 5x_4 - 3x_5 = 0, \\ -x_1 - 3x_2 - x_3 + 7x_4 + 5x_5 = 0, \\ 3x_1 + 3x_2 + 4x_3 - 7x_4 - x_5 = 0 \end{cases}$$

✓ общее решение: $x_1 = 3\alpha + \beta$, $x_2 = 2\alpha + 2\beta$, $x_3 = -2\alpha - 2\beta$, $x_4 = \alpha$, $x_5 = \beta$, базис подпространства решений: $((3,$

Задача 61. Найти общее решение и фундаментальную систему решений для систем уравнений:

$$1) \begin{cases} 3x_1 + 5x_3 - 2x_4 + x_5 = 0, \\ -9x_1 + 2x_2 - 15x_3 + 7x_4 - 2x_5 = 0, \\ 3x_1 - 4x_2 + 4x_3 - 3x_4 - 3x_5 = 0, \\ 3x_1 + 4x_2 + 5x_3 - 2x_4 + 5x_5 = 0 \end{cases}$$

✓ общее решение: $x_1 = -2\alpha$, $x_2 = \alpha$, $x_3 = \alpha$, $x_4 = -\alpha$, $x_5 = -\alpha$, базис подпространства решений состоит из одного вектора

$$2) \begin{cases} 6x_1 - 4x_2 + 6x_3 + x_4 + 23x_5 = 0, \\ -x_1 + 2x_2 - 3x_3 - 7x_5 = 0, \\ -6x_1 + 6x_2 - 6x_3 - 3x_4 - 27x_5 = 0, \\ 2x_2 - 6x_3 + 2x_4 - 6x_5 = 0, \\ x_1 + 2x_2 - 3x_3 - 3x_5 = 0 \end{cases}$$

✓ общее решение: $x_1 = -2\alpha$, $x_2 = \alpha$, $x_3 = -\alpha$, $x_4 = -\alpha$, $x_5 = \alpha$, базис подпространства решений состоит из одного вектора

$$3) \begin{cases} -2x_1 + x_2 + x_3 + x_4 - 6x_5 = 0, \\ 6x_1 - x_2 - x_3 - x_4 + 14x_5 = 0, \\ -2x_1 + 3x_2 + 4x_3 + 4x_4 - 10x_5 = 0, \\ 2x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 + 3x_5 = 0, \\ 4x_1 - x_4 + 7x_5 = 0 \end{cases}$$

✓ общее решение: $x_1 = -2\alpha$, $x_2 = 2\alpha$, $x_3 = \alpha$, $x_4 = -\alpha$, $x_5 = \alpha$, базис подпространства решений состоит из одного вектора

$$4) \begin{cases} -x_1 + x_2 + x_3 + 2x_4 - x_5 = 0, \\ x_1 - x_4 + x_5 = 0, \\ -2x_1 + x_2 - 7x_3 - 2x_4 = 0, \\ -x_1 - x_2 + 2x_3 + 2x_4 - 2x_5 = 0 \end{cases}$$

✓ общее решение: $x_1 = -\alpha$, $x_2 = \alpha$, $x_3 = \alpha$, $x_4 = -2\alpha$, $x_5 = -\alpha$, базис подпространства решений состоит из одного вектора

$$5) \begin{cases} -6x_1 - 2x_3 - 5x_4 + 20x_5 = 0, \\ x_1 + x_2 + 2x_3 - x_5 = 0, \\ x_1 + x_2 + 4x_3 + x_4 - x_5 = 0, \\ -2x_2 - 2x_3 + 2x_4 - 4x_5 = 0, \\ -8x_1 - 4x_2 - 10x_3 - 4x_4 + 18x_5 = 0 \end{cases}$$

✓ общее решение: $x_1 = 2\alpha$, $x_2 = \alpha$, $x_3 = -\alpha$, $x_4 = 2\alpha$, $x_5 = \alpha$, базис подпространства решений состоит из одного вектора

$$6) \begin{cases} 4x_1 - 13x_3 - 3x_4 - x_5 = 0, \\ -x_1 - x_2 + 5x_3 + x_4 + x_5 = 0, \\ -x_1 + x_2 + x_3 - x_5 = 0, \\ -3x_1 + x_2 + 6x_3 - x_4 - 4x_5 = 0 \end{cases}$$

✓ общее решение: $x_1 = 2\alpha$, $x_2 = 2\alpha$, $x_3 = \alpha$, $x_4 = -2\alpha$, $x_5 = \alpha$, базис подпространства решений состоит из одного вектора

$$7) \begin{cases} -2x_1 - x_2 - x_3 - 2x_4 - 2x_5 = 0, \\ -4x_1 - x_2 - x_3 - 4x_4 = 0, \\ 2x_1 + 2x_2 + 4x_3 + 3x_4 + 8x_5 = 0, \\ 2x_1 + 2x_2 + 6x_3 + 5x_4 + 8x_5 = 0, \\ 10x_1 + 6x_2 + 12x_3 + 14x_4 + 18x_5 = 0 \end{cases}$$

✓ общее решение: $x_1 = -\alpha$, $x_2 = -2\alpha$, $x_3 = -2\alpha$, $x_4 = 2\alpha$, $x_5 = \alpha$, базис подпространства решений состоит из одного вектора

$$8) \begin{cases} x_1 + 3x_2 - 9x_3 - 2x_4 - 3x_5 = 0, \\ -x_1 + 3x_2 - 6x_3 - x_4 = 0, \\ x_1 - 9x_2 + 21x_3 + 2x_4 + 2x_5 = 0, \\ -3x_1 + 3x_2 - 5x_3 + 2x_5 = 0 \end{cases}$$

✓ общее решение: $x_1 = -\alpha$, $x_2 = 2\alpha$, $x_3 = \alpha$, $x_4 = \alpha$, $x_5 = -2\alpha$, базис подпространства решений состоит из одного вектора

$$9) \begin{cases} -x_1 + x_5 = 0, \\ -2x_1 - 2x_2 + 6x_3 + x_4 + 3x_5 = 0, \\ -x_1 + 2x_2 - 7x_3 - 2x_5 = 0, \\ 2x_1 - 4x_2 + 12x_3 + 4x_4 - 2x_5 = 0 \end{cases}$$

✓ общее решение: $x_1 = -\alpha$, $x_2 = 2\alpha$, $x_3 = \alpha$, $x_4 = -\alpha$, $x_5 = -\alpha$, базис подпространства решений состоит из одного

$$10) \begin{cases} 2x_1 - 6x_3 + x_4 - 9x_5 = 0, \\ -x_1 + 2x_2 - x_3 - 2x_4 = 0, \\ -2x_2 + 3x_3 + x_4 + 4x_5 = 0, \\ x_1 - 4x_2 + x_3 + x_4 + 3x_5 = 0, \\ -4x_1 + 8x_2 + x_3 - 5x_4 + 2x_5 = 0 \end{cases}$$

✓ общее решение: $x_1 = \alpha$, $x_2 = \alpha$, $x_3 = -\alpha$, $x_4 = \alpha$, $x_5 = \alpha$, базис подпространства решений состоит из одного век

$$11) \begin{cases} 3x_1 - 2x_2 - 22x_3 + 2x_4 - 5x_5 = 0, \\ x_1 - x_2 - 7x_3 + x_4 - x_5 = 0, \\ 2x_1 - x_2 - 10x_3 - 2x_5 = 0, \\ x_1 + x_2 - 2x_3 - 2x_4 - 2x_5 = 0 \end{cases}$$

✓ общее решение: $x_1 = 2\alpha$, $x_2 = -2\alpha$, $x_3 = \alpha$, $x_4 = \alpha$, $x_5 = -2\alpha$, базис подпространства решений состоит из одного

$$12) \begin{cases} -x_1 + 3x_2 + x_3 + 2x_4 - 5x_5 = 0, \\ 2x_1 - 3x_2 - 2x_3 + x_4 - 3x_5 = 0, \\ 3x_1 - 3x_2 - x_3 + 3x_4 - 7x_5 = 0, \\ -3x_1 + 6x_2 + 8x_3 - x_4 + 7x_5 = 0, \\ x_1 + 3x_2 + 6x_3 + 5x_4 - 8x_5 = 0 \end{cases}$$

✓ общее решение: $x_1 = \alpha$, $x_2 = \alpha$, $x_3 = -\alpha$, $x_4 = 2\alpha$, $x_5 = \alpha$, базис подпространства решений состоит из одного век

$$13) \begin{cases} x_1 - 3x_3 + x_5 = 0, \\ 2x_2 + 2x_3 - 2x_4 = 0, \\ x_1 + 4x_2 + x_3 - 3x_4 = 0, \\ 2x_1 - 2x_2 - 6x_3 + 3x_4 = 0 \end{cases}$$

✓ общее решение: $x_1 = \alpha$, $x_2 = \alpha$, $x_3 = \alpha$, $x_4 = 2\alpha$, $x_5 = 2\alpha$, базис подпространства решений состоит из одного век

$$14) \begin{cases} -6x_1 - 4x_2 - 4x_3 + 4x_5 = 0, \\ -x_1 - 2x_2 - 2x_3 + x_4 - 4x_5 = 0, \\ -x_1 - 6x_2 - 7x_3 + 5x_4 - 21x_5 = 0, \\ 3x_1 + 2x_2 + 4x_3 - 3x_4 + 6x_5 = 0, \\ 9x_1 + 2x_2 + 3x_3 + x_4 - 15x_5 = 0 \end{cases}$$

✓ общее решение: $x_1 = 2\alpha$, $x_2 = -\alpha$, $x_3 = -\alpha$, $x_4 = 2\alpha$, $x_5 = \alpha$, базис подпространства решений состоит из одного

$$15) \begin{cases} -3x_1 + x_2 + x_3 - 2x_4 + x_5 = 0, \\ 9x_1 - 2x_2 - 7x_3 + 5x_4 - 2x_5 = 0, \\ -6x_1 + 13x_3 - x_4 - 2x_5 = 0, \\ 3x_1 - 12x_3 - 2x_4 + 4x_5 = 0 \end{cases}$$

✓ общее решение: $x_1 = 2\alpha$, $x_2 = 2\alpha$, $x_3 = \alpha$, $x_4 = -\alpha$, $x_5 = \alpha$, базис подпространства решений состоит из одного век

$$16) \begin{cases} -3x_1 + x_2 + x_3 - 2x_4 - 5x_5 = 0, \\ 9x_1 - 4x_2 - 2x_3 + 5x_4 + 10x_5 = 0, \\ -6x_1 + 4x_2 - 2x_3 - x_4 + 5x_5 = 0, \\ 6x_1 - x_2 + x_3 + 2x_4 + 4x_5 = 0, \\ -24x_1 + 10x_2 - 10x_4 - 14x_5 = 0 \end{cases}$$

✓ общее решение: $x_1 = -\alpha$, $x_2 = -2\alpha$, $x_3 = 2\alpha$, $x_4 = -\alpha$, $x_5 = \alpha$, базис подпространства решений состоит из одного

$$17) \begin{cases} -2x_1 + 2x_2 - x_3 - x_5 = 0, \\ -6x_1 + 7x_2 - 4x_3 + 2x_4 - 7x_5 = 0, \\ 2x_1 - 3x_2 + 4x_3 - x_4 + 5x_5 = 0, \\ -2x_1 + x_2 - 4x_3 - 3x_4 + x_5 = 0, \\ -4x_1 + 5x_2 + 3x_3 + 4x_4 - 4x_5 = 0 \end{cases}$$

✓ общее решение: $x_1 = -\alpha$, $x_2 = -\alpha$, $x_3 = -\alpha$, $x_4 = 2\alpha$, $x_5 = \alpha$, базис подпространства решений состоит из одного

$$18) \begin{cases} 6x_1 - 2x_2 - 4x_3 + 7x_4 + 14x_5 = 0, \\ -2x_1 + x_2 + 2x_3 - 2x_4 - 5x_5 = 0, \\ 2x_2 + 2x_5 = 0, \\ -5x_1 + 5x_2 + 6x_3 - 5x_4 - 12x_5 = 0, \\ 9x_1 - 8x_2 - 8x_3 + 10x_4 + 19x_5 = 0 \end{cases}$$

✓ общее решение: $x_1 = \alpha$, $x_2 = -\alpha$, $x_3 = 2\alpha$, $x_4 = -2\alpha$, $x_5 = \alpha$, базис подпространства решений состоит из одного вектора

$$19) \begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + 5x_3 - 2x_4 + x_5 = 0, \\ x_1 - 2x_2 - 2x_4 = 0, \\ -x_1 + 4x_2 + x_3 + 3x_4 + x_5 = 0, \\ x_1 + 3x_3 + x_4 - x_5 = 0 \end{cases}$$

✓ общее решение: $x_1 = -2\alpha$, $x_2 = \alpha$, $x_3 = \alpha$, $x_4 = -2\alpha$, $x_5 = -\alpha$, базис подпространства решений состоит из одного вектора

$$20) \begin{cases} -4x_1 - 3x_3 - 6x_4 - 17x_5 = 0, \\ 2x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + 6x_5 = 0, \\ 6x_1 + 2x_2 + 4x_3 + 4x_4 + 18x_5 = 0, \\ -x_2 + 2x_3 - 3x_4 - 9x_5 = 0, \\ -12x_1 - 2x_2 - 10x_3 - 8x_4 - 32x_5 = 0 \end{cases}$$

✓ общее решение: $x_1 = -2\alpha$, $x_2 = -\alpha$, $x_3 = \alpha$, $x_4 = -2\alpha$, $x_5 = \alpha$, базис подпространства решений состоит из одного вектора

$$21) \begin{cases} 2x_2 - 4x_3 + x_4 + 13x_5 = 0, \\ -x_1 - x_2 + 2x_3 - x_4 - 5x_5 = 0, \\ x_1 - 4x_2 + 4x_3 + 3x_4 - 15x_5 = 0, \\ -2x_1 - 4x_2 + 6x_3 - x_4 - 17x_5 = 0, \\ 4x_1 + 3x_2 - 8x_3 + 6x_4 + 20x_5 = 0 \end{cases}$$

✓ общее решение: $x_1 = 2\alpha$, $x_2 = -2\alpha$, $x_3 = 2\alpha$, $x_4 = -\alpha$, $x_5 = \alpha$, базис подпространства решений состоит из одного вектора

$$22) \begin{cases} x_1 + 2x_3 - x_4 + 6x_5 = 0, \\ -2x_1 - 2x_3 - 2x_4 - 4x_5 = 0, \\ -5x_1 - 2x_2 - 2x_3 - 8x_4 + 3x_5 = 0, \\ -x_1 + x_2 - 2x_3 - 7x_5 = 0, \\ -5x_1 - 3x_2 - 11x_4 + 12x_5 = 0 \end{cases}$$

✓ общее решение: $x_1 = -\alpha$, $x_2 = 2\alpha$, $x_3 = -2\alpha$, $x_4 = \alpha$, $x_5 = \alpha$, базис подпространства решений состоит из одного вектора

$$23) \begin{cases} -4x_1 + 3x_2 + 2x_3 + x_4 - x_5 = 0, \\ 3x_2 - 2x_3 - 2x_4 = 0, \\ 2x_1 - 3x_2 + x_4 = 0, \\ 4x_1 + 3x_2 - 8x_3 - 6x_4 + 3x_5 = 0 \end{cases}$$

✓ общее решение: $x_1 = 2\alpha$, $x_2 = 2\alpha$, $x_3 = \alpha$, $x_4 = 2\alpha$, $x_5 = 2\alpha$, базис подпространства решений состоит из одного вектора

$$24) \begin{cases} x_1 + x_2 - 2x_3 - 4x_4 - 9x_5 = 0, \\ x_2 - 2x_4 - 3x_5 = 0, \\ -x_1 - x_2 + x_3 + 3x_4 + 5x_5 = 0, \\ -2x_1 - 2x_2 - x_3 + 4x_4 = 0, \\ -x_2 + 4x_3 + 5x_4 + 17x_5 = 0 \end{cases}$$

✓ общее решение: $x_1 = -2\alpha$, $x_2 = -\alpha$, $x_3 = -2\alpha$, $x_4 = -2\alpha$, $x_5 = \alpha$, базис подпространства решений состоит из одного вектора

$$25) \begin{cases} x_1 + 3x_2 + 3x_3 - 4x_4 - 8x_5 = 0, \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 - 3x_5 = 0, \\ 3x_1 - x_2 + 7x_5 = 0, \\ 3x_1 + x_2 + 3x_3 + x_4 + 3x_5 = 0, \\ -8x_1 - 5x_2 - 9x_3 + 3x_4 + x_5 = 0 \end{cases}$$

✓ общее решение: $x_1 = -2\alpha$, $x_2 = \alpha$, $x_3 = \alpha$, $x_4 = -\alpha$, $x_5 = \alpha$, базис подпространства решений состоит из одного вектора

$$26) \begin{cases} -3x_1 + x_2 + x_3 + 3x_5 = 0, \\ 6x_1 - x_2 - x_4 - 3x_5 = 0, \\ 3x_1 - 2x_2 - x_3 + 2x_4 - 6x_5 = 0, \\ 6x_1 + 6x_3 + x_4 - 2x_5 = 0, \\ 6x_1 - 4x_2 - 8x_3 - 10x_5 = 0 \end{cases}$$

✓ общее решение: $x_1 = \alpha$, $x_2 = \alpha$, $x_3 = -\alpha$, $x_4 = 2\alpha$, $x_5 = \alpha$, базис подпространства решений состоит из одного вектора

$$27) \begin{cases} -2x_1 - 4x_2 + 6x_3 - 5x_4 - 2x_5 = 0, \\ -2x_2 + 2x_3 - x_4 + x_5 = 0, \\ x_1 + 6x_2 - 10x_3 + 5x_4 - 2x_5 = 0, \\ x_1 + 4x_2 + 6x_3 + 2x_4 + 4x_5 = 0 \end{cases}$$

✓ общее решение: $x_1 = 2\alpha$, $x_2 = -\alpha$, $x_3 = \alpha$, $x_4 = 2\alpha$, $x_5 = -2\alpha$, базис подпространства решений состоит из одного вектора

$$28) \begin{cases} -x_1 + x_5 = 0, \\ -x_1 + 3x_2 - 2x_3 - x_4 - 8x_5 = 0, \\ -2x_1 + 9x_2 - 7x_3 - x_4 - 23x_5 = 0, \\ -x_1 + 3x_2 - 2x_3 - 3x_4 - 12x_5 = 0, \\ 3x_1 - 15x_2 + 11x_3 + 5x_4 + 44x_5 = 0 \end{cases}$$

✓ общее решение: $x_1 = \alpha$, $x_2 = \alpha$, $x_3 = -2\alpha$, $x_4 = -2\alpha$, $x_5 = \alpha$, базис подпространства решений состоит из одного вектора

$$29) \begin{cases} 2x_1 - 3x_2 - 13x_3 + 3x_4 - 3x_5 = 0, \\ 2x_1 + 3x_2 + 3x_3 + x_4 - 2x_5 = 0, \\ -6x_1 - 6x_2 - 3x_3 - 3x_4 + 6x_5 = 0, \\ -3x_2 - 12x_3 + 2x_4 - 2x_5 = 0 \end{cases}$$

✓ общее решение: $x_1 = -\alpha$, $x_2 = -2\alpha$, $x_3 = \alpha$, $x_4 = \alpha$, $x_5 = -2\alpha$, базис подпространства решений состоит из одного вектора

$$30) \begin{cases} x_1 + 2x_3 = 0, \\ -x_1 + 2x_2 + 2x_5 = 0, \\ -x_1 + 8x_2 + 11x_3 - x_4 + 4x_5 = 0, \\ x_1 - 6x_2 - 7x_3 + x_4 - 4x_5 = 0 \end{cases}$$

✓ общее решение: $x_1 = -2\alpha$, $x_2 = -2\alpha$, $x_3 = \alpha$, $x_4 = \alpha$, $x_5 = \alpha$, базис подпространства решений состоит из одного вектора

Задача 62. Определите вектор X валового выпуска продукции двух отраслей, если известны матрица прямых затрат A и вектор конечного продукта Y .

$$1) A = \begin{pmatrix} \frac{9}{100} & \frac{5}{100} \\ \frac{14}{100} & \frac{3}{100} \end{pmatrix}, \quad Y = \begin{pmatrix} 703 \\ 373 \end{pmatrix} \quad 2) A = \begin{pmatrix} \frac{4}{100} & \frac{15}{100} \\ \frac{10}{100} & \frac{4}{100} \end{pmatrix}, \quad Y = \begin{pmatrix} 678 \\ 496 \end{pmatrix} \quad 3) A = \begin{pmatrix} \frac{5}{100} & \frac{9}{100} \\ \frac{10}{100} & \frac{13}{100} \end{pmatrix}, \quad Y = \begin{pmatrix} 525 \\ 363 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark X = (800, 500)$$

$$\checkmark X = (800, 600)$$

$$\checkmark X = (600, 500)$$

$$4) A = \begin{pmatrix} \frac{3}{100} & \frac{15}{100} \\ \frac{10}{100} & \frac{17}{100} \end{pmatrix}, \quad Y = \begin{pmatrix} 589 \\ 428 \end{pmatrix}$$

$$5) A = \begin{pmatrix} \frac{13}{100} & \frac{23}{100} \\ \frac{19}{100} & \frac{12}{100} \end{pmatrix}, \quad Y = \begin{pmatrix} 164 \\ 628 \end{pmatrix}$$

$$6) A = \begin{pmatrix} \frac{6}{100} & \frac{10}{100} \\ \frac{11}{100} & \frac{13}{100} \end{pmatrix}, \quad Y = \begin{pmatrix} 672 \\ 608 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark X = (700, 600)$$

$$\checkmark X = (400, 800)$$

$$\checkmark X = (800, 800)$$

$$7) A = \begin{pmatrix} \frac{11}{100} & \frac{10}{100} \\ \frac{16}{100} & \frac{4}{100} \end{pmatrix}, \quad Y = \begin{pmatrix} 751 \\ 336 \end{pmatrix}$$

$$8) A = \begin{pmatrix} \frac{6}{100} & \frac{15}{100} \\ \frac{14}{100} & \frac{15}{100} \end{pmatrix}, \quad Y = \begin{pmatrix} 350 \\ 610 \end{pmatrix}$$

$$9) A = \begin{pmatrix} \frac{13}{100} & \frac{21}{100} \\ \frac{7}{100} & \frac{4}{100} \end{pmatrix}, \quad Y = \begin{pmatrix} 309 \\ 541 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark X = (900, 500)$$

$$\checkmark X = (500, 800)$$

$$\checkmark X = (500, 600)$$

$$10) A = \begin{pmatrix} \frac{5}{100} & \frac{11}{100} \\ \frac{14}{100} & \frac{17}{100} \end{pmatrix}, \quad Y = \begin{pmatrix} 325 \\ 359 \end{pmatrix}$$

$$11) A = \begin{pmatrix} \frac{4}{100} & \frac{9}{100} \\ \frac{17}{100} & \frac{6}{100} \end{pmatrix}, \quad Y = \begin{pmatrix} 321 \\ 590 \end{pmatrix}$$

$$12) A = \begin{pmatrix} \frac{7}{100} & \frac{25}{100} \\ \frac{14}{100} & \frac{3}{100} \end{pmatrix}, \quad Y = \begin{pmatrix} 476 \\ 581 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark X = (400, 500)$$

$$\checkmark X = (400, 700)$$

$$\checkmark X = (700, 700)$$

$$13) A = \begin{pmatrix} \frac{13}{100} & \frac{16}{100} \\ \frac{10}{100} & \frac{4}{100} \end{pmatrix}, \quad Y = \begin{pmatrix} 442 \\ 384 \end{pmatrix}$$

$$14) A = \begin{pmatrix} \frac{9}{100} & \frac{23}{100} \\ \frac{10}{100} & \frac{8}{100} \end{pmatrix}, \quad Y = \begin{pmatrix} 294 \\ 594 \end{pmatrix}$$

$$15) A = \begin{pmatrix} \frac{4}{100} & \frac{23}{100} \\ \frac{14}{100} & \frac{3}{100} \end{pmatrix}, \quad Y = \begin{pmatrix} 415 \\ 655 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark X = (600, 500)$$

$$\checkmark X = (500, 700)$$

$$\checkmark X = (600, 700)$$

$$16) A = \begin{pmatrix} \frac{13}{100} & \frac{23}{100} \\ \frac{19}{100} & \frac{12}{100} \end{pmatrix}, \quad Y = \begin{pmatrix} 471 \\ 444 \end{pmatrix}$$

$$17) A = \begin{pmatrix} \frac{13}{100} & \frac{19}{100} \\ \frac{10}{100} & \frac{12}{100} \end{pmatrix}, \quad Y = \begin{pmatrix} 283 \\ 664 \end{pmatrix}$$

$$18) A = \begin{pmatrix} \frac{3}{100} & \frac{20}{100} \\ \frac{18}{100} & \frac{7}{100} \end{pmatrix}, \quad Y = \begin{pmatrix} 385 \\ 375 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark X = (700, 600)$$

$$\checkmark X = (500, 800)$$

$$\checkmark X = (500, 500)$$

$$19) A = \begin{pmatrix} \frac{3}{100} & \frac{6}{100} \\ \frac{10}{100} & \frac{17}{100} \end{pmatrix}, \quad Y = \begin{pmatrix} 358 \\ 395 \end{pmatrix}$$

$$20) A = \begin{pmatrix} \frac{3}{100} & \frac{18}{100} \\ \frac{4}{100} & \frac{4}{100} \end{pmatrix}, \quad Y = \begin{pmatrix} 298 \\ 464 \end{pmatrix}$$

$$21) A = \begin{pmatrix} \frac{5}{100} & \frac{16}{100} \\ \frac{16}{100} & \frac{12}{100} \end{pmatrix}, \quad Y = \begin{pmatrix} 347 \\ 624 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark X = (400, 500)$$

$$\checkmark X = (400, 500)$$

$$\checkmark X = (500, 800)$$

- 22) $A = \begin{pmatrix} \frac{11}{100} & \frac{7}{100} \\ \frac{10}{100} & \frac{15}{100} \end{pmatrix}$, $Y = \begin{pmatrix} 752 \\ 469 \end{pmatrix}$ \checkmark $X = (900, 700)$
- 23) $A = \begin{pmatrix} \frac{12}{100} & \frac{6}{100} \\ \frac{7}{100} & \frac{13}{100} \end{pmatrix}$, $Y = \begin{pmatrix} 316 \\ 494 \end{pmatrix}$ \checkmark $X = (400, 600)$
- 24) $A = \begin{pmatrix} \frac{9}{100} & \frac{19}{100} \\ \frac{10}{100} & \frac{6}{100} \end{pmatrix}$, $Y = \begin{pmatrix} 303 \\ 657 \end{pmatrix}$ \checkmark $X = (500, 800)$
- 25) $A = \begin{pmatrix} \frac{11}{100} & \frac{9}{100} \\ \frac{10}{100} & \frac{3}{100} \end{pmatrix}$, $Y = \begin{pmatrix} 293 \\ 611 \end{pmatrix}$ \checkmark $X = (400, 700)$
- 26) $A = \begin{pmatrix} \frac{8}{100} & \frac{5}{100} \\ \frac{12}{100} & \frac{100}{100} \end{pmatrix}$, $Y = \begin{pmatrix} 798 \\ 420 \end{pmatrix}$ \checkmark $X = (900, 600)$
- 27) $A = \begin{pmatrix} \frac{12}{100} & \frac{20}{100} \\ \frac{10}{100} & \frac{3}{100} \end{pmatrix}$, $Y = \begin{pmatrix} 428 \\ 443 \end{pmatrix}$ \checkmark $X = (600, 500)$
- 28) $A = \begin{pmatrix} \frac{13}{100} & \frac{12}{100} \\ \frac{10}{100} & \frac{4}{100} \end{pmatrix}$, $Y = \begin{pmatrix} 600 \\ 728 \end{pmatrix}$ \checkmark $X = (800, 800)$
- 29) $A = \begin{pmatrix} \frac{8}{100} & \frac{10}{100} \\ \frac{10}{100} & \frac{11}{100} \end{pmatrix}$, $Y = \begin{pmatrix} 472 \\ 694 \end{pmatrix}$ \checkmark $X = (600, 800)$
- 30) $A = \begin{pmatrix} \frac{8}{100} & \frac{16}{100} \\ \frac{10}{100} & \frac{16}{100} \end{pmatrix}$, $Y = \begin{pmatrix} 380 \\ 400 \end{pmatrix}$ \checkmark $X = (500, 500)$

Задача 63. Определите вектор X валового выпуска продукции трёх отраслей, если известны матрица прямых затрат A и вектор конечного продукта Y .

- 1) $A = \begin{pmatrix} \frac{3}{100} & \frac{12}{100} & \frac{14}{100} \\ \frac{10}{100} & \frac{8}{100} & \frac{10}{100} \\ \frac{4}{100} & \frac{9}{100} & \frac{10}{100} \end{pmatrix}$, $Y = \begin{pmatrix} 703 \\ 420 \\ 540 \end{pmatrix}$ \checkmark $X = (900, 600, 700)$
- 2) $A = \begin{pmatrix} \frac{3}{100} & \frac{10}{100} & \frac{4}{100} \\ \frac{4}{100} & \frac{10}{100} & \frac{9}{100} \\ \frac{12}{100} & \frac{15}{100} & \frac{6}{100} \end{pmatrix}$, $Y = \begin{pmatrix} 682 \\ 586 \\ 363 \end{pmatrix}$ \checkmark $X = (800, 700, 600)$
- 3) $A = \begin{pmatrix} \frac{7}{100} & \frac{18}{100} & \frac{14}{100} \\ \frac{3}{100} & \frac{8}{100} & \frac{10}{100} \\ \frac{17}{100} & \frac{13}{100} & \frac{5}{100} \end{pmatrix}$, $Y = \begin{pmatrix} 370 \\ 372 \\ 498 \end{pmatrix}$ \checkmark $X = (600, 500, 700)$
- 4) $A = \begin{pmatrix} \frac{6}{100} & \frac{7}{100} & \frac{12}{100} \\ \frac{15}{100} & \frac{6}{100} & \frac{13}{100} \\ \frac{10}{100} & \frac{11}{100} & \frac{11}{100} \end{pmatrix}$, $Y = \begin{pmatrix} 260 \\ 627 \\ 325 \end{pmatrix}$ \checkmark $X = (400, 800, 500)$
- 5) $A = \begin{pmatrix} \frac{5}{100} & \frac{10}{100} & \frac{8}{100} \\ \frac{10}{100} & \frac{8}{100} & \frac{10}{100} \\ \frac{17}{100} & \frac{11}{100} & \frac{10}{100} \end{pmatrix}$, $Y = \begin{pmatrix} 626 \\ 508 \\ 507 \end{pmatrix}$ \checkmark $X = (800, 700, 800)$
- 6) $A = \begin{pmatrix} \frac{8}{100} & \frac{15}{100} & \frac{11}{100} \\ \frac{19}{100} & \frac{8}{100} & \frac{6}{100} \\ \frac{9}{100} & \frac{10}{100} & \frac{5}{100} \end{pmatrix}$, $Y = \begin{pmatrix} 447 \\ 561 \\ 538 \end{pmatrix}$ \checkmark $X = (700, 800, 700)$
- 7) $A = \begin{pmatrix} \frac{8}{100} & \frac{12}{100} & \frac{12}{100} \\ \frac{7}{100} & \frac{4}{100} & \frac{13}{100} \\ \frac{10}{100} & \frac{8}{100} & \frac{5}{100} \end{pmatrix}$, $Y = \begin{pmatrix} 672 \\ 531 \\ 451 \end{pmatrix}$ \checkmark $X = (900, 700, 600)$
- 8) $A = \begin{pmatrix} \frac{8}{100} & \frac{10}{100} & \frac{4}{100} \\ \frac{15}{100} & \frac{3}{100} & \frac{13}{100} \\ \frac{13}{100} & \frac{14}{100} & \frac{10}{100} \end{pmatrix}$, $Y = \begin{pmatrix} 556 \\ 386 \\ 455 \end{pmatrix}$ \checkmark $X = (700, 600, 700)$
- 9) $A = \begin{pmatrix} \frac{9}{100} & \frac{5}{100} & \frac{11}{100} \\ \frac{4}{100} & \frac{8}{100} & \frac{6}{100} \\ \frac{10}{100} & \frac{11}{100} & \frac{10}{100} \end{pmatrix}$, $Y = \begin{pmatrix} 514 \\ 568 \\ 573 \end{pmatrix}$ \checkmark $X = (700, 700, 800)$
- 10) $A = \begin{pmatrix} \frac{5}{100} & \frac{12}{100} & \frac{12}{100} \\ \frac{17}{100} & \frac{4}{100} & \frac{10}{100} \\ \frac{10}{100} & \frac{13}{100} & \frac{8}{100} \end{pmatrix}$, $Y = \begin{pmatrix} 473 \\ 569 \\ 583 \end{pmatrix}$ \checkmark $X = (700, 800, 800)$
- 11) $A = \begin{pmatrix} \frac{5}{100} & \frac{7}{100} & \frac{11}{100} \\ \frac{11}{100} & \frac{7}{100} & \frac{10}{100} \\ \frac{12}{100} & \frac{8}{100} & \frac{10}{100} \end{pmatrix}$, $Y = \begin{pmatrix} 718 \\ 512 \\ 556 \end{pmatrix}$ \checkmark $X = (900, 700, 800)$
- 12) $A = \begin{pmatrix} \frac{8}{100} & \frac{15}{100} & \frac{11}{100} \\ \frac{19}{100} & \frac{6}{100} & \frac{6}{100} \\ \frac{12}{100} & \frac{11}{100} & \frac{5}{100} \end{pmatrix}$, $Y = \begin{pmatrix} 208 \\ 552 \\ 350 \end{pmatrix}$ \checkmark $X = (400, 700, 500)$
- 13) $A = \begin{pmatrix} \frac{4}{100} & \frac{12}{100} & \frac{12}{100} \\ \frac{10}{100} & \frac{10}{100} & \frac{10}{100} \\ \frac{13}{100} & \frac{14}{100} & \frac{4}{100} \end{pmatrix}$, $Y = \begin{pmatrix} 300 \\ 579 \\ 605 \end{pmatrix}$ \checkmark $X = (500, 700, 800)$
- 14) $A = \begin{pmatrix} \frac{7}{100} & \frac{9}{100} & \frac{14}{100} \\ \frac{8}{100} & \frac{7}{100} & \frac{14}{100} \\ \frac{10}{100} & \frac{8}{100} & \frac{5}{100} \end{pmatrix}$, $Y = \begin{pmatrix} 667 \\ 574 \\ 538 \end{pmatrix}$ \checkmark $X = (900, 800, 700)$
- 15) $A = \begin{pmatrix} \frac{8}{100} & \frac{18}{100} & \frac{14}{100} \\ \frac{11}{100} & \frac{3}{100} & \frac{9}{100} \\ \frac{10}{100} & \frac{8}{100} & \frac{6}{100} \end{pmatrix}$, $Y = \begin{pmatrix} 516 \\ 422 \\ 600 \end{pmatrix}$ \checkmark $X = (800, 600, 800)$
- 16) $A = \begin{pmatrix} \frac{8}{100} & \frac{20}{100} & \frac{9}{100} \\ \frac{11}{100} & \frac{6}{100} & \frac{6}{100} \\ \frac{6}{100} & \frac{11}{100} & \frac{11}{100} \end{pmatrix}$, $Y = \begin{pmatrix} 315 \\ 385 \\ 360 \end{pmatrix}$ \checkmark $X = (500, 500, 500)$
- 17) $A = \begin{pmatrix} \frac{5}{100} & \frac{15}{100} & \frac{11}{100} \\ \frac{19}{100} & \frac{8}{100} & \frac{10}{100} \\ \frac{16}{100} & \frac{10}{100} & \frac{11}{100} \end{pmatrix}$, $Y = \begin{pmatrix} 597 \\ 236 \\ 539 \end{pmatrix}$ \checkmark $X = (800, 500, 800)$
- 18) $A = \begin{pmatrix} \frac{6}{100} & \frac{7}{100} & \frac{4}{100} \\ \frac{15}{100} & \frac{7}{100} & \frac{5}{100} \\ \frac{10}{100} & \frac{9}{100} & \frac{8}{100} \end{pmatrix}$, $Y = \begin{pmatrix} 411 \\ 360 \\ 427 \end{pmatrix}$ \checkmark $X = (500, 500, 600)$
- 19) $A = \begin{pmatrix} \frac{3}{100} & \frac{5}{100} & \frac{5}{100} \\ \frac{10}{100} & \frac{10}{100} & \frac{10}{100} \\ \frac{12}{100} & \frac{7}{100} & \frac{11}{100} \end{pmatrix}$, $Y = \begin{pmatrix} 808 \\ 506 \\ 281 \end{pmatrix}$ \checkmark $X = (900, 800, 500)$
- 20) $A = \begin{pmatrix} \frac{7}{100} & \frac{16}{100} & \frac{9}{100} \\ \frac{11}{100} & \frac{4}{100} & \frac{11}{100} \\ \frac{10}{100} & \frac{7}{100} & \frac{8}{100} \end{pmatrix}$, $Y = \begin{pmatrix} 220 \\ 348 \\ 657 \end{pmatrix}$ \checkmark $X = (400, 500, 800)$

$$21) A = \begin{pmatrix} \frac{8}{100} & \frac{10}{100} & \frac{9}{100} \\ \frac{20}{100} & \frac{4}{100} & \frac{13}{100} \\ \frac{6}{100} & \frac{8}{100} & \frac{4}{100} \end{pmatrix}, \quad Y = \begin{pmatrix} 703 \\ 523 \\ 362 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark X = (900, 800, 500)$$

$$23) A = \begin{pmatrix} \frac{7}{100} & \frac{5}{100} & \frac{8}{100} \\ \frac{15}{100} & \frac{7}{100} & \frac{11}{100} \\ \frac{9}{100} & \frac{13}{100} & \frac{11}{100} \end{pmatrix}, \quad Y = \begin{pmatrix} 395 \\ 428 \\ 322 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark X = (500, 600, 500)$$

$$25) A = \begin{pmatrix} \frac{4}{100} & \frac{9}{100} & \frac{8}{100} \\ \frac{14}{100} & \frac{3}{100} & \frac{10}{100} \\ \frac{4}{100} & \frac{13}{100} & \frac{4}{100} \end{pmatrix}, \quad Y = \begin{pmatrix} 744 \\ 614 \\ 436 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark X = (900, 800, 600)$$

$$27) A = \begin{pmatrix} \frac{4}{100} & \frac{7}{100} & \frac{4}{100} \\ \frac{17}{100} & \frac{7}{100} & \frac{10}{100} \\ \frac{4}{100} & \frac{11}{100} & \frac{10}{100} \end{pmatrix}, \quad Y = \begin{pmatrix} 595 \\ 483 \\ 525 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark X = (700, 700, 700)$$

$$29) A = \begin{pmatrix} \frac{3}{100} & \frac{20}{100} & \frac{5}{100} \\ \frac{11}{100} & \frac{4}{100} & \frac{14}{100} \\ \frac{13}{100} & \frac{10}{100} & \frac{5}{100} \end{pmatrix}, \quad Y = \begin{pmatrix} 524 \\ 401 \\ 496 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark X = (700, 600, 700)$$

$$22) A = \begin{pmatrix} \frac{9}{100} & \frac{20}{100} & \frac{11}{100} \\ \frac{4}{100} & \frac{7}{100} & \frac{11}{100} \\ \frac{10}{100} & \frac{10}{100} & \frac{12}{100} \end{pmatrix}, \quad Y = \begin{pmatrix} 309 \\ 643 \\ 467 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark X = (600, 800, 700)$$

$$24) A = \begin{pmatrix} \frac{5}{100} & \frac{5}{100} & \frac{5}{100} \\ \frac{11}{100} & \frac{4}{100} & \frac{11}{100} \\ \frac{4}{100} & \frac{14}{100} & \frac{6}{100} \end{pmatrix}, \quad Y = \begin{pmatrix} 780 \\ 592 \\ 510 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark X = (900, 800, 700)$$

$$26) A = \begin{pmatrix} \frac{6}{100} & \frac{19}{100} & \frac{12}{100} \\ \frac{10}{100} & \frac{6}{100} & \frac{11}{100} \\ \frac{19}{100} & \frac{10}{100} & \frac{11}{100} \end{pmatrix}, \quad Y = \begin{pmatrix} 303 \\ 309 \\ 459 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark X = (500, 500, 600)$$

$$28) A = \begin{pmatrix} \frac{6}{100} & \frac{10}{100} & \frac{4}{100} \\ \frac{14}{100} & \frac{7}{100} & \frac{5}{100} \\ \frac{10}{100} & \frac{10}{100} & \frac{10}{100} \end{pmatrix}, \quad Y = \begin{pmatrix} 756 \\ 500 \\ 317 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark X = (900, 700, 500)$$

$$30) A = \begin{pmatrix} \frac{8}{100} & \frac{19}{100} & \frac{4}{100} \\ \frac{5}{100} & \frac{4}{100} & \frac{6}{100} \\ \frac{13}{100} & \frac{9}{100} & \frac{10}{100} \end{pmatrix}, \quad Y = \begin{pmatrix} 184 \\ 700 \\ 596 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark X = (400, 800, 800)$$

Задача 64. Определите вектор X валового выпуска продукции четырёх отраслей, если известны матрица прямых затрат A и вектор конечного продукта Y .

$$1) A = \begin{pmatrix} \frac{4}{100} & \frac{11}{100} & \frac{7}{100} & \frac{11}{100} \\ \frac{10}{100} & \frac{10}{100} & \frac{10}{100} & \frac{10}{100} \\ \frac{3}{100} & \frac{15}{100} & \frac{11}{100} & \frac{8}{100} \\ \frac{6}{100} & \frac{8}{100} & \frac{8}{100} & \frac{7}{100} \end{pmatrix}, \quad Y = \begin{pmatrix} 288 \\ 414 \\ 462 \\ 517 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark X = (500, 600, 700, 700)$$

$$3) A = \begin{pmatrix} \frac{9}{100} & \frac{3}{100} & \frac{14}{100} & \frac{4}{100} \\ \frac{16}{100} & \frac{6}{100} & \frac{10}{100} & \frac{9}{100} \\ \frac{10}{100} & \frac{11}{100} & \frac{4}{100} & \frac{6}{100} \\ \frac{4}{100} & \frac{9}{100} & \frac{12}{100} & \frac{8}{100} \end{pmatrix}, \quad Y = \begin{pmatrix} 435 \\ 467 \\ 313 \\ 313 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark X = (600, 700, 500, 500)$$

$$5) A = \begin{pmatrix} \frac{9}{100} & \frac{6}{100} & \frac{11}{100} & \frac{4}{100} \\ \frac{12}{100} & \frac{8}{100} & \frac{10}{100} & \frac{7}{100} \\ \frac{8}{100} & \frac{11}{100} & \frac{6}{100} & \frac{12}{100} \\ \frac{7}{100} & \frac{15}{100} & \frac{11}{100} & \frac{10}{100} \end{pmatrix}, \quad Y = \begin{pmatrix} 420 \\ 378 \\ 378 \\ 342 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark X = (600, 600, 600, 600)$$

$$7) A = \begin{pmatrix} \frac{9}{100} & \frac{6}{100} & \frac{7}{100} & \frac{5}{100} \\ \frac{8}{100} & \frac{4}{100} & \frac{14}{100} & \frac{10}{100} \\ \frac{4}{100} & \frac{13}{100} & \frac{4}{100} & \frac{12}{100} \\ \frac{11}{100} & \frac{10}{100} & \frac{4}{100} & \frac{6}{100} \end{pmatrix}, \quad Y = \begin{pmatrix} 341 \\ 321 \\ 503 \\ 505 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark X = (500, 500, 700, 700)$$

$$9) A = \begin{pmatrix} \frac{4}{100} & \frac{6}{100} & \frac{11}{100} & \frac{17}{100} \\ \frac{10}{100} & \frac{7}{100} & \frac{10}{100} & \frac{10}{100} \\ \frac{10}{100} & \frac{12}{100} & \frac{11}{100} & \frac{12}{100} \\ \frac{11}{100} & \frac{15}{100} & \frac{4}{100} & \frac{4}{100} \end{pmatrix}, \quad Y = \begin{pmatrix} 304 \\ 458 \\ 263 \\ 315 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark X = (500, 600, 500, 500)$$

$$11) A = \begin{pmatrix} \frac{6}{100} & \frac{7}{100} & \frac{5}{100} & \frac{15}{100} \\ \frac{10}{100} & \frac{4}{100} & \frac{9}{100} & \frac{9}{100} \\ \frac{12}{100} & \frac{8}{100} & \frac{10}{100} & \frac{16}{100} \\ \frac{6}{100} & \frac{10}{100} & \frac{10}{100} & \frac{4}{100} \end{pmatrix}, \quad Y = \begin{pmatrix} 592 \\ 283 \\ 412 \\ 408 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark X = (800, 500, 700, 600)$$

$$2) A = \begin{pmatrix} \frac{5}{100} & \frac{10}{100} & \frac{5}{100} & \frac{12}{100} \\ \frac{3}{100} & \frac{8}{100} & \frac{6}{100} & \frac{7}{100} \\ \frac{10}{100} & \frac{10}{100} & \frac{10}{100} & \frac{15}{100} \\ \frac{7}{100} & \frac{12}{100} & \frac{6}{100} & \frac{6}{100} \end{pmatrix}, \quad Y = \begin{pmatrix} 693 \\ 343 \\ 462 \\ 393 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark X = (900, 500, 800, 600)$$

$$4) A = \begin{pmatrix} \frac{3}{100} & \frac{5}{100} & \frac{14}{100} & \frac{17}{100} \\ \frac{5}{100} & \frac{3}{100} & \frac{10}{100} & \frac{3}{100} \\ \frac{10}{100} & \frac{12}{100} & \frac{11}{100} & \frac{10}{100} \\ \frac{7}{100} & \frac{14}{100} & \frac{11}{100} & \frac{4}{100} \end{pmatrix}, \quad Y = \begin{pmatrix} 147 \\ 585 \\ 261 \\ 587 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark X = (400, 700, 500, 800)$$

$$6) A = \begin{pmatrix} \frac{9}{100} & \frac{11}{100} & \frac{8}{100} & \frac{15}{100} \\ \frac{3}{100} & \frac{6}{100} & \frac{7}{100} & \frac{5}{100} \\ \frac{10}{100} & \frac{10}{100} & \frac{10}{100} & \frac{10}{100} \\ \frac{7}{100} & \frac{14}{100} & \frac{10}{100} & \frac{8}{100} \end{pmatrix}, \quad Y = \begin{pmatrix} 502 \\ 465 \\ 246 \\ 651 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark X = (800, 600, 500, 800)$$

$$8) A = \begin{pmatrix} \frac{6}{100} & \frac{9}{100} & \frac{14}{100} & \frac{17}{100} \\ \frac{3}{100} & \frac{6}{100} & \frac{10}{100} & \frac{10}{100} \\ \frac{10}{100} & \frac{15}{100} & \frac{4}{100} & \frac{10}{100} \\ \frac{4}{100} & \frac{9}{100} & \frac{10}{100} & \frac{5}{100} \end{pmatrix}, \quad Y = \begin{pmatrix} 332 \\ 554 \\ 373 \\ 352 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark X = (600, 700, 600, 500)$$

$$10) A = \begin{pmatrix} \frac{7}{100} & \frac{12}{100} & \frac{14}{100} & \frac{4}{100} \\ \frac{10}{100} & \frac{8}{100} & \frac{9}{100} & \frac{6}{100} \\ \frac{5}{100} & \frac{10}{100} & \frac{5}{100} & \frac{6}{100} \\ \frac{10}{100} & \frac{13}{100} & \frac{4}{100} & \frac{10}{100} \end{pmatrix}, \quad Y = \begin{pmatrix} 475 \\ 433 \\ 457 \\ 303 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark X = (700, 600, 600, 500)$$

$$12) A = \begin{pmatrix} \frac{7}{100} & \frac{15}{100} & \frac{7}{100} & \frac{4}{100} \\ \frac{4}{100} & \frac{4}{100} & \frac{9}{100} & \frac{11}{100} \\ \frac{10}{100} & \frac{15}{100} & \frac{5}{100} & \frac{10}{100} \\ \frac{9}{100} & \frac{8}{100} & \frac{8}{100} & \frac{10}{100} \end{pmatrix}, \quad Y = \begin{pmatrix} 606 \\ 326 \\ 333 \\ 478 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark X = (800, 500, 500, 700)$$

$$13) A = \begin{pmatrix} \frac{3}{100} & \frac{10}{100} & \frac{4}{100} & \frac{12}{100} \\ \frac{8}{100} & \frac{10}{100} & \frac{10}{100} & \frac{10}{100} \\ \frac{10}{100} & \frac{10}{100} & \frac{10}{100} & \frac{10}{100} \\ \frac{3}{100} & \frac{10}{100} & \frac{5}{100} & \frac{10}{100} \end{pmatrix}, \quad Y = \begin{pmatrix} 715 \\ 494 \\ 461 \\ 350 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark X = (900, 700, 700, 500)$$

$$15) A = \begin{pmatrix} \frac{3}{100} & \frac{5}{100} & \frac{5}{100} & \frac{12}{100} \\ \frac{10}{100} & \frac{10}{100} & \frac{10}{100} & \frac{10}{100} \\ \frac{8}{100} & \frac{14}{100} & \frac{10}{100} & \frac{10}{100} \\ \frac{10}{100} & \frac{10}{100} & \frac{10}{100} & \frac{10}{100} \end{pmatrix}, \quad Y = \begin{pmatrix} 343 \\ 563 \\ 364 \\ 399 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark X = (500, 800, 600, 600)$$

$$17) A = \begin{pmatrix} \frac{7}{100} & \frac{5}{100} & \frac{14}{100} & \frac{12}{100} \\ \frac{10}{100} & \frac{10}{100} & \frac{10}{100} & \frac{10}{100} \\ \frac{10}{100} & \frac{13}{100} & \frac{10}{100} & \frac{10}{100} \\ \frac{10}{100} & \frac{14}{100} & \frac{10}{100} & \frac{10}{100} \end{pmatrix}, \quad Y = \begin{pmatrix} 157 \\ 469 \\ 427 \\ 570 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark X = (400, 700, 600, 800)$$

$$19) A = \begin{pmatrix} \frac{6}{100} & \frac{5}{100} & \frac{5}{100} & \frac{5}{100} \\ \frac{10}{100} & \frac{10}{100} & \frac{10}{100} & \frac{10}{100} \\ \frac{11}{100} & \frac{10}{100} & \frac{11}{100} & \frac{12}{100} \\ \frac{10}{100} & \frac{13}{100} & \frac{12}{100} & \frac{10}{100} \end{pmatrix}, \quad Y = \begin{pmatrix} 266 \\ 532 \\ 413 \\ 517 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark X = (400, 700, 700, 800)$$

$$21) A = \begin{pmatrix} \frac{3}{100} & \frac{3}{100} & \frac{9}{100} & \frac{11}{100} \\ \frac{10}{100} & \frac{10}{100} & \frac{10}{100} & \frac{10}{100} \\ \frac{10}{100} & \frac{12}{100} & \frac{10}{100} & \frac{10}{100} \\ \frac{10}{100} & \frac{15}{100} & \frac{12}{100} & \frac{10}{100} \end{pmatrix}, \quad Y = \begin{pmatrix} 621 \\ 258 \\ 546 \\ 423 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark X = (800, 500, 700, 700)$$

$$23) A = \begin{pmatrix} \frac{5}{100} & \frac{5}{100} & \frac{12}{100} & \frac{5}{100} \\ \frac{10}{100} & \frac{10}{100} & \frac{13}{100} & \frac{10}{100} \\ \frac{10}{100} & \frac{11}{100} & \frac{10}{100} & \frac{15}{100} \\ \frac{10}{100} & \frac{10}{100} & \frac{10}{100} & \frac{8}{100} \end{pmatrix}, \quad Y = \begin{pmatrix} 445 \\ 307 \\ 237 \\ 566 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark X = (600, 500, 500, 800)$$

$$25) A = \begin{pmatrix} \frac{5}{100} & \frac{10}{100} & \frac{9}{100} & \frac{12}{100} \\ \frac{10}{100} & \frac{10}{100} & \frac{10}{100} & \frac{10}{100} \\ \frac{10}{100} & \frac{10}{100} & \frac{10}{100} & \frac{11}{100} \\ \frac{10}{100} & \frac{10}{100} & \frac{12}{100} & \frac{10}{100} \end{pmatrix}, \quad Y = \begin{pmatrix} 394 \\ 350 \\ 394 \\ 364 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark X = (600, 500, 600, 600)$$

$$27) A = \begin{pmatrix} \frac{3}{100} & \frac{5}{100} & \frac{4}{100} & \frac{8}{100} \\ \frac{10}{100} & \frac{10}{100} & \frac{10}{100} & \frac{10}{100} \\ \frac{10}{100} & \frac{10}{100} & \frac{10}{100} & \frac{11}{100} \\ \frac{10}{100} & \frac{10}{100} & \frac{10}{100} & \frac{8}{100} \end{pmatrix}, \quad Y = \begin{pmatrix} 275 \\ 272 \\ 608 \\ 484 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark X = (400, 500, 800, 700)$$

$$29) A = \begin{pmatrix} \frac{4}{100} & \frac{15}{100} & \frac{12}{100} & \frac{8}{100} \\ \frac{10}{100} & \frac{10}{100} & \frac{10}{100} & \frac{10}{100} \\ \frac{10}{100} & \frac{10}{100} & \frac{10}{100} & \frac{10}{100} \\ \frac{10}{100} & \frac{10}{100} & \frac{10}{100} & \frac{10}{100} \end{pmatrix}, \quad Y = \begin{pmatrix} 461 \\ 285 \\ 414 \\ 584 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark X = (700, 500, 600, 800)$$

$$14) A = \begin{pmatrix} \frac{7}{100} & \frac{12}{100} & \frac{14}{100} & \frac{7}{100} \\ \frac{10}{100} & \frac{10}{100} & \frac{10}{100} & \frac{10}{100} \\ \frac{10}{100} & \frac{15}{100} & \frac{10}{100} & \frac{10}{100} \\ \frac{10}{100} & \frac{15}{100} & \frac{10}{100} & \frac{10}{100} \end{pmatrix}, \quad Y = \begin{pmatrix} 480 \\ 560 \\ 456 \\ 536 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark X = (800, 800, 800, 800)$$

$$16) A = \begin{pmatrix} \frac{5}{100} & \frac{10}{100} & \frac{9}{100} & \frac{8}{100} \\ \frac{10}{100} & \frac{10}{100} & \frac{10}{100} & \frac{10}{100} \\ \frac{10}{100} & \frac{14}{100} & \frac{10}{100} & \frac{10}{100} \\ \frac{10}{100} & \frac{10}{100} & \frac{10}{100} & \frac{10}{100} \end{pmatrix}, \quad Y = \begin{pmatrix} 465 \\ 579 \\ 523 \\ 355 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark X = (700, 800, 800, 600)$$

$$18) A = \begin{pmatrix} \frac{5}{100} & \frac{15}{100} & \frac{5}{100} & \frac{5}{100} \\ \frac{10}{100} & \frac{10}{100} & \frac{10}{100} & \frac{10}{100} \\ \frac{10}{100} & \frac{10}{100} & \frac{10}{100} & \frac{10}{100} \\ \frac{10}{100} & \frac{13}{100} & \frac{10}{100} & \frac{10}{100} \end{pmatrix}, \quad Y = \begin{pmatrix} 695 \\ 329 \\ 465 \\ 411 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark X = (900, 600, 700, 700)$$

$$20) A = \begin{pmatrix} \frac{8}{100} & \frac{3}{100} & \frac{9}{100} & \frac{11}{100} \\ \frac{10}{100} & \frac{10}{100} & \frac{10}{100} & \frac{10}{100} \\ \frac{10}{100} & \frac{8}{100} & \frac{10}{100} & \frac{10}{100} \\ \frac{10}{100} & \frac{11}{100} & \frac{10}{100} & \frac{10}{100} \end{pmatrix}, \quad Y = \begin{pmatrix} 503 \\ 451 \\ 405 \\ 386 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark X = (700, 700, 600, 600)$$

$$22) A = \begin{pmatrix} \frac{6}{100} & \frac{10}{100} & \frac{14}{100} & \frac{17}{100} \\ \frac{10}{100} & \frac{10}{100} & \frac{10}{100} & \frac{10}{100} \\ \frac{10}{100} & \frac{10}{100} & \frac{10}{100} & \frac{10}{100} \\ \frac{10}{100} & \frac{10}{100} & \frac{10}{100} & \frac{10}{100} \end{pmatrix}, \quad Y = \begin{pmatrix} 95 \\ 334 \\ 559 \\ 560 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark X = (400, 500, 800, 700)$$

$$24) A = \begin{pmatrix} \frac{7}{100} & \frac{7}{100} & \frac{12}{100} & \frac{15}{100} \\ \frac{10}{100} & \frac{10}{100} & \frac{10}{100} & \frac{10}{100} \\ \frac{10}{100} & \frac{10}{100} & \frac{10}{100} & \frac{10}{100} \\ \frac{10}{100} & \frac{14}{100} & \frac{10}{100} & \frac{10}{100} \end{pmatrix}, \quad Y = \begin{pmatrix} 253 \\ 261 \\ 457 \\ 532 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark X = (500, 500, 600, 700)$$

$$26) A = \begin{pmatrix} \frac{6}{100} & \frac{15}{100} & \frac{7}{100} & \frac{9}{100} \\ \frac{10}{100} & \frac{10}{100} & \frac{10}{100} & \frac{10}{100} \\ \frac{10}{100} & \frac{10}{100} & \frac{10}{100} & \frac{10}{100} \\ \frac{10}{100} & \frac{10}{100} & \frac{12}{100} & \frac{10}{100} \end{pmatrix}, \quad Y = \begin{pmatrix} 157 \\ 487 \\ 443 \\ 575 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark X = (400, 700, 600, 800)$$

$$28) A = \begin{pmatrix} \frac{8}{100} & \frac{15}{100} & \frac{12}{100} & \frac{4}{100} \\ \frac{10}{100} & \frac{10}{100} & \frac{10}{100} & \frac{10}{100} \\ \frac{10}{100} & \frac{10}{100} & \frac{10}{100} & \frac{10}{100} \\ \frac{10}{100} & \frac{15}{100} & \frac{10}{100} & \frac{10}{100} \end{pmatrix}, \quad Y = \begin{pmatrix} 286 \\ 416 \\ 291 \\ 416 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark X = (500, 600, 500, 600)$$

$$30) A = \begin{pmatrix} \frac{9}{100} & \frac{12}{100} & \frac{5}{100} & \frac{9}{100} \\ \frac{10}{100} & \frac{10}{100} & \frac{10}{100} & \frac{10}{100} \\ \frac{10}{100} & \frac{12}{100} & \frac{10}{100} & \frac{10}{100} \\ \frac{10}{100} & \frac{13}{100} & \frac{10}{100} & \frac{10}{100} \end{pmatrix}, \quad Y = \begin{pmatrix} 165 \\ 622 \\ 495 \\ 454 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark X = (400, 800, 800, 700)$$

Задача 65. Найти матрицу, обратную данной.

$$1) \begin{pmatrix} 11 & 2 & 2 \\ 41 & 6 & 8 \\ -43 & -6 & -8 \end{pmatrix}$$

$$2) \begin{pmatrix} 7 & -2 & 2 \\ 25 & -6 & 7 \\ -8 & 6 & -3 \end{pmatrix}$$

$$3) \begin{pmatrix} -1 & -2 & 2 \\ -1 & -6 & 5 \\ -6 & -2 & 5 \end{pmatrix}$$

$$4) \begin{pmatrix} -5 & 2 & 2 \\ -9 & 2 & 4 \\ 2 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark -\frac{1}{8} \begin{pmatrix} 0 & 4 & 4 \\ -16 & -2 & -6 \\ 12 & -20 & -16 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark -\frac{1}{2} \begin{pmatrix} -24 & 6 & -2 \\ 19 & -5 & 1 \\ 102 & -26 & 8 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \frac{1}{2} \begin{pmatrix} -20 & 6 & 2 \\ -25 & 7 & 3 \\ -34 & 10 & 4 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \frac{1}{12} \begin{pmatrix} -8 & 4 & 4 \\ 8 & -4 & 2 \\ -22 & 14 & 8 \end{pmatrix}$$

$$\begin{array}{llll}
5) \begin{pmatrix} 11 & 2 & 2 \\ 19 & 2 & 4 \\ -20 & -6 & -3 \end{pmatrix} & 6) \begin{pmatrix} -5 & 3 & 2 \\ -19 & 9 & 8 \\ -10 & 3 & 5 \end{pmatrix} & 7) \begin{pmatrix} -5 & -2 & 2 \\ -17 & -6 & 7 \\ 20 & 6 & -8 \end{pmatrix} & 8) \begin{pmatrix} 11 & 3 & 2 \\ 15 & 3 & 3 \\ 4 & 3 & 0 \end{pmatrix} \\
\checkmark \frac{1}{4} \begin{pmatrix} 18 & -6 & 4 \\ -23 & 7 & -6 \\ -74 & 26 & -16 \end{pmatrix} & \checkmark \frac{1}{6} \begin{pmatrix} 21 & -9 & 6 \\ 15 & -5 & 2 \\ 33 & -15 & 12 \end{pmatrix} & \checkmark -\frac{1}{2} \begin{pmatrix} 6 & -4 & -2 \\ 4 & 0 & 1 \\ 18 & -10 & -4 \end{pmatrix} & \checkmark \frac{1}{3} \begin{pmatrix} -9 & 6 & 3 \\ 12 & -8 & -3 \\ 33 & -21 & -12 \end{pmatrix} \\
9) \begin{pmatrix} 11 & -3 & 2 \\ 29 & -9 & 5 \\ 21 & -3 & 5 \end{pmatrix} & 10) \begin{pmatrix} -5 & 2 & 2 \\ -7 & 2 & 3 \\ 7 & -6 & -3 \end{pmatrix} & 11) \begin{pmatrix} 11 & 3 & 2 \\ 37 & 9 & 7 \\ -23 & -9 & -3 \end{pmatrix} & 12) \begin{pmatrix} 11 & 2 & 2 \\ 29 & 6 & 5 \\ -20 & -6 & -3 \end{pmatrix} \\
\checkmark -\frac{1}{6} \begin{pmatrix} -30 & 9 & 3 \\ -40 & 13 & 3 \\ 102 & -30 & -12 \end{pmatrix} & \checkmark -\frac{1}{4} \begin{pmatrix} 12 & -6 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \\ 28 & -16 & 4 \end{pmatrix} & \checkmark -\frac{1}{6} \begin{pmatrix} 36 & -9 & 3 \\ -50 & 13 & -3 \\ -126 & 30 & -12 \end{pmatrix} & \checkmark -\frac{1}{2} \begin{pmatrix} 12 & -6 & -2 \\ -13 & 7 & 3 \\ -54 & 26 & 8 \end{pmatrix} \\
13) \begin{pmatrix} -5 & -3 & 2 \\ -9 & -3 & 4 \\ 0 & -3 & 0 \end{pmatrix} & 14) \begin{pmatrix} -5 & -3 & 2 \\ -13 & -9 & 5 \\ 22 & 9 & -8 \end{pmatrix} & 15) \begin{pmatrix} 11 & 2 & 2 \\ 7 & 2 & 1 \\ -18 & -6 & -3 \end{pmatrix} & 16) \begin{pmatrix} 7 & -2 & 2 \\ 3 & -2 & 1 \\ 22 & -2 & 5 \end{pmatrix} \\
\checkmark -\frac{1}{6} \begin{pmatrix} 12 & -6 & -6 \\ 0 & 0 & 2 \\ 27 & -15 & -12 \end{pmatrix} & \checkmark \frac{1}{9} \begin{pmatrix} 27 & -6 & 3 \\ 6 & -4 & -1 \\ 81 & -21 & 6 \end{pmatrix} & \checkmark -\frac{1}{6} \begin{pmatrix} 0 & -6 & -2 \\ 3 & 3 & 3 \\ -6 & 30 & 8 \end{pmatrix} & \checkmark \frac{1}{6} \begin{pmatrix} -8 & 6 & 2 \\ 7 & -9 & -1 \\ 38 & -30 & -8 \end{pmatrix} \\
17) \begin{pmatrix} -1 & 2 & 2 \\ -1 & 6 & 5 \\ 8 & -6 & -8 \end{pmatrix} & 18) \begin{pmatrix} -1 & 2 & 2 \\ -1 & 6 & 5 \\ 1 & 2 & 0 \end{pmatrix} & 19) \begin{pmatrix} -5 & 3 & 2 \\ -17 & 9 & 7 \\ 7 & -9 & -3 \end{pmatrix} & 20) \begin{pmatrix} -1 & 3 & 2 \\ -7 & 9 & 8 \\ -6 & 3 & 5 \end{pmatrix} \\
\checkmark -\frac{1}{2} \begin{pmatrix} -18 & 4 & -2 \\ 32 & -8 & 3 \\ -42 & 10 & -4 \end{pmatrix} & \checkmark \frac{1}{4} \begin{pmatrix} -10 & 4 & -2 \\ 5 & -2 & 3 \\ -8 & 4 & -4 \end{pmatrix} & \checkmark -\frac{1}{6} \begin{pmatrix} 36 & -9 & 3 \\ -2 & 1 & 1 \\ 90 & -24 & 6 \end{pmatrix} & \checkmark \frac{1}{6} \begin{pmatrix} 21 & -9 & 6 \\ -13 & 7 & -6 \\ 33 & -15 & 12 \end{pmatrix} \\
21) \begin{pmatrix} 7 & -2 & 2 \\ 3 & -2 & 1 \\ 2 & -2 & 0 \end{pmatrix} & 22) \begin{pmatrix} -1 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \\ 6 & 2 & 0 \end{pmatrix} & 23) \begin{pmatrix} -5 & -2 & 2 \\ -9 & -2 & 4 \\ -10 & -2 & 5 \end{pmatrix} & 24) \begin{pmatrix} -1 & 3 & 2 \\ -5 & 9 & 7 \\ -5 & -9 & -3 \end{pmatrix} \\
\checkmark \frac{1}{6} \begin{pmatrix} 2 & -4 & 2 \\ 2 & -4 & -1 \\ -2 & 10 & -8 \end{pmatrix} & \checkmark -\frac{1}{6} \begin{pmatrix} -2 & 4 & -2 \\ 6 & -12 & 3 \\ -10 & 14 & -4 \end{pmatrix} & \checkmark -\frac{1}{4} \begin{pmatrix} -2 & 6 & -4 \\ 5 & -5 & 2 \\ -2 & 10 & -8 \end{pmatrix} & \checkmark -\frac{1}{6} \begin{pmatrix} 36 & -9 & 3 \\ -50 & 13 & -3 \\ 90 & -24 & 6 \end{pmatrix} \\
25) \begin{pmatrix} -5 & 3 & 2 \\ -7 & 3 & 3 \\ -3 & 3 & 0 \end{pmatrix} & 26) \begin{pmatrix} 11 & -3 & 2 \\ 7 & -3 & 1 \\ 24 & -3 & 5 \end{pmatrix} & 27) \begin{pmatrix} 7 & -2 & 2 \\ 3 & -2 & 1 \\ -31 & 6 & -8 \end{pmatrix} & 28) \begin{pmatrix} -1 & -2 & 2 \\ 1 & -2 & 1 \\ 6 & -2 & 0 \end{pmatrix} \\
\checkmark -\frac{1}{6} \begin{pmatrix} -9 & 6 & 3 \\ -9 & 6 & 1 \\ -12 & 6 & 6 \end{pmatrix} & \checkmark \frac{1}{3} \begin{pmatrix} -12 & 9 & 3 \\ -11 & 7 & 3 \\ 51 & -39 & -12 \end{pmatrix} & \checkmark -\frac{1}{4} \begin{pmatrix} 10 & -4 & 2 \\ -7 & 6 & -1 \\ -44 & 20 & -8 \end{pmatrix} & \checkmark \frac{1}{6} \begin{pmatrix} 2 & -4 & 2 \\ 6 & -12 & 3 \\ 10 & -14 & 4 \end{pmatrix} \\
29) \begin{pmatrix} 11 & 3 & 2 \\ 19 & 3 & 4 \\ -18 & -9 & -3 \end{pmatrix} & 30) \begin{pmatrix} -1 & 2 & 2 \\ -3 & 2 & 3 \\ -2 & -6 & -3 \end{pmatrix} & & \\
\checkmark \frac{1}{18} \begin{pmatrix} 27 & -9 & 6 \\ -15 & 3 & -6 \\ -117 & 45 & -24 \end{pmatrix} & \checkmark \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 12 & -6 & 2 \\ -15 & 7 & -3 \\ 22 & -10 & 4 \end{pmatrix} & &
\end{array}$$

Задача 66. Найти матрицу, обратную данной

$$\begin{array}{llllll}
1) \begin{pmatrix} 6 & 15 \\ -4 & -12 \end{pmatrix} & 2) \begin{pmatrix} 6 & 6 \\ 6 & 4 \end{pmatrix} & 3) \begin{pmatrix} 1 & -5 \\ -7 & 34 \end{pmatrix} & 4) \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 14 & 4 \end{pmatrix} & 5) \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{pmatrix} & 6) \begin{pmatrix} 3 & 6 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \\
\checkmark \begin{pmatrix} 1 & \frac{5}{4} \\ -\frac{1}{3} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix} & \checkmark \begin{pmatrix} -\frac{1}{3} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix} & \checkmark \begin{pmatrix} -34 & -5 \\ -7 & -1 \end{pmatrix} & \checkmark \begin{pmatrix} -\frac{2}{3} & \frac{1}{6} \\ \frac{7}{3} & -\frac{1}{3} \end{pmatrix} & \checkmark \begin{pmatrix} -\frac{5}{2} & \frac{3}{2} \\ 2 & -1 \end{pmatrix} & \checkmark \begin{pmatrix} -\frac{1}{15} & \frac{2}{5} \\ \frac{1}{5} & -\frac{1}{5} \end{pmatrix} \\
7) \begin{pmatrix} -3 & 3 \\ 2 & -7 \end{pmatrix} & 8) \begin{pmatrix} -6 & -9 \\ -6 & -12 \end{pmatrix} & 9) \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ -21 & -26 \end{pmatrix} & 10) \begin{pmatrix} 9 & -15 \\ 9 & -18 \end{pmatrix} & 11) \begin{pmatrix} -6 & 12 \\ 4 & -3 \end{pmatrix} & 12) \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ -8 & -7 \end{pmatrix} \\
\checkmark \begin{pmatrix} -\frac{7}{15} & -\frac{1}{5} \\ -\frac{2}{15} & -\frac{1}{5} \end{pmatrix} & \checkmark \begin{pmatrix} -\frac{2}{3} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \end{pmatrix} & \checkmark \begin{pmatrix} -\frac{13}{3} & -\frac{2}{3} \\ \frac{7}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix} & \checkmark \begin{pmatrix} \frac{2}{3} & -\frac{5}{9} \\ \frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \end{pmatrix} & \checkmark \begin{pmatrix} \frac{1}{10} & \frac{2}{5} \\ \frac{2}{15} & \frac{1}{5} \end{pmatrix} & \checkmark \begin{pmatrix} \frac{7}{12} & \frac{1}{6} \\ -\frac{2}{3} & -\frac{1}{3} \end{pmatrix}
\end{array}$$

$$\begin{array}{llll}
13) \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & -4 \end{pmatrix} & 14) \begin{pmatrix} -3 & -5 \\ 12 & 16 \end{pmatrix} & 15) \begin{pmatrix} -1 & 5 \\ 3 & -13 \end{pmatrix} & 16) \begin{pmatrix} 4 & -8 \\ 4 & -7 \end{pmatrix} \\
\checkmark \begin{pmatrix} -2 & -1 \\ \frac{3}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix} & \checkmark \begin{pmatrix} \frac{4}{3} & \frac{5}{12} \\ -1 & -\frac{1}{4} \end{pmatrix} & \checkmark \begin{pmatrix} \frac{13}{2} & \frac{5}{2} \\ \frac{3}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix} & \checkmark \begin{pmatrix} -\frac{7}{4} & 2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \\
19) \begin{pmatrix} 6 & -6 \\ -2 & 4 \end{pmatrix} & 20) \begin{pmatrix} -3 & 3 \\ -5 & 8 \end{pmatrix} & 21) \begin{pmatrix} 4 & 8 \\ -6 & -11 \end{pmatrix} & 22) \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 4 & -8 \end{pmatrix} \\
\checkmark \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{6} & \frac{1}{2} \end{pmatrix} & \checkmark \begin{pmatrix} -\frac{8}{9} & \frac{1}{3} \\ -\frac{5}{9} & \frac{1}{3} \end{pmatrix} & \checkmark \begin{pmatrix} -\frac{11}{4} & -2 \\ \frac{3}{2} & 1 \end{pmatrix} & \checkmark \begin{pmatrix} 2 & -\frac{3}{4} \\ 1 & -\frac{1}{2} \end{pmatrix} \\
25) \begin{pmatrix} -9 & 9 \\ 21 & -20 \end{pmatrix} & 26) \begin{pmatrix} 6 & 12 \\ -8 & -14 \end{pmatrix} & 27) \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 10 & 0 \end{pmatrix} & 28) \begin{pmatrix} 6 & -4 \\ -3 & -2 \end{pmatrix} \\
\checkmark \begin{pmatrix} \frac{20}{9} & 1 \\ \frac{7}{3} & 1 \end{pmatrix} & \checkmark \begin{pmatrix} -\frac{7}{6} & -1 \\ \frac{2}{3} & \frac{1}{2} \end{pmatrix} & \checkmark \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{10} \\ -1 & \frac{1}{5} \end{pmatrix} & \checkmark \begin{pmatrix} \frac{1}{12} & -\frac{1}{6} \\ -\frac{1}{8} & -\frac{1}{4} \end{pmatrix} \\
17) \begin{pmatrix} -6 & 0 \\ 3 & -3 \end{pmatrix} & 18) \begin{pmatrix} -3 & 4 \\ 12 & -19 \end{pmatrix} & & \\
\checkmark \begin{pmatrix} -\frac{1}{6} & 0 \\ -\frac{1}{6} & -\frac{1}{3} \end{pmatrix} & \checkmark \begin{pmatrix} -\frac{19}{9} & -\frac{4}{9} \\ -\frac{4}{3} & -\frac{1}{3} \end{pmatrix} & & \\
23) \begin{pmatrix} -4 & -8 \\ -4 & -7 \end{pmatrix} & 24) \begin{pmatrix} 3 & -9 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} & & \\
\checkmark \begin{pmatrix} \frac{7}{4} & -2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} & \checkmark \begin{pmatrix} -\frac{1}{3} & -1 \\ -\frac{2}{9} & -\frac{1}{3} \end{pmatrix} & & \\
29) \begin{pmatrix} 6 & -2 \\ -15 & 3 \end{pmatrix} & 30) \begin{pmatrix} 6 & -12 \\ -14 & 25 \end{pmatrix} & & \\
\checkmark \begin{pmatrix} -\frac{1}{4} & -\frac{1}{6} \\ -\frac{5}{4} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix} & \checkmark \begin{pmatrix} -\frac{25}{18} & -\frac{2}{3} \\ -\frac{7}{9} & -\frac{1}{3} \end{pmatrix} & &
\end{array}$$

Задача 67. Найти матрицу, обратную данной

$$\begin{array}{llll}
1) \begin{pmatrix} -8 & 0 & 2 \\ -16 & -5 & 2 \\ 14 & 4 & -2 \end{pmatrix} & 2) \begin{pmatrix} 2 & -5 & 2 \\ 0 & 5 & -4 \\ -2 & 5 & -4 \end{pmatrix} & 3) \begin{pmatrix} 0 & -2 & -2 \\ 1 & 1 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \end{pmatrix} & 4) \begin{pmatrix} -1 & 2 & -2 \\ -2 & 6 & -4 \\ 3 & -4 & 7 \end{pmatrix} \\
\checkmark \frac{1}{2} \begin{pmatrix} -1 & -4 & -5 \\ 2 & 6 & 8 \\ -3 & -16 & -20 \end{pmatrix} & \checkmark \frac{1}{10} \begin{pmatrix} 0 & 5 & -5 \\ -4 & 2 & -4 \\ -5 & 0 & -5 \end{pmatrix} & \checkmark \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ -2 & -2 & -1 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix} & \checkmark \frac{1}{2} \begin{pmatrix} -26 & 6 & -4 \\ -2 & 1 & 0 \\ 10 & -2 & 2 \end{pmatrix} \\
5) \begin{pmatrix} -3 & 0 & -2 \\ -3 & -1 & 2 \\ -12 & 2 & -14 \end{pmatrix} & 6) \begin{pmatrix} 60 & -15 & -9 \\ -21 & 6 & 3 \\ 5 & -1 & -1 \end{pmatrix} & 7) \begin{pmatrix} 8 & 0 & 4 \\ -1 & 2 & -1 \\ 4 & -4 & 4 \end{pmatrix} & 8) \begin{pmatrix} 1 & 1 & -5 \\ -1 & -2 & 7 \\ -4 & -5 & 23 \end{pmatrix} \\
\checkmark \frac{1}{6} \begin{pmatrix} 10 & -4 & -2 \\ -66 & 18 & 12 \\ -18 & 6 & 3 \end{pmatrix} & \checkmark \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 2 & 5 & -3 \\ 3 & 5 & -15 \end{pmatrix} & \checkmark \frac{1}{4} \begin{pmatrix} 1 & -4 & -2 \\ 0 & 4 & 1 \\ -1 & 8 & 4 \end{pmatrix} & \checkmark 1 \begin{pmatrix} 11 & -2 & 3 \\ 5 & -3 & 2 \\ 3 & -1 & 1 \end{pmatrix} \\
9) \begin{pmatrix} -3 & 0 & 1 \\ 56 & 35 & -14 \\ -28 & -14 & 7 \end{pmatrix} & 10) \begin{pmatrix} -4 & 0 & -2 \\ -24 & 18 & 12 \\ 9 & -6 & -3 \end{pmatrix} & 11) \begin{pmatrix} -1 & -8 & 2 \\ -1 & -4 & -2 \\ -1 & -8 & 4 \end{pmatrix} & 12) \begin{pmatrix} -7 & -1 & -4 \\ -7 & 0 & -4 \\ 14 & 4 & 9 \end{pmatrix} \\
\checkmark \frac{1}{7} \begin{pmatrix} 7 & -2 & -5 \\ 0 & 1 & 2 \\ 28 & -6 & -15 \end{pmatrix} & \checkmark \frac{1}{6} \begin{pmatrix} -3 & -2 & -6 \\ -6 & -5 & -16 \\ 3 & 4 & 12 \end{pmatrix} & \checkmark \frac{1}{4} \begin{pmatrix} 16 & -8 & -12 \\ -3 & 1 & 2 \\ -2 & 0 & 2 \end{pmatrix} & \checkmark \frac{1}{7} \begin{pmatrix} -16 & 7 & -4 \\ -7 & 7 & 0 \\ 28 & -14 & 7 \end{pmatrix} \\
13) \begin{pmatrix} -8 & 0 & -4 \\ 9 & -3 & 2 \\ -16 & 4 & -4 \end{pmatrix} & 14) \begin{pmatrix} -52 & 0 & -16 \\ -1 & -1 & 0 \\ 12 & 0 & 4 \end{pmatrix} & 15) \begin{pmatrix} -52 & 16 & 16 \\ 5 & -3 & -2 \\ -12 & 4 & 4 \end{pmatrix} & 16) \begin{pmatrix} 12 & 3 & 3 \\ 21 & 9 & 6 \\ -3 & -1 & -1 \end{pmatrix} \\
\checkmark \frac{1}{4} \begin{pmatrix} 1 & -4 & -3 \\ 1 & -8 & -5 \\ -3 & 8 & 6 \end{pmatrix} & \checkmark \frac{1}{4} \begin{pmatrix} -1 & 0 & -4 \\ 1 & -4 & 4 \\ 3 & 0 & 13 \end{pmatrix} & \checkmark \frac{1}{4} \begin{pmatrix} -1 & 0 & 4 \\ 1 & -4 & -6 \\ -4 & 4 & 19 \end{pmatrix} & \checkmark \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ -1 & 1 & 3 \\ -2 & -1 & -15 \end{pmatrix} \\
17) \begin{pmatrix} 15 & 0 & -6 \\ 10 & -5 & -5 \\ 15 & 0 & -5 \end{pmatrix} & 18) \begin{pmatrix} 100 & -32 & -16 \\ 4 & -1 & -1 \\ 12 & -4 & -2 \end{pmatrix} & 19) \begin{pmatrix} 3 & -4 & 2 \\ 1 & 1 & 0 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix} & 20) \begin{pmatrix} -1 & -2 & -1 \\ -35 & 7 & -14 \\ -14 & 0 & -7 \end{pmatrix} \\
\checkmark \frac{1}{15} \begin{pmatrix} -5 & 0 & 6 \\ 5 & -3 & -3 \\ -15 & 0 & 15 \end{pmatrix} & \checkmark \frac{1}{4} \begin{pmatrix} 1 & 0 & -8 \\ 2 & 4 & -18 \\ 2 & -8 & -14 \end{pmatrix} & \checkmark 1 \begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ -1 & -1 & 2 \\ -3 & -5 & 7 \end{pmatrix} & \checkmark \frac{1}{7} \begin{pmatrix} -7 & -2 & 5 \\ -7 & -1 & 3 \\ 14 & 4 & -11 \end{pmatrix} \\
21) \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -1 & -2 & 1 \\ 2 & 4 & -3 \end{pmatrix} & 22) \begin{pmatrix} -16 & 6 & -6 \\ -48 & 18 & -12 \\ -9 & 3 & -3 \end{pmatrix} & 23) \begin{pmatrix} 1 & -4 & -7 \\ 0 & 2 & 2 \\ 1 & -4 & -6 \end{pmatrix} & 24) \begin{pmatrix} -1 & 2 & 4 \\ -2 & 2 & 6 \\ -3 & 6 & 11 \end{pmatrix} \\
\checkmark \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 2 & 4 & 2 \\ -1 & -5 & -2 \\ 0 & -4 & -2 \end{pmatrix} & \checkmark \frac{1}{6} \begin{pmatrix} 3 & 0 & -6 \\ 6 & 1 & -16 \\ -3 & 1 & 0 \end{pmatrix} & \checkmark \frac{1}{2} \begin{pmatrix} -4 & 4 & 6 \\ 2 & 1 & -2 \\ -2 & 0 & 2 \end{pmatrix} & \checkmark \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 14 & -2 & -4 \\ -4 & -1 & 2 \\ 6 & 0 & -2 \end{pmatrix}
\end{array}$$

$$\begin{array}{llll}
25) \begin{pmatrix} 3 & -5 & 3 \\ -14 & -35 & 14 \\ 0 & -14 & 7 \end{pmatrix} & 26) \begin{pmatrix} -3 & -2 & -6 \\ -6 & -3 & -12 \\ 3 & 1 & 4 \end{pmatrix} & 27) \begin{pmatrix} -30 & -3 & -9 \\ 25 & -5 & 5 \\ -20 & 0 & -5 \end{pmatrix} & 28) \begin{pmatrix} 3 & -1 & -6 \\ 0 & 1 & 2 \\ -12 & 6 & 26 \end{pmatrix} \\
\checkmark \frac{1}{7} \begin{pmatrix} 7 & 1 & -5 \\ -14 & -3 & 12 \\ -28 & -6 & 25 \end{pmatrix} & \checkmark \frac{1}{6} \begin{pmatrix} 0 & 2 & 6 \\ -12 & 6 & 0 \\ 3 & -3 & -3 \end{pmatrix} & \checkmark \frac{1}{15} \begin{pmatrix} 5 & -3 & -12 \\ 5 & -6 & -15 \\ -20 & 12 & 45 \end{pmatrix} & \checkmark \frac{1}{6} \begin{pmatrix} -14 & 10 & -4 \\ 24 & -6 & 6 \\ -12 & 6 & -3 \end{pmatrix} \\
29) \begin{pmatrix} -1 & 0 & 3 \\ -2 & 4 & 5 \\ -1 & 0 & 4 \end{pmatrix} & 30) \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & 3 \\ 4 & -6 & 1 \end{pmatrix} & & \\
\checkmark \frac{1}{4} \begin{pmatrix} -16 & 0 & 12 \\ -3 & 1 & 1 \\ -4 & 0 & 4 \end{pmatrix} & \checkmark 1 \begin{pmatrix} 18 & -5 & -3 \\ 11 & -3 & -2 \\ -6 & 2 & 1 \end{pmatrix} & &
\end{array}$$

Задача 68. Найти матрицу, обратную данной

$$\begin{array}{llll}
1) \begin{pmatrix} -6 & -14 & 8 & 4 \\ 1 & -2 & 1 & 2 \\ -2 & -6 & 4 & 2 \\ 0 & -8 & 4 & 4 \end{pmatrix} & 2) \begin{pmatrix} -3 & -2 & -6 & 15 \\ 3 & 4 & 8 & -21 \\ -3 & 0 & -2 & 6 \\ -6 & -8 & -14 & 36 \end{pmatrix} & 3) \begin{pmatrix} 0 & 12 & 4 & -4 \\ 0 & 2 & -1 & -2 \\ -2 & -2 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & -4 & -4 \end{pmatrix} & \\
\checkmark \frac{1}{4} \begin{pmatrix} -2 & -4 & 2 & 3 \\ 0 & 4 & 2 & -3 \\ -2 & 0 & 6 & -1 \\ 2 & 8 & -2 & -4 \end{pmatrix} & \checkmark \frac{1}{6} \begin{pmatrix} 0 & -4 & -2 & -2 \\ 3 & -3 & 0 & -3 \\ -12 & -12 & 6 & -3 \\ -4 & -6 & 2 & -2 \end{pmatrix} & \checkmark \frac{1}{4} \begin{pmatrix} -1 & 4 & -2 & -2 \\ -1 & 8 & 0 & -3 \\ 2 & -12 & 0 & 4 \\ -2 & 12 & 0 & -5 \end{pmatrix} & \\
4) \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 1 & 1 & -1 \\ -2 & 0 & 1 & 7 \\ 1 & -2 & -2 & 0 \end{pmatrix} & 5) \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & -2 & -2 \\ -1 & 1 & 3 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & -2 \end{pmatrix} & 6) \begin{pmatrix} 5 & 2 & 1 & 2 \\ 3 & 0 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & -1 & 0 \\ -3 & -1 & 0 & -1 \end{pmatrix} & 7) \begin{pmatrix} -18 & -6 & 9 & 3 \\ 21 & 15 & -9 & -6 \\ 4 & 4 & 0 & -2 \\ -9 & -6 & 3 & 3 \end{pmatrix} \\
\checkmark 1 \begin{pmatrix} -2 & 6 & 2 & 3 \\ -4 & 5 & 3 & 2 \\ 3 & -2 & -2 & -1 \\ -1 & 2 & 1 & 1 \end{pmatrix} & \checkmark 1 \begin{pmatrix} 1 & -3 & -1 & 2 \\ 1 & 2 & 1 & -2 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & -2 & -1 & 1 \end{pmatrix} & \checkmark 1 \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & 0 & -1 \\ 2 & -1 & 1 & 3 \\ -3 & 4 & -3 & -3 \end{pmatrix} & \checkmark \frac{1}{6} \begin{pmatrix} -2 & 0 & 6 & 6 \\ 0 & 2 & 3 & 6 \\ -2 & 0 & 9 & 8 \\ -4 & 4 & 15 & 24 \end{pmatrix} \\
8) \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 & -4 \\ 1 & -2 & 0 & 4 \\ 2 & -3 & 0 & 7 \\ 3 & -5 & -2 & 12 \end{pmatrix} & 9) \begin{pmatrix} -20 & 0 & -12 & -4 \\ 3 & -1 & 2 & 1 \\ 8 & -4 & 0 & -2 \\ 4 & -4 & -4 & -4 \end{pmatrix} & 10) \begin{pmatrix} 28 & -12 & 4 & 12 \\ -6 & 1 & 0 & -2 \\ -2 & -2 & 2 & 0 \\ -12 & 4 & 0 & -4 \end{pmatrix} & \\
\checkmark 1 \begin{pmatrix} 4 & -9 & 4 & 2 \\ -2 & 1 & 0 & -1 \\ -1 & 2 & 0 & -1 \\ -2 & 3 & -1 & -1 \end{pmatrix} & \checkmark \frac{1}{4} \begin{pmatrix} -1 & 4 & -6 & 5 \\ -1 & 0 & -4 & 3 \\ 2 & -12 & 16 & -13 \\ -2 & 16 & -18 & 14 \end{pmatrix} & \checkmark \frac{1}{4} \begin{pmatrix} -1 & -4 & 2 & -1 \\ 0 & -4 & 0 & 2 \\ -1 & -8 & 4 & 1 \\ 3 & 8 & -6 & 4 \end{pmatrix} & \\
11) \begin{pmatrix} -1 & 0 & 10 & 1 \\ -1 & -5 & 5 & 2 \\ 1 & 0 & -5 & 0 \\ -1 & 5 & 10 & -2 \end{pmatrix} & 12) \begin{pmatrix} -8 & 12 & 4 & -8 \\ 0 & 0 & -4 & -8 \\ 4 & -8 & -4 & 4 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \end{pmatrix} & 13) \begin{pmatrix} 3 & -3 & 6 & -3 \\ 3 & 0 & 0 & 3 \\ -2 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -3 & 3 \end{pmatrix} & 14) \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & -1 \\ 2 & -2 & -1 & 0 \\ 2 & 0 & -1 & -1 \end{pmatrix} \\
\checkmark \frac{1}{5} \begin{pmatrix} 0 & 5 & 15 & 5 \\ 2 & -3 & -3 & -2 \\ 0 & 1 & 2 & 1 \\ 5 & -5 & -5 & -5 \end{pmatrix} & \checkmark \frac{1}{4} \begin{pmatrix} -1 & 0 & -1 & -4 \\ 1 & -1 & 2 & -8 \\ -2 & 1 & -4 & 8 \\ 1 & -1 & 2 & -4 \end{pmatrix} & \checkmark \frac{1}{3} \begin{pmatrix} -1 & 0 & -3 & -1 \\ -1 & 1 & 0 & -2 \\ 1 & 1 & 3 & 0 \\ 1 & 1 & 3 & 1 \end{pmatrix} & \checkmark 1 \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & -1 & 1 \\ 2 & 0 & 1 & 0 \\ -2 & -2 & -1 & 1 \end{pmatrix} \\
15) \begin{pmatrix} 4 & 32 & 12 & 8 \\ -3 & -3 & -2 & -1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 4 & 12 & 4 & 4 \end{pmatrix} & 16) \begin{pmatrix} -10 & -4 & 4 & 2 \\ 2 & 0 & 0 & -1 \\ -6 & 0 & 2 & 2 \\ 2 & -2 & 0 & -2 \end{pmatrix} & 17) \begin{pmatrix} 15 & 6 & -3 & 2 \\ 10 & 5 & -2 & 1 \\ 9 & 4 & -2 & 1 \\ -6 & -3 & 1 & -1 \end{pmatrix} & \\
\checkmark \frac{1}{4} \begin{pmatrix} -1 & 4 & 8 & 3 \\ -1 & 8 & 12 & 4 \\ 2 & -12 & -16 & -7 \\ 2 & -16 & -28 & -7 \end{pmatrix} & \checkmark \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 & -2 \\ -1 & 0 & 2 & 1 \\ 1 & 4 & -1 & -2 \\ 2 & 2 & -4 & -4 \end{pmatrix} & \checkmark 1 \begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 & 1 \\ -1 & 0 & 1 & -1 \\ 2 & 3 & -6 & 1 \\ -1 & -3 & 3 & -3 \end{pmatrix} &
\end{array}$$

$$\begin{array}{lll}
18) \begin{pmatrix} 1 & 5 & 0 & 4 \\ 1 & 10 & -5 & 6 \\ -2 & -15 & 0 & -9 \\ 1 & 15 & -15 & 10 \end{pmatrix} & 19) \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 & 10 \\ -1 & -1 & 1 & 20 \\ 1 & -1 & -2 & -5 \\ 1 & 1 & -1 & -25 \end{pmatrix} & 20) \begin{pmatrix} 1 & 4 & 4 & -4 \\ -1 & 0 & -8 & 4 \\ -2 & -12 & -8 & 9 \\ 2 & 12 & 8 & -10 \end{pmatrix} \\
\checkmark \frac{1}{5} \begin{pmatrix} 15 & 45 & 20 & -15 \\ -2 & 3 & 0 & -1 \\ -1 & -4 & -2 & 1 \\ 0 & -15 & -5 & 5 \end{pmatrix} & \checkmark \frac{1}{5} \begin{pmatrix} -15 & 0 & -5 & -5 \\ 5 & -15 & 0 & -10 \\ -10 & 10 & -5 & 5 \\ 0 & -1 & 0 & -1 \end{pmatrix} & \checkmark \frac{1}{4} \begin{pmatrix} 24 & 4 & 0 & -8 \\ -2 & 0 & -2 & -1 \\ -3 & -1 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & -4 & -4 \end{pmatrix} \\
21) \begin{pmatrix} 2 & 4 & -6 & -2 \\ -2 & -8 & 8 & 4 \\ -2 & 0 & 6 & 1 \\ -4 & 0 & 6 & -2 \end{pmatrix} & 22) \begin{pmatrix} 1 & 4 & 4 & -4 \\ 1 & 8 & 4 & -5 \\ 1 & 0 & 2 & -2 \\ -3 & -16 & -10 & 13 \end{pmatrix} & 23) \begin{pmatrix} 1 & 0 & 10 & 1 \\ -1 & 5 & -5 & -3 \\ 1 & 0 & 15 & 0 \\ -2 & -5 & -25 & 1 \end{pmatrix} \\
\checkmark \frac{1}{4} \begin{pmatrix} 36 & 18 & 8 & 4 \\ -5 & -3 & 0 & -1 \\ 16 & 8 & 4 & 2 \\ -24 & -12 & -4 & -4 \end{pmatrix} & \checkmark \frac{1}{4} \begin{pmatrix} -8 & 12 & 12 & 4 \\ -1 & 3 & 1 & 1 \\ 4 & 2 & 0 & 2 \\ 0 & 8 & 4 & 4 \end{pmatrix} & \checkmark \frac{1}{5} \begin{pmatrix} -30 & -15 & -10 & -15 \\ 5 & 2 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & 1 \\ 15 & 5 & 0 & 5 \end{pmatrix} \\
24) \begin{pmatrix} -24 & -8 & -8 & 4 \\ -1 & -3 & 0 & 1 \\ -3 & -2 & -1 & 1 \\ 4 & 8 & 0 & -4 \end{pmatrix} & 25) \begin{pmatrix} 1 & 0 & -6 & -1 \\ -1 & 3 & 6 & 2 \\ 1 & 0 & -9 & -1 \\ 1 & -6 & -6 & -4 \end{pmatrix} & 26) \begin{pmatrix} -1 & -3 & -9 & -2 \\ 1 & 0 & 6 & 0 \\ -2 & -3 & -18 & -3 \\ -1 & 0 & -6 & 1 \end{pmatrix} \\
\checkmark \frac{1}{4} \begin{pmatrix} -1 & 0 & 8 & 1 \\ 0 & -4 & 0 & -1 \\ 2 & 0 & -20 & -3 \\ -1 & -8 & 8 & -2 \end{pmatrix} & \checkmark \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 6 & -6 & -6 & -3 \\ 2 & 3 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ -3 & -6 & 0 & -3 \end{pmatrix} & \checkmark \frac{1}{3} \begin{pmatrix} -6 & 15 & 6 & 6 \\ -2 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & -2 & -1 & -1 \\ 0 & 3 & 0 & 3 \end{pmatrix} \\
27) \begin{pmatrix} 10 & -20 & -5 & 10 \\ 2 & -3 & -1 & 2 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ -5 & 10 & 5 & -5 \end{pmatrix} & 28) \begin{pmatrix} 3 & -9 & -6 & -3 \\ 6 & -9 & -6 & -3 \\ -2 & 0 & 1 & 0 \\ -3 & 6 & 3 & 3 \end{pmatrix} & 29) \begin{pmatrix} -32 & 12 & -12 & -4 \\ -7 & 4 & -1 & -2 \\ -4 & 2 & -2 & 0 \\ 16 & -8 & 4 & 4 \end{pmatrix} \\
\checkmark \frac{1}{5} \begin{pmatrix} 1 & 0 & -5 & 2 \\ -1 & 5 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 2 \\ -2 & 10 & 5 & -1 \end{pmatrix} & \checkmark \frac{1}{3} \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & -3 & -1 \\ -2 & 2 & 3 & 0 \\ -1 & 3 & 3 & 3 \end{pmatrix} & \checkmark \frac{1}{4} \begin{pmatrix} -1 & -4 & 2 & -3 \\ -1 & 0 & 4 & -1 \\ 1 & 8 & -2 & 5 \\ 1 & 8 & 2 & 6 \end{pmatrix} \\
30) \begin{pmatrix} -20 & -4 & -4 & -8 \\ -20 & -8 & 4 & -4 \\ 4 & 0 & -4 & 0 \\ 3 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} & & \\
\checkmark \frac{1}{4} \begin{pmatrix} -1 & -1 & 0 & -12 \\ 1 & 0 & -1 & 8 \\ -1 & -1 & -1 & -12 \\ 2 & 3 & 1 & 32 \end{pmatrix} & &
\end{array}$$

Задача 69. Найти матрицу, обратную данной.

$$\begin{array}{lll}
1) \begin{pmatrix} -3 & -1 & -1 & -1 \\ -3 & -2 & 1 & -2 \\ -3 & -2 & -1 & -4 \\ -3 & 0 & -1 & 1 \end{pmatrix} & 2) \begin{pmatrix} -3 & 1 & -2 & -1 \\ 9 & -5 & 8 & 5 \\ -3 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & -4 & 6 & 3 \end{pmatrix} & 3) \begin{pmatrix} -3 & 0 & -1 & -1 \\ -3 & -2 & 0 & 0 \\ -3 & 2 & -1 & -4 \\ 3 & 0 & 3 & -2 \end{pmatrix} \\
\checkmark \frac{1}{6} \begin{pmatrix} 8 & -1 & -3 & -6 \\ -30 & 0 & 12 & 18 \\ -12 & 3 & 3 & 6 \\ 12 & 0 & -6 & -6 \end{pmatrix} & \checkmark \frac{1}{6} \begin{pmatrix} -1 & 1 & 2 & -2 \\ -9 & -9 & -18 & 12 \\ -12 & -6 & -6 & 6 \\ 12 & 0 & -12 & 6 \end{pmatrix} & \checkmark \frac{1}{6} \begin{pmatrix} -28 & 10 & 10 & -6 \\ 42 & -18 & -15 & 9 \\ 48 & -18 & -18 & 12 \\ 30 & -12 & -12 & 6 \end{pmatrix} \\
4) \begin{pmatrix} -1 & 2 & 1 & -1 \\ -2 & 2 & 1 & -1 \\ 1 & -4 & 0 & 0 \\ 2 & -2 & -5 & 4 \end{pmatrix} & 5) \begin{pmatrix} 2 & -1 & -2 & 0 \\ -6 & 5 & 8 & -1 \\ -2 & 5 & 5 & -4 \\ -4 & 2 & 5 & 3 \end{pmatrix} & 6) \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -2 & 1 \\ -2 & 2 & -2 & -4 \\ -1 & 1 & 4 & 4 \end{pmatrix} \\
\checkmark -\frac{1}{4} \begin{pmatrix} -4 & 4 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 1 & 0 \\ 18 & -2 & 6 & 4 \\ 24 & -4 & 8 & 4 \end{pmatrix} & \checkmark -\frac{1}{4} \begin{pmatrix} -24 & -11 & 5 & 3 \\ 44 & 26 & -14 & -10 \\ -44 & -24 & 12 & 8 \\ 12 & 8 & -4 & -4 \end{pmatrix} & \checkmark \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 42 & 22 & -9 & -4 \\ 26 & 14 & -5 & -2 \\ 24 & 12 & -5 & -2 \\ -20 & -10 & 4 & 2 \end{pmatrix}
\end{array}$$

$$\begin{aligned}
& 7) \begin{pmatrix} 3 & 2 & -2 & -2 \\ -6 & -3 & 5 & 3 \\ 0 & -1 & -3 & 0 \\ 3 & 3 & -3 & -3 \end{pmatrix} \quad 8) \begin{pmatrix} -1 & -1 & -1 & 1 \\ -1 & -2 & -2 & 0 \\ 1 & 0 & 2 & -3 \\ 1 & 0 & 4 & -5 \end{pmatrix} \quad 9) \begin{pmatrix} -3 & 0 & -1 & 1 \\ -6 & 1 & 0 & 2 \\ 3 & -1 & -3 & -2 \\ 0 & 1 & -2 & -3 \end{pmatrix} \\
& \checkmark -\frac{1}{6} \begin{pmatrix} -6 & 0 & 0 & 4 \\ 27 & 9 & 6 & -9 \\ -9 & -3 & 0 & 3 \\ 30 & 12 & 6 & -6 \end{pmatrix} \quad \checkmark -\frac{1}{2} \begin{pmatrix} -4 & 2 & -8 & 4 \\ 6 & -2 & 7 & -3 \\ -4 & 2 & -3 & 1 \\ -4 & 2 & -4 & 2 \end{pmatrix} \quad \checkmark -\frac{1}{6} \begin{pmatrix} 15 & -10 & -7 & 3 \\ 42 & -30 & -18 & 6 \\ -15 & 12 & 9 & -3 \\ 24 & -18 & -12 & 6 \end{pmatrix} \\
& 10) \begin{pmatrix} 3 & -1 & -2 & 1 \\ 9 & -5 & -5 & 4 \\ -3 & -1 & 4 & -1 \\ -6 & 0 & 7 & -2 \end{pmatrix} \quad 11) \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 & -1 \\ -4 & 1 & -1 & 4 \\ 0 & 1 & 0 & -4 \\ 2 & -3 & 4 & 0 \end{pmatrix} \quad 12) \begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 & -2 \\ 1 & -1 & -3 & -2 \\ -1 & 1 & 5 & 0 \\ -1 & -5 & -4 & 5 \end{pmatrix} \\
& \checkmark -\frac{1}{6} \begin{pmatrix} -13 & 2 & 3 & -4 \\ -3 & 0 & 9 & -6 \\ -6 & 0 & 6 & -6 \\ 18 & -6 & 12 & -6 \end{pmatrix} \quad \checkmark \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 20 & 8 & 3 & -3 \\ 56 & 24 & 10 & -8 \\ 32 & 14 & 6 & -4 \\ 14 & 6 & 2 & -2 \end{pmatrix} \quad \checkmark \frac{1}{4} \begin{pmatrix} -52 & 7 & -31 & -18 \\ 8 & -3 & 3 & 2 \\ -12 & 2 & -6 & -4 \\ -12 & 0 & -8 & -4 \end{pmatrix} \\
& 13) \begin{pmatrix} -3 & 1 & -2 & 1 \\ -9 & 2 & -5 & 5 \\ 3 & 0 & 0 & -5 \\ 0 & 0 & -2 & -3 \end{pmatrix} \quad 14) \begin{pmatrix} 3 & 0 & -2 & 0 \\ -6 & 2 & 6 & 2 \\ 6 & 4 & 1 & 2 \\ -6 & 0 & 5 & -1 \end{pmatrix} \quad 15) \begin{pmatrix} -3 & 0 & -1 & 1 \\ -9 & 2 & -4 & 5 \\ 3 & 4 & -3 & 2 \\ 6 & 4 & -2 & 0 \end{pmatrix} \\
& \checkmark -\frac{1}{3} \begin{pmatrix} -20 & 10 & 9 & -5 \\ -15 & 6 & 3 & 0 \\ 18 & -9 & -9 & 6 \\ -12 & 6 & 6 & -3 \end{pmatrix} \quad \checkmark \frac{1}{6} \begin{pmatrix} 42 & 8 & -4 & 8 \\ -102 & -21 & 12 & -18 \\ 60 & 12 & -6 & 12 \\ 48 & 12 & -6 & 6 \end{pmatrix} \quad \checkmark -\frac{1}{12} \begin{pmatrix} -4 & 4 & -8 & 6 \\ 24 & -12 & 18 & -15 \\ 36 & -12 & 12 & -6 \\ 12 & 0 & -12 & 12 \end{pmatrix} \\
& 16) \begin{pmatrix} -1 & 0 & -1 & -1 \\ 2 & -1 & 4 & 1 \\ -2 & 2 & -7 & 1 \\ 1 & 0 & 3 & 0 \end{pmatrix} \quad 17) \begin{pmatrix} -1 & 0 & -2 & 1 \\ 2 & 2 & 5 & 0 \\ -2 & 4 & -1 & 4 \\ -1 & -2 & -2 & -4 \end{pmatrix} \quad 18) \begin{pmatrix} 3 & -1 & 1 & -2 \\ 9 & -4 & 2 & -7 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 3 \end{pmatrix} \\
& \checkmark -1 \begin{pmatrix} 9 & 6 & 3 & 2 \\ 1 & 1 & 0 & -1 \\ -3 & -2 & -1 & -1 \\ -5 & -4 & -2 & -1 \end{pmatrix} \quad \checkmark \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 64 & 26 & -10 & 6 \\ 36 & 15 & -5 & 4 \\ -40 & -16 & 6 & -4 \\ -14 & -6 & 2 & -2 \end{pmatrix} \quad \checkmark \frac{1}{3} \begin{pmatrix} -2 & 1 & 3 & -1 \\ 0 & 0 & 9 & -6 \\ 9 & -3 & -6 & 3 \\ 0 & 0 & -3 & 3 \end{pmatrix} \\
& 19) \begin{pmatrix} -1 & 2 & 1 & -1 \\ -1 & 3 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 4 & 1 \end{pmatrix} \quad 20) \begin{pmatrix} -3 & 1 & 1 & 0 \\ -6 & 0 & 1 & 2 \\ -6 & 6 & 6 & -3 \\ -3 & 1 & -3 & -3 \end{pmatrix} \quad 21) \begin{pmatrix} -2 & 2 & 1 & -1 \\ 2 & -3 & -2 & 3 \\ -4 & 5 & 4 & -6 \\ 0 & -2 & -3 & 7 \end{pmatrix} \\
& \checkmark 1 \begin{pmatrix} -18 & 17 & -7 & -4 \\ -8 & 8 & -3 & -2 \\ 3 & -3 & 1 & 1 \\ 4 & -4 & 2 & 1 \end{pmatrix} \quad \checkmark -\frac{1}{12} \begin{pmatrix} -33 & 12 & 5 & 3 \\ -225 & 72 & 33 & 15 \\ 114 & -36 & -18 & -6 \\ -156 & 48 & 24 & 12 \end{pmatrix} \quad \checkmark \frac{1}{2} \begin{pmatrix} -5 & -4 & 0 & 1 \\ 0 & -4 & -2 & 0 \\ -14 & -2 & 6 & 4 \\ -6 & -2 & 2 & 2 \end{pmatrix} \\
& 22) \begin{pmatrix} 2 & 1 & -2 & 1 \\ 4 & 1 & -2 & 2 \\ -2 & 1 & 0 & -2 \\ -4 & -3 & 8 & -4 \end{pmatrix} \quad 23) \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 & -1 \\ -2 & 1 & 3 & -2 \\ 1 & 1 & -1 & 2 \\ 0 & -1 & -3 & 1 \end{pmatrix} \quad 24) \begin{pmatrix} -2 & 2 & 1 & -1 \\ 2 & 0 & -2 & 0 \\ -2 & 4 & 2 & -1 \\ 4 & -4 & -4 & 2 \end{pmatrix} \\
& \checkmark \frac{1}{4} \begin{pmatrix} 12 & -4 & -2 & 2 \\ -32 & 16 & 8 & -4 \\ -20 & 10 & 4 & -2 \\ -28 & 12 & 4 & -4 \end{pmatrix} \quad \checkmark -1 \begin{pmatrix} 4 & -1 & 1 & 0 \\ 7 & -3 & 1 & -1 \\ -5 & 2 & -1 & 1 \\ -8 & 3 & -2 & 1 \end{pmatrix} \quad \checkmark -\frac{1}{8} \begin{pmatrix} 8 & -4 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & -4 & -2 \\ 8 & 0 & 0 & 4 \\ 0 & 8 & -8 & -8 \end{pmatrix} \\
& 25) \begin{pmatrix} -3 & 2 & -2 & 0 \\ -9 & 7 & -4 & -1 \\ -6 & 5 & -4 & 0 \\ 6 & -3 & 4 & 1 \end{pmatrix} \quad 26) \begin{pmatrix} -2 & 2 & -1 & 0 \\ 6 & -4 & 2 & 0 \\ 0 & -2 & 3 & 1 \\ 2 & -4 & 4 & 0 \end{pmatrix} \quad 27) \begin{pmatrix} -3 & 0 & -2 & -2 \\ 9 & 1 & 5 & 7 \\ -3 & 1 & -1 & -2 \\ 3 & 1 & 3 & 3 \end{pmatrix} \\
& \checkmark \frac{1}{6} \begin{pmatrix} -16 & -2 & 8 & -2 \\ -12 & 0 & 6 & 0 \\ 9 & 3 & -6 & 3 \\ 24 & 0 & -6 & 6 \end{pmatrix} \quad \checkmark \frac{1}{8} \begin{pmatrix} 8 & 4 & 0 & 0 \\ 20 & 6 & 0 & 2 \\ 16 & 4 & 0 & 4 \\ -8 & 0 & 8 & -8 \end{pmatrix} \quad \checkmark -\frac{1}{6} \begin{pmatrix} 6 & -2 & -4 & 6 \\ 0 & -3 & -6 & 3 \\ 6 & 3 & 0 & -3 \\ -12 & 0 & 6 & -6 \end{pmatrix}
\end{aligned}$$

$$\begin{array}{lll}
\mathbf{28)} \begin{pmatrix} -2 & -1 & 1 & -1 \\ -4 & -4 & 3 & -1 \\ -2 & 1 & 2 & -4 \\ 0 & -2 & 5 & -2 \end{pmatrix} & \mathbf{29)} \begin{pmatrix} 2 & 2 & -2 & -2 \\ 6 & 5 & -4 & -6 \\ 4 & 6 & -9 & -5 \\ -2 & -4 & 5 & 0 \end{pmatrix} & \mathbf{30)} \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 & 1 \\ 2 & -2 & 0 & -3 \\ 1 & -2 & -1 & -1 \\ -1 & -2 & 1 & 0 \end{pmatrix} \\
\checkmark \frac{1}{8} \begin{pmatrix} -43 & 15 & 9 & -4 \\ 66 & -26 & -14 & 8 \\ 52 & -20 & -12 & 8 \\ 64 & -24 & -16 & 8 \end{pmatrix} & \checkmark -\frac{1}{2} \begin{pmatrix} 81 & -22 & -6 & 4 \\ -98 & 26 & 8 & -4 \\ -46 & 12 & 4 & -2 \\ 30 & -8 & -2 & 2 \end{pmatrix} & \checkmark \frac{1}{4} \begin{pmatrix} 10 & 2 & 4 & -6 \\ -2 & 0 & -2 & 0 \\ 6 & 2 & 0 & -2 \\ 8 & 0 & 4 & -4 \end{pmatrix}
\end{array}$$

Задача 70. Найти значение матричного многочлена $f(A)$.

$$\begin{array}{lll}
\mathbf{1)} \quad f(x) = 5x^3 - 2x^2 + 5; & \mathbf{2)} \quad f(x) = 4x^3 - 5x^2 + 2; & \mathbf{3)} \quad f(x) = 5x^3 - 4x^2 + 5; \\
A = \begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} & A = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} & A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 2 \\ 2 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix} \\
\checkmark f(A) = \begin{pmatrix} 724 & 390 \\ 130 & 74 \end{pmatrix} & \checkmark f(A) = \begin{pmatrix} 205 & 48 \\ 48 & 13 \end{pmatrix} & \checkmark f(A) = \begin{pmatrix} 29 & 0 & 232 \\ 334 & 530 & 204 \\ 0 & 0 & 261 \end{pmatrix} \\
\\
\mathbf{4)} \quad f(x) = 3x^3 - 4x^2 + 5; & \mathbf{5)} \quad f(x) = x^3 - 2x^2 + 2; & \mathbf{6)} \quad f(x) = 2x^3 - 4x^2 + 1; \\
A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 3 \\ -3 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & -3 \end{pmatrix} & A = \begin{pmatrix} -2 & -3 \\ 4 & 0 \end{pmatrix} & A = \begin{pmatrix} 5 & -2 \\ -3 & 0 \end{pmatrix} \\
\checkmark f(A) = \begin{pmatrix} 50 & 0 & 81 \\ -249 & 133 & -72 \\ 0 & 0 & -112 \end{pmatrix} & \checkmark f(A) = \begin{pmatrix} 58 & 12 \\ -16 & 50 \end{pmatrix} & \checkmark f(A) = \begin{pmatrix} 247 & -84 \\ -126 & 37 \end{pmatrix} \\
\\
\mathbf{7)} \quad f(x) = 3x^3 - 3x^2 + 2; & \mathbf{8)} \quad f(x) = 2x^3 - x^2 + 5; & \mathbf{9)} \quad f(x) = 4x^3 - 3x^2 + 5; \\
A = \begin{pmatrix} 5 & 0 & -3 \\ 5 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} & A = \begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 4 & 0 \end{pmatrix} & A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & -2 \\ 1 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{pmatrix} \\
\checkmark f(A) = \begin{pmatrix} 302 & 0 & -225 \\ 255 & -106 & -90 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} & \checkmark f(A) = \begin{pmatrix} 458 & 207 \\ 276 & 113 \end{pmatrix} & \checkmark f(A) = \begin{pmatrix} 86 & 0 & -344 \\ 36 & -130 & -34 \\ 0 & 0 & 430 \end{pmatrix} \\
\\
\mathbf{10)} \quad f(x) = 5x^3 - 3x^2 + 4; & \mathbf{11)} \quad f(x) = 2x^3 - 2x^2 + 3; & \mathbf{12)} \quad f(x) = 4x^3 - 4x^2 + 1; \\
A = \begin{pmatrix} -2 & 0 & 5 \\ 5 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} & A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 0 \end{pmatrix} & A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 5 \\ 4 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & -3 \end{pmatrix} \\
\checkmark f(A) = \begin{pmatrix} -48 & 0 & 100 \\ 430 & 554 & 550 \\ 0 & 0 & 32 \end{pmatrix} & \checkmark f(A) = \begin{pmatrix} 21 & 54 \\ 54 & 3 \end{pmatrix} & \checkmark f(A) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 180 \\ 64 & -47 & -400 \\ 0 & 0 & -143 \end{pmatrix} \\
\\
\mathbf{13)} \quad f(x) = 3x^3 - 3x^2 + 5; & \mathbf{14)} \quad f(x) = 4x^3 - x^2 + 3; & \mathbf{15)} \quad f(x) = 5x^3 - 3x^2 + 5; \\
A = \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ 3 & 0 \end{pmatrix} & A = \begin{pmatrix} -2 & 2 \\ 4 & 0 \end{pmatrix} & A = \begin{pmatrix} -2 & 0 & 2 \\ 1 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \\
\checkmark f(A) = \begin{pmatrix} 23 & -36 \\ 54 & -49 \end{pmatrix} & \checkmark f(A) = \begin{pmatrix} -169 & 100 \\ 200 & -69 \end{pmatrix} & \checkmark f(A) = \begin{pmatrix} -47 & 0 & 36 \\ 54 & 277 & 24 \\ 0 & 0 & 7 \end{pmatrix} \\
\\
\mathbf{16)} \quad f(x) = 2x^3 - 3x^2 + 2; & \mathbf{17)} \quad f(x) = 4x^3 - 3x^2 + 1; & \mathbf{18)} \quad f(x) = 2x^3 - 4x^2 + 4; \\
A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ -2 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix} & A = \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} & A = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \\
\checkmark f(A) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 81 \\ -10 & 6 & -66 \\ 0 & 0 & 82 \end{pmatrix} & \checkmark f(A) = \begin{pmatrix} -100 & 102 \\ 34 & -32 \end{pmatrix} & \checkmark f(A) = \begin{pmatrix} -8 & 18 \\ -6 & 4 \end{pmatrix}
\end{array}$$

$$\begin{array}{lll}
f(x) = 2x^3 - 3x^2 + 2; & f(x) = 3x^3 - x^2 + 4; & f(x) = x^3 - 5x^2 + 2; \\
19) \quad A = \begin{pmatrix} 5 & 0 & -2 \\ 2 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & -3 \end{pmatrix} & 20) \quad A = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ -2 & 0 \end{pmatrix} & 21) \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 3 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{pmatrix} \\
\checkmark f(A) = \begin{pmatrix} 177 & 0 & -64 \\ 190 & 82 & -36 \\ 0 & 0 & -79 \end{pmatrix} & \checkmark f(A) = \begin{pmatrix} 88 & 64 \\ -64 & -40 \end{pmatrix} & \checkmark f(A) = \begin{pmatrix} -2 & 0 & 2 \\ -24 & -10 & 18 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} \\
f(x) = 2x^3 - 5x^2 + 4; & f(x) = 3x^3 - 2x^2 + 2; & f(x) = 4x^3 - 3x^2 + 5; & f(x) = 2x^3 - x^2 + 5; \\
22) \quad A = \begin{pmatrix} -2 & 0 & 3 \\ 4 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix} & 23) \quad A = \begin{pmatrix} 5 & -2 \\ 3 & 0 \end{pmatrix} & 24) \quad A = \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ -2 & 0 \end{pmatrix} & 25) \quad A = \begin{pmatrix} 5 & -3 \\ 5 & 0 \end{pmatrix} \\
\checkmark f(A) = \begin{pmatrix} -32 & 0 & 27 \\ 44 & 1 & -12 \\ 0 & 0 & 13 \end{pmatrix} & \checkmark f(A) = \begin{pmatrix} 159 & -94 \\ 141 & -76 \end{pmatrix} & \checkmark f(A) = \begin{pmatrix} -40 & 9 \\ -6 & -49 \end{pmatrix} & \checkmark f(A) = \begin{pmatrix} -55 & -45 \\ 75 & -130 \end{pmatrix} \\
f(x) = 2x^3 - x^2 + 5; & f(x) = x^3 - 5x^2 + 1; & f(x) = 2x^3 - x^2 + 1; & f(x) = 2x^3 - 2x^2 + 2; \\
26) \quad A = \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix} & 27) \quad A = \begin{pmatrix} 4 & 4 \\ -2 & 0 \end{pmatrix} & 28) \quad A = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 3 & 0 \end{pmatrix} & 29) \quad A = \begin{pmatrix} 5 & 1 \\ -2 & 0 \end{pmatrix} \\
\checkmark f(A) = \begin{pmatrix} -97 & 27 \\ 81 & -16 \end{pmatrix} & \checkmark f(A) = \begin{pmatrix} -39 & -48 \\ 24 & 9 \end{pmatrix} & \checkmark f(A) = \begin{pmatrix} -50 & 36 \\ -36 & -26 \end{pmatrix} & \checkmark f(A) = \begin{pmatrix} 166 & 36 \\ -72 & -14 \end{pmatrix} \\
f(x) = 4x^3 - x^2 + 4; & & & \\
30) \quad A = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ -2 & 0 \end{pmatrix} & & & \\
\checkmark f(A) = \begin{pmatrix} 182 & 52 \\ -104 & -26 \end{pmatrix} & & &
\end{array}$$

Задача 71. Решить матричное уравнение.

$$\begin{array}{lll}
1) \quad X \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 0 & -6 \end{pmatrix} & 2) \quad \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 0 & 16 \\ 7 & 10 \end{pmatrix} & 3) \quad \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ -2 & -3 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 3 & 12 \\ -2 & -8 \end{pmatrix} \\
\checkmark X = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ -2 & 2 \end{pmatrix} & \checkmark X = \begin{pmatrix} -2 & 4 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} & \checkmark X = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \\
4) \quad X \begin{pmatrix} 5 & 4 \\ 3 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 & -2 \\ 3 & 3 \end{pmatrix} & 5) \quad X \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -8 & 2 \\ 8 & -2 \end{pmatrix} & 6) \quad X \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & 4 \\ 0 & -3 \end{pmatrix} \\
\checkmark X = \begin{pmatrix} -2 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} & \checkmark X = \begin{pmatrix} -2 & -2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} & \checkmark X = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} \\
7) \quad X \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 6 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} & 8) \quad \begin{pmatrix} 5 & 0 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 20 & 10 \\ 13 & 5 \end{pmatrix} & 9) \quad X \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 3 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 15 & -5 \\ 1 & 4 \end{pmatrix} \\
\checkmark X = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} & \checkmark X = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} & \checkmark X = \begin{pmatrix} 0 & 5 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \\
10) \quad \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ -3 & -3 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 6 & 3 \\ -6 & -3 \end{pmatrix} & 11) \quad \begin{pmatrix} 5 & 4 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 13 & 13 \\ 4 & 4 \end{pmatrix} & 12) \quad X \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 11 & -5 \\ -3 & 3 \end{pmatrix} \\
\checkmark X = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} & \checkmark X = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} & \checkmark X = \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 3 & -3 \end{pmatrix} \\
13) \quad X \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 & -5 \\ 10 & 3 \end{pmatrix} & 14) \quad \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 5 & 3 \end{pmatrix} & 15) \quad X \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 3 & 3 \end{pmatrix} \\
\checkmark X = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} & \checkmark X = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} & \checkmark X = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & -3 \end{pmatrix} \\
16) \quad X \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 & -6 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} & 17) \quad \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 1 & 7 \end{pmatrix} & 18) \quad \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 3 & -3 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} -8 & 5 \\ -9 & 3 \end{pmatrix} \\
\checkmark X = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 1 & -3 \end{pmatrix} & \checkmark X = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & -3 \end{pmatrix} & \checkmark X = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \\
19) \quad X \begin{pmatrix} 5 & 0 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 24 & 6 \\ 14 & 6 \end{pmatrix} & 20) \quad X \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 9 & 12 \end{pmatrix} & 21) \quad X \begin{pmatrix} -1 & 4 \\ 3 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & -8 \\ -4 & -2 \end{pmatrix} \\
\checkmark X = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} & \checkmark X = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 0 \end{pmatrix} & \checkmark X = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ -2 & -2 \end{pmatrix}
\end{array}$$

$$\begin{array}{lll}
\mathbf{22)} \quad X \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ -2 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 & -3 \\ 10 & 2 \end{pmatrix} & \mathbf{23)} \quad \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ -2 & -3 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} -9 & 0 \\ 6 & 0 \end{pmatrix} & \mathbf{24)} \quad \begin{pmatrix} 5 & 4 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 15 & -22 \\ 0 & -3 \end{pmatrix} \\
\checkmark X = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 2 & -2 \end{pmatrix} & \checkmark X = \begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} & \checkmark X = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 0 & -3 \end{pmatrix} \\
\mathbf{25)} \quad X \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 & 6 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} & \mathbf{26)} \quad X \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 & 6 \\ 6 & 3 \end{pmatrix} & \mathbf{27)} \quad \begin{pmatrix} 5 & 0 \\ -3 & -3 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} -10 & 0 \\ -3 & 9 \end{pmatrix} \\
\checkmark X = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 3 & -3 \end{pmatrix} & \checkmark X = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} & \checkmark X = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 3 & -3 \end{pmatrix} \\
\mathbf{28)} \quad X \begin{pmatrix} -1 & 4 \\ 2 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 9 \\ -1 & 9 \end{pmatrix} & \mathbf{29)} \quad X \begin{pmatrix} 5 & 4 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -7 & 0 \\ 9 & 10 \end{pmatrix} & \mathbf{30)} \quad \begin{pmatrix} -1 & 4 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 9 & 5 \end{pmatrix} \\
\checkmark X = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} & \checkmark X = \begin{pmatrix} -3 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} & \checkmark X = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}
\end{array}$$

Задача 72. Решить матричное уравнение.

$$\begin{array}{ll}
\mathbf{1)} \quad \begin{pmatrix} 5 & 0 \\ -3 & -1 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 & -35 \\ -6 & 18 \end{pmatrix} & \mathbf{2)} \quad \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 2 & -3 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -63 & 0 \\ -8 & -34 \end{pmatrix} \\
\checkmark X = \begin{pmatrix} -3 & -2 \\ 3 & 0 \end{pmatrix} & \checkmark X = \begin{pmatrix} -2 & 5 \\ -2 & -2 \end{pmatrix} \\
\mathbf{3)} \quad \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 4 & 5 \\ -3 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 37 & 98 \\ 18 & 34 \end{pmatrix} & \mathbf{4)} \quad \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ -3 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 15 \\ -16 & 30 \end{pmatrix} \\
\checkmark X = \begin{pmatrix} 4 & 5 \\ 2 & -3 \end{pmatrix} & \checkmark X = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \\
\mathbf{5)} \quad \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 0 & 5 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 & 19 \\ 12 & 27 \end{pmatrix} & \mathbf{6)} \quad \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 38 & 1 \end{pmatrix} \\
\checkmark X = \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} & \checkmark X = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 0 \end{pmatrix} \\
\mathbf{7)} \quad \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} -2 & -1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -62 & 18 \\ 15 & -3 \end{pmatrix} & \mathbf{8)} \quad \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 2 & -3 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ -3 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -59 & -41 \\ 23 & 18 \end{pmatrix} \\
\checkmark X = \begin{pmatrix} -2 & -2 \\ 3 & -3 \end{pmatrix} & \checkmark X = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} \\
\mathbf{9)} \quad \begin{pmatrix} 5 & -2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 8 \\ 3 & 14 \end{pmatrix} & \mathbf{10)} \quad \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 11 & 7 \\ 17 & 1 \end{pmatrix} \\
\checkmark X = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} & \checkmark X = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -2 & -2 \end{pmatrix} \\
\mathbf{11)} \quad \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ -2 & -1 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 42 & 36 \\ -37 & -33 \end{pmatrix} & \mathbf{12)} \quad \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 0 & -3 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 3 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 & 12 \\ 24 & 18 \end{pmatrix} \\
\checkmark X = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} & \checkmark X = \begin{pmatrix} -3 & 3 \\ -2 & 0 \end{pmatrix} \\
\mathbf{13)} \quad \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ -3 & -1 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 4 & 5 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -10 & -10 \\ -20 & -20 \end{pmatrix} & \mathbf{14)} \quad \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 4 \end{pmatrix} \\
\checkmark X = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ -2 & -2 \end{pmatrix} & \checkmark X = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} \\
\mathbf{15)} \quad \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 1 & -3 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 99 & 79 \\ -4 & -8 \end{pmatrix} & \mathbf{16)} \quad \begin{pmatrix} -1 & 4 \\ 3 & -1 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 0 & 5 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 & 10 \\ -7 & 36 \end{pmatrix} \\
\checkmark X = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} & \checkmark X = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \\
\mathbf{17)} \quad \begin{pmatrix} 5 & 0 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 0 & 5 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -50 \\ 9 & 28 \end{pmatrix} & \mathbf{18)} \quad \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 3 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -16 & 6 \\ 48 & -18 \end{pmatrix} \\
\checkmark X = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} & \checkmark X = \begin{pmatrix} -2 & 4 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}
\end{array}$$

$$19) \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ -3 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -15 & 1 \\ 81 & -32 \end{pmatrix} \quad 20) \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 1 & -3 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 14 & 36 \\ -14 & -41 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark X = \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark X = \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$21) \begin{pmatrix} 5 & 4 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ 1 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 62 & 2 \\ 26 & 4 \end{pmatrix} \quad 22) \begin{pmatrix} 5 & -2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -43 & 74 \\ -5 & 10 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark X = \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark X = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$$

$$23) \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 & 18 \\ 4 & 24 \end{pmatrix} \quad 24) \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ -3 & -3 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} -2 & 5 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -9 & 105 \\ 9 & -138 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark X = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark X = \begin{pmatrix} 4 & 5 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$25) \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} -2 & 5 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -21 & -33 \\ -3 & -21 \end{pmatrix} \quad 26) \begin{pmatrix} 5 & -2 \\ -3 & 3 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -25 & -3 \\ 24 & 18 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark X = \begin{pmatrix} -3 & 3 \\ 3 & 3 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark X = \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$$

$$27) \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -8 & -9 \\ -18 & -21 \end{pmatrix} \quad 28) \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -10 & -4 \\ 6 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark X = \begin{pmatrix} -3 & 4 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark X = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$$

$$29) \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 3 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 42 & 63 \end{pmatrix} \quad 30) \begin{pmatrix} 5 & -2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 13 \\ 16 & 43 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark X = \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark X = \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$$

Задача 73. Решить матричное уравнение.

$$1) \begin{pmatrix} 2 & 5 & -2 \\ -4 & -15 & 2 \\ -4 & -15 & 0 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} -14 & -17 & -16 \\ 32 & 47 & 40 \\ 26 & 45 & 38 \end{pmatrix} \quad 2) \begin{pmatrix} 3 & 0 & 4 \\ 0 & -2 & 2 \\ 3 & 2 & 4 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} -14 & 14 & 11 \\ -8 & 8 & 8 \\ -10 & 10 & 7 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark X = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 \\ -2 & -3 & -2 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark X = \begin{pmatrix} -2 & 2 & 1 \\ 2 & -2 & -2 \\ -2 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

$$3) X \begin{pmatrix} 3 & 4 & -2 \\ 3 & 6 & 0 \\ -3 & -2 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 12 & 24 & -2 \\ 6 & 10 & -4 \\ 6 & 14 & -2 \end{pmatrix} \quad 4) X \begin{pmatrix} -2 & 10 & 0 \\ -2 & 15 & 2 \\ -2 & 10 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & -25 & 0 \\ 2 & -10 & -6 \\ -4 & 10 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark X = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 3 & 0 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark X = \begin{pmatrix} -2 & -1 & 1 \\ 2 & 0 & -3 \\ 2 & -2 & 2 \end{pmatrix}$$

$$5) X \begin{pmatrix} -1 & -4 & -1 \\ 2 & 4 & 2 \\ 1 & -4 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & -4 & 5 \\ 5 & -4 & 7 \\ -3 & 8 & -6 \end{pmatrix} \quad 6) X \begin{pmatrix} 3 & -2 & 2 \\ -3 & 0 & -6 \\ 6 & -6 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 21 & -28 & -6 \\ -12 & 10 & -8 \\ -21 & 16 & -16 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark X = \begin{pmatrix} 3 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & -3 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark X = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 1 & 1 & -2 \\ 1 & 2 & -3 \end{pmatrix}$$

$$7) \begin{pmatrix} 3 & -4 & 2 \\ 0 & -2 & 4 \\ -3 & 4 & -4 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} -4 & 17 & -4 \\ -2 & 10 & -14 \\ 2 & -19 & 10 \end{pmatrix} \quad 8) \begin{pmatrix} 3 & 0 & -4 \\ 0 & 1 & 2 \\ -3 & 1 & 4 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} -3 & 11 & -14 \\ 8 & -2 & 6 \\ 5 & -9 & 16 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark X = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 3 & -3 & 1 \\ 1 & 1 & -3 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark X = \begin{pmatrix} 3 & 1 & -2 \\ 2 & 2 & 2 \\ 3 & -2 & 2 \end{pmatrix}$$

$$9) \begin{pmatrix} -1 & 2 & -3 \\ 0 & 1 & 3 \\ 3 & -4 & 12 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} -6 & 7 & -12 \\ 12 & -6 & 0 \\ 33 & -27 & 33 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark X = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 3 \\ 3 & 0 & -3 \\ 3 & -2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$10) X \begin{pmatrix} 1 & 8 & -6 \\ 1 & 12 & -8 \\ 1 & 4 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 36 & -24 \\ -2 & -32 & 22 \\ 2 & 40 & -27 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark X = \begin{pmatrix} -2 & 3 & 4 \\ -2 & -2 & 2 \\ 2 & 3 & -3 \end{pmatrix}$$

$$11) \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ -1 & -4 & -1 \\ -1 & -6 & -1 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 7 & -3 & 0 \\ -9 & 4 & 0 \\ -13 & 8 & -2 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark X = \begin{pmatrix} 3 & 1 & -2 \\ 2 & -2 & 1 \\ -2 & 3 & -2 \end{pmatrix}$$

$$12) \begin{pmatrix} -1 & -8 & -4 \\ 1 & 4 & 4 \\ 1 & 8 & 2 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} -31 & 5 & -23 \\ 23 & 3 & 15 \\ 25 & -11 & 21 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark X = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 3 \\ 2 & -2 & 2 \\ 3 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

$$13) X \begin{pmatrix} -1 & 1 & -10 \\ 1 & -2 & 10 \\ -1 & 1 & -5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 & 0 & -15 \\ 3 & -5 & 35 \\ 1 & -2 & 20 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark X = \begin{pmatrix} 3 & 3 & 3 \\ -2 & 2 & 1 \\ -2 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$14) X \begin{pmatrix} -1 & -2 & 5 \\ 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 & -7 & 15 \\ 3 & 2 & -10 \\ -4 & -3 & 5 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark X = \begin{pmatrix} 3 & 1 & -2 \\ -2 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & -3 \end{pmatrix}$$

$$15) \begin{pmatrix} 3 & -2 & 6 \\ 3 & -4 & 10 \\ 3 & -6 & 12 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 16 & 2 & 22 \\ 32 & -2 & 34 \\ 42 & -6 & 42 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark X = \begin{pmatrix} -2 & 2 & 2 \\ -2 & 2 & -2 \\ 3 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

$$16) X \begin{pmatrix} -1 & 1 & -15 \\ -1 & 2 & -20 \\ 3 & -2 & 45 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 11 & -8 & 170 \\ -5 & 0 & -60 \\ 4 & -1 & 55 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark X = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 4 \\ 2 & -3 & -2 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$17) X \begin{pmatrix} 1 & 4 & -4 \\ 1 & 6 & -5 \\ -3 & -12 & 13 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 & -16 & 18 \\ 4 & 10 & -16 \\ 0 & 4 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark X = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 2 \\ -2 & -3 & -3 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$18) \begin{pmatrix} 2 & -5 & -6 \\ 0 & 5 & 2 \\ -2 & 0 & 2 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} -20 & 3 & 10 \\ 14 & -9 & 6 \\ 2 & 0 & -12 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark X = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 2 & -3 & 2 \\ 2 & 3 & -2 \end{pmatrix}$$

$$19) X \begin{pmatrix} -1 & -4 & 1 \\ 0 & -2 & 1 \\ 1 & 6 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 18 & -3 \\ 0 & 2 & -3 \\ -4 & -18 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark X = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 2 \\ -2 & -3 & -2 \\ 1 & -2 & -3 \end{pmatrix}$$

$$20) X \begin{pmatrix} -3 & -2 & 12 \\ -3 & -3 & 16 \\ 6 & 5 & -30 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 30 & 24 & -144 \\ 27 & 23 & -132 \\ -9 & -6 & 40 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark X = \begin{pmatrix} -2 & 0 & 4 \\ -2 & -3 & 2 \\ 1 & -2 & -2 \end{pmatrix}$$

$$21) X \begin{pmatrix} -1 & -8 & 0 \\ 1 & 4 & -2 \\ -2 & -16 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 & -36 & -14 \\ 0 & 12 & 10 \\ 4 & 28 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark X = \begin{pmatrix} -2 & 3 & 4 \\ 1 & -3 & -2 \\ 1 & 1 & -2 \end{pmatrix}$$

$$22) X \begin{pmatrix} 1 & 4 & -1 \\ -1 & -2 & -1 \\ 1 & 4 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 4 & -3 \\ 2 & 4 & -1 \\ 3 & 14 & -4 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark X = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & -2 & -3 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$23) \begin{pmatrix} 1 & -2 & -2 \\ -1 & 4 & 3 \\ -3 & 6 & 7 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} -5 & -1 & 12 \\ 9 & -1 & -18 \\ 17 & 5 & -38 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark X = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 4 \\ 1 & -2 & -2 \\ 2 & 2 & -2 \end{pmatrix}$$

$$24) \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ -1 & -1 & 0 \\ 1 & -1 & -3 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 6 \\ 1 & 0 & -1 \\ 3 & 3 & 14 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark X = \begin{pmatrix} -2 & 3 & 3 \\ 1 & -3 & -2 \\ -2 & 1 & -3 \end{pmatrix}$$

$$25) X \begin{pmatrix} -3 & 4 & 8 \\ 6 & -6 & -14 \\ 9 & -14 & -28 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 21 & -28 & -60 \\ -48 & 66 & 136 \\ -24 & 36 & 72 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark X = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 2 \\ 3 & -2 & -3 \\ 2 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

$$26) X \begin{pmatrix} 3 & 0 & 2 \\ 3 & 1 & 2 \\ -3 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 6 \\ -9 & -3 & -2 \\ -9 & 1 & -2 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark X = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 2 & -3 & 2 \\ -2 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$27) \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -1 & -2 & 2 \\ 3 & 0 & -4 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -6 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \end{pmatrix} \quad 28) X \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 2 \\ 4 & 3 & 5 \\ 4 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark X = \begin{pmatrix} -2 & 3 & -2 \\ 2 & 0 & -2 \\ -2 & 2 & -2 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark X = \begin{pmatrix} -2 & 2 & -2 \\ 1 & 2 & -3 \\ 2 & -2 & -2 \end{pmatrix}$$

$$29) \begin{pmatrix} -3 & -2 & -2 \\ 6 & 3 & 6 \\ -6 & -5 & -4 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} -17 & -1 & -7 \\ 33 & 9 & 21 \\ -37 & 1 & -11 \end{pmatrix} \quad 30) \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 1 & -2 & 2 \\ -1 & -1 & -1 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 11 & 5 & 11 \\ 13 & 8 & 14 \\ -4 & 2 & -3 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark X = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 3 \\ 3 & -3 & -3 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark X = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 4 \\ -2 & -3 & -3 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

Задача 74. Найти ранг матрицы.

$$1) \begin{pmatrix} -6 & 12 & 6 \\ -2 & 4 & 2 \end{pmatrix} \quad 2) \begin{pmatrix} 15 & -6 & -3 \\ 5 & -2 & -1 \end{pmatrix} \quad 3) \begin{pmatrix} 1 & 3 & 4 \\ -4 & -1 & 3 \end{pmatrix} \quad 4) \begin{pmatrix} 6 & 4 & 6 \\ -3 & -2 & -3 \end{pmatrix} \quad 5) \begin{pmatrix} -10 & -8 & -4 \\ 5 & 4 & 2 \end{pmatrix}$$

 $\checkmark 1$
 $\checkmark 1$
 $\checkmark 2$
 $\checkmark 1$
 $\checkmark 1$

$$6) \begin{pmatrix} -5 & 1 & 2 \\ 3 & 3 & 7 \end{pmatrix} \quad 7) \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 0 & 6 \end{pmatrix} \quad 8) \begin{pmatrix} 1 & -1 & -4 \\ -2 & -3 & 3 \end{pmatrix} \quad 9) \begin{pmatrix} -4 & 1 \\ 4 & -1 \end{pmatrix} \quad 10) \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -4 & 1 \end{pmatrix} \quad 11) \begin{pmatrix} -2 & -1 & 1 & 1 \\ -6 & -3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$$

 $\checkmark 2$
 $\checkmark 1$
 $\checkmark 2$
 $\checkmark 1$
 $\checkmark 2$
 $\checkmark 1$

$$12) \begin{pmatrix} 0 & -3 & -3 & -3 \\ 0 & -6 & -6 & -6 \end{pmatrix} \quad 13) \begin{pmatrix} 7 & 0 \\ -4 & -5 \end{pmatrix} \quad 14) \begin{pmatrix} 10 & 6 & 6 \\ 5 & 3 & 3 \end{pmatrix} \quad 15) \begin{pmatrix} -1 & -2 & -3 & -1 \\ -3 & -6 & -9 & -3 \end{pmatrix} \quad 16) \begin{pmatrix} -1 & -1 & 6 \\ -3 & 2 & 5 \end{pmatrix}$$

 $\checkmark 1$
 $\checkmark 2$
 $\checkmark 1$
 $\checkmark 1$
 $\checkmark 2$

$$17) \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 4 & -3 \end{pmatrix} \quad 18) \begin{pmatrix} 3 & 3 & 6 \\ -3 & -5 & 5 \end{pmatrix} \quad 19) \begin{pmatrix} 6 & -8 & -6 \\ -3 & 4 & 3 \end{pmatrix} \quad 20) \begin{pmatrix} -1 & 3 & 6 \\ 5 & 2 & 3 \end{pmatrix} \quad 21) \begin{pmatrix} 6 & 1 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$$

 $\checkmark 2$
 $\checkmark 2$
 $\checkmark 1$
 $\checkmark 2$
 $\checkmark 2$

$$22) \begin{pmatrix} 5 & 4 \\ -5 & -4 \end{pmatrix} \quad 23) \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \quad 24) \begin{pmatrix} -6 & -3 & 3 \\ -2 & -1 & 1 \end{pmatrix} \quad 25) \begin{pmatrix} -10 & -4 & 6 \\ 5 & 2 & -3 \end{pmatrix} \quad 26) \begin{pmatrix} 4 & -3 \\ 8 & -6 \end{pmatrix} \quad 27) \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 6 & 1 \end{pmatrix}$$

 $\checkmark 1$
 $\checkmark 1$
 $\checkmark 1$
 $\checkmark 1$
 $\checkmark 1$
 $\checkmark 2$

$$28) \begin{pmatrix} -2 & -3 & -2 & -4 \\ 7 & -1 & -1 & 2 \end{pmatrix} \quad 29) \begin{pmatrix} 5 & -3 \\ 6 & -1 \end{pmatrix} \quad 30) \begin{pmatrix} 5 & 0 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$$

 $\checkmark 2$
 $\checkmark 2$
 $\checkmark 2$

Задача 75. Найти ранг матрицы.

$$1) \begin{pmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 2 & -3 & -2 \\ 7 & 9 & -1 \end{pmatrix} \quad 2) \begin{pmatrix} -2 & -2 & 5 & 0 & 3 \\ -3 & -2 & 3 & 6 & -2 \\ 1 & -1 & -2 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad 3) \begin{pmatrix} -5 & 4 & 2 \\ 3 & 5 & -1 \\ -1 & -14 & 0 \end{pmatrix} \quad 4) \begin{pmatrix} 5 & 5 & 3 & -1 & -2 \\ -1 & 1 & -2 & 4 & -1 \\ -8 & -12 & -2 & -6 & 6 \end{pmatrix}$$

 $\checkmark 2$
 $\checkmark 3$
 $\checkmark 2$
 $\checkmark 2$

$$5) \begin{pmatrix} -1 & 4 & -5 \\ 3 & -1 & -3 \\ 8 & -10 & 4 \end{pmatrix} \quad 6) \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 & -3 & -2 \\ -1 & 1 & 5 & -1 & -2 \\ 5 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad 7) \begin{pmatrix} 2 & -3 & 2 & -3 & -3 \\ -3 & -4 & -5 & 6 & 2 \\ 12 & -1 & 16 & -21 & -13 \end{pmatrix}$$

 $\checkmark 2$
 $\checkmark 3$
 $\checkmark 2$

$$8) \begin{pmatrix} -4 & -6 & -2 & -1 & 6 \\ 2 & -3 & -1 & 1 & 8 \\ 2 & 3 & -4 & 1 & -2 \end{pmatrix} \quad 9) \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & 1 \\ -1 & -2 & 1 & -2 \\ 2 & -3 & 2 & 1 \end{pmatrix} \quad 10) \begin{pmatrix} 1 & -9 & -2 & 5 & -4 \\ 5 & -6 & -3 & 2 & 1 \\ -3 & -3 & -4 & 2 & -2 \end{pmatrix} \quad 11) \begin{pmatrix} 1 & 3 & 4 \\ -4 & -2 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$$

 $\checkmark 3$
 $\checkmark 3$
 $\checkmark 3$
 $\checkmark 3$

$$12) \begin{pmatrix} -3 & 9 & 3 & 4 & -7 \\ 2 & -3 & 1 & 0 & -1 \\ -2 & 3 & 1 & 1 & -2 \end{pmatrix} \quad 13) \begin{pmatrix} 1 & 1 & -4 & 1 \\ 1 & -3 & -3 & 3 \\ -3 & -2 & 3 & -4 \end{pmatrix} \quad 14) \begin{pmatrix} -3 & 2 & 3 & 7 & -3 \\ 1 & 3 & 1 & -4 & -2 \\ 9 & 5 & -3 & -26 & 0 \end{pmatrix} \quad 15) \begin{pmatrix} 3 & 6 & -1 \\ 4 & 3 & -1 \\ -7 & -9 & 2 \end{pmatrix}$$

 $\checkmark 3$
 $\checkmark 3$
 $\checkmark 2$
 $\checkmark 2$

$$16) \begin{pmatrix} -6 & 7 & -4 & 11 \\ 5 & -1 & 3 & -4 \\ -4 & -5 & -2 & -3 \end{pmatrix} \quad 17) \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 & -2 & 1 \\ -2 & 0 & 5 & 4 & -3 \\ -2 & 1 & -2 & 0 & -1 \end{pmatrix} \quad 18) \begin{pmatrix} 5 & 1 & 7 & -10 \\ -1 & 1 & -1 & 4 \\ -2 & -1 & -3 & 3 \end{pmatrix}$$

 $\checkmark 2$
 $\checkmark 3$
 $\checkmark 2$

$$\begin{array}{llll}
19) \begin{pmatrix} 12 & -21 & -5 & -19 \\ -3 & -3 & -4 & -2 \\ 6 & -5 & 1 & -5 \end{pmatrix} & 20) \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 & -1 \\ -2 & 6 & 1 & -4 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} & 21) \begin{pmatrix} -5 & 6 & -1 \\ -3 & 2 & -1 \\ 1 & -2 & 1 \end{pmatrix} & 22) \begin{pmatrix} 2 & 9 & -1 \\ 4 & -3 & 7 \\ 0 & -3 & 1 \end{pmatrix} \\
\checkmark 2 & \checkmark 3 & \checkmark 3 & \checkmark 3 \\
23) \begin{pmatrix} 2 & 2 & -1 \\ 4 & 0 & 3 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix} & 24) \begin{pmatrix} 1 & 3 & -3 \\ -2 & 6 & -1 \\ 0 & 3 & -2 \end{pmatrix} & 25) \begin{pmatrix} -4 & -4 & 5 & 2 & 4 \\ -1 & 0 & -3 & -4 & -6 \\ 2 & -2 & -1 & 0 & 1 \end{pmatrix} & 26) \begin{pmatrix} 1 & 5 & -2 & -1 & 5 \\ -3 & 5 & -5 & 2 & -4 \\ -4 & 20 & -14 & 2 & 2 \end{pmatrix} \\
\checkmark 3 & \checkmark 3 & \checkmark 3 & \checkmark 2 \\
27) \begin{pmatrix} 2 & -3 & 2 \\ 4 & -3 & 1 \\ 0 & 3 & -1 \end{pmatrix} & 28) \begin{pmatrix} -1 & -3 & -1 & 7 & -1 \\ -3 & -3 & 3 & -2 & 1 \\ -8 & -12 & 4 & 10 & 0 \end{pmatrix} & 29) \begin{pmatrix} 3 & -4 & -3 & -3 & 2 \\ -5 & -2 & -5 & -2 & 3 \\ -13 & 0 & -7 & -1 & 4 \end{pmatrix} & 30) \begin{pmatrix} -1 & 2 & -1 \\ 4 & 3 & 3 \\ -7 & 3 & -6 \end{pmatrix} \\
\checkmark 3 & \checkmark 2 & \checkmark 2 & \checkmark 2
\end{array}$$

Задача 76. Найти ранг матрицы.

$$\begin{array}{lll}
1) \begin{pmatrix} 2 & 2 & -2 & 3 & 2 \\ 4 & -1 & -4 & 0 & 3 \\ -2 & 5 & 1 & 1 & -2 \\ -10 & 21 & 7 & 9 & -8 \end{pmatrix} & 2) \begin{pmatrix} -2 & -4 & 1 & 0 & -6 \\ 3 & -2 & 2 & -4 & 8 \\ -1 & 5 & -4 & 2 & -2 \\ 5 & 15 & -9 & -2 & 16 \end{pmatrix} & 3) \begin{pmatrix} 4 & 5 & -4 & -4 \\ -18 & -16 & 6 & 9 \\ -2 & 0 & 5 & -1 \\ -2 & -2 & -4 & 1 \end{pmatrix} \\
\checkmark 3 & \checkmark 3 & \checkmark 3 \\
4) \begin{pmatrix} 0 & 2 & 3 & 4 & 3 \\ -9 & -3 & -3 & -1 & -4 \\ -3 & -2 & -1 & -1 & -2 \\ -21 & -7 & -10 & -5 & -11 \end{pmatrix} & 5) \begin{pmatrix} 0 & -1 & -3 & 1 & -1 \\ 6 & 4 & 2 & 3 & -1 \\ 2 & 2 & 3 & 5 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & -1 & 0 \end{pmatrix} & 6) \begin{pmatrix} -4 & 2 & -4 & -3 & 0 \\ -6 & 4 & -5 & -1 & -1 \\ 2 & -4 & 0 & -4 & -1 \\ -2 & 1 & -2 & 2 & -1 \end{pmatrix} \\
\checkmark 3 & \checkmark 4 & \checkmark 4 \\
7) \begin{pmatrix} 9 & 4 & 2 & 2 \\ -12 & -12 & -4 & -12 \\ 0 & 3 & -1 & 4 \\ -3 & -1 & 1 & 0 \end{pmatrix} & 8) \begin{pmatrix} 4 & -2 & -4 & 2 & -1 \\ 4 & 1 & 1 & 1 & -2 \\ 2 & -1 & -4 & 0 & -2 \\ 2 & 5 & 10 & 0 & -1 \end{pmatrix} & 9) \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 & 3 & 4 \\ -10 & -3 & 16 & 21 & 11 \\ 6 & 9 & 8 & 1 & 7 \\ -4 & -3 & 2 & 5 & 1 \end{pmatrix} \\
\checkmark 3 & \checkmark 3 & \checkmark 2 \\
10) \begin{pmatrix} 2 & 0 & -3 & -2 \\ 1 & -9 & 3 & -14 \\ -2 & 4 & 2 & 8 \\ -1 & 1 & -1 & 2 \end{pmatrix} & 11) \begin{pmatrix} 0 & 4 & -1 & -4 & 4 \\ -3 & -1 & -1 & 3 & 4 \\ -3 & 4 & -4 & -4 & 6 \\ -3 & -2 & -1 & 1 & 2 \end{pmatrix} & 12) \begin{pmatrix} -3 & -4 & 3 & 3 \\ -2 & 2 & -4 & -10 \\ -4 & -3 & 1 & -2 \\ -5 & -9 & 8 & 11 \end{pmatrix} \\
\checkmark 3 & \checkmark 4 & \checkmark 2 \\
13) \begin{pmatrix} -2 & 3 & 1 & 5 & 3 \\ -2 & -4 & -4 & -1 & 1 \\ 2 & 3 & -1 & -1 & -2 \\ 10 & 10 & 0 & -7 & -10 \end{pmatrix} & 14) \begin{pmatrix} -5 & -2 & -1 & -4 \\ 6 & 18 & -2 & 14 \\ -2 & 7 & -2 & 3 \\ 12 & -3 & 4 & 5 \end{pmatrix} & 15) \begin{pmatrix} 3 & 3 & -4 & -2 & 1 \\ 12 & -21 & 2 & 7 & -11 \\ -3 & 19 & -8 & -8 & 9 \\ 6 & -5 & -2 & 1 & -3 \end{pmatrix} \\
\checkmark 3 & \checkmark 2 & \checkmark 2 \\
16) \begin{pmatrix} -3 & 2 & -4 & 3 & -4 \\ 6 & 7 & 7 & 3 & -11 \\ 15 & 1 & 19 & -6 & 1 \\ 4 & 1 & 5 & -1 & -1 \end{pmatrix} & 17) \begin{pmatrix} -2 & -1 & 1 & -1 & 3 \\ -2 & -3 & 0 & 1 & 3 \\ 4 & 7 & 7 & 3 & -3 \\ -2 & -2 & -2 & -3 & 2 \end{pmatrix} & 18) \begin{pmatrix} -3 & -2 & -5 & -3 & -2 \\ -6 & -5 & -1 & 1 & 6 \\ 0 & 4 & 5 & 2 & 0 \\ -3 & -2 & -1 & 2 & 2 \end{pmatrix} \\
\checkmark 2 & \checkmark 4 & \checkmark 4 \\
19) \begin{pmatrix} -2 & 5 & -2 & -1 \\ -1 & 0 & -2 & 1 \\ 0 & -1 & -2 & 0 \\ 1 & 0 & -2 & -3 \end{pmatrix} & 20) \begin{pmatrix} -6 & -3 & 3 & -4 & -2 \\ 6 & 2 & 2 & -2 & 6 \\ -3 & 5 & -3 & 0 & -2 \\ 12 & -10 & 18 & -14 & 18 \end{pmatrix} & 21) \begin{pmatrix} -1 & -2 & 3 & 1 \\ -5 & -4 & 11 & -1 \\ -1 & 1 & 1 & -2 \\ -6 & -3 & 12 & -3 \end{pmatrix} \\
\checkmark 4 & \checkmark 3 & \checkmark 2 \\
22) \begin{pmatrix} -3 & -1 & -2 & -4 \\ 11 & 9 & 8 & 11 \\ -1 & -2 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \end{pmatrix} & 23) \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 & -8 \\ 11 & 12 & -3 & -24 \\ 0 & -4 & 2 & -4 \\ -1 & -1 & 2 & 2 \end{pmatrix} & 24) \begin{pmatrix} -2 & -5 & -3 & -3 & 0 \\ -1 & -1 & -1 & 5 & 1 \\ 1 & 8 & 2 & -3 & 5 \\ -1 & -2 & -1 & 1 & -1 \end{pmatrix} \\
\checkmark 3 & \checkmark 3 & \checkmark 4
\end{array}$$

$$\begin{array}{lll}
25) \begin{pmatrix} -3 & 1 & -1 & 2 & 0 \\ -6 & 3 & -4 & 2 & 6 \\ 6 & 1 & 7 & 3 & -2 \\ -3 & 1 & -2 & 2 & 2 \end{pmatrix} & 26) \begin{pmatrix} 0 & -1 & -1 & 1 & -2 \\ 2 & 6 & 2 & 1 & 2 \\ -1 & -4 & 2 & 5 & 0 \\ -1 & -2 & -1 & 3 & 0 \end{pmatrix} & 27) \begin{pmatrix} -6 & 0 & 2 & 1 \\ 6 & -6 & -6 & 1 \\ -3 & 2 & -1 & 0 \\ -3 & -1 & -3 & 1 \end{pmatrix} \\
\checkmark 4 & \checkmark 4 & \checkmark 3 \\
28) \begin{pmatrix} 2 & -2 & -2 & -4 & 1 \\ -4 & -3 & -3 & 6 & 1 \\ -2 & -3 & 5 & 2 & 1 \\ 2 & -10 & 14 & -8 & 4 \end{pmatrix} & 29) \begin{pmatrix} 0 & -4 & -3 & 2 & 2 \\ -4 & -4 & 3 & 6 & 3 \\ -2 & 3 & -1 & 2 & 1 \\ 2 & 25 & -3 & -10 & -7 \end{pmatrix} & 30) \begin{pmatrix} -4 & -2 & 1 & -2 & -1 \\ 2 & 2 & -2 & -2 & 1 \\ 2 & 3 & -4 & 1 & 0 \\ -2 & -1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \\
\checkmark 3 & \checkmark 3 & \checkmark 4
\end{array}$$

Задача 77. Выяснить, являются ли следующие системы векторов арифметических пространств линейно зависимыми.

- | | | | |
|--|---|--|--|
| 1) (0, 1), (0, -2)
\checkmark да | 2) (-9, 3, -9), (-3, 1, -3)
\checkmark да | 3) (4, 3, 1, 5), (3, 3, -5, 2)
\checkmark нет | 4) (5, -5, 2), (3, -2, -3)
\checkmark нет |
| 5) (5, 5), (-2, 1)
\checkmark нет | 6) (2, -3), (6, -9)
\checkmark да | 7) (-5, 2, -4), (1, -5, 1)
\checkmark нет | 8) (0, -2, -4), (0, -1, -2)
\checkmark да |
| 9) (15, 15, -6), (5, 5, -2)
\checkmark да | 10) (-2, 3, -2, -3), (-6, 9, -6, -9)
\checkmark да | 11) (-1, -3), (1, 3)
\checkmark да | 12) (-3, -2), (-9, -6)
\checkmark да |
| 13) (8, 4, 6), (4, 2, 3)
\checkmark да | 14) (3, 2), (6, -5)
\checkmark нет | 15) (-3, 3, 4), (3, -1, 1)
\checkmark нет | 16) (-1, 1, 2), (2, -1, 3)
\checkmark нет |
| 17) (4, 5, 2, 3), (3, 2, -1, -3)
\checkmark нет | 18) (4, -1, 1, -1), (7, -3, -5, -2)
\checkmark нет | 19) (0, -2, -6), (0, -1, -3)
\checkmark да | 20) (7, 2), (6, 3)
\checkmark нет |
| 21) (-1, -1), (-2, -5)
\checkmark нет | 22) (2, -5, 1, -2), (1, -2, -2, -1)
\checkmark нет | 23) (1, 2), (6, 5)
\checkmark нет | 24) (3, 4), (4, -5)
\checkmark нет |
| 25) (-2, 1), (2, -1)
\checkmark да | 26) (-2, -5, -5, -3), (3, 5, -3, 1)
\checkmark нет | 27) (-6, 15, 6), (-2, 5, 2)
\checkmark да | 28) (3, 2), (6, -1)
\checkmark нет |
| 29) (-3, 2), (-4, -1)
\checkmark нет | 30) (-4, -3, -2, 5), (1, 3, 3, 1)
\checkmark нет | | |

Задача 78. Выяснить, являются ли следующие системы векторов арифметических пространств линейно зависимыми.

- | | | |
|--|--|--|
| 1) (-1, 3, 4), (3, 1, 1), (-1, 1, 1)
\checkmark нет | 2) (3, -4, -1), (-3, 3, -2), (-9, 10, -3)
\checkmark да | 3) (1, 1, 5, 2), (0, -4, -3, 4), (1, 0, -2, 4)
\checkmark нет |
| 4) (5, 6, -3), (-3, 3, 1), (6, 27, -6)
\checkmark да | 5) (-1, 1, -1, 0), (-1, -2, -3, -2), (-1, 2, 2, 2)
\checkmark нет | |
| 6) (0, -4, 0), (-3, -2, 1), (-1, 2, 1)
\checkmark нет | 7) (21, -6, 6, 9), (5, 1, -1, 4), (2, -3, 3, -1)
\checkmark да | |
| 8) (1, -2, 5, -1), (0, 2, -1, 1), (-1, 1, -1, 0)
\checkmark нет | 9) (-3, 1, 3, 1), (3, -1, 5, -3), (3, -2, -3, 1)
\checkmark нет | |
| 10) (-3, -2, 3), (-2, -3, 2), (10, 10, -10)
\checkmark да | 11) (1, -9, -2), (-4, 0, 3), (-1, 3, 1)
\checkmark нет | 12) (-2, 4, 1), (4, 4, 5), (0, 2, 1)
\checkmark нет |
| 13) (16, 7, -1, 5), (1, -5, -4, -1), (6, -1, -3, 1)
\checkmark да | 14) (-3, -2, -3, 1), (-6, -4, 2, 3), (9, 5, 2, -2)
\checkmark нет | |
| 15) (-1, -2, 2, 1), (-2, -7, -3, 0), (-3, -5, 2, 4)
\checkmark нет | 16) (1, -2, -4, 2), (1, 2, -1, 6), (-2, 3, -2, -6)
\checkmark нет | |
| 17) (5, -7, -11, -2), (3, -2, -4, 1), (4, 1, -1, 5)
\checkmark да | 18) (2, 20, -6, 16), (-3, -5, 5, -3), (2, -5, -2, -5)
\checkmark да | |
| 19) (11, -2, -8, -12), (7, -1, 5, 3), (6, -1, -1, -3)
\checkmark да | 20) (-3, -1, 3, -1), (3, 1, 3, -1), (-9, -2, 2, -2)
\checkmark нет | |

21) $(2, 1, -3, 0), (4, 5, -3, -2), (-6, -2, -3, -2)$ **22)** $(8, 4, -5, -1), (1, -1, 2, 1), (2, 2, -3, -1)$

✓ нет

✓ да

23) $(-16, -3, -11, 3), (5, 3, 5, -4), (6, -3, 1, 5)$ **24)** $(-1, -2, -1), (-4, 5, -1), (6, -14, 0)$

✓ да

✓ да

25) $(-2, 3, 3), (4, 3, -1), (0, -3, -1)$ **26)** $(10, -8, -12, 2), (1, 1, 5, 0), (6, -3, -1, 1)$

✓ нет

✓ да

27) $(3, 2, 1), (-3, 2, -6), (1, 2, -1)$ **28)** $(-1, -1, -3, 1), (-2, -1, -4, 1), (3, 4, 3, -2)$

✓ нет

✓ нет

29) $(-5, 2, 2), (-2, -1, 3), (1, -4, 4)$ **30)** $(2, 1, 3, 1), (0, 3, -1, -2), (-2, 0, -2, -3)$

✓ да

✓ нет

Задача 79. Выяснить, являются ли следующие системы векторов арифметических пространств линейно зависимыми.

1) $(3, -2, -1, -2, 3), (3, -3, 1, -1, 3), (3, 0, -6, 3, 2), (3, -2, -1, 5, 2)$

✓ нет

2) $(0, 3, 6, 5), (3, 2, 3, 1), (-1, -1, -3, -1), (2, -1, 0, -2)$

✓ нет

3) $(1, -2, -1, -1, 4), (3, -1, 1, 2, 4), (1, -1, 2, 1, 1), (-8, 5, -3, -4, -13)$

✓ да

4) $(2, -2, -1, 1, -1), (4, -3, -3, -3, -3), (2, -1, 1, -1, -1), (-6, 6, 9, 3, 5)$

✓ да

5) $(1, 2, 2, 7), (1, 1, -1, -1), (0, -1, -1, -2), (-1, -6, -2, -4)$

✓ нет

6) $(-6, 3, -4, -3), (-33, 14, -7, -12), (3, -1, 2, 0), (-3, 1, 3, -1)$

✓ да

7) $(4, 1, -4, 5), (10, 6, 17, 11), (4, 2, 5, 5), (2, 1, 1, 2)$ **8)** $(3, 1, -1), (-3, 1, 5), (-4, -2, 1), (-1, 1, 3)$

✓ да

✓ да

9) $(0, 1, -1, 1, -2), (-3, -1, 5, 1, -2), (-3, 3, -4, 0, -1), (-6, -3, 16, 6, -11)$

✓ да

10) $(0, 4, 0, -3), (-3, 0, -2, 2), (-1, -1, -1, 0), (-1, 4, 0, 0)$

✓ нет

11) $(-9, 5, -1, -2), (33, -14, 17, 5), (3, 1, 3, -1), (3, -2, 3, 1)$

✓ да

12) $(-4, -4, 2, 7), (1, 3, 1, 2), (1, -1, -1, -2), (-4, -2, 0, -1)$

✓ нет

13) $(-1, -1, -3, -3, -2), (3, -1, -1, 2, 7), (-1, 1, -3, -1, -2), (-11, 1, -13, -15, -24)$

✓ да

14) $(-3, 3, -1, -2, -2), (3, -4, 3, -1, -2), (3, 2, 2, 0, -1), (-3, 14, -1, -3, -4)$

✓ да

15) $(3, -1, -1, -1, -2), (9, -4, -4, 3, -4), (-3, -1, -2, 3, 0), (-3, 1, 1, 2, 1)$

✓ нет

16) $(0, 3, -3, 1, 0), (2, -1, 5, 0, 2), (2, -3, 2, -1, 1), (0, -10, 0, -4, -2)$

✓ да

17) $(0, -3, 2, 2, 4), (1, -2, 3, 1, 1), (-1, 3, 3, 1, 1), (0, 4, -16, -8, -12)$

✓ да

18) $(-4, 2, -4), (-4, -2, -3), (-1, -3, 1), (1, 1, -4)$ **19)** $(5, -1, -4), (2, -4, -2), (1, -2, -3), (-2, 2, -3)$

✓ да

✓ да

20) $(2, -2, -3, -2, 6), (3, -2, -6, -4, 7), (1, -3, 1, 3, 4), (1, -1, -2, -2, 2)$

✓ нет

21) $(2, 2, -3, 1), (-1, -5, 6, -1), (-1, -2, 3, 0), (0, -5, 6, -1)$

✓ нет

22) $(3, 1, -4, -2, 3), (6, -2, -4, 2, 5), (-6, 3, 7, -1, -4), (3, -2, -2, -2, 2)$

✓ нет

23) $(0, -1, 0, -3), (5, 7, 3, 2), (-1, -2, -1, 0), (1, -2, -1, 0)$

✓ нет

24) $(-9, -4, -2, 5), (15, 12, 1, -5), (3, -1, 3, -3), (-3, -2, -3, 1)$

✓ да

25) $(-4, -2, 3), (1, -2, -4), (1, -3, -2), (-4, -3, 1)$ **26)** $(-4, 0, 0, 5), (-3, -2, 3, -1), (-1, -1, 3, -2), (4, 1, 0, -4)$

✓ да

✓ нет

27) $(1, 3, 3), (-3, -1, 2), (3, -1, -2), (1, 5, -1)$

✓ да

28) $(1, 4, 2, 2, -1), (-1, -3, -1, 1, 1), (1, 3, 2, -2, 0), (-1, -2, -2, 2, 0)$

✓ нет

29) $(6, 5, 1, 0, -1), (3, -1, 2, -2, -2), (3, -1, 3, -1, -1), (30, 11, 13, -6, -9)$

✓ да

30) $(3, 4, 1, 3), (-3, -15, 15, -11), (3, -1, 5, -1), (-3, -2, 1, -1)$

✓ да

Задача 80. Выяснить, является ли линейно зависимой каждая из систем векторов в пространстве $\mathbb{R}_{n,m}$.

1) $\begin{pmatrix} -3 & -2 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -6 & -1 \\ -4 & -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -6 & -2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ **2)** $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & -3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$ **3)** $\begin{pmatrix} 7 & 10 \\ 19 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 5 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -4 & -1 \\ -4 & -5 \end{pmatrix}$

✓ нет

✓ нет

✓ да

4) $\begin{pmatrix} 4 & 1 \\ -2 & -3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ **5)** $\begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 7 & 1 \\ -5 & 5 \end{pmatrix}$ **6)** $\begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$

✓ нет

✓ нет

✓ нет

7) $\begin{pmatrix} -1 & -3 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 2 & -4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ **8)** $\begin{pmatrix} 2 & -4 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -2 & 4 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$

✓ нет

✓ да

9) $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ **10)** $\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 18 & 5 \\ 14 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -3 & 2 \\ -2 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$

✓ нет

✓ да

11) $\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -3 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 15 & 6 \\ -5 & -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -6 & -1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -3 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ **12)** $\begin{pmatrix} 3 & -5 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -4 & 5 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & -5 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$

✓ да

✓ нет

13) $\begin{pmatrix} 27 & 0 \\ 12 & 18 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 7 & 2 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ **14)** $\begin{pmatrix} -4 & 11 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & -5 \\ 5 & -5 \end{pmatrix}$

✓ да

✓ да

15) $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -1 & -3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -4 & -8 \\ 15 & 6 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ -4 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 5 & 2 \end{pmatrix}$ **16)** $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 3 & -3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 6 & -6 \end{pmatrix}$

✓ да

✓ да

17) $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & -5 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 5 & 3 \end{pmatrix}$ **18)** $\begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -7 & -9 \\ -17 & -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -2 & -2 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 5 & -1 \end{pmatrix}$

✓ нет

✓ да

19) $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -4 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & -5 \\ -3 & -3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -2 & 4 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ **20)** $\begin{pmatrix} -4 & -3 \\ -5 & -4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 5 \\ -2 & -2 \end{pmatrix}$ **21)** $\begin{pmatrix} 2 & -12 \\ 4 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -3 & -1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 4 & -5 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$

✓ нет

✓ нет

✓ да

22) $\begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -6 & 2 \\ 4 & 6 \end{pmatrix}$ **23)** $\begin{pmatrix} 4 & -1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & -3 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}$ **24)** $\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ -2 & 5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 6 \\ -6 & 15 \end{pmatrix}$

✓ да

✓ нет

✓ да

$$25) \begin{pmatrix} -4 & 2 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -12 & 6 \\ 6 & -6 \end{pmatrix} \quad 26) \begin{pmatrix} 2 & -6 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & -3 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$$

✓ да

✓ нет

$$27) \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -4 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -3 & -3 \\ 3 & -3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ -2 & -1 \end{pmatrix} \quad 28) \begin{pmatrix} 0 & -5 \\ -5 & -3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \quad 29) \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ -1 & 5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -3 & -2 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$$

✓ нет

✓ да

✓ нет

$$30) \begin{pmatrix} -3 & -3 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ -2 & -2 \end{pmatrix}$$

✓ да

Задача 81. В арифметическом векторном пространстве $\mathbb{R}_{1,2}$ заданы векторы \mathbf{e}_1 , \mathbf{e}_2 , \mathbf{x} . Показать, что $(\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2)$ есть базис пространства $\mathbb{R}_{1,2}$ и найти координаты вектора \mathbf{x} в этом базисе, если:

$$1) \mathbf{e}_1 = (7, 2), \mathbf{e}_2 = (5, 1), \mathbf{x} = (-1, 1)$$

✓ $(2, -3)$

$$2) \mathbf{e}_1 = (3, 2), \mathbf{e}_2 = (0, 3), \mathbf{x} = (3, 5)$$

✓ $(1, 1)$

$$3) \mathbf{e}_1 = (1, -4), \mathbf{e}_2 = (5, -1), \mathbf{x} = (16, -7)$$

✓ $(1, 3)$

$$4) \mathbf{e}_1 = (-3, -2), \mathbf{e}_2 = (-4, 1), \mathbf{x} = (-24, -5)$$

✓ $(4, 3)$

$$5) \mathbf{e}_1 = (1, -4), \mathbf{e}_2 = (-2, -5), \mathbf{x} = (-5, -32)$$

✓ $(3, 4)$

$$6) \mathbf{e}_1 = (-3, 2), \mathbf{e}_2 = (-2, -5), \mathbf{x} = (-15, -9)$$

✓ $(3, 3)$

$$7) \mathbf{e}_1 = (3, -4), \mathbf{e}_2 = (-2, 3), \mathbf{x} = (0, -1)$$

✓ $(-2, -3)$

$$8) \mathbf{e}_1 = (-3, 6), \mathbf{e}_2 = (-3, -5), \mathbf{x} = (3, 27)$$

✓ $(2, -3)$

$$9) \mathbf{e}_1 = (1, -2), \mathbf{e}_2 = (-3, 3), \mathbf{x} = (2, -1)$$

✓ $(-1, -1)$

$$10) \mathbf{e}_1 = (3, -4), \mathbf{e}_2 = (1, 3), \mathbf{x} = (-2, 7)$$

✓ $(-1, 1)$

$$11) \mathbf{e}_1 = (7, 4), \mathbf{e}_2 = (3, 1), \mathbf{x} = (-5, -5)$$

✓ $(-2, 3)$

$$12) \mathbf{e}_1 = (-1, 6), \mathbf{e}_2 = (-4, -5), \mathbf{x} = (-21, -19)$$

✓ $(1, 5)$

$$13) \mathbf{e}_1 = (-1, 2), \mathbf{e}_2 = (4, -1), \mathbf{x} = (5, 4)$$

✓ $(3, 2)$

$$14) \mathbf{e}_1 = (5, -2), \mathbf{e}_2 = (-4, 5), \mathbf{x} = (20, -8)$$

✓ $(4, 0)$

$$15) \mathbf{e}_1 = (-1, -4), \mathbf{e}_2 = (-1, -5), \mathbf{x} = (-5, -20)$$

✓ $(5, 0)$

$$16) \mathbf{e}_1 = (7, -4), \mathbf{e}_2 = (1, 5), \mathbf{x} = (-11, 23)$$

✓ $(-2, 3)$

$$17) \mathbf{e}_1 = (3, -2), \mathbf{e}_2 = (4, 1), \mathbf{x} = (8, -9)$$

✓ $(4, -1)$

$$18) \mathbf{e}_1 = (3, 2), \mathbf{e}_2 = (0, 1), \mathbf{x} = (6, 5)$$

✓ $(2, 1)$

$$19) \mathbf{e}_1 = (-3, 6), \mathbf{e}_2 = (2, -1), \mathbf{x} = (-11, 28)$$

✓ $(5, 2)$

$$20) \mathbf{e}_1 = (5, 2), \mathbf{e}_2 = (4, -1), \mathbf{x} = (21, 11)$$

✓ $(5, -1)$

$$21) \mathbf{e}_1 = (3, 6), \mathbf{e}_2 = (0, -1), \mathbf{x} = (-3, -8)$$

✓ $(-1, 2)$

$$22) \mathbf{e}_1 = (-3, 6), \mathbf{e}_2 = (0, 3), \mathbf{x} = (-6, 24)$$

✓ $(2, 4)$

$$23) \mathbf{e}_1 = (-1, -4), \mathbf{e}_2 = (-3, -3), \mathbf{x} = (2, 8)$$

✓ $(-2, 0)$

$$24) \mathbf{e}_1 = (5, -2), \mathbf{e}_2 = (2, 1), \mathbf{x} = (5, -2)$$

✓ $(1, 0)$

$$25) \mathbf{e}_1 = (1, -4), \mathbf{e}_2 = (-3, -1), \mathbf{x} = (2, 5)$$

✓ $(-1, -1)$

$$26) \mathbf{e}_1 = (7, 6), \mathbf{e}_2 = (-1, 1), \mathbf{x} = (20, 19)$$

✓ $(3, 1)$

$$27) \mathbf{e}_1 = (7, -2), \mathbf{e}_2 = (5, 5), \mathbf{x} = (1, 19)$$

✓ $(-2, 3)$

$$28) \mathbf{e}_1 = (-3, -2), \mathbf{e}_2 = (-4, 5), \mathbf{x} = (-35, 15)$$

✓ $(5, 5)$

$$29) \mathbf{e}_1 = (1, -2), \mathbf{e}_2 = (0, 5), \mathbf{x} = (-1, -8)$$

✓ $(-1, -2)$

$$30) \mathbf{e}_1 = (-1, -4), \mathbf{e}_2 = (-1, 1), \mathbf{x} = (-2, -23)$$

✓ $(5, -3)$

Задача 82. В арифметическом векторном пространстве $\mathbb{R}_{1,3}$ заданы векторы \mathbf{e}_1 , \mathbf{e}_2 , \mathbf{e}_3 , \mathbf{x} . Показать, что $(\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3)$ есть базис пространства $\mathbb{R}_{1,3}$ и найти координаты вектора \mathbf{x} в этом базисе, если:

$$1) \mathbf{e}_1 = (-1, 1, -4), \mathbf{e}_2 = (2, 2, 0), \mathbf{e}_3 = (1, -1, 3), \mathbf{x} = (8, 8, 2)$$

✓ $(-2, 4, -2)$

$$2) \mathbf{e}_1 = (2, -1, 1), \mathbf{e}_2 = (9, -3, -3), \mathbf{e}_3 = (-2, 1, -3), \mathbf{x} = (-17, 7, -7)$$

✓ $(-1, -1, 3)$

$$3) \mathbf{e}_1 = (-1, -1, -1), \mathbf{e}_2 = (-2, -1, -2), \mathbf{e}_3 = (1, -1, -1), \mathbf{x} = (-13, -5, -9)$$

$$\checkmark (3, 4, -2)$$

$$4) \mathbf{e}_1 = (0, 2, -2), \mathbf{e}_2 = (1, -1, -1), \mathbf{e}_3 = (-2, 1, 5), \mathbf{x} = (-5, 8, 4)$$

$$\checkmark (2, -3, 1)$$

$$5) \mathbf{e}_1 = (-1, -3, -1), \mathbf{e}_2 = (2, 7, 1), \mathbf{e}_3 = (1, 5, -3), \mathbf{x} = (-12, -44, 2)$$

$$\checkmark (5, -2, -3)$$

$$6) \mathbf{e}_1 = (-2, 0, -1), \mathbf{e}_2 = (-1, 1, -3), \mathbf{e}_3 = (3, -2, 7), \mathbf{x} = (-10, 5, -19)$$

$$\checkmark (1, -1, -3)$$

$$7) \mathbf{e}_1 = (-3, -3, 3), \mathbf{e}_2 = (1, 2, 0), \mathbf{e}_3 = (-1, 1, 5), \mathbf{x} = (-8, -10, 4)$$

$$\checkmark (3, 0, -1)$$

$$8) \mathbf{e}_1 = (-2, 0, 4), \mathbf{e}_2 = (-2, 2, 0), \mathbf{e}_3 = (1, 1, -5), \mathbf{x} = (-3, -3, 13)$$

$$\checkmark (2, -1, -1)$$

$$9) \mathbf{e}_1 = (-3, -3, 3), \mathbf{e}_2 = (0, -2, 4), \mathbf{e}_3 = (-2, 0, -4), \mathbf{x} = (4, 6, -10)$$

$$\checkmark (-2, 0, 1)$$

$$10) \mathbf{e}_1 = (2, 0, -2), \mathbf{e}_2 = (1, 1, -2), \mathbf{e}_3 = (-2, -2, 6), \mathbf{x} = (12, 6, -22)$$

$$\checkmark (3, 2, -2)$$

$$11) \mathbf{e}_1 = (1, 1, 1), \mathbf{e}_2 = (2, -2, 2), \mathbf{e}_3 = (1, -2, 3), \mathbf{x} = (7, -12, 9)$$

$$\checkmark (-2, 4, 1)$$

$$12) \mathbf{e}_1 = (3, 6, 6), \mathbf{e}_2 = (0, 2, 2), \mathbf{e}_3 = (-2, -3, -4), \mathbf{x} = (-4, -7, -6)$$

$$\checkmark (-2, 1, -1)$$

$$13) \mathbf{e}_1 = (2, -1, 2), \mathbf{e}_2 = (-3, 3, -3), \mathbf{e}_3 = (4, -2, 2), \mathbf{x} = (4, -5, 8)$$

$$\checkmark (3, -2, -2)$$

$$14) \mathbf{e}_1 = (2, 0, 2), \mathbf{e}_2 = (-2, -1, 3), \mathbf{e}_3 = (2, -1, 5), \mathbf{x} = (-14, -4, 8)$$

$$\checkmark (-1, 5, -1)$$

$$15) \mathbf{e}_1 = (-2, 0, -4), \mathbf{e}_2 = (2, 1, 1), \mathbf{e}_3 = (-1, -1, -1), \mathbf{x} = (5, 7, -5)$$

$$\checkmark (3, 4, -3)$$

$$16) \mathbf{e}_1 = (-2, 0, -2), \mathbf{e}_2 = (9, 3, -3), \mathbf{e}_3 = (5, 1, 2), \mathbf{x} = (5, -1, 11)$$

$$\checkmark (-2, -1, 2)$$

$$17) \mathbf{e}_1 = (-2, 6, -4), \mathbf{e}_2 = (1, -5, -2), \mathbf{e}_3 = (-1, 5, 3), \mathbf{x} = (9, -37, -5)$$

$$\checkmark (-2, 2, -3)$$

$$18) \mathbf{e}_1 = (1, 3, -1), \mathbf{e}_2 = (-1, -4, 2), \mathbf{e}_3 = (-2, -4, -2), \mathbf{x} = (-4, -13, 1)$$

$$\checkmark (5, 5, 2)$$

$$19) \mathbf{e}_1 = (-2, 0, -2), \mathbf{e}_2 = (0, -1, 1), \mathbf{e}_3 = (3, -2, 4), \mathbf{x} = (3, -9, 9)$$

$$\checkmark (3, 3, 3)$$

$$20) \mathbf{e}_1 = (-1, 1, 0), \mathbf{e}_2 = (-1, 3, -4), \mathbf{e}_3 = (-2, 1, 0), \mathbf{x} = (1, -6, 8)$$

$$\checkmark (-1, -2, 1)$$

$$21) \mathbf{e}_1 = (-2, 1, 0), \mathbf{e}_2 = (0, -2, -2), \mathbf{e}_3 = (2, -1, 1), \mathbf{x} = (8, -8, -1)$$

$$\checkmark (-1, 2, 3)$$

$$22) \mathbf{e}_1 = (-3, -1, -3), \mathbf{e}_2 = (-3, -3, -3), \mathbf{e}_3 = (0, 1, -1), \mathbf{x} = (3, -2, 4)$$

$$\checkmark (-2, 1, -1)$$

$$23) \mathbf{e}_1 = (2, 0, 4), \mathbf{e}_2 = (-3, -3, 3), \mathbf{e}_3 = (0, -2, 5), \mathbf{x} = (11, 15, -20)$$

$$\checkmark (1, -3, -3)$$

$$24) \mathbf{e}_1 = (0, 1, 1), \mathbf{e}_2 = (3, 3, 6), \mathbf{e}_3 = (-5, -2, -5), \mathbf{x} = (-1, -1, -4)$$

$$\checkmark (3, -2, -1)$$

$$25) \mathbf{e}_1 = (0, 2, -1), \mathbf{e}_2 = (-1, -1, 1), \mathbf{e}_3 = (1, -2, 1), \mathbf{x} = (-6, 1, 1)$$

$$\checkmark (-1, 3, -3)$$

$$26) \mathbf{e}_1 = (3, 9, 6), \mathbf{e}_2 = (0, 1, -1), \mathbf{e}_3 = (-2, -7, -2), \mathbf{x} = (-9, -26, -16)$$

$$\checkmark (-1, 4, 3)$$

$$27) \mathbf{e}_1 = (1, -1, 2), \mathbf{e}_2 = (1, 1, 6), \mathbf{e}_3 = (1, 0, 5), \mathbf{x} = (-2, -1, -9)$$

$$\checkmark (-1, -2, 1)$$

$$28) \mathbf{e}_1 = (-1, 1, -5), \mathbf{e}_2 = (2, 2, -6), \mathbf{e}_3 = (4, 1, -2), \mathbf{x} = (-1, 11, -41)$$

$$\checkmark (3, 5, -2)$$

$$29) \mathbf{e}_1 = (-3, 2, -7), \mathbf{e}_2 = (1, -1, 3), \mathbf{e}_3 = (0, -2, 5), \mathbf{x} = (8, -12, 35)$$

$$\checkmark (-2, 2, 3)$$

$$30) \mathbf{e}_1 = (-1, 1, -1), \mathbf{e}_2 = (1, -3, 5), \mathbf{e}_3 = (-1, 3, -4), \mathbf{x} = (2, -8, 12)$$

$$\checkmark (1, 1, -2)$$

Задача 83. В арифметическом векторном пространстве $\mathbb{R}_{1,4}$ заданы векторы $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3, \mathbf{e}_4, \mathbf{x}$. Показать, что $(\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3, \mathbf{e}_4)$ есть базис пространства $\mathbb{R}_{1,4}$ и найти координаты вектора \mathbf{x} в этом базисе, если:

$$1) \mathbf{e}_1 = (8, -1, -2, -1), \mathbf{e}_2 = (0, 1, 2, 3), \mathbf{e}_3 = (-2, 1, 1, 2), \mathbf{e}_4 = (7, 0, 1, 2), \mathbf{x} = (45, 0, 0, 11)$$

$$\checkmark (5, 4, 1, 1)$$

$$2) \mathbf{e}_1 = (-1, -1, 3, 1), \mathbf{e}_2 = (-3, 2, 2, -5), \mathbf{e}_3 = (1, -1, 0, 2), \mathbf{e}_4 = (1, 0, -1, 1), \mathbf{x} = (-10, -2, 20, -3)$$

$$\checkmark (5, 3, 3, 1)$$

$$3) \mathbf{e}_1 = (3, -9, 6, 0), \mathbf{e}_2 = (2, -4, 2, 0), \mathbf{e}_3 = (-1, 5, -6, -2), \mathbf{e}_4 = (1, -2, 2, 0), \mathbf{x} = (6, -15, 16, 6)$$

$$\checkmark (-2, 4, -3, 1)$$

$$4) \mathbf{e}_1 = (1, -1, -2, 2), \mathbf{e}_2 = (2, 1, -1, -4), \mathbf{e}_3 = (-3, -3, -3, 9), \mathbf{e}_4 = (-1, 0, 3, 1), \mathbf{x} = (-5, -10, -17, 27)$$

$$\checkmark (2, -2, 2, -3)$$

$$5) \mathbf{e}_1 = (-1, 0, -1, -1), \mathbf{e}_2 = (0, 1, -2, 0), \mathbf{e}_3 = (-2, 1, -3, 0), \mathbf{e}_4 = (2, 1, -1, -1), \mathbf{x} = (-9, -4, 2, 1)$$

$$\checkmark (3, 1, -1, -4)$$

$$6) \mathbf{e}_1 = (-3, -1, -3, -3), \mathbf{e}_2 = (0, 0, -4, -2), \mathbf{e}_3 = (3, -3, 3, -6), \mathbf{e}_4 = (-2, 1, 0, 3), \mathbf{x} = (-14, -7, -28, -26)$$

$$\checkmark (5, 4, 1, 1)$$

$$7) \mathbf{e}_1 = (1, 1, 5, 4), \mathbf{e}_2 = (1, -1, -3, 0), \mathbf{e}_3 = (-2, -1, -4, -5), \mathbf{e}_4 = (4, -1, -1, 5), \mathbf{x} = (7, -6, -17, 1)$$

$$\checkmark (-1, 2, 1, 2)$$

$$8) \mathbf{e}_1 = (1, -2, -1, -1), \mathbf{e}_2 = (2, -5, -1, -4), \mathbf{e}_3 = (1, -1, -4, -1), \mathbf{e}_4 = (0, 2, -3, 2), \mathbf{x} = (1, -10, 13, -9)$$

$$\checkmark (-1, 2, -2, -2)$$

$$9) \mathbf{e}_1 = (1, -3, 2, -2), \mathbf{e}_2 = (1, -1, 0, -2), \mathbf{e}_3 = (-1, 2, -3, 4), \mathbf{e}_4 = (1, -3, 3, -4), \mathbf{x} = (14, -29, 24, -40)$$

$$\checkmark (3, 5, -3, 3)$$

$$10) \mathbf{e}_1 = (-3, -1, 5, 5), \mathbf{e}_2 = (-1, -1, 1, 4), \mathbf{e}_3 = (2, 2, 2, -6), \mathbf{e}_4 = (0, -2, -3, 6), \mathbf{x} = (-17, -11, 18, 44)$$

$$\checkmark (4, 3, -1, 1)$$

$$11) \mathbf{e}_1 = (0, 2, 3, 1), \mathbf{e}_2 = (2, -2, -2, -2), \mathbf{e}_3 = (-1, 0, -1, 3), \mathbf{e}_4 = (-2, -2, -3, -3), \mathbf{x} = (8, -6, -8, 4)$$

$$\checkmark (-2, 3, 2, -2)$$

$$12) \mathbf{e}_1 = (1, 1, -3, 2), \mathbf{e}_2 = (-2, 2, -4, 4), \mathbf{e}_3 = (-2, 2, -2, 6), \mathbf{e}_4 = (7, -2, 2, -4), \mathbf{x} = (15, -6, 6, -14)$$

$$\checkmark (2, -2, -1, 1)$$

$$13) \mathbf{e}_1 = (4, -1, -1, 4), \mathbf{e}_2 = (2, 0, 1, 1), \mathbf{e}_3 = (0, -1, 0, 3), \mathbf{e}_4 = (5, 1, -1, -2), \mathbf{x} = (-5, 0, 0, -2)$$

$$\checkmark (-2, -1, 3, 1)$$

$$14) \mathbf{e}_1 = (2, 0, 1, 1), \mathbf{e}_2 = (1, 1, -2, -2), \mathbf{e}_3 = (0, 1, -2, -3), \mathbf{e}_4 = (0, 1, -3, -1), \mathbf{x} = (2, -5, 13, 12)$$

$$\checkmark (1, 0, -3, -2)$$

$$15) \mathbf{e}_1 = (2, -1, 0, 0), \mathbf{e}_2 = (0, 0, 2, -2), \mathbf{e}_3 = (0, -3, 3, 3), \mathbf{e}_4 = (-2, 1, 1, -2), \mathbf{x} = (6, 6, -15, 1)$$

$$\checkmark (-1, -1, -3, -4)$$

$$16) \mathbf{e}_1 = (-3, -3, 0, 6), \mathbf{e}_2 = (2, 0, 4, -2), \mathbf{e}_3 = (1, 0, 4, -5), \mathbf{e}_4 = (1, 3, -5, -3), \mathbf{x} = (-9, -3, -19, 23)$$

$$\checkmark (4, 1, -2, 3)$$

$$17) \mathbf{e}_1 = (-1, 1, -1, 1), \mathbf{e}_2 = (0, 2, -2, 4), \mathbf{e}_3 = (1, 0, -2, -1), \mathbf{e}_4 = (0, 0, -2, -1), \mathbf{x} = (-2, 4, -2, 5)$$

$$\checkmark (4, 0, 2, -3)$$

$$18) \mathbf{e}_1 = (-1, 0, -1, 0), \mathbf{e}_2 = (-6, -3, -6, -3), \mathbf{e}_3 = (0, 1, 1, 3), \mathbf{e}_4 = (-2, -2, -3, -3), \mathbf{x} = (-23, -11, -22, -12)$$

$$\checkmark (-1, 5, -2, -3)$$

$$19) \mathbf{e}_1 = (1, -2, -1, 0), \mathbf{e}_2 = (1, -3, -2, 1), \mathbf{e}_3 = (-2, 6, 5, -3), \mathbf{e}_4 = (0, 2, 1, -2), \mathbf{x} = (-4, 11, 12, -6)$$

$$\checkmark (3, -1, 3, -2)$$

- 20) $\mathbf{e}_1 = (-1, 1, 0, 0)$, $\mathbf{e}_2 = (-1, -1, 0, -1)$, $\mathbf{e}_3 = (2, -2, -4, 2)$, $\mathbf{e}_4 = (-1, 0, -2, 0)$, $\mathbf{x} = (-3, 3, -8, 3)$
 $\checkmark (4, -1, 1, 2)$
- 21) $\mathbf{e}_1 = (-2, 2, -4, 0)$, $\mathbf{e}_2 = (1, 0, 0, -1)$, $\mathbf{e}_3 = (1, -2, 3, -1)$, $\mathbf{e}_4 = (1, -1, 0, -3)$, $\mathbf{x} = (2, -6, 14, 6)$
 $\checkmark (-2, -2, 2, -2)$
- 22) $\mathbf{e}_1 = (-2, 1, -3, 1)$, $\mathbf{e}_2 = (2, -2, 4, -2)$, $\mathbf{e}_3 = (0, 1, 0, 1)$, $\mathbf{e}_4 = (-1, -2, 3, 0)$, $\mathbf{x} = (-7, 6, -18, 4)$
 $\checkmark (1, -3, -3, -1)$
- 23) $\mathbf{e}_1 = (-1, 1, 5, 5)$, $\mathbf{e}_2 = (0, 1, 2, 4)$, $\mathbf{e}_3 = (0, -2, 0, -6)$, $\mathbf{e}_4 = (1, -1, -4, -4)$, $\mathbf{x} = (-7, 5, 40, 30)$
 $\checkmark (4, 4, 3, -3)$
- 24) $\mathbf{e}_1 = (-2, 0, 1, 0)$, $\mathbf{e}_2 = (2, 1, 2, 1)$, $\mathbf{e}_3 = (-1, 1, 3, 2)$, $\mathbf{e}_4 = (-5, -1, 0, -3)$, $\mathbf{x} = (-13, 3, 16, 0)$
 $\checkmark (5, 4, 1, 2)$
- 25) $\mathbf{e}_1 = (1, -2, 2, 0)$, $\mathbf{e}_2 = (1, 0, 0, 2)$, $\mathbf{e}_3 = (1, -3, 2, -3)$, $\mathbf{e}_4 = (0, -1, 0, -4)$, $\mathbf{x} = (9, -8, 10, 17)$
 $\checkmark (4, 4, 1, -3)$
- 26) $\mathbf{e}_1 = (-1, 1, -3, 2)$, $\mathbf{e}_2 = (0, -3, 6, -3)$, $\mathbf{e}_3 = (3, 1, 0, -2)$, $\mathbf{e}_4 = (2, 1, -1, -2)$, $\mathbf{x} = (6, 14, -25, 7)$
 $\checkmark (2, -3, 2, 1)$
- 27) $\mathbf{e}_1 = (4, 1, 4, 2)$, $\mathbf{e}_2 = (0, 0, 2, 1)$, $\mathbf{e}_3 = (0, -3, 0, -3)$, $\mathbf{e}_4 = (-3, -1, -2, -1)$, $\mathbf{x} = (7, 10, 16, 17)$
 $\checkmark (4, 3, -3, 3)$
- 28) $\mathbf{e}_1 = (7, -2, -1, 1)$, $\mathbf{e}_2 = (-4, 1, -3, 1)$, $\mathbf{e}_3 = (-2, 1, 1, -1)$, $\mathbf{e}_4 = (6, -1, -1, 0)$, $\mathbf{x} = (-11, 3, -14, 5)$
 $\checkmark (3, 5, 3, -1)$
- 29) $\mathbf{e}_1 = (-1, -1, -4, 0)$, $\mathbf{e}_2 = (1, -1, -3, 2)$, $\mathbf{e}_3 = (0, 1, 4, 0)$, $\mathbf{e}_4 = (2, 1, 4, -1)$, $\mathbf{x} = (-5, -3, -13, 1)$
 $\checkmark (-2, -1, -3, -3)$
- 30) $\mathbf{e}_1 = (-2, 1, -3, 4)$, $\mathbf{e}_2 = (0, 1, 1, 1)$, $\mathbf{e}_3 = (-4, 2, -2, 6)$, $\mathbf{e}_4 = (1, 0, -4, 2)$, $\mathbf{x} = (-13, 9, -15, 28)$
 $\checkmark (3, 2, 2, 1)$

Задача 84. Записать матрицу перехода от базиса $(\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2)$ к базису $(\mathbf{e}'_1, \mathbf{e}'_2)$ и найти координаты вектора \mathbf{x} в базисе $(\mathbf{e}'_1, \mathbf{e}'_2)$, если:

- | | |
|---|--|
| 1) $\mathbf{e}'_1 = -3\mathbf{e}_1 - 4\mathbf{e}_2$, $\mathbf{e}'_2 = 4\mathbf{e}_1 + 5\mathbf{e}_2$, $\mathbf{x} = -6\mathbf{e}_1 - 7\mathbf{e}_2$
$\checkmark \begin{pmatrix} -3 & 4 \\ -4 & 5 \end{pmatrix}, (-2, -3)$ | 2) $\mathbf{e}'_1 = \mathbf{e}_1 - 4\mathbf{e}_2$, $\mathbf{e}'_2 = 5\mathbf{e}_1 + 5\mathbf{e}_2$, $\mathbf{x} = 19\mathbf{e}_1 + 24\mathbf{e}_2$
$\checkmark \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ -4 & 5 \end{pmatrix}, (-1, 4)$ |
| 3) $\mathbf{e}'_1 = 3\mathbf{e}_1 + 6\mathbf{e}_2$, $\mathbf{e}'_2 = 5\mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2$, $\mathbf{x} = 9\mathbf{e}_1 - 9\mathbf{e}_2$
$\checkmark \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 6 & 1 \end{pmatrix}, (-2, 3)$ | 4) $\mathbf{e}'_1 = 5\mathbf{e}_1 - 4\mathbf{e}_2$, $\mathbf{e}'_2 = 4\mathbf{e}_1 + 3\mathbf{e}_2$, $\mathbf{x} = 12\mathbf{e}_1 - 22\mathbf{e}_2$
$\checkmark \begin{pmatrix} 5 & 4 \\ -4 & 3 \end{pmatrix}, (4, -2)$ |
| 5) $\mathbf{e}'_1 = -\mathbf{e}_1 + 4\mathbf{e}_2$, $\mathbf{e}'_2 = -3\mathbf{e}_1 - \mathbf{e}_2$, $\mathbf{x} = 5\mathbf{e}_1 - 7\mathbf{e}_2$
$\checkmark \begin{pmatrix} -1 & -3 \\ 4 & -1 \end{pmatrix}, (-2, -1)$ | 6) $\mathbf{e}'_1 = 5\mathbf{e}_1 + 2\mathbf{e}_2$, $\mathbf{e}'_2 = -2\mathbf{e}_1 - 3\mathbf{e}_2$, $\mathbf{x} = 27\mathbf{e}_1 + 13\mathbf{e}_2$
$\checkmark \begin{pmatrix} 5 & -2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}, (5, -1)$ |
| 7) $\mathbf{e}'_1 = \mathbf{e}_1 - 4\mathbf{e}_2$, $\mathbf{e}'_2 = 3\mathbf{e}_1 - \mathbf{e}_2$, $\mathbf{x} = 2\mathbf{e}_1 + 3\mathbf{e}_2$
$\checkmark \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -4 & -1 \end{pmatrix}, (-1, 1)$ | 8) $\mathbf{e}'_1 = \mathbf{e}_1 - 4\mathbf{e}_2$, $\mathbf{e}'_2 = -2\mathbf{e}_1 - 3\mathbf{e}_2$, $\mathbf{x} = \mathbf{e}_1 - 26\mathbf{e}_2$
$\checkmark \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -4 & -3 \end{pmatrix}, (5, 2)$ |
| 9) $\mathbf{e}'_1 = -\mathbf{e}_1 - 4\mathbf{e}_2$, $\mathbf{e}'_2 = 3\mathbf{e}_1 - \mathbf{e}_2$, $\mathbf{x} = -13\mathbf{e}_1 - 13\mathbf{e}_2$
$\checkmark \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ -4 & -1 \end{pmatrix}, (4, -3)$ | 10) $\mathbf{e}'_1 = 5\mathbf{e}_1 - 4\mathbf{e}_2$, $\mathbf{e}'_2 = 2\mathbf{e}_1 - 3\mathbf{e}_2$, $\mathbf{x} = -\mathbf{e}_1 - 2\mathbf{e}_2$
$\checkmark \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ -4 & -3 \end{pmatrix}, (-1, 2)$ |
| 11) $\mathbf{e}'_1 = \mathbf{e}_1 + 4\mathbf{e}_2$, $\mathbf{e}'_2 = 4\mathbf{e}_1 + 3\mathbf{e}_2$, $\mathbf{x} = 25\mathbf{e}_1 + 35\mathbf{e}_2$
$\checkmark \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}, (5, 5)$ | 12) $\mathbf{e}'_1 = 5\mathbf{e}_1 - 4\mathbf{e}_2$, $\mathbf{e}'_2 = -3\mathbf{e}_1 + 3\mathbf{e}_2$, $\mathbf{x} = 10\mathbf{e}_1 - 8\mathbf{e}_2$
$\checkmark \begin{pmatrix} 5 & -3 \\ -4 & 3 \end{pmatrix}, (2, 0)$ |
| 13) $\mathbf{e}'_1 = 5\mathbf{e}_1 + 2\mathbf{e}_2$, $\mathbf{e}'_2 = 3\mathbf{e}_2$, $\mathbf{x} = 10\mathbf{e}_1 + 16\mathbf{e}_2$
$\checkmark \begin{pmatrix} 5 & 0 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}, (2, 4)$ | 14) $\mathbf{e}'_1 = -\mathbf{e}_1 + 6\mathbf{e}_2$, $\mathbf{e}'_2 = -\mathbf{e}_1 - \mathbf{e}_2$, $\mathbf{x} = -2\mathbf{e}_1 + 19\mathbf{e}_2$
$\checkmark \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 6 & -1 \end{pmatrix}, (3, -1)$ |
| 15) $\mathbf{e}'_1 = 5\mathbf{e}_1 - 4\mathbf{e}_2$, $\mathbf{e}'_2 = -3\mathbf{e}_1 - 5\mathbf{e}_2$, $\mathbf{x} = 15\mathbf{e}_1 - 12\mathbf{e}_2$
$\checkmark \begin{pmatrix} 5 & -3 \\ -4 & -5 \end{pmatrix}, (3, 0)$ | 16) $\mathbf{e}'_1 = -\mathbf{e}_1 + 2\mathbf{e}_2$, $\mathbf{e}'_2 = 5\mathbf{e}_1 + 3\mathbf{e}_2$, $\mathbf{x} = -9\mathbf{e}_1 + 5\mathbf{e}_2$
$\checkmark \begin{pmatrix} -1 & 5 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}, (4, -1)$ |

$$17) \mathbf{e}'_1 = 3e_1 + 4e_2, \mathbf{e}'_2 = 4e_1 - e_2, \mathbf{x} = 5e_1 - 6e_2$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 4 & -1 \end{pmatrix}, (-1, 2)$$

$$18) \mathbf{e}'_1 = -e_1 + 6e_2, \mathbf{e}'_2 = 4e_1 - 3e_2, \mathbf{x} = e_1 + 15e_2$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} -1 & 4 \\ 6 & -3 \end{pmatrix}, (3, 1)$$

$$19) \mathbf{e}'_1 = 3e_1 + 6e_2, \mathbf{e}'_2 = -2e_1 + 3e_2, \mathbf{x} = 21e_2$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 6 & 3 \end{pmatrix}, (2, 3)$$

$$20) \mathbf{e}'_1 = 5e_1 + 6e_2, \mathbf{e}'_2 = e_1 - 5e_2, \mathbf{x} = 20e_1 - 7e_2$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} 5 & 1 \\ 6 & -5 \end{pmatrix}, (3, 5)$$

$$21) \mathbf{e}'_1 = e_1 - 2e_2, \mathbf{e}'_2 = -3e_1 + 5e_2, \mathbf{x} = -3e_1 + 4e_2$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ -2 & 5 \end{pmatrix}, (3, 2)$$

$$22) \mathbf{e}'_1 = e_1 + 2e_2, \mathbf{e}'_2 = 3e_1 + e_2, \mathbf{x} = 11e_1 + 2e_2$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, (-1, 4)$$

$$23) \mathbf{e}'_1 = -3e_1 - 4e_2, \mathbf{e}'_2 = -4e_1 + e_2, \mathbf{x} = -17e_1 + 9e_2$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} -3 & -4 \\ -4 & 1 \end{pmatrix}, (-1, 5)$$

$$24) \mathbf{e}'_1 = 5e_1 - 2e_2, \mathbf{e}'_2 = -4e_1 - 3e_2, \mathbf{x} = 13e_1 + 4e_2$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} 5 & -4 \\ -2 & -3 \end{pmatrix}, (1, -2)$$

$$25) \mathbf{e}'_1 = 3e_1 + 4e_2, \mathbf{e}'_2 = -3e_1 - 5e_2, \mathbf{x} = -12e_1 - 18e_2$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} 3 & -3 \\ 4 & -5 \end{pmatrix}, (-2, 2)$$

$$26) \mathbf{e}'_1 = 3e_1 + 6e_2, \mathbf{e}'_2 = 3e_1 - 3e_2, \mathbf{x} = 3e_1 - 21e_2$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 6 & -3 \end{pmatrix}, (-2, 3)$$

$$27) \mathbf{e}'_1 = e_1 + 2e_2, \mathbf{e}'_2 = e_1 + 5e_2, \mathbf{x} = 6e_1 + 18e_2$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}, (4, 2)$$

$$28) \mathbf{e}'_1 = e_1 + 6e_2, \mathbf{e}'_2 = -4e_1 - 3e_2, \mathbf{x} = 9e_1 + 12e_2$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} 1 & -4 \\ 6 & -3 \end{pmatrix}, (1, -2)$$

$$29) \mathbf{e}'_1 = -3e_1 + 4e_2, \mathbf{e}'_2 = 4e_1 + 3e_2, \mathbf{x} = 9e_1 + 13e_2$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} -3 & 4 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}, (1, 3)$$

$$30) \mathbf{e}'_1 = 5e_1 + 4e_2, \mathbf{e}'_2 = -3e_1 + e_2, \mathbf{x} = 13e_1 + 7e_2$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} 5 & -3 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}, (2, -1)$$

Задача 85. Записать матрицу перехода от базиса

$$(\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3) = (1, x, x^2)$$

к базису $(\mathbf{e}'_1, \mathbf{e}'_2, \mathbf{e}'_3)$ и найти координаты вектора \mathbf{a} в этих базисах если:

$$1) \mathbf{e}'_1 = 2x^2 - 2, \mathbf{e}'_2 = 6 - 3x, \mathbf{e}'_3 = 2x^2 - 2x + 3, \mathbf{a} = -1 + x$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} -2 & 6 & 3 \\ 0 & -3 & -2 \\ 2 & 0 & 2 \end{pmatrix}, \begin{matrix} \mathbf{a} = -e_1 + e_2 \\ \mathbf{a} = -e'_1 - e'_2 + e'_3 \end{matrix}$$

$$2) \mathbf{e}'_1 = 8x^2 + 2x + 6, \mathbf{e}'_2 = 3x^2 + x + 2, \mathbf{e}'_3 = -2x^2 - x - 2, \mathbf{a} = 14x^2 + 2x + 10$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} 6 & 2 & -2 \\ 2 & 1 & -1 \\ 8 & 3 & -2 \end{pmatrix}, \begin{matrix} \mathbf{a} = 10e_1 + 2e_2 + 14e_3 \\ \mathbf{a} = 3e'_1 - 2e'_2 + 2e'_3 \end{matrix}$$

$$3) \mathbf{e}'_1 = -2 - 2x, \mathbf{e}'_2 = 2x^2 + 1, \mathbf{e}'_3 = -1, \mathbf{a} = -4x^2 + 2x + 2$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} -2 & 1 & -1 \\ -2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \end{pmatrix}, \begin{matrix} \mathbf{a} = 2e_1 + 2e_2 - 4e_3 \\ \mathbf{a} = -e'_1 - 2e'_2 - 2e'_3 \end{matrix}$$

$$4) \mathbf{e}'_1 = x, \mathbf{e}'_2 = 2x^2 + 2x - 2, \mathbf{e}'_3 = 1 + x, \mathbf{a} = 4x^2 + 4x - 7$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} 0 & -2 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \end{pmatrix}, \begin{matrix} \mathbf{a} = -7e_1 + 4e_2 + 4e_3 \\ \mathbf{a} = 3e'_1 + 2e'_2 - 3e'_3 \end{matrix}$$

$$5) \mathbf{e}'_1 = 6x^2 + 2x - 6, \mathbf{e}'_2 = -2x^2 - x + 1, \mathbf{e}'_3 = -2x^2 - 2x - 4, \mathbf{a} = 20x^2 + 9x - 11$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} -6 & 1 & -4 \\ 2 & -1 & -2 \\ 6 & -2 & -2 \end{pmatrix}, \begin{matrix} \mathbf{a} = -11e_1 + 9e_2 + 20e_3 \\ \mathbf{a} = 2e'_1 - 3e'_2 - e'_3 \end{matrix}$$

$$6) \mathbf{e}'_1 = -x^2 - x - 4, \mathbf{e}'_2 = -x^2 + x + 2, \mathbf{e}'_3 = -x^2 - x - 3, \mathbf{a} = -4x^2 + 6x + 11$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} -4 & 2 & -3 \\ -1 & 1 & -1 \\ -1 & -1 & -1 \end{pmatrix}, \begin{matrix} \mathbf{a} = 11e_1 + 6e_2 - 4e_3 \\ \mathbf{a} = 2e'_1 + 5e'_2 - 3e'_3 \end{matrix}$$

$$7) \mathbf{e}'_1 = -1 + 3x, \mathbf{e}'_2 = -2x^2 + 2x, \mathbf{e}'_3 = -3x^2 - 2x + 1, \mathbf{a} = -x^2 + 11x - 4$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & -2 \\ 0 & -2 & -3 \end{pmatrix}, \mathbf{a} = -4e_1 + 11e_2 - e_3 \\ \mathbf{a} = 5e'_1 - e'_2 + e'_3$$

$$8) \mathbf{e}'_1 = -2x^2 - 2x - 2, \mathbf{e}'_2 = 4x^2 + x + 2, \mathbf{e}'_3 = -3x^2 - x - 2, \mathbf{a} = -7x^2 - 7x - 6$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} -2 & 2 & -2 \\ -2 & 1 & -1 \\ -2 & 4 & -3 \end{pmatrix}, \mathbf{a} = -6e_1 - 7e_2 - 7e_3 \\ \mathbf{a} = 4e'_1 - 2e'_2 - 3e'_3$$

$$9) \mathbf{e}'_1 = -2x^2 + x - 2, \mathbf{e}'_2 = -2 + 2x, \mathbf{e}'_3 = -x^2 - x, \mathbf{a} = 3x^2 + 8x - 6$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} -2 & -2 & 0 \\ 1 & 2 & -1 \\ -2 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \mathbf{a} = -6e_1 + 8e_2 + 3e_3 \\ \mathbf{a} = -e'_1 + 4e'_2 - e'_3$$

$$10) \mathbf{e}'_1 = -2x^2 + 6x + 2, \mathbf{e}'_2 = -5x^2 + x + 1, \mathbf{e}'_3 = 6x^2 - 5x - 2, \mathbf{a} = x^2 + 26x + 7$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} 2 & 1 & -2 \\ 6 & 1 & -5 \\ -2 & -5 & 6 \end{pmatrix}, \mathbf{a} = 7e_1 + 26e_2 + e_3 \\ \mathbf{a} = 4e'_1 - 3e'_2 - e'_3$$

$$11) \mathbf{e}'_1 = -2x^2 - 2, \mathbf{e}'_2 = -2 - 2x, \mathbf{e}'_3 = 3x^2 - x + 1, \mathbf{a} = -2$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} -2 & -2 & 1 \\ 0 & -2 & -1 \\ -2 & 0 & 3 \end{pmatrix}, \mathbf{a} = -2e_1 \\ \mathbf{a} = 3e'_1 - e'_2 + 2e'_3$$

$$12) \mathbf{e}'_1 = -4x^2 - 6x - 2, \mathbf{e}'_2 = -6x^2 - x - 1, \mathbf{e}'_3 = 5x^2 + 2x + 1, \mathbf{a} = -11x^2 - 16x - 5$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} -2 & -1 & 1 \\ -6 & -1 & 2 \\ -4 & -6 & 5 \end{pmatrix}, \mathbf{a} = -5e_1 - 16e_2 - 11e_3 \\ \mathbf{a} = 2e'_1 - 2e'_2 - 3e'_3$$

$$13) \mathbf{e}'_1 = 4x^2 - 4x + 2, \mathbf{e}'_2 = -4x^2 + 3x - 1, \mathbf{e}'_3 = -5x^2 + 5x - 2, \mathbf{a} = -5x^2 + 2x + 1$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} 2 & -1 & -2 \\ -4 & 3 & 5 \\ 4 & -4 & -5 \end{pmatrix}, \mathbf{a} = e_1 + 2e_2 - 5e_3 \\ \mathbf{a} = 3e'_1 + 3e'_2 + e'_3$$

$$14) \mathbf{e}'_1 = -3x^2 - 9x + 3, \mathbf{e}'_2 = -3x^2 + 5x - 1, \mathbf{e}'_3 = -5x^2 - 2x + 1, \mathbf{a} = -22x^2 - 12x + 6$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} 3 & -1 & 1 \\ -9 & 5 & -2 \\ -3 & -3 & -5 \end{pmatrix}, \mathbf{a} = 6e_1 - 12e_2 - 22e_3 \\ \mathbf{a} = 2e'_1 + 2e'_2 + 2e'_3$$

$$15) \mathbf{e}'_1 = -2x^2 - 6x + 2, \mathbf{e}'_2 = 2x^2 + 4x - 1, \mathbf{e}'_3 = 4x^2 + 7x - 2, \mathbf{a} = -6x^2 - 18x + 7$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} 2 & -1 & -2 \\ -6 & 4 & 7 \\ -2 & 2 & 4 \end{pmatrix}, \mathbf{a} = 7e_1 - 18e_2 - 6e_3 \\ \mathbf{a} = 4e'_1 + 5e'_2 - 2e'_3$$

$$16) \mathbf{e}'_1 = -3x^2 + 6x + 3, \mathbf{e}'_2 = -5x^2 + 1, \mathbf{e}'_3 = 5x^2 + 4x + 1, \mathbf{a} = 19x^2 + 20x + 5$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 6 & 0 & 4 \\ -3 & -5 & 5 \end{pmatrix}, \mathbf{a} = 5e_1 + 20e_2 + 19e_3 \\ \mathbf{a} = 2e'_1 - 3e'_2 + 2e'_3$$

$$17) \mathbf{e}'_1 = -3x^2 + x - 2, \mathbf{e}'_2 = 3x^2 - 3x - 6, \mathbf{e}'_3 = 2x^2 - x - 1, \mathbf{a} = -6x^2 + 5x + 11$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} -2 & -6 & -1 \\ 1 & -3 & -1 \\ -3 & 3 & 2 \end{pmatrix}, \mathbf{a} = 11e_1 + 5e_2 - 6e_3 \\ \mathbf{a} = -e'_1 - e'_2 - 3e'_3$$

$$18) \mathbf{e}'_1 = -2x^2 + 4x - 2, \mathbf{e}'_2 = 6x^2 - 6x + 2, \mathbf{e}'_3 = -5x^2 + 3x - 1, \mathbf{a} = 7x^2 + 7x - 5$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} -2 & 2 & -1 \\ 4 & -6 & 3 \\ -2 & 6 & -5 \end{pmatrix}, \mathbf{a} = -5e_1 + 7e_2 + 7e_3 \\ \mathbf{a} = 4e'_1 - 3e'_3$$

$$19) \mathbf{e}'_1 = 3 + 6x, \mathbf{e}'_2 = -2x^2 + 6x + 2, \mathbf{e}'_3 = -4x^2 - 1, \mathbf{a} = -18x^2 + 48x + 17$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 6 & 6 & 0 \\ 0 & -2 & -4 \end{pmatrix}, \mathbf{a} = 17e_1 + 48e_2 - 18e_3 \\ \mathbf{a} = 3e'_1 + 5e'_2 + 2e'_3$$

$$20) \mathbf{e}'_1 = x^2 + 1, \mathbf{e}'_2 = 6x^2 - 2x - 2, \mathbf{e}'_3 = 5x^2 - 2x - 4, \mathbf{a} = -6x^2 + 2x + 4$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} 1 & -2 & -4 \\ 0 & -2 & -2 \\ 1 & 6 & 5 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{a} = 4e_1 + 2e_2 - 6e_3 \\ \mathbf{a} = -2e'_1 + e'_2 - 2e'_3$$

$$21) \mathbf{e}'_1 = -x^2 + x + 4, \mathbf{e}'_2 = -6 - 2x, \mathbf{e}'_3 = -3x^2 + x + 4, \mathbf{a} = 2x^2 + 4x + 12$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} 4 & -6 & 4 \\ 1 & -2 & 1 \\ -1 & 0 & -3 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{a} = 12e_1 + 4e_2 + 2e_3 \\ \mathbf{a} = e'_1 - 2e'_2 - e'_3$$

$$22) \mathbf{e}'_1 = 3x^2 + 9x + 3, \mathbf{e}'_2 = -2x^2 + x, \mathbf{e}'_3 = 1 + 4x, \mathbf{a} = 4x^2 + 48x + 14$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 9 & 1 & 4 \\ 3 & -2 & 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{a} = 14e_1 + 48e_2 + 4e_3 \\ \mathbf{a} = 4e'_1 + 4e'_2 + 2e'_3$$

$$23) \mathbf{e}'_1 = -3x^2 + 2x + 3, \mathbf{e}'_2 = -4x^2 + 2x + 2, \mathbf{e}'_3 = 4x^2 - x + 2, \mathbf{a} = -17x^2 + 13x + 25$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} 3 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & -1 \\ -3 & -4 & 4 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{a} = 25e_1 + 13e_2 - 17e_3 \\ \mathbf{a} = 3e'_1 + 5e'_2 + 3e'_3$$

$$24) \mathbf{e}'_1 = 2x^2 + 2, \mathbf{e}'_2 = -x^2 - x, \mathbf{e}'_3 = -2 + x, \mathbf{a} = -4x^2 - x - 4$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} 2 & 0 & -2 \\ 0 & -1 & 1 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{a} = -4e_1 - e_2 - 4e_3 \\ \mathbf{a} = -e'_1 + 2e'_2 + e'_3$$

$$25) \mathbf{e}'_1 = -2x^2 + 2x - 4, \mathbf{e}'_2 = 3x^2 + 3x - 9, \mathbf{e}'_3 = -2x^2 - x + 4, \mathbf{a} = 11x^2 + 10x - 29$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} -4 & -9 & 4 \\ 2 & 3 & -1 \\ -2 & 3 & -2 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{a} = -29e_1 + 10e_2 + 11e_3 \\ \mathbf{a} = -e'_1 + 5e'_2 + 3e'_3$$

$$26) \mathbf{e}'_1 = 3x^2 + 6x + 3, \mathbf{e}'_2 = 2x^2 - 2x, \mathbf{e}'_3 = x^2 - 5x - 2, \mathbf{a} = 11x^2 + 24x + 13$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} 3 & 0 & -2 \\ 6 & -2 & -5 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{a} = 13e_1 + 24e_2 + 11e_3 \\ \mathbf{a} = 3e'_1 + 2e'_2 - 2e'_3$$

$$27) \mathbf{e}'_1 = -2x^2 - 2, \mathbf{e}'_2 = -2x^2 + 2x + 6, \mathbf{e}'_3 = 2x^2 + x + 5, \mathbf{a} = -16x^2 + 9x + 21$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} -2 & 6 & 5 \\ 0 & 2 & 1 \\ -2 & -2 & 2 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{a} = 21e_1 + 9e_2 - 16e_3 \\ \mathbf{a} = 2e'_1 + 5e'_2 - e'_3$$

$$28) \mathbf{e}'_1 = -2x^2 + 2x - 1, \mathbf{e}'_2 = 1 - x, \mathbf{e}'_3 = -6x^2 + 6x - 2, \mathbf{a} = -14x^2 + 16x - 6$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} -1 & 1 & -2 \\ 2 & -1 & 6 \\ -2 & 0 & -6 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{a} = -6e_1 + 16e_2 - 14e_3 \\ \mathbf{a} = -2e'_1 - 2e'_2 + 3e'_3$$

$$29) \mathbf{e}'_1 = -x^2 - x, \mathbf{e}'_2 = -2x^2 + 2x + 4, \mathbf{e}'_3 = -x^2 + x + 4, \mathbf{a} = -4x^2 + 2x + 8$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} 0 & 4 & 4 \\ -1 & 2 & 1 \\ -1 & -2 & -1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{a} = 8e_1 + 2e_2 - 4e_3 \\ \mathbf{a} = e'_1 + e'_2 + e'_3$$

$$30) \mathbf{e}'_1 = -4x^2 + 6x - 2, \mathbf{e}'_2 = -2x^2 - x, \mathbf{e}'_3 = 3x^2 + 5x - 1, \mathbf{a} = -26x^2 + 4x - 4$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} -2 & 0 & -1 \\ 6 & -1 & 5 \\ -4 & -2 & 3 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{a} = -4e_1 + 4e_2 - 26e_3 \\ \mathbf{a} = 3e'_1 + 4e'_2 - 2e'_3$$

Задача 86. Записать матрицу перехода от базиса

$$(e_1, e_2, e_3, e_4) = \left(\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right)$$

к базису (e'_1, e'_2, e'_3, e'_4) и найти координаты вектора a в этих базисах если:

- 1) $e'_1 = \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$, $e'_2 = \begin{pmatrix} -5 & 2 \\ 2 & -5 \end{pmatrix}$, $e'_3 = \begin{pmatrix} -6 & 3 \\ 0 & -9 \end{pmatrix}$, $e'_4 = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 7 \end{pmatrix}$, $a = \begin{pmatrix} 11 & -2 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}$
 $\checkmark \begin{pmatrix} 4 & -5 & -6 & 3 \\ -1 & 2 & 3 & -2 \\ -1 & 2 & 0 & 1 \\ 2 & -5 & -9 & 7 \end{pmatrix}$, $a = 11e_1 - 2e_2 - 2e_3 + 4e_4$
 $a = 5e'_1 + 3e'_3 + 3e'_4$
- 2) $e'_1 = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 4 & 0 \end{pmatrix}$, $e'_2 = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, $e'_3 = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -3 & -2 \end{pmatrix}$, $e'_4 = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ -5 & 3 \end{pmatrix}$, $a = \begin{pmatrix} 8 & -1 \\ 31 & -10 \end{pmatrix}$
 $\checkmark \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 & -1 \\ 2 & -2 & 3 & 1 \\ 4 & 0 & -3 & -5 \\ 0 & 0 & -2 & 3 \end{pmatrix}$, $a = 8e_1 - e_2 + 31e_3 - 10e_4$
 $a = 2e'_1 - e'_2 - e'_3 - 4e'_4$
- 3) $e'_1 = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 0 & 5 \end{pmatrix}$, $e'_2 = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 0 & -4 \end{pmatrix}$, $e'_3 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$, $e'_4 = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -2 & -3 \end{pmatrix}$, $a = \begin{pmatrix} -2 & -2 \\ 3 & -9 \end{pmatrix}$
 $\checkmark \begin{pmatrix} -2 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \\ 5 & -4 & 3 & -3 \end{pmatrix}$, $a = -2e_1 - 2e_2 + 3e_3 - 9e_4$
 $a = e'_1 + 5e'_2 + e'_3 - e'_4$
- 4) $e'_1 = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$, $e'_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$, $e'_3 = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$, $e'_4 = \begin{pmatrix} -2 & -3 \\ -3 & 0 \end{pmatrix}$, $a = \begin{pmatrix} 6 & 7 \\ 4 & 7 \end{pmatrix}$
 $\checkmark \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 & -2 \\ 4 & 0 & 4 & -3 \\ 2 & -1 & 2 & -3 \\ 2 & 3 & 0 & 0 \end{pmatrix}$, $a = 6e_1 + 7e_2 + 4e_3 + 7e_4$
 $a = 2e'_1 + e'_2 - e'_3 - e'_4$
- 5) $e'_1 = \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ -2 & -2 \end{pmatrix}$, $e'_2 = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -4 & -1 \end{pmatrix}$, $e'_3 = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, $e'_4 = \begin{pmatrix} -2 & 4 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$, $a = \begin{pmatrix} -3 & -2 \\ 11 & 3 \end{pmatrix}$
 $\checkmark \begin{pmatrix} 2 & 2 & -1 & -2 \\ -2 & -1 & 2 & 4 \\ -2 & -4 & 0 & -1 \\ -2 & -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, $a = -3e_1 - 2e_2 + 11e_3 + 3e_4$
 $a = -e'_1 - 2e'_2 - e'_3 - e'_4$
- 6) $e'_1 = \begin{pmatrix} 3 & -3 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$, $e'_2 = \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 1 & -4 \end{pmatrix}$, $e'_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$, $e'_4 = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ -1 & -4 \end{pmatrix}$, $a = \begin{pmatrix} 12 & -11 \\ 16 & 9 \end{pmatrix}$
 $\checkmark \begin{pmatrix} 3 & -1 & 1 & -1 \\ -3 & -1 & 0 & 0 \\ 3 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & -4 & 1 & -4 \end{pmatrix}$, $a = 12e_1 - 11e_2 + 16e_3 + 9e_4$
 $a = 4e'_1 - e'_2 - 3e'_3 - 2e'_4$
- 7) $e'_1 = \begin{pmatrix} -2 & -6 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$, $e'_2 = \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 4 & -3 \end{pmatrix}$, $e'_3 = \begin{pmatrix} -1 & -4 \\ -3 & -1 \end{pmatrix}$, $e'_4 = \begin{pmatrix} -2 & -5 \\ 1 & -5 \end{pmatrix}$, $a = \begin{pmatrix} -7 & -15 \\ 12 & -12 \end{pmatrix}$
 $\checkmark \begin{pmatrix} -2 & -1 & -1 & -2 \\ -6 & -1 & -4 & -5 \\ 0 & 4 & -3 & 1 \\ -2 & -3 & -1 & -5 \end{pmatrix}$, $a = -7e_1 - 15e_2 + 12e_3 - 12e_4$
 $a = 2e'_1 + 4e'_2 + e'_3 - e'_4$
- 8) $e'_1 = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$, $e'_2 = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 8 & -2 \end{pmatrix}$, $e'_3 = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$, $e'_4 = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$, $a = \begin{pmatrix} 10 & 5 \\ 47 & -6 \end{pmatrix}$
 $\checkmark \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & -2 & -1 \\ 2 & 8 & -1 & -1 \\ -2 & -2 & -2 & -1 \end{pmatrix}$, $a = 10e_1 + 5e_2 + 47e_3 - 6e_4$
 $a = e'_1 + 5e'_2 - e'_3 - 4e'_4$
- 9) $e'_1 = \begin{pmatrix} -2 & 2 \\ -2 & -2 \end{pmatrix}$, $e'_2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -2 & -2 \end{pmatrix}$, $e'_3 = \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 3 & 3 \end{pmatrix}$, $e'_4 = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $a = \begin{pmatrix} -9 & 5 \\ -4 & -5 \end{pmatrix}$
 $\checkmark \begin{pmatrix} -2 & 0 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & -2 & 1 \\ -2 & -2 & 3 & 0 \\ -2 & -2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$, $a = -9e_1 + 5e_2 - 4e_3 - 5e_4$
 $a = 5e'_1 + 2e'_3 - e'_4$

$$10) e'_1 = \begin{pmatrix} 2 & 6 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}, e'_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, e'_3 = \begin{pmatrix} -2 & -4 \\ -1 & -3 \end{pmatrix}, e'_4 = \begin{pmatrix} -2 & -5 \\ -2 & -4 \end{pmatrix}, a = \begin{pmatrix} 0 & 8 \\ 4 & -6 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} 2 & 1 & -2 & -2 \\ 6 & 2 & -4 & -5 \\ 2 & 0 & -1 & -2 \\ 2 & 1 & -3 & -4 \end{pmatrix}, \begin{aligned} a &= 8e_2 + 4e_3 - 6e_4 \\ a &= 5e'_1 - 2e'_2 + 2e'_3 + 2e'_4 \end{aligned}$$

$$11) e'_1 = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}, e'_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}, e'_3 = \begin{pmatrix} -2 & 2 \\ 4 & -6 \end{pmatrix}, e'_4 = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}, a = \begin{pmatrix} 5 & 0 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} 3 & 1 & -2 & -2 \\ -1 & 0 & 2 & 0 \\ -3 & -2 & 4 & -1 \\ 2 & -1 & -6 & 0 \end{pmatrix}, \begin{aligned} a &= 5e_1 + 4e_3 + e_4 \\ a &= -2e'_1 + e'_2 - e'_3 - 4e'_4 \end{aligned}$$

$$12) e'_1 = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 4 & 4 \end{pmatrix}, e'_2 = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ -3 & -4 \end{pmatrix}, e'_3 = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ -2 & -6 \end{pmatrix}, e'_4 = \begin{pmatrix} -3 & -1 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}, a = \begin{pmatrix} -17 & 4 \\ -24 & -18 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} 3 & -2 & 0 & -3 \\ -1 & 1 & 2 & -1 \\ 4 & -3 & -2 & -3 \\ 4 & -4 & -6 & 2 \end{pmatrix}, \begin{aligned} a &= -17e_1 + 4e_2 - 24e_3 - 18e_4 \\ a &= -2e'_1 + e'_2 + 2e'_3 + 3e'_4 \end{aligned}$$

$$13) e'_1 = \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}, e'_2 = \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, e'_3 = \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}, e'_4 = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}, a = \begin{pmatrix} 5 & -3 \\ 4 & -12 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 & -1 \\ -2 & -1 & -2 & 1 \\ 2 & 0 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & -2 & 2 \end{pmatrix}, \begin{aligned} a &= 5e_1 - 3e_2 + 4e_3 - 12e_4 \\ a &= -2e'_1 - e'_2 + 2e'_3 - 4e'_4 \end{aligned}$$

$$14) e'_1 = \begin{pmatrix} 3 & -3 \\ -3 & -3 \end{pmatrix}, e'_2 = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -6 & -2 \end{pmatrix}, e'_3 = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}, e'_4 = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}, a = \begin{pmatrix} -4 & 3 \\ 7 & 6 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 & -1 \\ -3 & 0 & -2 & 1 \\ -3 & -6 & 0 & -1 \\ -3 & -2 & -2 & -2 \end{pmatrix}, \begin{aligned} a &= -4e_1 + 3e_2 + 7e_3 + 6e_4 \\ a &= -2e'_1 + e'_3 - e'_4 \end{aligned}$$

$$15) e'_1 = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, e'_2 = \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 4 & -2 \end{pmatrix}, e'_3 = \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ -4 & -3 \end{pmatrix}, e'_4 = \begin{pmatrix} -2 & -7 \\ -1 & -4 \end{pmatrix}, a = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 19 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & -2 \\ 3 & -2 & -1 & -7 \\ 2 & 4 & -4 & -1 \\ 1 & -2 & -3 & -4 \end{pmatrix}, \begin{aligned} a &= 2e_1 - 3e_2 + 19e_3 \\ a &= 2e'_1 + 2e'_2 - 2e'_3 + e'_4 \end{aligned}$$

$$16) e'_1 = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -2 & -2 \end{pmatrix}, e'_2 = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}, e'_3 = \begin{pmatrix} -4 & 2 \\ -2 & 2 \end{pmatrix}, e'_4 = \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}, a = \begin{pmatrix} -3 & 3 \\ -11 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} 1 & 3 & -4 & 0 \\ -1 & -1 & 2 & -2 \\ -2 & -1 & -2 & 2 \\ -2 & -2 & 2 & -1 \end{pmatrix}, \begin{aligned} a &= -3e_1 + 3e_2 - 11e_3 - e_4 \\ a &= 2e'_1 + e'_2 + 2e'_3 - e'_4 \end{aligned}$$

$$17) e'_1 = \begin{pmatrix} -5 & -2 \\ 5 & -2 \end{pmatrix}, e'_2 = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & -3 \end{pmatrix}, e'_3 = \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}, e'_4 = \begin{pmatrix} -4 & -2 \\ 5 & -2 \end{pmatrix}, a = \begin{pmatrix} -35 & -16 \\ 39 & -17 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} -5 & 0 & -1 & -4 \\ -2 & -1 & -1 & -2 \\ 5 & -1 & 1 & 5 \\ -2 & -3 & -2 & -2 \end{pmatrix}, \begin{aligned} a &= -35e_1 - 16e_2 + 39e_3 - 17e_4 \\ a &= 4e'_1 - e'_2 + 3e'_3 + 3e'_4 \end{aligned}$$

$$18) e'_1 = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}, e'_2 = \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}, e'_3 = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -1 & -6 \end{pmatrix}, e'_4 = \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, a = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ -4 & -11 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} 3 & -1 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & -2 & -2 \\ 2 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & -6 & 0 \end{pmatrix}, \begin{aligned} a &= -e_1 - 4e_3 - 11e_4 \\ a &= e'_1 + 5e'_2 + e'_3 - 3e'_4 \end{aligned}$$

$$19) e'_1 = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, e'_2 = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}, e'_3 = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}, e'_4 = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, a = \begin{pmatrix} -3 & 4 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} -1 & -1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & -2 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}, \begin{aligned} a &= -3e_1 + 4e_2 + 2e_3 \\ a &= -e'_1 + 2e'_2 - 2e'_3 + 3e'_4 \end{aligned}$$

$$20) e'_1 = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, e'_2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}, e'_3 = \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ -4 & 3 \end{pmatrix}, e'_4 = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ -5 & -1 \end{pmatrix}, a = \begin{pmatrix} -6 & -10 \\ -5 & 8 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} -1 & 0 & -1 & 1 \\ -2 & 1 & -1 & 4 \\ 0 & -2 & -4 & -5 \\ 1 & 0 & 3 & -1 \end{pmatrix}, \begin{aligned} a &= -6e_1 - 10e_2 - 5e_3 + 8e_4 \\ a &= 4e'_1 + 3e'_2 + e'_3 - e'_4 \end{aligned}$$

$$21) e'_1 = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, e'_2 = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ -2 & -2 \end{pmatrix}, e'_3 = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ -1 & 5 \end{pmatrix}, e'_4 = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}, a = \begin{pmatrix} 10 & -6 \\ 18 & -9 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 & -2 \\ -1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & -2 & -1 & -3 \\ 2 & -2 & 5 & 2 \end{pmatrix}, \begin{aligned} a &= 10e_1 - 6e_2 + 18e_3 - 9e_4 \\ a &= -e'_1 - 3e'_2 - e'_3 - 4e'_4 \end{aligned}$$

$$22) e'_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, e'_2 = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & -4 \end{pmatrix}, e'_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}, e'_4 = \begin{pmatrix} -2 & -1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}, a = \begin{pmatrix} 5 & -2 \\ 3 & -5 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & -2 \\ 1 & -1 & 0 & -1 \\ 1 & -1 & 2 & -2 \\ 0 & -4 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \begin{aligned} a &= 5e_1 - 2e_2 + 3e_3 - 5e_4 \\ a &= -e'_1 + 2e'_2 + 2e'_3 - e'_4 \end{aligned}$$

$$23) e'_1 = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}, e'_2 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -5 & -2 \end{pmatrix}, e'_3 = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}, e'_4 = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, a = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 3 & 1 & 2 & 2 \\ -1 & -5 & -2 & 2 \\ 0 & -2 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{aligned} a &= e_2 + 3e_3 \\ a &= 4e'_1 - e'_2 - 3e'_3 - 2e'_4 \end{aligned}$$

$$24) e'_1 = \begin{pmatrix} -3 & 6 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}, e'_2 = \begin{pmatrix} 1 & -4 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}, e'_3 = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ -1 & 5 \end{pmatrix}, e'_4 = \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ -2 & 2 \end{pmatrix}, a = \begin{pmatrix} 2 & -18 \\ 12 & 4 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} -3 & 1 & -1 & -1 \\ 6 & -4 & 1 & 3 \\ 0 & 2 & -1 & -2 \\ 3 & -1 & 5 & 2 \end{pmatrix}, \begin{aligned} a &= 2e_1 - 18e_2 + 12e_3 + 4e_4 \\ a &= e'_1 + 5e'_2 + 2e'_3 - 2e'_4 \end{aligned}$$

$$25) e'_1 = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 4 & -2 \end{pmatrix}, e'_2 = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 4 & -4 \end{pmatrix}, e'_3 = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}, e'_4 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -4 \end{pmatrix}, a = \begin{pmatrix} 17 & 13 \\ 38 & -13 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} 3 & 2 & -2 & 1 \\ 1 & 2 & 0 & 1 \\ 4 & 4 & 0 & 1 \\ -2 & -4 & 3 & -4 \end{pmatrix}, \begin{aligned} a &= 17e_1 + 13e_2 + 38e_3 - 13e_4 \\ a &= 5e'_1 + 5e'_2 + 3e'_3 - 2e'_4 \end{aligned}$$

$$26) e'_1 = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 3 & 3 \end{pmatrix}, e'_2 = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, e'_3 = \begin{pmatrix} -5 & -2 \\ -2 & -2 \end{pmatrix}, e'_4 = \begin{pmatrix} -10 & -2 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}, a = \begin{pmatrix} -50 & -9 \\ 3 & 9 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} -2 & 2 & -5 & -10 \\ 1 & 1 & -2 & -2 \\ 3 & 1 & -2 & 0 \\ 3 & 1 & -2 & 2 \end{pmatrix}, \begin{aligned} a &= -50e_1 - 9e_2 + 3e_3 + 9e_4 \\ a &= 3e'_1 - 2e'_2 + 2e'_3 + 3e'_4 \end{aligned}$$

$$27) e'_1 = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, e'_2 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}, e'_3 = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 5 \end{pmatrix}, e'_4 = \begin{pmatrix} -2 & 4 \\ 2 & 9 \end{pmatrix}, a = \begin{pmatrix} 0 & 11 \\ 9 & 26 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} -1 & 1 & -1 & -2 \\ 1 & 1 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 0 & 2 \\ 1 & 3 & 5 & 9 \end{pmatrix}, \begin{aligned} a &= 11e_2 + 9e_3 + 26e_4 \\ a &= e'_1 + 4e'_2 - e'_3 + 2e'_4 \end{aligned}$$

$$28) e'_1 = \begin{pmatrix} -2 & -6 \\ -2 & 2 \end{pmatrix}, e'_2 = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}, e'_3 = \begin{pmatrix} -2 & -5 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}, e'_4 = \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 6 & -3 \end{pmatrix}, a = \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ -22 & 14 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} -2 & 2 & -2 & 1 \\ -6 & 4 & -5 & 5 \\ -2 & -2 & -2 & 6 \\ 2 & 0 & -1 & -3 \end{pmatrix}, \begin{matrix} a = 4e_1 - 2e_2 - 22e_3 + 14e_4 \\ a = 3e'_1 + 4e'_2 - 2e'_3 - 2e'_4 \end{matrix}$$

$$29) e'_1 = \begin{pmatrix} 3 & 9 \\ 6 & 0 \end{pmatrix}, e'_2 = \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}, e'_3 = \begin{pmatrix} -1 & -4 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}, e'_4 = \begin{pmatrix} -2 & -7 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}, a = \begin{pmatrix} -12 & -40 \\ -11 & -10 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} 3 & 0 & -1 & -2 \\ 9 & -2 & -4 & -7 \\ 6 & 2 & 1 & -2 \\ 0 & -2 & -3 & -1 \end{pmatrix}, \begin{matrix} a = -12e_1 - 40e_2 - 11e_3 - 10e_4 \\ a = -e'_1 - e'_2 + 3e'_3 + 3e'_4 \end{matrix}$$

$$30) e'_1 = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}, e'_2 = \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}, e'_3 = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, e'_4 = \begin{pmatrix} -2 & -2 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}, a = \begin{pmatrix} -10 & -7 \\ -14 & 3 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} -2 & -1 & 0 & -2 \\ 0 & -1 & -1 & -2 \\ -2 & -2 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{matrix} a = -10e_1 - 7e_2 - 14e_3 + 3e_4 \\ a = 2e'_1 + 4e'_2 + e'_3 + e'_4 \end{matrix}$$

Задача 87. Показать что система векторов $(\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3)$ пространства $\mathbb{R}_{1,4}$ или $\mathbb{R}_{1,5}$ линейно независима, и дополнить ее до базиса всего пространства:

$$1) \mathbf{a}_1 = (1, -2, -4, 0), \mathbf{a}_2 = (1, -5, -4, 2), \mathbf{a}_3 = (-2, 6, -2, -1)$$

$$\checkmark \mathbf{a}_4 = (0, 0, 1, 0)$$

$$2) \mathbf{a}_1 = (3, 9, -2, -2, 8), \mathbf{a}_2 = (3, 3, -3, -2, 2), \mathbf{a}_3 = (1, -3, 3, 0, -2)$$

$$\checkmark \mathbf{a}_4 = (1, 0, 0, 0, 0), \mathbf{a}_5 = (0, 0, 1, 0, 0)$$

$$3) \mathbf{a}_1 = (2, -2, -3, 0, -3), \mathbf{a}_2 = (2, 1, 1, 1, 4), \mathbf{a}_3 = (-2, 1, 5, -1, 1)$$

$$\checkmark \mathbf{a}_4 = (1, 0, 0, 0, 0), \mathbf{a}_5 = (0, 0, 1, 0, 0)$$

$$4) \mathbf{a}_1 = (1, 1, -3, 1), \mathbf{a}_2 = (1, 5, 2, -1), \mathbf{a}_3 = (2, 1, -2, 3)$$

$$\checkmark \mathbf{a}_4 = (0, 0, 1, 0)$$

$$5) \mathbf{a}_1 = (2, -1, -1, -1, -2), \mathbf{a}_2 = (2, 1, 5, -3, 1), \mathbf{a}_3 = (-4, 1, -1, -1, 1)$$

$$\checkmark \mathbf{a}_4 = (1, 0, 0, 0, 0), \mathbf{a}_5 = (0, 0, 1, 0, 0)$$

$$6) \mathbf{a}_1 = (5, 2, 5, -1, -5), \mathbf{a}_2 = (5, 2, 5, -3, -4), \mathbf{a}_3 = (1, 1, -2, -1, -2)$$

$$\checkmark \mathbf{a}_4 = (1, 0, 0, 0, 0), \mathbf{a}_5 = (0, 0, 1, 0, 0)$$

$$7) \mathbf{a}_1 = (3, 1, -3, 1), \mathbf{a}_2 = (6, -2, 1, 0), \mathbf{a}_3 = (-3, 0, 5, 0)$$

$$\checkmark \mathbf{a}_4 = (0, 0, 1, 0)$$

$$8) \mathbf{a}_1 = (-4, 1, -1, -4, 4), \mathbf{a}_2 = (-4, -2, 2, 8, -6), \mathbf{a}_3 = (1, -1, -1, 2, -2)$$

$$\checkmark \mathbf{a}_4 = (1, 0, 0, 0, 0), \mathbf{a}_5 = (0, 0, 1, 0, 0)$$

$$9) \mathbf{a}_1 = (1, 1, 1, 2), \mathbf{a}_2 = (0, -5, 2, -2), \mathbf{a}_3 = (3, 5, -2, 7)$$

$$\checkmark \mathbf{a}_4 = (0, 0, 1, 0)$$

$$10) \mathbf{a}_1 = (2, -2, -2, 1), \mathbf{a}_2 = (-2, 3, -1, 1), \mathbf{a}_3 = (-4, 6, 5, 0)$$

$$\checkmark \mathbf{a}_4 = (0, 0, 1, 0)$$

$$11) \mathbf{a}_1 = (1, -3, -1, 1, 5), \mathbf{a}_2 = (1, 0, 3, 1, 4), \mathbf{a}_3 = (5, 1, 1, 0, -1)$$

$$\checkmark \mathbf{a}_4 = (1, 0, 0, 0, 0), \mathbf{a}_5 = (0, 0, 1, 0, 0)$$

$$12) \mathbf{a}_1 = (1, -1, 5, 2, -2), \mathbf{a}_2 = (1, 1, -4, -2, 0), \mathbf{a}_3 = (-4, -1, 2, 0, -1)$$

$$\checkmark \mathbf{a}_4 = (1, 0, 0, 0, 0), \mathbf{a}_5 = (0, 0, 1, 0, 0)$$

$$13) \mathbf{a}_1 = (-3, -1, -3, 1), \mathbf{a}_2 = (-6, -2, 5, 3), \mathbf{a}_3 = (9, 4, 3, -4)$$

$$\checkmark \mathbf{a}_4 = (0, 0, 1, 0)$$

$$14) \mathbf{a}_1 = (-2, -1, -3, 0, -1), \mathbf{a}_2 = (-2, 0, -2, -2, -1), \mathbf{a}_3 = (1, -1, -4, 2, -2)$$

$$\checkmark \mathbf{a}_4 = (1, 0, 0, 0, 0), \mathbf{a}_5 = (0, 0, 1, 0, 0)$$

$$15) \mathbf{a}_1 = (3, 4, -2, 2, 4), \mathbf{a}_2 = (3, -2, -1, -4, -1), \mathbf{a}_3 = (5, 2, -1, 2, 1)$$

$$\checkmark \mathbf{a}_4 = (1, 0, 0, 0, 0), \mathbf{a}_5 = (0, 0, 1, 0, 0)$$

16) $\mathbf{a}_1 = (-4, -2, 1, 0, 0)$, $\mathbf{a}_2 = (-4, 0, -4, -1, -2)$, $\mathbf{a}_3 = (2, 2, 2, -1, -1)$

✓ $\mathbf{a}_4 = (1, 0, 0, 0, 0)$, $\mathbf{a}_5 = (0, 0, 1, 0, 0)$

17) $\mathbf{a}_1 = (-3, -1, -4, -1)$, $\mathbf{a}_2 = (3, 4, -2, 0)$, $\mathbf{a}_3 = (-9, -1, 2, -4)$

✓ $\mathbf{a}_4 = (0, 0, 1, 0)$

18) $\mathbf{a}_1 = (5, 6, -1, -2, 0)$, $\mathbf{a}_2 = (5, 3, -4, -4, -5)$, $\mathbf{a}_3 = (-4, -3, -4, 2, 1)$

✓ $\mathbf{a}_4 = (1, 0, 0, 0, 0)$, $\mathbf{a}_5 = (0, 0, 1, 0, 0)$

19) $\mathbf{a}_1 = (-3, -2, 5, -1)$, $\mathbf{a}_2 = (3, 3, -2, 5)$, $\mathbf{a}_3 = (-9, -7, 1, -5)$

✓ $\mathbf{a}_4 = (0, 0, 1, 0)$

20) $\mathbf{a}_1 = (3, -1, -1, -1)$, $\mathbf{a}_2 = (6, 1, 5, -4)$, $\mathbf{a}_3 = (3, 1, 5, -3)$

✓ $\mathbf{a}_4 = (0, 0, 1, 0)$

21) $\mathbf{a}_1 = (3, -2, -4, 2)$, $\mathbf{a}_2 = (-3, 2, -2, 0)$, $\mathbf{a}_3 = (-6, 5, 5, -2)$

✓ $\mathbf{a}_4 = (0, 0, 1, 0)$

22) $\mathbf{a}_1 = (-1, -6, 1, 8, -7)$, $\mathbf{a}_2 = (-1, 2, -3, -6, 6)$, $\mathbf{a}_3 = (-4, -2, -1, 2, -2)$

✓ $\mathbf{a}_4 = (1, 0, 0, 0, 0)$, $\mathbf{a}_5 = (0, 0, 1, 0, 0)$

23) $\mathbf{a}_1 = (-1, 2, -1, 0, 0)$, $\mathbf{a}_2 = (-1, -1, 5, -3, 1)$, $\mathbf{a}_3 = (-1, 1, 5, 1, -1)$

✓ $\mathbf{a}_4 = (1, 0, 0, 0, 0)$, $\mathbf{a}_5 = (0, 0, 1, 0, 0)$

24) $\mathbf{a}_1 = (1, -2, 3, 0)$, $\mathbf{a}_2 = (0, 3, 2, -2)$, $\mathbf{a}_3 = (3, -4, 1, -1)$

✓ $\mathbf{a}_4 = (0, 0, 1, 0)$

25) $\mathbf{a}_1 = (5, -3, 1, -2, 5)$, $\mathbf{a}_2 = (5, 1, -1, 2, -2)$, $\mathbf{a}_3 = (-2, 1, -4, 0, -1)$

✓ $\mathbf{a}_4 = (1, 0, 0, 0, 0)$, $\mathbf{a}_5 = (0, 0, 1, 0, 0)$

26) $\mathbf{a}_1 = (2, -2, -4, -3, -3)$, $\mathbf{a}_2 = (2, 1, -4, -1, 3)$, $\mathbf{a}_3 = (3, -1, 1, -1, -2)$

✓ $\mathbf{a}_4 = (1, 0, 0, 0, 0)$, $\mathbf{a}_5 = (0, 0, 1, 0, 0)$

27) $\mathbf{a}_1 = (-3, 6, 5, -2, 1)$, $\mathbf{a}_2 = (-3, -3, -2, 4, -1)$, $\mathbf{a}_3 = (-1, 3, -2, 0, 1)$

✓ $\mathbf{a}_4 = (1, 0, 0, 0, 0)$, $\mathbf{a}_5 = (0, 0, 1, 0, 0)$

28) $\mathbf{a}_1 = (-3, 1, 3, 0)$, $\mathbf{a}_2 = (3, 1, -4, 2)$, $\mathbf{a}_3 = (9, -2, -1, 2)$

✓ $\mathbf{a}_4 = (0, 0, 1, 0)$

29) $\mathbf{a}_1 = (-2, -1, 3, 0)$, $\mathbf{a}_2 = (-2, -1, 1, -4)$, $\mathbf{a}_3 = (2, 2, 2, -2)$

✓ $\mathbf{a}_4 = (0, 0, 1, 0)$

30) $\mathbf{a}_1 = (-2, 1, -1, 1)$, $\mathbf{a}_2 = (-2, 7, 1, 3)$, $\mathbf{a}_3 = (4, 0, -3, -1)$

✓ $\mathbf{a}_4 = (0, 0, 1, 0)$

Задача 88. Найти ранг и какой-либо базис системы векторов:

1) $\mathbf{a}_1 = (1, 1, 1)$, $\mathbf{a}_2 = (-1, -1, 1)$, $\mathbf{a}_3 = (1, -1, -2)$

✓ 3, $(\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3)$

2) $\mathbf{a}_1 = (-1, 1, 3)$, $\mathbf{a}_2 = (-6, -6, -3)$, $\mathbf{a}_3 = (2, -1, -4)$, $\mathbf{a}_4 = (-1, 2, 0)$, $\mathbf{a}_5 = (3, 2, 1)$,

✓ 3, $(\mathbf{a}_2, \mathbf{a}_4, \mathbf{a}_5)$

3) $\mathbf{a}_1 = (-5, 5, 15)$, $\mathbf{a}_2 = (6, 3, 0)$, $\mathbf{a}_3 = (-5, 3, 11)$

✓ 2, $(\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2)$

4) $\mathbf{a}_1 = (2, -2, 2)$, $\mathbf{a}_2 = (-2, 4, 0)$, $\mathbf{a}_3 = (-1, 3, -3)$, $\mathbf{a}_4 = (1, -3, 0)$,

✓ 3, $(\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_4)$

5) $\mathbf{a}_1 = (-1, -5, 11)$, $\mathbf{a}_2 = (2, -2, 2)$, $\mathbf{a}_3 = (2, -2, 2)$, $\mathbf{a}_4 = (-1, 6, -11)$, $\mathbf{a}_5 = (3, 2, -7)$

✓ 2, $(\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_4)$

6) $\mathbf{a}_1 = (0, -4, 2)$, $\mathbf{a}_2 = (-1, 0, 1)$, $\mathbf{a}_3 = (1, -2, 1)$ 7) $\mathbf{a}_1 = (2, 2, 0)$, $\mathbf{a}_2 = (3, 3, 3)$, $\mathbf{a}_3 = (2, 1, 1)$

✓ 3, $(\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3)$

✓ 3, $(\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3)$

8) $\mathbf{a}_1 = (-2, 2, 2)$, $\mathbf{a}_2 = (-1, -2, 2)$, $\mathbf{a}_3 = (2, 5, 3)$, $\mathbf{a}_4 = (2, 0, -3)$,

✓ 3, $(\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_4)$

9) $\mathbf{a}_1 = (-2, 4, 0)$, $\mathbf{a}_2 = (-1, 1, 1)$, $\mathbf{a}_3 = (2, -5, -1)$

✓ 3, $(\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3)$

10) $\mathbf{a}_1 = (5, -3, -1)$, $\mathbf{a}_2 = (-2, 2, 1)$, $\mathbf{a}_3 = (-1, 5, -2)$, $\mathbf{a}_4 = (1, -4, -1)$, $\mathbf{a}_5 = (3, -1, -1)$,

✓ 3, $(\mathbf{a}_2, \mathbf{a}_4, \mathbf{a}_5)$

11) $\mathbf{a}_1 = (11, -3, 4)$, $\mathbf{a}_2 = (7, -1, 3)$, $\mathbf{a}_3 = (-1, 3, 1)$, $\mathbf{a}_4 = (9, 1, 5)$

✓ 2, $(\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_4)$

12) $\mathbf{a}_1 = (1, -6, -1)$, $\mathbf{a}_2 = (6, -4, -2)$, $\mathbf{a}_3 = (-2, 2, 1)$

✓ 3, $(\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3)$

13) $\mathbf{a}_1 = (4, -3, 14)$, $\mathbf{a}_2 = (-3, -1, -4)$, $\mathbf{a}_3 = (-2, -5, 6)$, $\mathbf{a}_4 = (7, 4, 6)$, $\mathbf{a}_5 = (-1, 2, -6)$

✓ 2, $(\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_4)$

14) $\mathbf{a}_1 = (-2, -4, 0)$, $\mathbf{a}_2 = (-4, -2, 2)$, $\mathbf{a}_3 = (5, 3, -2)$

✓ 3, $(\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3)$

15) $\mathbf{a}_1 = (3, 3, -6)$, $\mathbf{a}_2 = (-1, 0, 4)$, $\mathbf{a}_3 = (1, -1, 3)$, $\mathbf{a}_4 = (1, 0, -3)$,

✓ 3, $(\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_4)$

16) $\mathbf{a}_1 = (5, 5, -3)$, $\mathbf{a}_2 = (9, -3, -3)$, $\mathbf{a}_3 = (-2, -1, 2)$, $\mathbf{a}_4 = (-2, -4, 0)$, $\mathbf{a}_5 = (7, 2, -2)$,

✓ 3, $(\mathbf{a}_2, \mathbf{a}_4, \mathbf{a}_5)$

17) $\mathbf{a}_1 = (-3, -4, 2)$, $\mathbf{a}_2 = (2, -2, 2)$, $\mathbf{a}_3 = (5, 3, -2)$, $\mathbf{a}_4 = (-2, 4, 0)$, $\mathbf{a}_5 = (0, 1, -1)$,

✓ 3, $(\mathbf{a}_2, \mathbf{a}_4, \mathbf{a}_5)$

18) $\mathbf{a}_1 = (3, -1, -2)$, $\mathbf{a}_2 = (4, -3, -1)$, $\mathbf{a}_3 = (6, -4, -2)$, $\mathbf{a}_4 = (0, 1, -1)$

✓ 2, $(\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_4)$

19) $\mathbf{a}_1 = (1, -2, 6)$, $\mathbf{a}_2 = (6, 5, 2)$, $\mathbf{a}_3 = (3, -3, 12)$

✓ 2, $(\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2)$

20) $\mathbf{a}_1 = (1, 1, 1)$, $\mathbf{a}_2 = (-1, 2, 1)$, $\mathbf{a}_3 = (-3, -4, 1)$, $\mathbf{a}_4 = (1, 3, 3)$,

✓ 3, $(\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_4)$

21) $\mathbf{a}_1 = (5, 5, -3)$, $\mathbf{a}_2 = (3, 1, 1)$, $\mathbf{a}_3 = (-1, -3, -3)$, $\mathbf{a}_4 = (2, 2, 1)$, $\mathbf{a}_5 = (-4, -6, -2)$,

✓ 3, $(\mathbf{a}_2, \mathbf{a}_4, \mathbf{a}_5)$

22) $\mathbf{a}_1 = (-5, -3, -21)$, $\mathbf{a}_2 = (6, 7, 32)$, $\mathbf{a}_3 = (-5, -5, -25)$

✓ 2, $(\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2)$

23) $\mathbf{a}_1 = (-3, -3, 2)$, $\mathbf{a}_2 = (-1, -1, 1)$, $\mathbf{a}_3 = (-2, -3, 1)$

✓ 3, $(\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3)$

24) $\mathbf{a}_1 = (-3, -4, 2)$, $\mathbf{a}_2 = (-6, 3, -3)$, $\mathbf{a}_3 = (5, -2, -2)$, $\mathbf{a}_4 = (6, 2, 2)$, $\mathbf{a}_5 = (0, 4, -1)$,

✓ 3, $(\mathbf{a}_2, \mathbf{a}_4, \mathbf{a}_5)$

25) $\mathbf{a}_1 = (-3, -3, -18)$, $\mathbf{a}_2 = (-1, 5, 12)$, $\mathbf{a}_3 = (-5, 2, -9)$, $\mathbf{a}_4 = (3, -2, 3)$, $\mathbf{a}_5 = (-4, -3, -21)$

✓ 2, $(\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_4)$

26) $\mathbf{a}_1 = (3, -2, 11)$, $\mathbf{a}_2 = (-2, 1, -7)$, $\mathbf{a}_3 = (1, 1, 2)$

✓ 2, $(\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2)$

27) $\mathbf{a}_1 = (1, 0, 3)$, $\mathbf{a}_2 = (1, 3, 2)$, $\mathbf{a}_3 = (1, -2, -3)$, $\mathbf{a}_4 = (-1, -1, -2)$,

✓ 3, $(\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_4)$

28) $\mathbf{a}_1 = (-2, 0, 4)$, $\mathbf{a}_2 = (-2, -3, 3)$, $\mathbf{a}_3 = (1, -2, 2)$, $\mathbf{a}_4 = (-1, 4, 4)$,

✓ 3, $(\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_4)$

29) $\mathbf{a}_1 = (5, 5, -2)$, $\mathbf{a}_2 = (3, 3, -3)$, $\mathbf{a}_3 = (-3, 3, -1)$, $\mathbf{a}_4 = (2, 3, -1)$, $\mathbf{a}_5 = (2, 5, -1)$,

✓ 3, $(\mathbf{a}_2, \mathbf{a}_4, \mathbf{a}_5)$

30) $\mathbf{a}_1 = (-5, 1, 8)$, $\mathbf{a}_2 = (-2, 1, 5)$, $\mathbf{a}_3 = (1, -5, -16)$

✓ 2, $(\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2)$

Задача 89. Найти ранг и какой-либо базис системы векторов:

1) $f_1 = -3x^3 + 9x^2 - 3x + 15$, $f_2 = 3x^3 + 5x^2 - 3x - 5$, $f_3 = 2x^3 - 2x^2 - 2x - 14$, $f_4 = 3x^3 + 5x^2 - x + 1$, $f_5 = 5x^3 + 5x^2 - x$

✓ 3, (f_1, f_4, f_5)

2) $f_1 = -3x^3 + 12x^2 + 3x + 3$, $f_2 = 3x^3 - 7x^2 - 2x - 1$, $f_3 = 5x^3 + x^2 - 2x + 3$, $f_4 = x^3 + 2x^2 - x + 1$

✓ 3, (f_1, f_2, f_4)

- 3) $f_1 = -2x^3 - 3 + x$, $f_2 = -x^3 + x^2 - x + 3$, $f_3 = -x^3 + x^2 + x - 1$, $f_4 = 2x^3 + x^2 - x + 4$,
✓ 4, (f_1, f_2, f_3, f_4)
- 4) $f_1 = -x^3 - 2x^2 + 2x - 1$, $f_2 = -x^3 - 2x^2 + 9x - 2$, $f_3 = x^3 + x^2 - 4x + 1$, $f_4 = -3x^3 + 3x^2 + 2x - 2$, $f_5 = -3x^3 - 4x^2 + 2x - 1$,
✓ 4, (f_1, f_2, f_3, f_5)
- 5) $f_1 = x^3 + 7x^2 - 4x - 13$, $f_2 = 4x^3 + 9x^2 + 3x + 5$, $f_3 = -3x^3 - 11x^2 + 2x + 9$, $f_4 = -4x^3 - 13x^2 + x + 7$,
✓ 2, (f_1, f_2)
- 6) $f_1 = -9x^3 - 15x^2 - 3$, $f_2 = -7x^3 - 14x^2 + x - 2$, $f_3 = 2x^3 + 7x^2 - 3x + 3$, $f_4 = 2x^3 + 5x^2 - x + 1$,
✓ 3, (f_1, f_2, f_4)
- 7) $f_1 = 2 + 4x^2 - 2x$, $f_2 = -2 - 3x^2 + 2x$, $f_3 = -2 - 3x^2 + 3x$, $f_4 = 3x^3 + 2x^2 - 3x - 4$, $f_5 = -2x^3 - 4x^2 - x - 1$,
✓ 4, (f_1, f_2, f_3, f_5)
- 8) $f_1 = x^3 + x^2 - x + 3$, $f_2 = -3x^3 + x^2 - x + 5$, $f_3 = 2x^3 + 4x^2 - 2x + 2$, $f_4 = 3x^3 + x^2 - 4$,
✓ 4, (f_1, f_2, f_3, f_4)
- 9) $f_1 = -2x^3 + 2x^2 - 4x + 2$, $f_2 = x^3 - 3x^2 + x - 2$, $f_3 = 4x^3 + x^2 + 6x - 1$, $f_4 = 2x^3 + 5x^2 + 2x - 4$, $f_5 = x^3 + 2x^2 + 1$,
✓ 4, (f_1, f_2, f_3, f_5)
- 10) $f_1 = -4x^3 + 2x^2 - 2x + 6$, $f_2 = 2x^3 + 5x^2 + x + 15$, $f_3 = -2x^3 - 3x^2 + 3x - 1$, $f_4 = 4x^3 + x^2 + x + 1$, $f_5 = x^3 + 2x^2 + 1$,
✓ 3, (f_1, f_4, f_5)
- 11) $f_1 = -x^3 - 5x^2 + x + 2$, $f_2 = -2x^3 + 8x^2 - 2x - 4$, $f_3 = 3x^3 - 9x^2 + 3x$, $f_4 = -x^3 - 4x^2 + x - 1$,
✓ 4, (f_1, f_2, f_3, f_4)
- 12) $f_1 = -2x^3 - 2x^2 + 2x - 14$, $f_2 = -4x^3 - 2x^2 - 2x - 12$, $f_3 = -x^3 + 2x^2 - 3x + 7$, $f_4 = -2x^3 - 2x^2 + x - 12$, $f_5 = -x^3 - 2x^2 + x - 12$,
✓ 3, (f_1, f_4, f_5)
- 13) $f_1 = 2x^3 + 3x^2 + x - 10$, $f_2 = 5x^3 + 5x^2 + x - 17$, $f_3 = 5x^3 - 4x^2 - 3x + 9$, $f_4 = -20 + 8x^2 + 2x$, $f_5 = -5x^3 - 5x^2 - 10x + 10$,
✓ 3, (f_1, f_4, f_5)
- 14) $f_1 = -5x^3 - 12x^2 + x + 12$, $f_2 = -4x^3 - 2x^2 - 3x + 2$, $f_3 = 2x^3 + 14x^2 - 5x - 14$, $f_4 = 5x^3 + 18x^2 - 4x - 18$,
✓ 2, (f_1, f_2)
- 15) $f_1 = 5x^3 + 12x^2 - x + 12$, $f_2 = -4x^3 - 18x^2 + 5x + 3$, $f_3 = 2x^3 + 10x^2 - 3x - 3$, $f_4 = -4x^3 - 4x^2 - 2x - 18$,
✓ 2, (f_1, f_2)
- 16) $f_1 = -6x^3 - 3x^2 - 6x - 3$, $f_2 = x^3 - 2x^2 + 1$, $f_3 = -2x^3 - 11x^2 - 4x + 5$, $f_4 = 3x^3 + 2x^2 + 3x + 1$,
✓ 3, (f_1, f_2, f_4)
- 17) $f_1 = -9x^3 + 3x^2 + 6x + 3$, $f_2 = -x^3 - x^2 + 2x + 1$, $f_3 = -3x^3 + 3x^2 + x + 1$, $f_4 = -5x^3 - x^2 + 4x + 1$,
✓ 3, (f_1, f_2, f_4)
- 18) $f_1 = -3 - 9x^2 + 3x$, $f_2 = -1 - 4x^2 + 6x$, $f_3 = -1 - 2x^2 - 5x$, $f_4 = -4x^3 - 2x^2 + 3x + 1$, $f_5 = -2x^3 - 4x^2 + 2x - 1$,
✓ 4, (f_1, f_2, f_3, f_5)
- 19) $f_1 = -3x^3 + 10x^2 - 14x - 4$, $f_2 = -x^3 + 3x^2 - 4x - 1$, $f_3 = x^3 - 7x^2 + 12x + 5$, $f_4 = -x^3 + x^2 + 1$, $f_5 = -x^3 + x^2 + 1$,
✓ 2, (f_1, f_5)
- 20) $f_1 = -x^3 + 1 + x$, $f_2 = 5x^3 + 2x^2 + x + 4$, $f_3 = -2x^3 - 2x^2 - 2x - 4$, $f_4 = -7x^3 - 3x^2 - 2x - 7$,
✓ 4, (f_1, f_2, f_3, f_4)
- 21) $f_1 = -3x^3 + 2x^2 - x - 4$, $f_2 = 3x^3 + 3 + 3x$, $f_3 = -2x^3 - 14x^2 - 16x + 5$, $f_4 = -4x^3 - 4 - 4x$, $f_5 = 4x^3 + 6x^2 + 10x + 4$,
✓ 2, (f_1, f_5)
- 22) $f_1 = 3 + 6x^2 - 3x$, $f_2 = -3x^3 + x^2 - 4x + 1$, $f_3 = 3x^3 - 3x^2 + 4x - 2$, $f_4 = -x^3 + 2x^2 + 3x + 3$, $f_5 = -4x^3 - 2x^2 - 4x - 4$,
✓ 4, (f_1, f_2, f_3, f_5)
- 23) $f_1 = 5x^3 + 14x^2 - 2x - 4$, $f_2 = x^3 + 2 + 8x$, $f_3 = 5x^3 + 7x^2 + 19x + 3$, $f_4 = -3x^3 - 4x^2 - 12x - 2$, $f_5 = 5x^3 + 9x^2 + 14x + 4$,
✓ 2, (f_1, f_5)
- 24) $f_1 = -4x^3 + 12x^2 - 2x + 2$, $f_2 = -3x^3 + 5x^2 + 1$, $f_3 = x^3 - 9x^2 + 3x - 1$, $f_4 = -3x^3 + 15x^2 - 4x + 2$,
✓ 3, (f_1, f_2, f_4)
- 25) $f_1 = 3x^3 + 5x^2 + 8x - 2$, $f_2 = -2x^3 + 3 - 7x$, $f_3 = 3x^3 + 13x^2 + 4x + 2$, $f_4 = -x^3 + 3x^2 - 5x + 3$, $f_5 = -4x^3 - 14x^2 - 14x - 4$,
✓ 2, (f_1, f_5)
- 26) $f_1 = -6x^3 - 18x^2 + 2x + 2$, $f_2 = 4x^3 + 5x^2 + 2x - 1$, $f_3 = -2x^3 - 5x^2 - 2x + 5$, $f_4 = -x^3 - 13x^2 + 5x + 1$,
✓ 3, (f_1, f_2, f_4)

27) $f_1 = 4x^3 + 2x^2 + 2$, $f_2 = 5x^2 - 2x$, $f_3 = 6x^2 - 2x$, $f_4 = -3x^3 + 6x^2 - 2x - 2$,

✓ $4, (f_1, f_2, f_3, f_4)$

28) $f_1 = 6x^3 + 9x^2 - 6x + 3$, $f_2 = -8x^3 - 4x^2 + 6x - 2$, $f_3 = 2x^3 + 2x^2 - 6x + 1$, $f_4 = x^3 - 3x^2 + x - 4$, $f_5 = -1 - 5x^2 - 2x$

✓ $4, (f_1, f_2, f_3, f_5)$

29) $f_1 = 3x^3 + 9x^2 + 3x + 30$, $f_2 = 2x^3 - x^2 - 3x - 16$, $f_3 = 5x^3 + 2x^2 - x - 7$, $f_4 = x^3 - 4x^2 - x - 17$, $f_5 = -8x^3 - 4x^2 - 2x$

✓ $3, (f_1, f_4, f_5)$

30) $f_1 = 2 + 2x^2 - 4x$, $f_2 = -3x^3 + 2x^2 - 4x + 1$, $f_3 = -3x^3 + 3x^2 + x + 1$, $f_4 = 2x^3 + 5x^2 + 2x - 4$, $f_5 = 2x^3 - 2x^2 + 2x - 1$

✓ $4, (f_1, f_2, f_3, f_5)$

Задача 90. Найти базис ядра и базис образа линейного оператора, заданного матрицей A :

1) $\begin{pmatrix} 1 & -4 & 3 \\ 6 & -5 & -1 \\ 14 & -18 & 4 \end{pmatrix}$

✓ базис ядра: $\left(\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \right)$, базис образа: $\left(\begin{bmatrix} 1 \\ 6 \\ 14 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -4 \\ -5 \\ -18 \end{bmatrix} \right)$

2) $\begin{pmatrix} -2 & -9 & 7 \\ 6 & 27 & -21 \\ -10 & -45 & 35 \end{pmatrix}$

✓ базис ядра: $\left(\begin{bmatrix} -9 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ -7 \\ -9 \end{bmatrix} \right)$, базис образа: $\left(\begin{bmatrix} -1 \\ 3 \\ -5 \end{bmatrix} \right)$

3) $\begin{pmatrix} 1 & -4 & 3 \\ -4 & -1 & 5 \\ -9 & -15 & 24 \end{pmatrix}$

✓ базис ядра: $\left(\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \right)$, базис образа: $\left(\begin{bmatrix} 1 \\ -4 \\ -9 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -4 \\ -1 \\ -15 \end{bmatrix} \right)$

4) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & -4 \\ -2 & -3 & 5 \\ 7 & 12 & -22 \end{pmatrix}$

✓ базис ядра: $\left(\begin{bmatrix} -2 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix} \right)$, базис образа: $\left(\begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 7 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 \\ -3 \\ 12 \end{bmatrix} \right)$

5) $\begin{pmatrix} 2 & -9 & -5 \\ -2 & 9 & 5 \\ -6 & 27 & 15 \end{pmatrix}$

✓ базис ядра: $\left(\begin{bmatrix} -9 \\ -2 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 5 \\ -9 \end{bmatrix} \right)$, базис образа: $\left(\begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix} \right)$

6) $\begin{pmatrix} -3 & -4 & 6 \\ 2 & 3 & -5 \\ 2 & 2 & -2 \end{pmatrix}$

✓ базис ядра: $\left(\begin{bmatrix} -2 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix} \right)$, базис образа: $\left(\begin{bmatrix} -3 \\ 2 \\ 2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -4 \\ 3 \\ 2 \end{bmatrix} \right)$

7) $\begin{pmatrix} 1 & 3 & 4 \\ -2 & 3 & 10 \\ 3 & -9 & -24 \end{pmatrix}$

✓ базис ядра: $\left(\begin{bmatrix} 2 \\ -2 \\ 1 \end{bmatrix} \right)$, базис образа: $\left(\begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 3 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \\ -9 \end{bmatrix} \right)$

$$8) \begin{pmatrix} -3 & -1 & 8 \\ -2 & -5 & 14 \\ 8 & 7 & -30 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \text{ базис ядра: } \left(\begin{bmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} \right), \text{ базис образа: } \left(\begin{bmatrix} -3 \\ -2 \\ 8 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -1 \\ -5 \\ 7 \end{bmatrix} \right)$$

$$9) \begin{pmatrix} 3 & 3 & -9 \\ 6 & -1 & -11 \\ 15 & -6 & -24 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \text{ базис ядра: } \left(\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \right), \text{ базис образа: } \left(\begin{bmatrix} 3 \\ 6 \\ 15 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 3 \\ -1 \\ -6 \end{bmatrix} \right)$$

$$10) \begin{pmatrix} 4 & -9 & 5 \\ -4 & 9 & -5 \\ -8 & 18 & -10 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \text{ базис ядра: } \left(\begin{bmatrix} -9 \\ -4 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ -5 \\ -9 \end{bmatrix} \right), \text{ базис образа: } \left(\begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix} \right)$$

$$11) \begin{pmatrix} 4 & 9 & 7 \\ -4 & -9 & -7 \\ 20 & 45 & 35 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \text{ базис ядра: } \left(\begin{bmatrix} 9 \\ -4 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ -7 \\ 9 \end{bmatrix} \right), \text{ базис образа: } \left(\begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ -5 \end{bmatrix} \right)$$

$$12) \begin{pmatrix} 5 & -4 & 22 \\ 6 & -5 & 27 \\ 33 & -27 & 147 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \text{ базис ядра: } \left(\begin{bmatrix} -2 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix} \right), \text{ базис образа: } \left(\begin{bmatrix} 5 \\ 6 \\ 33 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -4 \\ -5 \\ -27 \end{bmatrix} \right)$$

$$13) \begin{pmatrix} -4 & 18 & 10 \\ 2 & -9 & -5 \\ 6 & -27 & -15 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \text{ базис ядра: } \left(\begin{bmatrix} 9 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ -5 \\ 9 \end{bmatrix} \right), \text{ базис образа: } \left(\begin{bmatrix} -2 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix} \right)$$

$$14) \begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 2 & 3 & -13 \\ 1 & -3 & 7 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \text{ базис ядра: } \left(\begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix} \right), \text{ базис образа: } \left(\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 3 \\ -3 \end{bmatrix} \right)$$

$$15) \begin{pmatrix} -4 & 18 & 10 \\ 6 & -27 & -15 \\ 4 & -18 & -10 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \text{ базис ядра: } \left(\begin{bmatrix} 9 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ -5 \\ 9 \end{bmatrix} \right), \text{ базис образа: } \left(\begin{bmatrix} -2 \\ 3 \\ 2 \end{bmatrix} \right)$$

$$16) \begin{pmatrix} 8 & 6 & 10 \\ -12 & -9 & -15 \\ 20 & 15 & 25 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \text{ базис ядра: } \left(\begin{bmatrix} 3 \\ -4 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ -5 \\ 3 \end{bmatrix} \right), \text{ базис образа: } \left(\begin{bmatrix} -2 \\ 3 \\ -5 \end{bmatrix} \right)$$

$$17) \begin{pmatrix} -2 & -9 & -5 \\ 2 & 9 & 5 \\ -10 & -45 & -25 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \text{ базис ядра: } \left(\begin{bmatrix} -9 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 5 \\ -9 \end{bmatrix} \right), \text{ базис образа: } \left(\begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ -5 \end{bmatrix} \right)$$

$$18) \begin{pmatrix} 2 & -9 & -5 \\ 6 & -27 & -15 \\ -4 & 18 & 10 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \text{ базис ядра: } \left(\begin{bmatrix} -9 \\ -2 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 5 \\ -9 \end{bmatrix} \right), \text{ базис образа: } \left(\begin{bmatrix} -1 \\ -3 \\ 2 \end{bmatrix} \right)$$

$$19) \begin{pmatrix} 7 & -4 & -3 \\ -2 & 1 & 1 \\ -20 & 11 & 9 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \text{ базис ядра: } \left(\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \right), \text{ базис образа: } \left(\begin{bmatrix} 7 \\ -2 \\ -20 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -4 \\ 1 \\ 11 \end{bmatrix} \right)$$

$$20) \begin{pmatrix} 4 & -3 & 5 \\ -12 & 9 & -15 \\ -8 & 6 & -10 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \text{ базис ядра: } \left(\begin{bmatrix} -3 \\ -4 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ -5 \\ -3 \end{bmatrix} \right), \text{ базис образа: } \left(\begin{bmatrix} -1 \\ 3 \\ 2 \end{bmatrix} \right)$$

$$21) \begin{pmatrix} 3 & 5 & -19 \\ 4 & -1 & -10 \\ -7 & -4 & 29 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \text{ базис ядра: } \left(\begin{bmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} \right), \text{ базис образа: } \left(\begin{bmatrix} 3 \\ 4 \\ -7 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 5 \\ -1 \\ -4 \end{bmatrix} \right)$$

$$22) \begin{pmatrix} -1 & 0 & -2 \\ 4 & -1 & 7 \\ -11 & 2 & -20 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \text{ базис ядра: } \left(\begin{bmatrix} -2 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix} \right), \text{ базис образа: } \left(\begin{bmatrix} -1 \\ 4 \\ -11 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix} \right)$$

$$23) \begin{pmatrix} 4 & 9 & -5 \\ -4 & -9 & 5 \\ 20 & 45 & -25 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \text{ базис ядра: } \left(\begin{bmatrix} 9 \\ -4 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 5 \\ 9 \end{bmatrix} \right), \text{ базис образа: } \left(\begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ -5 \end{bmatrix} \right)$$

$$24) \begin{pmatrix} 5 & 4 & 1 \\ -2 & 1 & -3 \\ -8 & -9 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \text{ базис ядра: } \left(\begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \right), \text{ базис образа: } \left(\begin{bmatrix} 5 \\ -2 \\ -8 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 4 \\ 1 \\ -9 \end{bmatrix} \right)$$

$$25) \begin{pmatrix} -8 & 36 & -20 \\ -6 & 27 & -15 \\ -4 & 18 & -10 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \text{ базис ядра: } \left(\begin{bmatrix} -9 \\ -2 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ -5 \\ -9 \end{bmatrix} \right), \text{ базис образа: } \left(\begin{bmatrix} 4 \\ 3 \\ 2 \end{bmatrix} \right)$$

$$26) \begin{pmatrix} 4 & -9 & -5 \\ 12 & -27 & -15 \\ 20 & -45 & -25 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \text{ базис ядра: } \left(\begin{bmatrix} -9 \\ -4 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 5 \\ -9 \end{bmatrix} \right), \text{ базис образа: } \left(\begin{bmatrix} -1 \\ -3 \\ -5 \end{bmatrix} \right)$$

$$27) \begin{pmatrix} -3 & -3 & 0 \\ -4 & 1 & -5 \\ 11 & 1 & 10 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \text{ базис ядра: } \left(\begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \right), \text{ базис образа: } \left(\begin{bmatrix} -3 \\ -4 \\ 11 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -3 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \right)$$

$$28) \begin{pmatrix} 4 & 6 & -10 \\ -6 & -9 & 15 \\ -4 & -6 & 10 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \text{ базис ядра: } \left(\begin{bmatrix} 3 \\ -2 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 5 \\ 3 \end{bmatrix} \right), \text{ базис образа: } \left(\begin{bmatrix} -2 \\ 3 \\ 2 \end{bmatrix} \right)$$

$$29) \begin{pmatrix} 1 & 3 & -9 \\ 4 & -5 & -2 \\ 11 & -1 & -31 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \text{ базис ядра: } \left(\begin{bmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} \right), \text{ базис образа: } \left(\begin{bmatrix} 1 \\ 4 \\ 11 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 3 \\ -5 \\ -1 \end{bmatrix} \right)$$

$$30) \begin{pmatrix} 4 & 9 & -7 \\ 12 & 27 & -21 \\ -8 & -18 & 14 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \text{ базис ядра: } \left(\begin{bmatrix} 9 \\ -4 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 7 \\ 9 \end{bmatrix} \right), \text{ базис образа: } \left(\begin{bmatrix} -1 \\ -3 \\ 2 \end{bmatrix} \right)$$

Задача 91. Дана матрица A линейного оператора ϕ векторного пространства U_n в базисе (e_1, e_2, \dots, e_n) . Найти матрицу этого оператора в базисе $(e'_1, e'_2, \dots, e'_n)$:

$$1) A = \begin{pmatrix} 67 & 30 \\ -152 & -68 \end{pmatrix}, \quad \begin{matrix} e_1 = 7e'_1 + 2e'_2 \\ e_2 = 3e'_1 + e'_2 \end{matrix} \quad 2) A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}, \quad \begin{matrix} e'_1 = -5e_1 + 2e_2 \\ e'_2 = 3e_1 - e_2 \end{matrix}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -2 & -2 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} -9 & 7 \\ -19 & 14 \end{pmatrix}$$

$$3) A = \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}, \quad \begin{matrix} e'_1 = 3e_1 + 2e_2 \\ e'_2 = 2e_1 + e_2 \end{matrix} \quad 4) A = \begin{pmatrix} 5 & 3 \\ -7 & -5 \end{pmatrix}, \quad \begin{matrix} e_1 = -5e'_1 - 2e'_2 \\ e_2 = -2e'_1 - e'_2 \end{matrix}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -3 & -2 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$$

$$5) A = \begin{pmatrix} -11 & -17 \\ 7 & 11 \end{pmatrix}, \quad \begin{matrix} e_1 = -e'_1 + e'_2 \\ e_2 = -2e'_1 + e'_2 \end{matrix} \quad 6) A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{matrix} e_1 = -5e'_1 - 2e'_2 \\ e_2 = 2e'_1 + e'_2 \end{matrix}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$7) A = \begin{pmatrix} -17 & 11 \\ -30 & 19 \end{pmatrix}, \quad \begin{matrix} e_1 = -3e'_1 - 2e'_2 \\ e_2 = 2e'_1 + e'_2 \end{matrix} \quad 8) A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}, \quad \begin{matrix} e'_1 = 2e_1 + e_2 \\ e'_2 = -3e_1 - e_2 \end{matrix}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} 0 & 5 \\ -1 & 5 \end{pmatrix}$$

$$9) A = \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{matrix} e_1 = e'_1 - e'_2 \\ e_2 = -2e'_1 + e'_2 \end{matrix} \quad 10) A = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad \begin{matrix} e'_1 = -3e_1 - e_2 \\ e'_2 = -2e_1 - e_2 \end{matrix}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -2 & -2 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} -10 & -9 \\ 15 & 13 \end{pmatrix}$$

$$11) A = \begin{pmatrix} -10 & -3 \\ 23 & 7 \end{pmatrix}, \quad \begin{aligned} e_1 &= 5e'_1 - 2e'_2 \\ e_2 &= 2e'_1 - e'_2 \end{aligned}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} -2 & -3 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$$

$$13) A = \begin{pmatrix} 20 & 9 \\ -52 & -23 \end{pmatrix}, \quad \begin{aligned} e_1 &= 5e'_1 + 2e'_2 \\ e_2 &= 2e'_1 + e'_2 \end{aligned}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$$

$$15) A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{aligned} e'_1 &= -3e_1 + 2e_2 \\ e'_2 &= -2e_1 + e_2 \end{aligned}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} 16 & 9 \\ -24 & -13 \end{pmatrix}$$

$$17) A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{aligned} e'_1 &= 5e_1 - 2e_2 \\ e'_2 &= 2e_1 - e_2 \end{aligned}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} 18 & 7 \\ -39 & -15 \end{pmatrix}$$

$$19) A = \begin{pmatrix} 7 & -8 \\ 3 & -3 \end{pmatrix}, \quad \begin{aligned} e_1 &= -2e'_1 + e'_2 \\ e_2 &= 3e'_1 - e'_2 \end{aligned}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$21) A = \begin{pmatrix} -30 & 25 \\ -37 & 31 \end{pmatrix}, \quad \begin{aligned} e_1 &= -4e'_1 - e'_2 \\ e_2 &= 3e'_1 + e'_2 \end{aligned}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} -2 & -1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$$

$$23) A = \begin{pmatrix} 12 & -7 \\ 15 & -8 \end{pmatrix}, \quad \begin{aligned} e_1 &= 3e'_1 - e'_2 \\ e_2 &= -2e'_1 + e'_2 \end{aligned}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$$

$$25) A = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}, \quad \begin{aligned} e'_1 &= 7e_1 + 2e_2 \\ e'_2 &= -3e_1 - e_2 \end{aligned}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} -9 & 5 \\ -17 & 10 \end{pmatrix}$$

$$27) A = \begin{pmatrix} -10 & -7 \\ 14 & 10 \end{pmatrix}, \quad \begin{aligned} e_1 &= -5e'_1 + 2e'_2 \\ e_2 &= -3e'_1 + e'_2 \end{aligned}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} -2 & -1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$$

$$29) A = \begin{pmatrix} -33 & -15 \\ 77 & 35 \end{pmatrix}, \quad \begin{aligned} e_1 &= 5e'_1 + 2e'_2 \\ e_2 &= 2e'_1 + e'_2 \end{aligned}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} -1 & -3 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$$

$$12) A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}, \quad \begin{aligned} e'_1 &= 2e_1 - e_2 \\ e'_2 &= -3e_1 + e_2 \end{aligned}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} -3 & 2 \\ -3 & 3 \end{pmatrix}$$

$$14) A = \begin{pmatrix} -68 & 30 \\ -156 & 69 \end{pmatrix}, \quad \begin{aligned} e_1 &= -7e'_1 - 2e'_2 \\ e_2 &= 3e'_1 + e'_2 \end{aligned}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$$

$$16) A = \begin{pmatrix} 29 & 15 \\ -47 & -24 \end{pmatrix}, \quad \begin{aligned} e_1 &= 5e'_1 - 2e'_2 \\ e_2 &= 3e'_1 - e'_2 \end{aligned}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$$

$$18) A = \begin{pmatrix} 6 & 2 \\ -11 & -4 \end{pmatrix}, \quad \begin{aligned} e_1 &= 5e'_1 + 2e'_2 \\ e_2 &= 3e'_1 + e'_2 \end{aligned}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$$

$$20) A = \begin{pmatrix} -1 & -3 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{aligned} e'_1 &= -5e_1 + 2e_2 \\ e'_2 &= -2e_1 + e_2 \end{aligned}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} 7 & 3 \\ -17 & -7 \end{pmatrix}$$

$$22) A = \begin{pmatrix} -13 & 5 \\ -27 & 10 \end{pmatrix}, \quad \begin{aligned} e_1 &= -5e'_1 - 2e'_2 \\ e_2 &= 2e'_1 + e'_2 \end{aligned}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} -1 & -3 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$$

$$24) A = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}, \quad \begin{aligned} e'_1 &= 5e_1 + 2e_2 \\ e'_2 &= -2e_1 - e_2 \end{aligned}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}$$

$$26) A = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}, \quad \begin{aligned} e'_1 &= -5e_1 - 2e_2 \\ e'_2 &= 3e_1 + e_2 \end{aligned}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} 11 & -8 \\ 21 & -15 \end{pmatrix}$$

$$28) A = \begin{pmatrix} 20 & -16 \\ 29 & -23 \end{pmatrix}, \quad \begin{aligned} e_1 &= 4e'_1 + e'_2 \\ e_2 &= -3e'_1 - e'_2 \end{aligned}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$$

$$30) A = \begin{pmatrix} 5 & -3 \\ 5 & -4 \end{pmatrix}, \quad \begin{aligned} e_1 &= 2e'_1 + e'_2 \\ e_2 &= -3e'_1 - e'_2 \end{aligned}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} -1 & -3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$$

Задача 92. Дана матрица A линейного оператора ϕ векторного пространства U_n в базисе (e_1, e_2, \dots, e_n) . Найти матрицу этого оператора в базисе $(e'_1, e'_2, \dots, e'_n)$:

$$1) A = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 1 \\ -2 & -2 & -2 \\ -2 & 1 & -3 \end{pmatrix}, \quad \begin{aligned} e'_1 &= -e_1 + e_2 - e_3 \\ e'_2 &= e_1 - 2e_2 \\ e'_3 &= -e_1 + 3e_2 \end{aligned}$$

$$2) A = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 3 \\ -1 & 3 & 1 \\ -1 & -2 & 3 \end{pmatrix}, \quad \begin{aligned} e'_1 &= e_1 + e_2 \\ e'_2 &= e_1 + e_3 \\ e'_3 &= e_1 + 2e_2 \end{aligned}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} -6 & 4 & -5 \\ -28 & 34 & -47 \\ -16 & 22 & -31 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} 0 & 4 & -5 \\ -3 & 2 & -5 \\ 1 & -2 & 5 \end{pmatrix}$$

$$3) A = \begin{pmatrix} -2 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & -2 \\ 1 & -1 & -1 \end{pmatrix}, \quad \begin{aligned} e'_1 &= e_1 + e_2 + e_3 \\ e'_2 &= e_1 + 2e_2 \\ e'_3 &= 4e_1 + 6e_2 + e_3 \end{aligned}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} 2 & 3 & 12 \\ 6 & 9 & 33 \\ -3 & -4 & -15 \end{pmatrix}$$

$$5) A = \begin{pmatrix} -1 & 11 & -7 \\ 0 & 8 & -4 \\ -1 & 11 & -6 \end{pmatrix}, \quad \begin{aligned} e_1 &= -e'_1 - e'_2 - e'_3 \\ e_2 &= -e'_1 - 2e'_3 \\ e_3 &= 2e'_1 + e'_2 + 2e'_3 \end{aligned}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} -1 & 3 & -1 \\ 2 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & 3 \end{pmatrix}$$

$$7) A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{aligned} e'_1 &= e_1 + e_2 - 2e_3 \\ e'_2 &= e_1 - 3e_3 \\ e'_3 &= -e_1 + 2e_3 \end{aligned}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} -1 & -5 & 3 \\ -2 & 4 & -1 \\ -4 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

$$9) A = \begin{pmatrix} 3 & 4 & -7 \\ 0 & -11 & 16 \\ 0 & -8 & 11 \end{pmatrix}, \quad \begin{aligned} e_1 &= -e'_1 - e'_2 \\ e_2 &= -e'_1 - 2e'_2 - e'_3 \\ e_3 &= e'_1 + 3e'_2 + e'_3 \end{aligned}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} 2 & 1 & -3 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & -2 & -1 \end{pmatrix}$$

$$11) A = \begin{pmatrix} -8 & 8 & -1 \\ -16 & 17 & -5 \\ -12 & 13 & -5 \end{pmatrix}, \quad \begin{aligned} e_1 &= -e'_1 + e'_2 + e'_3 \\ e_2 &= e'_1 - 2e'_2 \\ e_3 &= -e'_1 + 2e'_2 - e'_3 \end{aligned}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} 2 & 3 & 3 \\ 2 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$13) A = \begin{pmatrix} -2 & -1 & 3 \\ -1 & 2 & 2 \\ -1 & 2 & -3 \end{pmatrix}, \quad \begin{aligned} e'_1 &= -e_1 + e_2 \\ e'_2 &= -e_1 + e_3 \\ e'_3 &= -3e_1 + 2e_2 \end{aligned}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} 17 & 15 & 43 \\ 3 & -2 & 7 \\ -7 & -6 & -18 \end{pmatrix}$$

$$15) A = \begin{pmatrix} 2 & -3 & -3 \\ -2 & 3 & -1 \\ -1 & -2 & 3 \end{pmatrix}, \quad \begin{aligned} e'_1 &= -e_1 - e_2 - 2e_3 \\ e'_2 &= e_1 + 2e_2 + 3e_3 \\ e'_3 &= -e_1 - 2e_2 - 2e_3 \end{aligned}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} -13 & 27 & -22 \\ -17 & 30 & -21 \\ -11 & 16 & -9 \end{pmatrix}$$

$$17) A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & -2 \\ -4 & 1 & -3 \\ 4 & 1 & 3 \end{pmatrix}, \quad \begin{aligned} e_1 &= e'_1 - e'_2 - e'_3 \\ e_2 &= e'_1 \\ e_3 &= e'_1 + e'_2 \end{aligned}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} 1 & -3 & 1 \\ 2 & 3 & -2 \\ 1 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

$$4) A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 3 \\ -1 & 3 & -2 \\ 2 & -1 & -1 \end{pmatrix}, \quad \begin{aligned} e'_1 &= e_1 - e_2 + e_3 \\ e'_2 &= -e_1 \\ e'_3 &= -e_1 + 2e_2 - 3e_3 \end{aligned}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} 14 & 1 & -37 \\ 8 & 2 & -20 \\ 4 & 1 & -12 \end{pmatrix}$$

$$6) A = \begin{pmatrix} -1 & -3 & 3 \\ -1 & 3 & -2 \\ 2 & -2 & 3 \end{pmatrix}, \quad \begin{aligned} e'_1 &= -e_1 - e_2 - 2e_3 \\ e'_2 &= e_1 + 3e_3 \\ e'_3 &= -e_1 - 4e_3 \end{aligned}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} -2 & 7 & -9 \\ -6 & 35 & -48 \\ -2 & 20 & -28 \end{pmatrix}$$

$$8) A = \begin{pmatrix} -2 & -1 & -1 \\ 1 & 3 & -2 \\ -2 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{aligned} e'_1 &= e_1 + e_2 + 2e_3 \\ e'_2 &= -e_1 - 2e_2 - e_3 \\ e'_3 &= 3e_1 + 4e_2 + 6e_3 \end{aligned}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} -44 & 61 & -153 \\ 12 & -13 & 40 \\ 17 & -23 & 59 \end{pmatrix}$$

$$10) A = \begin{pmatrix} -2 & -3 & 3 \\ -1 & 1 & -1 \\ 1 & -2 & 3 \end{pmatrix}, \quad \begin{aligned} e'_1 &= -e_1 - e_2 + e_3 \\ e'_2 &= -e_1 - 2e_2 + 2e_3 \\ e'_3 &= -2e_2 + 3e_3 \end{aligned}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} -11 & -19 & -19 \\ 3 & 5 & 4 \\ 3 & 6 & 8 \end{pmatrix}$$

$$12) A = \begin{pmatrix} -1 & 3 & 3 \\ -2 & 3 & -2 \\ -1 & -1 & -3 \end{pmatrix}, \quad \begin{aligned} e'_1 &= -e_1 - e_2 - e_3 \\ e'_2 &= e_1 \\ e'_3 &= 2e_1 - e_3 \end{aligned}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} -1 & 2 & 2 \\ 2 & 3 & 3 \\ -4 & -1 & -3 \end{pmatrix}$$

$$14) A = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 3 \\ -2 & 1 & 2 \\ -1 & -2 & 3 \end{pmatrix}, \quad \begin{aligned} e'_1 &= e_1 - e_2 + 2e_3 \\ e'_2 &= -e_1 + 2e_2 - 3e_3 \\ e'_3 &= 4e_1 - 6e_2 + 9e_3 \end{aligned}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} 17 & -30 & 82 \\ 15 & -22 & 73 \\ 2 & -2 & 10 \end{pmatrix}$$

$$16) A = \begin{pmatrix} -1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & 2 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{aligned} e'_1 &= e_1 + e_2 - e_3 \\ e'_2 &= e_1 - 2e_3 \\ e'_3 &= -2e_2 - e_3 \end{aligned}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} -4 & 1 & 6 \\ 3 & 0 & -3 \\ -2 & 2 & 5 \end{pmatrix}$$

$$18) A = \begin{pmatrix} -1 & -3 & -3 \\ -2 & -1 & -1 \\ 2 & -2 & 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{aligned} e'_1 &= -e_1 + e_2 \\ e'_2 &= -e_1 + 2e_2 - e_3 \\ e'_3 &= -3e_1 + 4e_2 \end{aligned}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} 13 & 19 & 58 \\ 4 & 7 & 14 \\ -5 & -8 & -21 \end{pmatrix}$$

$$19) A = \begin{pmatrix} 3 & -4 & -8 \\ -2 & 2 & 4 \\ 0 & -3 & -4 \end{pmatrix}, \quad \begin{aligned} e_1 &= -e'_1 - e'_2 + e'_3 \\ e_2 &= -e'_1 - 2e'_2 + 2e'_3 \\ e_3 &= e'_1 + e'_3 \end{aligned} \quad 20) A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 3 \\ -2 & -1 & 2 \\ 1 & 1 & -3 \end{pmatrix}, \quad \begin{aligned} e'_1 &= -e_1 + e_2 + 2e_3 \\ e'_2 &= e_1 - e_3 \\ e'_3 &= e_1 - 2e_3 \end{aligned}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 \\ -2 & 3 & 2 \\ -1 & -1 & -3 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} 5 & -4 & -6 \\ 10 & 0 & -3 \\ 3 & -6 & -8 \end{pmatrix}$$

$$21) A = \begin{pmatrix} -2 & 3 & -1 \\ 1 & -2 & -2 \\ -2 & -1 & 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{aligned} e'_1 &= e_1 + e_2 + e_3 \\ e'_2 &= e_1 + 2e_3 \\ e'_3 &= e_1 + e_3 \end{aligned} \quad 22) A = \begin{pmatrix} -2 & -3 & -3 \\ -2 & 1 & 2 \\ 1 & -2 & 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{aligned} e'_1 &= e_1 - e_2 + 2e_3 \\ e'_2 &= e_1 + e_3 \\ e'_3 &= e_2 - 2e_3 \end{aligned}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} -3 & -3 & -1 \\ -2 & 4 & 2 \\ 5 & -5 & -4 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} -12 & -7 & 13 \\ 7 & 2 & -10 \\ -11 & -7 & 10 \end{pmatrix}$$

$$23) A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -2 & 1 \\ -2 & 1 & -1 \end{pmatrix}, \quad \begin{aligned} e'_1 &= -e_1 + e_2 + e_3 \\ e'_2 &= -e_1 + 2e_2 + 2e_3 \\ e'_3 &= 3e_1 - 4e_2 - 3e_3 \end{aligned} \quad 24) A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 3 & 2 \\ 2 & -2 & 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{aligned} e'_1 &= -e_1 + e_2 + e_3 \\ e'_2 &= e_1 \\ e'_3 &= e_1 - 2e_2 - 3e_3 \end{aligned}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} 2 & 1 & -12 \\ 3 & 5 & -11 \\ 2 & 3 & -9 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} 24 & -7 & -45 \\ 11 & -2 & -22 \\ 9 & -3 & -16 \end{pmatrix}$$

$$25) A = \begin{pmatrix} 15 & 19 & -13 \\ -20 & -22 & 12 \\ -15 & -16 & 8 \end{pmatrix}, \quad \begin{aligned} e_1 &= e'_1 - e'_2 + e'_3 \\ e_2 &= e'_1 - 2e'_2 \\ e_3 &= 2e'_2 + e'_3 \end{aligned} \quad 26) A = \begin{pmatrix} 13 & -16 & 8 \\ 12 & -15 & 5 \\ 5 & -7 & 3 \end{pmatrix}, \quad \begin{aligned} e_1 &= e'_1 + e'_2 - e'_3 \\ e_2 &= -e'_1 - 2e'_2 + 2e'_3 \\ e_3 &= 2e'_2 - 3e'_3 \end{aligned}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} -1 & 1 & -3 \\ -1 & 3 & -1 \\ -1 & -2 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} 1 & -3 & -3 \\ -2 & -1 & -2 \\ -1 & -2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$27) A = \begin{pmatrix} 7 & 4 & -13 \\ 8 & -1 & -16 \\ 1 & 3 & -2 \end{pmatrix}, \quad \begin{aligned} e_1 &= e'_1 + e'_2 - 2e'_3 \\ e_2 &= -e'_1 + e'_3 \\ e_3 &= -e'_1 - 2e'_2 + 4e'_3 \end{aligned} \quad 28) A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 3 \\ 2 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}, \quad \begin{aligned} e'_1 &= e_1 - e_2 - e_3 \\ e'_2 &= -e_1 + 2e_2 + 2e_3 \\ e'_3 &= -3e_1 + 5e_2 + 6e_3 \end{aligned}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} 1 & 3 & 3 \\ 1 & 2 & -1 \\ -2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} -10 & 26 & 71 \\ -3 & 10 & 26 \\ -1 & 2 & 6 \end{pmatrix}$$

$$29) A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \\ -2 & 3 & 1 \\ 2 & 2 & 3 \end{pmatrix}, \quad \begin{aligned} e'_1 &= e_1 - e_2 - e_3 \\ e'_2 &= e_1 - 2e_3 \\ e'_3 &= 4e_1 - 2e_2 - 5e_3 \end{aligned} \quad 30) A = \begin{pmatrix} 6 & 1 & -12 \\ 15 & 5 & -35 \\ 5 & 2 & -12 \end{pmatrix}, \quad \begin{aligned} e_1 &= -e'_1 - e'_2 \\ e_2 &= e'_1 - e'_3 \\ e_3 &= -e'_1 + e'_2 + 3e'_3 \end{aligned}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} 24 & 36 & 99 \\ 12 & 24 & 56 \\ -9 & -16 & -40 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} -1 & -3 & -3 \\ 2 & -1 & 1 \\ 2 & -2 & 1 \end{pmatrix}$$

Задача 93. Дана матрица A линейного оператора ϕ векторного пространства U_n в базисе (e_1, e_2, \dots, e_n) . Найти матрицу этого оператора в базисе $(e'_1, e'_2, \dots, e'_n)$:

$$1) A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & -2 \\ 1 & 3 & 1 & 0 \\ -4 & -1 & -2 & -1 \end{pmatrix}, \quad \begin{aligned} e'_1 &= e_1 + e_2 - e_3 + e_4 \\ e'_2 &= -e_1 + 2e_3 \\ e'_3 &= -e_2 - 2e_4 \\ e'_4 &= 2e_1 + 2e_2 - 3e_3 + 4e_4 \end{aligned}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} 0 & 6 & 3 & -12 \\ 12 & -13 & -12 & 43 \\ 16 & -19 & -16 & 60 \\ 7 & -11 & -8 & 31 \end{pmatrix}$$

$$2) A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 & -2 \\ -3 & 3 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}, \quad \begin{aligned} e'_1 &= -e_1 + e_2 + e_3 + e_4 \\ e'_2 &= e_1 - 2e_2 - 2e_3 - 2e_4 \\ e'_3 &= -e_2 - 2e_3 \\ e'_4 &= e_3 \end{aligned}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} -1 & 4 & 5 & -3 \\ -1 & 3 & 4 & -2 \\ 5 & -9 & -5 & 2 \\ 15 & -25 & -8 & 2 \end{pmatrix}$$

$$3) A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & 2 & -2 \\ -1 & 1 & -1 & 5 \\ 2 & -1 & 1 & -1 \end{pmatrix}, \quad \begin{aligned} e'_1 &= -e_1 - e_2 + e_3 - e_4 \\ e'_2 &= -e_1 - 2e_2 + 2e_3 - 2e_4 \\ e'_3 &= -2e_1 - 3e_2 + 2e_3 - 2e_4 \\ e'_4 &= -e_1 - e_2 + 2e_3 - 3e_4 \end{aligned}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} 6 & 7 & 19 & -11 \\ -16 & -30 & -36 & -34 \\ 5 & 11 & 10 & 18 \\ 5 & 9 & 10 & 13 \end{pmatrix}$$

$$4) A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & -2 \\ -1 & -5 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad \begin{aligned} e'_1 &= e_1 - e_2 - e_3 - 2e_4 \\ e'_2 &= -e_1 + 2e_3 + e_4 \\ e'_3 &= -e_2 \\ e'_4 &= e_3 - 2e_4 \end{aligned}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} 29 & -3 & 8 & 29 \\ 24 & -2 & 7 & 24 \\ -34 & 1 & -13 & -32 \\ -18 & 2 & -5 & -18 \end{pmatrix}$$

$$5) A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 & -1 \\ 2 & 1 & 1 & 1 \\ -3 & 3 & -3 & 0 \\ -4 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad \begin{aligned} e'_1 &= e_1 + e_2 - e_3 - e_4 \\ e'_2 &= -e_1 + 2e_4 \\ e'_3 &= e_2 - 2e_3 \\ e'_4 &= 2e_1 + e_3 - 2e_4 \end{aligned}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} 10 & 6 & 13 & -5 \\ -3 & 4 & 0 & -6 \\ -9 & -6 & -14 & 8 \\ -5 & -3 & -6 & 2 \end{pmatrix}$$

$$6) A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & 1 & -2 \\ -1 & -1 & -3 & 5 \\ 0 & -1 & 0 & 2 \end{pmatrix}, \quad \begin{aligned} e'_1 &= e_1 + e_2 + e_3 - 2e_4 \\ e'_2 &= -e_1 - 2e_3 + 3e_4 \\ e'_3 &= 2e_1 + e_2 + 4e_3 - 4e_4 \\ e'_4 &= 4e_1 + 2e_2 + 7e_3 - 10e_4 \end{aligned}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} 26 & -38 & 50 & 125 \\ -21 & 26 & -33 & -88 \\ -5 & 7 & -15 & -28 \\ -9 & 12 & -13 & -38 \end{pmatrix}$$

$$7) A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 & -2 \\ -1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & -3 & -1 \\ 2 & -1 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad \begin{aligned} e'_1 &= -e_1 + e_2 + e_3 + e_4 \\ e'_2 &= -e_1 + 2e_2 + 2e_3 \\ e'_3 &= e_2 \\ e'_4 &= e_3 \end{aligned}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} 0 & -2 & -1 & 1 \\ 0 & -4 & -2 & -2 \\ 0 & 11 & 6 & 2 \\ -6 & 1 & 4 & 0 \end{pmatrix}$$

$$8) A = \begin{pmatrix} 22 & 12 & 26 & -23 \\ -18 & -10 & -21 & 18 \\ -12 & -6 & -16 & 14 \\ -3 & -1 & -5 & 4 \end{pmatrix}, \quad \begin{aligned} e_1 &= e'_1 - e'_2 - e'_3 \\ e_2 &= e'_1 - 2e'_2 + e'_4 \\ e_3 &= e'_2 - 2e'_3 - 2e'_4 \\ e_4 &= e'_3 + 2e'_4 \end{aligned}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 & -2 \\ 1 & 0 & -1 & 1 \\ -3 & -1 & -1 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$9) A = \begin{pmatrix} 0 & -2 & -8 & 7 \\ -17 & 25 & 45 & -56 \\ -12 & 20 & 31 & -40 \\ -19 & 30 & 51 & -64 \end{pmatrix}, \quad \begin{aligned} e_1 &= e'_1 + e'_2 + e'_3 \\ e_2 &= -e'_1 - 2e'_2 - 2e'_3 + e'_4 \\ e_3 &= -2e'_1 - 3e'_2 - 2e'_3 + 2e'_4 \\ e_4 &= 2e'_1 + 4e'_2 + 3e'_3 - 2e'_4 \end{aligned}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} 1 & 3 & -1 & -2 \\ -2 & -5 & 1 & -2 \\ 1 & 3 & -3 & -1 \\ 0 & -1 & -2 & -1 \end{pmatrix}$$

$$10) A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 2 & 1 \\ -3 & -1 & -3 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad \begin{aligned} e'_1 &= e_1 + e_2 - e_3 - e_4 \\ e'_2 &= e_1 + 2e_2 - 2e_3 \\ e'_3 &= e_2 + 2e_4 \\ e'_4 &= e_3 \end{aligned}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 & 0 \\ -4 & -3 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & -1 & 0 \\ -8 & -5 & 4 & -1 \end{pmatrix}$$

$$11) A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 2 & -1 \\ -3 & 1 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}, \quad \begin{aligned} e'_1 &= -e_1 + e_2 - e_3 - e_4 \\ e'_2 &= e_1 + 2e_3 + 2e_4 \\ e'_3 &= -2e_1 + e_2 - 4e_3 - 2e_4 \\ e'_4 &= -e_3 + 2e_4 \end{aligned}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} 19 & -46 & 65 & -7 \\ -26 & 58 & -90 & 0 \\ -22 & 49 & -74 & 3 \\ 13 & -31 & 46 & -2 \end{pmatrix}$$

$$12) A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & 1 & -2 \\ -1 & 3 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & -2 & 2 \end{pmatrix}, \quad \begin{aligned} e'_1 &= e_1 + e_2 - e_3 + e_4 \\ e'_2 &= e_1 \\ e'_3 &= -e_2 + 2e_3 - 2e_4 \\ e'_4 &= 2e_1 + e_3 \end{aligned}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} -9 & -2 & 17 & 0 \\ -1 & 5 & 4 & 9 \\ -6 & -1 & 12 & 1 \\ 4 & -1 & -8 & -3 \end{pmatrix}$$

$$13) A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & -1 & -2 \\ 1 & 1 & 2 & -2 \\ -3 & -1 & -3 & 1 \\ -1 & -1 & 0 & 2 \end{pmatrix}, \quad \begin{aligned} e'_1 &= e_1 - e_2 + e_3 \\ e'_2 &= e_1 + e_4 \\ e'_3 &= 2e_1 - e_2 \\ e'_4 &= 3e_1 - 3e_2 + 2e_3 \end{aligned}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} -11 & -12 & -7 & -30 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & -2 & 3 & -1 \\ 3 & 5 & 1 & 9 \end{pmatrix}$$

$$14) A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 & -1 \\ -1 & 3 & -3 & 5 \\ 0 & -1 & -3 & -1 \end{pmatrix}, \quad \begin{aligned} e'_1 &= e_1 - e_2 - e_3 - 2e_4 \\ e'_2 &= -e_1 + 2e_2 + 3e_4 \\ e'_3 &= -e_2 + 2e_3 \\ e'_4 &= -e_1 - e_2 + 4e_3 \end{aligned}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} -33 & 100 & -65 & -116 \\ -20 & 65 & -45 & -81 \\ 0 & 5 & -7 & -13 \\ -11 & 28 & -15 & -26 \end{pmatrix}$$

$$15) A = \begin{pmatrix} -6 & 11 & 19 & 11 \\ 10 & 9 & -16 & -40 \\ -10 & -4 & 19 & 36 \\ 3 & 8 & -2 & -17 \end{pmatrix}, \quad \begin{aligned} e_1 &= -e'_1 + e'_2 + e'_3 + e'_4 \\ e_2 &= e'_1 - 2e'_2 - 2e'_3 \\ e_3 &= 2e'_1 - 3e'_2 - 4e'_3 - 2e'_4 \\ e_4 &= e'_1 - e'_2 - 2e'_3 - 3e'_4 \end{aligned}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} 2 & 3 & -1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 & -1 \\ 1 & 3 & 1 & 5 \\ -1 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$16) A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 & 1 \\ -2 & 1 & -1 & -2 \\ 1 & 3 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & -2 & 2 \end{pmatrix}, \quad \begin{aligned} e'_1 &= e_1 - e_2 + e_3 - e_4 \\ e'_2 &= e_1 \\ e'_3 &= e_2 \\ e'_4 &= -2e_1 - e_3 + 2e_4 \end{aligned}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} -5 & 4 & 5 & 0 \\ 2 & 4 & -2 & -1 \\ -7 & 2 & 6 & 1 \\ -3 & 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$17) A = \begin{pmatrix} -15 & 24 & -29 & -31 \\ 11 & -17 & 22 & 26 \\ 7 & -20 & 18 & 26 \\ 7 & -3 & 10 & 6 \end{pmatrix}, \quad \begin{aligned} e_1 &= -e'_1 - e'_2 - e'_3 - e'_4 \\ e_2 &= e'_1 + 2e'_3 + 2e'_4 \\ e_3 &= -2e'_1 - e'_2 - 2e'_3 - 2e'_4 \\ e_4 &= -2e'_1 - 3e'_3 - 2e'_4 \end{aligned}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & 1 \\ -2 & -5 & 1 & -2 \\ -1 & 3 & -3 & -1 \\ -4 & -1 & -3 & -1 \end{pmatrix}$$

$$18) A = \begin{pmatrix} -15 & -5 & -22 & -28 \\ 10 & 1 & 23 & 33 \\ -6 & 0 & -17 & -25 \\ 8 & 2 & 17 & 23 \end{pmatrix}, \quad \begin{aligned} e_1 &= -e'_1 + e'_2 + e'_3 \\ e_2 &= -e'_1 + e'_4 \\ e_3 &= -2e'_1 + e'_2 + 2e'_3 \\ e_4 &= -2e'_1 + 2e'_2 + 3e'_3 - 2e'_4 \end{aligned}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} 1 & 3 & -1 & 1 \\ -1 & -5 & -1 & -2 \\ -1 & -1 & -3 & 0 \\ 2 & -1 & -3 & -1 \end{pmatrix}$$

$$19) A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & -1 \\ 2 & 0 & 2 & -2 \\ -3 & 1 & -3 & 5 \\ 0 & 1 & -2 & 2 \end{pmatrix}, \quad \begin{aligned} e'_1 &= e_1 + e_2 - e_3 + e_4 \\ e'_2 &= e_1 \\ e'_3 &= 2e_1 + e_2 + 2e_4 \\ e'_4 &= 3e_1 + 3e_2 - 2e_3 + 5e_4 \end{aligned}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} -12 & 5 & -5 & -41 \\ -1 & -1 & -6 & -8 \\ 1 & 0 & 5 & 9 \\ 3 & -1 & 0 & 8 \end{pmatrix}$$

$$20) A = \begin{pmatrix} 11 & -20 & -33 & -58 \\ -25 & 33 & 58 & 105 \\ 5 & -2 & -4 & -12 \\ 7 & -13 & -22 & -37 \end{pmatrix}, \quad \begin{aligned} e_1 &= e'_1 + e'_2 + e'_3 - e'_4 \\ e_2 &= -e'_1 - 2e'_2 + 2e'_4 \\ e_3 &= -2e'_1 - 3e'_2 + 4e'_4 \\ e_4 &= -4e'_1 - 6e'_2 - e'_3 + 6e'_4 \end{aligned}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 & 1 \\ 2 & -1 & 2 & -1 \\ -1 & 3 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

$$21) A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 6 \\ -4 & -18 & 11 & -37 \\ 2 & -4 & -1 & -8 \\ 4 & 11 & -9 & 21 \end{pmatrix}, \quad \begin{aligned} e_1 &= -e'_1 + e'_2 - e'_3 \\ e_2 &= -e'_1 - 2e'_3 + e'_4 \\ e_3 &= 2e'_1 - e'_2 + 2e'_3 \\ e_4 &= -e'_1 - e'_2 - 2e'_3 + 2e'_4 \end{aligned}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} 1 & 3 & -1 & -2 \\ 2 & -1 & 2 & -1 \\ -3 & 1 & 1 & 5 \\ -4 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$22) A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & -1 & -2 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \\ -1 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -3 & -1 \end{pmatrix}, \quad \begin{aligned} e'_1 &= -e_1 - e_2 + e_3 \\ e'_2 &= -e_1 - e_4 \\ e'_3 &= -2e_1 - e_2 + 2e_3 \\ e'_4 &= e_1 - e_2 \end{aligned}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} 3 & -1 & 3 & 0 \\ 4 & -1 & 7 & 1 \\ -1 & 1 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$23) A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & -1 & -1 \\ 2 & 1 & 2 & -1 \\ -3 & 1 & -1 & 5 \\ -4 & 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad \begin{aligned} e'_1 &= -e_1 - e_2 + e_3 + 2e_4 \\ e'_2 &= -e_1 + 3e_4 \\ e'_3 &= e_2 - 2e_3 + 2e_4 \\ e'_4 &= -e_1 + e_2 - 2e_3 + 4e_4 \end{aligned}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} -5 & -8 & -3 & -8 \\ 1 & 17 & 21 & 33 \\ -20 & -9 & 13 & 7 \\ 12 & -4 & -21 & -24 \end{pmatrix}$$

$$24) A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 & -1 \\ -2 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & 1 & 1 & -1 \\ -4 & 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}, \quad \begin{aligned} e'_1 &= e_1 + e_2 - e_3 - 2e_4 \\ e'_2 &= -e_1 + e_4 \\ e'_3 &= -e_2 + 2e_3 \\ e'_4 &= e_1 + e_2 - 2e_3 - 2e_4 \end{aligned}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 2 \\ -6 & 3 & 1 & -7 \\ -2 & -1 & 1 & -3 \\ -3 & -2 & 1 & -4 \end{pmatrix}$$

$$25) A = \begin{pmatrix} 21 & 11 & -2 & 43 \\ 10 & 6 & -1 & 20 \\ 11 & 7 & 0 & 23 \\ -14 & -7 & 1 & -28 \end{pmatrix}, \quad \begin{aligned} e_1 &= e'_1 + e'_2 - e'_3 - 2e'_4 \\ e_2 &= e'_1 - e'_4 \\ e_3 &= e'_2 \\ e_4 &= 2e'_1 + 2e'_2 - e'_3 - 4e'_4 \end{aligned}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & -2 \\ 2 & 0 & 2 & -2 \\ 1 & 1 & -1 & 5 \\ -1 & 1 & -2 & -1 \end{pmatrix}$$

$$26) A = \begin{pmatrix} -7 & -17 & -33 & -39 \\ 13 & 24 & 48 & 52 \\ 10 & 19 & 38 & 42 \\ -13 & -24 & -48 & -52 \end{pmatrix}, \quad \begin{aligned} e_1 &= e'_1 - e'_2 + e'_3 - e'_4 \\ e_2 &= e'_1 + 2e'_3 - 2e'_4 \\ e_3 &= 2e'_1 - e'_2 + 4e'_3 - 4e'_4 \\ e_4 &= 2e'_1 + 5e'_3 - 4e'_4 \end{aligned}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 & 1 \\ -2 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 & 5 \\ -1 & 1 & -3 & 2 \end{pmatrix}$$

$$27) A = \begin{pmatrix} 4 & -7 & -10 & 1 \\ 0 & 18 & 23 & 6 \\ 3 & -15 & -20 & -3 \\ -9 & 7 & 11 & -4 \end{pmatrix}, \quad \begin{aligned} e_1 &= -e'_1 + e'_2 - e'_3 + 2e'_4 \\ e_2 &= e'_1 - 2e'_2 - e'_4 \\ e_3 &= 2e'_1 - 3e'_2 - 2e'_4 \\ e_4 &= -e'_3 \end{aligned}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & -3 & 1 \\ -1 & 1 & -2 & -1 \end{pmatrix}$$

$$28) A = \begin{pmatrix} 18 & -30 & -13 & 26 \\ 17 & -28 & -12 & 25 \\ -1 & -1 & -8 & 13 \\ 4 & -7 & -6 & 11 \end{pmatrix}, \quad \begin{aligned} e_1 &= -e'_1 + e'_2 + e'_3 + e'_4 \\ e_2 &= e'_1 - 2e'_2 - 2e'_4 \\ e_3 &= -e'_2 + 2e'_3 - 2e'_4 \\ e_4 &= 2e'_2 - 3e'_3 + 4e'_4 \end{aligned}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 & 1 \\ -1 & -5 & -1 & -2 \\ -3 & 3 & -3 & 1 \\ -4 & -1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$29) A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & 2 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \\ -4 & -1 & -3 & -1 \end{pmatrix}, \quad \begin{aligned} e'_1 &= -e_1 + e_2 + e_3 + 2e_4 \\ e'_2 &= -e_1 + 2e_3 + e_4 \\ e'_3 &= e_2 + 2e_4 \\ e'_4 &= 2e_1 - 2e_2 - 3e_3 - 4e_4 \end{aligned}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} 18 & 10 & 10 & -34 \\ -2 & -11 & 3 & 11 \\ -8 & -12 & -3 & 22 \\ 5 & -3 & 5 & -5 \end{pmatrix}$$

$$30) A = \begin{pmatrix} 1 & -4 & -5 & 2 \\ 4 & 1 & -8 & -1 \\ -1 & -2 & 0 & 1 \\ 7 & 1 & -12 & 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{aligned} e_1 &= -e'_1 + e'_2 + e'_3 - e'_4 \\ e_2 &= e'_1 \\ e_3 &= 2e'_1 - e'_2 - 2e'_3 + 2e'_4 \\ e_4 &= -e'_3 \end{aligned}$$

$$\checkmark \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & -2 \\ -2 & -1 & -1 & -2 \\ -1 & -1 & 1 & 5 \\ 0 & -1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

Задача 94. Найти матрицу S , трансформирующую матрицу A к диагональному виду D , и найти этот вид:

$$1) A = \begin{pmatrix} 5 & 4 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$$

$$2) A = \begin{pmatrix} -33 & -105 \\ 10 & 32 \end{pmatrix}$$

$$3) A = \begin{pmatrix} -15 & -40 \\ 8 & 21 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark S = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} \quad \checkmark S = \begin{pmatrix} -7 & -3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \quad \checkmark S = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 5 \end{pmatrix}$$

$$4) A = \begin{pmatrix} 9 & 14 \\ -7 & -12 \end{pmatrix}$$

$$5) A = \begin{pmatrix} 6 & 18 \\ -3 & -9 \end{pmatrix}$$

$$6) A = \begin{pmatrix} 7 & 15 \\ -2 & -4 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark S = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} -5 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \quad \checkmark S = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \checkmark S = \begin{pmatrix} -5 & 3 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$$

$$7) A = \begin{pmatrix} -2 & -12 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}$$

$$8) A = \begin{pmatrix} -5 & -12 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark S = \begin{pmatrix} -4 & 3 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \quad \checkmark S = \begin{pmatrix} -4 & 3 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$9) A = \begin{pmatrix} -26 & -60 \\ 12 & 28 \end{pmatrix}$$

$$10) A = \begin{pmatrix} -15 & 42 \\ -4 & 11 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark S = \begin{pmatrix} -5 & -2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix} \quad \checkmark S = \begin{pmatrix} 7 & -3 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$11) A = \begin{pmatrix} -13 & -30 \\ 6 & 14 \end{pmatrix}$$

$$12) A = \begin{pmatrix} 6 & -6 \\ 3 & -3 \end{pmatrix}$$

$$13) A = \begin{pmatrix} 6 & 4 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark S = \begin{pmatrix} -5 & -2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \quad \checkmark S = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} \quad \checkmark S = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$$

$$14) A = \begin{pmatrix} 9 & 18 \\ -6 & -12 \end{pmatrix}$$

$$15) A = \begin{pmatrix} -16 & 60 \\ -5 & 19 \end{pmatrix}$$

$$16) A = \begin{pmatrix} -27 & 60 \\ -12 & 27 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark S = \begin{pmatrix} -3 & -2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \checkmark S = \begin{pmatrix} 4 & -3 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix} \quad \checkmark S = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$$

$$17) A = \begin{pmatrix} -6 & -10 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$$

$$18) A = \begin{pmatrix} -10 & -24 \\ 4 & 10 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark S = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad \checkmark S = \begin{pmatrix} -3 & 2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$$

$$19) A = \begin{pmatrix} 9 & -18 \\ 6 & -12 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark S = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$20) A = \begin{pmatrix} -21 & 72 \\ -6 & 21 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark S = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$$

$$21) A = \begin{pmatrix} -31 & 105 \\ -10 & 34 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark S = \begin{pmatrix} -7 & -3 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$$

$$22) A = \begin{pmatrix} 11 & -18 \\ 6 & -10 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark S = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$$

$$23) A = \begin{pmatrix} -29 & -96 \\ 8 & 27 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark S = \begin{pmatrix} -4 & 3 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} -5 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$$

$$24) A = \begin{pmatrix} -16 & 63 \\ -6 & 23 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark S = \begin{pmatrix} 7 & -3 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 5 \end{pmatrix}$$

$$25) A = \begin{pmatrix} -3 & 12 \\ -2 & 7 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark S = \begin{pmatrix} -3 & -2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$$

$$26) A = \begin{pmatrix} -15 & -42 \\ 4 & 11 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark S = \begin{pmatrix} 7 & -3 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$27) A = \begin{pmatrix} 13 & 30 \\ -4 & -9 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark S = \begin{pmatrix} -5 & -3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$$

$$28) A = \begin{pmatrix} 43 & -120 \\ 16 & -45 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark S = \begin{pmatrix} -5 & 3 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} -5 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$$

$$29) A = \begin{pmatrix} 7 & -18 \\ 6 & -14 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark S = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} -5 & 0 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$$

$$30) A = \begin{pmatrix} -20 & -50 \\ 10 & 25 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark S = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 5 \end{pmatrix}$$

Задача 95. Найти матрицу S , трансформирующую матрицу A к диагональному виду D , и найти этот вид:

$$1) A = \begin{pmatrix} -2 & -1 & -1 \\ 5 & 4 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark S = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -2 & -3 \\ 0 & -1 & -1 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

$$2) A = \begin{pmatrix} -7 & 0 & -3 \\ -9 & 2 & -3 \\ 18 & 0 & 8 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark S = \begin{pmatrix} -1 & 1 & -2 \\ -1 & 0 & -1 \\ 2 & -3 & 6 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

$$3) A = \begin{pmatrix} -7 & 4 & -5 \\ -4 & 1 & -4 \\ 2 & -2 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark S = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -3 \\ 1 & 0 & -2 \\ 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} -3 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$4) A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 3 & -4 & 3 \\ 4 & -6 & 4 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark S = \begin{pmatrix} -1 & -1 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & -1 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

$$5) A = \begin{pmatrix} 1 & 12 & -10 \\ 0 & -9 & 8 \\ 0 & -12 & 11 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark S = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 3 \\ 1 & 0 & -2 \\ 1 & 0 & -3 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

$$6) A = \begin{pmatrix} -6 & -5 & 2 \\ 10 & 9 & -4 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark S = \begin{pmatrix} -1 & 1 & -2 \\ 1 & -2 & 4 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

$$7) A = \begin{pmatrix} -3 & 2 & 1 \\ -4 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark S = \begin{pmatrix} -1 & -1 & 1 \\ -1 & -2 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$8) A = \begin{pmatrix} 0 & 3 & -2 \\ 0 & -3 & 2 \\ 0 & -3 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark S = \begin{pmatrix} -1 & -1 & 3 \\ 1 & 0 & -2 \\ 1 & 0 & -3 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$9) A = \begin{pmatrix} -4 & 0 & -1 \\ 3 & -1 & 1 \\ 6 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark S = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -2 \\ -1 & 0 & 1 \\ -2 & 3 & 6 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$10) A = \begin{pmatrix} 7 & -2 & -5 \\ -4 & 3 & 4 \\ 8 & -2 & -6 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark S = \begin{pmatrix} -1 & 1 & -2 \\ 1 & 0 & 1 \\ -2 & 1 & -2 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

$$11) A = \begin{pmatrix} 0 & -3 & 6 \\ 0 & 3 & -6 \\ 0 & 3 & -6 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark S = \begin{pmatrix} -1 & -1 & 3 \\ 1 & 0 & -2 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} -3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$13) A = \begin{pmatrix} -10 & 7 & 6 \\ -10 & 7 & 8 \\ 1 & -1 & -3 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark S = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 4 \\ 1 & -2 & 6 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} -3 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$15) A = \begin{pmatrix} -8 & 7 & 8 \\ -6 & 5 & 6 \\ -4 & 4 & 4 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark S = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 1 & 0 & 2 \\ 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

$$17) A = \begin{pmatrix} 20 & 9 & -7 \\ -18 & -9 & 6 \\ 42 & 18 & -15 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark S = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -3 \\ -1 & 0 & 2 \\ 2 & -3 & -6 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} -3 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$19) A = \begin{pmatrix} -8 & -2 & -4 \\ -8 & -2 & -4 \\ 16 & 4 & 8 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark S = \begin{pmatrix} -1 & -1 & 4 \\ -1 & -2 & 6 \\ 2 & 3 & -11 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$21) A = \begin{pmatrix} -4 & -1 & -2 \\ 16 & 7 & 8 \\ -2 & -2 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark S = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 2 \\ -1 & 2 & -1 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

$$23) A = \begin{pmatrix} -12 & -3 & -3 \\ 27 & 6 & 9 \\ 9 & 3 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark S = \begin{pmatrix} -1 & 1 & -1 \\ 1 & -2 & 3 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} -3 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$25) A = \begin{pmatrix} -7 & -4 & 4 \\ 0 & -3 & 0 \\ -6 & -6 & 3 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark S = \begin{pmatrix} -1 & 1 & -2 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -3 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} -3 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$27) A = \begin{pmatrix} -4 & -3 & -4 \\ -2 & -9 & -8 \\ 2 & 9 & 8 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark S = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 1 & 2 & -4 \\ -1 & -2 & 5 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} -3 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$12) A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \\ 6 & -2 & -3 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark S = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$14) A = \begin{pmatrix} -14 & -4 & 4 \\ 0 & -2 & 0 \\ -42 & -14 & 12 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark S = \begin{pmatrix} -1 & 1 & -2 \\ 1 & 0 & 0 \\ -2 & 3 & -7 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$16) A = \begin{pmatrix} 24 & -9 & 9 \\ 36 & -15 & 12 \\ -36 & 12 & -15 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark S = \begin{pmatrix} -1 & 1 & -3 \\ -1 & 2 & -4 \\ 2 & -1 & 4 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} -3 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$18) A = \begin{pmatrix} -18 & -15 & 14 \\ 22 & 19 & -20 \\ 3 & 3 & -5 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark S = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -4 \\ -1 & -2 & 6 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} -3 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$20) A = \begin{pmatrix} -4 & 2 & -1 \\ -2 & 0 & -1 \\ -2 & 2 & -3 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark S = \begin{pmatrix} -1 & 1 & -1 \\ -1 & 2 & -3 \\ -1 & 2 & -4 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} -3 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

$$22) A = \begin{pmatrix} -13 & -4 & 6 \\ 16 & 5 & -8 \\ -12 & -4 & 5 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark S = \begin{pmatrix} -1 & -1 & -1 \\ 1 & 0 & 2 \\ -1 & -2 & -1 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} -3 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$24) A = \begin{pmatrix} -7 & -4 & 2 \\ 12 & 7 & -4 \\ -6 & -3 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark S = \begin{pmatrix} -1 & -1 & -2 \\ 1 & 2 & 4 \\ -1 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

$$26) A = \begin{pmatrix} 15 & 9 & 7 \\ -12 & -7 & -6 \\ -14 & -9 & -6 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark S = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ -1 & 0 & -2 \\ -1 & 2 & -3 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

$$28) A = \begin{pmatrix} 2 & -2 & -1 \\ 6 & -4 & -3 \\ -6 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark S = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & -1 \\ -1 & 2 & 2 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

$$29) A = \begin{pmatrix} -8 & 2 & 3 \\ -8 & 1 & 4 \\ -6 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark S = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 2 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} -3 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$30) A = \begin{pmatrix} -1 & 8 & -6 \\ 0 & -7 & 4 \\ 0 & -8 & 5 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark S = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 \\ -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 2 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} -3 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Задача 96. Найти матрицу S , трансформирующую матрицу A к диагональному виду D , и найти этот вид:

$$1) A = \begin{pmatrix} -13 & 12 & -6 & 6 \\ -16 & 17 & -10 & 8 \\ -18 & 18 & -10 & 9 \\ -16 & 12 & -4 & 7 \end{pmatrix}$$

$$2) A = \begin{pmatrix} 19 & -12 & 6 & 3 \\ 18 & -11 & 6 & 3 \\ -18 & 12 & -5 & -3 \\ -18 & 12 & -6 & -2 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark S = \begin{pmatrix} -1 & -1 & 0 & 2 \\ -1 & -2 & -1 & 2 \\ -1 & -2 & 0 & 3 \\ -1 & 0 & 2 & 4 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark S = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & -2 & 2 & 1 \\ -1 & -2 & 4 & -2 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} -2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$3) A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 & 2 \\ -12 & 5 & -2 & 4 \\ -12 & 6 & -6 & 1 \\ 0 & 0 & 4 & 3 \end{pmatrix}$$

$$4) A = \begin{pmatrix} -4 & 2 & 4 & -1 \\ 10 & -3 & -8 & 4 \\ -12 & 4 & 10 & -5 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark S = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 & -2 \\ 1 & 0 & -1 & -2 \\ -1 & -2 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & -4 & -4 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark S = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 & 2 \\ -1 & -2 & 3 & -4 \\ 1 & 2 & -4 & 5 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

$$5) A = \begin{pmatrix} -5 & 2 & 0 & -1 \\ -2 & 0 & 0 & 0 \\ -6 & 0 & 2 & -2 \\ 8 & -4 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

$$6) A = \begin{pmatrix} -5 & 6 & 0 & -3 \\ -6 & 7 & 0 & -3 \\ -6 & 6 & 1 & -3 \\ -6 & 6 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark S = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 2 & 0 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} -2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark S = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 0 \\ 1 & 2 & 3 & 0 \\ 1 & 0 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 2 & 0 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} -2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$7) A = \begin{pmatrix} -39 & 20 & -10 & 7 \\ -48 & 25 & -12 & 9 \\ 36 & -18 & 10 & -6 \\ -32 & 16 & -8 & 6 \end{pmatrix}$$

$$8) A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 0 & 2 \\ 0 & -4 & 2 & 1 \\ 0 & -4 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark S = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -2 & -4 \\ 1 & -2 & -3 & -6 \\ -1 & 0 & 2 & 3 \\ 1 & 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} -2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark S = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 1 & 0 \\ 1 & -2 & 2 & -1 \\ 1 & -2 & 2 & 0 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

$$9) A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -6 & 6 \\ 0 & 0 & 2 & -3 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark S = \begin{pmatrix} -1 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & -2 \\ -1 & -2 & 0 & 1 \\ -1 & -2 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

$$10) A = \begin{pmatrix} -9 & 8 & 4 & -4 \\ -4 & 1 & 0 & -2 \\ 4 & 0 & 1 & 2 \\ 16 & -16 & -8 & 7 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark S = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 & -2 \\ -1 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 & -1 \\ 1 & -2 & 0 & 4 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$11) A = \begin{pmatrix} 2 & -2 & -2 & -1 \\ -2 & 1 & 0 & 0 \\ 6 & -6 & -4 & -3 \\ -2 & 4 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark S = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 2 & -2 & 2 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

$$12) A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -13 & -6 & 6 \\ 0 & 6 & 2 & -3 \\ 0 & -24 & -12 & 11 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark S = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & 1 & 2 \\ 1 & -2 & 0 & -1 \\ -1 & 2 & 2 & 4 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

$$13) A = \begin{pmatrix} -3 & 0 & 0 & -1 \\ -2 & 0 & 2 & -2 \\ -6 & 0 & 1 & -3 \\ 2 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark S = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & 1 & -2 \\ 1 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 2 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} -2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$14) A = \begin{pmatrix} -9 & -8 & -4 & 4 \\ 12 & 13 & 8 & -6 \\ -12 & -12 & -7 & 6 \\ -8 & -4 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark S = \begin{pmatrix} -1 & -1 & 0 & 2 \\ 1 & 2 & 1 & -4 \\ -1 & -2 & 0 & 3 \\ -1 & 0 & 2 & 0 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$15) A = \begin{pmatrix} -3 & 2 & 2 & 1 \\ -2 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & -1 & -1 \\ -2 & 0 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark S = \begin{pmatrix} -1 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & -2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & -2 & -1 \\ -1 & -2 & 2 & 2 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} -2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$16) A = \begin{pmatrix} 11 & 0 & 6 & 6 \\ -16 & 1 & -10 & -8 \\ -18 & 0 & -10 & -9 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark S = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 & 2 \\ 1 & -2 & -1 & -2 \\ 1 & -2 & 0 & -3 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

$$17) A = \begin{pmatrix} 7 & -8 & -4 & -4 \\ 16 & -15 & -8 & -6 \\ -4 & 0 & 1 & -2 \\ -16 & 16 & 8 & 7 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark S = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 2 \\ 1 & 2 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & -2 & 3 \\ -1 & -2 & 0 & -4 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$18) A = \begin{pmatrix} -10 & -2 & -6 & -5 \\ -4 & -3 & -4 & -2 \\ 2 & 4 & 4 & 1 \\ 22 & 0 & 10 & 11 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark S = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 & -2 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -2 & -1 \\ 1 & -2 & 2 & 6 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

$$19) A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 0 & -1 \\ 2 & 4 & 2 & -3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark S = \begin{pmatrix} -1 & -1 & -2 & 4 \\ 1 & 0 & 1 & -2 \\ 1 & 2 & 2 & -5 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

$$20) A = \begin{pmatrix} -11 & -6 & -6 & -3 \\ 12 & 7 & 6 & 3 \\ 12 & 6 & 7 & 3 \\ -12 & -6 & -6 & -2 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark S = \begin{pmatrix} -1 & -1 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & -1 & -2 \\ 1 & 2 & 0 & -3 \\ -1 & 0 & 2 & 2 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} -2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$21) A = \begin{pmatrix} 15 & -4 & -4 & -8 \\ 24 & -7 & -6 & -12 \\ 26 & -8 & -6 & -13 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark S = \begin{pmatrix} -1 & 1 & -2 & -4 \\ -1 & 2 & -3 & -6 \\ -1 & 2 & -4 & -7 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

$$22) A = \begin{pmatrix} -15 & -14 & -6 & -7 \\ 26 & 24 & 12 & 12 \\ 8 & 8 & 2 & 4 \\ -26 & -24 & -12 & -12 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark S = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & -2 \\ -1 & -2 & 1 & 4 \\ -1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & -2 & -4 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} -2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

$$23) A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 & -1 \\ 0 & -5 & 0 & 3 \\ 0 & 8 & 2 & -4 \\ 0 & -6 & 0 & 4 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark S = \begin{pmatrix} -1 & -1 & -2 & -2 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 2 & 0 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} -2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

$$24) A = \begin{pmatrix} -11 & 0 & 6 & -3 \\ -12 & 1 & 6 & -3 \\ -12 & 0 & 7 & -3 \\ 12 & 0 & -6 & 4 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark S = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 & 2 \\ 1 & 2 & -3 & 2 \\ 1 & 2 & -4 & 3 \\ -1 & 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} -2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$25) A = \begin{pmatrix} 15 & 2 & 8 & 11 \\ 8 & 0 & 4 & 6 \\ -26 & -4 & -14 & -18 \\ 0 & 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark S = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 & 4 \\ 1 & 0 & 1 & 2 \\ -1 & 2 & -4 & -7 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} -2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

$$26) A = \begin{pmatrix} 7 & -6 & 0 & -3 \\ 10 & -5 & -2 & -5 \\ 12 & -6 & -2 & -6 \\ -2 & -6 & 4 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark S = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & -2 & 3 \\ 1 & 2 & 2 & -4 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} -2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

$$27) A = \begin{pmatrix} -13 & 12 & 6 & -6 \\ -16 & 13 & 6 & -8 \\ 14 & -10 & -4 & 7 \\ 12 & -12 & -6 & 5 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark S = \begin{pmatrix} -1 & -1 & 0 & 2 \\ -1 & -2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & -2 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

$$28) A = \begin{pmatrix} -1 & -4 & 0 & -4 \\ 0 & -7 & 0 & -6 \\ 0 & -8 & 1 & -6 \\ 0 & 8 & 0 & 7 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark S = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 & 0 \\ 1 & -2 & 3 & 0 \\ 1 & -2 & 4 & -1 \\ -1 & 2 & -4 & 0 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$29) A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 0 & 1 \\ -4 & -7 & -2 & -4 \\ 4 & 2 & 2 & 1 \\ 8 & 12 & 4 & 7 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark S = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & -2 \\ 1 & -2 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 2 & 4 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

$$30) A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & -3 \\ 0 & 0 & 1 & -3 \\ 0 & 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark S = \begin{pmatrix} -1 & -1 & 0 & 2 \\ 1 & 2 & 1 & -4 \\ 1 & 0 & -2 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} -2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Задача 97. Найти матрицу S , трансформирующую матрицу A к жордановой нормальной форме J , и найти эту форму:

1) $A = \begin{pmatrix} -13 & -25 \\ 4 & 7 \end{pmatrix}$

2) $A = \begin{pmatrix} -3 & -4 \\ 1 & -7 \end{pmatrix}$

✓ $S = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}, J = \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 0 & -3 \end{pmatrix}$

✓ $S = \begin{pmatrix} -2 & -3 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}, J = \begin{pmatrix} -5 & 1 \\ 0 & -5 \end{pmatrix}$

3) $A = \begin{pmatrix} -6 & -1 \\ 1 & -4 \end{pmatrix}$

4) $A = \begin{pmatrix} -1 & 4 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$

5) $A = \begin{pmatrix} -13 & 49 \\ -4 & 15 \end{pmatrix}$

✓ $S = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, J = \begin{pmatrix} -5 & 1 \\ 0 & -5 \end{pmatrix}$

✓ $S = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, J = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

✓ $S = \begin{pmatrix} -7 & -3 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}, J = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

6) $A = \begin{pmatrix} 7 & -16 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$

7) $A = \begin{pmatrix} -3 & 16 \\ -1 & 5 \end{pmatrix}$

8) $A = \begin{pmatrix} -11 & -25 \\ 4 & 9 \end{pmatrix}$

✓ $S = \begin{pmatrix} -4 & 3 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}, J = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$

✓ $S = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, J = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

✓ $S = \begin{pmatrix} -5 & 3 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}, J = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$

9) $A = \begin{pmatrix} -4 & 4 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$

10) $A = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}$

11) $A = \begin{pmatrix} -3 & -4 \\ 1 & -7 \end{pmatrix}$

✓ $S = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, J = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$

✓ $S = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}, J = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$

✓ $S = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, J = \begin{pmatrix} -5 & 1 \\ 0 & -5 \end{pmatrix}$

12) $A = \begin{pmatrix} -12 & -25 \\ 4 & 8 \end{pmatrix}$

13) $A = \begin{pmatrix} -7 & 9 \\ -4 & 5 \end{pmatrix}$

✓ $S = \begin{pmatrix} 5 & -3 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}, J = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$

✓ $S = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}, J = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$

14) $A = \begin{pmatrix} 3 & 16 \\ -1 & -5 \end{pmatrix}$

15) $A = \begin{pmatrix} 16 & 49 \\ -4 & -12 \end{pmatrix}$

✓ $S = \begin{pmatrix} -4 & 3 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, J = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$

✓ $S = \begin{pmatrix} -7 & 3 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}, J = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$

16) $A = \begin{pmatrix} 7 & 9 \\ -4 & -5 \end{pmatrix}$

17) $A = \begin{pmatrix} -5 & -4 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$

✓ $S = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}, J = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

✓ $S = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}, J = \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 0 & -3 \end{pmatrix}$

18) $A = \begin{pmatrix} -5 & 9 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$

19) $A = \begin{pmatrix} -13 & 25 \\ -4 & 7 \end{pmatrix}$

✓ $S = \begin{pmatrix} -3 & -2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}, J = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$

✓ $S = \begin{pmatrix} -5 & 3 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}, J = \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 0 & -3 \end{pmatrix}$

20) $A = \begin{pmatrix} -2 & -1 \\ 1 & -4 \end{pmatrix}$

21) $A = \begin{pmatrix} -3 & -1 \\ 1 & -5 \end{pmatrix}$

22) $A = \begin{pmatrix} 6 & 4 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$

✓ $S = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, J = \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 0 & -3 \end{pmatrix}$

✓ $S = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, J = \begin{pmatrix} -4 & 1 \\ 0 & -4 \end{pmatrix}$

✓ $S = \begin{pmatrix} -2 & -3 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, J = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$

23) $A = \begin{pmatrix} 4 & -9 \\ 4 & -8 \end{pmatrix}$

24) $A = \begin{pmatrix} -6 & -25 \\ 4 & 14 \end{pmatrix}$

25) $A = \begin{pmatrix} 6 & 9 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$

✓ $S = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, J = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$

✓ $S = \begin{pmatrix} 5 & -3 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}, J = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$

✓ $S = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}, J = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$

26) $A = \begin{pmatrix} -15 & 49 \\ -4 & 13 \end{pmatrix}$

27) $A = \begin{pmatrix} 5 & -1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$

28) $A = \begin{pmatrix} 10 & -9 \\ 4 & -2 \end{pmatrix}$

✓ $S = \begin{pmatrix} -7 & -3 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}, J = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$

✓ $S = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}, J = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$

✓ $S = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, J = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$

29) $A = \begin{pmatrix} 0 & 9 \\ -1 & -6 \end{pmatrix}$

30) $A = \begin{pmatrix} 8 & 9 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$

✓ $S = \begin{pmatrix} -3 & 2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, J = \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 0 & -3 \end{pmatrix}$

✓ $S = \begin{pmatrix} -3 & 2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, J = \begin{pmatrix} 5 & 1 \\ 0 & 5 \end{pmatrix}$

Задача 98. Найти матрицу S , трансформирующую матрицу A к жордановой нормальной форме J , и найти эту форму:

$$1) A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$2) A = \begin{pmatrix} -9 & -3 & -2 \\ 7 & 1 & 2 \\ 14 & 6 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark S = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad J = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark S = \begin{pmatrix} -1 & -1 & -2 \\ 1 & 2 & 4 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad J = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

$$3) A = \begin{pmatrix} 58 & 19 & -18 \\ -31 & -8 & 10 \\ 146 & 50 & -45 \end{pmatrix}$$

$$4) A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -2 \\ -5 & 5 & -3 \\ 1 & 0 & 4 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark S = \begin{pmatrix} -1 & -1 & -4 \\ 1 & 0 & 2 \\ -2 & -3 & -11 \end{pmatrix}, \quad J = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark S = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 1 & -2 & -2 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad J = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

$$5) A = \begin{pmatrix} 0 & -2 & -1 \\ 0 & -2 & -1 \\ 0 & 4 & 2 \end{pmatrix}$$

$$6) A = \begin{pmatrix} 6 & -5 & -6 \\ -11 & 8 & 10 \\ 20 & -16 & -19 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark S = \begin{pmatrix} -1 & -1 & -3 \\ -1 & 0 & -2 \\ 2 & 1 & 4 \end{pmatrix}, \quad J = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark S = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 4 \\ 1 & -2 & -6 \\ -2 & 3 & 11 \end{pmatrix}, \quad J = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -3 \end{pmatrix}$$

$$7) A = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 3 \\ -1 & 2 & 2 \\ -1 & -1 & 5 \end{pmatrix}$$

$$8) A = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 2 \\ 1 & -2 & 2 \\ 1 & -3 & 3 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark S = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -3 \\ 1 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & -2 \end{pmatrix}, \quad J = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark S = \begin{pmatrix} -1 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 3 \end{pmatrix}, \quad J = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$9) A = \begin{pmatrix} -4 & 0 & 1 \\ 5 & -1 & -2 \\ -1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

$$10) A = \begin{pmatrix} -2 & 5 & -6 \\ 1 & -8 & 8 \\ 1 & -6 & 6 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark S = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 2 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}, \quad J = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 0 \\ 0 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark S = \begin{pmatrix} -1 & -1 & 4 \\ 1 & 2 & -6 \\ 1 & 2 & -5 \end{pmatrix}, \quad J = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

$$11) A = \begin{pmatrix} 3 & 4 & -5 \\ -2 & -3 & 3 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$12) A = \begin{pmatrix} -4 & 20 & 19 \\ -1 & 11 & 13 \\ 1 & -8 & -10 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark S = \begin{pmatrix} -1 & 1 & -2 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad J = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark S = \begin{pmatrix} -1 & 1 & -3 \\ -1 & 0 & -2 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad J = \begin{pmatrix} -3 & 1 & 0 \\ 0 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

$$13) A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 1 & 4 & -2 \\ 1 & 5 & -2 \end{pmatrix}$$

$$14) A = \begin{pmatrix} 38 & 11 & 12 \\ -65 & -18 & -22 \\ -55 & -17 & -16 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark S = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 1 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & 3 \end{pmatrix}, \quad J = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark S = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ -1 & -2 & -4 \\ -2 & -1 & -3 \end{pmatrix}, \quad J = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

$$15) A = \begin{pmatrix} -3 & 0 & 1 \\ -7 & 1 & 4 \\ -1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$16) A = \begin{pmatrix} 5 & -3 & 2 \\ 5 & -3 & 2 \\ -5 & 3 & -2 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark S = \begin{pmatrix} -1 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \\ -1 & -2 & 0 \end{pmatrix}, \quad J = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark S = \begin{pmatrix} -1 & -1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 4 \end{pmatrix}, \quad J = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$17) A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 4 & 5 & -1 \\ 4 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$18) A = \begin{pmatrix} -6 & -2 & -3 \\ 3 & 0 & 2 \\ 7 & 3 & 3 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark S = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ -2 & 3 & 4 \end{pmatrix}, \quad J = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark S = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 \\ -1 & 0 & 0 \\ -1 & -2 & 3 \end{pmatrix}, \quad J = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$19) A = \begin{pmatrix} 4 & 0 & -1 \\ -1 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark S = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & -2 \\ 1 & -2 & 1 \end{pmatrix}, \quad J = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

$$21) A = \begin{pmatrix} -8 & 3 & 2 \\ -7 & 1 & 3 \\ -3 & 2 & -2 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark S = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 3 \end{pmatrix}, \quad J = \begin{pmatrix} -3 & 1 & 0 \\ 0 & -3 & 1 \\ 0 & 0 & -3 \end{pmatrix}$$

$$23) A = \begin{pmatrix} 7 & -3 & -4 \\ 19 & -9 & -10 \\ -11 & 6 & 5 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark S = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 4 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad J = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

$$25) A = \begin{pmatrix} -4 & -2 & -1 \\ -2 & 0 & -1 \\ 17 & 7 & 5 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark S = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ -1 & -2 & 3 \\ -2 & -1 & -1 \end{pmatrix}, \quad J = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$27) A = \begin{pmatrix} -4 & -1 & 0 \\ 1 & -1 & -1 \\ 1 & 2 & -4 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark S = \begin{pmatrix} -1 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & 0 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix}, \quad J = \begin{pmatrix} -3 & 1 & 0 \\ 0 & -3 & 1 \\ 0 & 0 & -3 \end{pmatrix}$$

$$29) A = \begin{pmatrix} -2 & 0 & -1 \\ -1 & -1 & 0 \\ 1 & -1 & -3 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark S = \begin{pmatrix} -1 & -1 & -2 \\ -1 & -2 & -4 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad J = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 0 \\ 0 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

$$20) A = \begin{pmatrix} 12 & 8 & -9 \\ 6 & 6 & -5 \\ 20 & 16 & -16 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark S = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 4 \end{pmatrix}, \quad J = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

$$22) A = \begin{pmatrix} 0 & -2 & 1 \\ -1 & 3 & -2 \\ -1 & 5 & -3 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark S = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ -1 & 0 & -1 \\ -2 & 1 & -3 \end{pmatrix}, \quad J = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$24) A = \begin{pmatrix} 18 & -5 & -6 \\ 29 & -8 & -10 \\ 28 & -8 & -9 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark S = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 1 & 2 & -4 \\ 2 & 1 & -3 \end{pmatrix}, \quad J = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$26) A = \begin{pmatrix} 4 & 0 & -1 \\ -1 & 4 & 2 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark S = \begin{pmatrix} -1 & -1 & -2 \\ 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad J = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

$$28) A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 3 & -1 \\ -1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark S = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}, \quad J = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$30) A = \begin{pmatrix} -3 & 0 & 1 \\ 3 & -2 & -2 \\ -5 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark S = \begin{pmatrix} -1 & 1 & -4 \\ 1 & 0 & 2 \\ -2 & 1 & -7 \end{pmatrix}, \quad J = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Задача 99. Найти матрицу S , трансформирующую матрицу A к жордановой нормальной форме J , и найти эту форму:

$$1) A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & -4 & 4 \\ -1 & -4 & 6 & -5 \\ -1 & -2 & 2 & -3 \\ -1 & -2 & 2 & -3 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark S = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 & 2 \\ -1 & 2 & -3 & -2 \\ -1 & 2 & -2 & -1 \\ -1 & 2 & -2 & 0 \end{pmatrix}, \quad J = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$2) A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 2 & 1 \\ -1 & -1 & -1 & 0 \\ -3 & 0 & -3 & -1 \\ -3 & 0 & -2 & -2 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark S = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 0 \\ -1 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & -2 & 1 \\ -1 & -2 & -2 & 0 \end{pmatrix}, \quad J = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$3) A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ -3 & 2 & 0 & 1 \\ -3 & 4 & -2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark S = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 & -2 \\ -1 & 0 & 1 & -2 \\ -1 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 2 & -2 & -2 \end{pmatrix}, \quad J = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$4) A = \begin{pmatrix} -13 & 1 & 6 & 8 \\ 17 & -2 & -8 & -11 \\ -13 & 0 & 6 & 7 \\ -9 & 2 & 4 & 7 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark S = \begin{pmatrix} -1 & -1 & 2 & 4 \\ 1 & 2 & -3 & -6 \\ -1 & 0 & 2 & 3 \\ -1 & -2 & 2 & 4 \end{pmatrix}, \quad J = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

$$5) A = \begin{pmatrix} -3 & -4 & -8 & -3 \\ -1 & -4 & -3 & 0 \\ 1 & 4 & 4 & 1 \\ -1 & -4 & -4 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark S = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 & -2 \\ 1 & 0 & 1 & -2 \\ -1 & 0 & -2 & 3 \\ 1 & 0 & 2 & -4 \end{pmatrix}, \quad J = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$6) A = \begin{pmatrix} -3 & -2 & 4 & 1 \\ -9 & -4 & 9 & 4 \\ -11 & -6 & 12 & 5 \\ 1 & 2 & -2 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark S = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & -2 \\ 1 & 2 & 3 & -2 \\ 1 & 2 & 4 & -3 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad J = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

$$7) A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 & 0 \\ 1 & 2 & -1 & -2 \\ 1 & 0 & 2 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark S = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}, \quad J = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

$$8) A = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark S = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 2 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & -2 & -1 \\ 1 & 0 & 2 & 0 \end{pmatrix}, \quad J = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$9) A = \begin{pmatrix} -3 & -4 & -2 & -1 \\ 5 & 5 & 2 & 2 \\ -5 & -6 & -3 & -2 \\ -1 & 2 & 2 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark S = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 2 & 2 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 2 & 1 \\ 1 & -2 & -4 & -6 \end{pmatrix}, \quad J = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$10) A = \begin{pmatrix} -1 & -2 & 0 & -1 \\ 1 & 2 & 1 & 0 \\ -1 & -2 & -2 & 1 \\ -1 & -2 & -2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark S = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & -2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & -2 & 1 \\ 1 & 2 & -2 & 0 \end{pmatrix}, \quad J = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$11) A = \begin{pmatrix} -6 & -1 & 2 & -2 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & -2 & -3 & 1 \\ 11 & 0 & -6 & 4 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark S = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & -2 \\ -1 & 0 & 2 & 3 \\ 1 & -2 & 2 & 4 \end{pmatrix}, \quad J = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$12) A = \begin{pmatrix} -1 & -1 & 2 & 0 \\ -1 & 0 & -5 & 2 \\ -1 & 2 & -6 & 1 \\ -1 & 2 & -4 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark S = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & 1 & -2 \\ -1 & 2 & 0 & -1 \\ -1 & 2 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad J = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

$$13) A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark S = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 & 0 \\ -1 & 2 & -3 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & -2 & 4 & 0 \end{pmatrix}, \quad J = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$14) A = \begin{pmatrix} 17 & 3 & 10 & 12 \\ 11 & 0 & 6 & 7 \\ -33 & -4 & -19 & -20 \\ 1 & -2 & 0 & -3 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark S = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -2 & 4 \\ 1 & 0 & -1 & 2 \\ -1 & 2 & 4 & -7 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad J = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$15) A = \begin{pmatrix} 1 & -14 & 12 & -3 \\ -1 & -20 & 18 & -5 \\ -1 & -12 & 13 & -2 \\ 1 & 30 & -24 & 9 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark S = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & -4 \\ 1 & 2 & 3 & -6 \\ 1 & 2 & 2 & -5 \\ -1 & -2 & -4 & 8 \end{pmatrix}, \quad J = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$16) A = \begin{pmatrix} -1 & -6 & -2 & 5 \\ -1 & 0 & 1 & -2 \\ 1 & -2 & -2 & 3 \\ -1 & -2 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark S = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -2 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad J = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$17) A = \begin{pmatrix} -3 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & -2 & 1 & 0 \\ -3 & -2 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & -2 & -3 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark S = \begin{pmatrix} -1 & 1 & -2 & 2 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & -2 & 3 \\ 1 & -2 & 2 & -2 \end{pmatrix}, \quad J = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

$$18) A = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 2 & 2 \\ 1 & -1 & 0 & 1 \\ -1 & 2 & -2 & 0 \\ -5 & 6 & -4 & -4 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark S = \begin{pmatrix} -1 & 1 & -2 & -4 \\ -1 & 0 & -1 & -2 \\ -1 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & -2 & 2 & 6 \end{pmatrix}, \quad J = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

$$19) A = \begin{pmatrix} -2 & 6 & 0 & -5 \\ -1 & 3 & 0 & -3 \\ 1 & -2 & 1 & 3 \\ -1 & 2 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark S = \begin{pmatrix} -1 & 1 & -2 & -4 \\ -1 & 0 & -1 & -2 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad J = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$20) A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 1 \\ -5 & 2 & 1 & 2 \\ -1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark S = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 4 & -1 \\ 1 & 2 & 2 & 0 \end{pmatrix}, \quad J = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$21) A = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 4 & 2 \\ -3 & -5 & -3 & -2 \\ 5 & 6 & 3 & 3 \\ -5 & -8 & -6 & -4 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark S = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -2 & -2 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -2 & -1 \\ -1 & 2 & 4 & 4 \end{pmatrix}, \quad J = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$22) A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -2 & -2 \\ -1 & 3 & -5 & -4 \\ -1 & 2 & -3 & -3 \\ 1 & -2 & 4 & 4 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark S = \begin{pmatrix} -1 & -1 & -2 & 2 \\ -1 & -2 & -3 & 2 \\ -1 & -2 & -2 & 1 \\ 1 & 2 & 2 & 0 \end{pmatrix}, \quad J = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$23) A = \begin{pmatrix} -3 & 3 & 0 & -2 \\ -1 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & -4 & 1 \\ -1 & 2 & -2 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark S = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & -1 & 2 \\ -1 & 0 & -2 & 3 \\ -1 & 0 & -2 & 2 \end{pmatrix}, \quad J = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

$$24) A = \begin{pmatrix} 10 & 9 & 4 & -4 \\ -15 & -13 & -7 & 6 \\ -5 & -6 & -1 & 3 \\ -17 & -16 & -8 & 8 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark S = \begin{pmatrix} -1 & 1 & -2 & -2 \\ 1 & -2 & 3 & 4 \\ 1 & 0 & 2 & 1 \\ 1 & -2 & 4 & 6 \end{pmatrix}, \quad J = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$25) A = \begin{pmatrix} -2 & 0 & 0 & -1 \\ 3 & -1 & -1 & 2 \\ -1 & 0 & -1 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark S = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & -1 & -2 \\ 1 & -2 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad J = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$26) A = \begin{pmatrix} -3 & 10 & 8 & -3 \\ -1 & 6 & 4 & -1 \\ 5 & -10 & -6 & 3 \\ 13 & -22 & -16 & 9 \end{pmatrix}$$

$$27) A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 2 & -1 & -2 \\ -1 & 0 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark S = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 4 \\ 1 & 0 & 1 & 2 \\ -1 & 0 & -2 & -3 \\ -1 & -2 & -4 & -8 \end{pmatrix}, \quad J = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark S = \begin{pmatrix} -1 & -1 & 2 & 2 \\ -1 & -2 & 3 & 4 \\ 1 & 0 & -2 & -1 \\ -1 & 0 & 2 & 0 \end{pmatrix}, \quad J = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

$$28) A = \begin{pmatrix} -3 & -2 & 2 & 1 \\ 7 & 4 & -4 & -1 \\ 5 & 2 & -3 & 0 \\ -5 & -2 & 2 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark S = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 & -2 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & -2 & -5 \\ 1 & -2 & 2 & 6 \end{pmatrix}, \quad J = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$29) A = \begin{pmatrix} -5 & 3 & 2 & -2 \\ -3 & 0 & 1 & -2 \\ 1 & 0 & -2 & 1 \\ 1 & -2 & -2 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark S = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 & 0 \\ 1 & -2 & 3 & 0 \\ -1 & 2 & -2 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}, \quad J = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

$$30) A = \begin{pmatrix} 0 & -1 & -2 & -2 \\ 3 & 3 & 4 & 3 \\ -1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark S = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 4 \\ -1 & -2 & -3 & -6 \\ -1 & 0 & -2 & -3 \\ 1 & 0 & 2 & 4 \end{pmatrix}, \quad J = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Задача 100. Найти собственные значения λ_i и соответствующие им базисы собственных векторов L_i линейного оператора, заданного в каноническом базисе пространства $\mathbb{R}_{3,1}$ матрицей A :

$$1) A = \begin{pmatrix} 21 & 48 \\ -8 & -19 \end{pmatrix}$$

$$2) A = \begin{pmatrix} -2 & 10 \\ -2 & 7 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \lambda_1 = -3, L_1 = \left(\begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix} \right), \quad \lambda_2 = 5, L_2 = \left(\begin{bmatrix} 3 \\ -1 \end{bmatrix} \right)$$

$$\checkmark \lambda_1 = 2, L_1 = \left(\begin{bmatrix} 5 \\ 2 \end{bmatrix} \right), \quad \lambda_2 = 3, L_2 = \left(\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} \right)$$

- 3) $A = \begin{pmatrix} 11 & 18 \\ -6 & -10 \end{pmatrix}$
 $\checkmark \lambda_1 = -1, L_1 = \left(\begin{bmatrix} -3 \\ 2 \end{bmatrix} \right), \lambda_2 = 2, L_2 = \left(\begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix} \right)$
- 5) $A = \begin{pmatrix} 33 & 90 \\ -12 & -33 \end{pmatrix}$
 $\checkmark \lambda_1 = -3, L_1 = \left(\begin{bmatrix} -5 \\ 2 \end{bmatrix} \right), \lambda_2 = 3, L_2 = \left(\begin{bmatrix} 3 \\ -1 \end{bmatrix} \right)$
- 8) $A = \begin{pmatrix} 5 & -4 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$
 $\checkmark \lambda_1 = 3, L_1 = \left(\begin{bmatrix} -2 \\ -1 \end{bmatrix} \right)$
- 9) $A = \begin{pmatrix} -7 & -16 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$
 $\checkmark \lambda_1 = -3, L_1 = \left(\begin{bmatrix} 4 \\ -1 \end{bmatrix} \right)$
- 10) $A = \begin{pmatrix} 9 & 8 \\ -4 & -3 \end{pmatrix}$
 $\checkmark \lambda_1 = 1, L_1 = \left(\begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} \right), \lambda_2 = 5, L_2 = \left(\begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix} \right)$
- 11) $A = \begin{pmatrix} 37 & -105 \\ 14 & -40 \end{pmatrix}$
 $\checkmark \lambda_1 = -5, L_1 = \left(\begin{bmatrix} -5 \\ -2 \end{bmatrix} \right), \lambda_2 = 2, L_2 = \left(\begin{bmatrix} 3 \\ 1 \end{bmatrix} \right)$
- 12) $A = \begin{pmatrix} -12 & -49 \\ 4 & 16 \end{pmatrix}$
 $\checkmark \lambda_1 = 2, L_1 = \left(\begin{bmatrix} -7 \\ 2 \end{bmatrix} \right)$
- 13) $A = \begin{pmatrix} 5 & 4 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$
 $\checkmark \lambda_1 = 1, L_1 = \left(\begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix} \right), \lambda_2 = 3, L_2 = \left(\begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix} \right)$
- 14) $A = \begin{pmatrix} 1 & -12 \\ 2 & -9 \end{pmatrix}$
 $\checkmark \lambda_1 = -5, L_1 = \left(\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} \right), \lambda_2 = -3, L_2 = \left(\begin{bmatrix} -3 \\ -1 \end{bmatrix} \right)$
- 15) $A = \begin{pmatrix} -27 & 96 \\ -8 & 29 \end{pmatrix}$
 $\checkmark \lambda_1 = -3, L_1 = \left(\begin{bmatrix} 4 \\ 1 \end{bmatrix} \right), \lambda_2 = 5, L_2 = \left(\begin{bmatrix} 3 \\ 1 \end{bmatrix} \right)$
- 16) $A = \begin{pmatrix} -26 & -84 \\ 7 & 23 \end{pmatrix}$
 $\checkmark \lambda_1 = -5, L_1 = \left(\begin{bmatrix} -4 \\ 1 \end{bmatrix} \right), \lambda_2 = 2, L_2 = \left(\begin{bmatrix} 3 \\ -1 \end{bmatrix} \right)$
- 17) $A = \begin{pmatrix} -44 & 147 \\ -14 & 47 \end{pmatrix}$
 $\checkmark \lambda_1 = -2, L_1 = \left(\begin{bmatrix} -7 \\ -2 \end{bmatrix} \right), \lambda_2 = 5, L_2 = \left(\begin{bmatrix} -3 \\ -1 \end{bmatrix} \right)$
- 18) $A = \begin{pmatrix} -6 & -4 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$
 $\checkmark \lambda_1 = -4, L_1 = \left(\begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix} \right)$
- 19) $A = \begin{pmatrix} -17 & 49 \\ -4 & 11 \end{pmatrix}$
 $\checkmark \lambda_1 = -3, L_1 = \left(\begin{bmatrix} 7 \\ 2 \end{bmatrix} \right)$
- 20) $A = \begin{pmatrix} -19 & -49 \\ 4 & 9 \end{pmatrix}$
 $\checkmark \lambda_1 = -5, L_1 = \left(\begin{bmatrix} -7 \\ 2 \end{bmatrix} \right)$
- 21) $A = \begin{pmatrix} 2 & -16 \\ 1 & -6 \end{pmatrix}$
 $\checkmark \lambda_1 = -2, L_1 = \left(\begin{bmatrix} -4 \\ -1 \end{bmatrix} \right)$
- 22) $A = \begin{pmatrix} -1 & 4 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$
 $\checkmark \lambda_1 = 1, L_1 = \left(\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} \right)$
- 23) $A = \begin{pmatrix} 15 & -20 \\ 10 & -15 \end{pmatrix}$
 $\checkmark \lambda_1 = -5, L_1 = \left(\begin{bmatrix} -1 \\ -1 \end{bmatrix} \right), \lambda_2 = 5, L_2 = \left(\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} \right)$
- 24) $A = \begin{pmatrix} 11 & 18 \\ -6 & -10 \end{pmatrix}$
 $\checkmark \lambda_1 = -1, L_1 = \left(\begin{bmatrix} 3 \\ -2 \end{bmatrix} \right), \lambda_2 = 2, L_2 = \left(\begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix} \right)$
- 25) $A = \begin{pmatrix} -1 & 9 \\ -1 & 5 \end{pmatrix}$
 $\checkmark \lambda_1 = 2, L_1 = \left(\begin{bmatrix} 3 \\ 1 \end{bmatrix} \right)$
- 26) $A = \begin{pmatrix} -7 & -21 \\ 2 & 6 \end{pmatrix}$
 $\checkmark \lambda_1 = -1, L_1 = \left(\begin{bmatrix} 7 \\ -2 \end{bmatrix} \right), \lambda_2 = 0, L_2 = \left(\begin{bmatrix} -3 \\ 1 \end{bmatrix} \right)$
- 27) $A = \begin{pmatrix} -4 & 12 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$
 $\checkmark \lambda_1 = -1, L_1 = \left(\begin{bmatrix} -4 \\ -1 \end{bmatrix} \right), \lambda_2 = 0, L_2 = \left(\begin{bmatrix} -3 \\ -1 \end{bmatrix} \right)$
- 28) $A = \begin{pmatrix} -20 & -63 \\ 6 & 19 \end{pmatrix}$
 $\checkmark \lambda_1 = -2, L_1 = \left(\begin{bmatrix} -7 \\ 2 \end{bmatrix} \right), \lambda_2 = 1, L_2 = \left(\begin{bmatrix} 3 \\ -1 \end{bmatrix} \right)$
- 29) $A = \begin{pmatrix} 5 & -12 \\ 4 & -9 \end{pmatrix}$
 $\checkmark \lambda_1 = -3, L_1 = \left(\begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix} \right), \lambda_2 = -1, L_2 = \left(\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} \right)$
- 30) $A = \begin{pmatrix} 0 & 4 \\ -1 & -4 \end{pmatrix}$
 $\checkmark \lambda_1 = -2, L_1 = \left(\begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix} \right)$

Задача 101. Найти собственные значения λ_i и соответствующие им базисы собственных векторов L_i линейного оператора, заданного в каноническом базисе пространства $\mathbb{R}_{3,1}$ матрицей A :

$$1) A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 3 & 3 & -1 \\ 6 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \lambda_1 = 2, L_1 = \left(\begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ -2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \\ -1 \end{bmatrix} \right), \quad \lambda_2 = 1, L_2 = \left(\begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ -2 \end{bmatrix} \right)$$

$$2) A = \begin{pmatrix} -1 & -4 & 4 \\ 0 & 11 & -12 \\ 0 & 8 & -9 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \lambda_1 = -1, L_1 = \left(\begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ -2 \end{bmatrix} \right), \quad \lambda_2 = 3, L_2 = \left(\begin{bmatrix} -1 \\ 3 \\ 2 \end{bmatrix} \right)$$

$$3) A = \begin{pmatrix} -2 & 2 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & -2 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \lambda_1 = -1, L_1 = \left(\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -3 \\ -4 \\ 5 \end{bmatrix} \right)$$

$$4) A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ -6 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \lambda_1 = -1, L_1 = \left(\begin{bmatrix} -1 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 3 \end{bmatrix} \right), \quad \lambda_2 = 1, L_2 = \left(\begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix} \right)$$

$$5) A = \begin{pmatrix} 3 & -2 & -2 \\ 2 & -1 & -2 \\ 2 & -2 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \lambda_1 = 1, L_1 = \left(\begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ -2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix} \right), \quad \lambda_2 = -1, L_2 = \left(\begin{bmatrix} -1 \\ -1 \\ -1 \end{bmatrix} \right)$$

$$6) A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ -4 & 0 & 2 \\ -2 & -1 & 3 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \lambda_1 = 2, L_1 = \left(\begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 0 \end{bmatrix} \right), \quad \lambda_2 = 1, L_2 = \left(\begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} \right)$$

$$7) A = \begin{pmatrix} 1 & -4 & -4 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \lambda_1 = 1, L_1 = \left(\begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \right), \quad \lambda_2 = 3, L_2 = \left(\begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix} \right)$$

$$8) A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 6 & -2 & 4 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \lambda_1 = 2, L_1 = \left(\begin{bmatrix} -1 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -3 \end{bmatrix} \right), \quad \lambda_2 = 1, L_2 = \left(\begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix} \right)$$

$$9) A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 12 & 6 & 4 \\ -24 & -8 & -6 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \lambda_1 = 2, L_1 = \left(\begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ -2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ -1 \end{bmatrix} \right), \quad \lambda_2 = -2, L_2 = \left(\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ -2 \end{bmatrix} \right)$$

$$10) A = \begin{pmatrix} -2 & 0 & -1 \\ -1 & -3 & 1 \\ 1 & 0 & -4 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \lambda_1 = -3, L_1 = \left(\begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \right)$$

$$11) A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 2 \\ 1 & 0 & -2 \\ -2 & 6 & 7 \end{pmatrix}$$

$$12) A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ -2 & -2 & 1 \\ 4 & 0 & -4 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \lambda_1 = 3, L_1 = \left(\begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ -2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 4 \\ -6 \\ 11 \end{bmatrix} \right) \quad \checkmark \lambda_1 = -2, L_1 = \left(\begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \right)$$

$$\mathbf{13)} \quad A = \begin{pmatrix} 1 & -6 & 5 \\ 1 & 5 & -2 \\ 1 & 6 & -3 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \quad \lambda_1 = 2, \quad L_1 = \left(\begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \right), \quad \lambda_2 = -1, \quad L_2 = \left(\begin{bmatrix} -2 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix} \right)$$

$$\mathbf{14)} \quad A = \begin{pmatrix} 7 & -3 & -2 \\ 5 & -1 & -2 \\ 5 & -3 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \quad \lambda_1 = 2, \quad L_1 = \left(\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ -2 \end{bmatrix} \right)$$

$$\mathbf{15)} \quad A = \begin{pmatrix} -5 & -2 & 1 \\ 3 & 0 & -1 \\ -3 & -2 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \quad \lambda_1 = -2, \quad L_1 = \left(\begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 3 \\ -2 \\ 5 \end{bmatrix} \right)$$

$$\mathbf{16)} \quad A = \begin{pmatrix} -1 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \quad \lambda_1 = 1, \quad L_1 = \left(\begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ -1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix} \right), \quad \lambda_2 = 0, \quad L_2 = \left(\begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \right)$$

$$\mathbf{17)} \quad A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ -2 & -2 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \quad \lambda_1 = 2, \quad L_1 = \left(\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \right), \quad \lambda_2 = 1, \quad L_2 = \left(\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -2 \end{bmatrix} \right)$$

$$\mathbf{18)} \quad A = \begin{pmatrix} 14 & -4 & -4 \\ 36 & -10 & -12 \\ 12 & -4 & -2 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \quad \lambda_1 = 2, \quad L_1 = \left(\begin{bmatrix} -1 \\ -1 \\ -2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -1 \\ -2 \\ -1 \end{bmatrix} \right), \quad \lambda_2 = -2, \quad L_2 = \left(\begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix} \right)$$

$$\mathbf{19)} \quad A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 5 & 1 & 4 \\ -9 & -5 & -9 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \quad \lambda_1 = -2, \quad L_1 = \left(\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -2 \end{bmatrix} \right)$$

$$\mathbf{20)} \quad A = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 0 \\ 2 & -1 & -1 \\ -5 & 3 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \quad \lambda_1 = -1, \quad L_1 = \left(\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix} \right)$$

$$\mathbf{21)} \quad A = \begin{pmatrix} -3 & 7 & -6 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -4 & 4 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \quad \lambda_1 = 2, \quad L_1 = \left(\begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ -2 \end{bmatrix} \right), \quad \lambda_2 = -3, \quad L_2 = \left(\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \right)$$

$$\mathbf{22)} \quad A = \begin{pmatrix} -3 & -2 & -3 \\ -2 & 1 & -1 \\ 8 & 4 & 7 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \quad \lambda_1 = 1, \quad L_1 = \left(\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -2 \end{bmatrix} \right), \quad \lambda_2 = 3, \quad L_2 = \left(\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -2 \end{bmatrix} \right)$$

$$\mathbf{23)} \quad A = \begin{pmatrix} 6 & 2 & 1 \\ 2 & 2 & 1 \\ -20 & -8 & -4 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \quad \lambda_1 = 2, \quad L_1 = \left(\begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ -2 \end{bmatrix} \right), \quad \lambda_2 = 0, \quad L_2 = \left(\begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix} \right)$$

$$\mathbf{24)} \quad A = \begin{pmatrix} -2 & 9 & 9 \\ 0 & 10 & 12 \\ 0 & -9 & -11 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \quad \lambda_1 = -2, \quad L_1 = \left(\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ -2 \end{bmatrix} \right), \quad \lambda_2 = 1, \quad L_2 = \left(\begin{bmatrix} -3 \\ -4 \\ 3 \end{bmatrix} \right)$$

$$\mathbf{25)} \quad A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ -1 & 3 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \quad \lambda_1 = 2, \quad L_1 = \left(\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \right)$$

$$\mathbf{26)} \quad A = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 2 \\ -5 & -2 & -2 \\ -10 & -2 & -5 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \quad \lambda_1 = -1, \quad L_1 = \left(\begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ -2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ -5 \end{bmatrix} \right)$$

$$\mathbf{27)} \quad A = \begin{pmatrix} -8 & 1 & 2 \\ 0 & -3 & 0 \\ -24 & 6 & 6 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \quad \lambda_1 = -3, \quad L_1 = \left(\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix} \right), \quad \lambda_2 = -2, \quad L_2 = \left(\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 3 \end{bmatrix} \right), \quad \lambda_3 = 0, \quad L_3 = \left(\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 4 \end{bmatrix} \right)$$

$$28) A = \begin{pmatrix} -2 & 2 & 1 \\ -3 & 3 & 1 \\ -3 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \lambda_1 = 1, L_1 = \left(\begin{bmatrix} -1 \\ -1 \\ -1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{bmatrix} \right)$$

$$29) A = \begin{pmatrix} -10 & 3 & -2 \\ -4 & -1 & -1 \\ 17 & -7 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \lambda_1 = -3, L_1 = \left(\begin{bmatrix} -1 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix} \right)$$

$$30) A = \begin{pmatrix} -4 & 2 & -3 \\ 1 & -6 & 4 \\ 1 & -3 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \lambda_1 = -3, L_1 = \left(\begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ -1 \end{bmatrix} \right)$$

Задача 102. Найти собственные значения λ_i и соответствующие им базисы собственных векторов L_i линейного оператора, заданного в каноническом базисе пространства $\mathbb{R}_{3,1}$ матрицей A :

$$1) A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 & -1 \\ -9 & 2 & 4 & -5 \\ -9 & 0 & 7 & -4 \\ -9 & 0 & 4 & -3 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \lambda_1 = 2, L_1 = \left(\begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \right), \quad \lambda_2 = -1, L_2 = \left(\begin{bmatrix} 0 \\ -2 \\ -1 \\ -2 \end{bmatrix} \right)$$

$$2) A = \begin{pmatrix} 3 & -2 & -2 & 1 \\ 1 & 2 & 0 & 1 \\ 1 & -2 & 1 & 0 \\ -5 & 6 & 4 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \lambda_1 = 2, L_1 = \left(\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \\ -1 \end{bmatrix} \right), \quad \lambda_2 = 0, L_2 = \left(\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \\ -4 \end{bmatrix} \right), \quad \lambda_3 = 1, L_3 = \left(\begin{bmatrix} -4 \\ -2 \\ 1 \\ 6 \end{bmatrix} \right)$$

$$3) A = \begin{pmatrix} -5 & -3 & 2 & -2 \\ -1 & -2 & 0 & 1 \\ -7 & -6 & 2 & -3 \\ 1 & 0 & 0 & -3 \end{pmatrix}$$

$$4) A = \begin{pmatrix} -1 & -2 & -2 & -3 \\ 1 & 4 & -2 & 1 \\ 1 & 6 & -4 & 1 \\ -1 & -6 & 2 & -3 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \lambda_1 = -2, L_1 = \left(\begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ -1 \\ -1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -4 \\ 2 \\ -7 \\ -4 \end{bmatrix} \right)$$

$$\checkmark \lambda_1 = 0, L_1 = \left(\begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix} \right), \quad \lambda_2 = -2, L_2 = \left(\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \\ -2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \right)$$

$$5) A = \begin{pmatrix} -9 & -8 & 4 & -3 \\ 11 & 12 & -5 & 6 \\ -9 & -4 & 4 & 1 \\ -9 & -8 & 4 & -3 \end{pmatrix}$$

$$6) A = \begin{pmatrix} -1 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & -2 & 1 \\ 1 & 0 & -6 & 3 \\ 1 & 0 & -6 & 3 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \lambda_1 = 0, L_1 = \left(\begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \right), \quad \lambda_2 = 2, L_2 = \left(\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix} \right)$$

$$\checkmark \lambda_1 = -2, L_1 = \left(\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \right), \quad \lambda_2 = 0, L_2 = \left(\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \\ -2 \end{bmatrix} \right)$$

$$7) A = \begin{pmatrix} -1 & -2 & -2 & -1 \\ -1 & -1 & -1 & -1 \\ 1 & 2 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$8) A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -2 & -1 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 3 & 1 \\ -1 & 0 & -2 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \lambda_1 = 0, L_1 = \left(\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \\ -1 \end{bmatrix} \right), \quad \lambda_2 = 1, L_2 = \left(\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ -2 \\ -2 \end{bmatrix} \right)$$

$$\checkmark \lambda_1 = 1, L_1 = \left(\begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 \\ -3 \\ -2 \\ 2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ -2 \end{bmatrix} \right)$$

$$9) A = \begin{pmatrix} -8 & -3 & -6 & -4 \\ -11 & -5 & -9 & -6 \\ 13 & 4 & 9 & 7 \\ 1 & 2 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \lambda_1 = -1, L_1 = \left(\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \\ -1 \end{bmatrix} \right)$$

$$10) A = \begin{pmatrix} 24 & 14 & -8 & 4 \\ -18 & -11 & 6 & -3 \\ 32 & 18 & -10 & 6 \\ -20 & -12 & 8 & -2 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \lambda_1 = -2, L_1 = \begin{pmatrix} \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix} \end{pmatrix}, \quad \lambda_2 = 0, L_2 = \begin{pmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \\ -2 \end{bmatrix} \end{pmatrix}, \quad \lambda_3 = 1, L_3 = \begin{pmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ 2 \\ -4 \end{bmatrix} \end{pmatrix}, \quad \lambda_4 = 2, L_4 = \begin{pmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \\ -2 \end{bmatrix} \end{pmatrix}$$

$$11) A = \begin{pmatrix} 24 & -12 & -8 & -4 \\ 36 & -18 & -12 & -6 \\ 8 & -4 & -2 & -2 \\ 8 & -4 & -4 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \lambda_1 = 0, L_1 = \begin{pmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \end{pmatrix}, \quad \lambda_2 = 2, L_2 = \begin{pmatrix} \begin{bmatrix} -2 \\ -3 \\ 0 \\ -2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -4 \\ -6 \\ -1 \\ -2 \end{bmatrix} \end{pmatrix}$$

$$12) A = \begin{pmatrix} 19 & 1 & 10 & -8 \\ 3 & 2 & 2 & -1 \\ -11 & 0 & -4 & 5 \\ 31 & 2 & 18 & -13 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \lambda_1 = 2, L_1 = \begin{pmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix} \end{pmatrix}, \quad \lambda_2 = -2, L_2 = \begin{pmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ -1 \\ 4 \end{bmatrix} \end{pmatrix}$$

$$13) A = \begin{pmatrix} 4 & -1 & 2 & -2 \\ 11 & -3 & 4 & -5 \\ -15 & 2 & -7 & 7 \\ -9 & 0 & -4 & 4 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \lambda_1 = -1, L_1 = \begin{pmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix} \end{pmatrix}, \quad \lambda_2 = 1, L_2 = \begin{pmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ -3 \\ -4 \end{bmatrix} \end{pmatrix}$$

$$14) A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & -2 & 1 \\ 3 & -3 & -2 & 2 \\ -3 & 2 & 1 & -2 \\ -1 & 2 & 2 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \lambda_1 = 0, L_1 = \begin{pmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \\ -1 \end{bmatrix} \end{pmatrix}, \quad \lambda_2 = -1, L_2 = \begin{pmatrix} \begin{bmatrix} -2 \\ -3 \\ 2 \\ 2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \\ -1 \\ -2 \end{bmatrix} \end{pmatrix}$$

$$15) A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 10 & -10 \\ -1 & 2 & 14 & -15 \\ -1 & 2 & 12 & -13 \\ -1 & 2 & 14 & -15 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \lambda_1 = 0, L_1 = \begin{pmatrix} \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \\ -1 \\ -1 \end{bmatrix} \end{pmatrix}, \quad \lambda_2 = -2, L_2 = \begin{pmatrix} \begin{bmatrix} -4 \\ -6 \\ -5 \\ -6 \end{bmatrix} \end{pmatrix}$$

$$16) A = \begin{pmatrix} 10 & -4 & 2 & -2 \\ 4 & 0 & 2 & 0 \\ -16 & 8 & -1 & 5 \\ 16 & -8 & 2 & -4 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \lambda_1 = 2, L_1 = \begin{pmatrix} \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -2 \\ 2 \end{bmatrix} \end{pmatrix}, \quad \lambda_2 = 0, L_2 = \begin{pmatrix} \begin{bmatrix} -2 \\ -1 \\ 4 \\ -4 \end{bmatrix} \end{pmatrix}, \quad \lambda_3 = 1, L_3 = \begin{pmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \\ -3 \\ 2 \end{bmatrix} \end{pmatrix}$$

$$17) A = \begin{pmatrix} -2 & 6 & 2 & -4 \\ 0 & -5 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & -3 & -1 \\ 0 & -12 & -4 & 6 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \lambda_1 = -2, L_1 = \left(\begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 2 \\ -2 \end{bmatrix} \right), \quad \lambda_2 = -1, L_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 2 \\ -4 \end{pmatrix}, \quad \lambda_3 = 1, L_3 = \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 1 \\ -4 \end{pmatrix}$$

$$18) A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & -1 \\ -1 & 4 & 0 & -1 \\ 1 & -2 & -1 & -2 \\ -1 & 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \lambda_1 = 2, L_1 = \left(\begin{bmatrix} -1 \\ -1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ -2 \\ 2 \end{bmatrix} \right), \quad \lambda_2 = -1, L_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$19) A = \begin{pmatrix} 1 & 8 & -4 & -4 \\ 0 & 5 & -2 & -2 \\ 0 & 6 & -2 & -3 \\ 0 & 4 & -2 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \lambda_1 = 1, L_1 = \left(\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -2 \\ -1 \\ -2 \\ 0 \end{bmatrix} \right), \quad \lambda_2 = 0, L_2 = \begin{pmatrix} -4 \\ -2 \\ -3 \\ -2 \end{pmatrix}$$

$$20) A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 0 & -3 \\ 0 & 0 & 0 & -2 \\ 0 & 4 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \lambda_1 = -2, L_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \lambda_2 = -1, L_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \lambda_3 = 0, L_3 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \lambda_4 = 2, L_4 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$21) A = \begin{pmatrix} 0 & -8 & 8 & -1 \\ 3 & 8 & -6 & 2 \\ 5 & 12 & -9 & 3 \\ -3 & 10 & -12 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \lambda_1 = 1, L_1 = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \lambda_2 = -2, L_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ -2 \\ -4 \end{pmatrix}, \quad \lambda_3 = -1, L_3 = \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 1 \\ 6 \end{pmatrix}$$

$$22) A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 2 \\ -10 & 5 & -2 & -1 \\ -12 & 6 & -2 & -6 \\ 0 & 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \lambda_1 = -2, L_1 = \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \lambda_2 = 0, L_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \lambda_3 = 1, L_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \lambda_4 = 2, L_4 = \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ -3 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$23) A = \begin{pmatrix} -12 & -4 & -4 & -2 \\ 4 & 3 & 0 & -1 \\ 24 & 6 & 10 & 6 \\ 4 & 2 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \lambda_1 = -2, L_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}, \quad \lambda_2 = 0, L_2 = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad \lambda_3 = 1, L_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad \lambda_4 = 2, L_4 = \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix}$$

$$24) A = \begin{pmatrix} -1 & -2 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & -3 \\ 0 & -2 & -2 & 1 \\ 0 & 2 & 4 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \lambda_1 = -1, L_1 = \left(\begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 2 \\ -2 \end{bmatrix} \right), \quad \lambda_2 = 0, L_2 = \begin{pmatrix} \begin{bmatrix} -2 \\ 3 \\ -2 \\ 2 \end{bmatrix} \end{pmatrix}, \quad \lambda_3 = 2, L_3 = \begin{pmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ -2 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \end{pmatrix}$$

$$25) A = \begin{pmatrix} 8 & 8 & 4 & -3 \\ -7 & -8 & -3 & 3 \\ -7 & -6 & -4 & 2 \\ -5 & -6 & -2 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \lambda_1 = -1, L_1 = \left(\begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \right), \quad \lambda_2 = 0, L_2 = \begin{pmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ -2 \\ 0 \end{bmatrix} \end{pmatrix}$$

$$26) A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -6 & 5 \\ -7 & -2 & 6 & -2 \\ 1 & 0 & -8 & 8 \\ 1 & 0 & -6 & 6 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \lambda_1 = 1, L_1 = \left(\begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ -1 \\ -1 \end{bmatrix} \right), \quad \lambda_2 = -2, L_2 = \left(\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 3 \\ 2 \end{bmatrix} \right)$$

$$27) A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \lambda_1 = 1, L_1 = \left(\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \right), \quad \lambda_2 = 2, L_2 = \left(\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix} \right)$$

$$28) A = \begin{pmatrix} 4 & -1 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & -1 & 2 \\ -9 & 4 & -1 & -3 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \lambda_1 = 1, L_1 = \left(\begin{bmatrix} -1 \\ -1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \right)$$

$$29) A = \begin{pmatrix} -30 & 14 & 8 & 7 \\ -53 & 25 & 14 & 13 \\ -17 & 8 & 4 & 4 \\ -5 & 2 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \lambda_1 = -1, L_1 = \left(\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -2 \\ -3 \\ -2 \\ 0 \end{bmatrix} \right), \quad \lambda_2 = 2, L_2 = \left(\begin{bmatrix} -2 \\ -4 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix} \right)$$

$$30) A = \begin{pmatrix} -2 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & -2 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \lambda_1 = -1, L_1 = \left(\begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ -1 \\ -1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \right), \quad \lambda_2 = -2, L_2 = \left(\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \right)$$

Задача 103. Найти собственные значения и собственные векторы матрицы. Привести матрицу к диагональному виду. Указать диагонализующую матрицу.

$$1) A = \begin{pmatrix} -2 & 2 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \sigma(A) = \{2; -1\}; \vec{x}_1 = (x_1; 2x_1); \vec{x}_2 = (2x_2; x_2)$$

$$2) A = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 2 & -5 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \sigma(A) = \{-4; 1\}; \vec{x}_1 = (x_1; 2x_1); \vec{x}_2 = (3x_2; x_2)$$

$$3) A = \begin{pmatrix} 6 & -4 \\ 6 & -5 \end{pmatrix}$$

$$4) A = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 4 & 4 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \sigma(A) = \{-2; 3\}; \vec{x}_1 = (x_1; 2x_1); \vec{x}_2 = \left(\frac{4x_2}{3}; x_2 \right)$$

$$\checkmark \sigma(A) = \{6; 2\}; \vec{x}_1 = (x_1; 2x_1); \vec{x}_2 = \left(-\frac{x_2}{2}; x_2 \right)$$

$$5) A = \begin{pmatrix} 6 & -2 \\ 6 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \sigma(A) = \{2; 3\}; \vec{x}_1 = (x_1; 2x_1); \vec{x}_2 = \left(\frac{2x_2}{3}; x_2\right)$$

$$7) A = \begin{pmatrix} -6 & 1 \\ -6 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \sigma(A) = \{-4; -3\}; \vec{x}_1 = (x_1; 2x_1); \vec{x}_2 = \left(\frac{x_2}{3}; x_2\right)$$

$$9) A = \begin{pmatrix} -4 & 4 \\ -4 & 6 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \sigma(A) = \{4; -2\}; \vec{x}_1 = (x_1; 2x_1); \vec{x}_2 = (2x_2; x_2)$$

$$11) A = \begin{pmatrix} 6 & 3 \\ 6 & 9 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \sigma(A) = \{12; 3\}; \vec{x}_1 = (x_1; 2x_1); \vec{x}_2 = (-x_2; x_2)$$

$$13) A = \begin{pmatrix} -6 & 4 \\ -6 & 5 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \sigma(A) = \{2; -3\}; \vec{x}_1 = (x_1; 2x_1); \vec{x}_2 = \left(\frac{4x_2}{3}; x_2\right)$$

$$15) A = \begin{pmatrix} -6 & -1 \\ -6 & -5 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \sigma(A) = \{-8; -3\}; \vec{x}_1 = (x_1; 2x_1); \vec{x}_2 = \left(-\frac{x_2}{3}; x_2\right)$$

$$17) A = \begin{pmatrix} 6 & -3 \\ 6 & -3 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \sigma(A) = \{0; 3\}; \vec{x}_1 = (x_1; 2x_1); \vec{x}_2 = (x_2; x_2)$$

$$19) A = \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ -2 & 5 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \sigma(A) = \{4; -1\}; \vec{x}_1 = (x_1; 2x_1); \vec{x}_2 = (3x_2; x_2)$$

$$21) A = \begin{pmatrix} -6 & -2 \\ -6 & -7 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \sigma(A) = \{-10; -3\}; \vec{x}_1 = (x_1; 2x_1); \vec{x}_2 = \left(-\frac{2x_2}{3}; x_2\right)$$

$$23) A = \begin{pmatrix} -6 & 2 \\ -6 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \sigma(A) = \{-2; -3\}; \vec{x}_1 = (x_1; 2x_1); \vec{x}_2 = \left(\frac{2x_2}{3}; x_2\right)$$

$$25) A = \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ 4 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \sigma(A) = \{2; 2\}; \vec{x}_1 = (x_1; 2x_1); \vec{x}_2 = \left(\frac{x_2}{2}; x_2\right)$$

$$27) A = \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ 4 & -2 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \sigma(A) = \{0; 2\}; \vec{x}_1 = (x_1; 2x_1); \vec{x}_2 = (x_2; x_2)$$

$$29) A = \begin{pmatrix} 6 & 2 \\ 6 & 7 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \sigma(A) = \{10; 3\}; \vec{x}_1 = (x_1; 2x_1); \vec{x}_2 = \left(-\frac{2x_2}{3}; x_2\right)$$

$$6) A = \begin{pmatrix} -6 & -4 \\ -6 & -11 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \sigma(A) = \{-14; -3\}; \vec{x}_1 = (x_1; 2x_1); \vec{x}_2 = \left(-\frac{4x_2}{3}; x_2\right)$$

$$8) A = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 4 & 8 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \sigma(A) = \{10; 2\}; \vec{x}_1 = (x_1; 2x_1); \vec{x}_2 = \left(-\frac{3x_2}{2}; x_2\right)$$

$$10) A = \begin{pmatrix} -2 & -2 \\ -2 & -5 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \sigma(A) = \{-6; -1\}; \vec{x}_1 = (x_1; 2x_1); \vec{x}_2 = (-2x_2; x_2)$$

$$12) A = \begin{pmatrix} 6 & 4 \\ 6 & 11 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \sigma(A) = \{14; 3\}; \vec{x}_1 = (x_1; 2x_1); \vec{x}_2 = \left(-\frac{4x_2}{3}; x_2\right)$$

$$14) A = \begin{pmatrix} -2 & -4 \\ -2 & -9 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \sigma(A) = \{-10; -1\}; \vec{x}_1 = (x_1; 2x_1); \vec{x}_2 = (-4x_2; x_2)$$

$$16) A = \begin{pmatrix} -4 & -2 \\ -4 & -6 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \sigma(A) = \{-8; -2\}; \vec{x}_1 = (x_1; 2x_1); \vec{x}_2 = (-x_2; x_2)$$

$$18) A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \sigma(A) = \{0; 1\}; \vec{x}_1 = (x_1; 2x_1); \vec{x}_2 = (x_2; x_2)$$

$$20) A = \begin{pmatrix} -4 & -4 \\ -4 & -10 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \sigma(A) = \{-12; -2\}; \vec{x}_1 = (x_1; 2x_1); \vec{x}_2 = (-2x_2; x_2)$$

$$22) A = \begin{pmatrix} 6 & 1 \\ 6 & 5 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \sigma(A) = \{8; 3\}; \vec{x}_1 = (x_1; 2x_1); \vec{x}_2 = \left(-\frac{x_2}{3}; x_2\right)$$

$$24) A = \begin{pmatrix} 4 & -3 \\ 4 & -4 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \sigma(A) = \{-2; 2\}; \vec{x}_1 = (x_1; 2x_1); \vec{x}_2 = \left(\frac{3x_2}{2}; x_2\right)$$

$$26) A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \sigma(A) = \{4; 1\}; \vec{x}_1 = (x_1; 2x_1); \vec{x}_2 = (-x_2; x_2)$$

$$28) A = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \sigma(A) = \{0; -1\}; \vec{x}_1 = (x_1; 2x_1); \vec{x}_2 = (x_2; x_2)$$

$$30) A = \begin{pmatrix} -4 & 2 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \sigma(A) = \{0; -2\}; \vec{x}_1 = (x_1; 2x_1); \vec{x}_2 = (x_2; x_2)$$

Задача 104. Найти спектр матрицы A

$$1) A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -14 \\ 0 & 2 & -7 \\ -7 & -14 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \sigma(A) = \{2; 16; -12\}$$

$$2) A = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 2 \\ 0 & 4 & 1 \\ 1 & 2 & 4 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \sigma(A) = \{4; 2; 6\}$$

$$3) A = \begin{pmatrix} -5 & 0 & -3 \\ 0 & -5 & 9 \\ 9 & 3 & -5 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \sigma(A) = \{-5; -5; -5\}$$

$$4) A = \begin{pmatrix} -3 & 0 & -3 \\ 0 & -3 & -6 \\ -6 & 3 & -3 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \sigma(A) = \{-3; -3; -3\}$$

- 5) $A = \begin{pmatrix} -3 & 0 & 10 \\ 0 & -3 & -6 \\ -6 & -10 & -3 \end{pmatrix}$ $\checkmark \sigma(A) = \{-3; -3; -3\}$ 6) $A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 3 \\ 0 & -1 & -1 \\ -1 & 3 & 6 \end{pmatrix}$ $\checkmark \sigma(A) = \{0; -1; 5\}$ 7) $A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & -8 \\ 0 & 3 & -4 \\ -4 & -8 & 3 \end{pmatrix}$ $\checkmark \sigma(A) = \{3; 11; -5\}$ 8) $A = \begin{pmatrix} -10 & 0 & 6 \\ 0 & -10 & 3 \\ 3 & 6 & -10 \end{pmatrix}$ $\checkmark \sigma(A) = \{-10; -16; -4\}$
- 9) $A = \begin{pmatrix} -2 & 0 & 6 \\ 0 & -2 & 3 \\ 3 & 6 & -2 \end{pmatrix}$ $\checkmark \sigma(A) = \{-2; -8; 4\}$ 10) $A = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 4 \\ 0 & 4 & -8 \\ -8 & -4 & 4 \end{pmatrix}$ $\checkmark \sigma(A) = \{4; 4; 4\}$ 11) $A = \begin{pmatrix} -5 & 0 & 12 \\ 0 & -5 & 6 \\ 6 & 12 & -5 \end{pmatrix}$ $\checkmark \sigma(A) = \{-5; -17; 7\}$ 12) $A = \begin{pmatrix} -6 & 0 & -14 \\ 0 & -6 & -7 \\ -7 & -14 & -6 \end{pmatrix}$ $\checkmark \sigma(A) = \{-6; 8; -20\}$
- 13) $A = \begin{pmatrix} 9 & 0 & 3 \\ 0 & 9 & 9 \\ 9 & 3 & 6 \end{pmatrix}$ $\checkmark \sigma(A) = \{0; 9; 15\}$ 14) $A = \begin{pmatrix} -3 & 0 & -5 \\ 0 & -3 & 6 \\ 6 & 5 & -3 \end{pmatrix}$ $\checkmark \sigma(A) = \{-3; -3; -3\}$ 15) $A = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 2 \\ 0 & 4 & -10 \\ -10 & -2 & 4 \end{pmatrix}$ $\checkmark \sigma(A) = \{4; 4; 4\}$ 16) $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 10 \\ 10 & -1 & 2 \end{pmatrix}$ $\checkmark \sigma(A) = \{2; 2; 2\}$
- 17) $A = \begin{pmatrix} -5 & 0 & -6 \\ 0 & -5 & -3 \\ -3 & -6 & -5 \end{pmatrix}$ $\checkmark \sigma(A) = \{-5; 1; -11\}$ 18) $A = \begin{pmatrix} -2 & 0 & 8 \\ 0 & -2 & 9 \\ 9 & -8 & -2 \end{pmatrix}$ $\checkmark \sigma(A) = \{-2; -2; -2\}$ 19) $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -12 \\ 0 & 2 & -6 \\ -6 & -12 & 2 \end{pmatrix}$ $\checkmark \sigma(A) = \{2; 14; -10\}$ 20) $A = \begin{pmatrix} 6 & 0 & -6 \\ 0 & 6 & -3 \\ -3 & -6 & 6 \end{pmatrix}$ $\checkmark \sigma(A) = \{6; 12; 0\}$
- 21) $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -10 \\ 0 & 2 & 8 \\ 8 & 10 & 2 \end{pmatrix}$ $\checkmark \sigma(A) = \{2; 2; 2\}$ 22) $A = \begin{pmatrix} -2 & 0 & 10 \\ 0 & -2 & 9 \\ 9 & -10 & -2 \end{pmatrix}$ $\checkmark \sigma(A) = \{-2; -2; -2\}$ 23) $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 4 \\ 0 & 2 & 2 \\ 2 & 4 & 2 \end{pmatrix}$ $\checkmark \sigma(A) = \{2; -2; 6\}$ 24) $A = \begin{pmatrix} 9 & 0 & 4 \\ 0 & 9 & 2 \\ 2 & 4 & 9 \end{pmatrix}$ $\checkmark \sigma(A) = \{9; 5; 13\}$
- 25) $A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & -6 \\ 0 & -1 & -1 \\ -1 & -6 & -12 \end{pmatrix}$ $\checkmark \sigma(A) = \{0; -1; -13\}$ 26) $A = \begin{pmatrix} 8 & 0 & -14 \\ 0 & 8 & -7 \\ -7 & -14 & 8 \end{pmatrix}$ $\checkmark \sigma(A) = \{8; 22; -6\}$ 27) $A = \begin{pmatrix} 10 & 0 & -10 \\ 0 & 10 & -5 \\ -5 & -10 & 10 \end{pmatrix}$ $\checkmark \sigma(A) = \{10; 20; 0\}$
- 28) $A = \begin{pmatrix} -6 & 0 & -4 \\ 0 & -6 & -2 \\ -2 & -4 & -6 \end{pmatrix}$ $\checkmark \sigma(A) = \{-6; -2; -10\}$ 29) $A = \begin{pmatrix} -8 & 0 & 6 \\ 0 & -8 & -8 \\ -8 & 6 & 12 \end{pmatrix}$ $\checkmark \sigma(A) = \{0; -8; 4\}$ 30) $A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 9 \\ 0 & -1 & 7 \\ 7 & -9 & -1 \end{pmatrix}$ $\checkmark \sigma(A) = \{-1; -1; -1\}$

Задача 105. Найти спектр матрицы A

- 1) $A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & -\sqrt{30} \\ 0 & -\sqrt{30} & 4 \end{pmatrix}$ $\checkmark \sigma(A) = \{-1; 3; 10\}$ 2) $A = \begin{pmatrix} 3 & -6\sqrt{2} & 0 \\ -6\sqrt{2} & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{pmatrix}$ $\checkmark \sigma(A) = \{-5; 5; 12\}$ 3) $A = \begin{pmatrix} 3 & 2\sqrt{5} & 0 \\ 2\sqrt{5} & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{pmatrix}$ $\checkmark \sigma(A) = \{-1; 5; 8\}$
- 4) $A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 2\sqrt{5} \\ 0 & 2\sqrt{5} & 4 \end{pmatrix}$ $\checkmark \sigma(A) = \{0; 3; 9\}$ 5) $A = \begin{pmatrix} 3 & 2\sqrt{3} & 0 \\ 2\sqrt{3} & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{pmatrix}$ $\checkmark \sigma(A) = \{0; 5; 7\}$ 6) $A = \begin{pmatrix} 3 & -2\sqrt{3} & 0 \\ -2\sqrt{3} & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{pmatrix}$ $\checkmark \sigma(A) = \{0; 5; 7\}$
- 7) $A = \begin{pmatrix} 3 & -\sqrt{30} & 0 \\ -\sqrt{30} & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{pmatrix}$ $\checkmark \sigma(A) = \{-2; 5; 9\}$ 8) $A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & \sqrt{6} \\ 0 & \sqrt{6} & 4 \end{pmatrix}$ $\checkmark \sigma(A) = \{2; 3; 7\}$ 9) $A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & -2\sqrt{3} \\ 0 & -2\sqrt{3} & 4 \end{pmatrix}$ $\checkmark \sigma(A) = \{1; 3; 8\}$ 10) $A = \begin{pmatrix} 3 & \sqrt{2} & 0 \\ \sqrt{2} & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{pmatrix}$ $\checkmark \sigma(A) = \{2; 5; 5\}$
- 11) $A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & -2\sqrt{14} \\ 0 & -2\sqrt{14} & 4 \end{pmatrix}$ $\checkmark \sigma(A) = \{-3; 3; 12\}$ 12) $A = \begin{pmatrix} 3 & 6\sqrt{2} & 0 \\ 6\sqrt{2} & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{pmatrix}$ $\checkmark \sigma(A) = \{-5; 5; 12\}$ 13) $A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & -\sqrt{2} \\ 0 & -\sqrt{2} & 4 \end{pmatrix}$ $\checkmark \sigma(A) = \{3; 3; 6\}$
- 14) $A = \begin{pmatrix} 3 & -\sqrt{2} & 0 \\ -\sqrt{2} & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{pmatrix}$ $\checkmark \sigma(A) = \{2; 5; 5\}$ 15) $A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & -2\sqrt{5} \\ 0 & -2\sqrt{5} & 4 \end{pmatrix}$ $\checkmark \sigma(A) = \{0; 3; 9\}$ 16) $A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & -\sqrt{6} \\ 0 & -\sqrt{6} & 4 \end{pmatrix}$ $\checkmark \sigma(A) = \{2; 3; 7\}$
- 17) $A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 6\sqrt{2} \\ 0 & 6\sqrt{2} & 4 \end{pmatrix}$ $\checkmark \sigma(A) = \{-4; 3; 13\}$ 18) $A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 2\sqrt{3} \\ 0 & 2\sqrt{3} & 4 \end{pmatrix}$ $\checkmark \sigma(A) = \{1; 3; 8\}$ 19) $A = \begin{pmatrix} 3 & -2\sqrt{14} & 0 \\ -2\sqrt{14} & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{pmatrix}$ $\checkmark \sigma(A) = \{-4; 5; 11\}$

20) $A = \begin{pmatrix} 3 & -2\sqrt{5} & 0 \\ -2\sqrt{5} & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{pmatrix}$ $\checkmark \sigma(A) = \{-1; 5; 8\}$
21) $A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & -6\sqrt{2} \\ 0 & -6\sqrt{2} & 4 \end{pmatrix}$ $\checkmark \sigma(A) = \{-4; 3; 13\}$
22) $A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & \sqrt{2} \\ 0 & \sqrt{2} & 4 \end{pmatrix}$ $\checkmark \sigma(A) = \{3; 3; 6\}$
23) $A = \begin{pmatrix} 3 & \sqrt{6} & 0 \\ \sqrt{6} & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{pmatrix}$ $\checkmark \sigma(A) = \{1; 5; 6\}$

24) $A = \begin{pmatrix} 3 & \sqrt{42} & 0 \\ \sqrt{42} & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{pmatrix}$ $\checkmark \sigma(A) = \{-3; 5; 10\}$
25) $A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & -\sqrt{42} \\ 0 & -\sqrt{42} & 4 \end{pmatrix}$ $\checkmark \sigma(A) = \{-2; 3; 11\}$
26) $A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & \sqrt{30} \\ 0 & \sqrt{30} & 4 \end{pmatrix}$ $\checkmark \sigma(A) = \{-1; 3; 10\}$

27) $A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & \sqrt{42} \\ 0 & \sqrt{42} & 4 \end{pmatrix}$ $\checkmark \sigma(A) = \{-2; 3; 11\}$
28) $A = \begin{pmatrix} 3 & -\sqrt{6} & 0 \\ -\sqrt{6} & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{pmatrix}$ $\checkmark \sigma(A) = \{1; 5; 6\}$
29) $A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 2\sqrt{14} \\ 0 & 2\sqrt{14} & 4 \end{pmatrix}$ $\checkmark \sigma(A) = \{-3; 3; 12\}$

30) $A = \begin{pmatrix} 3 & \sqrt{30} & 0 \\ \sqrt{30} & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{pmatrix}$ $\checkmark \sigma(A) = \{-2; 5; 9\}$

Задача 106. Найти спектр матрицы.

1) $A = \begin{pmatrix} 0 & a-4i & 0 \\ a+4i & 0 & c+di \\ 0 & 0 & k+mi \end{pmatrix}$ $\checkmark \sigma(A) = \{k+mi; \sqrt{a^2+16}; -\sqrt{a^2+16}\}$
2) $A = \begin{pmatrix} 0 & 2+bi & 0 \\ 2+bi & 0 & c+3i \\ 0 & 0 & 3+4i \end{pmatrix}$ $\checkmark \sigma(A) = \{3+4i; 2+bi; -2+bi\}$

3) $A = \begin{pmatrix} 0 & a-5i & 0 \\ a+5i & 0 & c+di \\ 0 & 0 & k+mi \end{pmatrix}$ $\checkmark \sigma(A) = \{k+mi; \sqrt{a^2+25}; -\sqrt{a^2+25}\}$
4) $A = \begin{pmatrix} 0 & a-3i & 0 \\ a+3i & 0 & c+di \\ 0 & 0 & k+mi \end{pmatrix}$ $\checkmark \sigma(A) = \{k+mi; \sqrt{a^2+9}; -\sqrt{a^2+9}\}$

5) $A = \begin{pmatrix} 0 & a-i & 0 \\ a+i & 0 & c+di \\ 0 & 0 & k+mi \end{pmatrix}$ $\checkmark \sigma(A) = \{k+mi; \sqrt{a^2+1}; -\sqrt{a^2+1}\}$
6) $A = \begin{pmatrix} 0 & 3+bi & 0 \\ 3+bi & 0 & c+5i \\ 0 & 0 & 4+5i \end{pmatrix}$ $\checkmark \sigma(A) = \{4+5i; 3+bi; -3+bi\}$

7) $A = \begin{pmatrix} 0 & a-2i & 0 \\ a+2i & 0 & c+di \\ 0 & 0 & k+mi \end{pmatrix}$ $\checkmark \sigma(A) = \{k+mi; \sqrt{a^2+4}; -\sqrt{a^2+4}\}$
8) $A = \begin{pmatrix} 0 & 2+bi & 0 \\ 2+bi & 0 & c+5i \\ 0 & 0 & 4+4i \end{pmatrix}$ $\checkmark \sigma(A) = \{4+4i; 2+bi; -2+bi\}$
9) $A = \begin{pmatrix} 0 & 2+bi & 0 \\ 2+bi & 0 & c+4i \\ 0 & 0 & 2+2i \end{pmatrix}$ $\checkmark \sigma(A) = \{2+2i; 2+bi; -2+bi\}$

10) $A = \begin{pmatrix} 0 & 1+bi & 0 \\ 1+bi & 0 & c+2i \\ 0 & 0 & 3+3i \end{pmatrix}$ $\checkmark \sigma(A) = \{3+3i; 1+bi; -1+bi\}$
11) $A = \begin{pmatrix} 0 & 2+bi & 0 \\ 2+bi & 0 & c+3i \\ 0 & 0 & 5+i \end{pmatrix}$ $\checkmark \sigma(A) = \{5+i; 2+bi; -2+bi\}$
12) $A = \begin{pmatrix} 0 & 4+bi & 0 \\ 4+bi & 0 & c+4i \\ 0 & 0 & 5+3i \end{pmatrix}$ $\checkmark \sigma(A) = \{5+3i; 4+bi; -4+bi\}$

13) $A = \begin{pmatrix} 0 & 3+bi & 0 \\ 3+bi & 0 & c+2i \\ 0 & 0 & 2+i \end{pmatrix}$ $\checkmark \sigma(A) = \{2+i; 3+bi; -3+bi\}$
14) $A = \begin{pmatrix} 0 & 1+bi & 0 \\ 1+bi & 0 & c+i \\ 0 & 0 & 2+5i \end{pmatrix}$ $\checkmark \sigma(A) = \{2+5i; 1+bi; -1+bi\}$
15) $A = \begin{pmatrix} 0 & 5+bi & 0 \\ 5+bi & 0 & c+2i \\ 0 & 0 & 1+5i \end{pmatrix}$ $\checkmark \sigma(A) = \{1+5i; 5+bi; -5+bi\}$

16) $A = \begin{pmatrix} 0 & 4+bi & 0 \\ 4+bi & 0 & c+i \\ 0 & 0 & 2+4i \end{pmatrix}$ $\checkmark \sigma(A) = \{2+4i; 4+bi; -4+bi\}$
17) $A = \begin{pmatrix} 0 & 1+bi & 0 \\ 1+bi & 0 & c+3i \\ 0 & 0 & 3+4i \end{pmatrix}$ $\checkmark \sigma(A) = \{3+4i; 1+bi; -1+bi\}$
18) $A = \begin{pmatrix} 0 & 1+bi & 0 \\ 1+bi & 0 & c+3i \\ 0 & 0 & 4+2i \end{pmatrix}$ $\checkmark \sigma(A) = \{4+2i; 1+bi; -1+bi\}$

19) $A = \begin{pmatrix} 0 & 4+bi & 0 \\ 4+bi & 0 & c+3i \\ 0 & 0 & 5+4i \end{pmatrix}$ $\checkmark \sigma(A) = \{5+4i; 4+bi; -4+bi\}$
20) $A = \begin{pmatrix} 0 & 1+bi & 0 \\ 1+bi & 0 & c+2i \\ 0 & 0 & 4+4i \end{pmatrix}$ $\checkmark \sigma(A) = \{4+4i; 1+bi; -1+bi\}$
21) $A = \begin{pmatrix} 0 & 3+bi & 0 \\ 3+bi & 0 & c+3i \\ 0 & 0 & 3+5i \end{pmatrix}$ $\checkmark \sigma(A) = \{3+5i; 3+bi; -3+bi\}$

$$\begin{array}{lll}
\text{22)} A = \begin{pmatrix} 0 & 2+bi & 0 \\ 2+bi & 0 & c+5i \\ 0 & 0 & 2+5i \end{pmatrix} & \text{23)} A = \begin{pmatrix} 0 & 5+bi & 0 \\ 5+bi & 0 & c+4i \\ 0 & 0 & 3+i \end{pmatrix} & \text{24)} A = \begin{pmatrix} 0 & 3+bi & 0 \\ 3+bi & 0 & c+2i \\ 0 & 0 & 1+5i \end{pmatrix} \\
\checkmark \sigma(A) = \{2+5i; 2+bi; -2+bi\} & \checkmark \sigma(A) = \{3+i; 5+bi; -5+bi\} & \checkmark \sigma(A) = \{1+5i; 3+bi; -3+bi\} \\
\text{25)} A = \begin{pmatrix} 0 & 4+bi & 0 \\ 4+bi & 0 & c+2i \\ 0 & 0 & 5+5i \end{pmatrix} & \text{26)} A = \begin{pmatrix} 0 & 4+bi & 0 \\ 4+bi & 0 & c+2i \\ 0 & 0 & 3+3i \end{pmatrix} & \text{27)} A = \begin{pmatrix} 0 & 4+bi & 0 \\ 4+bi & 0 & c+3i \\ 0 & 0 & 3+5i \end{pmatrix} \\
\checkmark \sigma(A) = \{5+5i; 4+bi; -4+bi\} & \checkmark \sigma(A) = \{3+3i; 4+bi; -4+bi\} & \checkmark \sigma(A) = \{3+5i; 4+bi; -4+bi\} \\
\text{28)} A = \begin{pmatrix} 0 & 2+bi & 0 \\ 2+bi & 0 & c+5i \\ 0 & 0 & 5+i \end{pmatrix} & \text{29)} A = \begin{pmatrix} 0 & 3+bi & 0 \\ 3+bi & 0 & c+i \\ 0 & 0 & 5+3i \end{pmatrix} & \text{30)} A = \begin{pmatrix} 0 & 1+bi & 0 \\ 1+bi & 0 & c+3i \\ 0 & 0 & 1+3i \end{pmatrix} \\
\checkmark \sigma(A) = \{5+i; 2+bi; -2+bi\} & \checkmark \sigma(A) = \{5+3i; 3+bi; -3+bi\} & \checkmark \sigma(A) = \{1+3i; 1+bi; -1+bi\}
\end{array}$$

Задача 107. Найти спектр матрицы A .

$$\begin{array}{lll}
\text{1)} A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 4 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 4 & 0 & -4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} & \text{2)} A = \begin{pmatrix} -4 & 0 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & -4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 2 & -4 \end{pmatrix} & \text{3)} A = \begin{pmatrix} -3 & 0 & -2 & -3 \\ 0 & 0 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -3 & 0 & 3 & -3 \end{pmatrix} \\
\checkmark \sigma(A) = \{0; 0; 1; 1\} & \checkmark \sigma(A) = \{0; 0; -5; -3\} & \checkmark \sigma(A) = \{0; 0; 0; -6\} \\
\text{4)} A = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & 3 \\ -1 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} & \text{5)} A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 4 & 2 \\ 1 & 0 & -3 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} & \text{6)} A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 4 & 1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} & \text{7)} A = \begin{pmatrix} -4 & 0 & -4 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -2 & 0 & 4 & -4 \end{pmatrix} \\
\checkmark \sigma(A) = \{0; 0; 0; 1\} & \checkmark \sigma(A) = \{0; 0; 0; 1\} & \checkmark \sigma(A) = \{0; 0; 3; -1\} & \checkmark \sigma(A) = \{0; 0; -2; -6\} \\
\text{8)} A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -3 & 1 \\ -2 & 0 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} & \text{9)} A = \begin{pmatrix} 0 & 4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 4 \\ 4 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} & \text{10)} A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 0 & 4 \\ -1 & 3 & 0 & -1 \end{pmatrix} \\
\checkmark \sigma(A) = \{0; 0; 0; -1\} & \checkmark \sigma(A) = \{4i; -4i; 4; -4\} & \checkmark \sigma(A) = \{0; 0; 0; -1\} \\
\text{11)} A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 3 & -3 \\ 1 & 0 & -3 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} & \text{12)} A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 4 & 0 & -2 \\ 1 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} & \text{13)} A = \begin{pmatrix} 0 & 8 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 8 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 8 \\ 8 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} & \text{14)} A = \begin{pmatrix} 0 & 5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 5 \\ 5 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\
\checkmark \sigma(A) = \{0; 0; 0; 2\} & \checkmark \sigma(A) = \{0; 0; -2; 0\} & \checkmark \sigma(A) = \{8i; -8i; 8; -8\} & \checkmark \sigma(A) = \{5i; -5i; 5; -5\} \\
\text{15)} A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & -1 & -3 \\ -3 & 0 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & -4 \end{pmatrix} & \text{16)} A = \begin{pmatrix} 0 & 7 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 7 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 7 \\ 7 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} & \text{17)} A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 & -4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -2 & -4 & 0 & 4 \\ -4 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} \\
\checkmark \sigma(A) = \{0; 0; 3; -4\} & \checkmark \sigma(A) = \{7i; -7i; 7; -7\} & \checkmark \sigma(A) = \{0; 0; 6; -2\} \\
\text{18)} A = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 & 0 \\ -2 & 0 & 0 & 4 \\ 4 & -3 & 0 & -3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} & \text{19)} A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 4 & 0 & 2 \\ -2 & -3 & 0 & -2 \end{pmatrix} & \text{20)} A = \begin{pmatrix} 4 & 0 & -1 & -2 \\ 0 & 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -2 & 0 & 2 & 4 \end{pmatrix} \\
\checkmark \sigma(A) = \{0; 0; 4; 1\} & \checkmark \sigma(A) = \{0; 0; 0; -2\} & \checkmark \sigma(A) = \{0; 0; 6; 2\} \\
\text{21)} A = \begin{pmatrix} -4 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -3 & 0 & -1 \\ 3 & 0 & 0 & -4 \end{pmatrix} & \text{22)} A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & -3 & -3 \\ -3 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} & \text{23)} A = \begin{pmatrix} 0 & -9 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -9 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -9 \\ -9 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\
\checkmark \sigma(A) = \{0; 0; -7; -1\} & \checkmark \sigma(A) = \{0; 0; 2; 2\} & \checkmark \sigma(A) = \{-9i; 9i; -9; 9\} \\
\text{24)} A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 3 & -2 \\ -2 & 0 & -3 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -4 \end{pmatrix} & \text{25)} A = \begin{pmatrix} -4 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & -4 \\ -4 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 3 \end{pmatrix} & \text{26)} A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -4 & -4 \\ 0 & 0 & -4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -4 & 0 & 3 & 1 \end{pmatrix} \\
\checkmark \sigma(A) = \{0; 0; 0; -4\} & \checkmark \sigma(A) = \{0; 0; -4; 3\} & \checkmark \sigma(A) = \{0; 0; 5; -3\}
\end{array}$$

$$27) A = \begin{pmatrix} -2 & 0 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -3 & 1 & 0 & -1 \\ -2 & 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \sigma(A) = \{0; 0; 0; -4\}$$

$$28) A = \begin{pmatrix} -4 & 0 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -4 & 4 & 0 & 3 \\ 4 & 0 & 0 & -4 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \sigma(A) = \{0; 0; -8; 0\}$$

$$29) A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 4 & 3 \\ 4 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -3 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \sigma(A) = \{0; 0; 0; -3\}$$

$$30) A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 3 \\ 3 & 4 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \sigma(A) = \{0; 0; 2; 2\}$$

Задача 108. Найти собственные векторы матрицы A .

$$1) A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 4 & 3 & 4 & -2 \\ -2 & 0 & 3 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\lambda = 0, (0; x_2; 0; 0), x_2 \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$$

$$\checkmark \lambda = -3, \left(\frac{3x_3}{2}; -\frac{10x_3}{3}; x_3; 0\right), x_3 \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$$

$$\lambda = -2, (0; -x_4; x_4; x_4), x_4 \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$$

$$2) A = \begin{pmatrix} -3 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 4 \\ 4 & -2 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & -4 \end{pmatrix}$$

$$\lambda = 0, (0; 0; x_3; 0), x_3 \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$$

$$\checkmark \lambda = -3, \left(-3x_2; x_2; \frac{14x_2}{3}; 0\right), x_2 \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$$

$$\lambda = -4, \left(0; -x_4; -\frac{3x_4}{2}; x_4\right), x_4 \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$$

$$3) A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & -4 \\ -4 & -2 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

$$\lambda = 0, (0; 0; x_3; 0), x_3 \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$$

$$\checkmark \lambda = 1, (-x_2; x_2; 2x_2; 0), x_2 \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$$

$$\lambda = -2, (0; 2x_4; 0; x_4), x_4 \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$$

$$4) A = \begin{pmatrix} 6 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & -2 & 0 & 5 \\ 2 & 0 & 0 & 6 \end{pmatrix}$$

$$\lambda = 0, (0; 0; x_3; 0), x_3 \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$$

$$\checkmark \lambda = 4, \left(-x_4; 0; \frac{3x_4}{2}; x_4\right), x_4 \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$$

$$\lambda = 8, \left(x_4; 0; \frac{x_4}{2}; x_4\right), x_4 \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$$

$$5) A = \begin{pmatrix} 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 2 & 0 & -2 \\ -3 & -3 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\lambda = 0, (0; 0; x_3; 0), x_3 \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$$

$$\checkmark \lambda = 1, (0; 0; -2x_4; x_4), x_4 \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$$

$$6) A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 & -4 \\ 0 & 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -4 & 0 & 2 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\lambda = 0, (0; x_2; 0; 0), x_2 \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$$

$$\checkmark \lambda = 3, (-x_4; 0; 0; x_4), x_4 \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$$

$$\lambda = -5, (x_4; 0; 0; x_4), x_4 \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$$

$$7) A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & -4 & 2 \\ 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 5 \end{pmatrix}$$

$$\lambda = 0, (0; x_2; 0; 0), x_2 \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$$

$$\checkmark \lambda = -1, \left(-\frac{x_3}{2}; 5x_3; x_3; 0\right), x_3 \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$$

$$\lambda = 4, \left(0; -\frac{x_4}{2}; x_4; x_4\right), x_4 \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$$

$$8) A = \begin{pmatrix} 0 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -2 & -4 & 0 & -2 \\ 1 & 4 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \lambda = 0, (0; 0; x_3; 0), x_3 \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$$

$$\lambda = -2, (0; 0; x_4; x_4), x_4 \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$$

$$9) A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 2 & 2 \\ 2 & 0 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\lambda = 0, (0; x_2; 0; 0), x_2 \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$$

$$\checkmark \lambda = 1, (2x_4; 6x_4; 0; x_4), x_4 \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$$

$$10) A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\lambda = 1, (x_4; x_4; x_4; x_4), x_4 \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$$

$$\lambda = -1, (-x_4; x_4; -x_4; x_4), x_4 \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$$

$$\checkmark \lambda = i, (-x_3; -ix_3; x_3; ix_3), x_3 \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$$

$$\lambda = -i, (-x_3; ix_3; x_3; -ix_3), x_3 \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$$

$$11) A = \begin{pmatrix} -3 & 0 & 2 & -4 \\ 0 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -4 & 0 & 3 & -3 \end{pmatrix}$$

$$\lambda = 0, (0; x_2; 0; 0), x_2 \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$$

$$\checkmark \lambda = 1, (-x_4; 0; 0; x_4), x_4 \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$$

$$\lambda = -7, (x_4; 0; 0; x_4), x_4 \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$$

$$13) A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & -2 & 0 & -3 \\ 2 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\lambda = 0, (0; 0; x_3; 0), x_3 \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$$

$$\checkmark \lambda = -2, (-x_4; 0; x_4; x_4), x_4 \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$$

$$\lambda = 2, (x_4; 0; -2x_4; x_4), x_4 \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$$

$$15) A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ -2 & 0 & 0 & 2 \\ 2 & 4 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\lambda = 0, (0; 0; x_3; 0), x_3 \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$$

$$\checkmark \lambda = -1, \left(\frac{x_2}{2}; x_2; -5x_2; 0\right), x_2 \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$$

$$\lambda = 2, (0; x_4; 3x_4; x_4), x_4 \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$$

$$17) A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -4 & -2 \\ -4 & 0 & 4 & -4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\lambda = 0, (0; x_2; 0; 0), x_2 \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$$

$$\checkmark \lambda = 1, (-2x_4; 4x_4; 0; x_4), x_4 \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$$

$$19) A = \begin{pmatrix} -3 & 0 & 0 & 0 \\ -2 & 0 & 0 & 2 \\ 2 & 2 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

$$\lambda = 0, (0; 0; x_3; 0), x_3 \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$$

$$\checkmark \lambda = -3, \left(\frac{3x_2}{2}; x_2; -\frac{5x_2}{3}; 0\right), x_2 \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$$

$$\lambda = -2, (0; -x_4; 2x_4; x_4), x_4 \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$$

$$21) A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -2 & -2 \\ -2 & 0 & 4 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\lambda = 0, (0; x_2; 0; 0), x_2 \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$$

$$\checkmark \lambda = 1, (-2x_4; 8x_4; 0; x_4), x_4 \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$$

$$23) A = \begin{pmatrix} -3 & 0 & 2 & -2 \\ 0 & 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -2 & 0 & 4 & -3 \end{pmatrix}$$

$$\lambda = 0, (0; x_2; 0; 0), x_2 \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$$

$$\checkmark \lambda = -1, (-x_4; 0; 0; x_4), x_4 \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$$

$$\lambda = -5, (x_4; 0; 0; x_4), x_4 \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$$

$$12) A = \begin{pmatrix} 0 & 6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 6 \\ 6 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\lambda = 6, (x_4; x_4; x_4; x_4), x_4 \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$$

$$\checkmark \lambda = -6, (-x_4; x_4; -x_4; x_4), x_4 \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$$

$$\lambda = 6i, (-x_3; -ix_3; x_3; ix_3), x_3 \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$$

$$\lambda = -6i, (-x_3; ix_3; x_3; -ix_3), x_3 \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$$

$$14) A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -2 & 2 \\ 2 & 0 & 3 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \lambda = 0, (0; x_2; 0; 0), x_2 \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$$

$$\lambda = -1, (-2x_4; 0; 0; x_4), x_4 \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$$

$$16) A = \begin{pmatrix} 0 & -7 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -7 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -7 \\ -7 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\lambda = -7, (x_4; x_4; x_4; x_4), x_4 \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$$

$$\lambda = 7, (-x_4; x_4; -x_4; x_4), x_4 \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$$

$$\checkmark \lambda = -7i, (-x_3; -ix_3; x_3; ix_3), x_3 \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$$

$$\lambda = 7i, (-x_3; ix_3; x_3; -ix_3), x_3 \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$$

$$18) A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & -1 & -4 \\ 0 & 0 & -4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -4 & 0 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

$$\lambda = 0, (0; x_2; 0; 0), x_2 \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$$

$$\checkmark \lambda = 7, (-x_4; 0; 0; x_4), x_4 \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$$

$$\lambda = -1, (x_4; 0; 0; x_4), x_4 \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$$

$$20) A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 3 & 0 & -3 \\ 2 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\lambda = 0, (0; 0; x_3; 0), x_3 \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$$

$$\checkmark \lambda = -2, (-x_4; 0; x_4; x_4), x_4 \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$$

$$\lambda = 2, (x_4; 0; -2x_4; x_4), x_4 \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$$

$$22) A = \begin{pmatrix} 0 & 5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 5 \\ 5 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\lambda = 5, (x_4; x_4; x_4; x_4), x_4 \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$$

$$\lambda = -5, (-x_4; x_4; -x_4; x_4), x_4 \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$$

$$\checkmark \lambda = 5i, (-x_3; -ix_3; x_3; ix_3), x_3 \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$$

$$\lambda = -5i, (-x_3; ix_3; x_3; -ix_3), x_3 \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$$

$$24) A = \begin{pmatrix} 6 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -3 & 0 & -5 \\ 2 & 0 & 0 & 6 \end{pmatrix}$$

$$\lambda = 0, (0; 0; x_3; 0), x_3 \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$$

$$\checkmark \lambda = 4, \left(-x_4; 0; -\frac{3x_4}{2}; x_4\right), x_4 \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$$

$$\lambda = 8, \left(x_4; 0; -\frac{x_4}{2}; x_4\right), x_4 \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$$

$$25) A = \begin{pmatrix} 6 & 0 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & -4 & 0 & 5 \\ 4 & 0 & 0 & 6 \end{pmatrix}$$

$$\lambda = 0, (0; 0; x_3; 0), x_3 \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$$

$$\checkmark \lambda = 2, (-x_4; 0; 3x_4; x_4), x_4 \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$$

$$\lambda = 10, \left(x_4; 0; \frac{2x_4}{5}; x_4\right), x_4 \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$$

$$27) A = \begin{pmatrix} 0 & 9 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 9 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 9 \\ 9 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\lambda = 9, (x_4; x_4; x_4; x_4), x_4 \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$$

$$\checkmark \lambda = -9, (-x_4; x_4; -x_4; x_4), x_4 \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$$

$$\lambda = 9i, (-x_3; -ix_3; x_3; ix_3), x_3 \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$$

$$\lambda = -9i, (-x_3; ix_3; x_3; -ix_3), x_3 \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$$

$$29) A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 0 & -5 \\ 4 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\lambda = 0, (0; 0; x_3; 0), x_3 \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$$

$$\checkmark \lambda = -2, (-x_4; 0; 3x_4; x_4), x_4 \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$$

$$\lambda = 6, \left(x_4; 0; -\frac{2x_4}{3}; x_4\right), x_4 \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$$

$$26) A = \begin{pmatrix} 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 1 & 0 & -4 \\ 3 & -4 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \lambda = 0, (0; 0; x_3; 0), x_3 \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$$

$$\lambda = 1, (0; 0; -4x_4; x_4), x_4 \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$$

$$28) A = \begin{pmatrix} 0 & 7 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 7 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 7 \\ 7 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\lambda = 7, (x_4; x_4; x_4; x_4), x_4 \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$$

$$\checkmark \lambda = -7, (-x_4; x_4; -x_4; x_4), x_4 \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$$

$$\lambda = 7i, (-x_3; -ix_3; x_3; ix_3), x_3 \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$$

$$\lambda = -7i, (-x_3; ix_3; x_3; -ix_3), x_3 \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$$

$$30) A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & -4 \\ -4 & -4 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & -4 \end{pmatrix}$$

$$\lambda = 0, (0; 0; x_3; 0), x_3 \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$$

$$\checkmark \lambda = 3, \left(\frac{3x_2}{2}; x_2; -\frac{10x_2}{3}; 0\right), x_2 \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$$

$$\lambda = -4, (0; x_4; 0; x_4), x_4 \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$$

Задача 109. Найти собственные векторы матрицы A

$$1) A = \begin{pmatrix} -5 & 0 & 8 \\ 0 & -8 & 0 \\ 8 & 3 & -5 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \lambda_1 = -8, \left(-\frac{8x_3}{3}; \frac{55x_3}{9}; x_3\right), x_3 \in \mathbb{R} \setminus \{0\};$$

$$\lambda_2 = -13, (-x_3; 0; x_3), x_3 \in \mathbb{R} \setminus \{0\};$$

$$\lambda_3 = 3, (x_3; 0; x_3), x_3 \in \mathbb{R} \setminus \{0\};$$

$$3) A = \begin{pmatrix} 4 & 3 & 5 \\ 0 & 3 & 0 \\ 5 & 0 & 4 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \lambda_1 = 3, \left(-\frac{x_3}{5}; -\frac{8x_3}{5}; x_3\right), x_3 \in \mathbb{R} \setminus \{0\};$$

$$\lambda_2 = -1, (-x_3; 0; x_3), x_3 \in \mathbb{R} \setminus \{0\};$$

$$\lambda_3 = 9, (x_3; 0; x_3), x_3 \in \mathbb{R} \setminus \{0\};$$

$$5) A = \begin{pmatrix} -6 & 0 & -5 \\ 0 & -9 & 0 \\ -5 & -8 & -6 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \lambda_1 = -9, \left(\frac{5x_3}{3}; -\frac{2x_3}{3}; x_3\right), x_3 \in \mathbb{R} \setminus \{0\};$$

$$\lambda_2 = -1, (-x_3; 0; x_3), x_3 \in \mathbb{R} \setminus \{0\};$$

$$\lambda_3 = -11, (x_3; 0; x_3), x_3 \in \mathbb{R} \setminus \{0\};$$

$$7) A = \begin{pmatrix} 7 & 0 & 5 \\ 0 & 3 & 0 \\ 5 & -7 & 7 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \lambda_1 = 3, \left(-\frac{5x_3}{4}; -\frac{9x_3}{28}; x_3\right), x_3 \in \mathbb{R} \setminus \{0\};$$

$$\lambda_2 = 2, (-x_3; 0; x_3), x_3 \in \mathbb{R} \setminus \{0\};$$

$$\lambda_3 = 12, (x_3; 0; x_3), x_3 \in \mathbb{R} \setminus \{0\};$$

$$2) A = \begin{pmatrix} 5 & 3 & 7 \\ 0 & 2 & 0 \\ 7 & 0 & 5 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \lambda_1 = 2, \left(-\frac{3x_3}{7}; -\frac{40x_3}{21}; x_3\right), x_3 \in \mathbb{R} \setminus \{0\};$$

$$\lambda_2 = -2, (-x_3; 0; x_3), x_3 \in \mathbb{R} \setminus \{0\};$$

$$\lambda_3 = 12, (x_3; 0; x_3), x_3 \in \mathbb{R} \setminus \{0\};$$

$$4) A = \begin{pmatrix} -3 & 6 & -7 \\ 0 & -6 & 0 \\ -7 & 0 & -3 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \lambda_1 = -6, \left(\frac{3x_3}{7}; \frac{20x_3}{21}; x_3\right), x_3 \in \mathbb{R} \setminus \{0\};$$

$$\lambda_2 = 4, (-x_3; 0; x_3), x_3 \in \mathbb{R} \setminus \{0\};$$

$$\lambda_3 = -10, (x_3; 0; x_3), x_3 \in \mathbb{R} \setminus \{0\};$$

$$6) A = \begin{pmatrix} 8 & 0 & -7 \\ 0 & 4 & 0 \\ -7 & 1 & 8 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \lambda_1 = 4, \left(\frac{7x_3}{4}; \frac{33x_3}{4}; x_3\right), x_3 \in \mathbb{R} \setminus \{0\};$$

$$\lambda_2 = 15, (-x_3; 0; x_3), x_3 \in \mathbb{R} \setminus \{0\};$$

$$\lambda_3 = 1, (x_3; 0; x_3), x_3 \in \mathbb{R} \setminus \{0\};$$

$$8) A = \begin{pmatrix} 8 & 0 & 7 \\ 0 & 5 & 0 \\ 7 & 3 & 8 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \lambda_1 = 5, \left(-\frac{7x_3}{3}; \frac{40x_3}{9}; x_3\right), x_3 \in \mathbb{R} \setminus \{0\};$$

$$\lambda_2 = 1, (-x_3; 0; x_3), x_3 \in \mathbb{R} \setminus \{0\};$$

$$\lambda_3 = 15, (x_3; 0; x_3), x_3 \in \mathbb{R} \setminus \{0\};$$

$$9) A = \begin{pmatrix} 3 & 5 & 8 \\ 0 & 1 & 0 \\ 8 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} \checkmark \lambda_1 &= 1, \left(-\frac{x_3}{4}; -\frac{3x_3}{2}; x_3\right), x_3 \in \mathbb{R} \setminus \{0\}; \\ \lambda_2 &= -5, (-x_3; 0; x_3), x_3 \in \mathbb{R} \setminus \{0\}; \\ \lambda_3 &= 11, (x_3; 0; x_3), x_3 \in \mathbb{R} \setminus \{0\}; \end{aligned}$$

$$11) A = \begin{pmatrix} 11 & 0 & -6 \\ 0 & 7 & 0 \\ -6 & 8 & 11 \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} \checkmark \lambda_1 &= 7, \left(\frac{3x_3}{2}; \frac{5x_3}{8}; x_3\right), x_3 \in \mathbb{R} \setminus \{0\}; \\ \lambda_2 &= 17, (-x_3; 0; x_3), x_3 \in \mathbb{R} \setminus \{0\}; \\ \lambda_3 &= 5, (x_3; 0; x_3), x_3 \in \mathbb{R} \setminus \{0\}; \end{aligned}$$

$$13) A = \begin{pmatrix} 5 & 0 & -7 \\ 0 & 4 & 0 \\ -7 & -6 & 5 \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} \checkmark \lambda_1 &= 4, (7x_3; -8x_3; x_3), x_3 \in \mathbb{R} \setminus \{0\}; \\ \lambda_2 &= 12, (-x_3; 0; x_3), x_3 \in \mathbb{R} \setminus \{0\}; \\ \lambda_3 &= -2, (x_3; 0; x_3), x_3 \in \mathbb{R} \setminus \{0\}; \end{aligned}$$

$$15) A = \begin{pmatrix} -5 & 7 & -7 \\ 0 & -7 & 0 \\ -7 & 0 & -5 \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} \checkmark \lambda_1 &= -7, \left(\frac{2x_3}{7}; \frac{45x_3}{49}; x_3\right), x_3 \in \mathbb{R} \setminus \{0\}; \\ \lambda_2 &= 2, (-x_3; 0; x_3), x_3 \in \mathbb{R} \setminus \{0\}; \\ \lambda_3 &= -12, (x_3; 0; x_3), x_3 \in \mathbb{R} \setminus \{0\}; \end{aligned}$$

$$17) A = \begin{pmatrix} 13 & 0 & 6 \\ 0 & 9 & 0 \\ 6 & 4 & 13 \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} \checkmark \lambda_1 &= 9, \left(-\frac{3x_3}{2}; \frac{5x_3}{4}; x_3\right), x_3 \in \mathbb{R} \setminus \{0\}; \\ \lambda_2 &= 7, (-x_3; 0; x_3), x_3 \in \mathbb{R} \setminus \{0\}; \\ \lambda_3 &= 19, (x_3; 0; x_3), x_3 \in \mathbb{R} \setminus \{0\}; \end{aligned}$$

$$19) A = \begin{pmatrix} -5 & -8 & 5 \\ 0 & -8 & 0 \\ 5 & 0 & -5 \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} \checkmark \lambda_1 &= -8, \left(-\frac{3x_3}{5}; \frac{2x_3}{5}; x_3\right), x_3 \in \mathbb{R} \setminus \{0\}; \\ \lambda_2 &= -10, (-x_3; 0; x_3), x_3 \in \mathbb{R} \setminus \{0\}; \\ \lambda_3 &= 0, (x_3; 0; x_3), x_3 \in \mathbb{R} \setminus \{0\}; \end{aligned}$$

$$21) A = \begin{pmatrix} -3 & 0 & 5 \\ 0 & -6 & 0 \\ 5 & -8 & -3 \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} \checkmark \lambda_1 &= -6, \left(-\frac{5x_3}{3}; -\frac{2x_3}{3}; x_3\right), x_3 \in \mathbb{R} \setminus \{0\}; \\ \lambda_2 &= -8, (-x_3; 0; x_3), x_3 \in \mathbb{R} \setminus \{0\}; \\ \lambda_3 &= 2, (x_3; 0; x_3), x_3 \in \mathbb{R} \setminus \{0\}; \end{aligned}$$

$$10) A = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 7 \\ 0 & 2 & 0 \\ 7 & 4 & 4 \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} \checkmark \lambda_1 &= 2, \left(-\frac{7x_3}{2}; \frac{45x_3}{8}; x_3\right), x_3 \in \mathbb{R} \setminus \{0\}; \\ \lambda_2 &= -3, (-x_3; 0; x_3), x_3 \in \mathbb{R} \setminus \{0\}; \\ \lambda_3 &= 11, (x_3; 0; x_3), x_3 \in \mathbb{R} \setminus \{0\}; \end{aligned}$$

$$12) A = \begin{pmatrix} -5 & 0 & 6 \\ 0 & -8 & 0 \\ 6 & 7 & -5 \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} \checkmark \lambda_1 &= -8, \left(-2x_3; \frac{9x_3}{7}; x_3\right), x_3 \in \mathbb{R} \setminus \{0\}; \\ \lambda_2 &= -11, (-x_3; 0; x_3), x_3 \in \mathbb{R} \setminus \{0\}; \\ \lambda_3 &= 1, (x_3; 0; x_3), x_3 \in \mathbb{R} \setminus \{0\}; \end{aligned}$$

$$14) A = \begin{pmatrix} -6 & 0 & 5 \\ 0 & -7 & 0 \\ 5 & -9 & -6 \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} \checkmark \lambda_1 &= -7, \left(-5x_3; -\frac{8x_3}{3}; x_3\right), x_3 \in \mathbb{R} \setminus \{0\}; \\ \lambda_2 &= -11, (-x_3; 0; x_3), x_3 \in \mathbb{R} \setminus \{0\}; \\ \lambda_3 &= -1, (x_3; 0; x_3), x_3 \in \mathbb{R} \setminus \{0\}; \end{aligned}$$

$$16) A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & -6 \\ 0 & 1 & 0 \\ -6 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} \checkmark \lambda_1 &= 1, \left(\frac{x_3}{6}; \frac{35x_3}{12}; x_3\right), x_3 \in \mathbb{R} \setminus \{0\}; \\ \lambda_2 &= 8, (-x_3; 0; x_3), x_3 \in \mathbb{R} \setminus \{0\}; \\ \lambda_3 &= -4, (x_3; 0; x_3), x_3 \in \mathbb{R} \setminus \{0\}; \end{aligned}$$

$$18) A = \begin{pmatrix} 10 & 0 & -7 \\ 0 & 8 & 0 \\ -7 & -7 & 10 \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} \checkmark \lambda_1 &= 8, \left(\frac{7x_3}{2}; -\frac{45x_3}{14}; x_3\right), x_3 \in \mathbb{R} \setminus \{0\}; \\ \lambda_2 &= 17, (-x_3; 0; x_3), x_3 \in \mathbb{R} \setminus \{0\}; \\ \lambda_3 &= 3, (x_3; 0; x_3), x_3 \in \mathbb{R} \setminus \{0\}; \end{aligned}$$

$$20) A = \begin{pmatrix} 12 & 0 & 6 \\ 0 & 9 & 0 \\ 6 & 2 & 12 \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} \checkmark \lambda_1 &= 9, \left(-2x_3; \frac{9x_3}{2}; x_3\right), x_3 \in \mathbb{R} \setminus \{0\}; \\ \lambda_2 &= 6, (-x_3; 0; x_3), x_3 \in \mathbb{R} \setminus \{0\}; \\ \lambda_3 &= 18, (x_3; 0; x_3), x_3 \in \mathbb{R} \setminus \{0\}; \end{aligned}$$

$$22) A = \begin{pmatrix} 7 & 7 & 7 \\ 0 & 5 & 0 \\ 7 & 0 & 7 \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} \checkmark \lambda_1 &= 5, \left(-\frac{2x_3}{7}; -\frac{45x_3}{49}; x_3\right), x_3 \in \mathbb{R} \setminus \{0\}; \\ \lambda_2 &= 0, (-x_3; 0; x_3), x_3 \in \mathbb{R} \setminus \{0\}; \\ \lambda_3 &= 14, (x_3; 0; x_3), x_3 \in \mathbb{R} \setminus \{0\}; \end{aligned}$$

$$23) A = \begin{pmatrix} -4 & 0 & 8 \\ 0 & -7 & 0 \\ 8 & 4 & -4 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \lambda_1 = -7, \left(-\frac{8x_3}{3}; \frac{55x_3}{12}; x_3 \right), x_3 \in \mathbb{R} \setminus \{0\};$$

$$\lambda_2 = -12, (-x_3; 0; x_3), x_3 \in \mathbb{R} \setminus \{0\};$$

$$\lambda_3 = 4, (x_3; 0; x_3), x_3 \in \mathbb{R} \setminus \{0\};$$

$$25) A = \begin{pmatrix} -5 & 1 & -5 \\ 0 & -6 & 0 \\ -5 & 0 & -5 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \lambda_1 = -6, \left(\frac{x_3}{5}; \frac{24x_3}{5}; x_3 \right), x_3 \in \mathbb{R} \setminus \{0\};$$

$$\lambda_2 = 0, (-x_3; 0; x_3), x_3 \in \mathbb{R} \setminus \{0\};$$

$$\lambda_3 = -10, (x_3; 0; x_3), x_3 \in \mathbb{R} \setminus \{0\};$$

$$27) A = \begin{pmatrix} 8 & 0 & -8 \\ 0 & 7 & 0 \\ -8 & 4 & 8 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \lambda_1 = 7, \left(8x_3; \frac{63x_3}{4}; x_3 \right), x_3 \in \mathbb{R} \setminus \{0\};$$

$$\lambda_2 = 16, (-x_3; 0; x_3), x_3 \in \mathbb{R} \setminus \{0\};$$

$$\lambda_3 = 0, (x_3; 0; x_3), x_3 \in \mathbb{R} \setminus \{0\};$$

$$29) A = \begin{pmatrix} 7 & 2 & 5 \\ 0 & 5 & 0 \\ 5 & 0 & 7 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \lambda_1 = 5, \left(-\frac{2x_3}{5}; -\frac{21x_3}{10}; x_3 \right), x_3 \in \mathbb{R} \setminus \{0\};$$

$$\lambda_2 = 2, (-x_3; 0; x_3), x_3 \in \mathbb{R} \setminus \{0\};$$

$$\lambda_3 = 12, (x_3; 0; x_3), x_3 \in \mathbb{R} \setminus \{0\};$$

$$24) A = \begin{pmatrix} 3 & 3 & -7 \\ 0 & 2 & 0 \\ -7 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \lambda_1 = 2, \left(\frac{x_3}{7}; \frac{16x_3}{7}; x_3 \right), x_3 \in \mathbb{R} \setminus \{0\};$$

$$\lambda_2 = 10, (-x_3; 0; x_3), x_3 \in \mathbb{R} \setminus \{0\};$$

$$\lambda_3 = -4, (x_3; 0; x_3), x_3 \in \mathbb{R} \setminus \{0\};$$

$$26) A = \begin{pmatrix} 5 & -1 & -6 \\ 0 & 3 & 0 \\ -6 & 0 & 5 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \lambda_1 = 3, \left(\frac{x_3}{3}; -\frac{16x_3}{3}; x_3 \right), x_3 \in \mathbb{R} \setminus \{0\};$$

$$\lambda_2 = 11, (-x_3; 0; x_3), x_3 \in \mathbb{R} \setminus \{0\};$$

$$\lambda_3 = -1, (x_3; 0; x_3), x_3 \in \mathbb{R} \setminus \{0\};$$

$$28) A = \begin{pmatrix} 8 & 0 & 5 \\ 0 & 7 & 0 \\ 5 & 1 & 8 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \lambda_1 = 7, (-5x_3; 24x_3; x_3), x_3 \in \mathbb{R} \setminus \{0\};$$

$$\lambda_2 = 3, (-x_3; 0; x_3), x_3 \in \mathbb{R} \setminus \{0\};$$

$$\lambda_3 = 13, (x_3; 0; x_3), x_3 \in \mathbb{R} \setminus \{0\};$$

$$30) A = \begin{pmatrix} 8 & 6 & 7 \\ 0 & 6 & 0 \\ 7 & 0 & 8 \end{pmatrix}$$

$$\checkmark \lambda_1 = 6, \left(-\frac{2x_3}{7}; -\frac{15x_3}{14}; x_3 \right), x_3 \in \mathbb{R} \setminus \{0\};$$

$$\lambda_2 = 1, (-x_3; 0; x_3), x_3 \in \mathbb{R} \setminus \{0\};$$

$$\lambda_3 = 15, (x_3; 0; x_3), x_3 \in \mathbb{R} \setminus \{0\};$$

Задача 110. Найти ортогональное преобразование, приводящее квадратичную форму к каноническому виду

$$1) L(x_1, x_2, x_3) = 3x_1^2 + 9x_2^2 + 3x_3^2 - 4x_1x_3$$

$$2) L(x_1, x_2, x_3) = 3x_1^2 + 9x_2^2 + 3x_3^2 - 6x_1x_2$$

$$\checkmark S = \begin{bmatrix} 0 & 1/\sqrt{2} & -1/\sqrt{2} \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \end{bmatrix}$$

$$\checkmark S = \begin{bmatrix} 0 & 1/\sqrt{2} & -1/\sqrt{2} \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \end{bmatrix}$$

$$L(y_1, y_2, y_3) = 9y_1^2 + y_2^2 + 5y_3^2$$

$$L(y_1, y_2, y_3) = 9y_1^2 + 6y_3^2$$

$$3) L(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 + x_2^2 + 9x_3^2 - 2x_1x_2$$

$$4) L(x_1, x_2, x_3) = 4x_1^2 + 4x_2^2 + 9x_3^2 - 2x_1x_2$$

$$\checkmark S = \begin{bmatrix} 0 & 1/\sqrt{2} & -1/\sqrt{2} \\ 0 & 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\checkmark S = \begin{bmatrix} 0 & 1/\sqrt{2} & -1/\sqrt{2} \\ 0 & 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$L(y_1, y_2, y_3) = 9y_1^2 + 2y_3^2$$

$$L(y_1, y_2, y_3) = 9y_1^2 + 3y_2^2 + 5y_3^2$$

$$5) L(x_1, x_2, x_3) = 4x_1^2 + 4x_2^2 - 9x_3^2 - 8x_1x_2$$

$$6) L(x_1, x_2, x_3) = 7x_1^2 + 3x_2^2 - 6x_2x_3 + 3x_3^2$$

$$\checkmark S = \begin{bmatrix} 0 & 1/\sqrt{2} & -1/\sqrt{2} \\ 0 & 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\checkmark S = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1/\sqrt{2} & -1/\sqrt{2} \\ 0 & 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \end{bmatrix}$$

$$L(y_1, y_2, y_3) = -9y_1^2 + 8y_3^2$$

$$L(y_1, y_2, y_3) = 7y_1^2 + 6y_3^2$$

$$7) L(x_1, x_2, x_3) = 5x_1^2 + 2x_2^2 - 4x_2x_3 + 2x_3^2$$

$$8) L(x_1, x_2, x_3) = 2x_1^2 + 5x_2^2 + 2x_3^2 - 4x_1x_2$$

$$\checkmark S = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1/\sqrt{2} & -1/\sqrt{2} \\ 0 & 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \end{bmatrix}$$

$$\checkmark S = \begin{bmatrix} 0 & 1/\sqrt{2} & -1/\sqrt{2} \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \end{bmatrix}$$

$$L(y_1, y_2, y_3) = 5y_1^2 + 4y_3^2$$

$$L(y_1, y_2, y_3) = 5y_1^2 + 4y_3^2$$

9) $L(x_1, x_2, x_3) = 4x_1^2 + 9x_2^2 + 4x_3^2 - 4x_1x_3$

✓ $S = \begin{bmatrix} 0 & 1/\sqrt{2} & -1/\sqrt{2} \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \end{bmatrix}$

$L(y_1, y_2, y_3) = 9y_1^2 + 2y_2^2 + 6y_3^2$

11) $L(x_1, x_2, x_3) = 4x_1^2 + 4x_2^2 + 10x_3^2 - 2x_1x_2$

✓ $S = \begin{bmatrix} 0 & 1/\sqrt{2} & -1/\sqrt{2} \\ 0 & 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

$L(y_1, y_2, y_3) = 10y_1^2 + 3y_2^2 + 5y_3^2$

13) $L(x_1, x_2, x_3) = 3x_1^2 + 10x_2^2 + 3x_3^2 - 4x_1x_3$

✓ $S = \begin{bmatrix} 0 & 1/\sqrt{2} & -1/\sqrt{2} \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \end{bmatrix}$

$L(y_1, y_2, y_3) = 10y_1^2 + y_2^2 + 5y_3^2$

15) $L(x_1, x_2, x_3) = 6x_1^2 + 6x_2^2 + 7x_3^2 - 12x_1x_2$

✓ $S = \begin{bmatrix} 0 & 1/\sqrt{2} & -1/\sqrt{2} \\ 0 & 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

$L(y_1, y_2, y_3) = 7y_1^2 + 12y_3^2$

17) $L(x_1, x_2, x_3) = 3x_1^2 + 3x_2^2 + 9x_3^2 - 4x_1x_2$

✓ $S = \begin{bmatrix} 0 & 1/\sqrt{2} & -1/\sqrt{2} \\ 0 & 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

$L(y_1, y_2, y_3) = 9y_1^2 + y_2^2 + 5y_3^2$

19) $L(x_1, x_2, x_3) = 5x_1^2 + 10x_2^2 + 5x_3^2 - 4x_1x_3$

✓ $S = \begin{bmatrix} 0 & 1/\sqrt{2} & -1/\sqrt{2} \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \end{bmatrix}$

$L(y_1, y_2, y_3) = 10y_1^2 + 3y_2^2 + 7y_3^2$

21) $L(x_1, x_2, x_3) = 3x_1^2 + 5x_2^2 + 3x_3^2 - 6x_1x_2$

✓ $S = \begin{bmatrix} 0 & 1/\sqrt{2} & -1/\sqrt{2} \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \end{bmatrix}$

$L(y_1, y_2, y_3) = 5y_1^2 + 6y_3^2$

23) $L(x_1, x_2, x_3) = 5x_1^2 + 5x_2^2 + 9x_3^2 - 4x_1x_2$

✓ $S = \begin{bmatrix} 0 & 1/\sqrt{2} & -1/\sqrt{2} \\ 0 & 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

$L(y_1, y_2, y_3) = 9y_1^2 + 3y_2^2 + 7y_3^2$

25) $L(x_1, x_2, x_3) = 10x_1^2 + 4x_2^2 + 4x_3^2 - 4x_2x_3$

✓ $S = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1/\sqrt{2} & -1/\sqrt{2} \\ 0 & 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \end{bmatrix}$

$L(y_1, y_2, y_3) = 10y_1^2 + 2y_2^2 + 6y_3^2$

27) $L(x_1, x_2, x_3) = 9x_1^2 + 4x_2^2 + 4x_3^2 - 4x_2x_3$

✓ $S = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1/\sqrt{2} & -1/\sqrt{2} \\ 0 & 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \end{bmatrix}$

$L(y_1, y_2, y_3) = 9y_1^2 + 2y_2^2 + 6y_3^2$

10) $L(x_1, x_2, x_3) = 6x_1^2 - 7x_2^2 + 6x_3^2 - 12x_1x_2$

✓ $S = \begin{bmatrix} 0 & 1/\sqrt{2} & -1/\sqrt{2} \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \end{bmatrix}$

$L(y_1, y_2, y_3) = -7y_1^2 + 12y_3^2$

12) $L(x_1, x_2, x_3) = -7x_1^2 + 4x_2^2 - 8x_2x_3 + 4x_3^2$

✓ $S = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1/\sqrt{2} & -1/\sqrt{2} \\ 0 & 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \end{bmatrix}$

$L(y_1, y_2, y_3) = -7y_1^2 + 8y_3^2$

14) $L(x_1, x_2, x_3) = 2x_1^2 + 2x_2^2 + 7x_3^2 - 4x_1x_2$

✓ $S = \begin{bmatrix} 0 & 1/\sqrt{2} & -1/\sqrt{2} \\ 0 & 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

$L(y_1, y_2, y_3) = 7y_1^2 + 4y_3^2$

16) $L(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 + x_2^2 + 7x_3^2 - 2x_1x_2$

✓ $S = \begin{bmatrix} 0 & 1/\sqrt{2} & -1/\sqrt{2} \\ 0 & 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

$L(y_1, y_2, y_3) = 7y_1^2 + 2y_3^2$

18) $L(x_1, x_2, x_3) = 4x_1^2 + 9x_2^2 + 4x_3^2 - 2x_1x_3$

✓ $S = \begin{bmatrix} 0 & 1/\sqrt{2} & -1/\sqrt{2} \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \end{bmatrix}$

$L(y_1, y_2, y_3) = 9y_1^2 + 3y_2^2 + 5y_3^2$

20) $L(x_1, x_2, x_3) = 8x_1^2 + 3x_2^2 + 3x_3^2 - 4x_2x_3$

✓ $S = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1/\sqrt{2} & -1/\sqrt{2} \\ 0 & 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \end{bmatrix}$

$L(y_1, y_2, y_3) = 8y_1^2 + y_2^2 + 5y_3^2$

22) $L(x_1, x_2, x_3) = 5x_1^2 + 3x_2^2 - 6x_2x_3 + 3x_3^2$

✓ $S = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1/\sqrt{2} & -1/\sqrt{2} \\ 0 & 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \end{bmatrix}$

$L(y_1, y_2, y_3) = 5y_1^2 + 6y_3^2$

24) $L(x_1, x_2, x_3) = 3x_1^2 + 9x_2^2 + 3x_3^2 - 2x_1x_3$

✓ $S = \begin{bmatrix} 0 & 1/\sqrt{2} & -1/\sqrt{2} \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \end{bmatrix}$

$L(y_1, y_2, y_3) = 9y_1^2 + 2y_2^2 + 4y_3^2$

26) $L(x_1, x_2, x_3) = 4x_1^2 - 7x_2^2 + 4x_3^2 - 8x_1x_2$

✓ $S = \begin{bmatrix} 0 & 1/\sqrt{2} & -1/\sqrt{2} \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \end{bmatrix}$

$L(y_1, y_2, y_3) = -7y_1^2 + 8y_3^2$

28) $L(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 + 7x_2^2 + x_3^2 - 2x_1x_2$

✓ $S = \begin{bmatrix} 0 & 1/\sqrt{2} & -1/\sqrt{2} \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \end{bmatrix}$

$L(y_1, y_2, y_3) = 7y_1^2 + 2y_3^2$

$$29) L(x_1, x_2, x_3) = 3x_1^2 + 3x_2^2 + 9x_3^2 - 6x_1x_2$$

$$30) L(x_1, x_2, x_3) = 5x_1^2 + 5x_2^2 + 9x_3^2 - 2x_1x_2$$

$$\checkmark S = \begin{bmatrix} 0 & 1/\sqrt{2} & -1/\sqrt{2} \\ 0 & 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\checkmark S = \begin{bmatrix} 0 & 1/\sqrt{2} & -1/\sqrt{2} \\ 0 & 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$L(y_1, y_2, y_3) = 9y_1^2 + 6y_3^2$$

$$L(y_1, y_2, y_3) = 9y_1^2 + 4y_2^2 + 6y_3^2$$

Задача 111. Построить область решений следующих систем неравенств.

$$1) \begin{cases} 5x - 3y + 21 \geq 0, \\ 4x + 2y \leq 36, \\ 8x + y \leq 48, \\ x \geq 0, \\ y \geq 0 \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} 2x - 5y + 35 \geq 0, \\ 3x + y \leq 24, \\ 6x \leq 36, \\ x \geq 0, \\ y \geq 0 \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} 3x - 4y + 20 \geq 0, \\ x + y \leq 12, \\ 7x \leq 35, \\ x \geq 0, \\ y \geq 0 \end{cases}$$

$$\checkmark (0, 0), (0, 7), (3, 12), (5, 8), (6, 0)$$

$$\checkmark (0, 0), (0, 7), (5, 9), (6, 6), (6, 0)$$

$$\checkmark (0, 0), (0, 5), (4, 8), (5, 7), (5, 0)$$

$$4) \begin{cases} 5x - 6y + 36 \geq 0, \\ 4x + 2y \leq 46, \\ 7x + 3y \leq 77, \\ x \geq 0, \\ y \geq 0 \end{cases}$$

$$5) \begin{cases} 5x - 6y + 42 \geq 0, \\ 3x + 2y \leq 42, \\ 9x + y \leq 81, \\ x \geq 0, \\ y \geq 0 \end{cases}$$

$$6) \begin{cases} 5x - 6y + 36 \geq 0, \\ 3x + y \leq 29, \\ 8x \leq 56, \\ x \geq 0, \\ y \geq 0 \end{cases}$$

$$\checkmark (0, 0), (0, 6), (6, 11), (8, 7), (11, 0)$$

$$\checkmark (0, 0), (0, 7), (6, 12), (8, 9), (9, 0)$$

$$\checkmark (0, 0), (0, 6), (6, 11), (7, 8), (7, 0)$$

$$7) \begin{cases} 4x - 2y + 8 \geq 0, \\ 4x + y \leq 16, \\ 4x \leq 12, \\ x \geq 0, \\ y \geq 0 \end{cases}$$

$$8) \begin{cases} 4x - 2y + 12 \geq 0, \\ 4x + 2y \leq 28, \\ 6x + y \leq 30, \\ x \geq 0, \\ y \geq 0 \end{cases}$$

$$9) \begin{cases} 2x - y + 5 \geq 0, \\ 3y \leq 21, \\ 7x + 2y \leq 42, \\ x \geq 0, \\ y \geq 0 \end{cases}$$

$$\checkmark (0, 0), (0, 4), (2, 8), (3, 4), (3, 0)$$

$$\checkmark (0, 0), (0, 6), (2, 10), (4, 6), (5, 0)$$

$$\checkmark (0, 0), (0, 5), (1, 7), (4, 7), (6, 0)$$

$$10) \begin{cases} 4x - 5y + 25 \geq 0, \\ 4x + 2y \leq 38, \\ 5x + 4y \leq 55, \\ x \geq 0, \\ y \geq 0 \end{cases}$$

$$11) \begin{cases} 5x - 4y + 16 \geq 0, \\ 3x + 3y \leq 39, \\ 6x + 2y \leq 54, \\ x \geq 0, \\ y \geq 0 \end{cases}$$

$$12) \begin{cases} 5x - 2y + 6 \geq 0, \\ 4x + 3y \leq 32, \\ 4x + 5y \leq 40, \\ x \geq 0, \\ y \geq 0 \end{cases}$$

$$\checkmark (0, 0), (0, 5), (5, 9), (7, 5), (11, 0)$$

$$\checkmark (0, 0), (0, 4), (4, 9), (7, 6), (9, 0)$$

$$\checkmark (0, 0), (0, 3), (2, 8), (5, 4), (10, 0)$$

$$13) \begin{cases} 3x - 6y + 42 \geq 0, \\ x + 2y \leq 26, \\ 9x + 3y \leq 99, \\ x \geq 0, \\ y \geq 0 \end{cases}$$

$$14) \begin{cases} 3x - 5y + 20 \geq 0, \\ x + 2y \leq 19, \\ 6x + y \leq 48, \\ x \geq 0, \\ y \geq 0 \end{cases}$$

$$\checkmark (0, 0), (0, 7), (6, 10), (8, 9), (11, 0)$$

$$\checkmark (0, 0), (0, 4), (5, 7), (7, 6), (8, 0)$$

$$15) \begin{cases} 3x - 4y + 16 \geq 0, \\ 2x + 3y \leq 29, \\ 5x + 5y \leq 60, \\ x \geq 0, \\ y \geq 0 \end{cases}$$

$$16) \begin{cases} 2x - 3y + 18 \geq 0, \\ x + 3y \leq 27, \\ 7x + 2y \leq 56, \\ x \geq 0, \\ y \geq 0 \end{cases}$$

$$17) \begin{cases} 4x - 2y + 8 \geq 0, \\ 3x + 2y \leq 22, \\ 5x + 4y \leq 40, \\ x \geq 0, \\ y \geq 0 \end{cases}$$

$$\checkmark (0, 0), (0, 4), (4, 7), (7, 5), (12, 0)$$

$$\checkmark (0, 0), (0, 6), (3, 8), (6, 7), (8, 0)$$

$$\checkmark (0, 0), (0, 4), (2, 8), (4, 5), (8, 0)$$

$$18) \begin{cases} 5x - 2y + 10 \geq 0, \\ 3x + 2y \leq 26, \\ 7x + 3y \leq 49, \\ x \geq 0, \\ y \geq 0 \end{cases}$$

$$19) \begin{cases} 3x - 4y + 20 \geq 0, \\ 2x + 2y \leq 24, \\ 6x + 4y \leq 60, \\ x \geq 0, \\ y \geq 0 \end{cases}$$

$$20) \begin{cases} 2x - 4y + 16 \geq 0, \\ 3x + 2y \leq 24, \\ 3x + y \leq 21, \\ x \geq 0, \\ y \geq 0 \end{cases}$$

$$\checkmark (0, 0), (0, 5), (2, 10), (4, 7), (7, 0)$$

$$\checkmark (0, 0), (0, 5), (4, 8), (6, 6), (10, 0)$$

$$\checkmark (0, 0), (0, 4), (4, 6), (6, 3), (7, 0)$$

$$\begin{array}{lll}
21) \left\{ \begin{array}{l} 5x - 2y + 10 \geq 0, \\ 4x + 3y \leq 38, \\ 6x + 2y \leq 42, \\ x \geq 0, \\ y \geq 0 \end{array} \right. & 22) \left\{ \begin{array}{l} 4x - 5y + 15 \geq 0, \\ 4x + y \leq 27, \\ 3x \leq 18, \\ x \geq 0, \\ y \geq 0 \end{array} \right. & 23) \left\{ \begin{array}{l} 5x - 5y + 20 \geq 0, \\ 3y \leq 27, \\ 9x + 5y \leq 117, \\ x \geq 0, \\ y \geq 0 \end{array} \right. \\
\checkmark (0, 0), (0, 5), (2, 10), (5, 6), (7, 0) & \checkmark (0, 0), (0, 3), (5, 7), (6, 3), (6, 0) & \checkmark (0, 0), (0, 4), (5, 9), (8, 9), (13, 0) \\
24) \left\{ \begin{array}{l} 4x - y + 7 \geq 0, \\ x + 2y \leq 23, \\ 10x + 4y \leq 70, \\ x \geq 0, \\ y \geq 0 \end{array} \right. & 25) \left\{ \begin{array}{l} 2x - 3y + 15 \geq 0, \\ 3y \leq 21, \\ 7x + 2y \leq 56, \\ x \geq 0, \\ y \geq 0 \end{array} \right. & \\
\checkmark (0, 0), (0, 7), (1, 11), (3, 10), (7, 0) & \checkmark (0, 0), (0, 5), (3, 7), (6, 7), (8, 0) & \\
26) \left\{ \begin{array}{l} 5x - 6y + 30 \geq 0, \\ 2x + y \leq 22, \\ 8x \leq 56, \\ x \geq 0, \\ y \geq 0 \end{array} \right. & 27) \left\{ \begin{array}{l} 3x - 3y + 18 \geq 0, \\ 2x + 2y \leq 24, \\ 7x + 4y \leq 63, \\ x \geq 0, \\ y \geq 0 \end{array} \right. & \\
\checkmark (0, 0), (0, 5), (6, 10), (7, 8), (7, 0) & \checkmark (0, 0), (0, 6), (3, 9), (5, 7), (9, 0) & \\
28) \left\{ \begin{array}{l} 4x - 4y + 24 \geq 0, \\ 3x + 3y \leq 42, \\ 7x + 5y \leq 84, \\ x \geq 0, \\ y \geq 0 \end{array} \right. & 29) \left\{ \begin{array}{l} 4x - y + 6 \geq 0, \\ 2x + 3y \leq 32, \\ 8x + 5y \leq 72, \\ x \geq 0, \\ y \geq 0 \end{array} \right. & \\
\checkmark (0, 0), (0, 6), (4, 10), (7, 7), (12, 0) & \checkmark (0, 0), (0, 6), (1, 10), (4, 8), (9, 0) & \\
30) \left\{ \begin{array}{l} 3x - 6y + 30 \geq 0, \\ 3y \leq 24, \\ 8x + 5y \leq 112, \\ x \geq 0, \\ y \geq 0 \end{array} \right. & & \\
\checkmark (0, 0), (0, 5), (6, 8), (9, 8), (14, 0) & &
\end{array}$$

Задача 112. Написать уравнение прямой, проходящей через точки

1) $A(7, -4), B(12, -8)$	2) $A(7, -2), B(-2, 10)$	3) $A(5, -2), B(4, 0)$	4) $A(7, -4), B(16, 2)$
$\checkmark -4x - 5y + 8 = 0$	$\checkmark 4x + 3y - 22 = 0$	$\checkmark 2x + y - 8 = 0$	$\checkmark 2x - 3y - 26 = 0$
5) $A(7, -2), B(4, 2)$	6) $A(5, -4), B(2, -16)$	7) $A(5, -2), B(-5, -4)$	8) $A(7, -2), B(8, -6)$
$\checkmark -4x - 3y + 22 = 0$	$\checkmark -4x + y + 24 = 0$	$\checkmark x - 5y - 15 = 0$	$\checkmark -4x - y + 26 = 0$
9) $A(5, -2), B(10, 2)$	10) $A(5, 4), B(15, 6)$	11) $A(5, -4), B(-5, 4)$	12) $A(7, 4), B(5, -4)$
$\checkmark 4x - 5y - 30 = 0$	$\checkmark -x + 5y - 15 = 0$	$\checkmark -4x - 5y = 0$	$\checkmark 4x - y - 24 = 0$
13) $A(-3, 4), B(-4, 3)$	14) $A(-3, 4), B(-8, 5)$	15) $A(7, -2), B(-2, 4)$	16) $A(5, 4), B(4, 0)$
$\checkmark x - y + 7 = 0$	$\checkmark -x - 5y + 17 = 0$	$\checkmark 2x + 3y - 8 = 0$	$\checkmark 4x - y - 16 = 0$
17) $A(7, -4), B(-3, 4)$	18) $A(5, -4), B(8, -10)$	19) $A(7, 4), B(22, 7)$	20) $A(-3, 4), B(-6, 8)$
$\checkmark -4x - 5y + 8 = 0$	$\checkmark -2x - y + 6 = 0$	$\checkmark x - 5y + 13 = 0$	$\checkmark -4x - 3y = 0$
21) $A(5, -2), B(0, 2)$	22) $A(7, -4), B(12, -8)$	23) $A(5, -4), B(7, -6)$	24) $A(5, -2), B(14, 10)$
$\checkmark -4x - 5y + 10 = 0$	$\checkmark 4x + 5y - 8 = 0$	$\checkmark x + y - 1 = 0$	$\checkmark 4x - 3y - 26 = 0$
25) $A(7, 4), B(9, 0)$	26) $A(-3, -2), B(-5, -6)$	27) $A(5, -2), B(11, -6)$	28) $A(-3, 4), B(0, 2)$
$\checkmark 2x + y - 18 = 0$	$\checkmark 2x - y + 4 = 0$	$\checkmark 2x + 3y - 4 = 0$	$\checkmark -2x - 3y + 6 = 0$
29) $A(7, 4), B(8, 3)$	30) $A(7, -2), B(4, 0)$		
$\checkmark x + y - 11 = 0$	$\checkmark 2x + 3y - 8 = 0$		

Задача 113. Составить уравнение прямой, проходящей через точку A , и параллельной прямой, соединяющей точки M и N .

- | | | |
|---|---|---|
| 1) $A(3, 2), M(7, 4), N(-3, 2)$
✓ $x - 5y + 7 = 0$ | 2) $A(-1, 2), M(-3, -2), N(-5, 2)$
✓ $-2x - y = 0$ | 3) $A(2, -3), M(-3, -2), N(2, 0)$
✓ $-2x + 5y + 19 = 0$ |
| 4) $A(2, -3), M(-3, -4), N(6, -16)$
✓ $-4x - 3y - 1 = 0$ | 5) $A(3, -3), M(7, 4), N(-3, -4)$
✓ $4x - 5y - 27 = 0$ | 6) $A(-1, 1), M(5, -2), N(6, -4)$
✓ $2x + y + 1 = 0$ |
| 7) $A(-1, 1), M(7, 4), N(12, 3)$
✓ $x + 5y - 4 = 0$ | 8) $A(2, 1), M(7, -4), N(22, -16)$
✓ $-4x - 5y + 13 = 0$ | 9) $A(-1, 2), M(-3, -2), N(0, 4)$
✓ $2x - y + 4 = 0$ |
| 10) $A(2, -3), M(5, -2), N(6, 0)$
✓ $-2x + y + 7 = 0$ | 11) $A(3, 2), M(7, -4), N(-2, 8)$
✓ $4x + 3y - 18 = 0$ | 12) $A(2, 1), M(7, 4), N(13, 12)$
✓ $-4x + 3y + 5 = 0$ |
| 13) $A(2, -3), M(-3, -4), N(2, 0)$
✓ $-4x + 5y + 23 = 0$ | 14) $A(-1, 2), M(7, 4), N(4, 1)$
✓ $-x + y - 3 = 0$ | 15) $A(-1, -3), M(5, -4), N(20, 2)$
✓ $2x - 5y - 13 = 0$ |
| 16) $A(-1, 2), M(-3, -4), N(3, -6)$
✓ $x + 3y - 5 = 0$ | 17) $A(2, 1), M(-3, -2), N(2, -6)$
✓ $-4x - 5y + 13 = 0$ | 18) $A(3, -3), M(-3, -2), N(2, -1)$
✓ $-x + 5y + 18 = 0$ |
| 19) $A(2, -3), M(7, -4), N(10, 8)$
✓ $4x - y - 11 = 0$ | 20) $A(3, 2), M(7, -2), N(2, -3)$
✓ $-x + 5y - 7 = 0$ | 21) $A(-1, 2), M(-3, 4), N(-1, 12)$
✓ $-4x + y - 6 = 0$ |
| 22) $A(3, -3), M(-3, -2), N(3, 6)$
✓ $-4x + 3y + 21 = 0$ | 23) $A(2, 2), M(7, -2), N(2, 0)$
✓ $-2x - 5y + 14 = 0$ | 24) $A(3, 1), M(5, -4), N(-1, 0)$
✓ $-2x - 3y + 9 = 0$ |
| 25) $A(3, -3), M(5, 4), N(14, 7)$
✓ $x - 3y - 12 = 0$ | 26) $A(-1, 2), M(-3, -4), N(-6, 0)$
✓ $-4x - 3y + 2 = 0$ | 27) $A(3, -3), M(5, -4), N(2, -2)$
✓ $-2x - 3y - 3 = 0$ |
| 28) $A(3, 2), M(7, 4), N(1, 2)$
✓ $x - 3y + 3 = 0$ | 29) $A(3, -3), M(-3, -4), N(-4, -6)$
✓ $-2x + y + 9 = 0$ | 30) $A(-1, 1), M(5, -4), N(8, -16)$
✓ $-4x - y - 3 = 0$ |

Задача 114. Составить уравнение прямой, проходящей через точку A , и перпендикулярной прямой, соединяющей точки M и N .

- | | | |
|--|---|---|
| 1) $A(2, 2), M(-3, 4), N(-6, 0)$
✓ $-3x - 4y + 14 = 0$ | 2) $A(3, 2), M(5, -2), N(-4, -8)$
✓ $-3x - 2y + 13 = 0$ | 3) $A(3, 2), M(-3, -4), N(-18, -10)$
✓ $-5x - 2y + 19 = 0$ |
| 4) $A(3, 2), M(5, 4), N(10, 3)$
✓ $-5x + y + 13 = 0$ | 5) $A(-1, 2), M(5, 4), N(6, 6)$
✓ $x + 2y - 3 = 0$ | 6) $A(-1, -3), M(5, -2), N(20, 10)$
✓ $5x + 4y + 17 = 0$ |
| 7) $A(-1, 1), M(7, -2), N(12, -3)$
✓ $-5x + y - 6 = 0$ | 8) $A(-1, 2), M(-3, 4), N(2, 2)$
✓ $-5x + 2y - 9 = 0$ | 9) $A(-1, 2), M(-3, -4), N(7, -12)$
✓ $-5x + 4y - 13 = 0$ |
| 10) $A(2, -3), M(5, -2), N(4, 0)$
✓ $x - 2y - 8 = 0$ | 11) $A(2, -3), M(-3, -2), N(0, 1)$
✓ $x + y + 1 = 0$ | 12) $A(-1, 2), M(7, -2), N(1, 0)$
✓ $3x - y + 5 = 0$ |
| 13) $A(3, 2), M(7, -4), N(8, -6)$
✓ $-x + 2y - 1 = 0$ | 14) $A(-1, 1), M(-3, 4), N(-4, 3)$
✓ $x + y = 0$ | 15) $A(-1, -3), M(7, -2), N(6, -3)$
✓ $-x - y - 4 = 0$ |
| 16) $A(-1, -3), M(-3, 4), N(-5, 2)$
✓ $x + y + 4 = 0$ | 17) $A(3, 2), M(7, 4), N(8, 8)$
✓ $x + 4y - 11 = 0$ | 18) $A(2, 2), M(7, 4), N(17, 0)$
✓ $-5x + 2y + 6 = 0$ |
| 19) $A(3, 2), M(7, -4), N(-8, -10)$
✓ $-5x - 2y + 19 = 0$ | 20) $A(2, 1), M(5, 4), N(6, 8)$
✓ $-x - 4y + 6 = 0$ | 21) $A(3, -3), M(5, -2), N(8, 4)$
✓ $x + 2y + 3 = 0$ |
| 22) $A(2, 2), M(7, 4), N(16, 16)$
✓ $3x + 4y - 14 = 0$ | 23) $A(2, -3), M(7, -2), N(17, -10)$
✓ $-5x + 4y + 22 = 0$ | 24) $A(2, 1), M(-3, -4), N(-2, 0)$
✓ $x + 4y - 6 = 0$ |
| 25) $A(-1, 1), M(7, -4), N(8, -6)$
✓ $-x + 2y - 3 = 0$ | 26) $A(-1, -3), M(-3, -2), N(-8, -3)$
✓ $-5x - y - 8 = 0$ | 27) $A(3, 1), M(5, 4), N(8, 5)$
✓ $3x + y - 10 = 0$ |
| 28) $A(3, -3), M(7, -2), N(4, 10)$
✓ $-x + 4y + 15 = 0$ | 29) $A(2, -3), M(5, 4), N(-5, -4)$
✓ $5x + 4y + 2 = 0$ | 30) $A(-1, 2), M(-3, -2), N(3, -6)$
✓ $-3x + 2y - 7 = 0$ |

Задача 115. Найти угол между прямыми:

- 1) $-x - 3y - 15 = 0$, $3x + 2y + 21 = 0$ 2) $2x + 3y + 18 = 0$, $3x - y + 12 = 0$ 3) $2x + 5y + 26 = 0$, $x + y + 8 = 0$
 $\checkmark \operatorname{arctg} \frac{7}{9}$ $\checkmark \operatorname{arctg} \frac{11}{3}$ $\checkmark \operatorname{arctg} \frac{3}{7}$
- 4) $2x - y + 2 = 0$, $-3x + 2y - 27 = 0$ 5) $-2x + y + 8 = 0$, $x + 2y + 11 = 0$ 6) $x + 3y - 6 = 0$, $-3x - 2y - 3 = 0$
 $\checkmark \operatorname{arctg} \frac{1}{8}$ $\checkmark \operatorname{arctg} \infty$ $\checkmark \operatorname{arctg} \frac{7}{9}$
- 7) $2x - y - 1 = 0$, $-3x - 2y - 21 = 0$ 8) $x + 5y + 18 = 0$, $3x + 2y + 3 = 0$
 $\checkmark \operatorname{arctg} \frac{7}{4}$ $\checkmark \operatorname{arctg} 1$
- 9) $2x + 3y - 13 = 0$, $-5x - 2y - 1 = 0$ 10) $-2x + 5y - 11 = 0$, $x + y - 1 = 0$
 $\checkmark \operatorname{arctg} \frac{11}{16}$ $\checkmark \operatorname{arctg} \frac{7}{3}$
- 11) $2x + 5y - 19 = 0$, $-x - 2y - 11 = 0$ 12) $-2x - 3y - 8 = 0$, $-3x - y - 9 = 0$
 $\checkmark \operatorname{arctg} \frac{1}{12}$ $\checkmark \operatorname{arctg} \frac{7}{9}$
- 13) $-2x + 5y - 21 = 0$, $-x - y - 2 = 0$ 14) $-2x - y + 7 = 0$, $-5x - 2y + 17 = 0$
 $\checkmark \operatorname{arctg} \frac{7}{3}$ $\checkmark \operatorname{arctg} \frac{1}{12}$
- 15) $2x - y + 2 = 0$, $-3x - 2y + 15 = 0$ 16) $x + y - 5 = 0$, $3x + 2y - 15 = 0$ 17) $-x + y + 6 = 0$, $5x + y - 2 = 0$
 $\checkmark \operatorname{arctg} \frac{7}{4}$ $\checkmark \operatorname{arctg} \frac{1}{5}$ $\checkmark \operatorname{arctg} \frac{3}{2}$
- 18) $-2x - 3y + 3 = 0$, $-x - 2y - 5 = 0$ 19) $x - y + 6 = 0$, $-x + y - 2 = 0$ 20) $x + y + 2 = 0$, $5x + 2y + 1 = 0$
 $\checkmark \operatorname{arctg} \frac{1}{8}$ $\checkmark \operatorname{arctg} 0$ $\checkmark \operatorname{arctg} \frac{3}{7}$
- 21) $-x - 3y - 15 = 0$, $-3x + y - 12 = 0$ 22) $-2x - 5y - 26 = 0$, $3x - 2y + 9 = 0$
 $\checkmark \operatorname{arctg} \infty$ $\checkmark \operatorname{arctg} \frac{19}{4}$
- 23) $-2x - 5y - 16 = 0$, $-5x - 2y - 1 = 0$ 24) $-2x - 5y + 9 = 0$, $3x - y + 21 = 0$
 $\checkmark \operatorname{arctg} \frac{21}{20}$ $\checkmark \operatorname{arctg} 17$
- 25) $x + 5y + 18 = 0$, $3x - y - 6 = 0$ 26) $-x - 5y - 18 = 0$, $-5x + y + 8 = 0$
 $\checkmark \operatorname{arctg} 8$ $\checkmark \operatorname{arctg} \infty$
- 27) $-x - 5y + 17 = 0$, $3x - y + 12 = 0$ 28) $x - 3y - 9 = 0$, $-3x + 2y - 27 = 0$
 $\checkmark \operatorname{arctg} 8$ $\checkmark \operatorname{arctg} \frac{7}{9}$
- 29) $-2x + y - 2 = 0$, $3x + y - 9 = 0$ 30) $x + 3y + 15 = 0$, $3x - 2y + 9 = 0$
 $\checkmark \operatorname{arctg} 1$ $\checkmark \operatorname{arctg} \frac{11}{3}$

Задача 116. Найти точку пересечения диагоналей четырёхугольника $ABCD$.

- 1) $A(-7, 6)$, $B(12, 6)$, $C(12, -1)$, $D(0, -2)$ 2) $A(-4, 3)$, $B(9, 5)$, $C(9, 0)$, $D(0, -5)$
 $\checkmark \left(\frac{309}{59}, \frac{88}{59} \right)$ $\checkmark \left(\frac{828}{157}, \frac{135}{157} \right)$
- 3) $A(-5, 6)$, $B(10, 8)$, $C(9, 0)$, $D(-2, -4)$ 4) $A(-7, 6)$, $B(12, 6)$, $C(10, 1)$, $D(0, -3)$
 $\checkmark \left(\frac{41}{10}, \frac{21}{10} \right)$ $\checkmark \left(\frac{472}{71}, \frac{141}{71} \right)$
- 5) $A(-4, 4)$, $B(9, 7)$, $C(12, 1)$, $D(-2, -5)$ 6) $A(-4, 5)$, $B(9, 5)$, $C(11, 0)$, $D(-2, -5)$
 $\checkmark \left(\frac{356}{75}, \frac{59}{25} \right)$ $\checkmark \left(\frac{226}{41}, \frac{75}{41} \right)$
- 7) $A(-6, 4)$, $B(9, 8)$, $C(12, 1)$, $D(-1, -5)$ 8) $A(-7, 4)$, $B(11, 5)$, $C(12, -2)$, $D(1, -5)$
 $\checkmark \left(\frac{201}{44}, \frac{197}{88} \right)$ $\checkmark \left(\frac{148}{25}, -\frac{2}{25} \right)$

- 9) $A(-4, 5), B(10, 5), C(10, 1), D(0, -4)$
 $\checkmark \left(\frac{550}{83}, \frac{163}{83} \right)$
- 11) $A(-7, 3), B(10, 8), C(10, -2), D(1, -3)$
 $\checkmark \left(\frac{395}{116}, -\frac{7}{116} \right)$
- 13) $A(-5, 3), B(11, 7), C(9, 0), D(0, -4)$
 $\checkmark \left(\frac{83}{17}, \frac{15}{17} \right)$
- 15) $A(-7, 6), B(12, 8), C(9, -2), D(1, -2)$
 $\checkmark \left(\frac{119}{31}, \frac{18}{31} \right)$
- 17) $A(-6, 6), B(10, 6), C(10, 1), D(-1, -2)$
 $\checkmark \left(\frac{950}{183}, \frac{458}{183} \right)$
- 19) $A(-7, 3), B(12, 6), C(11, 0), D(-2, -4)$
 $\checkmark (5, 1)$
- 21) $A(-4, 3), B(12, 5), C(11, -2), D(1, -3)$
 $\checkmark \left(\frac{178}{35}, -\frac{1}{35} \right)$
- 23) $A(-6, 6), B(10, 8), C(9, 0), D(-2, -5)$
 $\checkmark \left(\frac{386}{89}, \frac{166}{89} \right)$
- 25) $A(-6, 4), B(12, 6), C(10, -2), D(1, -3)$
 $\checkmark \left(\frac{14}{3}, 0 \right)$
- 27) $A(-4, 6), B(11, 8), C(10, -1), D(-2, -3)$
 $\checkmark \left(\frac{138}{35}, \frac{71}{35} \right)$
- 29) $A(-6, 5), B(12, 5), C(12, 0), D(0, -2)$
 $\checkmark \left(\frac{192}{31}, \frac{50}{31} \right)$
- 10) $A(-7, 3), B(10, 7), C(12, 0), D(-1, -3)$
 $\checkmark \left(\frac{833}{223}, \frac{291}{223} \right)$
- 12) $A(-5, 4), B(9, 5), C(9, 1), D(-2, -3)$
 $\checkmark \left(\frac{689}{145}, \frac{277}{145} \right)$
- 14) $A(-5, 6), B(9, 6), C(9, 1), D(1, -4)$
 $\checkmark \left(\frac{53}{9}, \frac{19}{9} \right)$
- 16) $A(-4, 6), B(9, 7), C(9, -2), D(-2, -4)$
 $\checkmark \left(\frac{24}{7}, \frac{10}{7} \right)$
- 18) $A(-4, 5), B(9, 6), C(9, 0), D(1, -2)$
 $\checkmark \left(\frac{14}{3}, \frac{5}{3} \right)$
- 20) $A(-4, 5), B(11, 6), C(9, -1), D(1, -2)$
 $\checkmark \left(\frac{387}{82}, \frac{40}{41} \right)$
- 22) $A(-6, 6), B(12, 7), C(12, 0), D(0, -3)$
 $\checkmark (6, 2)$
- 24) $A(-4, 4), B(11, 5), C(12, 1), D(0, -2)$
 $\checkmark \left(\frac{924}{145}, \frac{298}{145} \right)$
- 26) $A(-7, 6), B(11, 8), C(10, -1), D(-1, -2)$
 $\checkmark \left(\frac{437}{127}, \frac{216}{127} \right)$
- 28) $A(-4, 5), B(9, 5), C(9, 1), D(-2, -4)$
 $\checkmark \left(\frac{877}{161}, \frac{337}{161} \right)$
- 30) $A(-7, 6), B(9, 6), C(12, -1), D(-2, -3)$
 $\checkmark \left(\frac{125}{31}, \frac{60}{31} \right)$

Задача 117. Найти точку пересечения диагоналей четырёхугольника $ABCD$.

- 1) $A(-6, -4), B(9, 4), C(1, 10), D(-6, 7)$
 $\checkmark (-1, 6)$
- 3) $A(8, -4), B(-7, 12), C(-1, 14), D(28, -9)$
 $\checkmark (3, 6)$
- 5) $A(-6, -6), B(14, 7), C(1, 8), D(-26, -1)$
 $\checkmark (-1, 4)$
- 7) $A(-12, -16), B(18, 1), C(9, 12), D(-2, 5)$
 $\checkmark (3, 4)$
- 9) $A(18, -16), B(13, 2), C(-3, 12), D(-2, 5)$
 $\checkmark (3, 4)$
- 11) $A(-20, 3), B(-15, -8), C(1, -4), D(20, 13)$
 $\checkmark (-5, -2)$
- 13) $A(14, 18), B(-16, 1), C(-7, -10), D(4, -3)$
 $\checkmark (-1, -2)$
- 2) $A(-6, 16), B(-16, 18), C(1, 2), D(4, 2)$
 $\checkmark (-1, 6)$
- 4) $A(-10, 1), B(14, 1), C(5, 6), D(-6, 5)$
 $\checkmark (-1, 4)$
- 6) $A(-6, 10), B(-7, -8), C(15, -18), D(8, 1)$
 $\checkmark (3, -2)$
- 8) $A(-4, 10), B(14, 16), C(3, -4), D(-6, 0)$
 $\checkmark (-1, 4)$
- 10) $A(4, -14), B(5, 0), C(-11, 6), D(-30, -7)$
 $\checkmark (-5, -2)$
- 12) $A(-6, -4), B(9, 12), C(1, 10), D(-26, -9)$
 $\checkmark (-1, 6)$
- 14) $A(4, 18), B(9, -10), C(-3, -10), D(-26, 18)$
 $\checkmark (-1, -2)$

- 15)** $A(-2, 1), B(18, 3), C(5, 8), D(-22, 11)$
 $\checkmark (3, 6)$
16) $A(12, 0), B(-12, -3), C(-9, 14), D(8, 9)$
 $\checkmark (3, 6)$
- 17)** $A(14, -14), B(14, 9), C(-13, 22), D(-6, 5)$
 $\checkmark (-1, 6)$
18) $A(4, 3), B(-15, 14), C(-17, 10), D(0, 2)$
 $\checkmark (-5, 6)$
- 19)** $A(4, 3), B(10, 12), C(-11, 8), D(-10, 4)$
 $\checkmark (-5, 6)$
20) $A(-4, 1), B(-16, -14), C(3, -6), D(4, 2)$
 $\checkmark (-1, -2)$
- 21)** $A(-6, 10), B(13, 10), C(15, -4), D(-22, -11)$
 $\checkmark (3, 4)$
22) $A(8, 9), B(14, 15), C(-13, 2), D(-6, 3)$
 $\checkmark (-1, 6)$
- 23)** $A(10, -12), B(-20, 1), C(-17, 6), D(20, -7)$
 $\checkmark (-5, -2)$
24) $A(2, 1), B(14, -11), C(-3, -4), D(-6, 1)$
 $\checkmark (-1, -2)$
- 25)** $A(8, -5), B(-11, 6), C(-13, 2), D(4, -6)$
 $\checkmark (-1, -2)$
26) $A(2, -2), B(9, 0), C(-5, 12), D(-26, 14)$
 $\checkmark (-1, 4)$
- 27)** $A(10, 18), B(10, -8), C(-11, -10), D(-10, 0)$
 $\checkmark (-5, -2)$
28) $A(-8, 10), B(-15, 0), C(-1, -18), D(0, -3)$
 $\checkmark (-5, -2)$
- 29)** $A(-6, -1), B(-16, 10), C(1, 6), D(24, -6)$
 $\checkmark (-1, 4)$
30) $A(8, -6), B(13, 10), C(1, 8), D(-2, 1)$
 $\checkmark (3, 4)$

Задача 118. В треугольнике ABC найти длину высоты AD .

- 1)** $A(7, 15), B(3, 5), C(11, -1)$
 $\checkmark \frac{52}{5}$
2) $A(-6, 15), B(-2, 5), C(0, 2)$
 $\checkmark \frac{8\sqrt{13}}{13}$
3) $A(-8, -19), B(-2, -4), C(2, -7)$
 $\checkmark \frac{78}{5}$
- 4)** $A(-8, 20), B(-2, 5), C(10, 17)$
 $\checkmark \frac{21\sqrt{2}}{2}$
5) $A(4, 6), B(-2, -4), C(-10, 2)$
 $\checkmark \frac{58}{5}$
6) $A(9, -10), B(3, 5), C(-5, -1)$
 $\checkmark \frac{78}{5}$
- 7)** $A(-8, -5), B(-2, 5), C(-6, 1)$
 $\checkmark 2\sqrt{2}$
8) $A(-6, -19), B(3, -4), C(-3, -16)$
 $\checkmark \frac{3\sqrt{5}}{5}$
9) $A(-3, 15), B(3, 5), C(6, 8)$
 $\checkmark 8\sqrt{2}$
- 10)** $A(-11, -19), B(-2, -4), C(7, -13)$
 $\checkmark 12\sqrt{2}$
11) $A(-3, 6), B(3, -4), C(-1, -8)$
 $\checkmark 8\sqrt{2}$
12) $A(4, 11), B(-2, -4), C(7, -7)$
 $\checkmark \frac{51\sqrt{10}}{10}$
- 13)** $A(-1, -5), B(3, 5), C(-1, 6)$
 $\checkmark \frac{44\sqrt{17}}{17}$
14) $A(2, -14), B(-2, -4), C(-6, 0)$
 $\checkmark 3\sqrt{2}$
15) $A(6, 11), B(3, -4), C(7, -1)$
 $\checkmark \frac{51}{5}$
- 16)** $A(-8, 15), B(-2, 5), C(10, -4)$
 $\checkmark \frac{22}{5}$
17) $A(-4, 6), B(-2, -4), C(-11, 8)$
 $\checkmark \frac{22}{5}$
18) $A(-3, -14), B(3, -4), C(7, -10)$
 $\checkmark \frac{38\sqrt{13}}{13}$
- 19)** $A(-8, 6), B(-2, -4), C(4, -12)$
 $\checkmark \frac{6}{5}$
20) $A(-8, 6), B(-2, -4), C(-10, 2)$
 $\checkmark \frac{22}{5}$
21) $A(4, 11), B(-2, -4), C(0, -8)$
 $\checkmark \frac{27\sqrt{5}}{5}$
- 22)** $A(9, 6), B(3, -4), C(6, -1)$
 $\checkmark 2\sqrt{2}$
23) $A(9, -10), B(3, 5), C(5, 1)$
 $\checkmark \frac{3\sqrt{5}}{5}$
24) $A(-11, -10), B(-2, 5), C(-10, -1)$
 $\checkmark \frac{33}{5}$
- 25)** $A(-6, -19), B(3, -4), C(11, -2)$
 $\checkmark 3\sqrt{17}$
26) $A(-8, 15), B(-2, 5), C(-10, -1)$
 $\checkmark \frac{58}{5}$
27) $A(-3, -5), B(3, 5), C(-5, 7)$
 $\checkmark \frac{46\sqrt{17}}{17}$
- 28)** $A(1, 15), B(3, 5), C(6, 2)$
 $\checkmark 4\sqrt{2}$
29) $A(9, 11), B(3, -4), C(11, -10)$
 $\checkmark \frac{78}{5}$
30) $A(9, 11), B(3, -4), C(7, 4)$
 $\checkmark \frac{3\sqrt{5}}{5}$

Задача 119.

Задача 120.

- 1) Дан треугольник с вершинами $A(-3, -5)$, $B(0, -2)$, $C(1, -9)$. Найти его периметр и площадь.
✓ $P = 12$, $S = 6$
- 2) Дан треугольник с вершинами $A(-1, 4)$, $B(2, 7)$, $C(3, 0)$. Найти его периметр и площадь.
✓ $P = 12$, $S = 6$
- 3) Дан треугольник с вершинами $A(-3, 1)$, $B(0, 4)$, $C(1, -3)$. Найти его периметр и площадь.
✓ $P = 12$, $S = 6$
- 4) Дан треугольник с вершинами $A(-5, -1)$, $B(-2, 2)$, $C(-1, -5)$. Найти его периметр и площадь.
✓ $P = 12$, $S = 6$
- 5) Дан треугольник с вершинами $A(-5, -5)$, $B(-2, -2)$, $C(-1, -9)$. Найти его периметр и площадь.
✓ $P = 12$, $S = 6$
- 6) Дан треугольник с вершинами $A(-1, -4)$, $B(2, -1)$, $C(3, -8)$. Найти его периметр и площадь.
✓ $P = 12$, $S = 6$
- 7) Дан треугольник с вершинами $A(3, 2)$, $B(6, 5)$, $C(7, -2)$. Найти его периметр и площадь.
✓ $P = 12$, $S = 6$
- 8) Дан треугольник с вершинами $A(5, -4)$, $B(8, -1)$, $C(9, -8)$. Найти его периметр и площадь.
✓ $P = 12$, $S = 6$
- 9) Дан треугольник с вершинами $A(-1, 3)$, $B(2, 6)$, $C(3, -1)$. Найти его периметр и площадь.
✓ $P = 12$, $S = 6$
- 10) Дан треугольник с вершинами $A(2, -3)$, $B(5, 0)$, $C(6, -7)$. Найти его периметр и площадь.
✓ $P = 12$, $S = 6$
- 11) Дан треугольник с вершинами $A(4, 3)$, $B(7, 6)$, $C(8, -1)$. Найти его периметр и площадь.
✓ $P = 12$, $S = 6$
- 12) Дан треугольник с вершинами $A(4, 1)$, $B(7, 4)$, $C(8, -3)$. Найти его периметр и площадь.
✓ $P = 12$, $S = 6$
- 13) Дан треугольник с вершинами $A(5, -3)$, $B(8, 0)$, $C(9, -7)$. Найти его периметр и площадь.
✓ $P = 12$, $S = 6$
- 14) Дан треугольник с вершинами $A(5, 1)$, $B(8, 4)$, $C(9, -3)$. Найти его периметр и площадь.
✓ $P = 12$, $S = 6$
- 15) Дан треугольник с вершинами $A(-4, -1)$, $B(-1, 2)$, $C(0, -5)$. Найти его периметр и площадь.
✓ $P = 12$, $S = 6$
- 16) Дан треугольник с вершинами $A(-5, 1)$, $B(-2, 4)$, $C(-1, -3)$. Найти его периметр и площадь.
✓ $P = 12$, $S = 6$
- 17) Дан треугольник с вершинами $A(3, -5)$, $B(6, -2)$, $C(7, -9)$. Найти его периметр и площадь.
✓ $P = 12$, $S = 6$
- 18) Дан треугольник с вершинами $A(5, -5)$, $B(8, -2)$, $C(9, -9)$. Найти его периметр и площадь.
✓ $P = 12$, $S = 6$
- 19) Дан треугольник с вершинами $A(-4, -5)$, $B(-1, -2)$, $C(0, -9)$. Найти его периметр и площадь.
✓ $P = 12$, $S = 6$
- 20) Дан треугольник с вершинами $A(3, -3)$, $B(6, 0)$, $C(7, -7)$. Найти его периметр и площадь.
✓ $P = 12$, $S = 6$
- 21) Дан треугольник с вершинами $A(1, 4)$, $B(4, 7)$, $C(5, 0)$. Найти его периметр и площадь.
✓ $P = 12$, $S = 6$
- 22) Дан треугольник с вершинами $A(4, 2)$, $B(7, 5)$, $C(8, -2)$. Найти его периметр и площадь.
✓ $P = 12$, $S = 6$
- 23) Дан треугольник с вершинами $A(2, 4)$, $B(5, 7)$, $C(6, 0)$. Найти его периметр и площадь.
✓ $P = 12$, $S = 6$
- 24) Дан треугольник с вершинами $A(1, -4)$, $B(4, -1)$, $C(5, -8)$. Найти его периметр и площадь.
✓ $P = 12$, $S = 6$
- 25) Дан треугольник с вершинами $A(-5, 2)$, $B(-2, 5)$, $C(-1, -2)$. Найти его периметр и площадь.
✓ $P = 12$, $S = 6$
- 26) Дан треугольник с вершинами $A(4, -5)$, $B(7, -2)$, $C(8, -9)$. Найти его периметр и площадь.
✓ $P = 12$, $S = 6$
- 27) Дан треугольник с вершинами $A(2, -4)$, $B(5, -1)$, $C(6, -8)$. Найти его периметр и площадь.
✓ $P = 12$, $S = 6$
- 28) Дан треугольник с вершинами $A(1, 3)$, $B(4, 6)$, $C(5, -1)$. Найти его периметр и площадь.
✓ $P = 12$, $S = 6$
- 29) Дан треугольник с вершинами $A(1, 1)$, $B(4, 4)$, $C(5, -3)$. Найти его периметр и площадь.
✓ $P = 12$, $S = 6$
- 30) Дан треугольник с вершинами $A(-3, 2)$, $B(0, 5)$, $C(1, -2)$. Найти его периметр и площадь.
✓ $P = 12$, $S = 6$

Задача 121.

- 1) Дан треугольник с вершинами $A(1, -4)$, $B(4, -1)$, $C(5, -8)$. Найти уравнения сторон.

$$AB: x - y - 5 = 0;$$

✓ $AC: x + y + 3 = 0;$

$$BC: 7x + y - 27 = 0$$

- 2) Дан треугольник с вершинами $A(5, -4)$, $B(8, -1)$, $C(9, -8)$. Найти уравнения сторон.

$$AB: x - y - 9 = 0;$$

✓ $AC: x + y - 1 = 0;$

$$BC: 7x + y - 55 = 0$$

- 3) Дан треугольник с вершинами $A(2, 5)$, $B(5, 8)$, $C(6, 1)$. Найти уравнения сторон.

$$AB: x - y + 3 = 0;$$

✓ $AC: x + y - 7 = 0;$

$$BC: 7x + y - 43 = 0$$

- 4) Дан треугольник с вершинами $A(-1, -4)$, $B(2, -1)$, $C(3, -8)$. Найти уравнения сторон.

$$AB: x - y - 3 = 0;$$

✓ $AC: x + y + 5 = 0;$

$$BC: 7x + y - 13 = 0$$

- 5) Дан треугольник с вершинами $A(-1, 2)$, $B(2, 5)$, $C(3, -2)$. Найти уравнения сторон.

$$AB: x - y + 3 = 0;$$

✓ $AC: x + y - 1 = 0;$

$$BC: 7x + y - 19 = 0$$

- 6) Дан треугольник с вершинами $A(5, -5)$, $B(8, -2)$, $C(9, -9)$. Найти уравнения сторон.

$$AB: x - y - 10 = 0;$$

✓ $AC: x + y = 0;$

$$BC: 7x + y - 54 = 0$$

- 7) Дан треугольник с вершинами $A(-5, 3)$, $B(-2, 6)$, $C(-1, -1)$. Найти уравнения сторон.

$$AB: x - y + 8 = 0;$$

✓ $AC: x + y + 2 = 0;$

$$BC: 7x + y + 8 = 0$$

- 8) Дан треугольник с вершинами $A(5, -1)$, $B(8, 2)$, $C(9, -5)$. Найти уравнения сторон.

$$AB: x - y - 6 = 0;$$

✓ $AC: x + y - 4 = 0;$

$$BC: 7x + y - 58 = 0$$

- 9) Дан треугольник с вершинами $A(3, -3)$, $B(6, 0)$, $C(7, -7)$. Найти уравнения сторон.

$$AB: x - y - 6 = 0;$$

✓ $AC: x + y = 0;$

$$BC: 7x + y - 42 = 0$$

- 10) Дан треугольник с вершинами $A(4, -3)$, $B(7, 0)$, $C(8, -7)$. Найти уравнения сторон.

$$AB: x - y - 7 = 0;$$

✓ $AC: x + y - 1 = 0;$

$$BC: 7x + y - 49 = 0$$

- 11) Дан треугольник с вершинами $A(-1, -3)$, $B(2, 0)$, $C(3, -7)$. Найти уравнения сторон.

$$AB: x - y - 2 = 0;$$

✓ $AC: x + y + 4 = 0;$

$$BC: 7x + y - 14 = 0$$

- 12) Дан треугольник с вершинами $A(5, -3)$, $B(8, 0)$, $C(9, -7)$. Найти уравнения сторон.

$$AB: x - y - 8 = 0;$$

✓ $AC: x + y - 2 = 0;$

$$BC: 7x + y - 56 = 0$$

- 13) Дан треугольник с вершинами $A(-5, -4)$, $B(-2, -1)$, $C(-1, -8)$. Найти уравнения сторон.

$$AB: x - y + 1 = 0;$$

✓ $AC: x + y + 9 = 0;$

$$BC: 7x + y + 15 = 0$$

- 14) Дан треугольник с вершинами $A(-1, -1)$, $B(2, 2)$, $C(3, -5)$. Найти уравнения сторон.

$$AB: x - y = 0;$$

✓ $AC: x + y + 2 = 0;$

$$BC: 7x + y - 16 = 0$$

- 15) Дан треугольник с вершинами $A(2, -4)$, $B(5, -1)$, $C(6, -8)$. Найти уравнения сторон.

$$AB: x - y - 6 = 0;$$

✓ $AC: x + y + 2 = 0;$

$$BC: 7x + y - 34 = 0$$

- 16) Дан треугольник с вершинами $A(-3, 2)$, $B(0, 5)$, $C(1, -2)$. Найти уравнения сторон.

$$AB: x - y + 5 = 0;$$

✓ $AC: x + y + 1 = 0;$

$$BC: 7x + y - 5 = 0$$

- 17) Дан треугольник с вершинами $A(4, 5)$, $B(7, 8)$, $C(8, 1)$. Найти уравнения сторон.

$$AB: x - y + 1 = 0;$$

✓ $AC: x + y - 9 = 0;$

$$BC: 7x + y - 57 = 0$$

- 18) Дан треугольник с вершинами $A(3, 2)$, $B(6, 5)$, $C(7, -2)$. Найти уравнения сторон.

$$AB: x - y - 1 = 0;$$

✓ $AC: x + y - 5 = 0;$

$$BC: 7x + y - 47 = 0$$

- 19) Дан треугольник с вершинами $A(1, 3)$, $B(4, 6)$, $C(5, -1)$. Найти уравнения сторон.

$$AB: x - y + 2 = 0;$$

✓ $AC: x + y - 4 = 0;$

$$BC: 7x + y - 34 = 0$$

- 20) Дан треугольник с вершинами $A(2, 4)$, $B(5, 7)$, $C(6, 0)$. Найти уравнения сторон.

$$AB: x - y + 2 = 0;$$

✓ $AC: x + y - 6 = 0;$

$$BC: 7x + y - 42 = 0$$

- 21) Дан треугольник с вершинами $A(3, 5)$, $B(6, 8)$, $C(7, 1)$. Найти уравнения сторон.

$$AB: x - y + 2 = 0;$$

✓ $AC: x + y - 8 = 0;$

$$BC: 7x + y - 50 = 0$$

- 22) Дан треугольник с вершинами $A(2, 3)$, $B(5, 6)$, $C(6, -1)$. Найти уравнения сторон.

$$AB: x - y + 1 = 0;$$

✓ $AC: x + y - 5 = 0;$

$$BC: 7x + y - 41 = 0$$

- 23) Дан треугольник с вершинами $A(1, 5)$, $B(4, 8)$, $C(5, 1)$. Найти уравнения сторон.

$$AB: x - y + 4 = 0;$$

✓ $AC: x + y - 6 = 0;$

$$BC: 7x + y - 36 = 0$$

- 24) Дан треугольник с вершинами $A(-3, 5)$, $B(0, 8)$, $C(1, 1)$. Найти уравнения сторон.

$$AB: x - y + 8 = 0;$$

✓ $AC: x + y - 2 = 0;$

$$BC: 7x + y - 8 = 0$$

- 25) Дан треугольник с вершинами $A(1, -5)$, $B(4, -2)$, $C(5, -9)$. Найти уравнения сторон.
 $AB: x - y - 6 = 0$;
✓ $AC: x + y + 4 = 0$;
 $BC: 7x + y - 26 = 0$
- 26) Дан треугольник с вершинами $A(3, -4)$, $B(6, -1)$, $C(7, -8)$. Найти уравнения сторон.
 $AB: x - y - 7 = 0$;
✓ $AC: x + y + 1 = 0$;
 $BC: 7x + y - 41 = 0$
- 27) Дан треугольник с вершинами $A(5, 5)$, $B(8, 8)$, $C(9, 1)$. Найти уравнения сторон.
 $AB: x - y = 0$;
✓ $AC: x + y - 10 = 0$;
 $BC: 7x + y - 64 = 0$
- 28) Дан треугольник с вершинами $A(3, 4)$, $B(6, 7)$, $C(7, 0)$. Найти уравнения сторон.
 $AB: x - y + 1 = 0$;
✓ $AC: x + y - 7 = 0$;
 $BC: 7x + y - 49 = 0$
- 29) Дан треугольник с вершинами $A(-5, -3)$, $B(-2, 0)$, $C(-1, -7)$. Найти уравнения сторон.
 $AB: x - y + 2 = 0$;
✓ $AC: x + y + 8 = 0$;
 $BC: 7x + y + 14 = 0$
- 30) Дан треугольник с вершинами $A(-5, -5)$, $B(-2, -2)$, $C(-1, -9)$. Найти уравнения сторон.
 $AB: x - y = 0$;
✓ $AC: x + y + 10 = 0$;
 $BC: 7x + y + 16 = 0$

Задача 122.

- 1) Дан треугольник с вершинами $A(-5, 1)$, $B(-2, 4)$, $C(-1, -3)$. Найти его внутренние углы.
 $\angle A = 90^\circ$,
✓ $\angle C = \arctg 3/4$,
 $\angle B = \arctg 4/3$
- 2) Дан треугольник с вершинами $A(-5, 5)$, $B(-2, 8)$, $C(-1, 1)$. Найти его внутренние углы.
 $\angle A = 90^\circ$,
✓ $\angle C = \arctg 3/4$,
 $\angle B = \arctg 4/3$
- 3) Дан треугольник с вершинами $A(3, 3)$, $B(6, 6)$, $C(7, -1)$. Найти его внутренние углы.
 $\angle A = 90^\circ$,
✓ $\angle C = \arctg 3/4$,
 $\angle B = \arctg 4/3$
- 4) Дан треугольник с вершинами $A(3, 5)$, $B(6, 8)$, $C(7, 1)$. Найти его внутренние углы.
 $\angle A = 90^\circ$,
✓ $\angle C = \arctg 3/4$,
 $\angle B = \arctg 4/3$
- 5) Дан треугольник с вершинами $A(-4, 2)$, $B(-1, 5)$, $C(0, -2)$. Найти его внутренние углы.
 $\angle A = 90^\circ$,
✓ $\angle C = \arctg 3/4$,
 $\angle B = \arctg 4/3$
- 6) Дан треугольник с вершинами $A(-4, -5)$, $B(-1, -2)$, $C(0, -9)$. Найти его внутренние углы.
 $\angle A = 90^\circ$,
✓ $\angle C = \arctg 3/4$,
 $\angle B = \arctg 4/3$
- 7) Дан треугольник с вершинами $A(2, 5)$, $B(5, 8)$, $C(6, 1)$. Найти его внутренние углы.
 $\angle A = 90^\circ$,
✓ $\angle C = \arctg 3/4$,
 $\angle B = \arctg 4/3$
- 8) Дан треугольник с вершинами $A(-4, 1)$, $B(-1, 4)$, $C(0, -3)$. Найти его внутренние углы.
 $\angle A = 90^\circ$,
✓ $\angle C = \arctg 3/4$,
 $\angle B = \arctg 4/3$
- 9) Дан треугольник с вершинами $A(-1, -5)$, $B(2, -2)$, $C(3, -9)$. Найти его внутренние углы.
 $\angle A = 90^\circ$,
✓ $\angle C = \arctg 3/4$,
 $\angle B = \arctg 4/3$
- 10) Дан треугольник с вершинами $A(-1, 5)$, $B(2, 8)$, $C(3, 1)$. Найти его внутренние углы.
 $\angle A = 90^\circ$,
✓ $\angle C = \arctg 3/4$,
 $\angle B = \arctg 4/3$
- 11) Дан треугольник с вершинами $A(-5, 4)$, $B(-2, 7)$, $C(-1, 0)$. Найти его внутренние углы.
 $\angle A = 90^\circ$,
✓ $\angle C = \arctg 3/4$,
 $\angle B = \arctg 4/3$
- 12) Дан треугольник с вершинами $A(4, -4)$, $B(7, -1)$, $C(8, -8)$. Найти его внутренние углы.
 $\angle A = 90^\circ$,
✓ $\angle C = \arctg 3/4$,
 $\angle B = \arctg 4/3$
- 13) Дан треугольник с вершинами $A(-3, -3)$, $B(0, 0)$, $C(1, -7)$. Найти его внутренние углы.
 $\angle A = 90^\circ$,
✓ $\angle C = \arctg 3/4$,
 $\angle B = \arctg 4/3$
- 14) Дан треугольник с вершинами $A(1, 1)$, $B(4, 4)$, $C(5, -3)$. Найти его внутренние углы.
 $\angle A = 90^\circ$,
✓ $\angle C = \arctg 3/4$,
 $\angle B = \arctg 4/3$
- 15) Дан треугольник с вершинами $A(-3, 1)$, $B(0, 4)$, $C(1, -3)$. Найти его внутренние углы.
 $\angle A = 90^\circ$,
✓ $\angle C = \arctg 3/4$,
 $\angle B = \arctg 4/3$
- 16) Дан треугольник с вершинами $A(1, -5)$, $B(4, -2)$, $C(5, -9)$. Найти его внутренние углы.
 $\angle A = 90^\circ$,
✓ $\angle C = \arctg 3/4$,
 $\angle B = \arctg 4/3$
- 17) Дан треугольник с вершинами $A(4, 1)$, $B(7, 4)$, $C(8, -3)$. Найти его внутренние углы.
 $\angle A = 90^\circ$,
✓ $\angle C = \arctg 3/4$,
 $\angle B = \arctg 4/3$

- 18) Дан треугольник с вершинами $A(1, 3)$, $B(4, 6)$, $C(5, -1)$. Найти его внутренние углы.
 $\angle A = 90^\circ$,
✓ $\angle C = \arctg 3/4$,
 $\angle B = \arctg 4/3$
- 19) Дан треугольник с вершинами $A(3, -3)$, $B(6, 0)$, $C(7, -7)$. Найти его внутренние углы.
 $\angle A = 90^\circ$,
✓ $\angle C = \arctg 3/4$,
 $\angle B = \arctg 4/3$
- 20) Дан треугольник с вершинами $A(-1, -4)$, $B(2, -1)$, $C(3, -8)$. Найти его внутренние углы.
 $\angle A = 90^\circ$,
✓ $\angle C = \arctg 3/4$,
 $\angle B = \arctg 4/3$
- 21) Дан треугольник с вершинами $A(4, 4)$, $B(7, 7)$, $C(8, 0)$. Найти его внутренние углы.
 $\angle A = 90^\circ$,
✓ $\angle C = \arctg 3/4$,
 $\angle B = \arctg 4/3$
- 22) Дан треугольник с вершинами $A(-4, -3)$, $B(-1, 0)$, $C(0, -7)$. Найти его внутренние углы.
 $\angle A = 90^\circ$,
✓ $\angle C = \arctg 3/4$,
 $\angle B = \arctg 4/3$
- 23) Дан треугольник с вершинами $A(1, 5)$, $B(4, 8)$, $C(5, 1)$. Найти его внутренние углы.
 $\angle A = 90^\circ$,
✓ $\angle C = \arctg 3/4$,
 $\angle B = \arctg 4/3$
- 24) Дан треугольник с вершинами $A(-3, 2)$, $B(0, 5)$, $C(1, -2)$. Найти его внутренние углы.
 $\angle A = 90^\circ$,
✓ $\angle C = \arctg 3/4$,
 $\angle B = \arctg 4/3$
- 25) Дан треугольник с вершинами $A(-3, -5)$, $B(0, -2)$, $C(1, -9)$. Найти его внутренние углы.
 $\angle A = 90^\circ$,
✓ $\angle C = \arctg 3/4$,
 $\angle B = \arctg 4/3$
- 26) Дан треугольник с вершинами $A(3, -1)$, $B(6, 2)$, $C(7, -5)$. Найти его внутренние углы.
 $\angle A = 90^\circ$,
✓ $\angle C = \arctg 3/4$,
 $\angle B = \arctg 4/3$
- 27) Дан треугольник с вершинами $A(5, -5)$, $B(8, -2)$, $C(9, -9)$. Найти его внутренние углы.
 $\angle A = 90^\circ$,
✓ $\angle C = \arctg 3/4$,
 $\angle B = \arctg 4/3$
- 28) Дан треугольник с вершинами $A(3, -5)$, $B(6, -2)$, $C(7, -9)$. Найти его внутренние углы.
 $\angle A = 90^\circ$,
✓ $\angle C = \arctg 3/4$,
 $\angle B = \arctg 4/3$
- 29) Дан треугольник с вершинами $A(1, 2)$, $B(4, 5)$, $C(5, -2)$. Найти его внутренние углы.
 $\angle A = 90^\circ$,
✓ $\angle C = \arctg 3/4$,
 $\angle B = \arctg 4/3$
- 30) Дан треугольник с вершинами $A(-4, -1)$, $B(-1, 2)$, $C(0, -5)$. Найти его внутренние углы.
 $\angle A = 90^\circ$,
✓ $\angle C = \arctg 3/4$,
 $\angle B = \arctg 4/3$

Задача 123.

- 1) Известны уравнения сторон треугольника ABC : $x - y + 2 = 0$ (AB), $x + y - 4 = 0$ (AC), $7x + y - 34 = 0$ (BC). Найти его периметр и площадь.
✓ $P = 12$, $S = 6$
- 2) Известны уравнения сторон треугольника ABC : $x - y + 4 = 0$ (AB), $x + y - 2 = 0$ (AC), $7x + y - 20 = 0$ (BC). Найти его периметр и площадь.
✓ $P = 12$, $S = 6$
- 3) Известны уравнения сторон треугольника ABC : $x - y - 8 = 0$ (AB), $x + y - 2 = 0$ (AC), $7x + y - 56 = 0$ (BC). Найти его периметр и площадь.
✓ $P = 12$, $S = 6$
- 4) Известны уравнения сторон треугольника ABC : $x - y - 2 = 0$ (AB), $x + y = 0$ (AC), $7x + y - 30 = 0$ (BC). Найти его периметр и площадь.
✓ $P = 12$, $S = 6$
- 5) Известны уравнения сторон треугольника ABC : $x - y + 4 = 0$ (AB), $x + y - 6 = 0$ (AC), $7x + y - 36 = 0$ (BC). Найти его периметр и площадь.
✓ $P = 12$, $S = 6$
- 6) Известны уравнения сторон треугольника ABC : $x - y + 4 = 0$ (AB), $x + y + 6 = 0$ (AC), $7x + y + 12 = 0$ (BC). Найти его периметр и площадь.
✓ $P = 12$, $S = 6$
- 7) Известны уравнения сторон треугольника ABC : $x - y - 2 = 0$ (AB), $x + y - 6 = 0$ (AC), $7x + y - 54 = 0$ (BC). Найти его периметр и площадь.
✓ $P = 12$, $S = 6$
- 8) Известны уравнения сторон треугольника ABC : $x - y + 8 = 0$ (AB), $x + y = 0$ (AC), $7x + y = 0$ (BC). Найти его периметр и площадь.
✓ $P = 12$, $S = 6$
- 9) Известны уравнения сторон треугольника ABC : $x - y - 7 = 0$ (AB), $x + y + 3 = 0$ (AC), $7x + y - 33 = 0$ (BC). Найти его периметр и площадь.
✓ $P = 12$, $S = 6$

- 10) Известны уравнения сторон треугольника ABC : $x - y + 6 = 0$ (AB), $x + y = 0$ (AC), $7x + y - 6 = 0$ (BC). Найти его периметр и площадь.
✓ $P = 12$, $S = 6$
- 11) Известны уравнения сторон треугольника ABC : $x - y - 9 = 0$ (AB), $x + y - 1 = 0$ (AC), $7x + y - 55 = 0$ (BC). Найти его периметр и площадь.
✓ $P = 12$, $S = 6$
- 12) Известны уравнения сторон треугольника ABC : $x - y + 6 = 0$ (AB), $x + y + 4 = 0$ (AC), $7x + y + 10 = 0$ (BC). Найти его периметр и площадь.
✓ $P = 12$, $S = 6$
- 13) Известны уравнения сторон треугольника ABC : $x - y + 7 = 0$ (AB), $x + y - 1 = 0$ (AC), $7x + y - 7 = 0$ (BC). Найти его периметр и площадь.
✓ $P = 12$, $S = 6$
- 14) Известны уравнения сторон треугольника ABC : $x - y + 7 = 0$ (AB), $x + y + 3 = 0$ (AC), $7x + y + 9 = 0$ (BC). Найти его периметр и площадь.
✓ $P = 12$, $S = 6$
- 15) Известны уравнения сторон треугольника ABC : $x - y + 5 = 0$ (AB), $x + y + 1 = 0$ (AC), $7x + y - 5 = 0$ (BC). Найти его периметр и площадь.
✓ $P = 12$, $S = 6$
- 16) Известны уравнения сторон треугольника ABC : $x - y - 1 = 0$ (AB), $x + y + 9 = 0$ (AC), $7x + y + 9 = 0$ (BC). Найти его периметр и площадь.
✓ $P = 12$, $S = 6$
- 17) Известны уравнения сторон треугольника ABC : $x - y - 1 = 0$ (AB), $x + y - 3 = 0$ (AC), $7x + y - 39 = 0$ (BC). Найти его периметр и площадь.
✓ $P = 12$, $S = 6$
- 18) Известны уравнения сторон треугольника ABC : $x - y - 3 = 0$ (AB), $x + y - 7 = 0$ (AC), $7x + y - 61 = 0$ (BC). Найти его периметр и площадь.
✓ $P = 12$, $S = 6$
- 19) Известны уравнения сторон треугольника ABC : $x - y = 0$ (AB), $x + y + 10 = 0$ (AC), $7x + y + 16 = 0$ (BC). Найти его периметр и площадь.
✓ $P = 12$, $S = 6$
- 20) Известны уравнения сторон треугольника ABC : $x - y - 6 = 0$ (AB), $x + y = 0$ (AC), $7x + y - 42 = 0$ (BC). Найти его периметр и площадь.
✓ $P = 12$, $S = 6$
- 21) Известны уравнения сторон треугольника ABC : $x - y - 5 = 0$ (AB), $x + y - 3 = 0$ (AC), $7x + y - 51 = 0$ (BC). Найти его периметр и площадь.
✓ $P = 12$, $S = 6$
- 22) Известны уравнения сторон треугольника ABC : $x - y + 3 = 0$ (AB), $x + y - 1 = 0$ (AC), $7x + y - 19 = 0$ (BC). Найти его периметр и площадь.
✓ $P = 12$, $S = 6$
- 23) Известны уравнения сторон треугольника ABC : $x - y - 1 = 0$ (AB), $x + y + 7 = 0$ (AC), $7x + y + 1 = 0$ (BC). Найти его периметр и площадь.
✓ $P = 12$, $S = 6$
- 24) Известны уравнения сторон треугольника ABC : $x - y - 6 = 0$ (AB), $x + y + 2 = 0$ (AC), $7x + y - 34 = 0$ (BC). Найти его периметр и площадь.
✓ $P = 12$, $S = 6$
- 25) Известны уравнения сторон треугольника ABC : $x - y - 3 = 0$ (AB), $x + y - 1 = 0$ (AC), $7x + y - 37 = 0$ (BC). Найти его периметр и площадь.
✓ $P = 12$, $S = 6$
- 26) Известны уравнения сторон треугольника ABC : $x - y + 5 = 0$ (AB), $x + y - 3 = 0$ (AC), $7x + y - 21 = 0$ (BC). Найти его периметр и площадь.
✓ $P = 12$, $S = 6$
- 27) Известны уравнения сторон треугольника ABC : $x - y + 1 = 0$ (AB), $x + y - 5 = 0$ (AC), $7x + y - 41 = 0$ (BC). Найти его периметр и площадь.
✓ $P = 12$, $S = 6$
- 28) Известны уравнения сторон треугольника ABC : $x - y + 3 = 0$ (AB), $x + y - 5 = 0$ (AC), $7x + y - 35 = 0$ (BC). Найти его периметр и площадь.
✓ $P = 12$, $S = 6$
- 29) Известны уравнения сторон треугольника ABC : $x - y + 2 = 0$ (AB), $x + y + 8 = 0$ (AC), $7x + y + 14 = 0$ (BC). Найти его периметр и площадь.
✓ $P = 12$, $S = 6$
- 30) Известны уравнения сторон треугольника ABC : $x - y + 7 = 0$ (AB), $x + y + 1 = 0$ (AC), $7x + y + 1 = 0$ (BC). Найти его периметр и площадь.
✓ $P = 12$, $S = 6$

Задача 124.

- 1) Известны уравнения сторон треугольника ABC : $x - y - 2 = 0$ (AB), $x + y - 4 = 0$ (AC), $7x + y - 46 = 0$ (BC). Составить уравнение биссектрисы, проведённой из вершины A и найти её длину.
✓ $y = 1$, $d = 3\frac{3}{7}$
- 2) Известны уравнения сторон треугольника ABC : $x - y + 8 = 0$ (AB), $x + y + 2 = 0$ (AC), $7x + y + 8 = 0$ (BC). Составить уравнение биссектрисы, проведённой из вершины A и найти её длину.
✓ $y = 3$, $d = 3\frac{3}{7}$
- 3) Известны уравнения сторон треугольника ABC : $x - y - 2 = 0$ (AB), $x + y = 0$ (AC), $7x + y - 30 = 0$ (BC). Составить уравнение биссектрисы, проведённой из вершины A и найти её длину.
✓ $y = -1$, $d = 3\frac{3}{7}$

- 22) Известны уравнения сторон треугольника ABC : $x - y - 2 = 0$ (AB), $x + y + 8 = 0$ (AC), $7x + y + 2 = 0$ (BC). Составить уравнение биссектрисы, проведённой из вершины A и найти её длину.
- ✓ $y = -5, d = 3\frac{3}{7}$
- 23) Известны уравнения сторон треугольника ABC : $x - y = 0$ (AB), $x + y + 6 = 0$ (AC), $7x + y = 0$ (BC). Составить уравнение биссектрисы, проведённой из вершины A и найти её длину.
- ✓ $y = -3, d = 3\frac{3}{7}$
- 24) Известны уравнения сторон треугольника ABC : $x - y - 4 = 0$ (AB), $x + y - 2 = 0$ (AC), $7x + y - 44 = 0$ (BC). Составить уравнение биссектрисы, проведённой из вершины A и найти её длину.
- ✓ $y = -1, d = 3\frac{3}{7}$
- 25) Известны уравнения сторон треугольника ABC : $x - y + 6 = 0$ (AB), $x + y = 0$ (AC), $7x + y - 6 = 0$ (BC). Составить уравнение биссектрисы, проведённой из вершины A и найти её длину.
- ✓ $y = 3, d = 3\frac{3}{7}$
- 26) Известны уравнения сторон треугольника ABC : $x - y + 7 = 0$ (AB), $x + y + 3 = 0$ (AC), $7x + y + 9 = 0$ (BC). Составить уравнение биссектрисы, проведённой из вершины A и найти её длину.
- ✓ $y = 2, d = 3\frac{3}{7}$
- 27) Известны уравнения сторон треугольника ABC : $x - y - 4 = 0$ (AB), $x + y + 6 = 0$ (AC), $7x + y - 12 = 0$ (BC). Составить уравнение биссектрисы, проведённой из вершины A и найти её длину.
- ✓ $y = -5, d = 3\frac{3}{7}$
- 28) Известны уравнения сторон треугольника ABC : $x - y + 8 = 0$ (AB), $x + y - 2 = 0$ (AC), $7x + y - 8 = 0$ (BC). Составить уравнение биссектрисы, проведённой из вершины A и найти её длину.
- ✓ $y = 5, d = 3\frac{3}{7}$
- 29) Известны уравнения сторон треугольника ABC : $x - y - 1 = 0$ (AB), $x + y - 5 = 0$ (AC), $7x + y - 47 = 0$ (BC). Составить уравнение биссектрисы, проведённой из вершины A и найти её длину.
- ✓ $y = 2, d = 3\frac{3}{7}$
- 30) Известны уравнения сторон треугольника ABC : $x - y - 2 = 0$ (AB), $x + y - 6 = 0$ (AC), $7x + y - 54 = 0$ (BC). Составить уравнение биссектрисы, проведённой из вершины A и найти её длину.
- ✓ $y = 2, d = 3\frac{3}{7}$

Задача 125.

- 1) На прямой $y - x - 2 = 0$ найти точку, равноудалённую от точек $A(2; 2)$ и $B(4; 4)$.
- ✓ $M(2; 4)$
- 2) На прямой $y - x - 8 = 0$ найти точку, равноудалённую от точек $A(-3; -3)$ и $B(7; 7)$.
- ✓ $M(-2; 6)$
- 3) На прямой $y - x - 2 = 0$ найти точку, равноудалённую от точек $A(1; 1)$ и $B(-7; -7)$.
- ✓ $M(-4; -2)$
- 4) На прямой $y - x - 8 = 0$ найти точку, равноудалённую от точек $A(-1; -1)$ и $B(5; 5)$.
- ✓ $M(-2; 6)$
- 5) На прямой $y - x - 6 = 0$ найти точку, равноудалённую от точек $A(4; 4)$ и $B(10; 10)$.
- ✓ $M(4; 10)$
- 6) На прямой $y - x - 6 = 0$ найти точку, равноудалённую от точек $A(5; 5)$ и $B(-1; -1)$.
- ✓ $M(-1; 5)$
- 7) На прямой $y - x - 4 = 0$ найти точку, равноудалённую от точек $A(-1; -1)$ и $B(-7; -7)$.
- ✓ $M(-6; -2)$
- 8) На прямой $y - x - 6 = 0$ найти точку, равноудалённую от точек $A(-1; -1)$ и $B(-9; -9)$.
- ✓ $M(-8; -2)$
- 9) На прямой $y - x - 8 = 0$ найти точку, равноудалённую от точек $A(1; 1)$ и $B(-1; -1)$.
- ✓ $M(-4; 4)$
- 10) На прямой $y - x - 2 = 0$ найти точку, равноудалённую от точек $A(-5; -5)$ и $B(-15; -15)$.
- ✓ $M(-11; -9)$
- 11) На прямой $y - x - 2 = 0$ найти точку, равноудалённую от точек $A(-5; -5)$ и $B(-7; -7)$.
- ✓ $M(-7; -5)$
- 12) На прямой $y - x - 4 = 0$ найти точку, равноудалённую от точек $A(-4; -4)$ и $B(-10; -10)$.
- ✓ $M(-9; -5)$
- 13) На прямой $y - x - 2 = 0$ найти точку, равноудалённую от точек $A(-4; -4)$ и $B(0; 0)$.
- ✓ $M(-3; -1)$
- 14) На прямой $y - x - 10 = 0$ найти точку, равноудалённую от точек $A(4; 4)$ и $B(-6; -6)$.
- ✓ $M(-6; 4)$
- 15) На прямой $y - x - 10 = 0$ найти точку, равноудалённую от точек $A(3; 3)$ и $B(5; 5)$.
- ✓ $M(-1; 9)$
- 16) На прямой $y - x - 2 = 0$ найти точку, равноудалённую от точек $A(3; 3)$ и $B(-3; -3)$.
- ✓ $M(-1; 1)$
- 17) На прямой $y - x - 10 = 0$ найти точку, равноудалённую от точек $A(2; 2)$ и $B(8; 8)$.
- ✓ $M(0; 10)$
- 18) На прямой $y - x - 8 = 0$ найти точку, равноудалённую от точек $A(1; 1)$ и $B(11; 11)$.
- ✓ $M(2; 10)$

- 19) На прямой $y - x - 4 = 0$ найти точку, равноудалённую от точек $A(2; 2)$ и $B(-8; -8)$.
✓ $M(-5; -1)$
- 20) На прямой $y - x - 4 = 0$ найти точку, равноудалённую от точек $A(-1; -1)$ и $B(-11; -11)$.
✓ $M(-8; -4)$
- 21) На прямой $y - x - 6 = 0$ найти точку, равноудалённую от точек $A(-1; -1)$ и $B(-7; -7)$.
✓ $M(-7; -1)$
- 22) На прямой $y - x - 10 = 0$ найти точку, равноудалённую от точек $A(2; 2)$ и $B(4; 4)$.
✓ $M(-2; 8)$
- 23) На прямой $y - x - 8 = 0$ найти точку, равноудалённую от точек $A(2; 2)$ и $B(0; 0)$.
✓ $M(-3; 5)$
- 24) На прямой $y - x - 6 = 0$ найти точку, равноудалённую от точек $A(4; 4)$ и $B(-4; -4)$.
✓ $M(-3; 3)$
- 25) На прямой $y - x - 4 = 0$ найти точку, равноудалённую от точек $A(-4; -4)$ и $B(-12; -12)$.
✓ $M(-10; -6)$
- 26) На прямой $y - x - 4 = 0$ найти точку, равноудалённую от точек $A(4; 4)$ и $B(-2; -2)$.
✓ $M(-1; 3)$
- 27) На прямой $y - x - 10 = 0$ найти точку, равноудалённую от точек $A(-3; -3)$ и $B(1; 1)$.
✓ $M(-6; 4)$
- 28) На прямой $y - x - 8 = 0$ найти точку, равноудалённую от точек $A(3; 3)$ и $B(1; 1)$.
✓ $M(-2; 6)$
- 29) На прямой $y - x - 2 = 0$ найти точку, равноудалённую от точек $A(4; 4)$ и $B(-2; -2)$.
✓ $M(0; 2)$
- 30) На прямой $y - x - 10 = 0$ найти точку, равноудалённую от точек $A(3; 3)$ и $B(9; 9)$.
✓ $M(1; 11)$

Задача 126.

- 1) Найти уравнение прямой, проходящей через точку пересечения прямых $x + y + 3 = 0$ и $7x + y + 9 = 0$ и делящей отрезок AB между точками $A(0, 3)$ и $B(3, 0)$ в отношении $2 : 1$.
✓ $y = x - 1$
- 2) Найти уравнение прямой, проходящей через точку пересечения прямых $x + y + 7 = 0$ и $7x + y + 7 = 0$ и делящей отрезок AB между точками $A(1, -2)$ и $B(4, -5)$ в отношении $2 : 1$.
✓ $y = x - 7$
- 3) Найти уравнение прямой, проходящей через точку пересечения прямых $x + y - 1 = 0$ и $7x + y - 7 = 0$ и делящей отрезок AB между точками $A(2, 5)$ и $B(5, 2)$ в отношении $2 : 1$.
✓ $y = x - 1$
- 4) Найти уравнение прямой, проходящей через точку пересечения прямых $x + y = 0$ и $7x + y - 42 = 0$ и делящей отрезок AB между точками $A(8, -2)$ и $B(11, -5)$ в отношении $2 : 1$.
✓ $y = x - 14$
- 5) Найти уравнение прямой, проходящей через точку пересечения прямых $x + y - 2 = 0$ и $7x + y - 8 = 0$ и делящей отрезок AB между точками $A(2, 6)$ и $B(5, 3)$ в отношении $2 : 1$.
✓ $y = x$
- 6) Найти уравнение прямой, проходящей через точку пересечения прямых $x + y - 7 = 0$ и $7x + y - 43 = 0$ и делящей отрезок AB между точками $A(7, 6)$ и $B(10, 3)$ в отношении $2 : 1$.
✓ $y = x - 5$
- 7) Найти уравнение прямой, проходящей через точку пересечения прямых $x + y + 2 = 0$ и $7x + y - 28 = 0$ и делящей отрезок AB между точками $A(6, -2)$ и $B(9, -5)$ в отношении $2 : 1$.
✓ $y = x - 12$
- 8) Найти уравнение прямой, проходящей через точку пересечения прямых $x + y - 3 = 0$ и $7x + y - 39 = 0$ и делящей отрезок AB между точками $A(7, 2)$ и $B(10, -1)$ в отношении $2 : 1$.
✓ $y = x - 9$
- 9) Найти уравнение прямой, проходящей через точку пересечения прямых $x + y - 4 = 0$ и $7x + y - 22 = 0$ и делящей отрезок AB между точками $A(4, 6)$ и $B(7, 3)$ в отношении $2 : 1$.
✓ $y = x - 2$
- 10) Найти уравнение прямой, проходящей через точку пересечения прямых $x + y - 8 = 0$ и $7x + y - 50 = 0$ и делящей отрезок AB между точками $A(8, 6)$ и $B(11, 3)$ в отношении $2 : 1$.
✓ $y = x - 6$
- 11) Найти уравнение прямой, проходящей через точку пересечения прямых $x + y + 2 = 0$ и $7x + y + 8 = 0$ и делящей отрезок AB между точками $A(0, 4)$ и $B(3, 1)$ в отношении $2 : 1$.
✓ $y = x$
- 12) Найти уравнение прямой, проходящей через точку пересечения прямых $x + y = 0$ и $7x + y - 54 = 0$ и делящей отрезок AB между точками $A(10, -4)$ и $B(13, -7)$ в отношении $2 : 1$.
✓ $y = x - 18$
- 13) Найти уравнение прямой, проходящей через точку пересечения прямых $x + y = 0$ и $7x + y - 6 = 0$ и делящей отрезок AB между точками $A(2, 4)$ и $B(5, 1)$ в отношении $2 : 1$.
✓ $y = x - 2$
- 14) Найти уравнение прямой, проходящей через точку пересечения прямых $x + y + 2 = 0$ и $7x + y - 16 = 0$ и делящей отрезок AB между точками $A(4, 0)$ и $B(7, -3)$ в отношении $2 : 1$.
✓ $y = x - 8$

- 15) Найти уравнение прямой, проходящей через точку пересечения прямых $x + y - 6 = 0$ и $7x + y - 36 = 0$ и делящей отрезок AB между точками $A(6, 6)$ и $B(9, 3)$ в отношении $2 : 1$.
✓ $y = x - 4$
- 16) Найти уравнение прямой, проходящей через точку пересечения прямых $x + y + 4 = 0$ и $7x + y - 14 = 0$ и делящей отрезок AB между точками $A(4, -2)$ и $B(7, -5)$ в отношении $2 : 1$.
✓ $y = x - 10$
- 17) Найти уравнение прямой, проходящей через точку пересечения прямых $x + y - 7 = 0$ и $7x + y - 55 = 0$ и делящей отрезок AB между точками $A(9, 4)$ и $B(12, 1)$ в отношении $2 : 1$.
✓ $y = x - 9$
- 18) Найти уравнение прямой, проходящей через точку пересечения прямых $x + y + 3 = 0$ и $7x + y + 3 = 0$ и делящей отрезок AB между точками $A(1, 2)$ и $B(4, -1)$ в отношении $2 : 1$.
✓ $y = x - 3$
- 19) Найти уравнение прямой, проходящей через точку пересечения прямых $x + y - 4 = 0$ и $7x + y - 40 = 0$ и делящей отрезок AB между точками $A(7, 3)$ и $B(10, 0)$ в отношении $2 : 1$.
✓ $y = x - 8$
- 20) Найти уравнение прямой, проходящей через точку пересечения прямых $x + y - 9 = 0$ и $7x + y - 57 = 0$ и делящей отрезок AB между точками $A(9, 6)$ и $B(12, 3)$ в отношении $2 : 1$.
✓ $y = x - 7$
- 21) Найти уравнение прямой, проходящей через точку пересечения прямых $x + y + 2 = 0$ и $7x + y + 2 = 0$ и делящей отрезок AB между точками $A(1, 3)$ и $B(4, 0)$ в отношении $2 : 1$.
✓ $y = x - 2$
- 22) Найти уравнение прямой, проходящей через точку пересечения прямых $x + y - 6 = 0$ и $7x + y - 54 = 0$ и делящей отрезок AB между точками $A(9, 3)$ и $B(12, 0)$ в отношении $2 : 1$.
✓ $y = x - 10$
- 23) Найти уравнение прямой, проходящей через точку пересечения прямых $x + y - 6 = 0$ и $7x + y - 48 = 0$ и делящей отрезок AB между точками $A(8, 4)$ и $B(11, 1)$ в отношении $2 : 1$.
✓ $y = x - 8$
- 24) Найти уравнение прямой, проходящей через точку пересечения прямых $x + y + 1 = 0$ и $7x + y - 5 = 0$ и делящей отрезок AB между точками $A(2, 3)$ и $B(5, 0)$ в отношении $2 : 1$.
✓ $y = x - 3$
- 25) Найти уравнение прямой, проходящей через точку пересечения прямых $x + y + 2 = 0$ и $7x + y - 4 = 0$ и делящей отрезок AB между точками $A(2, 2)$ и $B(5, -1)$ в отношении $2 : 1$.
✓ $y = x - 4$
- 26) Найти уравнение прямой, проходящей через точку пересечения прямых $x + y + 4 = 0$ и $7x + y + 10 = 0$ и делящей отрезок AB между точками $A(0, 2)$ и $B(3, -1)$ в отношении $2 : 1$.
✓ $y = x - 2$
- 27) Найти уравнение прямой, проходящей через точку пересечения прямых $x + y = 0$ и $7x + y - 30 = 0$ и делящей отрезок AB между точками $A(6, 0)$ и $B(9, -3)$ в отношении $2 : 1$.
✓ $y = x - 10$
- 28) Найти уравнение прямой, проходящей через точку пересечения прямых $x + y - 1 = 0$ и $7x + y - 19 = 0$ и делящей отрезок AB между точками $A(4, 3)$ и $B(7, 0)$ в отношении $2 : 1$.
✓ $y = x - 5$
- 29) Найти уравнение прямой, проходящей через точку пересечения прямых $x + y + 5 = 0$ и $7x + y - 13 = 0$ и делящей отрезок AB между точками $A(4, -3)$ и $B(7, -6)$ в отношении $2 : 1$.
✓ $y = x - 11$
- 30) Найти уравнение прямой, проходящей через точку пересечения прямых $x + y + 6 = 0$ и $7x + y + 12 = 0$ и делящей отрезок AB между точками $A(0, 0)$ и $B(3, -3)$ в отношении $2 : 1$.
✓ $y = x - 4$

Задача 127.

- 1) Написать уравнение прямой, проходящей через точку $M(-3; -1)$ перпендикулярно прямой $y = -\frac{x}{6} - 1$.
✓ $y = 6x + 17$
- 2) Написать уравнение прямой, проходящей через точку $M(-5; -3)$ перпендикулярно прямой $y = -\frac{x}{7} + 4$.
✓ $y = 7x + 32$
- 3) Написать уравнение прямой, проходящей через точку $M(3; -1)$ параллельно прямой $4x + 20y - 4 = 0$.
✓ $y = 5x - 16$
- 4) Написать уравнение прямой, проходящей через точку $M(5; 5)$ параллельно прямой $y = x - 5$.
✓ $y = x$
- 5) Написать уравнение прямой, проходящей через точку $M(1; 4)$ перпендикулярно прямой $y = -\frac{x}{9} + 5$.
✓ $y = 9x - 5$
- 6) Написать уравнение прямой, проходящей через точку $M(4; -3)$ параллельно прямой $3x + 27y - 5 = 0$.
✓ $y = 9x - 39$

- 7) Написать уравнение прямой, проходящей через точку $M(-5; -3)$ параллельно прямой $y = 6x - 5$.
✓ $y = 6x + 27$
- 8) Написать уравнение прямой, проходящей через точку $M(5; -5)$ параллельно прямой $y = 2x + 4$.
✓ $y = 2x - 15$
- 9) Написать уравнение прямой, проходящей через точку $M(5; 2)$ параллельно прямой $24x - 4y + 1 = 0$.
✓ $y = 6x - 28$
- 10) Написать уравнение прямой, проходящей через точку $M(5; -5)$ параллельно прямой $6x + 54y - 5 = 0$.
✓ $y = 9x - 50$
- 11) Написать уравнение прямой, проходящей через точку $M(-4; 2)$ параллельно прямой $2x + 10y + 1 = 0$.
✓ $y = 5x + 22$
- 12) Написать уравнение прямой, проходящей через точку $M(-3; 1)$ параллельно прямой $14x - 2y + 5 = 0$.
✓ $y = 7x + 22$
- 13) Написать уравнение прямой, проходящей через точку $M(1; 3)$ перпендикулярно прямой $y = -\frac{x}{9} - 4$.
✓ $y = 9x - 6$
- 14) Написать уравнение прямой, проходящей через точку $M(3; -4)$ перпендикулярно прямой $y = -\frac{x}{7} + 4$.
✓ $y = 7x - 25$
- 15) Написать уравнение прямой, проходящей через точку $M(2; -3)$ параллельно прямой $2x + 12y - 5 = 0$.
✓ $y = 6x - 15$
- 16) Написать уравнение прямой, проходящей через точку $M(-5; 5)$ перпендикулярно прямой $y = -\frac{x}{3} + 4$.
✓ $y = 3x + 20$
- 17) Написать уравнение прямой, проходящей через точку $M(3; -5)$ параллельно прямой $6x + 48y - 1 = 0$.
✓ $y = 8x - 29$
- 18) Написать уравнение прямой, проходящей через точку $M(2; -4)$ параллельно прямой $3x + 21y - 1 = 0$.
✓ $y = 7x - 18$
- 19) Написать уравнение прямой, проходящей через точку $M(-1; 5)$ перпендикулярно прямой $y = -\frac{x}{9} + 4$.
✓ $y = 9x + 14$
- 20) Написать уравнение прямой, проходящей через точку $M(1; -4)$ параллельно прямой $3x + 18y - 1 = 0$.
✓ $y = 6x - 10$
- 21) Написать уравнение прямой, проходящей через точку $M(-5; 4)$ параллельно прямой $6x + 42y - 3 = 0$.
✓ $y = 7x + 39$
- 22) Написать уравнение прямой, проходящей через точку $M(3; 1)$ перпендикулярно прямой $y = -\frac{x}{7} + 2$.
✓ $y = 7x - 20$
- 23) Написать уравнение прямой, проходящей через точку $M(1; -1)$ параллельно прямой $21x - 3y + 3 = 0$.
✓ $y = 7x - 8$
- 24) Написать уравнение прямой, проходящей через точку $M(-4; -3)$ параллельно прямой $y = 8x - 4$.
✓ $y = 8x + 29$
- 25) Написать уравнение прямой, проходящей через точку $M(-5; -1)$ параллельно прямой $x + 7y + 5 = 0$.
✓ $y = 7x + 34$
- 26) Написать уравнение прямой, проходящей через точку $M(-3; 3)$ параллельно прямой $y = 4x - 5$.
✓ $y = 4x + 15$
- 27) Написать уравнение прямой, проходящей через точку $M(3; 4)$ перпендикулярно прямой $y = -\frac{x}{7} - 5$.
✓ $y = 7x - 17$
- 28) Написать уравнение прямой, проходящей через точку $M(4; 2)$ перпендикулярно прямой $y = -\frac{x}{5} + 5$.
✓ $y = 5x - 18$
- 29) Написать уравнение прямой, проходящей через точку $M(4; 5)$ перпендикулярно прямой $y = -\frac{x}{2} + 5$.
✓ $y = 2x - 3$
- 30) Написать уравнение прямой, проходящей через точку $M(2; -4)$ параллельно прямой $36x - 6y + 4 = 0$.
✓ $y = 6x - 16$

Задача 128.

- 1) Найти площадь треугольника, отсекаемого прямой $4x + 4y - 16 = 0$ от координатного угла.
✓ 8
- 2) Найти площадь треугольника, отсекаемого прямой $2x + 6y - 12 = 0$ от координатного угла.
✓ 6
- 3) Найти площадь треугольника, отсекаемого прямой $2x + 7y - 14 = 0$ от координатного угла.
✓ 7
- 4) Найти площадь треугольника, отсекаемого прямой $5x + 6y - 30 = 0$ от координатного угла.
✓ 15
- 5) Найти площадь треугольника, отсекаемого прямой $x + 5y - 5 = 0$ от координатного угла.
✓ $\frac{5}{2}$
- 6) Найти площадь треугольника, отсекаемого прямой $x + 6y - 6 = 0$ от координатного угла.
✓ 3

- 7) Найти площадь треугольника, отсекаемого прямой $5x + 3y - 15 = 0$ от координатного угла.
✓ $\frac{15}{2}$
- 8) Найти площадь треугольника, отсекаемого прямой $3x + 4y - 12 = 0$ от координатного угла.
✓ 6
- 9) Найти площадь треугольника, отсекаемого прямой $5x + 4y - 20 = 0$ от координатного угла.
✓ 10
- 10) Найти площадь треугольника, отсекаемого прямой $3x + 2y - 6 = 0$ от координатного угла.
✓ 3
- 11) Найти площадь треугольника, отсекаемого прямой $4x + 3y - 12 = 0$ от координатного угла.
✓ 6
- 12) Найти площадь треугольника, отсекаемого прямой $4x + 2y - 8 = 0$ от координатного угла.
✓ 4
- 13) Найти площадь треугольника, отсекаемого прямой $3x + 5y - 15 = 0$ от координатного угла.
✓ $\frac{15}{2}$
- 14) Найти площадь треугольника, отсекаемого прямой $2x + 3y - 6 = 0$ от координатного угла.
✓ 3
- 15) Найти площадь треугольника, отсекаемого прямой $5x + 5y - 25 = 0$ от координатного угла.
✓ $\frac{25}{2}$
- 16) Найти площадь треугольника, отсекаемого прямой $2x + 5y - 10 = 0$ от координатного угла.
✓ 5
- 17) Найти площадь треугольника, отсекаемого прямой $3x + 6y - 18 = 0$ от координатного угла.
✓ 9
- 18) Найти площадь треугольника, отсекаемого прямой $5x + 7y - 35 = 0$ от координатного угла.
✓ $\frac{35}{2}$
- 19) Найти площадь треугольника, отсекаемого прямой $x + 4y - 4 = 0$ от координатного угла.
✓ 2
- 20) Найти площадь треугольника, отсекаемого прямой $5x + y - 5 = 0$ от координатного угла.
✓ $\frac{5}{2}$
- 21) Найти площадь треугольника, отсекаемого прямой $4x + y - 4 = 0$ от координатного угла.
✓ 2
- 22) Найти площадь треугольника, отсекаемого прямой $3x + 3y - 9 = 0$ от координатного угла.
✓ $\frac{9}{2}$
- 23) Найти площадь треугольника, отсекаемого прямой $4x + 5y - 20 = 0$ от координатного угла.
✓ 10
- 24) Найти площадь треугольника, отсекаемого прямой $3x + y - 3 = 0$ от координатного угла.
✓ $\frac{3}{2}$
- 25) Найти площадь треугольника, отсекаемого прямой $3x + 7y - 21 = 0$ от координатного угла.
✓ $\frac{21}{2}$
- 26) Найти площадь треугольника, отсекаемого прямой $4x + 6y - 24 = 0$ от координатного угла.
✓ 12
- 27) Найти площадь треугольника, отсекаемого прямой $4x + 7y - 28 = 0$ от координатного угла.
✓ 14
- 28) Найти площадь треугольника, отсекаемого прямой $5x + 2y - 10 = 0$ от координатного угла.
✓ 5
- 29) Найти площадь треугольника, отсекаемого прямой $x + y - 1 = 0$ от координатного угла.
✓ $\frac{1}{2}$
- 30) Найти площадь треугольника, отсекаемого прямой $x + 2y - 2 = 0$ от координатного угла.
✓ 1

Задача 129.

- 1) Найти расстояние от начала координат до прямой $-5x + 5y + 8 = 0$
✓ $d = -\frac{4\sqrt{2}}{5}$
- 2) Найти расстояние от начала координат до прямой $-x + y + 7 = 0$
✓ $d = -\frac{7\sqrt{2}}{2}$
- 3) Найти расстояние от начала координат до прямой $-4x + 4y + 8 = 0$
✓ $d = -\sqrt{2}$
- 4) Найти расстояние от начала координат до прямой $4x - 4y + 9 = 0$
✓ $d = \frac{9\sqrt{2}}{8}$
- 5) Найти расстояние от начала координат до прямой $4x - 4y + 7 = 0$
✓ $d = \frac{7\sqrt{2}}{8}$
- 6) Найти расстояние от начала координат до прямой $-5x + 5y + 7 = 0$
✓ $d = -\frac{7\sqrt{2}}{10}$
- 7) Найти расстояние от начала координат до прямой $4x - 4y + 3 = 0$
✓ $d = \frac{3\sqrt{2}}{8}$
- 8) Найти расстояние от начала координат до прямой $-x + y + 1 = 0$
✓ $d = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

- 9) Найти расстояние от начала координат до прямой $5x - 5y + 2 = 0$
✓ $d = \frac{\sqrt{2}}{5}$
- 10) Найти расстояние от начала координат до прямой $-5x + 5y + 3 = 0$
✓ $d = -\frac{3\sqrt{2}}{10}$
- 11) Найти расстояние от начала координат до прямой $-5x + 5y + 1 = 0$
✓ $d = -\frac{\sqrt{2}}{10}$
- 12) Найти расстояние от начала координат до прямой $4x - 4y + 8 = 0$
✓ $d = \sqrt{2}$
- 13) Найти расстояние от начала координат до прямой $-4x + 4y + 4 = 0$
✓ $d = -\frac{\sqrt{2}}{2}$
- 14) Найти расстояние от начала координат до прямой $x - y + 2 = 0$
✓ $d = \sqrt{2}$
- 15) Найти расстояние от начала координат до прямой $3x - 3y + 4 = 0$
✓ $d = \frac{2\sqrt{2}}{3}$
- 16) Найти расстояние от начала координат до прямой $-x + y + 2 = 0$
✓ $d = -\sqrt{2}$
- 17) Найти расстояние от начала координат до прямой $3x - 3y + 7 = 0$
✓ $d = \frac{7\sqrt{2}}{6}$
- 18) Найти расстояние от начала координат до прямой $-3x + 3y + 4 = 0$
✓ $d = -\frac{2\sqrt{2}}{3}$
- 19) Найти расстояние от начала координат до прямой $2x - 2y + 5 = 0$
✓ $d = \frac{5\sqrt{2}}{4}$
- 20) Найти расстояние от начала координат до прямой $-4x + 4y + 1 = 0$
✓ $d = -\frac{\sqrt{2}}{8}$
- 21) Найти расстояние от начала координат до прямой $-4x + 4y + 6 = 0$
✓ $d = -\frac{3\sqrt{2}}{4}$
- 22) Найти расстояние от начала координат до прямой $3x - 3y + 8 = 0$
✓ $d = \frac{4\sqrt{2}}{3}$
- 23) Найти расстояние от начала координат до прямой $-3x + 3y + 9 = 0$
✓ $d = -\frac{3\sqrt{2}}{2}$
- 24) Найти расстояние от начала координат до прямой $2x - 2y + 9 = 0$
✓ $d = \frac{9\sqrt{2}}{4}$
- 25) Найти расстояние от начала координат до прямой $5x - 5y + 4 = 0$
✓ $d = \frac{2\sqrt{2}}{5}$
- 26) Найти расстояние от начала координат до прямой $-5x + 5y + 4 = 0$
✓ $d = -\frac{2\sqrt{2}}{5}$
- 27) Найти расстояние от начала координат до прямой $2x - 2y + 4 = 0$
✓ $d = \sqrt{2}$
- 28) Найти расстояние от начала координат до прямой $3x - 3y + 9 = 0$
✓ $d = \frac{3\sqrt{2}}{2}$
- 29) Найти расстояние от начала координат до прямой $-3x + 3y + 6 = 0$
✓ $d = -\sqrt{2}$
- 30) Найти расстояние от начала координат до прямой $2x - 2y + 1 = 0$
✓ $d = \frac{\sqrt{2}}{4}$

Задача 130. Составить уравнение плоскости.

- 1) Составить уравнение плоскости, которая проходит через точку $M_0(1; 1; -1)$ и параллельна плоскости $-2x + 3y - z - 11 = 0$.
✓ $-2x + 3y - z - 2 = 0$
- 2) Составить уравнение плоскости, которая проходит через точку $M_0(1; -2; 0)$ и параллельна плоскости $2x + y - z + 3 = 0$.
✓ $2x + y - z = 0$
- 3) Составить уравнение плоскости, которая проходит через точку $M_0(0; -4; 0)$ и имеет нормальный вектор $\vec{N} = (-2; -2; -1)$.
✓ $-2x - 2y - z - 8 = 0$
- 4) Составить уравнение плоскости, которая проходит через точку $M_0(-3; 3; 0)$ и имеет нормальный вектор $\vec{N} = (-2; -4; 2)$.
✓ $-2x - 4y + 2z + 6 = 0$
- 5) Составить уравнение плоскости, которая проходит через точку $M_0(3; 4; 0)$ и имеет нормальный вектор $\vec{N} = (-3; -2; 3)$.
✓ $-3x - 2y + 3z + 17 = 0$
- 6) Составить уравнение плоскости, которая проходит через точку $M_0(2; -4; 0)$ и имеет нормальный вектор $\vec{N} = (3; 3; 3)$.
✓ $3x + 3y + 3z + 6 = 0$

- 7) Составить уравнение плоскости, которая проходит через точку $M_0(-2; 1; 3)$ и параллельна плоскости $2x - 2y + 3z + 3 = 0$.
✓ $2x - 2y + 3z - 3 = 0$
- 8) Составить уравнение плоскости, которая проходит через точку $M_0(3; 3; 2)$ и имеет нормальный вектор $\vec{N} = (3; -2; 3)$.
✓ $3x - 2y + 3z - 9 = 0$
- 9) Составить уравнение плоскости, которая проходит через точку $M_0(3; -2; 2)$ и имеет нормальный вектор $\vec{N} = (-3; 3; 2)$.
✓ $-3x + 3y + 2z + 11 = 0$
- 10) Составить уравнение плоскости, которая проходит через точку $M_0(-2; 4; 0)$ и имеет нормальный вектор $\vec{N} = (3; -4; 3)$.
✓ $3x - 4y + 3z + 22 = 0$
- 11) Составить уравнение плоскости, которая проходит через точку $M_0(3; 1; 3)$ и параллельна плоскости $3x - 2y - 5z + 5 = 0$.
✓ $3x - 2y - 5z + 8 = 0$
- 12) Составить уравнение плоскости, которая проходит через точку $M_0(3; 4; 0)$ и имеет нормальный вектор $\vec{N} = (-2; 3; -1)$.
✓ $-2x + 3y - z - 6 = 0$
- 13) Составить уравнение плоскости, которая проходит через точку $M_0(2; 3; 2)$ и имеет нормальный вектор $\vec{N} = (1; -2; -5)$.
✓ $x - 2y - 5z + 14 = 0$
- 14) Составить уравнение плоскости, которая проходит через точку $M_0(1; 4; -5)$ и параллельна плоскости $-3x + y - z + 3 = 0$.
✓ $-3x + y - z - 6 = 0$
- 15) Составить уравнение плоскости, которая проходит через точку $M_0(-3; 1; 0)$ и параллельна плоскости $2x + y + 3z + 8 = 0$.
✓ $2x + y + 3z + 5 = 0$
- 16) Составить уравнение плоскости, которая проходит через точку $M_0(-2; 1; -5)$ и параллельна плоскости $2x - 2y - z - 7 = 0$.
✓ $2x - 2y - z + 1 = 0$
- 17) Составить уравнение плоскости, которая проходит через точку $M_0(3; 4; 7)$ и имеет нормальный вектор $\vec{N} = (-3; 3; 3)$.
✓ $-3x + 3y + 3z - 24 = 0$
- 18) Составить уравнение плоскости, которая проходит через точку $M_0(-3; -4; 0)$ и имеет нормальный вектор $\vec{N} = (2; -2; -5)$.
✓ $2x - 2y - 5z - 2 = 0$
- 19) Составить уравнение плоскости, которая проходит через точку $M_0(2; -2; 7)$ и имеет нормальный вектор $\vec{N} = (2; -2; -1)$.
✓ $2x - 2y - z - 1 = 0$
- 20) Составить уравнение плоскости, которая проходит через точку $M_0(1; 3; -1)$ и имеет нормальный вектор $\vec{N} = (2; 3; 2)$.
✓ $2x + 3y + 2z - 9 = 0$
- 21) Составить уравнение плоскости, которая проходит через точку $M_0(3; -4; -1)$ и параллельна плоскости $2x - 2y + 2z + 3 = 0$.
✓ $2x - 2y + 2z - 12 = 0$
- 22) Составить уравнение плоскости, которая проходит через точку $M_0(-2; 4; -5)$ и параллельна плоскости $x - 4y + 2z - 11 = 0$.
✓ $x - 4y + 2z + 28 = 0$
- 23) Составить уравнение плоскости, которая проходит через точку $M_0(3; 4; 3)$ и параллельна плоскости $2x - 4y - z + 8 = 0$.
✓ $2x - 4y - z + 13 = 0$
- 24) Составить уравнение плоскости, которая проходит через точку $M_0(0; -4; 3)$ и имеет нормальный вектор $\vec{N} = (-3; 3; 2)$.
✓ $-3x + 3y + 2z + 6 = 0$
- 25) Составить уравнение плоскости, которая проходит через точку $M_0(-2; 3; 7)$ и параллельна плоскости $3x + 3y + 3z + 3 = 0$.
✓ $3x + 3y + 3z - 24 = 0$
- 26) Составить уравнение плоскости, которая проходит через точку $M_0(1; 3; 2)$ и имеет нормальный вектор $\vec{N} = (3; -2; -1)$.
✓ $3x - 2y - z + 5 = 0$
- 27) Составить уравнение плоскости, которая проходит через точку $M_0(2; -4; 2)$ и параллельна плоскости $-2x - 4y - z + 8 = 0$.
✓ $-2x - 4y - z - 10 = 0$
- 28) Составить уравнение плоскости, которая проходит через точку $M_0(3; 1; -1)$ и имеет нормальный вектор $\vec{N} = (3; 1; 2)$.
✓ $3x + y + 2z - 8 = 0$
- 29) Составить уравнение плоскости, которая проходит через точку $M_0(3; 1; -5)$ и имеет нормальный вектор $\vec{N} = (1; 1; 2)$.
✓ $x + y + 2z + 6 = 0$
- 30) Составить уравнение плоскости, которая проходит через точку $M_0(3; 3; -1)$ и имеет нормальный вектор $\vec{N} = (-2; 3; 3)$.
✓ $-2x + 3y + 3z = 0$

Задача 131. Составить уравнение плоскости.

- 1) Написать уравнение плоскости, проходящей через три точки $M_1(-2; -4; 7)$, $M_2(-3; 0; 10)$, $M_3(-2; 8; 13)$.
✓ $-12x + 84 + 6y - 12z = 0$
- 2) Написать уравнение плоскости, проходящей через точки $M_1(2; -4; 7)$, $M_2(6; 0; 9)$, и перпендикулярной плоскости $8x + 4y + 3 = 0$.
✓ $-8x + 192 + 16y - 16z = 0$

- 3) Написать уравнение плоскости, проходящей через три точки $M_1(1; 3; 2)$, $M_2(0; 4; 0)$, $M_3(1; 6; -2)$.
✓ $2x + 16 - 4y - 3z = 0$
- 4) Написать уравнение плоскости, проходящей через три точки $M_1(3; 3; 7)$, $M_2(1; 7; 10)$, $M_3(1; 15; 7)$.
✓ $-36x + 238 - 6y - 16z = 0$
- 5) Написать уравнение плоскости, проходящей через три точки $M_1(2; 3; 7)$, $M_2(3; 6; 10)$, $M_3(3; 12; 7)$.
✓ $-27x + 3 + 3y + 6z = 0$
- 6) Написать уравнение плоскости, проходящей через точки $M_1(1; 3; 3)$, $M_2(3; 2; 4)$, и перпендикулярной плоскости $2x - 3y + 2z - 7 = 0$.
✓ $x + 17 - 2y - 4z = 0$
- 7) Написать уравнение плоскости, проходящей через точки $M_1(3; 1; 0)$, $M_2(2; 5; 2)$, и перпендикулярной плоскости $-11 + 12y + 4z = 0$.
✓ $-8x + 20 + 4y - 12z = 0$
- 8) Написать уравнение плоскости, проходящей через точки $M_1(-2; 4; 0)$, $M_2(-3; 7; 2)$, и перпендикулярной плоскости $-9 + 3y = 0$.
✓ $-6x - 12 - 3z = 0$
- 9) Написать уравнение плоскости, проходящей через три точки $M_1(2; 3; 7)$, $M_2(4; 4; 10)$, $M_3(6; 4; 7)$.
✓ $-3x - 16 + 12y - 2z = 0$
- 10) Написать уравнение плоскости, проходящей через точки $M_1(1; 4; 2)$, $M_2(5; 5; 0)$, и перпендикулярной плоскости $4x + y - 4z + 8 = 0$.
✓ $-2x - 30 + 8y = 0$
- 11) Написать уравнение плоскости, проходящей через точки $M_1(3; 3; 0)$, $M_2(5; 5; 3)$, и перпендикулярной плоскости $2x + 6y + 6z + 8 = 0$.
✓ $-6x + 36 - 6y + 8z = 0$
- 12) Написать уравнение плоскости, проходящей через точки $M_1(3; 1; 7)$, $M_2(6; 2; 8)$, и перпендикулярной плоскости $3x + 3y - 7 = 0$.
✓ $-3x - 36 + 3y + 6z = 0$
- 13) Написать уравнение плоскости, проходящей через три точки $M_1(2; -4; -1)$, $M_2(4; -6; -3)$, $M_3(6; -10; -1)$.
✓ $-12x - 12 - 8y - 4z = 0$
- 14) Написать уравнение плоскости, проходящей через точки $M_1(2; 3; -5)$, $M_2(0; 2; -7)$, и перпендикулярной плоскости $-2x - 3y - 4z - 7 = 0$.
✓ $-2x + 36 - 4y + 4z = 0$
- 15) Написать уравнение плоскости, проходящей через три точки $M_1(0; 3; 0)$, $M_2(2; 4; 1)$, $M_3(0; 4; 0)$.
✓ $-x + 2z = 0$
- 16) Написать уравнение плоскости, проходящей через три точки $M_1(2; 3; -5)$, $M_2(4; 2; -2)$, $M_3(2; 2; -5)$.
✓ $3x - 16 - 2z = 0$
- 17) Написать уравнение плоскости, проходящей через три точки $M_1(3; -2; 0)$, $M_2(2; 2; 3)$, $M_3(2; 10; 6)$.
✓ $-12x + 42 + 3y - 8z = 0$
- 18) Написать уравнение плоскости, проходящей через точки $M_1(1; -2; -5)$, $M_2(3; -4; -3)$, и перпендикулярной плоскости $2x - 2y - 11 = 0$.
✓ $4x + 4 + 4y = 0$
- 19) Написать уравнение плоскости, проходящей через три точки $M_1(-2; -4; 2)$, $M_2(1; -5; 1)$, $M_3(-2; -5; 0)$.
✓ $x + 32 + 6y - 3z = 0$
- 20) Написать уравнение плоскости, проходящей через точки $M_1(0; 3; -1)$, $M_2(2; 1; 1)$, и перпендикулярной плоскости $2x - 6y + 4z + 3 = 0$.
✓ $4x - 4y + 4 - 8z = 0$
- 21) Написать уравнение плоскости, проходящей через точки $M_1(1; -4; -5)$, $M_2(-1; -2; -2)$, и перпендикулярной плоскости $-2x + 2y + 6z + 8 = 0$.
- 22) Написать уравнение плоскости, проходящей через точки $M_1(-2; -4; 2)$, $M_2(0; 0; 1)$, и перпендикулярной плоскости $3 + 4y = 0$.
✓ $4x - 8 + 8z = 0$
- 23) Написать уравнение плоскости, проходящей через три точки $M_1(-2; 3; 3)$, $M_2(2; 4; 1)$, $M_3(2; 4; -1)$.
✓ $-2x - 28 + 8y = 0$
- 24) Написать уравнение плоскости, проходящей через точки $M_1(-3; -2; -5)$, $M_2(-1; -4; -1)$, и перпендикулярной плоскости $4x - 6y + 8 = 0$.
✓ $24x + 84 + 16y - 4z = 0$
- 25) Написать уравнение плоскости, проходящей через три точки $M_1(-2; -4; -1)$, $M_2(2; -1; -2)$, $M_3(-2; -1; -3)$.
✓ $-3x + 38 + 8y + 12z = 0$
- 26) Написать уравнение плоскости, проходящей через точки $M_1(-3; 4; 3)$, $M_2(-2; 8; 2)$, и перпендикулярной плоскости $5 + 4y - 2z = 0$.
✓ $-4x - 32 + 2y + 4z = 0$
- 27) Написать уравнение плоскости, проходящей через точки $M_1(0; -4; 7)$, $M_2(-1; 0; 9)$, и перпендикулярной плоскости $8 + 4y + 4z = 0$.
✓ $8x + 4y + 44 - 4z = 0$
- 28) Написать уравнение плоскости, проходящей через три точки $M_1(1; -4; -1)$, $M_2(2; 0; 3)$, $M_3(1; 0; -1)$.
✓ $-16x + 20 + 4z = 0$
- 29) Написать уравнение плоскости, проходящей через три точки $M_1(-3; -4; -5)$, $M_2(-2; -3; -7)$, $M_3(-2; -3; -9)$.
✓ $-2x + 2 + 2y = 0$
- 30) Написать уравнение плоскости, проходящей через три точки $M_1(3; 3; 7)$, $M_2(7; 6; 10)$, $M_3(7; 12; 13)$.
✓ $-9x - 105 - 12y + 24z = 0$

Задача 132. Составить уравнение плоскости.

- 1) Составить уравнение плоскости, проходящей через точку $M(-3; 3; 2)$ и отсекающей на осях Oy и Oz в 2 раз большие отрезки, чем на оси Ox .
✓ $2x + y + z + 1 = 0$
- 2) Составить уравнение плоскости, проходящей через точку $M(-2; 1; -1)$ и отсекающей на осях Ox и Oy в 3 раз большие отрезки, чем на оси Oz .
✓ $x + y + 3z + 4 = 0$
- 3) Написать уравнение плоскости, проходящей через ось Ox и точку $M(0; 0; 1)$.
✓ $y = 0$
- 4) Написать уравнение плоскости, проходящей через ось Oz и точку $M(-2; -2; 0)$.
✓ $-2x + 2y = 0$
- 5) Написать уравнение плоскости, проходящей через ось Oy и точку $M(-2; 0; 3)$.
✓ $3x + 2z = 0$
- 6) Написать уравнение плоскости, проходящей через ось Oz и точку $M(-2; 1; 0)$.
✓ $x + 2y = 0$
- 7) Написать уравнение плоскости, проходящей через ось Oy и точку $M(3; 0; 3)$.
✓ $3x - 3z = 0$
- 8) Написать уравнение плоскости, проходящей через ось Oy и точку $M(3; 0; -2)$.
✓ $-2x - 3z = 0$
- 9) Написать уравнение плоскости, проходящей через ось Ox и точку $M(0; -2; -4)$.
✓ $-4y + 2z = 0$
- 10) Составить уравнение плоскости, проходящей через точку $M(-3; 1; 3)$ и отсекающей равные отрезки на осях координат.
✓ $x + y + z - 1 = 0$
- 11) Написать уравнение плоскости, проходящей через ось Ox и точку $M(0; -3; -4)$.
✓ $-4y + 3z = 0$
- 12) Написать уравнение плоскости, проходящей через ось Oy и точку $M(0; 0; 1)$.
✓ $x = 0$
- 13) Составить уравнение плоскости, проходящей через точку $M(1; -2; 3)$ и отсекающей на осях Oy и Oz в 3 раз большие отрезки, чем на оси Ox .
✓ $3x + y + z - 4 = 0$
- 14) Составить уравнение плоскости, проходящей через точку $M(2; -2; 3)$ и отсекающей на осях Ox и Oz в 2 раз большие отрезки, чем на оси Oy .
✓ $x + 2y + z - 1 = 0$
- 15) Составить уравнение плоскости, проходящей через точку $M(3; 3; 0)$ и отсекающей равные отрезки на осях координат.
✓ $x + y + z - 6 = 0$
- 16) Составить уравнение плоскости, проходящей через точку $M(0; -2; -5)$ и отсекающей на осях Ox и Oy в 2 раз большие отрезки, чем на оси Oz .
✓ $x + y + 2z + 12 = 0$
- 17) Составить уравнение плоскости, проходящей через точку $M(-2; -2; 0)$ и отсекающей равные отрезки на осях координат.
✓ $x + y + z + 4 = 0$
- 18) Составить уравнение плоскости, проходящей через точку $M(3; -2; -1)$ и отсекающей равные отрезки на осях координат.
✓ $x + y + z = 0$
- 19) Составить уравнение плоскости, проходящей через точку $M(2; -2; 2)$ и отсекающей на осях Ox и Oy в 3 раз большие отрезки, чем на оси Oz .
✓ $x + y + 3z - 6 = 0$
- 20) Составить уравнение плоскости, проходящей через точку $M(1; -4; -5)$ и отсекающей на осях Oy и Oz в 3 раз большие отрезки, чем на оси Ox .
✓ $3x + y + z + 6 = 0$
- 21) Составить уравнение плоскости, проходящей через точку $M(0; 3; 0)$ и отсекающей равные отрезки на осях координат.
✓ $x + y + z - 3 = 0$
- 22) Составить уравнение плоскости, проходящей через точку $M(3; 1; 3)$ и отсекающей на осях Ox и Oz в 2 раз большие отрезки, чем на оси Oy .
✓ $x + 2y + z - 8 = 0$
- 23) Составить уравнение плоскости, проходящей через точку $M(3; 3; 2)$ и отсекающей на осях Ox и Oz в 2 раз большие отрезки, чем на оси Oy .
✓ $x + 2y + z - 11 = 0$
- 24) Написать уравнение плоскости, проходящей через ось Oy и точку $M(1; 0; -2)$.
✓ $-2x - z = 0$
- 25) Составить уравнение плоскости, проходящей через точку $M(0; 1; 2)$ и отсекающей на осях Ox и Oz в 3 раз большие отрезки, чем на оси Oy .
✓ $x + 3y + z - 5 = 0$
- 26) Составить уравнение плоскости, проходящей через точку $M(1; 3; 7)$ и отсекающей равные отрезки на осях координат.
✓ $x + y + z - 11 = 0$
- 27) Написать уравнение плоскости, проходящей через ось Oz и точку $M(-3; -2; 0)$.
✓ $-2x + 3y = 0$
- 28) Написать уравнение плоскости, проходящей через ось Oz и точку $M(0; 3; 0)$.
✓ $3x = 0$

- 29) Составить уравнение плоскости, проходящей через точку $M(0; -4; 3)$ и отсекающей на осях Ox и Oy в 3 раз большие отрезки, чем на оси Oz .

✓ $x + y + 3z - 5 = 0$

- 30) Составить уравнение плоскости, проходящей через точку $M(0; -4; 3)$ и отсекающей на осях Oy и Oz в 3 раз большие отрезки, чем на оси Ox .

✓ $3x + y + z + 1 = 0$

Задача 133. Найти расстояние.

- 1) Найти расстояние от точки $M_0(1; 3; 7)$ до плоскости $3x + 3y - z - 9 = 0$.

✓ $\frac{4\sqrt{19}}{19}$

- 2) Найти расстояние от точки $M_0(-2; -4; 7)$ до плоскости $3x + y + 3z + 5 = 0$.

✓ $\frac{16\sqrt{19}}{19}$

- 3) Найти расстояние от точки $M_0(-3; -2; -1)$ до плоскости $-2x - 4y + 3z - 7 = 0$.

✓ $\frac{4\sqrt{29}}{29}$

- 4) Найти расстояние от точки $M_0(3; 4; 7)$ до плоскости $-2x + y + 3z - 7 = 0$.

✓ $\frac{6\sqrt{14}}{7}$

- 5) Найти расстояние от точки $M_0(-3; 4; 7)$ до плоскости $-2x - 4y - z - 9 = 0$.

✓ $\frac{26\sqrt{21}}{21}$

- 6) Найти расстояние от точки $M_0(3; -4; -5)$ до плоскости $2x - 4y - 5z - 11 = 0$.

✓ $\frac{12\sqrt{5}}{5}$

- 7) Найти расстояние от точки $M_0(1; -4; 7)$ до плоскости $2x - 2y - z - 7 = 0$.

✓ $\frac{4}{3}$

- 8) Найти расстояние от точки $M_0(0; -2; 7)$ до плоскости $x - 2y - 5z + 3 = 0$.

✓ $\frac{14\sqrt{30}}{15}$

- 9) Найти расстояние от точки $M_0(2; -4; -1)$ до плоскости $x - 4y - z - 7 = 0$.

✓ $2\sqrt{2}$

- 10) Найти расстояние от точки $M_0(3; -4; 3)$ до плоскости $-3x + 3y + 3z - 9 = 0$.

✓ $\frac{7\sqrt{3}}{3}$

- 11) Найти расстояние от точки $M_0(3; -4; 7)$ до плоскости $-2x - 2y - 5z + 5 = 0$.

✓ $\frac{28\sqrt{33}}{33}$

- 12) Найти расстояние от точки $M_0(1; 4; 3)$ до плоскости $2x - 2y + 3z - 11 = 0$.

✓ $\frac{8\sqrt{17}}{17}$

- 13) Найти расстояние от точки $M_0(0; -4; -5)$ до плоскости $-2x + y - z + 8 = 0$.

✓ $\frac{3\sqrt{6}}{2}$

- 14) Найти расстояние от точки $M_0(2; -4; 3)$ до плоскости $x + y - z + 5 = 0$.

✓ 0

- 15) Найти расстояние от точки $M_0(2; 4; 0)$ до плоскости $x + 3y + 3z + 3 = 0$.

✓ $\frac{17\sqrt{19}}{19}$

- 16) Найти расстояние от точки $M_0(3; 1; 3)$ до плоскости $-2x - 2y - z + 5 = 0$.

✓ 2

- 17) Найти расстояние от точки $M_0(3; 4; -5)$ до плоскости $2x + 3y - z - 7 = 0$.

✓ $\frac{8\sqrt{14}}{7}$

- 18) Найти расстояние от точки $M_0(-2; -2; 7)$ до плоскости $2x - 2y - 5z + 8 = 0$.

✓ $\frac{9\sqrt{33}}{11}$

- 19) Найти расстояние от точки $M_0(3; 4; 3)$ до плоскости $x - 4y + 3z + 3 = 0$.

✓ $\frac{\sqrt{26}}{26}$

- 20) Найти расстояние от точки $M_0(0; -2; -1)$ до плоскости $-2x + y - z + 8 = 0$.

✓ $\frac{7\sqrt{6}}{6}$

- 21) Найти расстояние от точки $M_0(-3; -2; -5)$ до плоскости $3x + y + 2z + 5 = 0$.

✓ $\frac{8\sqrt{14}}{7}$

- 22) Найти расстояние от точки $M_0(3; 3; 0)$ до плоскости $3x - 2y + 2z - 9 = 0$.

✓ $\frac{6\sqrt{17}}{17}$

- 23) Найти расстояние от точки $M_0(-3; -2; -5)$ до плоскости $3x - 4y + 3z - 7 = 0$.

✓ $\frac{23\sqrt{34}}{34}$

- 24) Найти расстояние от точки $M_0(0; 3; -1)$ до плоскости $-3x - 4y + 3z + 3 = 0$.
 $\checkmark \frac{6\sqrt{34}}{17}$
- 25) Найти расстояние от точки $M_0(0; -2; -5)$ до плоскости $2x - 4y + 3z - 11 = 0$.
 $\checkmark \frac{18\sqrt{29}}{29}$
- 26) Найти расстояние от точки $M_0(-2; -4; 0)$ до плоскости $-2x + y + 3z + 8 = 0$.
 $\checkmark \frac{4\sqrt{14}}{7}$
- 27) Найти расстояние от точки $M_0(-3; 1; -5)$ до плоскости $2x + y + 3z - 7 = 0$.
 $\checkmark \frac{27\sqrt{14}}{14}$
- 28) Найти расстояние от точки $M_0(2; 3; -1)$ до плоскости $3x + y + 3z - 7 = 0$.
 $\checkmark \frac{\sqrt{19}}{19}$
- 29) Найти расстояние от точки $M_0(-3; 3; -5)$ до плоскости $x - 4y - 5z - 7 = 0$.
 $\checkmark \frac{\sqrt{42}}{14}$
- 30) Найти расстояние от точки $M_0(1; 1; -1)$ до плоскости $3x + 3y - z + 3 = 0$.
 $\checkmark \frac{10\sqrt{19}}{19}$

Задача 134. Найти угол между плоскостями.

- 1) $x - y + 2z + 3 = 0$, $2x - 2y - 2z - 3 = 0$
 $\checkmark \cos \varphi = 0$
- 2) $2x - y + z + 7 = 0$, $-2x - y - z + 6 = 0$
 $\checkmark \cos \varphi = -\frac{2}{3}$
- 3) $2x + 2y + 2z - 4 = 0$, $2x + 4y - 4z + 6 = 0$
 $\checkmark \cos \varphi = \frac{\sqrt{3}}{9}$
- 4) $2x + y + z - 4 = 0$, $-4x + y - z - 3 = 0$
 $\checkmark \cos \varphi = -\frac{4\sqrt{3}}{9}$
- 5) $-x - y + z + 7 = 0$, $2x - y - 2z + 2 = 0$
 $\checkmark \cos \varphi = -\frac{\sqrt{3}}{3}$
- 6) $2x + y - z - 4 = 0$, $-4x + y + z - 3 = 0$
 $\checkmark \cos \varphi = -\frac{4\sqrt{3}}{9}$
- 7) $2x + y + z + 5 = 0$, $4x + 2y - 2z + 2 = 0$
 $\checkmark \cos \varphi = \frac{2}{3}$
- 8) $2x + 2y + z + 3 = 0$, $-4x + 4y - z + 6 = 0$
 $\checkmark \cos \varphi = -\frac{\sqrt{33}}{99}$
- 9) $-x + y - z - 4 = 0$, $-2x + y + 2z - 1 = 0$
 $\checkmark \cos \varphi = \frac{\sqrt{3}}{9}$
- 10) $x + y + 2z - 4 = 0$, $2x + y - 2z + 2 = 0$
 $\checkmark \cos \varphi = -\frac{\sqrt{6}}{18}$
- 11) $2x + y + z - 4 = 0$, $4x + y - 2z + 4 = 0$
 $\checkmark \cos \varphi = \frac{\sqrt{14}}{6}$
- 12) $-x + y + 2z + 3 = 0$, $2x + y - 4z + 2 = 0$
 $\checkmark \cos \varphi = -\frac{3\sqrt{14}}{14}$
- 13) $x + y - z + 7 = 0$, $2x + 2y + 2z - 5 = 0$
 $\checkmark \cos \varphi = \frac{1}{3}$
- 14) $2x - y - z + 7 = 0$, $-2x - 2y + z + 2 = 0$
 $\checkmark \cos \varphi = -\frac{\sqrt{6}}{6}$
- 15) $-x - y - z - 2 = 0$, $-2x - y + z + 4 = 0$
 $\checkmark \cos \varphi = \frac{\sqrt{2}}{3}$
- 16) $x - y + 2z - 6 = 0$, $-x - y - 2z - 3 = 0$
 $\checkmark \cos \varphi = -\frac{2}{3}$
- 17) $x + y + 2z + 5 = 0$, $-x + 2y - 2z + 2 = 0$
 $\checkmark \cos \varphi = -\frac{\sqrt{6}}{6}$
- 18) $2x + 2y + 2z - 2 = 0$, $4x + 4y - 4z + 2 = 0$
 $\checkmark \cos \varphi = \frac{1}{3}$
- 19) $-x + y + z + 3 = 0$, $x + 2y - 2z - 1 = 0$
 $\checkmark \cos \varphi = -\frac{\sqrt{3}}{9}$
- 20) $x + 2y - z + 5 = 0$, $-x + 2y + 2z - 3 = 0$
 $\checkmark \cos \varphi = \frac{\sqrt{6}}{18}$
- 21) $-x - y + 2z + 3 = 0$, $-x - y - 4z + 2 = 0$
 $\checkmark \cos \varphi = -\frac{\sqrt{3}}{3}$
- 22) $x + y + 2z + 7 = 0$, $2x + y - 2z + 6 = 0$
 $\checkmark \cos \varphi = -\frac{\sqrt{6}}{18}$
- 23) $x + 2y - z - 2 = 0$, $-2x + 2y + z + 2 = 0$
 $\checkmark \cos \varphi = \frac{\sqrt{6}}{18}$
- 24) $x + y + z - 4 = 0$, $x + y - 2z + 2 = 0$
 $\checkmark \cos \varphi = 0$

$$25) 2x + 2y - z - 6 = 0, 2x + 2y + 2z - 1 = 0$$

$$\checkmark \cos \varphi = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$26) x + y - z + 3 = 0, -x + y + z + 2 = 0$$

$$\checkmark \cos \varphi = -\frac{1}{3}$$

$$27) x + y - z + 7 = 0, 2x + 2y + 2z - 3 = 0$$

$$\checkmark \cos \varphi = \frac{1}{3}$$

$$28) x + y - z + 5 = 0, -x + 2y + z - 5 = 0$$

$$\checkmark \cos \varphi = 0$$

$$29) x - y - z + 7 = 0, 2x - y + 2z - 3 = 0$$

$$\checkmark \cos \varphi = \frac{\sqrt{3}}{9}$$

$$30) 2x + y - z - 6 = 0, 4x + y + z - 3 = 0$$

$$\checkmark \cos \varphi = \frac{4\sqrt{3}}{9}$$

Задача 135. Составить уравнение прямой.

- 1) Написать каноническое уравнение прямой, проходящей через точки $M_1(3; -4; 7)$, $M_2(4; -1; 5)$.

$$\checkmark \frac{x-3}{1} = \frac{y+4}{3} = \frac{z-7}{-2}$$

- 2) Написать каноническое уравнение прямой, проходящей через точки $M_1(3; 1; -1)$, $M_2(1; -1; -2)$.

$$\checkmark \frac{x-3}{-2} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z+1}{-1}$$

- 3) Написать каноническое уравнение прямой, проходящей через точки $M_1(3; -2; 2)$, $M_2(7; 1; 6)$.

$$\checkmark \frac{x-3}{4} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-2}{4}$$

- 4) Написать каноническое уравнение прямой, проходящей через точку $M(0; -2; 7)$, параллельно прямой $\frac{x-4}{4} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+4}{1}$.

$$\checkmark \frac{x}{4} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-7}{1}$$

- 5) Написать каноническое уравнение прямой, проходящей через точки $M_1(1; -4; 3)$, $M_2(-1; -2; 2)$.

$$\checkmark \frac{x-1}{-2} = \frac{y+4}{2} = \frac{z-3}{-1}$$

- 6) Написать каноническое уравнение прямой, проходящей через точки $M_1(3; 3; 3)$, $M_2(2; 6; 1)$.

$$\checkmark \frac{x-3}{-1} = \frac{y-3}{3} = \frac{z-3}{-2}$$

- 7) Написать каноническое уравнение прямой, проходящей через точки $M_1(0; -2; 0)$, $M_2(4; 1; 1)$.

$$\checkmark \frac{x}{4} = \frac{y+2}{3} = \frac{z}{1}$$

- 8) Написать каноническое уравнение прямой, проходящей через точку $M(-2; 1; 7)$, параллельно прямой $\frac{x+1}{3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-1}{3}$.

$$\checkmark \frac{x+2}{3} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-7}{3}$$

- 9) Написать каноническое уравнение прямой, проходящей через точки $M_1(1; -4; 2)$, $M_2(0; -1; 3)$.

$$\checkmark \frac{x-1}{-1} = \frac{y+4}{3} = \frac{z-2}{1}$$

- 10) Написать каноническое уравнение прямой, проходящей через точку $M(3; -4; 0)$, параллельно прямой $\frac{x-5}{-2} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z-5}{2}$.

$$\checkmark \frac{x-3}{-2} = \frac{y+4}{-2} = \frac{z}{2}$$

- 11) Написать каноническое уравнение прямой, проходящей через точку $M(0; 4; 2)$, параллельно прямой $\frac{x+1}{4} = \frac{y}{4} = \frac{z-5}{1}$.

$$\checkmark \frac{x}{4} = \frac{y-4}{4} = \frac{z-2}{1}$$

- 12) Написать каноническое уравнение прямой, проходящей через точку $M(0; 4; 2)$, параллельно прямой $\frac{x-5}{2} = \frac{y-2}{4} = \frac{z-1}{4}$.

$$\checkmark \frac{x}{2} = \frac{y-4}{4} = \frac{z-2}{4}$$

- 13) Написать каноническое уравнение прямой, проходящей через точку $M(-2; -4; 3)$, параллельно прямой $\frac{x-4}{-2} = \frac{y+3}{4} = \frac{z-5}{3}$.

$$\checkmark \frac{x+2}{-2} = \frac{y+4}{4} = \frac{z-3}{3}$$

- 14) Написать каноническое уравнение прямой, проходящей через точку $M(0; -2; 3)$, параллельно прямой $\frac{x-4}{-1} = \frac{y}{-2} = \frac{z-5}{4}$.

$$\checkmark \frac{x}{-1} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z-3}{4}$$

- 15) Написать каноническое уравнение прямой, проходящей через точку $M(0; 1; 7)$, параллельно прямой $\frac{x+1}{4} = \frac{y+3}{4} = \frac{z+4}{3}$.

$$\checkmark \frac{x}{4} = \frac{y-1}{4} = \frac{z-7}{3}$$

- 16) Написать каноническое уравнение прямой, проходящей через точку $M(2; 3; -1)$, параллельно прямой $\frac{x-4}{3} = \frac{y}{3} = \frac{z-1}{1}$.

$$\checkmark \frac{x-2}{3} = \frac{y-3}{3} = \frac{z+1}{1}$$

- 17) Написать каноническое уравнение прямой, проходящей через точку $M(0; -4; -5)$, параллельно прямой $\frac{x+1}{4} = \frac{y-2}{4} = \frac{z+3}{2}$.

$$\checkmark \frac{x}{4} = \frac{y+4}{4} = \frac{z+5}{2}$$

- 18) Написать каноническое уравнение прямой, проходящей через точки $M_1(0; 1; 0)$, $M_2(1; 4; -2)$.

$$\checkmark \frac{x}{1} = \frac{y-1}{3} = \frac{z}{-2}$$

- 19) Написать каноническое уравнение прямой, проходящей через точку $M(0; -2; -5)$, параллельно прямой $\frac{x-5}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-5}{4}$.

$$\checkmark \frac{x}{1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z+5}{4}$$

- 20) Написать каноническое уравнение прямой, проходящей через точки $M_1(1; 3; 2)$, $M_2(2; 6; 1)$.

$$\checkmark \frac{x-1}{1} = \frac{y-3}{3} = \frac{z-2}{-1}$$

- 21) Написать каноническое уравнение прямой, проходящей через точку $M(1; -4; 0)$, параллельно прямой $\frac{x-4}{4} = \frac{y-2}{3} = \frac{z+3}{3}$.

$$\checkmark \frac{x-1}{4} = \frac{y+4}{3} = \frac{z}{3}$$

22) Написать каноническое уравнение прямой, проходящей через точку $M(3; -2; 3)$, параллельно прямой $\frac{x-5}{4} = \frac{y-2}{3} = \frac{z+4}{1}$.

$$\checkmark \quad \frac{x-3}{4} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-3}{1}$$

23) Написать каноническое уравнение прямой, проходящей через точку $M(3; -2; 0)$, параллельно прямой $\frac{x-5}{3} = \frac{y+1}{3} = \frac{z+4}{2}$.

$$\checkmark \quad \frac{x-3}{3} = \frac{y+2}{3} = \frac{z}{2}$$

24) Написать каноническое уравнение прямой, проходящей через точку $M(1; 4; 3)$, параллельно прямой $\frac{x-4}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z-4}{-1}$.

$$\checkmark \quad \frac{x-1}{2} = \frac{y-4}{3} = \frac{z-3}{-1}$$

25) Написать каноническое уравнение прямой, проходящей через точку $M(1; -2; 3)$, параллельно прямой $\frac{x+1}{3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-5}{1}$.

$$\checkmark \quad \frac{x-1}{3} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-3}{1}$$

26) Написать каноническое уравнение прямой, проходящей через точку $M(1; -2; 3)$, параллельно прямой $\frac{x-4}{3} = \frac{y}{-2} = \frac{z+3}{4}$.

$$\checkmark \quad \frac{x-1}{3} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z-3}{4}$$

27) Написать каноническое уравнение прямой, проходящей через точки $M_1(0; 1; 3)$, $M_2(-2; 3; 6)$.

$$\checkmark \quad \frac{x}{-2} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-3}{3}$$

28) Написать каноническое уравнение прямой, проходящей через точки $M_1(-3; 3; 0)$, $M_2(-4; 2; 4)$.

$$\checkmark \quad \frac{x+3}{-1} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z}{4}$$

29) Написать каноническое уравнение прямой, проходящей через точку $M(1; 1; 7)$, параллельно прямой $\frac{x-5}{-1} = \frac{y}{4} = \frac{z+3}{1}$.

$$\checkmark \quad \frac{x-1}{-1} = \frac{y-1}{4} = \frac{z-7}{1}$$

30) Написать каноническое уравнение прямой, проходящей через точку $M(0; 3; 7)$, параллельно прямой $\frac{x-4}{3} = \frac{y}{4} = \frac{z+3}{3}$.

$$\checkmark \quad \frac{x}{3} = \frac{y-3}{4} = \frac{z-7}{3}$$

Задача 136. Проверить, будут ли прямые l_1 и l_2 параллельны, ортогональными либо не обладают ни одним из этих свойств.

1) $l_1 : \begin{cases} -x + 2y - 2z + 4 = 0; \\ -x - 3 + 4z = 0; \end{cases}$
 $l_2 : \frac{x-4}{16} = \frac{y-4}{6} = \frac{z-2}{8}.$

\checkmark не обладают

4) $l_1 : \begin{cases} -2x + 2y + 3z - 2 = 0; \\ -2x - 2y - 6z + 2 = 0; \end{cases}$
 $l_2 : \frac{x-2}{-6} = \frac{y+1}{-18} = \frac{z-4}{8}.$

\checkmark коллинеарны

7) $l_1 : \begin{cases} -2x + y - 2z + 3 = 0; \\ -2x - y - 6z - 3 = 0; \end{cases}$
 $l_2 : \frac{x+1}{4} = \frac{y-4}{0} = \frac{z-3}{8}.$

\checkmark ортогональны

10) $l_1 : \begin{cases} 2x + y + 2z + 1 = 0; \\ 4x + 5 - 4z = 0; \end{cases}$
 $l_2 : \frac{x-2}{-4} = \frac{y-2}{16} = \frac{z-4}{-16}.$

\checkmark не обладают

13) $l_1 : \begin{cases} -x + 5y - 2z + 3 = 0; \\ -x + 5 - 6z = 0; \end{cases}$
 $l_2 : \frac{x+1}{-5} = \frac{y}{0} = \frac{z-4}{-30}.$

\checkmark ортогональны

16) $l_1 : \begin{cases} -x + 5y - 2z + 3 = 0; \\ -2x - 5y + 4z - 3 = 0; \end{cases}$
 $l_2 : \frac{x-3}{45} = \frac{y+1}{0} = \frac{z+2}{-30}.$

\checkmark ортогональны

2) $l_1 : \begin{cases} 2x + 5y + 2z + 4 = 0; \\ 2x + 2 - 4z = 0; \end{cases}$
 $l_2 : \frac{x+2}{-20} = \frac{y+1}{12} = \frac{z-3}{-40}.$

\checkmark не обладают

5) $l_1 : \begin{cases} -2x - 3y + 3z + 3 = 0; \\ -2x - 3 - 6z = 0; \end{cases}$
 $l_2 : \frac{x}{6} = \frac{y-4}{0} = \frac{z+2}{18}.$

\checkmark ортогональны

8) $l_1 : \begin{cases} -2x + y + 3z - 2 = 0; \\ -2x + 5 + 9z = 0; \end{cases}$
 $l_2 : \frac{x}{-9} = \frac{y-1}{-12} = \frac{z+1}{-2}.$

\checkmark коллинеарны

11) $l_1 : \begin{cases} 4x + 5y - z - 2 = 0; \\ 8x - 5y + 2z - 1 = 0; \end{cases}$
 $l_2 : \frac{x-3}{5} = \frac{y-3}{-16} = \frac{z-2}{-60}.$

\checkmark коллинеарны

14) $l_1 : \begin{cases} 2x + 2y + 2z + 4 = 0; \\ 2x - 2y + 6z + 2 = 0; \end{cases}$
 $l_2 : \frac{x-1}{-16} = \frac{y-4}{8} = \frac{z-1}{8}.$

\checkmark коллинеарны

17) $l_1 : \begin{cases} -x + 5y - 2z + 4 = 0; \\ -2x - 5y + 4z - 3 = 0; \end{cases}$
 $l_2 : \frac{x-4}{45} = \frac{y+1}{0} = \frac{z-2}{-30}.$

\checkmark ортогональны

3) $l_1 : \begin{cases} -2x + y + 2z - 2 = 0; \\ -2x - y - 4z - 3 = 0; \end{cases}$
 $l_2 : \frac{x+2}{-4} = \frac{y}{0} = \frac{z-3}{-2}.$

\checkmark ортогональны

6) $l_1 : \begin{cases} 4x + y + 2z + 4 = 0; \\ 8x + 2 + 6z = 0; \end{cases}$
 $l_2 : \frac{x+2}{12} = \frac{y}{-8} = \frac{z-3}{-32}.$

\checkmark не обладают

9) $l_1 : \begin{cases} -2x + 2y + 3z + 1 = 0; \\ -2x - 1 + 9z = 0; \end{cases}$
 $l_2 : \frac{x-4}{36} = \frac{y+2}{24} = \frac{z}{8}.$

\checkmark коллинеарны

12) $l_1 : \begin{cases} -2x + y + 3z + 4 = 0; \\ -2x + 5 + 9z = 0; \end{cases}$
 $l_2 : \frac{x+1}{18} = \frac{y}{12} = \frac{z-2}{4}.$

\checkmark не обладают

15) $l_1 : \begin{cases} -x + 2y - 2z + 3 = 0; \\ -x - 2y + 4z + 2 = 0; \end{cases}$
 $l_2 : \frac{x}{4} = \frac{y-4}{6} = \frac{z-2}{16}.$

\checkmark не обладают

18) $l_1 : \begin{cases} 4x + 5y + 3z + 4 = 0; \\ 8x + 5 - 6z = 0; \end{cases}$
 $l_2 : \frac{x-3}{-60} = \frac{y+1}{96} = \frac{z-4}{-80}.$

\checkmark коллинеарны

$$19) \quad \begin{aligned} l_1 : \begin{cases} -2x + y - z + 3 = 0; \\ -4x - 3 + 2z = 0; \end{cases} \\ l_2 : \frac{x-2}{4} = \frac{y-1}{8} = \frac{z-4}{8}. \end{aligned}$$

✓ не обладают

$$22) \quad \begin{aligned} l_1 : \begin{cases} 2x + 5y - z + 1 = 0; \\ 4x + 2 - 3z = 0; \end{cases} \\ l_2 : \frac{x-2}{-45} = \frac{y-2}{6} = \frac{z}{-60}. \end{aligned}$$

✓ коллинеарны

$$25) \quad \begin{aligned} l_1 : \begin{cases} 2x + 5y - z + 1 = 0; \\ 2x - 5y - 3z - 3 = 0; \end{cases} \\ l_2 : \frac{x+2}{-20} = \frac{y-1}{12} = \frac{z-3}{-40}. \end{aligned}$$

✓ не обладают

$$28) \quad \begin{aligned} l_1 : \begin{cases} -2x - 3y - z + 1 = 0; \\ -2x + 5 - 3z = 0; \end{cases} \\ l_2 : \frac{x-3}{27} = \frac{y-2}{-12} = \frac{z}{-18}. \end{aligned}$$

✓ коллинеарны

$$20) \quad \begin{aligned} l_1 : \begin{cases} 2x + y - 2z - 2 = 0; \\ 2x - y + 4z - 3 = 0; \end{cases} \\ l_2 : \frac{x+1}{4} = \frac{y+2}{0} = \frac{z+2}{2}. \end{aligned}$$

✓ ортогональны

$$23) \quad \begin{aligned} l_1 : \begin{cases} -2x + 2y + 3z + 1 = 0; \\ -2x - 2y + 9z - 1 = 0; \end{cases} \\ l_2 : \frac{x+1}{72} = \frac{y-4}{36} = \frac{z-1}{24}. \end{aligned}$$

✓ коллинеарны

$$26) \quad \begin{aligned} l_1 : \begin{cases} -x + 2y + 3z + 3 = 0; \\ -2x + 5 + 9z = 0; \end{cases} \\ l_2 : \frac{x}{-18} = \frac{y+2}{-3} = \frac{z-3}{-4}. \end{aligned}$$

✓ коллинеарны

$$29) \quad \begin{aligned} l_1 : \begin{cases} 2x + 2y - 2z + 4 = 0; \\ 4x + 2 + 4z = 0; \end{cases} \\ l_2 : \frac{x-1}{-8} = \frac{y-4}{0} = \frac{z-4}{-8}. \end{aligned}$$

✓ ортогональны

$$21) \quad \begin{aligned} l_1 : \begin{cases} -2x + 5y + 2z - 2 = 0; \\ -2x - 5y + 6z + 2 = 0; \end{cases} \\ l_2 : \frac{x-3}{40} = \frac{y-2}{8} = \frac{z+1}{80}. \end{aligned}$$

✓ не обладают

$$24) \quad \begin{aligned} l_1 : \begin{cases} 4x + y + 3z + 1 = 0; \\ 8x + 5 + 9z = 0; \end{cases} \\ l_2 : \frac{x+1}{18} = \frac{y-2}{-24} = \frac{z+1}{-16}. \end{aligned}$$

✓ коллинеарны

$$27) \quad \begin{aligned} l_1 : \begin{cases} 4x + 5y - z + 3 = 0; \\ 8x - 5y - 3z + 5 = 0; \end{cases} \\ l_2 : \frac{x+2}{-20} = \frac{y+1}{12} = \frac{z-1}{-120}. \end{aligned}$$

✓ не обладают

$$30) \quad \begin{aligned} l_1 : \begin{cases} 2x + y + 2z + 4 = 0; \\ 4x - 1 + 6z = 0; \end{cases} \\ l_2 : \frac{x-1}{12} = \frac{y+1}{-12} = \frac{z-3}{-16}. \end{aligned}$$

✓ не обладают

Задача 137. Найти проекцию.

- 1) Найти ортогональную проекцию точки $M_0(3; -2; -1)$ на плоскость $-3x - 4y + 2z + 3 = 0$.

✓ $(3, -2, -1)$

- 2) Найти ортогональную проекцию точки $M_0(-3; -4; -5)$ на плоскость $2x + 3y - z + 3 = 0$.

✓ $\left(-\frac{11}{7}, -\frac{13}{7}, -\frac{40}{7}\right)$

- 3) Найти ортогональную проекцию точки $M_0(1; 1; -1)$ на плоскость $3x + y + 2z - 9 = 0$.

✓ $\left(\frac{5}{2}, \frac{3}{2}, 0\right)$

- 4) Найти ортогональную проекцию точки $M_0(3; 1; -5)$ на плоскость $2x + y + 5 = 0$.

✓ $\left(-\frac{9}{5}, -\frac{7}{5}, -5\right)$

- 5) Найти ортогональную проекцию точки $M_0(-3; 4; -1)$ на плоскость $3x - 4y + 2z - 9 = 0$.

✓ $\left(\frac{21}{29}, -\frac{28}{29}, \frac{43}{29}\right)$

- 6) Найти ортогональную проекцию точки $M_0(2; 1; 2)$ на плоскость $-3x + 3y + 2z - 11 = 0$.

✓ $\left(\frac{7}{11}, \frac{26}{11}, \frac{32}{11}\right)$

- 7) Найти ортогональную проекцию точки $M_0(-3; 4; 3)$ на плоскость $-3x + y + 2z + 5 = 0$.

✓ $\left(\frac{15}{7}, \frac{16}{7}, -\frac{3}{7}\right)$

- 8) Найти ортогональную проекцию точки $M_0(-3; 1; 0)$ на плоскость $-3x + 3y + 2z - 7 = 0$.

✓ $\left(-\frac{51}{22}, \frac{7}{22}, -\frac{5}{11}\right)$

- 9) Найти ортогональную проекцию точки $M_0(0; 1; 2)$ на плоскость $2x + 3y - 7 = 0$.

✓ $\left(\frac{8}{13}, \frac{25}{13}, 2\right)$

- 10) Найти ортогональную проекцию точки $M_0(0; 3; -5)$ на плоскость $-3x + 3y + 3z + 8 = 0$.

✓ $\left(\frac{2}{9}, \frac{25}{9}, -\frac{47}{9}\right)$

- 11) Найти ортогональную проекцию точки $M_0(3; 1; 7)$ на плоскость $-2x - 4y - z - 9 = 0$.

✓ $\left(\frac{11}{21}, -\frac{83}{21}, \frac{121}{21}\right)$

- 12) Найти ортогональную проекцию точки $M_0(0; -4; 7)$ на плоскость $2x - 4y - 7 = 0$.

✓ $\left(-\frac{9}{10}, -\frac{11}{5}, 7\right)$

- 13) Найти ортогональную проекцию точки $M_0(-2; 1; 0)$ на плоскость $2x + 3y - z - 7 = 0$.

✓ $\left(-\frac{6}{7}, \frac{19}{7}, -\frac{4}{7}\right)$

- 14) Найти ортогональную проекцию точки $M_0(-3; 4; -5)$ на плоскость $x + 3y + 8 = 0$.

✓ $\left(-\frac{47}{10}, -\frac{11}{10}, -5\right)$

- 15) Найти ортогональную проекцию точки $M_0(-2; 4; -5)$ на плоскость $-2x - 4y - z - 9 = 0$.

✓ $\left(-\frac{74}{21}, \frac{20}{21}, -\frac{121}{21}\right)$

- 16) Найти ортогональную проекцию точки $M_0(3; 4; 3)$ на плоскость $2x - 2y + 3z - 11 = 0$.

✓ $\left(\frac{59}{17}, \frac{60}{17}, \frac{63}{17}\right)$

- 17) Найти ортогональную проекцию точки $M_0(1; -2; 2)$ на плоскость $3x - 4y + 8 = 0$.

✓ $\left(-\frac{32}{25}, \frac{26}{25}, 2\right)$

- 18) Найти ортогональную проекцию точки $M_0(-2; -4; 3)$ на плоскость $x + y + 2z - 7 = 0$.

✓ $\left(-\frac{5}{6}, -\frac{17}{6}, \frac{16}{3}\right)$

- 19) Найти ортогональную проекцию точки $M_0(0; 4; 3)$ на плоскость $2x - 2y - z - 9 = 0$.

✓ $\left(\frac{40}{9}, -\frac{4}{9}, \frac{7}{9}\right)$

- 20) Найти ортогональную проекцию точки $M_0(2; -4; 3)$ на плоскость $x - 2y + 3z + 5 = 0$.

✓ $\left(\frac{2}{7}, -\frac{4}{7}, -\frac{15}{7}\right)$

- 21) Найти ортогональную проекцию точки $M_0(3; 3; 0)$ на плоскость $3x - 4y + 2z + 5 = 0$.

✓ $\left(\frac{81}{29}, \frac{95}{29}, -\frac{4}{29}\right)$

- 22) Найти ортогональную проекцию точки $M_0(1; 3; 0)$ на плоскость $-2x + y - z + 5 = 0$.

✓ $(3, 2, 1)$

- 23) Найти ортогональную проекцию точки $M_0(2; 4; -1)$ на плоскость $-2x - 2y + 3z - 7 = 0$.

✓ $\left(-\frac{10}{17}, \frac{24}{17}, \frac{49}{17}\right)$

- 24) Найти ортогональную проекцию точки $M_0(0; 3; 0)$ на плоскость $-3x - 2y + 2z - 9 = 0$.

✓ $\left(-\frac{45}{17}, \frac{21}{17}, \frac{30}{17}\right)$

- 25) Найти ортогональную проекцию точки $M_0(0; 1; 0)$ на плоскость $-3x - 2y + 2z - 11 = 0$.

✓ $\left(-\frac{39}{17}, -\frac{9}{17}, \frac{26}{17}\right)$

- 26) Найти ортогональную проекцию точки $M_0(2; 4; -1)$ на плоскость $3x - 2y + 8 = 0$.

✓ $\left(\frac{8}{13}, \frac{64}{13}, -1\right)$

- 27) Найти ортогональную проекцию точки $M_0(1; -4; 3)$ на плоскость $3x + y + 5 = 0$.

✓ $\left(-\frac{1}{5}, -\frac{22}{5}, 3\right)$

- 28) Найти ортогональную проекцию точки $M_0(3; -2; 2)$ на плоскость $3x - 2y + 3z - 7 = 0$.

✓ $\left(\frac{15}{11}, -\frac{10}{11}, \frac{4}{11}\right)$

- 29) Найти ортогональную проекцию точки $M_0(0; 4; 7)$ на плоскость $-2x - 4y - z + 5 = 0$.

✓ $\left(-\frac{12}{7}, \frac{4}{7}, \frac{43}{7}\right)$

- 30) Найти ортогональную проекцию точки $M_0(1; 1; 3)$ на плоскость $3x - 4y - 7 = 0$.

✓ $\left(\frac{49}{25}, -\frac{7}{25}, 3\right)$

Задача 138. Проверить, будут ли векторы \vec{AB} и \vec{CD} коллинеарными, ортогональными либо не обладают ни одним из этих свойств.

1) $A(4, -1, 4), B(6, 1, 6),$
 $C(0, 0, 2), D(0, 6, 6)$

✓ не обладают

2) $A(1, 2, -2), B(0, 3, 1),$
 $C(4, 4, 4), D(2, 5, 10)$

✓ не обладают

3) $A(2, -1, -1), B(1, -2, 3),$
 $C(3, 0, 0), D(-1, 0, -1)$

✓ ортогональны

4) $A(0, -1, 3), B(-1, 1, 4),$
 $C(0, -1, -2), D(-1, 1, -1)$

✓ коллинеарны

5) $A(2, -2, -2), B(0, 2, 1),$
 $C(-1, 4, -2), D(2, 4, 0)$

✓ ортогональны

6) $A(4, -1, 0), B(7, -3, 2),$
 $C(1, 4, -1), D(4, 2, 1)$

✓ коллинеарны

7) $A(0, 0, -1), B(3, 1, 1),$
 $C(2, 2, 0), D(8, 5, 4)$

✓ не обладают

8) $A(4, 4, 4), B(2, 6, 5),$
 $C(0, 4, 4), D(3, 4, 10)$

✓ ортогональны

9) $A(0, 4, 3), B(-1, 5, 1),$
 $C(1, 1, -1), D(-3, 1, 1)$

✓ ортогональны

10) $A(4, 4, 3), B(6, 8, 2),$
 $C(2, 2, 3), D(3, 2, 5)$

✓ ортогональны

11) $A(-2, 0, -1), B(-1, -1, -2),$
 $C(-2, 2, -2), D(0, 1, -2)$

✓ не обладают

12) $A(-1, -1, -1), B(2, 3, 1),$
 $C(4, -2, -1), D(4, 2, -1)$

✓ не обладают

13) $A(1, 1, 0), B(2, 2, -1),$
 $C(-2, -1, 1), D(-5, -1, -2)$

✓ ортогональны

14) $A(3, 0, 4), B(4, 1, 6),$
 $C(-1, 0, 1), D(-3, 0, 2)$

✓ ортогональны

15) $A(2, 1, -2), B(6, 5, 0),$
 $C(2, -1, 4), D(6, 3, 8)$

✓ не обладают

16) $A(0, -1, 3), B(-2, 3, 6),$
 $C(-1, 2, 4), D(5, 2, 8)$

✓ ортогональны

17) $A(0, 3, -2), B(1, 1, -1),$
 $C(0, 0, 2), D(0, -2, 4)$

✓ не обладают

18) $A(-1, 4, 3), B(0, 7, 2),$
 $C(1, 1, -2), D(2, 4, -3)$

✓ коллинеарны

19) $A(3, 0, -2), B(2, 3, 2),$
 $C(-1, 1, 3), D(-3, 7, 11)$

✓ коллинеарны

20) $A(3, -1, -2), B(5, 1, 1),$
 $C(-1, 3, -2), D(5, 9, 7)$

✓ коллинеарны

21) $A(4, -2, 1), B(2, 1, 3),$
 $C(3, -1, 1), D(1, 8, 1)$

✓ не обладают

22) $A(1, -1, -1), B(2, -2, 2),$
 $C(0, -1, -2), D(3, -4, 7)$

✓ коллинеарны

23) $A(0, -1, -1), B(-2, -2, 3),$
 $C(2, -2, 0), D(0, -3, 4)$

✓ коллинеарны

26) $A(0, 4, 2), B(3, 3, 6),$
 $C(1, 2, -1), D(5, 2, -4)$

✓ ортогональны

29) $A(2, 0, 2), B(4, -2, 6),$
 $C(2, -1, 3), D(6, -1, 1)$

✓ ортогональны

24) $A(3, 4, -1), B(7, 8, 2),$
 $C(4, 1, 1), D(0, -3, -2)$

✓ коллинеарны

27) $A(0, -1, 4), B(-1, 0, 3),$
 $C(-1, 1, 4), D(-4, 4, 1)$

✓ коллинеарны

30) $A(-2, 2, 1), B(-3, 4, 4),$
 $C(1, 3, 0), D(4, 3, 1)$

✓ ортогональны

25) $A(1, -1, 2), B(5, 0, 0),$
 $C(3, 3, 3), D(3, 6, -1)$

✓ не обладают

28) $A(4, 0, -1), B(6, 1, 0),$
 $C(4, 2, 0), D(3, 2, 2)$

✓ ортогональны

Задача 139. При каких значениях параметров α и β векторы коллинеарны/ортогональны

1) Даны векторы

$$\vec{a} = 4\vec{i} + \alpha\vec{j} + \vec{k}$$

$$\vec{b} = \alpha\vec{i} + l\vec{j}$$

При каких значениях α они ортогональны?

✓ $\alpha = 0$

2) Даны векторы

$$\vec{a} = \vec{i} + \alpha\vec{j} + \vec{k}$$

$$\vec{b} = \alpha\vec{i} + l\vec{j} + 2\vec{k}$$

При каких значениях α они ортогональны?

✓ $\alpha = -\frac{2}{1+l}$

3) Даны векторы

$$\vec{a} = 4\vec{i} + \alpha\vec{j} + \vec{k}$$

$$\vec{b} = \alpha\vec{i} + l\vec{j} + 2\vec{k}$$

При каких значениях α они ортогональны?

✓ $\alpha = -\frac{2}{4+l}$

4) Даны векторы

$$\vec{a} = \vec{i} + \vec{j} + \alpha\vec{k}$$

$$\vec{b} = \vec{i} - \beta\vec{j} - \vec{k}$$

При каких значениях α и β векторы \vec{a} и \vec{b} коллинеарны?

✓ $\beta = -1, \alpha = -1$

5) Даны векторы

$$\vec{a} = 2\vec{i} + \vec{j} + \alpha\vec{k}$$

$$\vec{b} = \vec{i} - \beta\vec{j} + \vec{k}$$

При каких значениях α и β векторы \vec{a} и \vec{b} коллинеарны?

✓ $\beta = -\frac{1}{2}, \alpha = 1$

6) Даны векторы

$$\vec{a} = \vec{i} + \alpha\vec{j} + \vec{k}$$

$$\vec{b} = \alpha\vec{i} + l\vec{j} + 3\vec{k}$$

При каких значениях α они ортогональны?

✓ $\alpha = -\frac{3}{1+l}$

7) Даны векторы

$$\vec{a} = 2\vec{i} + \alpha\vec{j} + \vec{k}$$

$$\vec{b} = \alpha\vec{i} + l\vec{j} + 2\vec{k}$$

При каких значениях α они ортогональны?

✓ $\alpha = -\frac{2}{2+l}$

8) Даны векторы

$$\vec{a} = \vec{i} + \alpha\vec{j} + \vec{k}$$

$$\vec{b} = \alpha\vec{i} + l\vec{j} - \vec{k}$$

При каких значениях α они ортогональны?

✓ $\alpha = \frac{1}{1+l}$

9) Даны векторы

$$\vec{a} = 4\vec{i} + \alpha\vec{j} + \vec{k}$$

$$\vec{b} = \alpha\vec{i} + l\vec{j}$$

При каких значениях α они ортогональны?

✓ $\alpha = 0$

10) Даны векторы

$$\vec{a} = 3\vec{i} + \alpha\vec{j} + \vec{k}$$

$$\vec{b} = \alpha\vec{i} + l\vec{j} - 2\vec{k}$$

При каких значениях α они ортогональны?

✓ $\alpha = \frac{2}{3+l}$

11) Даны векторы

$$\vec{a} = 4\vec{i} + \alpha\vec{j} + \vec{k}$$

$$\vec{b} = \alpha\vec{i} + l\vec{j}$$

При каких значениях α они ортогональны?

✓ $\alpha = 0$

12) Даны векторы

$$\vec{a} = 4\vec{i} + \alpha\vec{j} + \vec{k}$$

$$\vec{b} = \alpha\vec{i} + l\vec{j} + 2\vec{k}$$

При каких значениях α они ортогональны?

✓ $\alpha = -\frac{2}{4+l}$

13) Даны векторы

$$\vec{a} = 3\vec{i} + \vec{j} + \alpha\vec{k}$$

$$\vec{b} = \vec{i} - \beta\vec{j} + 4\vec{k}$$

При каких значениях α и β векторы \vec{a} и \vec{b} коллинеарны?

✓ $\beta = -\frac{1}{3}, \alpha = 4$

14) Даны векторы

$$\vec{a} = 2\vec{i} + \vec{j} + \alpha\vec{k}$$

$$\vec{b} = \vec{i} - \beta\vec{j} - \vec{k}$$

При каких значениях α и β векторы \vec{a} и \vec{b} коллинеарны?

✓ $\beta = -\frac{1}{2}, \alpha = -1$

15) Даны векторы

$$\vec{a} = 4\vec{i} + \vec{j} + \alpha\vec{k}$$

$$\vec{b} = \vec{i} - \beta\vec{j} + 4\vec{k}$$

При каких значениях α и β векторы \vec{a} и \vec{b} коллинеарны?

✓ $\beta = -\frac{1}{4}, \alpha = 4$

16) Даны векторы

$$\vec{a} = 4\vec{i} + \vec{j} + \alpha\vec{k}$$

$$\vec{b} = \vec{i} - \beta\vec{j} + \vec{k}$$

При каких значениях α и β векторы \vec{a} и \vec{b} коллинеарны?

✓ $\beta = -\frac{1}{4}, \alpha = 1$

17) Даны векторы

$$\vec{a} = 3\vec{i} + \vec{j} + \alpha\vec{k}$$

$$\vec{b} = \vec{i} - \beta\vec{j}$$

При каких значениях α и β векторы \vec{a} и \vec{b} коллинеарны?

✓ $\beta = -\frac{1}{3}, \alpha = 0$

18) Даны векторы

$$\vec{a} = -2\vec{i} + \vec{j} + \alpha\vec{k}$$

$$\vec{b} = \vec{i} - \beta\vec{j} + 2\vec{k}$$

При каких значениях α и β векторы \vec{a} и \vec{b} коллинеарны?

✓ $\beta = \frac{1}{2}, \alpha = 2$

19) Даны векторы

$$\vec{a} = \vec{i} + \alpha\vec{j} + \vec{k}$$

$$\vec{b} = \alpha\vec{i} + l\vec{j} + 4\vec{k}$$

При каких значениях α они ортогональны?

✓ $\alpha = -\frac{4}{1+l}$

20) Даны векторы

$$\vec{a} = 4\vec{i} + \alpha\vec{j} + \vec{k}$$

$$\vec{b} = \alpha\vec{i} + l\vec{j} + 4\vec{k}$$

При каких значениях α они ортогональны?

✓ $\alpha = -\frac{4}{4+l}$

21) Даны векторы

$$\vec{a} = 4\vec{i} + \alpha\vec{j} + \vec{k}$$

$$\vec{b} = \alpha\vec{i} + l\vec{j} + \vec{k}$$

При каких значениях α они ортогональны?

✓ $\alpha = -\frac{1}{4+l}$

22) Даны векторы

$$\vec{a} = 3\vec{i} + \vec{j} + \alpha\vec{k}$$

$$\vec{b} = \vec{i} - \beta\vec{j} - \vec{k}$$

При каких значениях α и β векторы \vec{a} и \vec{b} коллинеарны?

✓ $\beta = -\frac{1}{3}, \alpha = -1$

23) Даны векторы

$$\vec{a} = 4\vec{i} + \alpha\vec{j} + \vec{k}$$

$$\vec{b} = \alpha\vec{i} + l\vec{j} - 2\vec{k}$$

При каких значениях α они ортогональны?

✓ $\alpha = \frac{2}{4+l}$

24) Даны векторы

$$\vec{a} = 4\vec{i} + \alpha\vec{j} + \vec{k}$$

$$\vec{b} = \alpha\vec{i} + l\vec{j} + 3\vec{k}$$

При каких значениях α они ортогональны?

✓ $\alpha = -\frac{3}{4+l}$

25) Даны векторы

$$\vec{a} = -\vec{i} + \vec{j} + \alpha\vec{k}$$

$$\vec{b} = \vec{i} - \beta\vec{j} + 2\vec{k}$$

При каких значениях α и β векторы \vec{a} и \vec{b} коллинеарны?

✓ $\beta = 1, \alpha = 2$

26) Даны векторы

$$\vec{a} = \vec{i} + \vec{j} + \alpha\vec{k}$$

$$\vec{b} = \vec{i} - \beta\vec{j} + 4\vec{k}$$

При каких значениях α и β векторы \vec{a} и \vec{b} коллинеарны?

✓ $\beta = -1, \alpha = 4$

27) Даны векторы

$$\vec{a} = 2\vec{i} + \alpha\vec{j} + \vec{k}$$

$$\vec{b} = \alpha\vec{i} + l\vec{j} + \vec{k}$$

При каких значениях α они ортогональны?

✓ $\alpha = -\frac{1}{2+l}$

28) Даны векторы

$$\vec{a} = \vec{i} + \alpha\vec{j} + \vec{k}$$

$$\vec{b} = \alpha\vec{i} + l\vec{j} + 2\vec{k}$$

При каких значениях α они ортогональны?

✓ $\alpha = -\frac{2}{1+l}$

29) Даны векторы

$$\vec{a} = 3\vec{i} + \vec{j} + \alpha\vec{k}$$

$$\vec{b} = \vec{i} - \beta\vec{j} + \vec{k}$$

При каких значениях α и β векторы \vec{a} и \vec{b} коллинеарны?

✓ $\beta = -\frac{1}{3}, \alpha = 1$

30) Даны векторы

$$\vec{a} = 4\vec{i} + \alpha\vec{j} + \vec{k}$$

$$\vec{b} = \alpha\vec{i} + l\vec{j}$$

При каких значениях α они ортогональны?

✓ $\alpha = 0$

Задача 140. Решить задачу

- 1) Найти вектор \vec{b} , коллинеарный вектору $\vec{a} = (3; 2; 1)$ и удовлетворяющий условию $\vec{a} \cdot \vec{b} = -28$.

✓ $\vec{b} = (-6; -4; -2)$

- 2) Найти вектор \vec{b} , коллинеарный вектору $\vec{a} = (0; 1; 3)$ и удовлетворяющий условию $\vec{a} \cdot \vec{b} = 40$.

✓ $\vec{b} = (0; 4; 12)$

- 3) Найти вектор \vec{b} , коллинеарный вектору $\vec{a} = (-1; 3; 1)$ и удовлетворяющий условию $\vec{a} \cdot \vec{b} = 22$.

✓ $\vec{b} = (-2; 6; 2)$

- 4) Найти вектор \vec{b} , коллинеарный вектору $\vec{a} = (-2; 2; -1)$ и удовлетворяющий условию $\vec{a} \cdot \vec{b} = 18$.

✓ $\vec{b} = (-4; 4; -2)$

- 5) Найти вектор \vec{b} , коллинеарный вектору $\vec{a} = (3; -2; 1)$ и удовлетворяющий условию $\vec{a} \cdot \vec{b} = -14$.

✓ $\vec{b} = (-3; 2; -1)$

- 6) Найти вектор \vec{b} , коллинеарный вектору $\vec{a} = (1; 1; 3)$ и удовлетворяющий условию $\vec{a} \cdot \vec{b} = 22$.

✓ $\vec{b} = (2; 2; 6)$

- 7) Найти вектор \vec{b} , коллинеарный вектору $\vec{a} = (-2; 1; -1)$ и удовлетворяющий условию $\vec{a} \cdot \vec{b} = -12$.
✓ $\vec{b} = (4; -2; 2)$
- 8) Найти вектор \vec{b} , коллинеарный вектору $\vec{a} = (-2; 1; 0)$ и удовлетворяющий условию $\vec{a} \cdot \vec{b} = 15$.
✓ $\vec{b} = (-6; 3; 0)$
- 9) Найти вектор \vec{b} , коллинеарный вектору $\vec{a} = (2; 2; -1)$ и удовлетворяющий условию $\vec{a} \cdot \vec{b} = -9$.
✓ $\vec{b} = (-2; -2; 1)$
- 10) Найти вектор \vec{b} , коллинеарный вектору $\vec{a} = (3; 4; 2)$ и удовлетворяющий условию $\vec{a} \cdot \vec{b} = -58$.
✓ $\vec{b} = (-6; -8; -4)$
- 11) Найти вектор \vec{b} , коллинеарный вектору $\vec{a} = (4; 1; -1)$ и удовлетворяющий условию $\vec{a} \cdot \vec{b} = -36$.
✓ $\vec{b} = (-8; -2; 2)$
- 12) Найти вектор \vec{b} , коллинеарный вектору $\vec{a} = (4; 1; 2)$ и удовлетворяющий условию $\vec{a} \cdot \vec{b} = 63$.
✓ $\vec{b} = (12; 3; 6)$
- 13) Найти вектор \vec{b} , коллинеарный вектору $\vec{a} = (4; 3; -2)$ и удовлетворяющий условию $\vec{a} \cdot \vec{b} = 116$.
✓ $\vec{b} = (16; 12; -8)$
- 14) Найти вектор \vec{b} , коллинеарный вектору $\vec{a} = (3; -1; 0)$ и удовлетворяющий условию $\vec{a} \cdot \vec{b} = 30$.
✓ $\vec{b} = (9; -3; 0)$
- 15) Найти вектор \vec{b} , коллинеарный вектору $\vec{a} = (4; 3; 4)$ и удовлетворяющий условию $\vec{a} \cdot \vec{b} = 82$.
✓ $\vec{b} = (8; 6; 8)$
- 16) Найти вектор \vec{b} , коллинеарный вектору $\vec{a} = (0; 1; 4)$ и удовлетворяющий условию $\vec{a} \cdot \vec{b} = -34$.
✓ $\vec{b} = (0; -2; -8)$
- 17) Найти вектор \vec{b} , коллинеарный вектору $\vec{a} = (0; 3; -2)$ и удовлетворяющий условию $\vec{a} \cdot \vec{b} = 26$.
✓ $\vec{b} = (0; 6; -4)$
- 18) Найти вектор \vec{b} , коллинеарный вектору $\vec{a} = (-2; 1; 2)$ и удовлетворяющий условию $\vec{a} \cdot \vec{b} = -18$.
✓ $\vec{b} = (4; -2; -4)$
- 19) Найти вектор \vec{b} , коллинеарный вектору $\vec{a} = (-1; 2; -1)$ и удовлетворяющий условию $\vec{a} \cdot \vec{b} = 12$.
✓ $\vec{b} = (-2; 4; -2)$
- 20) Найти вектор \vec{b} , коллинеарный вектору $\vec{a} = (3; -2; 2)$ и удовлетворяющий условию $\vec{a} \cdot \vec{b} = -17$.
✓ $\vec{b} = (-3; 2; -2)$
- 21) Найти вектор \vec{b} , коллинеарный вектору $\vec{a} = (4; 1; 4)$ и удовлетворяющий условию $\vec{a} \cdot \vec{b} = -66$.
✓ $\vec{b} = (-8; -2; -8)$
- 22) Найти вектор \vec{b} , коллинеарный вектору $\vec{a} = (1; 1; -1)$ и удовлетворяющий условию $\vec{a} \cdot \vec{b} = 6$.
✓ $\vec{b} = (2; 2; -2)$
- 23) Найти вектор \vec{b} , коллинеарный вектору $\vec{a} = (2; 4; -1)$ и удовлетворяющий условию $\vec{a} \cdot \vec{b} = -42$.
✓ $\vec{b} = (-4; -8; 2)$
- 24) Найти вектор \vec{b} , коллинеарный вектору $\vec{a} = (-2; 1; 0)$ и удовлетворяющий условию $\vec{a} \cdot \vec{b} = 10$.
✓ $\vec{b} = (-4; 2; 0)$
- 25) Найти вектор \vec{b} , коллинеарный вектору $\vec{a} = (2; -1; 2)$ и удовлетворяющий условию $\vec{a} \cdot \vec{b} = 18$.
✓ $\vec{b} = (4; -2; 4)$
- 26) Найти вектор \vec{b} , коллинеарный вектору $\vec{a} = (4; -2; 3)$ и удовлетворяющий условию $\vec{a} \cdot \vec{b} = 116$.
✓ $\vec{b} = (16; -8; 12)$
- 27) Найти вектор \vec{b} , коллинеарный вектору $\vec{a} = (-2; 2; 2)$ и удовлетворяющий условию $\vec{a} \cdot \vec{b} = -12$.
✓ $\vec{b} = (2; -2; -2)$
- 28) Найти вектор \vec{b} , коллинеарный вектору $\vec{a} = (2; 3; 0)$ и удовлетворяющий условию $\vec{a} \cdot \vec{b} = -26$.
✓ $\vec{b} = (-4; -6; 0)$
- 29) Найти вектор \vec{b} , коллинеарный вектору $\vec{a} = (-2; -1; 1)$ и удовлетворяющий условию $\vec{a} \cdot \vec{b} = -6$.
✓ $\vec{b} = (2; 1; -1)$
- 30) Найти вектор \vec{b} , коллинеарный вектору $\vec{a} = (1; 4; -1)$ и удовлетворяющий условию $\vec{a} \cdot \vec{b} = 36$.
✓ $\vec{b} = (2; 8; -2)$

Задача 141. Решить задачу

- 1) Найти вектор \vec{c} , ортогональный векторам $\vec{a} = (3; -2; 1)$ и $\vec{b} = (-10; 4; -3)$, если его длина равна $\sqrt{69}$, а проекция вектора \vec{c} на ось OY положительна.
✓ $\vec{c} = (-2; 1; 8)$
- 2) Найти вектор \vec{c} , ортогональный векторам $\vec{a} = (3; -2; 1)$ и $\vec{b} = (2; -1; 1)$, если его длина равна $\sqrt{3}$, а проекция вектора \vec{c} на ось OY положительна.
✓ $\vec{c} = (1; 1; -1)$
- 3) Найти вектор \vec{c} , ортогональный векторам $\vec{a} = (3; -2; 1)$ и $\vec{b} = (-4; 4; -1)$, если его длина равна $\sqrt{21}$, а проекция вектора \vec{c} на ось OY положительна.
✓ $\vec{c} = (2; 1; -4)$

28) Найти вектор \vec{c} , ортогональный векторам $\vec{a} = (3; -2; 1)$ и $\vec{b} = (8; 1; 3)$, если его длина равна $\sqrt{411}$, а проекция вектора \vec{c} на ось OY положительна.

✓ $\vec{c} = (7; 1; -19)$

29) Найти вектор \vec{c} , ортогональный векторам $\vec{a} = (3; -2; 1)$ и $\vec{b} = (8; 2; 3)$, если его длина равна $3\sqrt{61}$, а проекция вектора \vec{c} на ось OY положительна.

✓ $\vec{c} = (8; 1; -22)$

Задача 142.

1) Вычислить длину вектора $\vec{c} = 5\vec{a} + 2\vec{b}$, если $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 5$, $\varphi = 120$, где φ — угол между векторами \vec{a} и \vec{b} .

✓ $|\vec{c}| = 10$

2) Вычислить длину вектора $\vec{c} = 2\vec{a} + 4\vec{b}$, если $|\vec{a}| = 4$, $|\vec{b}| = 2$, $\varphi = 120$, где φ — угол между векторами \vec{a} и \vec{b} .

✓ $|\vec{c}| = 8$

3) Вычислить длину вектора $\vec{c} = 3\vec{a} + 7\vec{b}$, если $|\vec{a}| = 7$, $|\vec{b}| = 3$, $\varphi = 120$, где φ — угол между векторами \vec{a} и \vec{b} .

✓ $|\vec{c}| = 21$

4) Вычислить длину вектора $\vec{c} = 4\vec{a} + 6\vec{b}$, если $|\vec{a}| = 6$, $|\vec{b}| = 4$, $\varphi = 120$, где φ — угол между векторами \vec{a} и \vec{b} .

✓ $|\vec{c}| = 24$

5) Вычислить длину вектора $\vec{c} = 4\vec{a} + 5\vec{b}$, если $|\vec{a}| = 5$, $|\vec{b}| = 4$, $\varphi = 120$, где φ — угол между векторами \vec{a} и \vec{b} .

✓ $|\vec{c}| = 20$

6) Вычислить длину вектора $\vec{c} = 2\vec{a} + 7\vec{b}$, если $|\vec{a}| = 7$, $|\vec{b}| = 2$, $\varphi = 120$, где φ — угол между векторами \vec{a} и \vec{b} .

✓ $|\vec{c}| = 14$

7) Вычислить длину вектора $\vec{c} = 3\vec{a} + 4\vec{b}$, если $|\vec{a}| = 4$, $|\vec{b}| = 3$, $\varphi = 120$, где φ — угол между векторами \vec{a} и \vec{b} .

✓ $|\vec{c}| = 12$

30) Найти вектор \vec{c} , ортогональный векторам $\vec{a} = (3; -2; 1)$ и $\vec{b} = (-7; 4; -2)$, если его длина равна $\sqrt{5}$, а проекция вектора \vec{c} на ось OY положительна.

✓ $\vec{c} = (0; 1; 2)$

8) Вычислить длину вектора $\vec{c} = 6\vec{a} + 7\vec{b}$, если $|\vec{a}| = 7$, $|\vec{b}| = 6$, $\varphi = 120$, где φ — угол между векторами \vec{a} и \vec{b} .

✓ $|\vec{c}| = 42$

9) Вычислить длину вектора $\vec{c} = 2\vec{a} + 6\vec{b}$, если $|\vec{a}| = 6$, $|\vec{b}| = 2$, $\varphi = 120$, где φ — угол между векторами \vec{a} и \vec{b} .

✓ $|\vec{c}| = 12$

10) Вычислить длину вектора $\vec{c} = 7\vec{a} + 4\vec{b}$, если $|\vec{a}| = 4$, $|\vec{b}| = 7$, $\varphi = 120$, где φ — угол между векторами \vec{a} и \vec{b} .

✓ $|\vec{c}| = 28$

11) Вычислить длину вектора $\vec{c} = 6\vec{a} + 6\vec{b}$, если $|\vec{a}| = 6$, $|\vec{b}| = 6$, $\varphi = 120$, где φ — угол между векторами \vec{a} и \vec{b} .

✓ $|\vec{c}| = 36$

12) Вычислить длину вектора $\vec{c} = 4\vec{a} + 4\vec{b}$, если $|\vec{a}| = 4$, $|\vec{b}| = 4$, $\varphi = 120$, где φ — угол между векторами \vec{a} и \vec{b} .

✓ $|\vec{c}| = 16$

13) Вычислить длину вектора $\vec{c} = 3\vec{a} + 2\vec{b}$, если $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 3$, $\varphi = 120$, где φ — угол между векторами \vec{a} и \vec{b} .

✓ $|\vec{c}| = 6$

14) Вычислить длину вектора $\vec{c} = 3\vec{a} + 6\vec{b}$, если $|\vec{a}| = 6$, $|\vec{b}| = 3$, $\varphi = 120$, где φ — угол между векторами \vec{a} и \vec{b} .

✓ $|\vec{c}| = 18$

15) Вычислить длину вектора $\vec{c} = 6\vec{a} + 2\vec{b}$, если $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 6$, $\varphi = 120$, где φ — угол между векторами \vec{a} и \vec{b} .

✓ $|\vec{c}| = 12$

16) Вычислить длину вектора $\vec{c} = 5\vec{a} + 6\vec{b}$, если $|\vec{a}| = 6$, $|\vec{b}| = 5$, $\varphi = 120$, где φ — угол между векторами \vec{a} и \vec{b} .

✓ $|\vec{c}| = 30$

17) Вычислить длину вектора $\vec{c} = 5\vec{a} + 4\vec{b}$, если $|\vec{a}| = 4$, $|\vec{b}| = 5$, $\varphi = 120$, где φ — угол между векторами \vec{a} и \vec{b} .

✓ $|\vec{c}| = 20$

18) Вычислить длину вектора $\vec{c} = 3\vec{a} + 3\vec{b}$, если $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 3$, $\varphi = 120$, где φ — угол между векторами \vec{a} и \vec{b} .

✓ $|\vec{c}| = 9$

19) Вычислить длину вектора $\vec{c} = 5\vec{a} + 5\vec{b}$, если $|\vec{a}| = 5$, $|\vec{b}| = 5$, $\varphi = 120$, где φ — угол между векторами \vec{a} и \vec{b} .

✓ $|\vec{c}| = 25$

20) Вычислить длину вектора $\vec{c} = 2\vec{a} + 5\vec{b}$, если $|\vec{a}| = 5$, $|\vec{b}| = 2$, $\varphi = 120$, где φ — угол между векторами \vec{a} и \vec{b} .

✓ $|\vec{c}| = 10$

21) Вычислить длину вектора $\vec{c} = 7\vec{a} + 7\vec{b}$, если $|\vec{a}| = 7$, $|\vec{b}| = 7$, $\varphi = 120$, где φ — угол между векторами \vec{a} и \vec{b} .

✓ $|\vec{c}| = 49$

- 22) Вычислить длину вектора $\vec{c} = 6\vec{a} + 3\vec{b}$, если $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 6$, $\varphi = 120$, где φ — угол между векторами \vec{a} и \vec{b} .
✓ $|\vec{c}| = 18$
- 23) Вычислить длину вектора $\vec{c} = 6\vec{a} + 4\vec{b}$, если $|\vec{a}| = 4$, $|\vec{b}| = 6$, $\varphi = 120$, где φ — угол между векторами \vec{a} и \vec{b} .
✓ $|\vec{c}| = 24$
- 24) Вычислить длину вектора $\vec{c} = 7\vec{a} + 2\vec{b}$, если $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 7$, $\varphi = 120$, где φ — угол между векторами \vec{a} и \vec{b} .
✓ $|\vec{c}| = 14$
- 25) Вычислить длину вектора $\vec{c} = 3\vec{a} + 5\vec{b}$, если $|\vec{a}| = 5$, $|\vec{b}| = 3$, $\varphi = 120$, где φ — угол между векторами \vec{a} и \vec{b} .
✓ $|\vec{c}| = 15$
- 26) Вычислить длину вектора $\vec{c} = 7\vec{a} + 6\vec{b}$, если $|\vec{a}| = 6$, $|\vec{b}| = 7$, $\varphi = 120$, где φ — угол между векторами \vec{a} и \vec{b} .
✓ $|\vec{c}| = 42$
- 27) Вычислить длину вектора $\vec{c} = 6\vec{a} + 5\vec{b}$, если $|\vec{a}| = 5$, $|\vec{b}| = 6$, $\varphi = 120$, где φ — угол между векторами \vec{a} и \vec{b} .
✓ $|\vec{c}| = 30$
- 28) Вычислить длину вектора $\vec{c} = 4\vec{a} + 7\vec{b}$, если $|\vec{a}| = 7$, $|\vec{b}| = 4$, $\varphi = 120$, где φ — угол между векторами \vec{a} и \vec{b} .
✓ $|\vec{c}| = 28$
- 29) Вычислить длину вектора $\vec{c} = 7\vec{a} + 5\vec{b}$, если $|\vec{a}| = 5$, $|\vec{b}| = 7$, $\varphi = 120$, где φ — угол между векторами \vec{a} и \vec{b} .
✓ $|\vec{c}| = 35$
- 30) Вычислить длину вектора $\vec{c} = 5\vec{a} + 7\vec{b}$, если $|\vec{a}| = 7$, $|\vec{b}| = 5$, $\varphi = 120$, где φ — угол между векторами \vec{a} и \vec{b} .
✓ $|\vec{c}| = 35$

Задача 143. Найти вектор, удовлетворяющий условиям

- 1) Найти вектор \vec{b} , ортогональный вектору $\vec{a} = 3\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}$ и удовлетворяющий условиям: $\vec{b} \cdot \vec{i} = 1$ и $\vec{b} \cdot \vec{j} = -2$.
✓ $\vec{b} = (1; -2; 1)$
- 2) Найти вектор \vec{b} , ортогональный вектору $\vec{a} = -\vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}$ и удовлетворяющий условиям: $\vec{b} \cdot \vec{i} = 2$ и $\vec{b} \cdot \vec{j} = -2$.
✓ $\vec{b} = (2; -2; -6)$
- 3) Найти вектор \vec{b} , удовлетворяющий условиям $\vec{b} \cdot \vec{i} = 3$, $\vec{b} \cdot \vec{k} = 3$, $\vec{a} \cdot \vec{b} = -2$, где $\vec{a} = -2\vec{i} + \vec{j} + 2\vec{k}$.
✓ $\vec{b} = (3; -2; 3)$
- 4) Найти вектор \vec{b} , ортогональный вектору $\vec{a} = -2\vec{i} - \vec{j} - \vec{k}$ и удовлетворяющий условиям: $\vec{b} \cdot \vec{i} = 1$ и $\vec{b} \cdot \vec{j} = -2$.
✓ $\vec{b} = (1; -2; 0)$
- 5) Найти вектор \vec{b} , ортогональный вектору $\vec{a} = \vec{i} + 3\vec{j} + 2\vec{k}$ и удовлетворяющий условиям: $\vec{b} \cdot \vec{i} = 2$ и $\vec{b} \cdot \vec{j} = 6$.
✓ $\vec{b} = (2; 6; -10)$
- 6) Найти вектор \vec{b} , ортогональный вектору $\vec{a} = \vec{i} - 2\vec{j} - 2\vec{k}$ и удовлетворяющий условиям: $\vec{b} \cdot \vec{i} = -4$ и $\vec{b} \cdot \vec{j} = -4$.
✓ $\vec{b} = (-4; -4; 2)$
- 7) Найти вектор \vec{b} , удовлетворяющий условиям $\vec{b} \cdot \vec{i} = -1$, $\vec{b} \cdot \vec{k} = -1$, $\vec{a} \cdot \vec{b} = 2$, где $\vec{a} = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$.
✓ $\vec{b} = (-1; 4; -1)$
- 8) Найти вектор \vec{b} , удовлетворяющий условиям $\vec{b} \cdot \vec{i} = 3$, $\vec{b} \cdot \vec{k} = 3$, $\vec{a} \cdot \vec{b} = 2$, где $\vec{a} = 3\vec{i} + \vec{j} + 3\vec{k}$.
✓ $\vec{b} = (3; -16; 3)$
- 9) Найти вектор \vec{b} , ортогональный вектору $\vec{a} = -\vec{i} + 3\vec{j} + \vec{k}$ и удовлетворяющий условиям: $\vec{b} \cdot \vec{i} = 1$ и $\vec{b} \cdot \vec{j} = 1$.
✓ $\vec{b} = (1; 1; -2)$
- 10) Найти вектор \vec{b} , ортогональный вектору $\vec{a} = -\vec{i} - 2\vec{j} - \vec{k}$ и удовлетворяющий условиям: $\vec{b} \cdot \vec{i} = 2$ и $\vec{b} \cdot \vec{j} = -2$.
✓ $\vec{b} = (2; -2; 2)$
- 11) Найти вектор \vec{b} , удовлетворяющий условиям $\vec{b} \cdot \vec{i} = 1$, $\vec{b} \cdot \vec{k} = 3$, $\vec{a} \cdot \vec{b} = -2$, где $\vec{a} = \vec{i} + \vec{j} + 3\vec{k}$.
✓ $\vec{b} = (1; -12; 3)$
- 12) Найти вектор \vec{b} , удовлетворяющий условиям $\vec{b} \cdot \vec{i} = 2$, $\vec{b} \cdot \vec{k} = 3$, $\vec{a} \cdot \vec{b} = 2$, где $\vec{a} = 3\vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$.
✓ $\vec{b} = (2; -1; 3)$
- 13) Найти вектор \vec{b} , ортогональный вектору $\vec{a} = 2\vec{i} + 2\vec{j} + 2\vec{k}$ и удовлетворяющий условиям: $\vec{b} \cdot \vec{i} = 6$ и $\vec{b} \cdot \vec{j} = -2$.
✓ $\vec{b} = (6; -2; -4)$
- 14) Найти вектор \vec{b} , ортогональный вектору $\vec{a} = \vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}$ и удовлетворяющий условиям: $\vec{b} \cdot \vec{i} = -2$ и $\vec{b} \cdot \vec{j} = -2$.
✓ $\vec{b} = (-2; -2; -6)$
- 15) Найти вектор \vec{b} , удовлетворяющий условиям $\vec{b} \cdot \vec{i} = 3$, $\vec{b} \cdot \vec{k} = 3$, $\vec{a} \cdot \vec{b} = -2$, где $\vec{a} = 3\vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$.
✓ $\vec{b} = (3; -8; 3)$
- 16) Найти вектор \vec{b} , ортогональный вектору $\vec{a} = 3\vec{i} + \vec{j} + 2\vec{k}$ и удовлетворяющий условиям: $\vec{b} \cdot \vec{i} = 2$ и $\vec{b} \cdot \vec{j} = 2$.
✓ $\vec{b} = (2; 2; -4)$
- 17) Найти вектор \vec{b} , удовлетворяющий условиям $\vec{b} \cdot \vec{i} = 1$, $\vec{b} \cdot \vec{k} = -1$, $\vec{a} \cdot \vec{b} = -1$, где $\vec{a} = -\vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$.
✓ $\vec{b} = (1; -1; -1)$
- 18) Найти вектор \vec{b} , удовлетворяющий условиям $\vec{b} \cdot \vec{i} = 2$, $\vec{b} \cdot \vec{k} = -2$, $\vec{a} \cdot \vec{b} = -1$, где $\vec{a} = -2\vec{i} + \vec{j} + 2\vec{k}$.
✓ $\vec{b} = (2; 7; -2)$
- 19) Найти вектор \vec{b} , ортогональный вектору $\vec{a} = \vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k}$ и удовлетворяющий условиям: $\vec{b} \cdot \vec{i} = 4$ и $\vec{b} \cdot \vec{j} = 4$.
✓ $\vec{b} = (4; 4; 4)$
- 20) Найти вектор \vec{b} , ортогональный вектору $\vec{a} = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$ и удовлетворяющий условиям: $\vec{b} \cdot \vec{i} = 3$ и $\vec{b} \cdot \vec{j} = -1$.
✓ $\vec{b} = (3; -1; -2)$
- 21) Найти вектор \vec{b} , удовлетворяющий условиям $\vec{b} \cdot \vec{i} = 2$, $\vec{b} \cdot \vec{k} = -1$, $\vec{a} \cdot \vec{b} = -1$, где $\vec{a} = 2\vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k}$.
✓ $\vec{b} = (2; -7; -1)$

22) Найти вектор \vec{b} , ортогональный вектору $\vec{a} = -2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$ и удовлетворяющий условиям: $\vec{b} \cdot \vec{i} = 3$ и $\vec{b} \cdot \vec{j} = -2$.

✓ $\vec{b} = (3; -2; 4)$

23) Найти вектор \vec{b} , удовлетворяющий условиям $\vec{b} \cdot \vec{i} = 3$, $\vec{b} \cdot \vec{k} = 2$, $\vec{a} \cdot \vec{b} = -2$, где $\vec{a} = 2\vec{i} + \vec{j} + 3\vec{k}$.

✓ $\vec{b} = (3; -14; 2)$

24) Найти вектор \vec{b} , ортогональный вектору $\vec{a} = -2\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}$ и удовлетворяющий условиям: $\vec{b} \cdot \vec{i} = -2$ и $\vec{b} \cdot \vec{j} = 1$.

✓ $\vec{b} = (-2; 1; -6)$

25) Найти вектор \vec{b} , удовлетворяющий условиям $\vec{b} \cdot \vec{i} = 1$, $\vec{b} \cdot \vec{k} = 1$, $\vec{a} \cdot \vec{b} = 1$, где $\vec{a} = \vec{i} + \vec{j} + 3\vec{k}$.

✓ $\vec{b} = (1; -3; 1)$

26) Найти вектор \vec{b} , ортогональный вектору $\vec{a} = -2\vec{i} - \vec{j} + 3\vec{k}$ и удовлетворяющий условиям: $\vec{b} \cdot \vec{i} = 6$ и $\vec{b} \cdot \vec{j} = 3$.

✓ $\vec{b} = (6; 3; 5)$

27) Найти вектор \vec{b} , удовлетворяющий условиям $\vec{b} \cdot \vec{i} = 3$, $\vec{b} \cdot \vec{k} = -1$, $\vec{a} \cdot \vec{b} = 2$, где $\vec{a} = \vec{i} + \vec{j} + 3\vec{k}$.

✓ $\vec{b} = (3; 2; -1)$

28) Найти вектор \vec{b} , ортогональный вектору $\vec{a} = -2\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}$ и удовлетворяющий условиям: $\vec{b} \cdot \vec{i} = -2$ и $\vec{b} \cdot \vec{j} = 3$.

✓ $\vec{b} = (-2; 3; -10)$

29) Найти вектор \vec{b} , ортогональный вектору $\vec{a} = -\vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}$ и удовлетворяющий условиям: $\vec{b} \cdot \vec{i} = -1$ и $\vec{b} \cdot \vec{j} = 1$.

✓ $\vec{b} = (-1; 1; 3)$

30) Найти вектор \vec{b} , ортогональный вектору $\vec{a} = 3\vec{i} + \vec{j} + 2\vec{k}$ и удовлетворяющий условиям: $\vec{b} \cdot \vec{i} = 2$ и $\vec{b} \cdot \vec{j} = -4$.

✓ $\vec{b} = (2; -4; -1)$

Задача 144. Найти вектор \vec{q}

1) Даны три вектора

$$\vec{u} = -6\vec{i} - 6\vec{j} + 11\vec{k};$$

$$\vec{v} = 7\vec{i} + 15\vec{j} - 15\vec{k};$$

$$\vec{w} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - 2\vec{k}$$

Найти вектор \vec{q} , удовлетворяющий условиям $\vec{u} \cdot \vec{q} = 56$, $\vec{v} \cdot \vec{q} = -98$ и $\vec{w} \cdot \vec{q} = -15$.

✓ $\vec{q} = (1; -3; 4)$

2) Даны три вектора

$$\vec{u} = -10\vec{i} + 15\vec{j} + \vec{k};$$

$$\vec{v} = -17\vec{i} + 25\vec{j} - 15\vec{k};$$

$$\vec{w} = -4\vec{i} + 5\vec{j} - 2\vec{k}$$

Найти вектор \vec{q} , удовлетворяющий условиям $\vec{u} \cdot \vec{q} = -111$, $\vec{v} \cdot \vec{q} = -254$ и $\vec{w} \cdot \vec{q} = -51$.

✓ $\vec{q} = (7; -3; 4)$

3) Даны три вектора

$$\vec{u} = 10\vec{i} - 6\vec{j} - 9\vec{k};$$

$$\vec{v} = -17\vec{i} + 15\vec{j} + 10\vec{k};$$

$$\vec{w} = -4\vec{i} + 3\vec{j} + \vec{k}$$

Найти вектор \vec{q} , удовлетворяющий условиям $\vec{u} \cdot \vec{q} = 97$, $\vec{v} \cdot \vec{q} = -174$ и $\vec{w} \cdot \vec{q} = -38$.

✓ $\vec{q} = (7; -3; -1)$

4) Даны три вектора

$$\vec{u} = -6\vec{i} - 6\vec{j} - 3\vec{k};$$

$$\vec{v} = 13\vec{i} + 15\vec{j} - 15\vec{k};$$

$$\vec{w} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - 2\vec{k}$$

Найти вектор \vec{q} , удовлетворяющий условиям $\vec{u} \cdot \vec{q} = -21$, $\vec{v} \cdot \vec{q} = 61$ и $\vec{w} \cdot \vec{q} = 7$.

✓ $\vec{q} = (7; -3; -1)$

5) Даны три вектора

$$\vec{u} = -8\vec{i} + 4\vec{j} + 11\vec{k};$$

$$\vec{v} = 12\vec{i} - 10\vec{j} - 5\vec{k};$$

$$\vec{w} = 3\vec{i} - 2\vec{j} - 2\vec{k}$$

Найти вектор \vec{q} , удовлетворяющий условиям $\vec{u} \cdot \vec{q} = 28$, $\vec{v} \cdot \vec{q} = 12$ и $\vec{w} \cdot \vec{q} = -1$.

✓ $\vec{q} = (1; -2; 4)$

6) Даны три вектора

$$\vec{u} = 11\vec{i} + 9\vec{j} - 13\vec{k};$$

$$\vec{v} = 18\vec{i} + 15\vec{j} - 5\vec{k};$$

$$\vec{w} = 3\vec{i} + 3\vec{j} - 2\vec{k}$$

Найти вектор \vec{q} , удовлетворяющий условиям $\vec{u} \cdot \vec{q} = 63$, $\vec{v} \cdot \vec{q} = 86$ и $\vec{w} \cdot \vec{q} = 14$.

✓ $\vec{q} = (7; -3; -1)$

7) Даны три вектора

$$\vec{u} = -8\vec{i} - 6\vec{j} + 10\vec{k};$$

$$\vec{v} = \vec{i} + 2\vec{j} - 6\vec{k};$$

$$\vec{w} = -4\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$$

Найти вектор \vec{q} , удовлетворяющий условиям $\vec{u} \cdot \vec{q} = 2$, $\vec{v} \cdot \vec{q} = -23$ и $\vec{w} \cdot \vec{q} = -18$.

✓ $\vec{q} = (7; -3; 4)$

8) Даны три вектора

$$\vec{u} = 2\vec{i} - 6\vec{j} + 10\vec{k};$$

$$\vec{v} = 13\vec{i} - 10\vec{j} + 10\vec{k};$$

$$\vec{w} = 2\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$$

Найти вектор \vec{q} , удовлетворяющий условиям $\vec{u} \cdot \vec{q} = 10$, $\vec{v} \cdot \vec{q} = 33$ и $\vec{w} \cdot \vec{q} = 7$.

✓ $\vec{q} = (1; -3; -1)$

9) Даны три вектора

$$\vec{u} = -2\vec{i} - 10\vec{j} + 11\vec{k};$$

$$\vec{v} = 13\vec{i} + 25\vec{j} - 15\vec{k};$$

$$\vec{w} = 2\vec{i} + 5\vec{j} - 2\vec{k}$$

Найти вектор \vec{q} , удовлетворяющий условиям $\vec{u} \cdot \vec{q} = 60$, $\vec{v} \cdot \vec{q} = -44$ и $\vec{w} \cdot \vec{q} = -9$.

✓ $\vec{q} = (7; -3; 4)$

10) Даны три вектора

$$\vec{u} = -10\vec{i} + 4\vec{j} + 11\vec{k};$$

$$\vec{v} = 12\vec{i} - 10\vec{j} - 5\vec{k};$$

$$\vec{w} = 3\vec{i} - 2\vec{j} - 2\vec{k}$$

Найти вектор \vec{q} , удовлетворяющий условиям $\vec{u} \cdot \vec{q} = -38$, $\vec{v} \cdot \vec{q} = 94$ и $\vec{w} \cdot \vec{q} = 19$.

✓ $\vec{q} = (7; -3; 4)$

11) Даны три вектора

$$\vec{u} = 2\vec{i} + 9\vec{j} + 10\vec{k};$$

$$\vec{v} = 13\vec{i} + 15\vec{j};$$

$$\vec{w} = 2\vec{i} + 3\vec{j} + \vec{k}$$

Найти вектор \vec{q} , удовлетворяющий условиям $\vec{u} \cdot \vec{q} = -14$, $\vec{v} \cdot \vec{q} = 61$ и $\vec{w} \cdot \vec{q} = 7$.

✓ $\vec{q} = (7; -2; -1)$

12) Даны три вектора

$$\begin{aligned}\vec{u} &= 10\vec{i} - 6\vec{j} - 9\vec{k}; \\ \vec{v} &= -23\vec{i} + 15\vec{j} + 10\vec{k}; \\ \vec{w} &= -4\vec{i} + 3\vec{j} + \vec{k}\end{aligned}$$

Найти вектор \vec{q} , удовлетворяющий условиям $\vec{u} \cdot \vec{q} = -8$, $\vec{v} \cdot \vec{q} = -28$ и $\vec{w} \cdot \vec{q} = -9$.

✓ $\vec{q} = (1; -3; 4)$

13) Даны три вектора

$$\begin{aligned}\vec{u} &= -8\vec{i} + 15\vec{j} + 10\vec{k}; \\ \vec{v} &= -23\vec{i} + 25\vec{j} + 10\vec{k}; \\ \vec{w} &= -4\vec{i} + 5\vec{j} + \vec{k}\end{aligned}$$

Найти вектор \vec{q} , удовлетворяющий условиям $\vec{u} \cdot \vec{q} = -48$, $\vec{v} \cdot \vec{q} = -83$ и $\vec{w} \cdot \vec{q} = -15$.

✓ $\vec{q} = (1; -2; -1)$

14) Даны три вектора

$$\begin{aligned}\vec{u} &= 5\vec{i} + 15\vec{j} + 7\vec{k}; \\ \vec{v} &= 18\vec{i} + 25\vec{j} + 5\vec{k}; \\ \vec{w} &= 3\vec{i} + 5\vec{j}\end{aligned}$$

Найти вектор \vec{q} , удовлетворяющий условиям $\vec{u} \cdot \vec{q} = -2$, $\vec{v} \cdot \vec{q} = 71$ и $\vec{w} \cdot \vec{q} = 11$.

✓ $\vec{q} = (7; -2; -1)$

15) Даны три вектора

$$\begin{aligned}\vec{u} &= -8\vec{i} - 6\vec{j} - 4\vec{k}; \\ \vec{v} &= -17\vec{i} - 10\vec{j}; \\ \vec{w} &= -4\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}\end{aligned}$$

Найти вектор \vec{q} , удовлетворяющий условиям $\vec{u} \cdot \vec{q} = 8$, $\vec{v} \cdot \vec{q} = 3$ и $\vec{w} \cdot \vec{q} = -1$.

✓ $\vec{q} = (1; -2; -1)$

16) Даны три вектора

$$\begin{aligned}\vec{u} &= -8\vec{i} + 4\vec{j} + 11\vec{k}; \\ \vec{v} &= -5\vec{i} + 2\vec{j} + 7\vec{k}; \\ \vec{w} &= 2\vec{i} - 2\vec{j} - 2\vec{k}\end{aligned}$$

Найти вектор \vec{q} , удовлетворяющий условиям $\vec{u} \cdot \vec{q} = -79$, $\vec{v} \cdot \vec{q} = -48$ и $\vec{w} \cdot \vec{q} = 22$.

✓ $\vec{q} = (7; -3; -1)$

17) Даны три вектора

$$\begin{aligned}\vec{u} &= -8\vec{i} + 15\vec{j} - 13\vec{k}; \\ \vec{v} &= \vec{i} - 5\vec{j} + 7\vec{k}; \\ \vec{w} &= -4\vec{i} + 5\vec{j} - 2\vec{k}\end{aligned}$$

Найти вектор \vec{q} , удовлетворяющий условиям $\vec{u} \cdot \vec{q} = -138$, $\vec{v} \cdot \vec{q} = 45$ и $\vec{w} \cdot \vec{q} = -46$.

✓ $\vec{q} = (7; -2; 4)$

18) Даны три вектора

$$\begin{aligned}\vec{u} &= -16\vec{i} + 9\vec{j} + \vec{k}; \\ \vec{v} &= -23\vec{i} + 15\vec{j} - 5\vec{k}; \\ \vec{w} &= -4\vec{i} + 3\vec{j} - 2\vec{k}\end{aligned}$$

Найти вектор \vec{q} , удовлетворяющий условиям $\vec{u} \cdot \vec{q} = -44$, $\vec{v} \cdot \vec{q} = -63$ и $\vec{w} \cdot \vec{q} = -11$.

✓ $\vec{q} = (1; -3; -1)$

19) Даны три вектора

$$\begin{aligned}\vec{u} &= -8\vec{i} + 4\vec{j} - 7\vec{k}; \\ \vec{v} &= 12\vec{i} - 10\vec{j} - 5\vec{k}; \\ \vec{w} &= 3\vec{i} - 2\vec{j}\end{aligned}$$

Найти вектор \vec{q} , удовлетворяющий условиям $\vec{u} \cdot \vec{q} = -61$, $\vec{v} \cdot \vec{q} = 119$ и $\vec{w} \cdot \vec{q} = 27$.

✓ $\vec{q} = (7; -3; -1)$

20) Даны три вектора

$$\begin{aligned}\vec{u} &= 4\vec{i} - 10\vec{j} + 5\vec{k}; \\ \vec{v} &= \vec{i} - 5\vec{j} - 6\vec{k}; \\ \vec{w} &= -4\vec{i} + 5\vec{j} + \vec{k}\end{aligned}$$

Найти вектор \vec{q} , удовлетворяющий условиям $\vec{u} \cdot \vec{q} = 53$, $\vec{v} \cdot \vec{q} = 28$ и $\vec{w} \cdot \vec{q} = -44$.

✓ $\vec{q} = (7; -3; -1)$

21) Даны три вектора

$$\begin{aligned}\vec{u} &= 4\vec{i} + 15\vec{j} + \vec{k}; \\ \vec{v} &= \vec{i} - 5\vec{j} - 3\vec{k}; \\ \vec{w} &= 2\vec{i} + 5\vec{j} - 2\vec{k}\end{aligned}$$

Найти вектор \vec{q} , удовлетворяющий условиям $\vec{u} \cdot \vec{q} = -18$, $\vec{v} \cdot \vec{q} = 25$ и $\vec{w} \cdot \vec{q} = 1$.

✓ $\vec{q} = (7; -3; -1)$

22) Даны три вектора

$$\begin{aligned}\vec{u} &= 2\vec{i} - 6\vec{j} + 7\vec{k}; \\ \vec{v} &= 7\vec{i} - 10\vec{j} - 5\vec{k}; \\ \vec{w} &= 2\vec{i} - 2\vec{j}\end{aligned}$$

Найти вектор \vec{q} , удовлетворяющий условиям $\vec{u} \cdot \vec{q} = 7$, $\vec{v} \cdot \vec{q} = 32$ и $\vec{w} \cdot \vec{q} = 6$.

✓ $\vec{q} = (1; -2; -1)$

23) Даны три вектора

$$\begin{aligned}\vec{u} &= 12\vec{i} + 4\vec{j} + 5\vec{k}; \\ \vec{v} &= -17\vec{i} - 10\vec{j} + 10\vec{k}; \\ \vec{w} &= -4\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}\end{aligned}$$

Найти вектор \vec{q} , удовлетворяющий условиям $\vec{u} \cdot \vec{q} = 71$, $\vec{v} \cdot \vec{q} = -109$ и $\vec{w} \cdot \vec{q} = -25$.

✓ $\vec{q} = (7; -2; -1)$

24) Даны три вектора

$$\begin{aligned}\vec{u} &= 2\vec{i} + 15\vec{j} - 7\vec{k}; \\ \vec{v} &= -5\vec{i} - 5\vec{j} + 5\vec{k}; \\ \vec{w} &= 2\vec{i} + 5\vec{j}\end{aligned}$$

Найти вектор \vec{q} , удовлетворяющий условиям $\vec{u} \cdot \vec{q} = -59$, $\vec{v} \cdot \vec{q} = 0$ и $\vec{w} \cdot \vec{q} = -1$.

✓ $\vec{q} = (7; -3; 4)$

25) Даны три вектора

$$\begin{aligned}\vec{u} &= 7\vec{i} + 9\vec{j} + 10\vec{k}; \\ \vec{v} &= 12\vec{i} + 15\vec{j} + 10\vec{k}; \\ \vec{w} &= 3\vec{i} + 3\vec{j} + \vec{k}\end{aligned}$$

Найти вектор \vec{q} , удовлетворяющий условиям $\vec{u} \cdot \vec{q} = -30$, $\vec{v} \cdot \vec{q} = -43$ и $\vec{w} \cdot \vec{q} = -7$.

✓ $\vec{q} = (1; -3; -1)$

26) Даны три вектора

$$\begin{aligned}\vec{u} &= 11\vec{i} - 6\vec{j} - 4\vec{k}; \\ \vec{v} &= -6\vec{i} + 2\vec{j} - 6\vec{k}; \\ \vec{w} &= 3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}\end{aligned}$$

Найти вектор \vec{q} , удовлетворяющий условиям $\vec{u} \cdot \vec{q} = 7$, $\vec{v} \cdot \vec{q} = -34$ и $\vec{w} \cdot \vec{q} = 11$.

✓ $\vec{q} = (1; -2; 4)$

27) Даны три вектора

$$\begin{aligned}\vec{u} &= 4\vec{i} - 6\vec{j} - 9\vec{k}; \\ \vec{v} &= -17\vec{i} + 15\vec{j} + 10\vec{k}; \\ \vec{w} &= -4\vec{i} + 3\vec{j} + \vec{k}\end{aligned}$$

Найти вектор \vec{q} , удовлетворяющий условиям $\vec{u} \cdot \vec{q} = 55$, $\vec{v} \cdot \vec{q} = -174$ и $\vec{w} \cdot \vec{q} = -38$.

✓ $\vec{q} = (7; -3; -1)$

28) Даны три вектора

$$\begin{aligned}\vec{u} &= 11\vec{i} - 6\vec{j} + 10\vec{k}; \\ \vec{v} &= 18\vec{i} - 10\vec{j}; \\ \vec{w} &= 3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}\end{aligned}$$

Найти вектор \vec{q} , удовлетворяющий условиям $\vec{u} \cdot \vec{q} = 135$, $\vec{v} \cdot \vec{q} = 156$ и $\vec{w} \cdot \vec{q} = 31$.

✓ $\vec{q} = (7; -3; 4)$

29) Даны три вектора

$$\begin{aligned}\vec{u} &= -14\vec{i} + 9\vec{j} - 4\vec{k}; \\ \vec{v} &= -23\vec{i} + 15\vec{j} + 10\vec{k}; \\ \vec{w} &= -4\vec{i} + 3\vec{j} + \vec{k}\end{aligned}$$

Найти вектор \vec{q} , удовлетворяющий условиям $\vec{u} \cdot \vec{q} = -28$, $\vec{v} \cdot \vec{q} = -63$ и $\vec{w} \cdot \vec{q} = -11$.

✓ $\vec{q} = (1; -2; -1)$

30) Даны три вектора

$$\begin{aligned}\vec{u} &= -6\vec{i} - 6\vec{j} + 11\vec{k}; \\ \vec{v} &= 7\vec{i} + 15\vec{j} - 5\vec{k}; \\ \vec{w} &= 2\vec{i} + 3\vec{j} - 2\vec{k}\end{aligned}$$

Найти вектор \vec{q} , удовлетворяющий условиям $\vec{u} \cdot \vec{q} = 14$, $\vec{v} \cdot \vec{q} = -1$ и $\vec{w} \cdot \vec{q} = 0$.

✓ $\vec{q} = (7; -2; 4)$

Задача 145. Сила \vec{F} приложена к точке A . Вычислить

а) работу силы \vec{F} в случае, когда точка её приложения, двигаясь прямолинейно, перемещается из положения A в положение B ;

б) модуль момента силы \vec{F} относительно точки B .

1) $\vec{F} = (1, 4, 4)$, $A(-2, 0, 3)$, $B(-1, 3, -1)$,

✓ $A = -3$, $|\vec{M}| = \sqrt{849}$

3) $\vec{F} = (1, 4, 2)$, $A(-2, 2, -2)$, $B(0, 1, 0)$,

✓ $A = 2$, $|\vec{M}| = \sqrt{185}$

5) $\vec{F} = (3, -1, 4)$, $A(4, 2, 1)$, $B(-1, 1, 4)$,

✓ $A = -2$, $|\vec{M}| = \sqrt{906}$

7) $\vec{F} = (-1, 4, 1)$, $A(1, 0, 4)$, $B(3, -1, 4)$,

✓ $A = -6$, $|\vec{M}| = 3\sqrt{6}$

9) $\vec{F} = (3, 1, 3)$, $A(0, 0, 0)$, $B(4, 3, 2)$,

✓ $A = 21$, $|\vec{M}| = \sqrt{110}$

11) $\vec{F} = (-2, 4, 3)$, $A(3, 4, 3)$, $B(2, -1, 2)$,

✓ $A = -21$, $|\vec{M}| = 3\sqrt{38}$

13) $\vec{F} = (2, 1, -1)$, $A(3, 4, -2)$, $B(-1, -1, -2)$,

✓ $A = -13$, $|\vec{M}| = \sqrt{77}$

15) $\vec{F} = (-2, -1, 4)$, $A(4, 2, 2)$, $B(3, -1, -2)$,

✓ $A = -11$, $|\vec{M}| = 5\sqrt{17}$

17) $\vec{F} = (4, 3, -2)$, $A(-2, -2, 0)$, $B(2, -1, 2)$,

✓ $A = 15$, $|\vec{M}| = 8\sqrt{6}$

19) $\vec{F} = (1, 2, 3)$, $A(-1, 2, 0)$, $B(1, 3, -1)$,

✓ $A = 1$, $|\vec{M}| = \sqrt{83}$

21) $\vec{F} = (3, 3, 2)$, $A(3, 4, 2)$, $B(0, 1, -2)$,

✓ $A = -26$, $|\vec{M}| = 6\sqrt{2}$

23) $\vec{F} = (2, -2, 4)$, $A(1, 0, 1)$, $B(2, -1, 3)$,

✓ $A = 12$, $|\vec{M}| = \sqrt{0}$

25) $\vec{F} = (2, 1, -1)$, $A(3, 2, -2)$, $B(2, 3, 2)$,

✓ $A = -5$, $|\vec{M}| = \sqrt{83}$

27) $\vec{F} = (-1, 4, 4)$, $A(0, 2, 4)$, $B(3, -1, 4)$,

✓ $A = -15$, $|\vec{M}| = 3\sqrt{41}$

29) $\vec{F} = (4, 2, 2)$, $A(4, 2, -2)$, $B(0, 3, 0)$,

✓ $A = -10$, $|\vec{M}| = 2\sqrt{101}$

2) $\vec{F} = (1, -2, -2)$, $A(0, 4, 2)$, $B(2, 3, 3)$,

✓ $A = 2$, $|\vec{M}| = 5\sqrt{2}$

4) $\vec{F} = (2, 1, 3)$, $A(2, -2, 1)$, $B(-1, 3, 1)$,

✓ $A = -1$, $|\vec{M}| = 5\sqrt{19}$

6) $\vec{F} = (4, -2, -2)$, $A(-2, 4, -1)$, $B(-2, 3, 4)$,

✓ $A = -8$, $|\vec{M}| = 4\sqrt{35}$

8) $\vec{F} = (-2, 3, 4)$, $A(1, 0, 3)$, $B(-2, -1, 1)$,

✓ $A = -5$, $|\vec{M}| = \sqrt{381}$

10) $\vec{F} = (-2, 4, 1)$, $A(0, 4, -1)$, $B(-1, 1, -1)$,

✓ $A = -10$, $|\vec{M}| = \sqrt{110}$

12) $\vec{F} = (-1, 4, -1)$, $A(-1, -2, -2)$, $B(-1, 3, 0)$,

✓ $A = 18$, $|\vec{M}| = 3\sqrt{22}$

14) $\vec{F} = (4, 3, 4)$, $A(3, 0, 4)$, $B(2, -1, 3)$,

✓ $A = -11$, $|\vec{M}| = \sqrt{2}$

16) $\vec{F} = (2, 1, -2)$, $A(-2, 2, 4)$, $B(-1, 1, 2)$,

✓ $A = 5$, $|\vec{M}| = \sqrt{29}$

18) $\vec{F} = (1, 3, -1)$, $A(4, -2, 1)$, $B(-1, 3, 4)$,

✓ $A = 7$, $|\vec{M}| = 10\sqrt{6}$

20) $\vec{F} = (-2, 1, -2)$, $A(4, -2, -2)$, $B(4, 1, -1)$,

✓ $A = 1$, $|\vec{M}| = \sqrt{89}$

22) $\vec{F} = (-2, 1, 2)$, $A(0, -2, 3)$, $B(2, 1, -2)$,

✓ $A = -11$, $|\vec{M}| = \sqrt{221}$

24) $\vec{F} = (2, 2, 4)$, $A(2, 4, 2)$, $B(-1, 3, 4)$,

✓ $A = 0$, $|\vec{M}| = 4\sqrt{21}$

26) $\vec{F} = (3, 2, 2)$, $A(-1, -2, 3)$, $B(2, -1, -1)$,

✓ $A = 3$, $|\vec{M}| = \sqrt{433}$

28) $\vec{F} = (2, 1, -1)$, $A(3, -2, -1)$, $B(-2, 1, 2)$,

✓ $A = -10$, $|\vec{M}| = \sqrt{158}$

30) $\vec{F} = (-1, -1, 3)$, $A(3, 4, 4)$, $B(-1, 3, -2)$,

✓ $A = -13$, $|\vec{M}| = 3\sqrt{46}$

Задача 146. Даны три силы \vec{F} , \vec{P} и \vec{Q} , приложенные к точке C . Определить величину и направляющие косинусы момента равнодействующей этих сил относительно точки A .

- 1) $\vec{F} = (-1, 1, -1)$, $\vec{P} = (-2, -2, 1)$, $\vec{Q} = (-2, -2, 1)$,
 $A(-2, -2, -1)$, $C(-2, -1, 0)$
 $\vec{M} = 4i - 5j + 5k$,
 $\checkmark \cos \alpha = \frac{2\sqrt{66}}{33}$, $\cos \beta = \frac{5\sqrt{66}}{66}$, $\cos \gamma = \frac{5\sqrt{66}}{66}$,
- 2) $\vec{F} = (1, -2, 2)$, $\vec{P} = (1, -2, -1)$, $\vec{Q} = (-2, -2, -2)$,
 $A(-1, 2, -2)$, $C(2, -1, 1)$
 $\vec{M} = 21i + 3j - 18k$,
 $\checkmark \cos \alpha = \frac{7\sqrt{86}}{86}$, $\cos \beta = -\frac{\sqrt{86}}{86}$, $\cos \gamma = -\frac{3\sqrt{86}}{43}$,
- 3) $\vec{F} = (2, 1, 2)$, $\vec{P} = (1, -1, 1)$, $\vec{Q} = (-2, 2, -2)$,
 $A(0, 0, 2)$, $C(-2, -1, 0)$
 $\vec{M} = 3i - 3k$,
 $\checkmark \cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $\cos \beta = 0$, $\cos \gamma = -\frac{\sqrt{2}}{2}$,
- 4) $\vec{F} = (2, 2, -2)$, $\vec{P} = (1, -1, -2)$, $\vec{Q} = (2, -1, 2)$,
 $A(-2, -2, 0)$, $C(0, 1, -2)$
 $\vec{M} = -6i - 6j - 15k$,
 $\checkmark \cos \alpha = -\frac{2\sqrt{33}}{33}$, $\cos \beta = \frac{2\sqrt{33}}{33}$, $\cos \gamma = -\frac{5\sqrt{33}}{33}$,
- 5) $\vec{F} = (-2, 1, -1)$, $\vec{P} = (-1, 1, -1)$, $\vec{Q} = (-1, -1, 2)$,
 $A(1, 2, -1)$, $C(2, 1, -2)$
 $\vec{M} = i + 4j - 3k$,
 $\checkmark \cos \alpha = \frac{\sqrt{26}}{26}$, $\cos \beta = -\frac{2\sqrt{26}}{13}$, $\cos \gamma = -\frac{3\sqrt{26}}{26}$,
- 6) $\vec{F} = (-1, -1, -2)$, $\vec{P} = (1, 2, -1)$, $\vec{Q} = (2, -2, -2)$,
 $A(-1, -2, 1)$, $C(-1, 1, -1)$
 $\vec{M} = -17i - 4j - 6k$,
 $\checkmark \cos \alpha = -\frac{17\sqrt{341}}{341}$, $\cos \beta = \frac{4\sqrt{341}}{341}$, $\cos \gamma = -\frac{6\sqrt{341}}{341}$,
- 7) $\vec{F} = (-2, 1, 2)$, $\vec{P} = (1, -1, -2)$, $\vec{Q} = (2, -2, 2)$,
 $A(-1, -2, -1)$, $C(2, 1, 0)$
 $\vec{M} = 8i - 5j - 9k$,
 $\checkmark \cos \alpha = \frac{4\sqrt{170}}{85}$, $\cos \beta = \frac{\sqrt{170}}{34}$, $\cos \gamma = -\frac{9\sqrt{170}}{170}$,
- 8) $\vec{F} = (-2, 1, -2)$, $\vec{P} = (2, 2, 2)$, $\vec{Q} = (2, -2, 1)$,
 $A(2, 2, 2)$, $C(-2, -1, 1)$
 $\vec{M} = -2i + 2j + 2k$,
 $\checkmark \cos \alpha = -\frac{\sqrt{3}}{3}$, $\cos \beta = -\frac{\sqrt{3}}{3}$, $\cos \gamma = \frac{\sqrt{3}}{3}$,
- 9) $\vec{F} = (1, 2, 2)$, $\vec{P} = (2, -1, 1)$, $\vec{Q} = (1, 2, 2)$,
 $A(0, 2, 0)$, $C(2, -1, 0)$
 $\vec{M} = -15i - 10j + 18k$,
 $\checkmark \cos \alpha = -\frac{15\sqrt{649}}{649}$, $\cos \beta = \frac{10\sqrt{649}}{649}$, $\cos \gamma = \frac{18\sqrt{649}}{649}$,
- 10) $\vec{F} = (1, -1, 2)$, $\vec{P} = (2, 1, 1)$, $\vec{Q} = (-2, -2, 1)$,
 $A(2, 0, 1)$, $C(1, -1, 0)$
 $\vec{M} = -6i + 3j + 3k$,
 $\checkmark \cos \alpha = -\frac{\sqrt{6}}{3}$, $\cos \beta = -\frac{\sqrt{6}}{6}$, $\cos \gamma = \frac{\sqrt{6}}{6}$,
- 11) $\vec{F} = (2, -2, 1)$, $\vec{P} = (-1, -2, -2)$, $\vec{Q} = (2, 1, -1)$,
 $A(-2, 0, 0)$, $C(2, -1, -1)$
 $\vec{M} = -i + 5j - 9k$,
 $\checkmark \cos \alpha = -\frac{\sqrt{107}}{107}$, $\cos \beta = -\frac{5\sqrt{107}}{107}$, $\cos \gamma = -\frac{9\sqrt{107}}{107}$,
- 12) $\vec{F} = (-1, -2, 1)$, $\vec{P} = (2, 2, 2)$, $\vec{Q} = (-2, -2, -1)$,
 $A(-1, -2, 2)$, $C(-2, -1, 1)$
 $\vec{M} = 3j + 3k$,
 $\checkmark \cos \alpha = 0$, $\cos \beta = -\frac{\sqrt{2}}{2}$, $\cos \gamma = \frac{\sqrt{2}}{2}$,
- 13) $\vec{F} = (1, 1, 1)$, $\vec{P} = (-2, 1, 1)$, $\vec{Q} = (1, 2, 2)$,
 $A(1, -2, 0)$, $C(1, 1, 0)$
 $\vec{M} = 12i$,
 $\checkmark \cos \alpha = 1$, $\cos \beta = 0$, $\cos \gamma = 0$,
- 14) $\vec{F} = (-2, 1, 1)$, $\vec{P} = (1, 1, -1)$, $\vec{Q} = (-2, 1, 2)$,
 $A(-1, 0, -1)$, $C(1, -1, 2)$
 $\vec{M} = -11i - 13j + 3k$,
 $\checkmark \cos \alpha = -\frac{11\sqrt{299}}{299}$, $\cos \beta = \frac{\sqrt{299}}{23}$, $\cos \gamma = \frac{3\sqrt{299}}{299}$,
- 15) $\vec{F} = (2, -2, -1)$, $\vec{P} = (1, 2, -2)$, $\vec{Q} = (2, -1, -2)$,
 $A(-1, -2, -2)$, $C(-2, -1, 1)$
 $\vec{M} = -2i + 10j - 4k$,
 $\checkmark \cos \alpha = -\frac{\sqrt{30}}{30}$, $\cos \beta = -\frac{\sqrt{30}}{6}$, $\cos \gamma = -\frac{\sqrt{30}}{15}$,
- 16) $\vec{F} = (2, 2, -1)$, $\vec{P} = (-1, 2, -1)$, $\vec{Q} = (2, 1, -1)$,
 $A(0, 0, 1)$, $C(2, 1, 0)$
 $\vec{M} = 2i + 3j + 7k$,
 $\checkmark \cos \alpha = \frac{\sqrt{62}}{31}$, $\cos \beta = -\frac{3\sqrt{62}}{62}$, $\cos \gamma = \frac{7\sqrt{62}}{62}$,
- 17) $\vec{F} = (-2, -2, -1)$, $\vec{P} = (-2, -1, 1)$, $\vec{Q} = (-1, -1, -2)$,
 $A(0, 2, 2)$, $C(0, 1, -1)$
 $\vec{M} = -10i + 15j - 5k$,
 $\checkmark \cos \alpha = -\frac{\sqrt{14}}{7}$, $\cos \beta = -\frac{3\sqrt{14}}{14}$, $\cos \gamma = -\frac{\sqrt{14}}{14}$,

18) $\vec{F} = (2, 2, -2), \vec{P} = (-1, 2, 1), \vec{Q} = (-1, 1, -2),$
 $A(2, 0, -2), C(-1, 1, -1)$

$$\vec{M} = -8i - 9j - 15k,$$

✓ $\cos \alpha = -\frac{4\sqrt{370}}{185}, \cos \beta = \frac{9\sqrt{370}}{370}, \cos \gamma = -\frac{3\sqrt{370}}{74},$

20) $\vec{F} = (-2, -2, 2), \vec{P} = (2, 2, -1), \vec{Q} = (1, 2, -2),$
 $A(2, 0, 0), C(2, 1, 2)$

$$\vec{M} = -5i + 2j - k,$$

✓ $\cos \alpha = -\frac{\sqrt{30}}{6}, \cos \beta = -\frac{\sqrt{30}}{15}, \cos \gamma = -\frac{\sqrt{30}}{30},$

22) $\vec{F} = (1, -2, -2), \vec{P} = (-1, 2, 2), \vec{Q} = (-2, 1, 1),$
 $A(0, 2, 0), C(-1, 1, 0)$

$$\vec{M} = -i + j - 3k,$$

✓ $\cos \alpha = -\frac{\sqrt{11}}{11}, \cos \beta = -\frac{\sqrt{11}}{11}, \cos \gamma = -\frac{3\sqrt{11}}{11},$

24) $\vec{F} = (2, -2, -2), \vec{P} = (1, -1, 1), \vec{Q} = (-2, -2, 2),$
 $A(0, -2, -1), C(0, -1, 2)$

$$\vec{M} = 16i + 3j - k,$$

✓ $\cos \alpha = \frac{8\sqrt{266}}{133}, \cos \beta = -\frac{3\sqrt{266}}{266}, \cos \gamma = -\frac{\sqrt{266}}{266},$

26) $\vec{F} = (2, 2, 2), \vec{P} = (-1, 2, -2), \vec{Q} = (-1, 2, 1),$
 $A(0, 0, 1), C(-2, 1, 1)$

$$\vec{M} = i + 2j - 12k,$$

✓ $\cos \alpha = \frac{\sqrt{149}}{149}, \cos \beta = -\frac{2\sqrt{149}}{149}, \cos \gamma = -\frac{12\sqrt{149}}{149},$

28) $\vec{F} = (1, 2, 1), \vec{P} = (2, -1, -2), \vec{Q} = (1, 1, 1),$
 $A(-2, 0, 1), C(-2, -1, 2)$

$$\vec{M} = -2i + 4j + 4k,$$

✓ $\cos \alpha = -\frac{1}{3}, \cos \beta = -\frac{2}{3}, \cos \gamma = \frac{2}{3},$

30) $\vec{F} = (1, 2, -2), \vec{P} = (-1, -2, 1), \vec{Q} = (-1, -1, 1),$
 $A(-2, -2, 1), C(0, 1, -2)$

$$\vec{M} = -3i + 3j + k,$$

✓ $\cos \alpha = -\frac{3\sqrt{19}}{19}, \cos \beta = -\frac{3\sqrt{19}}{19}, \cos \gamma = \frac{\sqrt{19}}{19},$

19) $\vec{F} = (1, -2, 1), \vec{P} = (2, 2, -1), \vec{Q} = (-2, -2, 2),$
 $A(2, 0, 2), C(0, -1, -1)$

$$\vec{M} = -8i + j + 5k,$$

✓ $\cos \alpha = -\frac{4\sqrt{10}}{15}, \cos \beta = -\frac{\sqrt{10}}{30}, \cos \gamma = \frac{\sqrt{10}}{6},$

21) $\vec{F} = (1, 1, 2), \vec{P} = (-2, 2, -2), \vec{Q} = (-1, 1, 1),$
 $A(-2, -2, 1), C(0, 1, 1)$

$$\vec{M} = 3i - 2j + 14k,$$

✓ $\cos \alpha = \frac{3\sqrt{209}}{209}, \cos \beta = \frac{2\sqrt{209}}{209}, \cos \gamma = \frac{14\sqrt{209}}{209},$

23) $\vec{F} = (-1, -2, -1), \vec{P} = (-2, -1, -2), \vec{Q} = (-2, 1, 1),$
 $A(0, 0, -2), C(-1, -1, 2)$

$$\vec{M} = 10i - 22j - 3k,$$

✓ $\cos \alpha = \frac{10\sqrt{593}}{593}, \cos \beta = \frac{22\sqrt{593}}{593}, \cos \gamma = -\frac{3\sqrt{593}}{593},$

25) $\vec{F} = (2, -1, 2), \vec{P} = (-1, 1, -2), \vec{Q} = (-1, -2, 2),$
 $A(0, 2, 2), C(-1, -1, 0)$

$$\vec{M} = -10i + 2j + 2k,$$

✓ $\cos \alpha = -\frac{5\sqrt{3}}{9}, \cos \beta = -\frac{\sqrt{3}}{9}, \cos \gamma = \frac{\sqrt{3}}{9},$

27) $\vec{F} = (-1, 1, -2), \vec{P} = (2, 2, -1), \vec{Q} = (-2, -1, 2),$
 $A(0, -2, -2), C(-1, 1, -1)$

$$\vec{M} = -5i - 2j + k,$$

✓ $\cos \alpha = -\frac{\sqrt{30}}{6}, \cos \beta = \frac{\sqrt{30}}{15}, \cos \gamma = \frac{\sqrt{30}}{30},$

29) $\vec{F} = (2, 1, -2), \vec{P} = (-2, 2, 2), \vec{Q} = (-2, 2, -2),$
 $A(-1, 2, -1), C(0, -1, -1)$

$$\vec{M} = 6i + 2j - k,$$

✓ $\cos \alpha = \frac{6\sqrt{41}}{41}, \cos \beta = -\frac{2\sqrt{41}}{41}, \cos \gamma = -\frac{\sqrt{41}}{41},$

Задача 147. Даны векторы \vec{a} и \vec{b} . Найти $\vec{a} \cdot \vec{b}$.

1) $\vec{a} = 4\vec{m} - \vec{n}, \vec{b} = -\vec{m} + 2\vec{n}$
 $|\vec{m}| = 2, |\vec{n}| = 3, (\vec{m} \wedge \vec{n}) = \frac{\pi}{3}$

✓ -7

2) $\vec{a} = -\vec{m} - 2\vec{n}, \vec{b} = -\vec{m} + 2\vec{n}$
 $|\vec{m}| = 4, |\vec{n}| = 2, (\vec{m} \wedge \vec{n}) = \frac{\pi}{3}$

✓ 0

3) $\vec{a} = -2\vec{m} - 2\vec{n}, \vec{b} = -\vec{m} + 4\vec{n}$
 $|\vec{m}| = 4, |\vec{n}| = 2, (\vec{m} \wedge \vec{n}) = \frac{\pi}{3}$

✓ -24

4) $\vec{a} = 2\vec{m} - 2\vec{n}, \vec{b} = -2\vec{m} - 2\vec{n}$
 $|\vec{m}| = 2, |\vec{n}| = 4, (\vec{m} \wedge \vec{n}) = \frac{2\pi}{3}$

✓ 48

5) $\vec{a} = -\vec{m} + 4\vec{n}, \vec{b} = \vec{m} + 3\vec{n}$
 $|\vec{m}| = 4, |\vec{n}| = 2, (\vec{m} \wedge \vec{n}) = \frac{\pi}{3}$

✓ 36

6) $\vec{a} = 2\vec{m} + \vec{n}, \vec{b} = -2\vec{m} + 3\vec{n}$
 $|\vec{m}| = 6, |\vec{n}| = 4, (\vec{m} \wedge \vec{n}) = \frac{\pi}{3}$

✓ -48

7) $\vec{a} = -2\vec{m} - 2\vec{n}, \vec{b} = 3\vec{m} - 2\vec{n}$
 $|\vec{m}| = 6, |\vec{n}| = 1, (\vec{m} \wedge \vec{n}) = \frac{2\pi}{3}$

✓ -206

8) $\vec{a} = 2\vec{m} + 4\vec{n}, \vec{b} = 4\vec{m} - 2\vec{n}$
 $|\vec{m}| = 8, |\vec{n}| = 2, (\vec{m} \wedge \vec{n}) = \frac{2\pi}{3}$

✓ 384

9) $\vec{a} = 2\vec{m} - 2\vec{n}, \vec{b} = 3\vec{m} - \vec{n}$
 $|\vec{m}| = 4, |\vec{n}| = 4, (\vec{m} \wedge \vec{n}) = \frac{\pi}{3}$

✓ 64

$$10) \quad \vec{a} = -\vec{m} + 4\vec{n}, \quad \vec{b} = 4\vec{m} + \vec{n}$$

$$|\vec{m}| = 6, \quad |\vec{n}| = 2, \quad (\vec{m} \wedge \vec{n}) = \frac{2\pi}{3}$$

$$\checkmark -218$$

$$13) \quad \vec{a} = 3\vec{m} + \vec{n}, \quad \vec{b} = 3\vec{m} + 2\vec{n}$$

$$|\vec{m}| = 2, \quad |\vec{n}| = 1, \quad (\vec{m} \wedge \vec{n}) = \frac{2\pi}{3}$$

$$\checkmark 29$$

$$16) \quad \vec{a} = -2\vec{m} + 4\vec{n}, \quad \vec{b} = -\vec{m} - 2\vec{n}$$

$$|\vec{m}| = 2, \quad |\vec{n}| = 2, \quad (\vec{m} \wedge \vec{n}) = \frac{\pi}{3}$$

$$\checkmark -24$$

$$19) \quad \vec{a} = 3\vec{m} + 2\vec{n}, \quad \vec{b} = \vec{m} - \vec{n}$$

$$|\vec{m}| = 4, \quad |\vec{n}| = 4, \quad (\vec{m} \wedge \vec{n}) = \frac{\pi}{3}$$

$$\checkmark 8$$

$$22) \quad \vec{a} = \vec{m} - 2\vec{n}, \quad \vec{b} = \vec{m} + \vec{n}$$

$$|\vec{m}| = 8, \quad |\vec{n}| = 1, \quad (\vec{m} \wedge \vec{n}) = \frac{2\pi}{3}$$

$$\checkmark 66$$

$$25) \quad \vec{a} = -\vec{m} + 2\vec{n}, \quad \vec{b} = -\vec{m} + 2\vec{n}$$

$$|\vec{m}| = 4, \quad |\vec{n}| = 1, \quad (\vec{m} \wedge \vec{n}) = \frac{2\pi}{3}$$

$$\checkmark 28$$

$$28) \quad \vec{a} = -\vec{m} + 3\vec{n}, \quad \vec{b} = -\vec{m} + 2\vec{n}$$

$$|\vec{m}| = 2, \quad |\vec{n}| = 4, \quad (\vec{m} \wedge \vec{n}) = \frac{\pi}{3}$$

$$\checkmark 80$$

$$11) \quad \vec{a} = 2\vec{m} + 4\vec{n}, \quad \vec{b} = \vec{m} + 2\vec{n}$$

$$|\vec{m}| = 6, \quad |\vec{n}| = 4, \quad (\vec{m} \wedge \vec{n}) = \frac{2\pi}{3}$$

$$\checkmark 104$$

$$14) \quad \vec{a} = 3\vec{m} + 2\vec{n}, \quad \vec{b} = 4\vec{m} - 2\vec{n}$$

$$|\vec{m}| = 6, \quad |\vec{n}| = 1, \quad (\vec{m} \wedge \vec{n}) = \frac{2\pi}{3}$$

$$\checkmark 422$$

$$17) \quad \vec{a} = -2\vec{m} + 2\vec{n}, \quad \vec{b} = 2\vec{m} + \vec{n}$$

$$|\vec{m}| = 6, \quad |\vec{n}| = 4, \quad (\vec{m} \wedge \vec{n}) = \frac{2\pi}{3}$$

$$\checkmark -136$$

$$20) \quad \vec{a} = \vec{m} - \vec{n}, \quad \vec{b} = 4\vec{m} + 3\vec{n}$$

$$|\vec{m}| = 8, \quad |\vec{n}| = 2, \quad (\vec{m} \wedge \vec{n}) = \frac{\pi}{3}$$

$$\checkmark 236$$

$$23) \quad \vec{a} = \vec{m} + 3\vec{n}, \quad \vec{b} = -2\vec{m} + \vec{n}$$

$$|\vec{m}| = 8, \quad |\vec{n}| = 1, \quad (\vec{m} \wedge \vec{n}) = \frac{2\pi}{3}$$

$$\checkmark -105$$

$$26) \quad \vec{a} = -2\vec{m} + 4\vec{n}, \quad \vec{b} = -2\vec{m} - \vec{n}$$

$$|\vec{m}| = 2, \quad |\vec{n}| = 3, \quad (\vec{m} \wedge \vec{n}) = \frac{\pi}{3}$$

$$\checkmark -38$$

$$29) \quad \vec{a} = 4\vec{m} + \vec{n}, \quad \vec{b} = 3\vec{m} + 3\vec{n}$$

$$|\vec{m}| = 4, \quad |\vec{n}| = 4, \quad (\vec{m} \wedge \vec{n}) = \frac{\pi}{3}$$

$$\checkmark 360$$

$$12) \quad \vec{a} = 4\vec{m} + 2\vec{n}, \quad \vec{b} = -2\vec{m} - \vec{n}$$

$$|\vec{m}| = 8, \quad |\vec{n}| = 1, \quad (\vec{m} \wedge \vec{n}) = \frac{\pi}{3}$$

$$\checkmark -546$$

$$15) \quad \vec{a} = -2\vec{m} - 2\vec{n}, \quad \vec{b} = 4\vec{m} + 2\vec{n}$$

$$|\vec{m}| = 4, \quad |\vec{n}| = 3, \quad (\vec{m} \wedge \vec{n}) = \frac{\pi}{3}$$

$$\checkmark -236$$

$$18) \quad \vec{a} = 3\vec{m} + 2\vec{n}, \quad \vec{b} = \vec{m} + 2\vec{n}$$

$$|\vec{m}| = 4, \quad |\vec{n}| = 2, \quad (\vec{m} \wedge \vec{n}) = \frac{\pi}{3}$$

$$\checkmark 96$$

$$21) \quad \vec{a} = -2\vec{m} - \vec{n}, \quad \vec{b} = -2\vec{m} + \vec{n}$$

$$|\vec{m}| = 2, \quad |\vec{n}| = 1, \quad (\vec{m} \wedge \vec{n}) = \frac{\pi}{3}$$

$$\checkmark 15$$

$$24) \quad \vec{a} = -\vec{m} - \vec{n}, \quad \vec{b} = -2\vec{m} - \vec{n}$$

$$|\vec{m}| = 2, \quad |\vec{n}| = 2, \quad (\vec{m} \wedge \vec{n}) = \frac{\pi}{3}$$

$$\checkmark 18$$

$$27) \quad \vec{a} = 2\vec{m} + \vec{n}, \quad \vec{b} = \vec{m} - \vec{n}$$

$$|\vec{m}| = 8, \quad |\vec{n}| = 3, \quad (\vec{m} \wedge \vec{n}) = \frac{2\pi}{3}$$

$$\checkmark 131$$

$$30) \quad \vec{a} = -2\vec{m} + \vec{n}, \quad \vec{b} = \vec{m} - \vec{n}$$

$$|\vec{m}| = 6, \quad |\vec{n}| = 2, \quad (\vec{m} \wedge \vec{n}) = \frac{2\pi}{3}$$

$$\checkmark -94$$

Задача 148. Найти угол между диагоналями параллелограмма, построенного на векторах \vec{a} и \vec{b} .

$$1) \quad \vec{a} = (1; -1; -1), \quad \vec{b} = (-1; -1; 2)$$

$$\checkmark \cos \varphi = -\frac{3\sqrt{65}}{65}$$

$$4) \quad \vec{a} = (-1; -1; -1), \quad \vec{b} = (-2; -1; 1)$$

$$\checkmark \cos \varphi = -\frac{3\sqrt{65}}{65}$$

$$7) \quad \vec{a} = (1; -1; 2), \quad \vec{b} = (1; -1; -4)$$

$$\checkmark \cos \varphi = -\frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$10) \quad \vec{a} = (-1; -1; 2), \quad \vec{b} = (1; -1; -4)$$

$$\checkmark \cos \varphi = -\frac{3\sqrt{5}}{10}$$

$$13) \quad \vec{a} = (2; -1; 2), \quad \vec{b} = (4; -2; -2)$$

$$\checkmark \cos \varphi = -\frac{\sqrt{105}}{21}$$

$$16) \quad \vec{a} = (-1; 1; -1), \quad \vec{b} = (-2; 2; 1)$$

$$\checkmark \cos \varphi = -\frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$19) \quad \vec{a} = (2; 2; 1), \quad \vec{b} = (-4; 2; -2)$$

$$\checkmark \cos \varphi = -\frac{\sqrt{105}}{21}$$

$$2) \quad \vec{a} = (1; -1; 2), \quad \vec{b} = (1; -1; -2)$$

$$\checkmark \cos \varphi = 0$$

$$5) \quad \vec{a} = (1; 1; 1), \quad \vec{b} = (-1; 1; -1)$$

$$\checkmark \cos \varphi = 0$$

$$8) \quad \vec{a} = (-1; 2; 1), \quad \vec{b} = (-1; 4; -2)$$

$$\checkmark \cos \varphi = -\frac{15\sqrt{533}}{533}$$

$$11) \quad \vec{a} = (2; 2; 1), \quad \vec{b} = (4; 2; -1)$$

$$\checkmark \cos \varphi = -\frac{3\sqrt{26}}{26}$$

$$14) \quad \vec{a} = (1; 2; -1), \quad \vec{b} = (1; 2; 1)$$

$$\checkmark \cos \varphi = 0$$

$$17) \quad \vec{a} = (-1; -1; 2), \quad \vec{b} = (-2; -2; -4)$$

$$\checkmark \cos \varphi = -\frac{9\sqrt{209}}{209}$$

$$20) \quad \vec{a} = (1; -1; -1), \quad \vec{b} = (2; -2; 2)$$

$$\checkmark \cos \varphi = -\frac{9\sqrt{209}}{209}$$

$$3) \quad \vec{a} = (2; 1; -1), \quad \vec{b} = (4; 2; 2)$$

$$\checkmark \cos \varphi = -\frac{9\sqrt{161}}{161}$$

$$6) \quad \vec{a} = (-1; -1; 2), \quad \vec{b} = (1; -2; -2)$$

$$\checkmark \cos \varphi = -\frac{\sqrt{21}}{21}$$

$$9) \quad \vec{a} = (2; -1; 1), \quad \vec{b} = (-2; -2; -2)$$

$$\checkmark \cos \varphi = -\frac{3\sqrt{65}}{65}$$

$$12) \quad \vec{a} = (2; 2; -1), \quad \vec{b} = (2; 2; 1)$$

$$\checkmark \cos \varphi = 0$$

$$15) \quad \vec{a} = (-1; 2; 1), \quad \vec{b} = (1; 2; -2)$$

$$\checkmark \cos \varphi = -\frac{3\sqrt{221}}{221}$$

$$18) \quad \vec{a} = (2; 1; 2), \quad \vec{b} = (4; 1; -2)$$

$$\checkmark \cos \varphi = -\frac{3\sqrt{2}}{10}$$

$$21) \quad \vec{a} = (2; 2; 2), \quad \vec{b} = (-2; 2; -2)$$

$$\checkmark \cos \varphi = 0$$

$$22) \vec{a} = (2; 2; -1), \vec{b} = (4; 4; 2)$$

$$\checkmark \cos \varphi = -\frac{27\sqrt{1241}}{1241}$$

$$23) \vec{a} = (1; -1; 1), \vec{b} = (-1; -2; -2)$$

$$\checkmark \cos \varphi = -\frac{3\sqrt{35}}{35}$$

$$24) \vec{a} = (-1; -1; 2), \vec{b} = (2; -1; -4)$$

$$\checkmark \cos \varphi = -\frac{\sqrt{5}}{3}$$

$$25) \vec{a} = (-1; -1; -1), \vec{b} = (1; -2; 1)$$

$$\checkmark \cos \varphi = -\frac{1}{3}$$

$$26) \vec{a} = (-1; 1; 1), \vec{b} = (1; 2; -2)$$

$$\checkmark \cos \varphi = -\frac{3\sqrt{35}}{35}$$

$$27) \vec{a} = (-1; 2; -1), \vec{b} = (2; 4; 2)$$

$$\checkmark \cos \varphi = -\frac{9\sqrt{209}}{209}$$

$$28) \vec{a} = (2; -1; 2), \vec{b} = (2; -1; -2)$$

$$\checkmark \cos \varphi = 0$$

$$29) \vec{a} = (-1; 1; 1), \vec{b} = (-2; 2; -2)$$

$$\checkmark \cos \varphi = -\frac{9\sqrt{209}}{209}$$

$$30) \vec{a} = (2; 1; -1), \vec{b} = (-2; 2; 1)$$

$$\checkmark \cos \varphi = -\frac{\sqrt{21}}{21}$$

Задача 149. Найти площадь параллелограмма, построенного на векторах \vec{a} и \vec{b} .

$$1) \vec{a} = (-1; 1; 2), \vec{b} = (2; 1; -4)$$

$$\checkmark 3\sqrt{5}$$

$$2) \vec{a} = (2; 1; -1), \vec{b} = (-2; 2; 1)$$

$$\checkmark 3\sqrt{5}$$

$$3) \vec{a} = (-1; -1; -1), \vec{b} = (1; -1; 1)$$

$$\checkmark 2\sqrt{2}$$

$$4) \vec{a} = (2; 2; 1), \vec{b} = (-4; 4; -1)$$

$$\checkmark 2\sqrt{74}$$

$$5) \vec{a} = (1; -1; 1), \vec{b} = (2; -2; -1)$$

$$\checkmark 3\sqrt{2}$$

$$6) \vec{a} = (1; 2; 2), \vec{b} = (1; 4; -2)$$

$$\checkmark 2\sqrt{41}$$

$$7) \vec{a} = (2; 1; 1), \vec{b} = (-4; 2; -1)$$

$$\checkmark \sqrt{77}$$

$$8) \vec{a} = (-1; 2; 2), \vec{b} = (1; 2; -4)$$

$$\checkmark 2\sqrt{41}$$

$$9) \vec{a} = (2; -1; 1), \vec{b} = (4; -1; -1)$$

$$\checkmark 2\sqrt{11}$$

$$10) \vec{a} = (1; 1; -1), \vec{b} = (-1; 2; 1)$$

$$\checkmark 3\sqrt{2}$$

$$11) \vec{a} = (2; 2; 1), \vec{b} = (-2; 4; -1)$$

$$\checkmark 6\sqrt{5}$$

$$12) \vec{a} = (2; 1; 2), \vec{b} = (-4; 1; -2)$$

$$\checkmark 2\sqrt{17}$$

$$13) \vec{a} = (2; 1; 2), \vec{b} = (2; 1; -4)$$

$$\checkmark 6\sqrt{5}$$

$$14) \vec{a} = (-1; -1; 2), \vec{b} = (2; -1; -2)$$

$$\checkmark \sqrt{29}$$

$$15) \vec{a} = (2; 1; -1), \vec{b} = (2; 1; 2)$$

$$\checkmark 3\sqrt{5}$$

$$16) \vec{a} = (2; 1; 2), \vec{b} = (-2; 1; -2)$$

$$\checkmark 4\sqrt{2}$$

$$17) \vec{a} = (1; 2; 2), \vec{b} = (-2; 4; -2)$$

$$\checkmark 2\sqrt{53}$$

$$18) \vec{a} = (-1; 1; -1), \vec{b} = (1; 1; 2)$$

$$\checkmark \sqrt{14}$$

$$19) \vec{a} = (1; 1; -1), \vec{b} = (1; 1; 1)$$

$$\checkmark 2\sqrt{2}$$

$$20) \vec{a} = (2; 1; 1), \vec{b} = (-4; 1; -1)$$

$$\checkmark 2\sqrt{11}$$

$$21) \vec{a} = (1; -1; 2), \vec{b} = (1; -1; -4)$$

$$\checkmark 6\sqrt{2}$$

$$22) \vec{a} = (2; -1; 2), \vec{b} = (-4; -2; -4)$$

$$\checkmark 8\sqrt{2}$$

$$23) \vec{a} = (-1; 2; 1), \vec{b} = (2; 2; -1)$$

$$\checkmark \sqrt{53}$$

$$24) \vec{a} = (-1; 2; 2), \vec{b} = (1; 4; -2)$$

$$\checkmark 6\sqrt{5}$$

$$25) \vec{a} = (2; -1; 2), \vec{b} = (-4; -1; -4)$$

$$\checkmark 6\sqrt{2}$$

$$26) \vec{a} = (1; 1; 1), \vec{b} = (-2; 1; -2)$$

$$\checkmark 3\sqrt{2}$$

$$27) \vec{a} = (2; -1; 1), \vec{b} = (2; -2; -1)$$

$$\checkmark \sqrt{29}$$

$$28) \vec{a} = (-1; -1; 1), \vec{b} = (-1; -1; -2)$$

$$\checkmark 3\sqrt{2}$$

$$29) \vec{a} = (1; 1; 1), \vec{b} = (2; 2; -2)$$

$$\checkmark 4\sqrt{2}$$

$$30) \vec{a} = (1; 2; 2), \vec{b} = (2; 2; -2)$$

$$\checkmark 2\sqrt{26}$$

Задача 150. Найти вектор \vec{x} , зная что

$$1) \vec{x} \cdot \vec{k} = -4, \vec{x} \times \vec{k} = -2\vec{j}$$

$$\checkmark \vec{x} = (2; 0; -4)$$

$$2) \vec{x} \cdot \vec{k} = 2, \vec{x} \times \vec{k} = 2\vec{i}$$

$$\checkmark \vec{x} = (0; 2; 2)$$

$$3) \vec{x} \cdot \vec{k} = -4, \vec{x} \times \vec{k} = 2\vec{j}$$

$$\checkmark \vec{x} = (-2; 0; -4)$$

$$4) \vec{x} \cdot \vec{i} = 2, \vec{x} \times \vec{i} = -4\vec{k}$$

$$\checkmark \vec{x} = (2; 4; 0)$$

$$5) \vec{x} \cdot \vec{k} = 2, \vec{x} \times \vec{k} = 3\vec{j}$$

$$\checkmark \vec{x} = (-3; 0; 2)$$

$$6) \vec{x} \cdot \vec{j} = 1, \vec{x} \times \vec{j} = 2\vec{i}$$

$$\checkmark \vec{x} = (0; 1; -2)$$

$$7) \vec{x} \cdot \vec{j} = 2, \vec{x} \times \vec{j} = 2\vec{i}$$

$$\checkmark \vec{x} = (0; 2; -2)$$

$$8) \vec{x} \cdot \vec{k} = 1, \vec{x} \times \vec{k} = -\vec{i}$$

$$\checkmark \vec{x} = (0; -1; 1)$$

$$9) \vec{x} \cdot \vec{k} = -2, \vec{x} \times \vec{k} = 4\vec{i}$$

$$\checkmark \vec{x} = (0; 4; -2)$$

$$10) \vec{x} \cdot \vec{i} = -2, \vec{x} \times \vec{i} = 2\vec{k}$$

$$\checkmark \vec{x} = (-2; -2; 0)$$

$$11) \vec{x} \cdot \vec{i} = 1, \vec{x} \times \vec{i} = -4\vec{k}$$

$$\checkmark \vec{x} = (1; 4; 0)$$

$$12) \vec{x} \cdot \vec{j} = -2, \vec{x} \times \vec{j} = -4\vec{i}$$

$$\checkmark \vec{x} = (0; -2; 4)$$

$$13) \vec{x} \cdot \vec{k} = -2, \vec{x} \times \vec{k} = -2\vec{j}$$

$$\checkmark \vec{x} = (2; 0; -2)$$

$$14) \vec{x} \cdot \vec{k} = -2, \vec{x} \times \vec{k} = \vec{j}$$

$$\checkmark \vec{x} = (-1; 0; -2)$$

$$15) \vec{x} \cdot \vec{j} = -1, \vec{x} \times \vec{j} = 2\vec{i}$$

$$\checkmark \vec{x} = (0; -1; -2)$$

$$16) \vec{x} \cdot \vec{i} = 2, \vec{x} \times \vec{i} = -2\vec{k}$$

$$\checkmark \vec{x} = (2; 2; 0)$$

$$17) \vec{x} \cdot \vec{k} = 1, \vec{x} \times \vec{k} = \vec{i}$$

$$\checkmark \vec{x} = (0; 1; 1)$$

$$18) \vec{x} \cdot \vec{k} = 3, \vec{x} \times \vec{k} = 2\vec{i}$$

$$\checkmark \vec{x} = (0; 2; 3)$$

$$19) \vec{x} \cdot \vec{k} = -1, \vec{x} \times \vec{k} = 4\vec{j}$$

$$\checkmark \vec{x} = (-4; 0; -1)$$

$$20) \vec{x} \cdot \vec{j} = 4, \vec{x} \times \vec{j} = -\vec{i}$$

$$\checkmark \vec{x} = (0; 4; 1)$$

$$21) \vec{x} \cdot \vec{k} = 2, \vec{x} \times \vec{k} = 4\vec{i}$$

$$\checkmark \vec{x} = (0; 4; 2)$$

$$22) \vec{x} \cdot \vec{j} = 3, \vec{x} \times \vec{j} = \vec{i}$$

$$\checkmark \vec{x} = (0; 3; -1)$$

$$23) \vec{x} \cdot \vec{k} = -4, \vec{x} \times \vec{k} = \vec{j}$$

$$\checkmark \vec{x} = (-1; 0; -4)$$

$$24) \vec{x} \cdot \vec{k} = -4, \vec{x} \times \vec{k} = -\vec{j}$$

$$\checkmark \vec{x} = (1; 0; -4)$$

- 25) $\vec{x} \cdot \vec{k} = -3$, $\vec{x} \times \vec{k} = 2\vec{j}$ 26) $\vec{x} \cdot \vec{j} = -2$, $\vec{x} \times \vec{j} = \vec{i}$ 27) $\vec{x} \cdot \vec{j} = 4$, $\vec{x} \times \vec{j} = -3\vec{i}$ 28) $\vec{x} \cdot \vec{i} = -2$, $\vec{x} \times \vec{i} = -\vec{k}$
 ✓ $\vec{x} = (-2; 0; -3)$ ✓ $\vec{x} = (0; -2; -1)$ ✓ $\vec{x} = (0; 4; 3)$ ✓ $\vec{x} = (-2; 1; 0)$
- 29) $\vec{x} \cdot \vec{k} = 3$, $\vec{x} \times \vec{k} = 4\vec{i}$ 30) $\vec{x} \cdot \vec{k} = -2$, $\vec{x} \times \vec{k} = 2\vec{j}$
 ✓ $\vec{x} = (0; 4; 3)$ ✓ $\vec{x} = (-2; 0; -2)$

Задача 151. Решить задачу на тему «Смешанное произведение векторов»

- 1) Вычислить смешанное произведение векторов $\vec{a} = (1; 3; -20)$, $\vec{b} = (1; -4; 15)$ и $\vec{c} = (1; 5; -12)$.
 ✓ -126
- 2) Лежат ли векторы $\vec{a} = (1; 3; 4)$, $\vec{b} = (-2; -2; 0)$ и $\vec{c} = (4; 2; -4)$ в одной плоскости?
 ✓ да
- 3) Лежат ли точки $A(4; 4; 0)$, $B = (2; -2; -8)$, $C = (-2; 3; 10)$ и $D = (-2; -2; 0)$ в одной плоскости?
 ✓ да
- 4) Лежат ли векторы $\vec{a} = (1; 3; 15)$, $\vec{b} = (2; -2; -2)$ и $\vec{c} = (1; 2; 11)$ в одной плоскости?
 ✓ да
- 5) Лежат ли точки $A(4; 1; 0)$, $B = (2; -2; -13)$, $C = (-2; 3; -6)$ и $D = (-1; -1; -16)$ в одной плоскости?
 ✓ да
- 6) Вычислить объём параллелепипеда, построенного на векторах $\vec{a} = (7; -1; 4)$, $\vec{b} = (2; -8; 4)$ и $\vec{c} = (4; -4; 4)$.
 ✓ 24
- 7) Лежат ли точки $A(3; 4; 0)$, $B = (3; -1; 10)$, $C = (-2; 4; 5)$ и $D = (-2; -1; 15)$ в одной плоскости?
 ✓ да
- 8) Вычислить объём параллелепипеда, построенного на векторах $\vec{a} = (-3; 1; -2)$, $\vec{b} = (-3; 0; -2)$ и $\vec{c} = (-2; 2; -2)$.
 ✓ 2
- 9) Лежат ли точки $A(3; 3; 0)$, $B = (3; -1; 4)$, $C = (-1; 3; 8)$ и $D = (-1; -2; 13)$ в одной плоскости?
 ✓ да
- 10) Вычислить, правой или левой будет тройка векторов $\vec{a} = (1; -4; 16)$, $\vec{b} = (1; 3; 9)$ и $\vec{c} = (1; -2; 4)$.
 ✓ $\vec{a}\vec{b}\vec{c} = -70$
- 11) Вычислить объём треугольной пирамиды, построенной на векторах $\vec{a} = (52; 24; 1)$, $\vec{b} = (37; 6; 1)$ и $\vec{c} = (61; -30; 1)$.
 ✓ 162
- 12) Лежат ли точки $A(2; 1; 0)$, $B = (2; -2; 3)$, $C = (-1; 1; 6)$ и $D = (-1; -2; 9)$ в одной плоскости?
 ✓ да
- 13) Лежат ли точки $A(3; 3; 0)$, $B = (3; -1; -12)$, $C = (-1; 1; -14)$ и $D = (-2; -2; -25)$ в одной плоскости?
 ✓ да
- 14) Вычислить объём треугольной пирамиды, построенной на векторах $\vec{a} = (52; 24; 1)$, $\vec{b} = (37; 6; 1)$ и $\vec{c} = (61; 30; 1)$.
 ✓ 12
- 15) Лежат ли точки $A(3; 1; 0)$, $B = (4; -2; -10)$, $C = (-1; 4; 13)$ и $D = (-2; -1; -1)$ в одной плоскости?
 ✓ да
- 16) Вычислить объём параллелепипеда, построенного на векторах $\vec{a} = (5; 3; 1)$, $\vec{b} = (5; 7; 1)$ и $\vec{c} = (1; -1; 1)$.
 ✓ 16
- 17) Вычислить, правой или левой будет тройка векторов $\vec{a} = (1; 2; 4)$, $\vec{b} = (1; 3; 9)$ и $\vec{c} = (1; -2; 4)$.
 ✓ $\vec{a}\vec{b}\vec{c} = 20$
- 18) Будут ли векторы $\vec{a} = (7; -2; 1)$, $\vec{b} = (2; 3; 1)$ и $\vec{c} = (1; 4; 1)$ компланарны?
 ✓ да
- 19) Вычислить, правой или левой будет тройка векторов $\vec{a} = (1; 4; 16)$, $\vec{b} = (1; 1; 1)$ и $\vec{c} = (1; -5; 25)$.
 ✓ $\vec{a}\vec{b}\vec{c} = -162$
- 20) Лежат ли векторы $\vec{a} = (-2; 4; 18)$, $\vec{b} = (3; -1; -7)$ и $\vec{c} = (3; 2; 5)$ в одной плоскости?
 ✓ да
- 21) Лежат ли векторы $\vec{a} = (-2; 4; 12)$, $\vec{b} = (2; -2; -8)$ и $\vec{c} = (1; 1; 0)$ в одной плоскости?
 ✓ да
- 22) Будут ли векторы $\vec{a} = (5; -5; 1)$, $\vec{b} = (-3; 3; 1)$ и $\vec{c} = (-2; 2; 1)$ компланарны?
 ✓ да
- 23) Вычислить объём параллелепипеда, построенного на векторах $\vec{a} = (-4; 0; -2)$, $\vec{b} = (0; 6; -2)$ и $\vec{c} = (-2; 2; -2)$.
 ✓ 8
- 24) Будут ли векторы $\vec{a} = (5; -2; 1)$, $\vec{b} = (0; 3; 1)$ и $\vec{c} = (1; 2; 1)$ компланарны?
 ✓ да
- 25) Вычислить объём параллелепипеда, построенного на векторах $\vec{a} = (3; -1; 2)$, $\vec{b} = (4; 2; 2)$ и $\vec{c} = (2; -2; 2)$.
 ✓ 4
- 26) Вычислить, правой или левой будет тройка векторов $\vec{a} = (1; -4; 16)$, $\vec{b} = (1; 1; 1)$ и $\vec{c} = (1; -5; 25)$.
 ✓ $\vec{a}\vec{b}\vec{c} = 30$
- 27) Вычислить объём параллелепипеда, построенного на векторах $\vec{a} = (-2; 0; -1)$, $\vec{b} = (-2; -1; -1)$ и $\vec{c} = (-1; 1; -1)$.
 ✓ 1

28) Вычислить объём параллелепипеда, построенного на векторах $\vec{a} = (3; -1; 2)$, $\vec{b} = (1; -4; 2)$ и $\vec{c} = (2; -2; 2)$.

✓ 2

29) Лежат ли векторы $\vec{a} = (4; 3; 2)$, $\vec{b} = (4; -2; 12)$ и $\vec{c} = (-2; 2; -8)$ в одной плоскости?

✓ да

30) Лежат ли точки $A(2; 1; 0)$, $B = (2; -1; -2)$, $C = (-2; 1; -8)$ и $D = (-2; -2; -11)$ в одной плоскости?

✓ да

Задача 152. На векторах \vec{AB} , \vec{AC} , \vec{AS} построена треугольная пирамида. Найти длину высоты, опущенной из вершины S на грань ABC .

1) $\vec{AB} = (2; 5; 1)$, $\vec{AC} = (-2; -1; 1)$, $\vec{AS} = (0; 4; 1)$

✓ $\frac{24\sqrt{29}}{29}$

3) $\vec{AB} = (3; 4; 1)$, $\vec{AC} = (-2; -1; 1)$, $\vec{AS} = (1; 3; 1)$

✓ $2\sqrt{3}$

5) $\vec{AB} = (3; 5; 1)$, $\vec{AC} = (-2; -1; 1)$, $\vec{AS} = (1; 4; 1)$

✓ $\frac{21\sqrt{110}}{55}$

7) $\vec{AB} = (2; 4; 1)$, $\vec{AC} = (-2; -1; 1)$, $\vec{AS} = (0; 3; 1)$

✓ $\frac{36\sqrt{77}}{77}$

9) $\vec{AB} = (4; 5; 1)$, $\vec{AC} = (-2; -2; 1)$, $\vec{AS} = (2; 3; 1)$

✓ $\frac{12\sqrt{89}}{89}$

11) $\vec{AB} = (5; 4; 1)$, $\vec{AC} = (-3; -1; 1)$, $\vec{AS} = (2; 3; 1)$

✓ $\frac{7\sqrt{138}}{23}$

13) $\vec{AB} = (4; 6; 1)$, $\vec{AC} = (-3; -2; 1)$, $\vec{AS} = (1; 4; 1)$

✓ $\frac{20\sqrt{213}}{71}$

15) $\vec{AB} = (3; 5; 1)$, $\vec{AC} = (-3; -1; 1)$, $\vec{AS} = (0; 4; 1)$

✓ $2\sqrt{6}$

17) $\vec{AB} = (2; 5; 1)$, $\vec{AC} = (-2; -2; 1)$, $\vec{AS} = (0; 3; 1)$

✓ $\frac{36\sqrt{101}}{101}$

19) $\vec{AB} = (5; 5; 1)$, $\vec{AC} = (-3; -2; 1)$, $\vec{AS} = (2; 3; 1)$

✓ $\frac{5\sqrt{138}}{23}$

21) $\vec{AB} = (4; 6; 1)$, $\vec{AC} = (-2; -2; 1)$, $\vec{AS} = (2; 4; 1)$

✓ $\frac{12\sqrt{29}}{29}$

23) $\vec{AB} = (3; 5; 1)$, $\vec{AC} = (-3; -2; 1)$, $\vec{AS} = (0; 3; 1)$

✓ $\frac{27\sqrt{166}}{83}$

2) $\vec{AB} = (4; 4; 1)$, $\vec{AC} = (-3; -1; 1)$, $\vec{AS} = (1; 3; 1)$

✓ $\frac{8\sqrt{138}}{23}$

4) $\vec{AB} = (4; 5; 1)$, $\vec{AC} = (-3; -2; 1)$, $\vec{AS} = (1; 3; 1)$

✓ $2\sqrt{3}$

6) $\vec{AB} = (5; 6; 1)$, $\vec{AC} = (-3; -2; 1)$, $\vec{AS} = (2; 4; 1)$

✓ $2\sqrt{3}$

8) $\vec{AB} = (3; 4; 1)$, $\vec{AC} = (-3; -1; 1)$, $\vec{AS} = (0; 3; 1)$

✓ $\frac{27\sqrt{142}}{71}$

10) $\vec{AB} = (4; 5; 1)$, $\vec{AC} = (-2; -1; 1)$, $\vec{AS} = (2; 4; 1)$

✓ $2\sqrt{3}$

12) $\vec{AB} = (5; 5; 1)$, $\vec{AC} = (-3; -1; 1)$, $\vec{AS} = (2; 4; 1)$

✓ $3\sqrt{2}$

14) $\vec{AB} = (4; 4; 1)$, $\vec{AC} = (-2; -1; 1)$, $\vec{AS} = (2; 3; 1)$

✓ $\frac{24\sqrt{77}}{77}$

16) $\vec{AB} = (4; 5; 1)$, $\vec{AC} = (-3; -1; 1)$, $\vec{AS} = (1; 4; 1)$

✓ $\frac{33\sqrt{206}}{103}$

18) $\vec{AB} = (3; 5; 1)$, $\vec{AC} = (-2; -2; 1)$, $\vec{AS} = (1; 3; 1)$

✓ $\frac{4\sqrt{10}}{5}$

20) $\vec{AB} = (2; 6; 1)$, $\vec{AC} = (-2; -2; 1)$, $\vec{AS} = (0; 4; 1)$

✓ 4

22) $\vec{AB} = (3; 6; 1)$, $\vec{AC} = (-2; -2; 1)$, $\vec{AS} = (1; 4; 1)$

✓ $\frac{36\sqrt{5}}{25}$

24) $\vec{AB} = (3; 6; 1)$, $\vec{AC} = (-3; -2; 1)$, $\vec{AS} = (0; 4; 1)$

✓ $\frac{36\sqrt{61}}{61}$

Задача 153. Доказать, что векторы \vec{u} , \vec{v} и \vec{w} образуют базис и найти координаты вектора \vec{q} в этом базисе, если

- | | | | | |
|-------------------------------|------------------------------|-------------------------------|------------------------------|-----------------------------|
| $\vec{u} = (-2; 18; 3)$ | $\vec{u} = (-4; 0; 3)$ | $\vec{u} = (13; 12; 3)$ | $\vec{u} = (-10; 12; 3)$ | $\vec{u} = (-2; 1; 2)$ |
| 1) $\vec{v} = (-6; 15; 3)$ | 2) $\vec{v} = (-10; -5; 5)$ | 3) $\vec{v} = (-6; -10; -2)$ | 4) $\vec{v} = (-6; 15; 3)$ | 5) $\vec{v} = (4; 2; -2)$ |
| $\vec{w} = (5; 0; 1)$ | $\vec{w} = (7; -5; 0)$ | $\vec{w} = (-13; -5; -2)$ | $\vec{w} = (-3; -5; -2)$ | $\vec{w} = (-3; 7; -2)$ |
| $\vec{q} = (5; -12; -4)$ | $\vec{q} = (19; 20; -12)$ | $\vec{q} = (51; 84; 17)$ | $\vec{q} = (11; -28; -4)$ | $\vec{q} = (-19; -4; 20)$ |
| ✓ $\vec{q} = (1; -2; -1)$ | ✓ $\vec{q} = (1; -3; -1)$ | ✓ $\vec{q} = (7; -2; 4)$ | ✓ $\vec{q} = (1; -3; -1)$ | ✓ $\vec{q} = (7; -2; -1)$ |
| $\vec{u} = (-2; 1; 2)$ | $\vec{u} = (4; 1; 2)$ | $\vec{u} = (-6; -5; 2)$ | $\vec{u} = (7; 0; 3)$ | $\vec{u} = (-2; 13; 2)$ |
| 6) $\vec{v} = (-6; -3; 3)$ | 7) $\vec{v} = (15; -5; 5)$ | 8) $\vec{v} = (-10; -5; 5)$ | 9) $\vec{v} = (-6; 2; -2)$ | 10) $\vec{v} = (-6; 15; 3)$ |
| $\vec{w} = (5; -6; 1)$ | $\vec{w} = (-4; -6; 1)$ | $\vec{w} = (7; -5; 0)$ | $\vec{w} = (-4; -6; 1)$ | $\vec{w} = (7; -5; 0)$ |
| $\vec{q} = (36; -14; -3)$ | $\vec{q} = (-57; -8; -9)$ | $\vec{q} = (16; -40; -1)$ | $\vec{q} = (45; -28; 29)$ | $\vec{q} = (3; -12; -4)$ |
| ✓ $\vec{q} = (1; -3; 4)$ | ✓ $\vec{q} = (1; -3; 4)$ | ✓ $\vec{q} = (7; -3; 4)$ | ✓ $\vec{q} = (7; -2; 4)$ | ✓ $\vec{q} = (1; -2; -1)$ |
| $\vec{u} = (-10; 12; 3)$ | $\vec{u} = (-14; 1; -4)$ | $\vec{u} = (-8; -23; -4)$ | $\vec{u} = (10; 7; -4)$ | |
| 11) $\vec{v} = (-6; 15; 3)$ | 12) $\vec{v} = (9; -3; 3)$ | 13) $\vec{v} = (9; 15; 3)$ | 14) $\vec{v} = (-6; -3; 3)$ | |
| $\vec{w} = (7; -5; 0)$ | $\vec{w} = (-7; 5; 0)$ | $\vec{w} = (-7; 5; 0)$ | $\vec{w} = (5; -6; 1)$ | |
| $\vec{q} = (-30; 34; 15)$ | $\vec{q} = (-144; 33; -34)$ | $\vec{q} = (-63; -48; -13)$ | $\vec{q} = (17; 19; -11)$ | |
| ✓ $\vec{q} = (7; -2; 4)$ | ✓ $\vec{q} = (7; -2; 4)$ | ✓ $\vec{q} = (1; -3; 4)$ | ✓ $\vec{q} = (1; -2; -1)$ | |
| $\vec{u} = (-16; -17; -4)$ | $\vec{u} = (-2; 1; 2)$ | $\vec{u} = (-2; -6; 3)$ | $\vec{u} = (-6; 1; 2)$ | |
| 15) $\vec{v} = (15; 25; 5)$ | 16) $\vec{v} = (-6; -3; 3)$ | 17) $\vec{v} = (-10; -5; 5)$ | 18) $\vec{v} = (4; 2; -2)$ | |
| $\vec{w} = (1; -15; -2)$ | $\vec{w} = (7; -5; 0)$ | $\vec{w} = (-7; -5; 0)$ | $\vec{w} = (11; 7; -2)$ | |
| $\vec{q} = (-158; -179; -41)$ | $\vec{q} = (-9; 18; 8)$ | $\vec{q} = (35; 14; -12)$ | $\vec{q} = (26; 23; 0)$ | |
| ✓ $\vec{q} = (7; -3; -1)$ | ✓ $\vec{q} = (7; -2; -1)$ | ✓ $\vec{q} = (1; -3; -1)$ | ✓ $\vec{q} = (1; -3; 4)$ | |
| $\vec{u} = (11; -6; 3)$ | $\vec{u} = (4; 7; 2)$ | $\vec{u} = (4; 13; 2)$ | $\vec{u} = (-8; 1; 2)$ | |
| 19) $\vec{v} = (15; -5; 5)$ | 20) $\vec{v} = (15; 25; 5)$ | 21) $\vec{v} = (9; 15; 3)$ | 22) $\vec{v} = (-10; -5; 5)$ | |
| $\vec{w} = (-7; -5; 0)$ | $\vec{w} = (-4; 10; 1)$ | $\vec{w} = (-13; -15; -2)$ | $\vec{w} = (-3; -3; -2)$ | |
| $\vec{q} = (-62; -11; -12)$ | $\vec{q} = (-22; -53; -9)$ | $\vec{q} = (-66; -77; -12)$ | $\vec{q} = (25; 19; -11)$ | |
| ✓ $\vec{q} = (1; -3; 4)$ | ✓ $\vec{q} = (1; -2; -1)$ | ✓ $\vec{q} = (1; -2; 4)$ | ✓ $\vec{q} = (1; -3; -1)$ | |
| $\vec{u} = (-10; -17; -4)$ | $\vec{u} = (4; -17; -4)$ | $\vec{u} = (11; 0; 3)$ | $\vec{u} = (4; 1; -4)$ | |
| 23) $\vec{v} = (15; 25; 5)$ | 24) $\vec{v} = (-6; 15; 3)$ | 25) $\vec{v} = (9; -3; 3)$ | 26) $\vec{v} = (-10; -5; 5)$ | |
| $\vec{w} = (7; 5; 0)$ | $\vec{w} = (-9; 10; 1)$ | $\vec{w} = (10; 4; 1)$ | $\vec{w} = (5; -6; 1)$ | |
| $\vec{q} = (-47; -72; -14)$ | $\vec{q} = (-20; -7; -6)$ | $\vec{q} = (90; 25; 16)$ | $\vec{q} = (29; 22; -20)$ | |
| ✓ $\vec{q} = (1; -2; -1)$ | ✓ $\vec{q} = (1; -2; 4)$ | ✓ $\vec{q} = (7; -3; 4)$ | ✓ $\vec{q} = (1; -3; -1)$ | |
| $\vec{u} = (-6; -5; 2)$ | $\vec{u} = (-4; 18; 3)$ | $\vec{u} = (-16; -23; -4)$ | $\vec{u} = (-10; -17; -4)$ | |
| 27) $\vec{v} = (-10; -5; 5)$ | 28) $\vec{v} = (4; -10; -2)$ | 29) $\vec{v} = (15; 25; 5)$ | 30) $\vec{v} = (9; 15; 3)$ | |
| $\vec{w} = (11; 7; -2)$ | $\vec{w} = (5; 10; 1)$ | $\vec{w} = (-13; -5; -2)$ | $\vec{w} = (7; 5; 0)$ | |
| $\vec{q} = (22; 3; -4)$ | $\vec{q} = (-21; 38; 8)$ | $\vec{q} = (-129; -206; -36)$ | $\vec{q} = (-95; -154; -34)$ | |
| ✓ $\vec{q} = (7; -2; 4)$ | ✓ $\vec{q} = (1; -3; -1)$ | ✓ $\vec{q} = (7; -2; -1)$ | ✓ $\vec{q} = (7; -2; -1)$ | |

Задача 154. Вычислить ранг системы векторов, найти какой-либо базис, выразить небазисные векторы через базис.

- | | | | |
|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|--------------------------------|
| $\vec{x}_1 = (-4; 18; 3)$ | $\vec{x}_1 = (-8; -6; 3)$ | $\vec{x}_1 = (10; 7; 2)$ | $\vec{x}_1 = (8; 13; 2)$ |
| 1) $\vec{x}_2 = (-10; 25; 5)$ | 2) $\vec{x}_2 = (-6; -3; 3)$ | 3) $\vec{x}_2 = (15; 25; 5)$ | 4) $\vec{x}_2 = (-6; -10; -2)$ |
| $\vec{x}_3 = (11; -15; -2)$ | $\vec{x}_3 = (7; -5; 0)$ | $\vec{x}_3 = (-7; -5; 0)$ | $\vec{x}_3 = (-4; 10; 1)$ |
| $\vec{x}_4 = (15; -42; -10)$ | $\vec{x}_4 = (32; -20; -3)$ | $\vec{x}_4 = (-28; -63; -13)$ | $\vec{x}_4 = (72; 101; 17)$ |
| ✓ $\vec{x}_4 = (1; -3; -1)$ | ✓ $\vec{x}_4 = (1; -2; 4)$ | ✓ $\vec{x}_4 = (1; -3; -1)$ | ✓ $\vec{x}_4 = (7; -2; -1)$ |
| $\vec{x}_1 = (-10; 1; -4)$ | $\vec{x}_1 = (-16; 7; -4)$ | $\vec{x}_1 = (-10; 1; -4)$ | $\vec{x}_1 = (-2; 1; 2)$ |
| 5) $\vec{x}_2 = (15; -5; 5)$ | 6) $\vec{x}_2 = (15; -5; 5)$ | 7) $\vec{x}_2 = (9; -3; 3)$ | 8) $\vec{x}_2 = (-10; -5; 5)$ |
| $\vec{x}_3 = (-7; 5; 0)$ | $\vec{x}_3 = (7; 5; 0)$ | $\vec{x}_3 = (7; -5; 0)$ | $\vec{x}_3 = (-9; 4; 1)$ |
| $\vec{x}_4 = (-143; 42; -43)$ | $\vec{x}_4 = (-164; 59; -43)$ | $\vec{x}_4 = (-69; -4; -37)$ | $\vec{x}_4 = (37; 12; -14)$ |
| ✓ $\vec{x}_4 = (7; -3; 4)$ | ✓ $\vec{x}_4 = (7; -3; -1)$ | ✓ $\vec{x}_4 = (7; -3; 4)$ | ✓ $\vec{x}_4 = (1; -3; -1)$ |

- | | | | |
|---|--|---|---|
| 9) $\vec{x}_1 = (-10; 0; 3)$
$\vec{x}_2 = (-10; -5; 5)$
$\vec{x}_3 = (11; 7; -2)$
$\vec{x}_4 = (-1; 3; -5)$
✓ $\vec{x}_4 = (1; -2; -1)$ | 10) $\vec{x}_1 = (-8; -17; -4)$
$\vec{x}_2 = (9; 15; 3)$
$\vec{x}_3 = (-13; -15; -2)$
$\vec{x}_4 = (-126; -209; -42)$
✓ $\vec{x}_4 = (7; -2; 4)$ | 11) $\vec{x}_1 = (-4; 18; 3)$
$\vec{x}_2 = (-6; 15; 3)$
$\vec{x}_3 = (7; -5; 0)$
$\vec{x}_4 = (12; 76; 15)$
✓ $\vec{x}_4 = (7; -2; 4)$ | 12) $\vec{x}_1 = (4; 7; -4)$
$\vec{x}_2 = (-6; -3; 3)$
$\vec{x}_3 = (-9; -6; 1)$
$\vec{x}_4 = (-20; -11; -6)$
✓ $\vec{x}_4 = (1; -2; 4)$ |
| 13) $\vec{x}_1 = (4; 1; -4)$
$\vec{x}_2 = (-10; -5; 5)$
$\vec{x}_3 = (5; 4; 1)$
$\vec{x}_4 = (53; 18; -44)$
✓ $\vec{x}_4 = (7; -3; -1)$ | 14) $\vec{x}_1 = (-14; 7; -4)$
$\vec{x}_2 = (-6; 2; -2)$
$\vec{x}_3 = (-4; 4; 1)$
$\vec{x}_4 = (-18; 19; 4)$
✓ $\vec{x}_4 = (1; -2; 4)$ | 15) $\vec{x}_1 = (4; 7; 2)$
$\vec{x}_2 = (15; 25; 5)$
$\vec{x}_3 = (10; 0; 1)$
$\vec{x}_4 = (-12; -1; 3)$
✓ $\vec{x}_4 = (7; -2; -1)$ | 16) $\vec{x}_1 = (-4; 12; 3)$
$\vec{x}_2 = (-6; 15; 3)$
$\vec{x}_3 = (-9; 10; 1)$
$\vec{x}_4 = (-1; 29; 11)$
✓ $\vec{x}_4 = (7; -3; -1)$ |
| 17) $\vec{x}_1 = (-10; 12; 3)$
$\vec{x}_2 = (-6; 15; 3)$
$\vec{x}_3 = (5; 10; 1)$
$\vec{x}_4 = (-63; 44; 14)$
✓ $\vec{x}_4 = (7; -2; -1)$ | 18) $\vec{x}_1 = (13; 12; 3)$
$\vec{x}_2 = (9; 15; 3)$
$\vec{x}_3 = (1; -15; -2)$
$\vec{x}_4 = (-15; -18; -4)$
✓ $\vec{x}_4 = (1; -3; -1)$ | 19) $\vec{x}_1 = (-2; 13; 2)$
$\vec{x}_2 = (-10; 25; 5)$
$\vec{x}_3 = (7; 5; 0)$
$\vec{x}_4 = (21; -67; -13)$
✓ $\vec{x}_4 = (1; -3; -1)$ | 20) $\vec{x}_1 = (-8; -17; -4)$
$\vec{x}_2 = (-6; -10; -2)$
$\vec{x}_3 = (7; -5; 0)$
$\vec{x}_4 = (32; -17; 0)$
✓ $\vec{x}_4 = (1; -2; 4)$ |
| 21) $\vec{x}_1 = (5; 12; 3)$
$\vec{x}_2 = (-6; -10; -2)$
$\vec{x}_3 = (10; 10; 1)$
$\vec{x}_4 = (57; 72; 11)$
✓ $\vec{x}_4 = (1; -2; 4)$ | 22) $\vec{x}_1 = (-8; -23; -4)$
$\vec{x}_2 = (-6; -10; -2)$
$\vec{x}_3 = (-7; 5; 0)$
$\vec{x}_4 = (-18; 27; 2)$
✓ $\vec{x}_4 = (1; -3; 4)$ | 23) $\vec{x}_1 = (-10; 1; -4)$
$\vec{x}_2 = (-6; 2; -2)$
$\vec{x}_3 = (1; -3; -2)$
$\vec{x}_4 = (-59; 6; -22)$
✓ $\vec{x}_4 = (7; -2; -1)$ | 24) $\vec{x}_1 = (10; -23; -4)$
$\vec{x}_2 = (-10; 25; 5)$
$\vec{x}_3 = (5; 0; 1)$
$\vec{x}_4 = (60; -98; -15)$
✓ $\vec{x}_4 = (1; -3; 4)$ |
| 25) $\vec{x}_1 = (-6; 13; 2)$
$\vec{x}_2 = (-10; 25; 5)$
$\vec{x}_3 = (7; -5; 0)$
$\vec{x}_4 = (6; 21; 4)$
✓ $\vec{x}_4 = (7; -2; 4)$ | 26) $\vec{x}_1 = (-8; -5; 2)$
$\vec{x}_2 = (4; 2; -2)$
$\vec{x}_3 = (-7; 5; 0)$
$\vec{x}_4 = (-57; -44; 18)$
✓ $\vec{x}_4 = (7; -2; -1)$ | 27) $\vec{x}_1 = (-8; 13; 2)$
$\vec{x}_2 = (-6; 15; 3)$
$\vec{x}_3 = (-3; -15; -2)$
$\vec{x}_4 = (-8; -77; -12)$
✓ $\vec{x}_4 = (1; -2; 4)$ | 28) $\vec{x}_1 = (-14; 1; -4)$
$\vec{x}_2 = (9; -3; 3)$
$\vec{x}_3 = (-13; -3; -2)$
$\vec{x}_4 = (-177; 4; -45)$
✓ $\vec{x}_4 = (7; -3; 4)$ |
| 29) $\vec{x}_1 = (-2; 7; 2)$
$\vec{x}_2 = (-6; 15; 3)$
$\vec{x}_3 = (11; -5; -2)$
$\vec{x}_4 = (-1; -18; -2)$
✓ $\vec{x}_4 = (1; -2; -1)$ | 30) $\vec{x}_1 = (-6; 7; 2)$
$\vec{x}_2 = (4; -10; -2)$
$\vec{x}_3 = (-3; -15; -2)$
$\vec{x}_4 = (-26; -33; -2)$
✓ $\vec{x}_4 = (1; -2; 4)$ | | |

Задача 155. Найти координаты центра и радиус окружности

- | | | |
|---|---|---|
| 1) $x^2 + y^2 + 4x + 2y - 4 = 0$
✓ $O(-2; -1), R = 3$ | 2) $x^2 + y^2 + 4x + 8y - 16 = 0$
✓ $O(-2; -4), R = 6$ | 3) $x^2 + y^2 + 14x + 6y - 42 = 0$
✓ $O(-7; -3), R = 10$ |
| 4) $x^2 + y^2 + 12x + 6y - 36 = 0$
✓ $O(-6; -3), R = 9$ | 5) $x^2 + y^2 + 8x + 2y - 8 = 0$
✓ $O(-4; -1), R = 5$ | 6) $x^2 + y^2 + 12x + 2y - 12 = 0$
✓ $O(-6; -1), R = 7$ |
| 7) $x^2 + y^2 + 2x + 10y - 10 = 0$
✓ $O(-1; -5), R = 6$ | 8) $x^2 + y^2 + 10x + 10y - 50 = 0$
✓ $O(-5; -5), R = 10$ | 9) $x^2 + y^2 + 14x + 4y - 28 = 0$
✓ $O(-7; -2), R = 9$ |
| 10) $x^2 + y^2 + 2x + 8y - 8 = 0$
✓ $O(-1; -4), R = 5$ | 11) $x^2 + y^2 + 12x + 10y - 60 = 0$
✓ $O(-6; -5), R = 11$ | 12) $x^2 + y^2 + 10x + 2y - 10 = 0$
✓ $O(-5; -1), R = 6$ |
| 13) $x^2 + y^2 + 6x + 8y - 24 = 0$
✓ $O(-3; -4), R = 7$ | 14) $x^2 + y^2 + 2x + 2y - 2 = 0$
✓ $O(-1; -1), R = 2$ | 15) $x^2 + y^2 + 8x + 6y - 24 = 0$
✓ $O(-4; -3), R = 7$ |
| 16) $x^2 + y^2 + 4x + 10y - 20 = 0$
✓ $O(-2; -5), R = 7$ | 17) $x^2 + y^2 + 14x + 10y - 70 = 0$
✓ $O(-7; -5), R = 12$ | 18) $x^2 + y^2 + 4x + 4y - 8 = 0$
✓ $O(-2; -2), R = 4$ |
| 19) $x^2 + y^2 + 14x + 2y - 14 = 0$
✓ $O(-7; -1), R = 8$ | 20) $x^2 + y^2 + 2x + 6y - 6 = 0$
✓ $O(-1; -3), R = 4$ | 21) $x^2 + y^2 + 6x + 10y - 30 = 0$
✓ $O(-3; -5), R = 8$ |
| 22) $x^2 + y^2 + 8x + 10y - 40 = 0$
✓ $O(-4; -5), R = 9$ | 23) $x^2 + y^2 + 6x + 4y - 12 = 0$
✓ $O(-3; -2), R = 5$ | 24) $x^2 + y^2 + 10x + 6y - 30 = 0$
✓ $O(-5; -3), R = 8$ |

$$25) x^2 + y^2 + 6x + 2y - 6 = 0$$

$$\checkmark O(-3; -1), R = 4$$

$$28) x^2 + y^2 + 10x + 4y - 20 = 0$$

$$\checkmark O(-5; -2), R = 7$$

$$26) x^2 + y^2 + 2x + 4y - 4 = 0$$

$$\checkmark O(-1; -2), R = 3$$

$$29) x^2 + y^2 + 8x + 8y - 32 = 0$$

$$\checkmark O(-4; -4), R = 8$$

$$27) x^2 + y^2 + 8x + 4y - 16 = 0$$

$$\checkmark O(-4; -2), R = 6$$

$$30) x^2 + y^2 + 10x + 8y - 40 = 0$$

$$\checkmark O(-5; -4), R = 9$$

Задача 156. Определить вид кривой второго порядка, привести к каноническому виду и изобразить.

$$1) 2x^2 - 2y^2 + 8x - 4y - 2 = 0$$

$$\checkmark \text{ Гипербола: } \frac{(x+2)^2}{4} - \frac{(y+1)^2}{4} = 1, O(-2; -1)$$

$$3) 2x^2 - 5y^2 + 20x + 40y - 80 = 0$$

$$\checkmark \text{ Гипербола: } \frac{(x+5)^2}{25} - \frac{(y-4)^2}{10} = 1, O(-5; 4)$$

$$5) 2x^2 - 2y^2 + 8x - 16y - 32 = 0$$

$$\checkmark \text{ Гипербола: } \frac{(x+2)^2}{4} - \frac{(y+4)^2}{4} = 1, O(-2; -4)$$

$$7) 6x^2 - 5y^2 + 60x - 30y - 45 = 0$$

$$\checkmark \text{ Гипербола: } \frac{(x+5)^2}{25} - \frac{(y+3)^2}{30} = 1, O(-5; -3)$$

$$9) 5x^2 + 6y^2 + 60x + 24y + 24 = 0$$

$$\checkmark \text{ Эллипс: } \frac{(x+6)^2}{36} + \frac{(y+2)^2}{30} = 1, O(-6; -2)$$

$$11) 5x^2 - 2y^2 + 20x + 8y - 8 = 0$$

$$\checkmark \text{ Гипербола: } \frac{(x+2)^2}{4} - \frac{(y-2)^2}{10} = 1, O(-2; 2)$$

$$13) 2x^2 + 4y^2 + 16x - 40y + 100 = 0$$

$$\checkmark \text{ Эллипс: } \frac{(x+4)^2}{16} + \frac{(y-5)^2}{8} = 1, O(-4; 5)$$

$$15) 4x^2 - 2y^2 + 16x + 16y - 32 = 0$$

$$\checkmark \text{ Гипербола: } \frac{(x+2)^2}{4} - \frac{(y-4)^2}{8} = 1, O(-2; 4)$$

$$17) 4x^2 - 3y^2 + 24x - 18y - 27 = 0$$

$$\checkmark \text{ Гипербола: } \frac{(x+3)^2}{9} - \frac{(y+3)^2}{12} = 1, O(-3; -3)$$

$$19) 5x^2 + 6y^2 + 60x - 60y + 150 = 0$$

$$\checkmark \text{ Эллипс: } \frac{(x+6)^2}{36} + \frac{(y-5)^2}{30} = 1, O(-6; 5)$$

$$21) 2x^2 + 4y^2 + 16x + 24y + 36 = 0$$

$$\checkmark \text{ Эллипс: } \frac{(x+4)^2}{16} + \frac{(y+3)^2}{8} = 1, O(-4; -3)$$

$$23) 5x^2 + 2y^2 + 20x - 20y + 50 = 0$$

$$\checkmark \text{ Эллипс: } \frac{(x+2)^2}{4} + \frac{(y-5)^2}{10} = 1, O(-2; 5)$$

$$25) 6x^2 + 6y^2 + 72x + 24y + 24 = 0$$

$$\checkmark \text{ Эллипс: } \frac{(x+6)^2}{36} + \frac{(y+2)^2}{36} = 1, O(-6; -2)$$

$$27) 6x^2 + 2y^2 + 24x - 20y + 50 = 0$$

$$\checkmark \text{ Эллипс: } \frac{(x+2)^2}{4} + \frac{(y-5)^2}{12} = 1, O(-2; 5)$$

$$29) 6x^2 + 5y^2 + 60x + 30y + 45 = 0$$

$$\checkmark \text{ Эллипс: } \frac{(x+5)^2}{25} + \frac{(y+3)^2}{30} = 1, O(-5; -3)$$

$$2) 4x^2 + 4y^2 + 32x + 32y + 64 = 0$$

$$\checkmark \text{ Эллипс: } \frac{(x+4)^2}{16} + \frac{(y+4)^2}{16} = 1, O(-4; -4)$$

$$4) 2x^2 + 5y^2 + 20x - 50y + 125 = 0$$

$$\checkmark \text{ Эллипс: } \frac{(x+5)^2}{25} + \frac{(y-5)^2}{10} = 1, O(-5; 5)$$

$$6) 3x^2 + 2y^2 + 12x + 8y + 8 = 0$$

$$\checkmark \text{ Эллипс: } \frac{(x+2)^2}{4} + \frac{(y+2)^2}{6} = 1, O(-2; -2)$$

$$8) 4x^2 + 2y^2 + 16x - 20y + 50 = 0$$

$$\checkmark \text{ Эллипс: } \frac{(x+2)^2}{4} + \frac{(y-5)^2}{8} = 1, O(-2; 5)$$

$$10) 2x^2 + 6y^2 + 24x + 36y + 54 = 0$$

$$\checkmark \text{ Эллипс: } \frac{(x+6)^2}{36} + \frac{(y+3)^2}{12} = 1, O(-6; -3)$$

$$12) 4x^2 + 2y^2 + 16x + 8y + 8 = 0$$

$$\checkmark \text{ Эллипс: } \frac{(x+2)^2}{4} + \frac{(y+2)^2}{8} = 1, O(-2; -2)$$

$$14) 6x^2 + 6y^2 + 72x + 60y + 150 = 0$$

$$\checkmark \text{ Эллипс: } \frac{(x+6)^2}{36} + \frac{(y+5)^2}{36} = 1, O(-6; -5)$$

$$16) 4x^2 - 5y^2 + 40x + 20y - 20 = 0$$

$$\checkmark \text{ Гипербола: } \frac{(x+5)^2}{25} - \frac{(y-2)^2}{20} = 1, O(-5; 2)$$

$$18) 3x^2 - 2y^2 + 12x - 8y - 8 = 0$$

$$\checkmark \text{ Гипербола: } \frac{(x+2)^2}{4} - \frac{(y+2)^2}{6} = 1, O(-2; -2)$$

$$20) 5x^2 + 4y^2 + 40x - 16y + 16 = 0$$

$$\checkmark \text{ Эллипс: } \frac{(x+4)^2}{16} + \frac{(y-2)^2}{20} = 1, O(-4; 2)$$

$$22) 5x^2 + 5y^2 + 50x + 30y + 45 = 0$$

$$\checkmark \text{ Эллипс: } \frac{(x+5)^2}{25} + \frac{(y+3)^2}{25} = 1, O(-5; -3)$$

$$24) 3x^2 + 5y^2 + 30x + 30y + 45 = 0$$

$$\checkmark \text{ Эллипс: } \frac{(x+5)^2}{25} + \frac{(y+3)^2}{15} = 1, O(-5; -3)$$

$$26) 4x^2 + 6y^2 + 48x + 24y + 24 = 0$$

$$\checkmark \text{ Эллипс: } \frac{(x+6)^2}{36} + \frac{(y+2)^2}{24} = 1, O(-6; -2)$$

$$28) 3x^2 - 3y^2 + 18x - 6y - 3 = 0$$

$$\checkmark \text{ Гипербола: } \frac{(x+3)^2}{9} - \frac{(y+1)^2}{9} = 1, O(-3; -1)$$

$$30) 2x^2 + 2y^2 + 8x - 8y + 8 = 0$$

$$\checkmark \text{ Эллипс: } \frac{(x+2)^2}{4} + \frac{(y-2)^2}{4} = 1, O(-2; 2)$$

Задача 157. Составить уравнение окружности с центром в начале координат, если прямая является касательной к окружности.

- | | | | | |
|--|--|--|---|---|
| 1) $9x - 9y + 10 = 0$
✓ $x^2 + y^2 = \frac{50}{81}$ | 2) $9x - 9y + 6 = 0$
✓ $x^2 + y^2 = \frac{2}{9}$ | 3) $5x - 5y + 8 = 0$
✓ $x^2 + y^2 = \frac{32}{25}$ | 4) $7x - 7y + 8 = 0$
✓ $x^2 + y^2 = \frac{32}{49}$ | 5) $3x - 3y + 6 = 0$
✓ $x^2 + y^2 = 2$ |
| 6) $5x - 5y + 2 = 0$
✓ $x^2 + y^2 = \frac{2}{25}$ | 7) $x - y + 2 = 0$
✓ $x^2 + y^2 = 2$ | 8) $9x - 9y + 8 = 0$
✓ $x^2 + y^2 = \frac{32}{81}$ | 9) $3x - 3y + 8 = 0$
✓ $x^2 + y^2 = \frac{32}{9}$ | 10) $x - y + 6 = 0$
✓ $x^2 + y^2 = 18$ |
| 11) $x - y + 10 = 0$
✓ $x^2 + y^2 = 50$ | 12) $3x - 3y + 10 = 0$
✓ $x^2 + y^2 = \frac{50}{9}$ | 13) $5x - 5y + 10 = 0$
✓ $x^2 + y^2 = 2$ | 14) $7x - 7y + 10 = 0$
✓ $x^2 + y^2 = \frac{50}{49}$ | 15) $3x - 3y + 2 = 0$
✓ $x^2 + y^2 = \frac{2}{9}$ |
| 16) $7x - 7y + 2 = 0$
✓ $x^2 + y^2 = \frac{2}{49}$ | 17) $9x - 9y + 2 = 0$
✓ $x^2 + y^2 = \frac{2}{81}$ | 18) $x - y + 4 = 0$
✓ $x^2 + y^2 = 8$ | 19) $3x - 3y + 4 = 0$
✓ $x^2 + y^2 = \frac{8}{9}$ | 20) $5x - 5y + 4 = 0$
✓ $x^2 + y^2 = \frac{8}{25}$ |
| 21) $7x - 7y + 4 = 0$
✓ $x^2 + y^2 = \frac{8}{49}$ | 22) $9x - 9y + 4 = 0$
✓ $x^2 + y^2 = \frac{8}{81}$ | 23) $5x - 5y + 6 = 0$
✓ $x^2 + y^2 = \frac{18}{25}$ | 24) $7x - 7y + 6 = 0$
✓ $x^2 + y^2 = \frac{18}{49}$ | 25) $x - y + 8 = 0$
✓ $x^2 + y^2 = 32$ |

Задача 158. Составить уравнение эллипса

- | | | |
|--|--|---|
| 1) Найти эксцентриситет эллипса, если расстояние между фокусами в 9 раз больше расстояния между концами большой и малой полуосей.
✓ $9\sqrt{\frac{2}{85}}$ | 5) Найти эксцентриситет эллипса, если расстояние между фокусами в 6 раз больше расстояния между концами большой и малой полуосей.
✓ $3\sqrt{\frac{1}{5}}$ | 9) Составить каноническое уравнение эллипса, фокусы которого лежат на оси абсцисс симметрично относительно начала координат, если расстояние между фокусами равно 12 и большая ось равна 14.
✓ $\frac{x^2}{49} + \frac{y^2}{13} = 1$ |
| 2) Составить каноническое уравнение эллипса, фокусы которого лежат на оси абсцисс симметрично относительно начала координат, если кривая проходит через точки $M_1(0; 7)$ и $M_2(6; \frac{7\sqrt{7}}{4})$.
✓ $\frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{49} = 1$ | 6) Составить каноническое уравнение эллипса, фокусы которого лежат на оси абсцисс симметрично относительно начала координат, если малая ось равна 10 и эксцентриситет равен $\varepsilon = \frac{\sqrt{11}}{6}$.
✓ $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{25} = 1$ | 10) Составить каноническое уравнение эллипса, фокусы которого лежат на оси абсцисс симметрично относительно начала координат, если расстояние между фокусами равно 4 и большая ось равна 6.
✓ $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{5} = 1$ |
| 3) Найти эксцентриситет эллипса, если расстояние между фокусами в 8 раз больше расстояния между концами большой и малой полуосей.
✓ $4\sqrt{\frac{2}{17}}$ | 7) Найти эксцентриситет эллипса, если расстояние между фокусами в 7 раз больше расстояния между концами большой и малой полуосей.
✓ $7\sqrt{\frac{2}{53}}$ | 11) Записать каноническое уравнение эллипса с центром симметрии в начале координат, у которого расстояния от одного из фокусов до концов большей оси равны 1 и 9.
✓ $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$ |
| 4) Составить каноническое уравнение эллипса, фокусы которого лежат на оси абсцисс симметрично относительно начала координат, если кривая проходит через точки $M_1(0; 3)$ и $M_2(2; \frac{3\sqrt{3}}{2})$.
✓ $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$ | 8) Найти эксцентриситет эллипса, если расстояние между фокусами в 2 раз больше расстояния между концами большой и малой полуосей.
✓ 1 | 12) Составить каноническое уравнение эллипса, фокусы которого лежат на оси абсцисс симметрично относительно начала координат, если расстояние между фокусами равно 8 и большая ось равна 10.
✓ $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$ |

- 13) Найти эксцентриситет эллипса, если расстояние между фокусами в 10 раз больше расстояния между концами большой и малой полуосей.
- ✓ $5\sqrt{\frac{1}{13}}$
- 14) Записать каноническое уравнение эллипса с центром симметрии в начале координат, у которого расстояния от одного из фокусов до концов большей оси равны 5 и 11.
- ✓ $\frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{55} = 1$
- 15) Составить каноническое уравнение эллипса, фокусы которого лежат на оси абсцисс симметрично относительно начала координат, если кривая проходит через точки $M_1(0; 1)$ и $M_2(0; 1)$.
- ✓ $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$
- 16) Найти эксцентриситет эллипса, если расстояние между фокусами в 3 раз больше расстояния между концами большой и малой полуосей.
- ✓ $3\sqrt{\frac{2}{13}}$
- 17) Составить каноническое уравнение эллипса, фокусы которого лежат на оси абсцисс симметрично относительно начала координат, если расстояние между фокусами равно 2 и большая ось равна 4.
- ✓ $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$
- 18) Составить каноническое уравнение эллипса, фокусы которого лежат на оси абсцисс симметрично относительно начала координат, если кривая проходит через точки $M_1(0; 5)$ и $M_2(4; \frac{5\sqrt{5}}{3})$.
- ✓ $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{25} = 1$
- 19) Записать каноническое уравнение эллипса с центром симметрии в начале координат, у которого расстояния от одного из фокусов до концов большей оси равны 1 и 7.
- ✓ $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{7} = 1$
- 20) Составить каноническое уравнение эллипса, фокусы которого лежат на оси абсцисс симметрично относительно начала координат, если кривая проходит через точки $M_1(0; 2)$ и $M_2(1; \frac{4\sqrt{2}}{3})$.
- ✓ $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$
- 21) Найти эксцентриситет эллипса, если расстояние между фокусами в 4 раз больше расстояния между концами большой и малой полуосей.
- ✓ $2\sqrt{\frac{2}{5}}$
- 22) Найти длину хорды эллипса $25x^2 + 4y^2 = 100$, лежащей на биссектрисе координатных углов.
- ✓ $20\sqrt{\frac{2}{29}}$
- 23) Составить каноническое уравнение эллипса, фокусы которого лежат на оси абсцисс симметрично относительно начала координат, если малая ось равна 4 и эксцентриситет равен $\varepsilon = \frac{\sqrt{5}}{3}$.
- ✓ $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$
- 24) Найти эксцентриситет эллипса, если расстояние между фокусами в 5 раз больше расстояния между концами большой и малой полуосей.
- ✓ $5\sqrt{\frac{2}{29}}$
- 25) Записать каноническое уравнение эллипса с центром симметрии в начале координат, у которого расстояния от одного из фокусов до концов большей оси равны 5 и 9.
- ✓ $\frac{x^2}{49} + \frac{y^2}{45} = 1$
- 26) Составить каноническое уравнение эллипса, фокусы которого лежат на оси абсцисс симметрично относительно начала координат, если малая ось равна 6 и эксцентриситет равен $\varepsilon = \frac{\sqrt{7}}{4}$.
- ✓ $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$
- 27) Записать каноническое уравнение эллипса с центром симметрии в начале координат, у которого расстояния от одного из фокусов до концов большей оси равны 5 и 7.
- ✓ $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{35} = 1$
- 28) Составить каноническое уравнение эллипса, фокусы которого лежат на оси абсцисс симметрично относительно начала координат, если расстояние между фокусами равно 10 и большая ось равна 12.
- ✓ $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{11} = 1$
- 29) Записать каноническое уравнение эллипса с центром симметрии в начале координат, у которого расстояния от одного из фокусов до концов большей оси равны 3 и 9.
- ✓ $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{27} = 1$
- 30) Найти длину хорды эллипса $4x^2 + 9y^2 = 36$, лежащей на биссектрисе координатных углов.
- ✓ $12\sqrt{\frac{2}{13}}$

Задача 159. Составить уравнение гиперболы

- 1) Написать каноническое уравнение гиперболы, фокусы которой расположены на оси Ox симметрично относительно начала координат, если расстояние между фокусами равно 12, а расстояние между вершинами равно 10.
- 2) Записать уравнение гиперболы, симметричной относительно начала координат, имеющей вершины в фокусах, а фокусы — в вершинах эллипса $4x^2 + 49y^2 = 196$
- ✓ $\frac{x^2}{45} - \frac{y^2}{4} = 1$

- 3) Написать каноническое уравнение гиперболы, фокусы которой расположены на оси Ox симметрично относительно начала координат, если кривая проходит через точки $M_1(4; 0)$ и $M_2(\sqrt{41}; 5)$.

$$\checkmark \frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{16} = 1$$

- 4) Написать каноническое уравнение гиперболы, фокусы которой расположены на оси Ox симметрично относительно начала координат, если кривая проходит через точки $M_1(5; 0)$ и $M_2(\sqrt{61}; 6)$.

$$\checkmark \frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{25} = 1$$

- 5) Написать каноническое уравнение гиперболы, фокусы которой расположены на оси Ox симметрично относительно начала координат, если кривая проходит через точки $M_1(3; 0)$ и $M_2(5; 4)$.

$$\checkmark \frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{9} = 1$$

- 6) Фокусы гиперболы совпадают с фокусами эллипса $9x^2 + 16y^2 = 144$. Составить уравнение гиперболы, если эксцентриситет $\varepsilon = \sqrt{7}$.

$$\checkmark x^2 - \frac{y^2}{6} = 1$$

- 7) Составить уравнение гиперболы, если известны уравнения её асимптот $y = \pm \frac{x}{5}$, а расстояние между фокусами равно 6.

$$\checkmark \frac{x^2}{\frac{225}{26}} - \frac{y^2}{\frac{9}{26}} = 1$$

- 8) Написать каноническое уравнение гиперболы, фокусы которой расположены на оси Ox симметрично относительно начала координат, если кривая проходит через точки $M_1(1; 0)$ и $M_2(\sqrt{5}; 2)$.

$$\checkmark x^2 - y^2 = 1$$

- 9) Написать каноническое уравнение гиперболы, фокусы которой расположены на оси Ox симметрично относительно начала координат, если расстояние между фокусами равно 4, а эксцентриситет равен $\varepsilon = 2$.

$$\checkmark x^2 - \frac{y^2}{9} = 1$$

- 10) Написать каноническое уравнение гиперболы, фокусы которой расположены на оси Ox симметрично относительно начала координат, если кривая проходит через точки $M_1(2; 0)$ и $M_2(\sqrt{13}; 3)$.

$$\checkmark \frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{4} = 1$$

- 11) Составить уравнение гиперболы, если известны уравнения её асимптот $y = \pm \frac{x}{3}$, а расстояние между фокусами равно 6.

$$\checkmark \frac{x^2}{\frac{81}{10}} - \frac{y^2}{\frac{9}{10}} = 1$$

- 12) Написать каноническое уравнение гиперболы, фокусы которой расположены на оси Ox симметрично относительно начала координат, если уравнения асимптот гиперболы $y = \pm \frac{4x}{5}$ и эксцентриситет равен $\varepsilon = \frac{\sqrt{41}}{5}$.

$$\checkmark \frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{16} = 1$$

- 13) Составить уравнение гиперболы, если известны уравнения её асимптот $y = \pm \frac{x}{5}$, а расстояние между фокусами равно 2.

$$\checkmark \frac{x^2}{\frac{25}{26}} - \frac{y^2}{\frac{1}{26}} = 1$$

- 14) Написать каноническое уравнение гиперболы, фокусы которой расположены на оси Ox симметрично относительно начала координат, если уравнения асимптот гиперболы $y = \pm \frac{3x}{4}$ и эксцентриситет равен $\varepsilon = \frac{5}{4}$.

$$\checkmark \frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$$

- 15) Записать уравнение гиперболы, симметричной относительно начала координат, имеющей вершины в фокусах, а фокусы — в вершинах эллипса $4x^2 + 25y^2 = 100$

$$\checkmark \frac{x^2}{21} - \frac{y^2}{4} = 1$$

- 16) Написать каноническое уравнение гиперболы, фокусы которой расположены на оси Ox симметрично относительно начала координат, если расстояние между фокусами равно 4, а расстояние между вершинами равно 2.

$$\checkmark x^2 - \frac{y^2}{3} = 1$$

- 17) Фокусы гиперболы совпадают с фокусами эллипса $x^2 + 4y^2 = 4$. Составить уравнение гиперболы, если эксцентриситет $\varepsilon = \sqrt{3}$.

$$\checkmark x^2 - \frac{y^2}{2} = 1$$

- 18) Написать каноническое уравнение гиперболы, фокусы которой расположены на оси Ox симметрично относительно начала координат, если уравнения асимптот гиперболы $y = \pm \frac{5x}{6}$ и эксцентриситет равен $\varepsilon = \frac{\sqrt{61}}{6}$.

$$\checkmark \frac{x^2}{36} - \frac{y^2}{25} = 1$$

- 19) Написать каноническое уравнение гиперболы, фокусы которой расположены на оси Ox симметрично относительно начала координат, если уравнения асимптот гиперболы $y = \pm \frac{x}{2}$ и эксцентриситет равен $\varepsilon = \frac{\sqrt{5}}{2}$.

$$\checkmark \frac{x^2}{4} - y^2 = 1$$

- 20) Записать уравнение гиперболы, симметричной относительно начала координат, имеющей вершины в фокусах, а фокусы — в вершинах эллипса $x^2 + 25y^2 = 25$

$$\checkmark \frac{x^2}{24} - \frac{y^2}{1} = 1$$

- 21) Записать каноническое уравнение гиперболы с центром симметрии в начале координат, зная, что расстояния от одной из её вершин до фокусов равны 5 и 9.

$$\checkmark \frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{45} = 1$$

- 22) Написать каноническое уравнение гиперболы, фокусы которой расположены на оси Ox симметрично относительно начала координат, если уравнения асимптот гиперболы $y = \pm \frac{2x}{3}$ и эксцентриситет равен $\varepsilon = \frac{\sqrt{13}}{3}$.

$$\checkmark \quad \frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{4} = 1$$

- 23) Записать каноническое уравнение гиперболы с центром симметрии в начале координат, зная, что расстояния от одной из её вершин до фокусов равны 5 и 7.

$$\checkmark \quad \frac{x^2}{1} - \frac{y^2}{35} = 1$$

- 24) Написать каноническое уравнение гиперболы, фокусы которой расположены на оси Ox симметрично относительно начала координат, если расстояние между фокусами равно 10, а эксцентриситет равен $\varepsilon = \frac{5}{4}$.

$$\checkmark \quad \frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{81} = 1$$

- 25) Составить уравнение гиперболы, если известны уравнения её асимптот $y = \pm \frac{x}{5}$, а расстояние между фокусами равно 4.

$$\checkmark \quad \frac{x^2}{\frac{50}{13}} - \frac{y^2}{\frac{2}{13}} = 1$$

- 26) Фокусы гиперболы совпадают с фокусами эллипса $9x^2 + 36y^2 = 324$. Составить каноническое уравнение гиперболы, если её эксцентриситет $\varepsilon = 2$.

$$\checkmark \quad \frac{x^2}{\frac{27}{4}} - \frac{y^2}{\frac{81}{4}} = 1$$

- 27) Написать каноническое уравнение гиперболы, фокусы которой расположены на оси Ox симметрично относительно начала координат, если расстояние между фокусами равно 8, а расстояние между вершинами равно 6.

$$\checkmark \quad \frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{7} = 1$$

- 28) Фокусы гиперболы совпадают с фокусами эллипса $9x^2 + 36y^2 = 324$. Составить каноническое уравнение гиперболы, если её эксцентриситет $\varepsilon = 3$.

$$\checkmark \quad \frac{x^2}{3} - \frac{y^2}{24} = 1$$

- 29) Написать каноническое уравнение гиперболы, фокусы которой расположены на оси Ox симметрично относительно начала координат, если расстояние между фокусами равно 10, а расстояние между вершинами равно 8.

$$\checkmark \quad \frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$$

- 30) Записать уравнение гиперболы, симметричной относительно начала координат, имеющей вершины в фокусах, а фокусы — в вершинах эллипса $16x^2 + 49y^2 = 784$

$$\checkmark \quad \frac{x^2}{33} - \frac{y^2}{16} = 1$$

Задача 160. Составить уравнение параболы

- 1) Составить каноническое уравнение параболы, вершина которой находится в начале координат, а фокус в точке $A(2; 0)$.

$$\checkmark \quad y^2 = 8x$$

- 2) Составить каноническое уравнение параболы, вершина которой находится в начале координат, а фокус в точке $A(-3; 0)$.

$$\checkmark \quad y^2 = -12x$$

- 3) Составить каноническое уравнение параболы, вершина которой находится в начале координат, а уравнение директрисы $x = 3$.

$$\checkmark \quad y^2 = -12x$$

- 4) Составить каноническое уравнение параболы, вершина которой находится в начале координат, а фокус в точке $A(-1; 0)$.

$$\checkmark \quad y^2 = -4x$$

- 5) Составить каноническое уравнение параболы, вершина которой находится в начале координат, если кривая симметрична относительно оси Ox и проходит через точку $M(1; \sqrt{2})$.

$$\checkmark \quad y^2 = 2x$$

- 6) Составить каноническое уравнение параболы, вершина которой находится в начале координат, а фокус в точке $A(-2; 0)$.

$$\checkmark \quad y^2 = -8x$$

- 7) Составить каноническое уравнение параболы, проходящей через точки пересечения прямой $x + y = 0$ и окружности $x^2 + y^2 - 2x = 0$, симметричной относительно оси Ox .

$$\checkmark \quad y^2 = x$$

- 8) Составить каноническое уравнение параболы, вершина которой находится в начале координат, а фокус в точке $A(1; 0)$.

$$\checkmark \quad y^2 = 4x$$

- 9) Составить каноническое уравнение параболы, вершина которой находится в начале координат, а фокус в точке $A(5; 0)$.

$$\checkmark \quad y^2 = 20x$$

- 10) Составить каноническое уравнение параболы, вершина которой находится в начале координат, а уравнение директрисы $x = -4$.

$$\checkmark \quad y^2 = 16x$$

- 11) Составить каноническое уравнение параболы, проходящей через точки пересечения прямой $x + y = 0$ и окружности $x^2 + y^2 - 8x = 0$, симметричной относительно оси Ox .

$$\checkmark \quad y^2 = 4x$$

- 12) Составить каноническое уравнение параболы, вершина которой находится в начале координат, если кривая симметрична относительно оси Ox и проходит через точку $M(2; 2\sqrt{2})$.

$$\checkmark \quad y^2 = 4x$$

- 13) Составить каноническое уравнение параболы, вершина которой находится в начале координат, а фокус в точке $A(3; 0)$.

✓ $y^2 = 12x$

- 14) Составить каноническое уравнение параболы, вершина которой находится в начале координат, если кривая симметрична относительно оси Ox и проходит через точку $M(6; 6\sqrt{2})$.

✓ $y^2 = 12x$

- 15) Составить каноническое уравнение параболы, проходящей через точки пересечения прямой $x + y = 0$ и окружности $x^2 + y^2 - 4x = 0$, симметричной относительно оси Oy .

✓ $x^2 = -2y$

- 16) Составить каноническое уравнение параболы, вершина которой находится в начале координат, а уравнение директрисы $x = 5$.

✓ $y^2 = -20x$

- 17) Составить каноническое уравнение параболы, проходящей через точки пересечения прямой $x + y = 0$ и окружности $x^2 + y^2 - 6x = 0$, симметричной относительно оси Ox .

✓ $y^2 = 3x$

- 18) Составить каноническое уравнение параболы, проходящей через точки пересечения прямой $x + y = 0$ и окружности $x^2 + y^2 - 12x = 0$, симметричной относительно оси Oy .

✓ $x^2 = -6y$

- 19) Составить каноническое уравнение параболы, вершина которой находится в начале координат, если кривая симметрична относительно оси Ox и проходит через точку $M(3; 3\sqrt{2})$.

✓ $y^2 = 6x$

- 20) Составить каноническое уравнение параболы, вершина которой находится в начале координат, если кривая симметрична относительно оси Ox и проходит через точку $M(4; 4\sqrt{2})$.

✓ $y^2 = 8x$

- 21) Составить каноническое уравнение параболы, вершина которой находится в начале координат, если кривая симметрична относительно оси Ox и проходит через точку $M(5; 5\sqrt{2})$.

✓ $y^2 = 10x$

- 22) Составить каноническое уравнение параболы, вершина которой находится в начале координат, а фокус в точке $A(4; 0)$.

✓ $y^2 = 16x$

- 23) Составить каноническое уравнение параболы, вершина которой находится в начале координат, если кривая симметрична относительно оси Ox и проходит через точку $M(7; 7\sqrt{2})$.

✓ $y^2 = 14x$

- 24) Составить каноническое уравнение параболы, проходящей через точки пересечения прямой $x + y = 0$ и окружности $x^2 + y^2 - 10x = 0$, симметричной относительно оси Ox .

✓ $y^2 = 5x$

- 25) Составить каноническое уравнение параболы, вершина которой находится в начале координат, а уравнение директрисы $x = -1$.

✓ $y^2 = 4x$

- 26) Составить каноническое уравнение параболы, проходящей через точки пересечения прямой $x + y = 0$ и окружности $x^2 + y^2 - 6x = 0$, симметричной относительно оси Oy .

✓ $x^2 = -3y$

- 27) Составить каноническое уравнение параболы, проходящей через точки пересечения прямой $x + y = 0$ и окружности $x^2 + y^2 - 18x = 0$, симметричной относительно оси Oy .

✓ $x^2 = -9y$

- 28) Составить каноническое уравнение параболы, вершина которой находится в начале координат, а уравнение директрисы $x = 1$.

✓ $y^2 = -4x$

- 29) Составить каноническое уравнение параболы, вершина которой находится в начале координат, а уравнение директрисы $x = 2$.

✓ $y^2 = -8x$

- 30) Составить каноническое уравнение параболы, вершина которой находится в начале координат, а уравнение директрисы $x = 4$.

✓ $y^2 = -16x$

Задача 161. Решите задачу

- 1) Найти полуоси, фокусы, эксцентриситет, уравнения асимптот гиперболы $25x^2 - 49y^2 = 1225$ и изобразить ее.

✓ $a = 7, c^2 = 74$

- 2) Найти полуоси, фокусы, эксцентриситет эллипса $9x^2 + 16y^2 = 144$ и изобразить его.

✓ $a = 4, c^2 = 7$

- 3) Найти полуоси, фокусы, эксцентриситет эллипса $4x^2 + 16y^2 = 64$ и изобразить его.

✓ $a = 4, c^2 = 12$

- 4) Найти полуоси, фокусы, эксцентриситет, уравнения асимптот гиперболы $25x^2 - 36y^2 = 900$ и изобразить ее.

✓ $a = 6, c^2 = 61$

- 5) Найти полуоси, фокусы, эксцентриситет эллипса $25x^2 + 36y^2 = 900$ и изобразить его.

✓ $a = 6, c^2 = 11$

- 6) Найти полуоси, фокусы, эксцентриситет эллипса $4x^2 + 9y^2 = 36$ и изобразить его.

✓ $a = 3, c^2 = 5$

- 7) Найти полуоси, фокусы, эксцентриситет эллипса $16x^2 + 49y^2 = 784$ и изобразить его.
✓ $a = 7, c^2 = 33$
- 8) Найти полуоси, фокусы, эксцентриситет эллипса $25x^2 + 64y^2 = 1600$ и изобразить его.
✓ $a = 8, c^2 = 39$
- 9) Найти полуоси, фокусы, эксцентриситет, уравнения асимптот гиперболы $25x^2 - 64y^2 = 1600$ и изобразить ее.
✓ $a = 8, c^2 = 89$
- 10) Найти полуоси, фокусы, эксцентриситет эллипса $4x^2 + 25y^2 = 100$ и изобразить его.
✓ $a = 5, c^2 = 21$
- 11) Найти полуоси, фокусы, эксцентриситет, уравнения асимптот гиперболы $16x^2 - 49y^2 = 784$ и изобразить ее.
✓ $a = 7, c^2 = 65$
- 12) Найти полуоси, фокусы, эксцентриситет эллипса $9x^2 + 25y^2 = 225$ и изобразить его.
✓ $a = 5, c^2 = 16$
- 13) Найти полуоси, фокусы, эксцентриситет, уравнения асимптот гиперболы $4x^2 - 25y^2 = 100$ и изобразить ее.
✓ $a = 5, c^2 = 29$
- 14) Найти полуоси, фокусы, эксцентриситет, уравнения асимптот гиперболы $9x^2 - 36y^2 = 324$ и изобразить ее.
✓ $a = 6, c^2 = 45$
- 15) Найти полуоси, фокусы, эксцентриситет эллипса $16x^2 + 25y^2 = 400$ и изобразить его.
✓ $a = 5, c^2 = 9$
- 16) Найти полуоси, фокусы, эксцентриситет, уравнения асимптот гиперболы $4x^2 - 9y^2 = 36$ и изобразить ее.
✓ $a = 3, c^2 = 13$
- 17) Найти полуоси, фокусы, эксцентриситет, уравнения асимптот гиперболы $16x^2 - 36y^2 = 576$ и изобразить ее.
✓ $a = 6, c^2 = 52$
- 18) Найти полуоси, фокусы, эксцентриситет эллипса $9x^2 + 36y^2 = 324$ и изобразить его.
✓ $a = 6, c^2 = 27$
- 19) Найти полуоси, фокусы, эксцентриситет эллипса $16x^2 + 36y^2 = 576$ и изобразить его.
✓ $a = 6, c^2 = 20$
- 20) Найти полуоси, фокусы, эксцентриситет, уравнения асимптот гиперболы $9x^2 - 16y^2 = 144$ и изобразить ее.
✓ $a = 4, c^2 = 25$
- 21) Найти полуоси, фокусы, эксцентриситет, уравнения асимптот гиперболы $9x^2 - 25y^2 = 225$ и изобразить ее.
✓ $a = 5, c^2 = 34$
- 22) Найти полуоси, фокусы, эксцентриситет эллипса $25x^2 + 49y^2 = 1225$ и изобразить его.
✓ $a = 7, c^2 = 24$
- 23) Найти полуоси, фокусы, эксцентриситет, уравнения асимптот гиперболы $16x^2 - 25y^2 = 400$ и изобразить ее.
✓ $a = 5, c^2 = 41$
- 24) Найти полуоси, фокусы, эксцентриситет, уравнения асимптот гиперболы $4x^2 - 16y^2 = 64$ и изобразить ее.
✓ $a = 4, c^2 = 20$

Задача 162. Решить задачу

- 1) Составить уравнение геометрического места точек плоскости, для каждой из которых сумма квадратов расстояний до точек $A(-5; 0)$ и $B(5; 0)$ равна 100.
✓ $x^2 + y^2 = 25$
- 2) Составить уравнение геометрического места точек плоскости, для каждой из которых сумма квадратов расстояний до точек $A(-2; 0)$ и $B(2; 0)$ равна 16.
✓ $x^2 + y^2 = 4$
- 3) Составить уравнение геометрического места точек плоскости, для каждой из которых сумма квадратов расстояний до точек $A(-1; 0)$ и $B(1; 0)$ равна 4.
✓ $x^2 + y^2 = 1$
- 4) Составить уравнение геометрического места точек плоскости, для каждой из которых сумма квадратов расстояний до точек $A(-3; 0)$ и $B(3; 0)$ равна 36.
✓ $x^2 + y^2 = 9$
- 5) Составить уравнение геометрического места точек плоскости, для каждой из которых сумма квадратов расстояний до точек $A(-4; 0)$ и $B(4; 0)$ равна 64.
✓ $x^2 + y^2 = 16$
- 6) Составить уравнение геометрического места точек плоскости, для каждой из которых сумма квадратов расстояний до точек $F_1(-1; 0)$ и $F_2(1; 0)$ равна 4.
✓ $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$
- 7) Составить уравнение геометрического места точек плоскости, для каждой из которых сумма квадратов расстояний до точек $F_1(-3; 0)$ и $F_2(3; 0)$ равна 8.
✓ $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{49} = 1$
- 8) Составить уравнение геометрического места точек плоскости, для каждой из которых сумма квадратов расстояний до точек $F_1(-2; 0)$ и $F_2(2; 0)$ равна 6.
✓ $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{25} = 1$
- 9) Составить уравнение геометрического места точек плоскости, для каждой из которых сумма квадратов расстояний до точек $F_1(-4; 0)$ и $F_2(4; 0)$ равна 10.
✓ $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{81} = 1$

- 10) Составить уравнение геометрического места точек плоскости, для каждой из которых сумма расстояний до точек $F_1(-5; 0)$ и $F_2(5; 0)$ равна 12.

$$\checkmark \frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{121} = 1$$

- 11) Составить уравнение геометрического места точек плоскости, для каждой из которых сумма расстояний до точек $F_1(-6; 0)$ и $F_2(6; 0)$ равна 14.

$$\checkmark \frac{x^2}{49} + \frac{y^2}{169} = 1$$

Задача 163. Решить задачу

- 1) Дана точка $A(1; 0)$ и прямая $x = 5$. Составить уравнение линии, каждая точка которой равноудалена от точки A и от прямой. Привести уравнение к каноническому виду и изобразить линию.

$$\checkmark y^2 = -8(x - 3)$$

- 2) Дана точка $A(1; 0)$ и прямая $x = 3$. Составить уравнение линии, каждая точка которой в 3 раз дальше от точки A , чем от данной прямой. Привести уравнение к каноническому виду и изобразить линию.

$$\checkmark \frac{(x - \frac{13}{4})^2}{\frac{9}{16}} - \frac{y^2}{2} = 1$$

- 3) Дана точка $A(1; 0)$ и прямая $x = 4$. Составить уравнение линии, каждая точка которой в 4 раз дальше от точки A , чем от данной прямой. Привести уравнение к каноническому виду и изобразить линию.

$$\checkmark \frac{(x - \frac{21}{5})^2}{\frac{16}{25}} - \frac{y^2}{\frac{48}{5}} = 1$$

- 4) Дана точка $A(1; 0)$ и прямая $x = 2$. Составить уравнение линии, каждая точка которой равноудалена от точки A и от прямой. Привести уравнение к каноническому виду и изобразить линию.

$$\checkmark y^2 = -2\left(x - \frac{3}{2}\right)$$

- 5) Дана точка $A(1; 0)$ и прямая $x = 5$. Составить уравнение линии, каждая точка которой в 5 раз дальше от точки A , чем от данной прямой. Привести уравнение к каноническому виду и изобразить линию.

$$\checkmark \frac{(x - \frac{31}{6})^2}{\frac{25}{36}} - \frac{y^2}{\frac{50}{3}} = 1$$

- 6) Дана точка $A(1; 0)$ и прямая $x = 2$. Составить уравнение линии, каждая точка которой в 2 раз дальше от точки A , чем от данной прямой. Привести уравнение к каноническому виду и изобразить линию.

$$\checkmark \frac{(x - \frac{7}{3})^2}{\frac{4}{9}} - \frac{y^2}{\frac{4}{3}} = 1$$

- 7) Дана точка $A(1; 0)$ и прямая $x = 3$. Составить уравнение линии, каждая точка которой равноудалена от точки A и от прямой. Привести уравнение к каноническому виду и изобразить линию.

$$\checkmark y^2 = -4(x - 2)$$

- 8) Дана точка $A(1; 0)$ и прямая $x = 4$. Составить уравнение линии, каждая точка которой равноудалена от точки A и от прямой. Привести уравнение к каноническому виду и изобразить линию.

$$\checkmark y^2 = -6\left(x - \frac{5}{2}\right)$$

- 9) Дана точка $A(1; 0)$ и прямая $x = 2$. Составить уравнение линии, каждая точка которой в 2 раз ближе к точке A , чем к данной прямой. Привести уравнение к каноническому виду и изобразить линию.

$$\checkmark \frac{(x - \frac{2}{3})^2}{\frac{4}{9}} + \frac{y^2}{\frac{1}{3}} = 1$$

- 10) Дана точка $A(1; 0)$ и прямая $x = 4$. Составить уравнение линии, каждая точка которой в 4 раз ближе к точке A , чем к данной прямой. Привести уравнение к каноническому виду и изобразить линию.

$$\checkmark \frac{(x - \frac{4}{5})^2}{\frac{16}{25}} + \frac{y^2}{\frac{3}{5}} = 1$$

- 11) Дана точка $A(1; 0)$ и прямая $x = 3$. Составить уравнение линии, каждая точка которой в 3 раз ближе к точке A , чем к данной прямой. Привести уравнение к каноническому виду и изобразить линию.

$$\checkmark \frac{(x - \frac{3}{4})^2}{\frac{9}{16}} + \frac{y^2}{\frac{1}{2}} = 1$$

- 12) Дана точка $A(1; 0)$ и прямая $x = 5$. Составить уравнение линии, каждая точка которой в 5 раз ближе к точке A , чем к данной прямой. Привести уравнение к каноническому виду и изобразить линию.

$$\checkmark \frac{(x - \frac{5}{6})^2}{\frac{25}{36}} + \frac{y^2}{\frac{2}{3}} = 1$$

Задача 164. Решите задачу

- 1) Вычислить площадь четырехугольника две вершины которого лежат в фокусах эллипса $x^2 + 5y^2 = 20$, а две другие совпадают с концами его малой оси.
- ✓ $S = 16$
- 2) Вычислить площадь четырехугольника две вершины которого лежат в фокусах эллипса $x^2 + 3y^2 = 6$, а две другие совпадают с концами его малой оси.
- ✓ $S = 4\sqrt{2}$
- 3) Вычислить площадь четырехугольника две вершины которого лежат в фокусах эллипса $x^2 + 4y^2 = 12$, а две другие совпадают с концами его малой оси.
- ✓ $S = 6\sqrt{3}$
- 4) Вычислить площадь четырехугольника две вершины которого лежат в фокусах эллипса $x^2 + 6y^2 = 30$, а две другие совпадают с концами его малой оси.
- ✓ $S = 10\sqrt{5}$
- 5) Вычислить площадь четырехугольника две вершины которого лежат в фокусах эллипса $x^2 + 7y^2 = 42$, а две другие совпадают с концами его малой оси.
- ✓ $S = 12\sqrt{6}$

Задача 165. Решите задачу

- 1) Составить уравнения прямых, проходящих через точку $M(6; 5)$ параллельно асимптотам гиперболы $x^2 - 9y^2 = 9$.
- ✓
$$\begin{aligned} x - 3y + 9 &= 0, \\ x + 3y - 21 &= 0 \end{aligned}$$
- 2) Составить уравнения прямых, проходящих через точку $M(-6; 3)$ параллельно асимптотам гиперболы $9x^2 - 9y^2 = 81$.
- ✓
$$\begin{aligned} 3x + 3y + 9 &= 0, \\ 3x - 3y + 27 &= 0 \end{aligned}$$
- 3) Составить уравнения прямых, проходящих через точку $M(-4; 5)$ параллельно асимптотам гиперболы $x^2 - 4y^2 = 4$.
- ✓
$$\begin{aligned} x + 2y - 6 &= 0, \\ x - 2y + 14 &= 0 \end{aligned}$$
- 4) Составить уравнения прямых, проходящих через точку $M(-2; 1)$ параллельно асимптотам гиперболы $16x^2 - y^2 = 16$.
- ✓
$$\begin{aligned} 4x + y + 7 &= 0, \\ 4x - y + 9 &= 0 \end{aligned}$$
- 5) Составить уравнения прямых, проходящих через точку $M(6; 2)$ параллельно асимптотам гиперболы $x^2 - 9y^2 = 9$.
- ✓
$$\begin{aligned} x - 3y &= 0, \\ x + 3y - 12 &= 0 \end{aligned}$$
- 6) Составить уравнения прямых, проходящих через точку $M(-2; 4)$ параллельно асимптотам гиперболы $16x^2 - y^2 = 16$.
- ✓
$$\begin{aligned} 4x + y + 4 &= 0, \\ 4x - y + 12 &= 0 \end{aligned}$$
- 7) Составить уравнения прямых, проходящих через точку $M(2; 4)$ параллельно асимптотам гиперболы $16x^2 - y^2 = 16$.
- ✓
$$\begin{aligned} 4x - y - 4 &= 0, \\ 4x + y - 12 &= 0 \end{aligned}$$
- 8) Составить уравнения прямых, проходящих через точку $M(6; 5)$ параллельно асимптотам гиперболы $4x^2 - 9y^2 = 36$.
- ✓
$$\begin{aligned} 2x - 3y + 3 &= 0, \\ 2x + 3y - 27 &= 0 \end{aligned}$$
- 9) Составить уравнения прямых, проходящих через точку $M(6; 3)$ параллельно асимптотам гиперболы $16x^2 - 9y^2 = 144$.
- ✓
$$\begin{aligned} 4x - 3y - 15 &= 0, \\ 4x + 3y - 33 &= 0 \end{aligned}$$
- 10) Составить уравнения прямых, проходящих через точку $M(4; 2)$ параллельно асимптотам гиперболы $16x^2 - 4y^2 = 64$.
- ✓
$$\begin{aligned} 4x - 2y - 12 &= 0, \\ 4x + 2y - 20 &= 0 \end{aligned}$$
- 11) Составить уравнения прямых, проходящих через точку $M(-4; 2)$ параллельно асимптотам гиперболы $16x^2 - 4y^2 = 64$.
- ✓
$$\begin{aligned} 4x + 2y + 12 &= 0, \\ 4x - 2y + 20 &= 0 \end{aligned}$$
- 12) Составить уравнения прямых, проходящих через точку $M(2; 1)$ параллельно асимптотам гиперболы $16x^2 - y^2 = 16$.
- ✓
$$\begin{aligned} 4x - y - 7 &= 0, \\ 4x + y - 9 &= 0 \end{aligned}$$
- 13) Составить уравнения прямых, проходящих через точку $M(-4; 1)$ параллельно асимптотам гиперболы $9x^2 - 4y^2 = 36$.
- ✓
$$\begin{aligned} 3x + 2y + 10 &= 0, \\ 3x - 2y + 14 &= 0 \end{aligned}$$
- 14) Составить уравнения прямых, проходящих через точку $M(-6; 3)$ параллельно асимптотам гиперболы $4x^2 - 9y^2 = 36$.
- ✓
$$\begin{aligned} 2x + 3y + 3 &= 0, \\ 2x - 3y + 21 &= 0 \end{aligned}$$
- 15) Составить уравнения прямых, проходящих через точку $M(4; 1)$ параллельно асимптотам гиперболы $9x^2 - 4y^2 = 36$.
- ✓
$$\begin{aligned} 3x - 2y - 10 &= 0, \\ 3x + 2y - 14 &= 0 \end{aligned}$$

- 16) Составить уравнения прямых, проходящих через точку $M(4; 4)$ параллельно асимптотам гиперболы $16x^2 - 4y^2 = 64$.
- ✓ $4x - 2y - 8 = 0,$
 $4x + 2y - 24 = 0$
- 17) Составить уравнения прямых, проходящих через точку $M(6; 2)$ параллельно асимптотам гиперболы $4x^2 - 9y^2 = 36$.
- ✓ $2x - 3y - 6 = 0,$
 $2x + 3y - 18 = 0$
- 18) Составить уравнения прямых, проходящих через точку $M(2; 4)$ параллельно асимптотам гиперболы $x^2 - y^2 = 1$.
- ✓ $x - y + 2 = 0,$
 $x + y - 6 = 0$
- 19) Составить уравнения прямых, проходящих через точку $M(2; 5)$ параллельно асимптотам гиперболы $x^2 - y^2 = 1$.
- ✓ $x - y + 3 = 0,$
 $x + y - 7 = 0$
- 20) Составить уравнения прямых, проходящих через точку $M(6; 1)$ параллельно асимптотам гиперболы $9x^2 - 9y^2 = 81$.
- ✓ $3x - 3y - 15 = 0,$
 $3x + 3y - 21 = 0$
- 21) Составить уравнения прямых, проходящих через точку $M(-6; 4)$ параллельно асимптотам гиперболы $16x^2 - 9y^2 = 144$.
- ✓ $4x + 3y + 12 = 0,$
 $4x - 3y + 36 = 0$
- 22) Составить уравнения прямых, проходящих через точку $M(-6; 3)$ параллельно асимптотам гиперболы $x^2 - 9y^2 = 9$.
- ✓ $x + 3y - 3 = 0,$
 $x - 3y + 15 = 0$
- 23) Составить уравнения прямых, проходящих через точку $M(-6; 2)$ параллельно асимптотам гиперболы $9x^2 - 9y^2 = 81$.
- ✓ $3x + 3y + 12 = 0,$
 $3x - 3y + 24 = 0$
- 24) Составить уравнения прямых, проходящих через точку $M(-6; 4)$ параллельно асимптотам гиперболы $x^2 - 9y^2 = 9$.
- ✓ $x + 3y - 6 = 0,$
 $x - 3y + 18 = 0$
- 25) Составить уравнения прямых, проходящих через точку $M(-2; 2)$ параллельно асимптотам гиперболы $16x^2 - y^2 = 16$.
- ✓ $4x + y + 6 = 0,$
 $4x - y + 10 = 0$
- 26) Составить уравнения прямых, проходящих через точку $M(-2; 5)$ параллельно асимптотам гиперболы $9x^2 - y^2 = 9$.
- ✓ $3x + y + 1 = 0,$
 $3x - y + 11 = 0$
- 27) Составить уравнения прямых, проходящих через точку $M(2; 3)$ параллельно асимптотам гиперболы $9x^2 - y^2 = 9$.
- ✓ $3x - y - 3 = 0,$
 $3x + y - 9 = 0$
- 28) Составить уравнения прямых, проходящих через точку $M(-2; 5)$ параллельно асимптотам гиперболы $16x^2 - y^2 = 16$.
- ✓ $4x + y + 3 = 0,$
 $4x - y + 13 = 0$
- 29) Составить уравнения прямых, проходящих через точку $M(-2; 4)$ параллельно асимптотам гиперболы $x^2 - y^2 = 1$.
- ✓ $x + y - 2 = 0,$
 $x - y + 6 = 0$
- 30) Составить уравнения прямых, проходящих через точку $M(2; 5)$ параллельно асимптотам гиперболы $16x^2 - y^2 = 16$.
- ✓ $4x - y - 3 = 0,$
 $4x + y - 13 = 0$

Задача 166. Найти предел.

- 1) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-6n^2 + 5n - 6}{-n^3 + 3n - 9}$
✓ 0
- 2) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^3 - 2n + 5}{5n^2 + 5n + 5}$
✓ ∞
- 3) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-5n^2 + 5n + 3}{3n^2 + 3n + 7}$
✓ $-\frac{5}{3}$
- 4) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{8n^3 - 9n + 7}{-n^2 - 2n - 2}$
✓ ∞
- 5) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{8n^2 - 2n + 3}{-n^2 + 5n - 2}$
✓ -8
- 6) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^2 + 7n + 3}{-3n^2 + 3n - 6}$
✓ -1
- 7) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n^3 + 7n + 5}{5n^3 - 2n - 6}$
✓ 1
- 8) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-6n^2 - 9n + 3}{-3n^2 + 3n + 3}$
✓ 2
- 9) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{6n^2 + 3n + 5}{-2n^4 - 6n - 2}$
✓ 0
- 10) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n^2 + 3n + 3}{5n^2 - 6n - 9}$
✓ 1
- 11) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-8n^3 + 3n + 7}{3n^3 - 9n + 5}$
✓ $-\frac{8}{3}$
- 12) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-6n^4 + 5n + 7}{2n^2 - 2n - 6}$
✓ ∞
- 13) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n^3 + 5n + 7}{-2n^2 + 7n + 3}$
✓ ∞
- 14) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^3 + 3n + 5}{5n^3 - 6n - 9}$
✓ $\frac{1}{5}$
- 15) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-5n^3 - 9n + 7}{3n^3 + 5n - 6}$
✓ $-\frac{5}{3}$
- 16) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-6n^4 - 2n + 5}{3n^2 + 7n + 3}$
✓ ∞
- 17) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{6n^2 + 5n + 7}{-3n^3 + 3n + 7}$
✓ 0
- 18) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^3 - 9n - 9}{2n^3 + 3n - 6}$
✓ $\frac{3}{2}$
- 19) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-5n^2 + 7n - 9}{-n^2 + 3n - 6}$
✓ 5
- 20) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n^2 + 5n - 2}{2n^3 + 5n + 3}$
✓ 0

- 21) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{6n^4 - 6n + 5}{-2n^2 - 6n + 3}$ $\checkmark \infty$ 22) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^3 - 9n - 6}{-n^2 + 3n + 5}$ $\checkmark \infty$ 23) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n^2 + 7n - 6}{-n^4 - 6n - 9}$ $\checkmark 0$ 24) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^3 - 9n + 3}{5n^3 + 3n - 6}$ $\checkmark \frac{3}{5}$
- 25) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n^2 - 6n - 6}{-2n^4 + 7n - 9}$ $\checkmark 0$ 26) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n^2 - 2n + 7}{5n^3 + 7n - 2}$ $\checkmark 0$ 27) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n^2 + 5n + 5}{-2n^3 + 5n - 6}$ $\checkmark 0$ 28) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-5n^2 + 5n - 2}{2n^4 + 3n + 5}$ $\checkmark 0$
- 29) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n^3 - 6n - 9}{-n^2 + 7n + 5}$ $\checkmark \infty$ 30) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n^2 + 3n + 7}{-3n^4 - 9n - 9}$ $\checkmark 0$

Задача 167. Найти предел

- 1) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{7n^3}{3n^2 - 7} - \frac{6n^2}{3n + 2} \right)$ $\checkmark \infty$ 2) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{6n^3}{n^2 - 5} - \frac{6n^2}{n + 3} \right)$ $\checkmark 18$ 3) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3n^3}{5n^2 + 5n - 6} - \frac{3n^2}{5n + 5} \right)$ $\checkmark 0$
- 4) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{6n^3}{4n^2 - 5} - \frac{5n^2}{4n + 3} \right)$ $\checkmark \infty$ 5) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3n^3}{4n^2 + 5n - 8} - \frac{3n^2}{4n + 5} \right)$ $\checkmark 0$ 6) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3n^3}{2n^2 - 3} - \frac{3n^2}{2n + 4} \right)$ $\checkmark 3$
- 7) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{4n^3}{n^2 + 3n - 5} - \frac{4n^2}{n + 3} \right)$ $\checkmark 0$ 8) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{4n^3}{2n^2 - 3} - \frac{3n^2}{2n + 5} \right)$ $\checkmark \infty$ 9) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n^3}{3n^2 + 5n - 5} - \frac{n^2}{3n + 5} \right)$ $\checkmark 0$
- 10) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3n^3}{5n^2 - 1} - \frac{3n^2}{5n + 1} \right)$ $\checkmark \frac{3}{25}$ 11) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{6n^3}{3n^2 + 5n - 1} - \frac{6n^2}{3n + 5} \right)$ $\checkmark 0$ 12) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{6n^3}{5n^2 + 3n - 1} - \frac{6n^2}{5n + 3} \right)$ $\checkmark 0$
- 13) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{6n^3}{4n^2 - 5} - \frac{5n^2}{4n + 1} \right)$ $\checkmark \infty$ 14) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n^3}{4n^2 - 8} - \frac{n^2}{4n + 4} \right)$ $\checkmark \frac{1}{4}$ 15) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{6n^3}{3n^2 + 2n - 5} - \frac{6n^2}{3n + 2} \right)$ $\checkmark 0$
- 16) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{5n^3}{2n^2 + n - 6} - \frac{5n^2}{2n + 1} \right)$ $\checkmark 0$ 17) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{4n^3}{3n^2 - 8} - \frac{3n^2}{3n + 1} \right)$ $\checkmark \infty$ 18) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n^3}{4n^2 + 5n - 5} - \frac{2n^2}{4n + 5} \right)$ $\checkmark 0$
- 19) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n^3}{3n^2 - 1} - \frac{2n^2}{3n + 5} \right)$ $\checkmark \frac{10}{9}$ 20) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{4n^3}{2n^2 + n - 3} - \frac{4n^2}{2n + 1} \right)$ $\checkmark 0$ 21) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{5n^3}{5n^2 - 3} - \frac{5n^2}{5n + 3} \right)$ $\checkmark \frac{3}{5}$
- 22) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{5n^3}{2n^2 + 4n - 9} - \frac{5n^2}{2n + 4} \right)$ $\checkmark 0$ 23) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n^3}{4n^2 + 4n - 9} - \frac{n^2}{4n + 4} \right)$ $\checkmark 0$ 24) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{6n^3}{2n^2 - 6} - \frac{5n^2}{2n + 2} \right)$ $\checkmark \infty$
- 25) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{5n^3}{5n^2 - 1} - \frac{5n^2}{5n + 5} \right)$ $\checkmark 1$ 26) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{6n^3}{3n^2 + 5n - 7} - \frac{6n^2}{3n + 5} \right)$ $\checkmark 0$ 27) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n^3}{4n^2 - 7} - \frac{2n^2}{4n + 3} \right)$ $\checkmark \frac{3}{8}$
- 28) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n^3}{5n^2 + 3n - 1} - \frac{2n^2}{5n + 3} \right)$ $\checkmark 0$ 29) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{7n^3}{3n^2 - 4} - \frac{6n^2}{3n + 3} \right)$ $\checkmark \infty$ 30) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{4n^3}{5n^2 + 2n - 2} - \frac{4n^2}{5n + 2} \right)$ $\checkmark 0$

Задача 168. Найти предел

- 1) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n + 3}{\sqrt[3]{n^2 + 8n + 4}}$ $\checkmark \infty$ 2) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{9n^2 + n + 4}}{6n + 1}$ $\checkmark \frac{1}{2}$ 3) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n + 4}{\sqrt[4]{n^3 + 2n + 1}}$ $\checkmark \infty$ 4) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n + 4}{\sqrt[4]{n^3 + 3n + 1}}$ $\checkmark \infty$

- 5) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n+4}{\sqrt[4]{n^3+2n}}$ $\checkmark \infty$ 6) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[5]{n^4+3n}}{\sqrt[6]{n^5+2n+3}}$ $\checkmark 0$ 7) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n+4}{\sqrt[4]{n^3+3n+1}}$ $\checkmark \infty$ 8) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[4]{n^3+5n+1}}{\sqrt[5]{n^4+n}}$ $\checkmark 0$
- 9) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{9n^2+6n+4}}{6n+3}$ $\checkmark \frac{1}{2}$ 10) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[4]{n^3+2n}}{\sqrt[5]{n^4+2n+4}}$ $\checkmark 0$ 11) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{9n^2+3n+4}}{2n+5}$ $\checkmark \frac{3}{2}$ 12) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{4n^2+2n+2}}{5n+3}$ $\checkmark \frac{2}{5}$
- 13) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[4]{n^3+7n+4}}{\sqrt[5]{n^4+5n+1}}$ $\checkmark 0$ 14) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n}{\sqrt[4]{n^3+n+3}}$ $\checkmark \infty$ 15) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n+2}{\sqrt[4]{n^3+2n+1}}$ $\checkmark \infty$ 16) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[5]{n^4+6n+5}}{\sqrt[6]{n^5+5n}}$ $\checkmark 0$
- 17) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{9n^2+n+3}}{3n+5}$ $\checkmark 1$ 18) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^2+8n+4}}{3n}$ $\checkmark \frac{1}{3}$ 19) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^2+4n+4}}{n+3}$ $\checkmark 1$ 20) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n+5}{\sqrt[4]{n^3+2n}}$ $\checkmark \infty$
- 21) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{9n^2+8n+1}}{3n+3}$ $\checkmark 1$ 22) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[5]{n^4+8n+5}}{\sqrt[6]{n^5+6n+3}}$ $\checkmark 0$ 23) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n+2}{\sqrt[3]{n^2+8n+2}}$ $\checkmark \infty$ 24) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^2+3n+4}}{n}$ $\checkmark 1$
- 25) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^2+7n+1}}{n+3}$ $\checkmark 1$ 26) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{9n^2+2n+3}}{n+1}$ $\checkmark 3$ 27) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n+2}{\sqrt[5]{n^4+2n+4}}$ $\checkmark \infty$ 28) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n+2}{\sqrt[3]{n^2+2n+2}}$ $\checkmark \infty$
- 29) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[4]{n^3+4n+4}}{\sqrt[5]{n^4+n+2}}$ $\checkmark 0$ 30) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n+1}{\sqrt[4]{n^3+7n}}$ $\checkmark \infty$

Задача 169. Найти предел

- 1) $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{3n-6} - \sqrt{2n-8})$ $\checkmark \infty$ 2) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{5n^2-4n} - \sqrt{4n^2+4}$ $\checkmark \infty$ 3) $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{4+4n^2} - 2n)$ $\checkmark 0$
- 4) $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2+2n+7} - \sqrt{n^2-2n+9})$ $\checkmark 2$ 5) $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2+14n+5} - 4n)$ $\checkmark \infty$ 6) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n^2+3n} - \sqrt{n^2+3n+5}$ $\checkmark 0$
- 7) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{7n^2-6n} - \sqrt{6n^2+4}$ $\checkmark \infty$ 8) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n^2-2n} - \sqrt{n^2+8}$ $\checkmark -1$ 9) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{2n^2-7n} - \sqrt{2n^2+8}$ $\checkmark -\frac{7\sqrt{2}}{4}$
- 10) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{5n^2-3n} - \sqrt{5n^2-3n+3}$ $\checkmark 0$ 11) $\lim_{n \rightarrow \infty} n^2(5n - \sqrt{25n^2+4})$ $\checkmark \infty$ 12) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{2n^2+4n} - \sqrt{n^2+3}$ $\checkmark \infty$
- 13) $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2+4} - \sqrt{n^2-12n+5})$ $\checkmark 6$ 14) $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2+12n-7} - 4n)$ $\checkmark \infty$ 15) $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{3n-6} - \sqrt{2n-4})$ $\checkmark \infty$
- 16) $\lim_{n \rightarrow \infty} (n - \sqrt{n^2+8n-5})$ $\checkmark -4$ 17) $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2+10n-4} - 2n)$ $\checkmark \infty$ 18) $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{-5+16n^2} - 4n)$ $\checkmark 0$
- 19) $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{4+25n^2} - 5n)$ $\checkmark 0$ 20) $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2+10n-4} - n)$ $\checkmark 5$ 21) $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{-2+16n^2} - 4n)$ $\checkmark 0$
- 22) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{6n^2+6n} - \sqrt{6n^2+6}$ $\checkmark \frac{\sqrt{6}}{2}$ 23) $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2-1} - \sqrt{n^2-6n+4})$ $\checkmark 3$ 24) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{2n^2-7n} - \sqrt{2n^2+5}$ $\checkmark -\frac{7\sqrt{2}}{4}$
- 25) $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2+14n+1} - n)$ $\checkmark 7$ 26) $\lim_{n \rightarrow \infty} n(4n - \sqrt{16n^2-2})$ $\checkmark 1$ 27) $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2+14n-2} - n)$ $\checkmark 7$

$$28) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt{-7 + 36n^2} - 6n \right)$$

✓ 0

$$29) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(n - \sqrt{n^2 + 12n + 5} \right)$$

✓ -6

$$30) \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{7n^2 + 3n} - \sqrt{6n^2 + 8}$$

✓ ∞

Задача 170. Найти предел

$$1) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt[3]{2n^3 + n^2} - \sqrt[3]{n^2 - 3n} \right)$$

✓ ∞

$$2) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt[3]{8n^3 + 6n^2 + 2} - \sqrt[3]{8n^3 - 6n^2 - 4} \right)$$

✓ 1

$$3) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt[3]{27n^3 + 7n^2 + 5} - 3n \right)$$

✓ $\frac{7}{27}$

$$4) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt[3]{n^3 + 4n^2} - \sqrt[3]{4n^2 - 4n} \right)$$

✓ ∞

$$5) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt[3]{8n^3 + 7n^2 + 6} - 2n \right)$$

✓ $\frac{7}{12}$

$$6) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt[3]{27n^3 + 8n^2 + 3} - \sqrt[3]{27n^3 - 8n^2 - 6} \right)$$

✓ $\frac{16}{27}$

$$7) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt[3]{n^3 + 4n^2 + 8} - n \right)$$

✓ $\frac{4}{3}$

$$8) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt[3]{3n^3 + 8n^2} - \sqrt[3]{8n^2 - n} \right)$$

✓ ∞

$$9) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt[3]{3n^3 + 4n^2} - \sqrt[3]{4n^2 - 2n} \right)$$

✓ ∞

$$10) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt[3]{n^3 + 6n^2 + 7} - \sqrt[3]{n^3 - 6n^2 - 14} \right)$$

✓ 4

$$11) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt[3]{n^3 + 5n^2 + 5} - \sqrt[3]{n^3 - 5n^2 - 10} \right)$$

✓ $\frac{10}{3}$

$$12) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt[3]{8n^3 + 8n^2 + 5} - \sqrt[3]{8n^3 - 8n^2 - 10} \right)$$

✓ $\frac{4}{3}$

$$13) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt[3]{2n^3 + 5n^2} - \sqrt[3]{5n^2 - 3n} \right)$$

✓ ∞

$$14) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt[3]{3n^3 + 6n^2} - \sqrt[3]{6n^2 - n} \right)$$

✓ ∞

$$15) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt[3]{8n^3 + n^2 + 7} - 2n \right)$$

✓ $\frac{1}{12}$

$$16) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt[3]{n^3 + 6n^2} - \sqrt[3]{n^3 - 6n^2} \right)$$

✓ 4

$$17) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt[3]{2n^3 + 7n^2} - \sqrt[3]{7n^2 - 7n} \right)$$

✓ ∞

$$18) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt[3]{27n^3 + 3n^2 + 2} - \sqrt[3]{27n^3 - 3n^2 - 4} \right)$$

✓ $\frac{2}{9}$

$$19) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt[3]{27n^3 + 3n^2 + 7} - \sqrt[3]{27n^3 - 3n^2 - 14} \right)$$

✓ $\frac{2}{9}$

$$20) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt[3]{27n^3 + 2n^2 + 7} - \sqrt[3]{27n^3 - 2n^2 - 14} \right)$$

✓ $\frac{4}{27}$

$$21) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt[3]{27n^3 + 6n^2 + 5} - 3n \right)$$

✓ $\frac{2}{9}$

$$22) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt[3]{8n^3 + 4n^2 + 8} - 2n \right)$$

✓ $\frac{1}{3}$

$$23) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt[3]{8n^3 + 3n^2 + 6} - 2n \right)$$

✓ $\frac{1}{4}$

$$24) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt[3]{n^3 + 6n^2 + 3} - \sqrt[3]{n^3 - 6n^2 - 6} \right)$$

✓ 4

$$25) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt[3]{2n^3 + 8n^2} - \sqrt[3]{8n^2 - 3n} \right)$$

✓ ∞

$$26) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt[3]{n^3 + 4n^2} - \sqrt[3]{4n^2 - 8n} \right)$$

✓ ∞

$$27) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt[3]{n^3 + 3n^2 + 1} - n \right)$$

✓ 1

$$28) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt[3]{8n^3 + 2n^2 + 5} - \sqrt[3]{8n^3 - 2n^2 - 10} \right)$$

✓ $\frac{1}{3}$

$$29) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt[3]{8n^3 + 2n^2 + 3} - 2n \right)$$

✓ $\frac{1}{6}$

$$30) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt[3]{n^3 + n^2 + 4} - \sqrt[3]{n^3 - n^2 - 8} \right)$$

✓ $\frac{2}{3}$

Задача 171. Найти предел.

- 1) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 - 9x + 3}{5x^2 + 7x + 7}$
✓ ∞
- 2) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^3 - 6x + 5}{-3x^3 - 2x - 9}$
✓ -1
- 3) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^3 + 7x - 6}{5x^3 + 5x - 6}$
✓ $\frac{3}{5}$
- 4) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6x^3 - 6x + 7}{-x^3 + 3x + 5}$
✓ -6
- 5) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8x^2 - 9x + 3}{-2x^2 - 2x + 5}$
✓ -4
- 6) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{12x^2 + 5x + 5}{-3x^4 - 2x + 3}$
✓ 0
- 7) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-6x^2 - 6x + 7}{-x^4 + 7x - 6}$
✓ 0
- 8) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8x^3 - 6x + 5}{-2x^2 + 3x - 9}$
✓ ∞
- 9) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-8x^2 - 6x - 6}{-x^3 - 9x + 5}$
✓ 0
- 10) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-5x^4 - 6x - 9}{-x^2 - 6x - 2}$
✓ ∞
- 11) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8x^2 + 7x - 6}{2x^4 + 5x - 6}$
✓ 0
- 12) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^4 - 6x - 9}{3x^2 - 9x - 9}$
✓ ∞
- 13) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8x^4 + 5x + 3}{3x^2 + 7x - 2}$
✓ ∞
- 14) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-6x^3 - 2x - 9}{-x^2 - 6x + 3}$
✓ ∞
- 15) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{12x^2 - 9x + 5}{-2x^3 + 5x + 3}$
✓ 0
- 16) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 6x + 7}{-x^4 - 2x - 2}$
✓ 0
- 17) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-5x^3 + 7x - 9}{-3x^3 + 5x + 5}$
✓ $\frac{5}{3}$
- 18) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 + 3x + 5}{-2x^2 - 6x - 9}$
✓ $-\frac{3}{2}$
- 19) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 2x - 9}{-x^3 - 9x - 9}$
✓ 0
- 20) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8x^4 + 3x + 5}{3x^2 - 6x + 5}$
✓ ∞
- 21) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-8x^3 + 5x - 6}{-3x^2 + 5x + 3}$
✓ ∞
- 22) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 + 5x + 7}{2x^4 - 9x + 7}$
✓ 0
- 23) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-5x^4 - 2x - 9}{-x^2 - 2x + 5}$
✓ ∞
- 24) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-5x^2 + 5x + 7}{-x^4 - 9x + 5}$
✓ 0
- 25) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8x^2 + 5x - 9}{-3x^2 - 6x + 3}$
✓ $-\frac{8}{3}$
- 26) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-8x^3 - 2x - 6}{3x^2 + 3x + 5}$
✓ ∞
- 27) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-8x^3 + 5x - 2}{2x^2 + 5x + 7}$
✓ ∞
- 28) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-6x^3 + 5x - 9}{-3x^3 - 9x + 3}$
✓ 2
- 29) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8x^4 - 6x + 3}{-x^2 - 2x - 9}$
✓ ∞
- 30) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-5x^2 - 9x - 2}{-3x^3 - 6x + 3}$
✓ 0

Задача 172. Найти предел.

- 1) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 3x + 2}{x^2 - 3x - 4}$
✓ $-\frac{1}{5}$
- 2) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 9x + 20}{x^2 - 8x + 15}$
✓ $\frac{1}{2}$
- 3) $\lim_{x \rightarrow -5} \frac{x^2 + 11x + 30}{x^2 + 5x}$
✓ $-\frac{1}{5}$
- 4) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 + 7x + 10}{x^2 + 6x + 8}$
✓ $\frac{3}{2}$
- 5) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 + 7x + 10}{x^2 + 9x + 14}$
✓ $\frac{3}{5}$
- 6) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - x}{x^2 - 3x + 2}$
✓ -1
- 7) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 - 4}{x^2 + 9x + 14}$
✓ $-\frac{4}{5}$
- 8) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 4x + 3}{x^2 + 3x - 4}$
✓ $-\frac{2}{5}$
- 9) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 + 8x + 12}{x^2 + 3x + 2}$
✓ -4
- 10) $\lim_{x \rightarrow -4} \frac{x^2 + 4x}{x^2 + 10x + 24}$
✓ -2
- 11) $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 + 4x + 3}{x^2 + 5x + 6}$
✓ 2
- 12) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 6x + 5}{x^2 + x}$
✓ -4
- 13) $\lim_{x \rightarrow -5} \frac{x^2 + 13x + 40}{x^2 + 9x + 20}$
✓ -3
- 14) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - x - 2}{x^2 - 7x + 10}$
✓ -1
- 15) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 3x}{x^2 - 4x + 3}$
✓ $\frac{3}{2}$
- 16) $\lim_{x \rightarrow -5} \frac{x^2 + 6x + 5}{x^2 + 5x}$
✓ $\frac{4}{5}$
- 17) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 14x + 45}{x^2 - 15x + 50}$
✓ $\frac{4}{5}$
- 18) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 + 8x + 12}{x^2 - x - 6}$
✓ $-\frac{4}{5}$
- 19) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 + 5x + 6}{x^2 + 9x + 14}$
✓ $\frac{1}{5}$
- 20) $\lim_{x \rightarrow -5} \frac{x^2 + 14x + 45}{x^2 + 12x + 35}$
✓ 2
- 21) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 1}{x^2 - x - 2}$
✓ $\frac{2}{3}$
- 22) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 4x + 3}{x^2 - 5x + 4}$
✓ $\frac{2}{3}$
- 23) $\lim_{x \rightarrow -4} \frac{x^2 - 7x + 12}{x^2 - 3x - 4}$
✓ $\frac{1}{5}$
- 24) $\lim_{x \rightarrow -5} \frac{x^2 + 11x + 30}{x^2 + 15x + 50}$
✓ $\frac{1}{5}$
- 25) $\lim_{x \rightarrow -4} \frac{x^2 + 12x + 32}{x^2 + 5x + 4}$
✓ $-\frac{4}{3}$
- 26) $\lim_{x \rightarrow -5} \frac{x^2 + 13x + 40}{x^2 + 7x + 10}$
✓ -1

$$27) \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 12x + 32}{x^2 - 3x - 4}$$

$$\checkmark -\frac{4}{5}$$

$$28) \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 4x}{x^2 - 3x - 4}$$

$$\checkmark \frac{4}{5}$$

$$29) \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 2x - 3}{x^2 + 7x + 6}$$

$$\checkmark -\frac{4}{5}$$

$$30) \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 + 2x}{x^2 + 3x + 2}$$

$$\checkmark 2$$

Задача 173. Найти предел.

$$1) \lim_{x \rightarrow -5} \frac{2x^2 + 7x - 15}{5x^2 + 26x + 5}$$

$$\checkmark \frac{13}{24}$$

$$2) \lim_{x \rightarrow -2} \frac{4x^2 + 9x + 2}{x^3 + 8}$$

$$\checkmark -\frac{7}{12}$$

$$3) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 - 5x + 3}{-5x^2 + 8x - 3}$$

$$\checkmark \frac{1}{2}$$

$$4) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x^2 - 9x + 9}{-7x^2 + 18x + 9}$$

$$\checkmark -\frac{1}{8}$$

$$5) \lim_{x \rightarrow -2} \frac{8x^2 + 17x + 2}{x^3 + 8}$$

$$\checkmark -\frac{5}{4}$$

$$6) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{4x^2 - 11x - 3}{x^3 - 27}$$

$$\checkmark \frac{13}{27}$$

$$7) \lim_{x \rightarrow -5} \frac{2x^2 + 15x + 25}{x^3 + 125}$$

$$\checkmark -\frac{1}{15}$$

$$8) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{-8x^2 + 13x + 6}{7x^2 - 13x - 2}$$

$$\checkmark -\frac{19}{15}$$

$$9) \lim_{x \rightarrow -3} \frac{2x^2 + 3x - 9}{-5x^2 - 18x - 9}$$

$$\checkmark -\frac{3}{4}$$

$$10) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{-4x^2 + 7x + 15}{x^3 - 27}$$

$$\checkmark -\frac{17}{27}$$

$$11) \lim_{x \rightarrow -4} \frac{-x^2 - 9x - 20}{x^3 + 64}$$

$$\checkmark -\frac{1}{48}$$

$$12) \lim_{x \rightarrow -1} \frac{-2x^2 - 7x - 5}{x^3 + 1}$$

$$\checkmark -1$$

$$13) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{-2x^2 - x + 3}{-5x^2 + 8x - 3}$$

$$\checkmark \frac{5}{2}$$

$$14) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 - x - 1}{5x^2 - 2x - 3}$$

$$\checkmark \frac{3}{8}$$

$$15) \lim_{x \rightarrow -2} \frac{-4x^2 - 9x - 2}{-5x^2 - 7x + 6}$$

$$\checkmark \frac{7}{13}$$

$$16) \lim_{x \rightarrow 5} \frac{-x^2 + 10x - 25}{x^3 - 125}$$

$$\checkmark 0$$

$$17) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{-2x^2 - 3x + 5}{x^3 - 1}$$

$$\checkmark -\frac{7}{3}$$

$$18) \lim_{x \rightarrow 5} \frac{-4x^2 + 21x - 5}{-5x^2 + 22x + 15}$$

$$\checkmark \frac{19}{28}$$

$$19) \lim_{x \rightarrow -1} \frac{4x^2 + 5x + 1}{-7x^2 - 8x - 1}$$

$$\checkmark -\frac{1}{2}$$

$$20) \lim_{x \rightarrow -2} \frac{-8x^2 - 9x + 14}{x^3 + 8}$$

$$\checkmark \frac{23}{12}$$

$$21) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{-4x^2 + 7x + 2}{x^3 - 8}$$

$$\checkmark -\frac{3}{4}$$

$$22) \lim_{x \rightarrow 5} \frac{2x^2 - 13x + 15}{7x^2 - 36x + 5}$$

$$\checkmark \frac{7}{34}$$

$$23) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{4x^2 - 9x + 2}{x^3 - 8}$$

$$\checkmark \frac{7}{12}$$

$$24) \lim_{x \rightarrow 4} \frac{8x^2 - 29x - 12}{-5x^2 + 23x - 12}$$

$$\checkmark -\frac{35}{17}$$

$$25) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2 - x - 6}{5x^2 - 7x - 6}$$

$$\checkmark \frac{7}{13}$$

$$26) \lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x^2 + 3x + 1}{-7x^2 - 8x - 1}$$

$$\checkmark -\frac{1}{6}$$

$$27) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{-6x^2 + 19x - 14}{x^3 - 8}$$

$$\checkmark -\frac{5}{12}$$

$$28) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{-3x^2 + 10x - 7}{x^3 - 1}$$

$$\checkmark \frac{4}{3}$$

$$29) \lim_{x \rightarrow -3} \frac{-2x^2 - 5x + 3}{-7x^2 - 24x - 9}$$

$$\checkmark \frac{7}{18}$$

$$30) \lim_{x \rightarrow -4} \frac{-2x^2 - 13x - 20}{x^3 + 64}$$

$$\checkmark \frac{1}{16}$$

Задача 174. Найти предел.

$$1) \lim_{x \rightarrow -4} \frac{-2x^2 - x + 28}{x^3 + 64}$$

$$\checkmark \frac{5}{16}$$

$$2) \lim_{x \rightarrow -2} \frac{-2x^2 - 11x - 14}{x^3 + 8}$$

$$\checkmark -\frac{1}{4}$$

$$3) \lim_{x \rightarrow -4} \frac{-6x^2 - 31x - 28}{x^3 + 64}$$

$$\checkmark \frac{17}{48}$$

$$4) \lim_{x \rightarrow -4} \frac{-2x^2 - 11x - 12}{x^3 + 64}$$

$$\checkmark \frac{5}{48}$$

$$5) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2 - x - 6}{x^3 - 8}$$

$$\checkmark \frac{7}{12}$$

$$6) \lim_{x \rightarrow -4} \frac{2x^2 + 5x - 12}{x^3 + 64}$$

$$\checkmark -\frac{11}{48}$$

$$7) \lim_{x \rightarrow -3} \frac{6x^2 + 19x + 3}{x^3 + 27}$$

$$\checkmark -\frac{17}{27}$$

$$8) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{4x^2 - 15x + 9}{x^3 - 27}$$

$$\checkmark \frac{1}{3}$$

$$9) \lim_{x \rightarrow -4} \frac{x^3 + 64}{-6x^2 - 21x + 12}$$

$$\checkmark \frac{16}{9}$$

$$10) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 27}{-2x^2 + 5x + 3}$$

$$\checkmark -\frac{27}{7}$$

$$11) \lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^3 - 125}{6x^2 - 23x - 35}$$

$$\checkmark \frac{75}{37}$$

$$12) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 + x - 3}{x^3 - 1}$$

$$\checkmark \frac{5}{3}$$

$$13) \lim_{x \rightarrow -3} \frac{4x^2 + 15x + 9}{x^3 + 27}$$

$$\checkmark -\frac{1}{3}$$

$$14) \lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^3 + 27}{-2x^2 - 9x - 9}$$

$$\checkmark 9$$

$$15) \lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^3 - 125}{-5x^2 + 22x + 15}$$

$$\checkmark -\frac{75}{28}$$

$$16) \lim_{x \rightarrow 5} \frac{2x^2 - 7x - 15}{x^3 - 125}$$

$$\checkmark \frac{13}{75}$$

- 17) $\lim_{x \rightarrow -4} \frac{-6x^2 - 27x - 12}{x^3 + 64}$ $\checkmark \frac{7}{16}$ 18) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^3 - 64}{6x^2 - 23x - 4}$ $\checkmark \frac{48}{25}$ 19) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x^2 + 5x + 3}{x^3 + 1}$ $\checkmark \frac{1}{3}$ 20) $\lim_{x \rightarrow -4} \frac{-6x^2 - 21x + 12}{x^3 + 64}$ $\checkmark \frac{9}{16}$
- 21) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{-2x^2 - x + 21}{x^3 - 27}$ $\checkmark -\frac{13}{27}$ 22) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3 + 8}{5x^2 + 7x - 6}$ $\checkmark -\frac{12}{13}$ 23) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{-4x^2 - 7x - 3}{x^3 + 1}$ $\checkmark \frac{1}{3}$ 24) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{4x^2 - 15x - 4}{x^3 - 64}$ $\checkmark \frac{17}{48}$
- 25) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^3 - 64}{6x^2 - 17x - 28}$ $\checkmark \frac{48}{31}$ 26) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3 + 8}{-2x^2 - x + 6}$ $\checkmark \frac{12}{7}$ 27) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^3 - 64}{5x^2 - 17x - 12}$ $\checkmark \frac{48}{23}$ 28) $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^3 + 27}{-5x^2 - 8x + 21}$ $\checkmark \frac{27}{22}$
- 29) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{5x^2 - 2x - 3}{x^3 - 1}$ $\checkmark \frac{8}{3}$ 30) $\lim_{x \rightarrow -5} \frac{-2x^2 - 3x + 35}{x^3 + 125}$ $\checkmark \frac{17}{75}$

Задача 175. Найти предел

- 1) $\lim_{x \rightarrow -4} \left(\frac{1}{x+4} - \frac{48}{x^3 + 64} \right)$ $\checkmark -\frac{1}{4}$ 2) $\lim_{x \rightarrow -2} \left(\frac{1}{x+2} - \frac{12}{x^3 + 8} \right)$ $\checkmark -\frac{1}{2}$ 3) $\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{1}{x-2} - \frac{12}{x^3 - 8} \right)$ $\checkmark \frac{1}{2}$
- 4) $\lim_{x \rightarrow -7} \left(\frac{1}{x+7} + \frac{14}{x^2 - 49} \right)$ $\checkmark -\frac{1}{14}$ 5) $\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{1}{x-2} - \frac{4}{x^2 - 4} \right)$ $\checkmark \frac{1}{4}$ 6) $\lim_{x \rightarrow 6} \left(\frac{1}{x-6} - \frac{12}{x^2 - 36} \right)$ $\checkmark \frac{1}{12}$
- 7) $\lim_{x \rightarrow -6} \left(\frac{1}{x+6} - \frac{108}{x^3 + 216} \right)$ $\checkmark -\frac{1}{6}$ 8) $\lim_{x \rightarrow -8} \left(\frac{1}{x+8} + \frac{16}{x^2 - 64} \right)$ $\checkmark -\frac{1}{16}$ 9) $\lim_{x \rightarrow -5} \left(\frac{1}{x+5} - \frac{75}{x^3 + 125} \right)$ $\checkmark -\frac{1}{5}$
- 10) $\lim_{x \rightarrow -4} \left(\frac{1}{x+4} + \frac{8}{x^2 - 16} \right)$ $\checkmark -\frac{1}{8}$ 11) $\lim_{x \rightarrow -1} \left(\frac{1}{x+1} - \frac{3}{x^3 + 1} \right)$ $\checkmark -1$ 12) $\lim_{x \rightarrow -9} \left(\frac{1}{x+9} + \frac{18}{x^2 - 81} \right)$ $\checkmark -\frac{1}{18}$
- 13) $\lim_{x \rightarrow -5} \left(\frac{1}{x+5} + \frac{10}{x^2 - 25} \right)$ $\checkmark -\frac{1}{10}$ 14) $\lim_{x \rightarrow 3} \left(\frac{1}{x-3} - \frac{27}{x^3 - 27} \right)$ $\checkmark \frac{1}{3}$ 15) $\lim_{x \rightarrow 10} \left(\frac{1}{x-10} - \frac{20}{x^2 - 100} \right)$ $\checkmark \frac{1}{20}$
- 16) $\lim_{x \rightarrow 7} \left(\frac{1}{x-7} - \frac{14}{x^2 - 49} \right)$ $\checkmark \frac{1}{14}$ 17) $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{x-1} - \frac{3}{x^3 - 1} \right)$ $\checkmark 1$ 18) $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{x-1} - \frac{2}{x^2 - 1} \right)$ $\checkmark \frac{1}{2}$ 19) $\lim_{x \rightarrow 8} \left(\frac{1}{x-8} - \frac{16}{x^2 - 64} \right)$ $\checkmark \frac{1}{16}$
- 20) $\lim_{x \rightarrow 6} \left(\frac{1}{x-6} - \frac{108}{x^3 - 216} \right)$ $\checkmark \frac{1}{6}$ 21) $\lim_{x \rightarrow 4} \left(\frac{1}{x-4} - \frac{48}{x^3 - 64} \right)$ $\checkmark \frac{1}{4}$ 22) $\lim_{x \rightarrow 5} \left(\frac{1}{x-5} - \frac{75}{x^3 - 125} \right)$ $\checkmark \frac{1}{5}$
- 23) $\lim_{x \rightarrow -3} \left(\frac{1}{x+3} + \frac{6}{x^2 - 9} \right)$ $\checkmark -\frac{1}{6}$ 24) $\lim_{x \rightarrow 9} \left(\frac{1}{x-9} - \frac{18}{x^2 - 81} \right)$ $\checkmark \frac{1}{18}$ 25) $\lim_{x \rightarrow -10} \left(\frac{1}{x+10} + \frac{20}{x^2 - 100} \right)$ $\checkmark -\frac{1}{20}$
- 26) $\lim_{x \rightarrow 3} \left(\frac{1}{x+3} - \frac{27}{x^3 + 27} \right)$ $\checkmark -\frac{1}{3}$ 27) $\lim_{x \rightarrow -2} \left(\frac{1}{x+2} + \frac{4}{x^2 - 4} \right)$ $\checkmark -\frac{1}{4}$ 28) $\lim_{x \rightarrow -1} \left(\frac{1}{x+1} + \frac{2}{x^2 - 1} \right)$ $\checkmark -\frac{1}{2}$

$$29) \lim_{x \rightarrow -6} \left(\frac{1}{x+6} + \frac{12}{x^2-36} \right) \quad 30) \lim_{x \rightarrow 3} \left(\frac{1}{x-3} - \frac{6}{x^2-9} \right)$$

$$\checkmark -\frac{1}{12} \quad \checkmark \frac{1}{6}$$

Задача 176. Найти предел.

$$1) \lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sqrt{-x+7} - \sqrt{x+11}}{x^2+5x+6} \quad 2) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{-4x+15} - \sqrt{3}}{2x^2-11x+15} \quad 3) \lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sqrt{-3x-3} - \sqrt{x+5}}{x^2+3x+2} \quad 4) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+5} - 2\sqrt{2}}{2x^2-13x+21}$$

$$\checkmark -\frac{1}{3} \quad \checkmark -\frac{2\sqrt{3}}{3} \quad \checkmark \frac{2\sqrt{3}}{3} \quad \checkmark -\frac{\sqrt{2}}{8}$$

$$5) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{-3x+12} - \sqrt{x}}{2x^2-11x+15} \quad 6) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{-x+6} - \sqrt{x+4}}{x^2-3x+2} \quad 7) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{-2x+11} - 3}{2x^2-3x+1} \quad 8) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{2x-2} - 2}{2x^2-11x+15}$$

$$\checkmark -\frac{2\sqrt{3}}{3} \quad \checkmark \frac{\sqrt{5}}{5} \quad \checkmark -\frac{1}{3} \quad \checkmark \frac{1}{2}$$

$$9) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{-4x+20} - 2\sqrt{2}}{2x^2-13x+21} \quad 10) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{-3x+25} - \sqrt{x+13}}{x^2-5x+6} \quad 11) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{-4x+13} - 3}{x^2-3x+2} \quad 12) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+7} - 2\sqrt{2}}{2x^2-3x+1}$$

$$\checkmark \frac{\sqrt{2}}{2} \quad \checkmark -\frac{1}{2} \quad \checkmark \frac{2}{3} \quad \checkmark \frac{\sqrt{2}}{8}$$

$$13) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{2x+3} - 3}{x^2-5x+6} \quad 14) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{-x+3} - \sqrt{x+1}}{2x^2-3x+1} \quad 15) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{2x-2} - \sqrt{x+1}}{x^2-5x+6} \quad 16) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{-x+11} - \sqrt{x+5}}{2x^2-13x+21}$$

$$\checkmark \frac{1}{3} \quad \checkmark -\frac{\sqrt{2}}{2} \quad \checkmark \frac{1}{4} \quad \checkmark \frac{\sqrt{2}}{4}$$

$$17) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{3x-6} - \sqrt{x}}{2x^2-13x+21} \quad 18) \lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sqrt{-x+7} - \sqrt{x+11}}{x^2+3x+2} \quad 19) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{-3x+6} - \sqrt{x+2}}{2x^2-3x+1}$$

$$\checkmark -\frac{\sqrt{3}}{3} \quad \checkmark \frac{1}{3} \quad \checkmark -\frac{2\sqrt{3}}{3}$$

$$20) \lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sqrt{-3x-4} - \sqrt{x+4}}{x^2+3x+2} \quad 21) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{2x+2} - \sqrt{x+5}}{2x^2-11x+15} \quad 22) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{2x-1} - \sqrt{5}}{2x^2-11x+15} \quad 23) \lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sqrt{x+10} - 2\sqrt{2}}{x^2+5x+6}$$

$$\checkmark \sqrt{2} \quad \checkmark \frac{\sqrt{2}}{8} \quad \checkmark \frac{\sqrt{5}}{5} \quad \checkmark \frac{\sqrt{2}}{8}$$

$$24) \lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sqrt{2x+7} - \sqrt{3}}{2x^2+7x+6} \quad 25) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{-3x+13} - \sqrt{x+1}}{x^2-7x+12} \quad 26) \lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sqrt{2x+12} - 2\sqrt{2}}{x^2+5x+6} \quad 27) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{2x+10} - 4}{2x^2-13x+21}$$

$$\checkmark -\frac{\sqrt{3}}{3} \quad \checkmark 1 \quad \checkmark \frac{\sqrt{2}}{4} \quad \checkmark -\frac{1}{4}$$

$$28) \lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sqrt{-2x+12} - 4}{x^2+5x+6} \quad 29) \lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sqrt{-4x+1} - 3}{x^2+5x+6} \quad 30) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{3x-1} - \sqrt{x+1}}{2x^2-3x+1}$$

$$\checkmark -\frac{1}{4} \quad \checkmark -\frac{2}{3} \quad \checkmark \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Задача 177. Найти предел.

$$1) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{-3x+6}{-3x+4} \right)^{4x+4} \quad 2) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{-2x+6}{-2x+5} \right)^{x+4} \quad 3) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{-3x-3}{-3x-1} \right)^{x-2} \quad 4) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+7}{x+5} \right)^{4x-1}$$

$$\checkmark e^{-\frac{8}{3}} \quad \checkmark e^{-\frac{1}{2}} \quad \checkmark e^{\frac{2}{3}} \quad \checkmark e^8$$

$$5) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{4x+7}{4x+4} \right)^{4x+5} \quad 6) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{-3x+6}{-3x+5} \right)^{-2x+4} \quad 7) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x+4}{3x-1} \right)^{-2x-2} \quad 8) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+6}{x+4} \right)^{4x+5}$$

$$\checkmark e^3 \quad \checkmark e^{\frac{2}{3}} \quad \checkmark e^{-\frac{10}{3}} \quad \checkmark e^8$$

$$9) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-3}{x-2} \right)^{-3x-1} \quad 10) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x-1}{3x-3} \right)^{4x+4} \quad 11) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{4x-4}{4x-3} \right)^{-2x-1} \quad 12) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{-x-1}{-x-3} \right)^{4x+5}$$

$$\checkmark e^3 \quad \checkmark e^{\frac{8}{3}} \quad \checkmark e^{\frac{1}{2}} \quad \checkmark e^{-8}$$

$$13) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{-x-5}{-x-3} \right)^{3x+4} \quad 14) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x+8}{3x+3} \right)^{4x+4} \quad 15) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{4x-3}{4x-2} \right)^{4x-1} \quad 16) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{4x+1}{4x+3} \right)^{x+4}$$

$$\checkmark e^6 \quad \checkmark e^{\frac{20}{3}} \quad \checkmark e^{-1} \quad \checkmark e^{-\frac{1}{2}}$$

- 17) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{-3x+2}{-3x+4} \right)^{4x-2}$ $\checkmark e^{\frac{8}{3}}$ 18) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{5x+7}{5x+5} \right)^{-3x+4}$ $\checkmark e^{-\frac{6}{5}}$ 19) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x+3}{3x+5} \right)^{-3x-2}$ $\checkmark e^2$ 20) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x-2}{2x-1} \right)^{x-2}$ $\checkmark e^{-\frac{1}{2}}$
- 21) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{-x-4}{-x-3} \right)^{4x+4}$ $\checkmark e^4$ 22) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x+5}{2x+3} \right)^{3x+5}$ $\checkmark e^3$ 23) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x+1}{3x+3} \right)^{-3x+5}$ $\checkmark e^2$ 24) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{4x}{4x-2} \right)^{4x-2}$ $\checkmark e^2$
- 25) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{-x+7}{-x+4} \right)^{3x-2}$ $\checkmark e^{-9}$ 26) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{-3x+2}{-3x-1} \right)^{3x+4}$ $\checkmark e^{-3}$ 27) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+4}{x+5} \right)^{-3x+5}$ $\checkmark e^3$ 28) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{-3x+9}{-3x+4} \right)^{3x-2}$ $\checkmark e^{-5}$
- 29) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{-3x-1}{-3x-2} \right)^{-2x+4}$ $\checkmark e^{\frac{2}{3}}$ 30) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{-3x-5}{-3x-3} \right)^{4x+4}$ $\checkmark e^{\frac{8}{3}}$

Задача 178. Найти предел.

- 1) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\cos \frac{2}{3x} \right)^{3x^2}$ $\checkmark e^{-\frac{2}{3}}$ 2) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\cos \frac{3}{2x} \right)^{2x^2}$ $\checkmark e^{-\frac{9}{4}}$ 3) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\cos \frac{3}{2x} \right)^{3x^2}$ $\checkmark e^{-\frac{27}{8}}$ 4) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\cos \frac{2}{x} \right)^{2x^2}$ $\checkmark e^{-4}$ 5) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\cos \frac{3}{x} \right)^{3x^2}$ $\checkmark e^{-\frac{27}{2}}$
- 6) $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos 3x)^{\frac{2}{\operatorname{arctg}^2 3x}}$ $\checkmark e^{-1}$ 7) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\cos \frac{1}{2x} \right)^{2x^2}$ $\checkmark e^{-\frac{1}{4}}$ 8) $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos 2x)^{\frac{3}{\operatorname{tg}^2 3x}}$ $\checkmark e^{-\frac{2}{3}}$ 9) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\cos \frac{2}{x} \right)^{3x^2}$ $\checkmark e^{-6}$ 10) $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos 2x)^{\frac{1}{\operatorname{arcsin}^2 x}}$ $\checkmark e^{-2}$
- 11) $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos 3x)^{\frac{2}{\operatorname{arcsin}^2 2x}}$ $\checkmark e^{-\frac{9}{4}}$ 12) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\cos \frac{4}{x} \right)^{2x^2}$ $\checkmark e^{-16}$ 13) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\cos \frac{1}{x} \right)^{x^2}$ $\checkmark e^{-\frac{1}{2}}$ 14) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\cos \frac{4}{x} \right)^{x^2}$ $\checkmark e^{-8}$ 15) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\cos \frac{3}{x} \right)^{x^2}$ $\checkmark e^{-\frac{9}{2}}$
- 16) $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos x)^{\frac{1}{\operatorname{arcsin}^2 3x}}$ $\checkmark e^{-\frac{1}{18}}$ 17) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\cos \frac{4}{x} \right)^{3x^2}$ $\checkmark e^{-24}$ 18) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\cos \frac{3}{x} \right)^{2x^2}$ $\checkmark e^{-9}$ 19) $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos x)^{\frac{2}{\sin^2 2x}}$ $\checkmark e^{-\frac{1}{4}}$ 20) $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos 3x)^{\frac{1}{\operatorname{tg}^2 x}}$ $\checkmark e^{-\frac{9}{2}}$
- 21) $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos 3x)^{\frac{1}{\sin^2 3x}}$ $\checkmark e^{-\frac{1}{2}}$ 22) $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos 2x)^{\frac{2}{\operatorname{arcsin}^2 x}}$ $\checkmark e^{-4}$ 23) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\cos \frac{1}{2x} \right)^{x^2}$ $\checkmark e^{-\frac{1}{8}}$ 24) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\cos \frac{1}{2x} \right)^{3x^2}$ $\checkmark e^{-\frac{3}{8}}$ 25) $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos 3x)^{\frac{2}{\operatorname{tg}^2 3x}}$ $\checkmark e^{-1}$
- 26) $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos x)^{\frac{2}{\operatorname{arcsin}^2 2x}}$ $\checkmark e^{-\frac{1}{4}}$ 27) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\cos \frac{3}{2x} \right)^{x^2}$ $\checkmark e^{-\frac{9}{8}}$ 28) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\cos \frac{2}{3x} \right)^{x^2}$ $\checkmark e^{-\frac{2}{9}}$ 29) $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos 2x)^{\frac{2}{\operatorname{arctg}^2 x}}$ $\checkmark e^{-4}$
- 30) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\cos \frac{2}{3x} \right)^{2x^2}$ $\checkmark e^{-\frac{4}{9}}$

Задача 179. Найти предел.

- 1) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 12x - \cos^3 12x}{x^2}$ $\checkmark 144$ 2) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 14x - \sin 12x}{\operatorname{tg} 9x}$ $\checkmark \frac{2}{9}$ 3) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 7x - \cos^3 7x}{x^2}$ $\checkmark 49$ 4) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 16x - \sin 13x}{\operatorname{tg} 3x}$ $\checkmark 1$
- 5) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 5x - \cos^3 5x}{x^2}$ $\checkmark 25$ 6) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 12x - \sin 6x}{\operatorname{tg} 5x}$ $\checkmark \frac{6}{5}$ 7) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 8x - \cos^3 8x}{x^2}$ $\checkmark 64$ 8) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 6x - \sin 3x}{\operatorname{tg} 4x}$ $\checkmark \frac{3}{4}$
- 9) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 9x - \cos^3 9x}{x^2}$ $\checkmark 81$ 10) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 8x - \sin 6x}{\operatorname{tg} 8x}$ $\checkmark \frac{1}{4}$ 11) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 13x - \cos^3 13x}{x^2}$ $\checkmark 169$ 12) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 2x - \cos^3 2x}{x^2}$ $\checkmark 4$

- 13) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 10x - \cos^3 10x}{x^2}$ \checkmark 100
- 14) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x - \sin 3x}{\operatorname{tg} 2x}$ \checkmark $\frac{1}{2}$
- 15) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 11x - \sin 9x}{\operatorname{tg} 7x}$ \checkmark $\frac{2}{7}$
- 16) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 10x - \sin 11x}{\operatorname{tg} 2x}$ \checkmark $-\frac{1}{2}$
- 17) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 11x - \cos^3 11x}{x^2}$ \checkmark 121
- 18) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - \cos^3 x}{x^2}$ \checkmark 1
- 19) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 3x - \cos^3 3x}{x^2}$ \checkmark 9
- 20) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 4x - \cos^3 4x}{x^2}$ \checkmark 16
- 21) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 6x - \cos^3 6x}{x^2}$ \checkmark 36
- 22) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 8x - \sin 9x}{\operatorname{tg} 6x}$ \checkmark $-\frac{1}{6}$
- 23) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 11x - \sin 7x}{\operatorname{tg} 8x}$ \checkmark $\frac{1}{2}$
- 24) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 11x - \sin 7x}{\operatorname{tg} 3x}$ \checkmark $\frac{4}{3}$
- 25) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 9x - \sin 3x}{\operatorname{tg} 3x}$ \checkmark 2
- 26) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 8x - \sin 6x}{\operatorname{tg} 4x}$ \checkmark $\frac{1}{2}$
- 27) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 12x - \sin 13x}{\operatorname{tg} 5x}$ \checkmark $-\frac{1}{5}$
- 28) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 15x - \sin 9x}{\operatorname{tg} 9x}$ \checkmark $\frac{2}{3}$
- 29) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 6x - \sin 7x}{\operatorname{tg} 7x}$ \checkmark $-\frac{1}{7}$
- 30) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x - \sin 3x}{\operatorname{tg} x}$ \checkmark -1

Задача 180. Найти предел.

- 1) $\lim_{x \rightarrow 0} (1 - \cos 5x^3) \operatorname{ctg} 4x^6$ \checkmark $\frac{25}{8}$
- 2) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - \sin x}{x^3}$ \checkmark $\frac{1}{2}$
- 3) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{\pi n}{x^3}}{\operatorname{ctg}^3 2x}$ \checkmark $8\pi n$
- 4) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{\pi n}{x^3}}{\operatorname{ctg}^3 \frac{3x}{2}}$ \checkmark $\frac{27\pi n}{8}$
- 5) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 13x - \cos 7x}{3x \sin 4x}$ \checkmark -5
- 6) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{\pi n}{x^2}}{\operatorname{ctg}^2 3x}$ \checkmark $9\pi n$
- 7) $\lim_{x \rightarrow 0} (1 - \cos 5x) \operatorname{ctg} 4x^2$ \checkmark $\frac{25}{8}$
- 8) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 5x - \sin 5x}{x^3}$ \checkmark $\frac{125}{2}$
- 9) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{\pi n}{x^3}}{\operatorname{ctg}^3 \frac{x}{2}}$ \checkmark $\frac{\pi n}{8}$
- 10) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{\pi n}{x}}{\operatorname{ctg} \frac{x}{3}}$ \checkmark $\frac{\pi n}{3}$
- 11) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 16x - \cos 11x}{x \sin 7x}$ \checkmark $-\frac{135}{14}$
- 12) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{\pi n}{x}}{\operatorname{ctg} x}$ \checkmark πn
- 13) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 7x - \cos 5x}{x \sin 9x}$ \checkmark $-\frac{4}{3}$
- 14) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 4x - \cos 6x}{x \sin 2x}$ \checkmark 5
- 15) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{\pi n}{x}}{\operatorname{ctg} 2x}$ \checkmark $2\pi n$
- 16) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 10x - \sin 10x}{x^3}$ \checkmark 500
- 17) $\lim_{x \rightarrow 0} (1 - \cos x^2) \operatorname{ctg} 5x^4$ \checkmark $\frac{1}{10}$
- 18) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{\pi n}{x^3}}{\operatorname{ctg}^3 3x}$ \checkmark $27\pi n$
- 19) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{\pi n}{x}}{\operatorname{ctg} \frac{3x}{2}}$ \checkmark $\frac{3\pi n}{2}$
- 20) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 2x - \sin 2x}{x^3}$ \checkmark 4
- 21) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 8x - \sin 8x}{x^3}$ \checkmark 256
- 22) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 6x - \sin 6x}{x^3}$ \checkmark 108
- 23) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 3x - \sin 3x}{x^3}$ \checkmark $\frac{27}{2}$
- 24) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 4x - \sin 4x}{x^3}$ \checkmark 32
- 25) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 5x - \cos 3x}{2x \sin 5x}$ \checkmark $-\frac{4}{5}$
- 26) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{\pi n}{x^2}}{\operatorname{ctg}^2 \frac{3x}{2}}$ \checkmark $\frac{9\pi n}{4}$
- 27) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{\pi n}{x}}{\operatorname{ctg} \frac{x}{2}}$ \checkmark $\frac{\pi n}{2}$
- 28) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 8x - \cos 7x}{x \sin 7x}$ \checkmark $-\frac{15}{14}$
- 29) $\lim_{x \rightarrow 0} (1 - \cos 5x) \operatorname{ctg} x^2$ \checkmark $\frac{25}{2}$
- 30) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{\pi n}{x^3}}{\operatorname{ctg}^3 x}$ \checkmark πn

Задача 181. Найти предел.

- 1) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 7x - \cos^3 7x}{\frac{1}{\ln 3} (3^{4x^2} - 1)}$ \checkmark $\frac{49}{4}$
- 2) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 8x - \cos^3 8x}{\log_5 (1 - 3x^2) \ln 5}$ \checkmark $-\frac{64}{3}$
- 3) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 8x}{\ln (1 - 3x^2)}$ \checkmark $-\frac{32}{3}$
- 4) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 8x}{\sqrt{1 + 2x^2} - 1}$ \checkmark 32

- 5) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log_2(1-x^2) \ln 2}{1 - \cos 3x}$
 $\checkmark -\frac{2}{9}$
- 6) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{\ln 2} (2^{2x^2} - 1)}{1 - \cos 3x}$
 $\checkmark \frac{4}{9}$
- 7) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{\ln 2} (2^{3x^2} - 1)}{1 - \cos 7x}$
 $\checkmark \frac{6}{49}$
- 8) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 7x - \cos^3 7x}{\log_5(1+4x^2) \ln 5}$
 $\checkmark \frac{49}{4}$
- 9) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 7x}{\ln(1-2x^2)}$
 $\checkmark -\frac{49}{4}$
- 10) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 2x - \cos^3 2x}{\log_4(1-2x^2) \ln 4}$
 $\checkmark -2$
- 11) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 4x}{\ln(1+2x^2)}$
 $\checkmark 4$
- 12) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 4x - \cos^3 4x}{\frac{1}{\ln 2} (2^{3x^2} - 1)}$
 $\checkmark \frac{16}{3}$
- 13) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 3x}{\ln(1+3x^2)}$
 $\checkmark \frac{3}{2}$
- 14) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 3x}{\sqrt[3]{1-6x^2} - 1}$
 $\checkmark -\frac{9}{4}$
- 15) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log_3(1+4x^2) \ln 3}{1 - \cos 8x}$
 $\checkmark \frac{1}{8}$
- 16) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 2x - \cos^3 2x}{\log_3(1+4x^2) \ln 3}$
 $\checkmark 1$
- 17) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-3x^2} - 1}{\cos 3x - \cos^3 3x}$
 $\checkmark -\frac{1}{3}$
- 18) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{\ln 2} (2^{-3x^2} - 1)}{1 - \cos 2x}$
 $\checkmark -\frac{3}{2}$
- 19) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log_2(1-3x^2) \ln 2}{1 - \cos 7x}$
 $\checkmark -\frac{6}{49}$
- 20) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log_5(1-4x^2) \ln 5}{1 - \cos 3x}$
 $\checkmark -\frac{8}{9}$
- 21) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log_2(1+3x^2) \ln 2}{1 - \cos 5x}$
 $\checkmark \frac{6}{25}$
- 22) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 3x}{e^{x^2} - 1}$
 $\checkmark \frac{9}{2}$
- 23) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{1+9x^2} - 1}{\cos 5x - \cos^3 5x}$
 $\checkmark \frac{3}{25}$
- 24) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1-x^2)}{\cos 6x - \cos^3 6x}$
 $\checkmark -\frac{1}{36}$
- 25) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 3x - \cos^3 3x}{\frac{1}{\ln 3} (3^{-2x^2} - 1)}$
 $\checkmark -\frac{9}{2}$
- 26) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 7x}{\sqrt[3]{1+6x^2} - 1}$
 $\checkmark \frac{49}{4}$
- 27) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 4x}{\ln(1+x^2)}$
 $\checkmark 8$
- 28) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{\ln 3} (3^{4x^2} - 1)}{1 - \cos 2x}$
 $\checkmark 2$
- 29) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 3x - \cos^3 3x}{\frac{1}{\ln 2} (2^{-4x^2} - 1)}$
 $\checkmark -\frac{9}{4}$
- 30) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 7x - \cos^3 7x}{\log_3(1+x^2) \ln 3}$
 $\checkmark 49$

Задача 182. Найти предел.

- 1) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{e^x - e^3}{-2x^2 + 5x + 3}$
 $\checkmark -\frac{e^3}{7}$
- 2) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{e^x - e^2}{-4x^2 + 9x - 2}$
 $\checkmark -\frac{e^2}{7}$
- 3) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{e^x - e^3}{-8x^2 + 23x + 3}$
 $\checkmark -\frac{e^3}{25}$
- 4) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{e^x - e^{-2}}{4x^2 + 11x + 6}$
 $\checkmark -\frac{e^{-2}}{5}$
- 5) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{e^x - e^2}{2x^2 - 5x + 2}$
 $\checkmark \frac{e^2}{3}$
- 6) $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{e^x - e^{-3}}{-8x^2 - 27x - 9}$
 $\checkmark \frac{e^{-3}}{21}$
- 7) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{e^x - e^2}{-2x^2 + 3x + 2}$
 $\checkmark -\frac{e^2}{5}$
- 8) $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{e^x - e^{-3}}{4x^2 + 15x + 9}$
 $\checkmark -\frac{e^{-3}}{9}$
- 9) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{e^x - e^3}{8x^2 - 23x - 3}$
 $\checkmark \frac{e^3}{25}$
- 10) $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{e^x - e^{-3}}{-2x^2 - 5x + 3}$
 $\checkmark \frac{e^{-3}}{7}$
- 11) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{e^x - e^3}{-4x^2 + 13x - 3}$
 $\checkmark -\frac{e^3}{11}$
- 12) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{e^x - e^{-1}}{-8x^2 - 11x - 3}$
 $\checkmark \frac{e^{-1}}{5}$
- 13) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{e^x - e^2}{-8x^2 + 19x - 6}$
 $\checkmark -\frac{e^2}{13}$
- 14) $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{e^x - e^{-3}}{-8x^2 - 25x - 3}$
 $\checkmark \frac{e^{-3}}{23}$
- 15) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{e^x - e^{-2}}{4x^2 + 9x + 2}$
 $\checkmark -\frac{e^{-2}}{7}$
- 16) $\lim_{x \rightarrow -5} \frac{e^x - e^{-5}}{-2x^2 - 9x + 5}$
 $\checkmark \frac{e^{-5}}{11}$
- 17) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{e^x - e^4}{4x^2 - 17x + 4}$
 $\checkmark \frac{e^4}{15}$
- 18) $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{e^x - e^{-3}}{-2x^2 - 7x - 3}$
 $\checkmark \frac{e^{-3}}{5}$
- 19) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{e^x - e^4}{4x^2 - 19x + 12}$
 $\checkmark \frac{e^4}{13}$
- 20) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{e^x - e^5}{-8x^2 + 41x - 5}$
 $\checkmark -\frac{e^5}{39}$
- 21) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{e^x - e^{-1}}{4x^2 + 7x + 3}$
 $\checkmark -e^{-1}$
- 22) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{e^x - e^2}{8x^2 - 15x - 2}$
 $\checkmark \frac{e^2}{17}$
- 23) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{e^x - e^2}{-4x^2 + 7x + 2}$
 $\checkmark -\frac{e^2}{9}$
- 24) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{e^x - e^3}{-4x^2 + 11x + 3}$
 $\checkmark -\frac{e^3}{13}$

$$\begin{array}{llll}
25) \lim_{x \rightarrow -3} \frac{e^x - e^{-3}}{-4x^2 - 9x + 9} & 26) \lim_{x \rightarrow -1} \frac{e^x - e^{-1}}{4x^2 + 5x + 1} & 27) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{e^x - e^3}{-4x^2 + 15x - 9} & 28) \lim_{x \rightarrow -3} \frac{e^x - e^{-3}}{-4x^2 - 11x + 3} \\
\checkmark \frac{e^{-3}}{15} & \checkmark -\frac{e^{-1}}{3} & \checkmark -\frac{e^3}{9} & \checkmark \frac{e^{-3}}{13} \\
29) \lim_{x \rightarrow -4} \frac{e^x - e^{-4}}{4x^2 + 17x + 4} & 30) \lim_{x \rightarrow -4} \frac{e^x - e^{-4}}{-4x^2 - 15x + 4} & & \\
\checkmark -\frac{e^{-4}}{15} & \checkmark \frac{e^{-4}}{17} & &
\end{array}$$

Задача 183. Найти предел.

$$\begin{array}{llll}
1) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1 - \cos 2x)^2}{\operatorname{tg}^2 x - \sin^2 x} & 2) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{4^{\sqrt[3]{x}} - 1}{\sqrt[3]{\sin x}} & 3) \lim_{x \rightarrow a} \frac{3^x - x^3}{x - 3} & 4) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2^{2\sqrt[4]{x}} - 1}{\sqrt[4]{\sin x}} & 5) \lim_{x \rightarrow 0} (1 - 4^{4x^4}) \operatorname{ctg} 4x^4 \\
\checkmark 4 & \checkmark \ln 4 & \checkmark 27 \ln 3 - 27 & \checkmark 2 \ln 2 & \checkmark -\ln 4 \\
6) \lim_{x \rightarrow 0} (1 - 4^{4x^2}) \operatorname{ctg} 3x^2 & 7) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 + 7x \sin 5x} - \sqrt{\cos 10x}}{\operatorname{tg}^2 \frac{2x}{5}} & 8) \lim_{x \rightarrow \infty} (3^{\frac{1}{3x}} - 1)x & 9) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1 - \cos 6x)^3}{\operatorname{tg}^4 3x - \sin^4 3x} \\
\checkmark -\frac{4}{3} \ln 4 & \checkmark \frac{2125}{8} & \checkmark \frac{1}{3} \ln 3 & \checkmark 4 & \\
10) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3^{\sqrt[4]{x}} - 1}{\sqrt[4]{\sin 2x}} & 11) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 + 5x \sin 5x} - \sqrt{\cos 10x}}{\operatorname{tg}^2 \frac{2x}{5}} & 12) \lim_{x \rightarrow 8} \arcsin^2 \frac{x - 8}{8} \operatorname{ctg}^2(x - 8) & 13) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2^{\sqrt[3]{x}} - 1}{\sqrt[3]{\sin 2x}} \\
\checkmark \frac{\ln 3}{\sqrt[4]{2}} & \checkmark \frac{1875}{8} & \checkmark \frac{1}{64} & \checkmark \frac{\ln 2}{\sqrt[3]{2}} & \\
14) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1 - \cos 8x)^3}{\operatorname{tg}^4 2x - \sin^4 2x} & 15) \lim_{x \rightarrow 0} (1 - 2^{4x^2}) \operatorname{ctg} 2x^2 & 16) \lim_{x \rightarrow a} \frac{4^x - x^4}{x - 4} & 17) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1 - \cos 6x)^4}{\operatorname{tg}^6 3x - \sin^6 3x} \\
\checkmark 256 & \checkmark -2 \ln 2 & \checkmark 256 \ln 4 - 256 & \checkmark \frac{16}{3} & \\
18) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1 - \cos 6x)^3}{\operatorname{tg}^4 4x - \sin^4 4x} & 19) \lim_{x \rightarrow \infty} (4^{\frac{1}{3x}} - 1)x & 20) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 + 5x \sin 5x} - \sqrt{\cos 10x}}{\operatorname{tg}^2 \frac{x}{2}} & 21) \lim_{x \rightarrow \infty} (2^{\frac{3}{x^2}} - 1)x^2 \\
\checkmark \frac{729}{1024} & \checkmark \frac{1}{3} \ln 4 & \checkmark 150 & \checkmark 3 \ln 2 & \\
22) \lim_{x \rightarrow a} \frac{2^x - x^2}{x - 2} & 23) \lim_{x \rightarrow 0} (1 - 4^{3x^3}) \operatorname{ctg} 3x^3 & 24) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 + 8x \sin \frac{x}{4}} - \sqrt{\cos \frac{x}{2}}}{\operatorname{tg}^2 \frac{2x}{5}} & 25) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3^{2\sqrt[3]{x}} - 1}{\sqrt[3]{\sin x}} \\
\checkmark 4 \ln 2 - 4 & \checkmark -\ln 4 & \checkmark \frac{425}{64} & \checkmark 2 \ln 3 & \\
26) \lim_{x \rightarrow \infty} (3^{\frac{1}{x^2}} - 1)x^2 & 27) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3^{2\sqrt[3]{x}} - 1}{\sqrt[3]{\sin 2x}} & 28) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3^{\sqrt[3]{x}} - 1}{\sqrt[3]{\sin 2x}} & 29) \lim_{x \rightarrow \infty} (4^{\frac{3}{2x}} - 1)x & 30) \lim_{x \rightarrow 0} (1 - 4^{4x^4}) \operatorname{ctg} 3x^4 \\
\checkmark \ln 3 & \checkmark \frac{2 \ln 3}{\sqrt[3]{2}} & \checkmark \frac{\ln 3}{\sqrt[3]{2}} & \checkmark \frac{3}{2} \ln 4 & \checkmark -\frac{4}{3} \ln 4
\end{array}$$

Задача 184. Исследовать на непрерывность и нарисовать эскиз графика функции

$$\begin{array}{lll}
1) f(x) = \begin{cases} \cos \frac{\pi x}{2}, & |x| \leq 1, \\ |4 - x|, & |x| > 1. \end{cases} & 2) f(x) = \frac{3}{x^2 - 1} & 3) f(x) = \begin{cases} \cos \frac{\pi x}{2}, & |x| \leq 1, \\ |3 - x|, & |x| > 1. \end{cases} \\
\checkmark x = \pm 1 - \text{точки разрыва 1 рода} & \checkmark x = \pm 1 - \text{точки разрыва 2 рода} & \checkmark x = \pm 1 - \text{точки разрыва 1 рода} \\
4) f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 16}{x + 4}, & x \neq -4, \\ -8, & x = -4. \end{cases} & 5) f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 9}{x + 3}, & x \neq -3, \\ -6, & x = -3. \end{cases} & 6) f(x) = \begin{cases} \cos \frac{\pi x}{2}, & |x| \leq 1, \\ |5 - x|, & |x| > 1. \end{cases} \\
\checkmark \text{Функция непрерывна на } \mathbb{R} & \checkmark \text{Функция непрерывна на } \mathbb{R} & \checkmark x = \pm 1 - \text{точки разрыва 1 рода} \\
7) f(x) = \begin{cases} \cos \frac{\pi x}{2}, & |x| \leq 1, \\ |2 - x|, & |x| > 1. \end{cases} & 8) f(x) = \begin{cases} e^x, & x < 0, \\ -3x - 1, & x \geq 0. \end{cases} & 9) f(x) = -\frac{5}{(x - 2)^2} \\
\checkmark x = \pm 1 - \text{точки разрыва 1 рода} & \checkmark x = 0 - \text{точка разрыва 1 рода} & \checkmark x = 2 - \text{точка разрыва 2 рода} \\
10) f(x) = 2^{\frac{1}{x+2}} & 11) f(x) = \frac{4}{x^2 - 4} & 12) f(x) = 4^{\frac{1}{x-1}} \\
\checkmark x = -2 - \text{точка разрыва 2 рода} & \checkmark x = \pm 2 - \text{точки разрыва 2 рода} & \checkmark x = 1 - \text{точка разрыва 2 рода}
\end{array}$$

$$13) f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-1}{x-1}, & x \neq 1, \\ 2, & x = 1. \end{cases}$$

✓ Функция непрерывна на \mathbb{R}

$$14) f(x) = \begin{cases} e^x, & x < 0, \\ -x + 2, & x \geq 0. \end{cases}$$

✓ $x = 0$ — точка разрыва 1 рода

$$15) f(x) = \frac{5}{x-3}$$

✓ $x = 3$ — точка разрыва 2 рода

$$16) f(x) = 3^{\frac{1}{x+1}}$$

✓ $x = -1$ — точка разрыва 2 рода

$$17) f(x) = \begin{cases} e^x, & x < 0, \\ 3x + 2, & x \geq 0. \end{cases}$$

✓ $x = 0$ — точка разрыва 1 рода

$$18) f(x) = \begin{cases} e^x, & x < 0, \\ -2x + 3, & x \geq 0. \end{cases}$$

✓ $x = 0$ — точка разрыва 1 рода

$$19) f(x) = 4^{\frac{1}{x+3}}$$

✓ $x = -3$ — точка разрыва 2 рода

$$20) f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-4}{x+2}, & x \neq -2, \\ -4, & x = -2. \end{cases}$$

✓ Функция непрерывна на \mathbb{R}

$$21) f(x) = \begin{cases} e^x, & x < 0, \\ -x - 1, & x \geq 0. \end{cases}$$

✓ $x = 0$ — точка разрыва 1 рода

$$22) f(x) = \begin{cases} \frac{x^3-1}{x-1}, & x \neq 1, \\ 3, & x = 1. \end{cases}$$

✓ Функция непрерывна на \mathbb{R}

$$23) f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-1}{x+1}, & x \neq -1, \\ -2, & x = -1. \end{cases}$$

✓ Функция непрерывна на \mathbb{R}

$$24) f(x) = \begin{cases} \sin \frac{\pi x}{2}, & x \leq 1, \\ 4x - 4, & x > 1. \end{cases}$$

✓ $x = 1$ — точка разрыва 1 рода

$$25) f(x) = -\frac{7}{(x+2)^2}$$

✓ $x = -2$ — точка разрыва 2 рода

$$26) f(x) = \begin{cases} e^x, & x < 0, \\ 2x + 3, & x \geq 0. \end{cases}$$

✓ $x = 0$ — точка разрыва 1 рода

$$27) f(x) = 2^{\frac{1}{x+1}}$$

✓ $x = -1$ — точка разрыва 2 рода

$$28) f(x) = \begin{cases} \sin \frac{\pi x}{2}, & x \leq 1, \\ x - 1, & x > 1. \end{cases}$$

✓ $x = 1$ — точка разрыва 1 рода

$$29) f(x) = \begin{cases} \sin \frac{\pi x}{2}, & x \leq 1, \\ 2x - 2, & x > 1. \end{cases}$$

✓ $x = 1$ — точка разрыва 1 рода

$$30) f(x) = \frac{5}{(x+4)^2}$$

✓ $x = -4$ — точка разрыва 2 рода

Задача 185. Построить график функции, провести классификацию точек разрыва, указать, есть ли хотя бы односторонняя непрерывность функции в точках разрыва.

$$1) f(x) = \begin{cases} \operatorname{tg} x, & |x| < \pi, \\ \cos x, & |x| \geq \pi \end{cases} \quad 2) f(x) = \begin{cases} \frac{2}{x}, & |x| < \pi, \\ \cos x, & |x| \geq \pi \end{cases}$$

$$3) f(x) = \begin{cases} \left(\frac{1}{2}\right)^x, & x < -1, \\ \arcsin x, & -1 \leq x \leq 0, \\ \log_{\frac{1}{2}} x, & x > 0 \end{cases}$$

✓ $x = -1$ точка разрыва первого рода, $x = 0$ точка разрыва второго рода

$$5) f(x) = \begin{cases} \sqrt[3]{x}, & x < -1, \\ \arccos x, & -1 \leq x \leq 0, \\ -\frac{2}{x^2}, & x > 0 \end{cases}$$

✓ $x = -1$ точка разрыва первого рода, $x = 0$ точка разрыва второго рода

$$7) f(x) = \begin{cases} -\frac{1}{x^2}, & |x| < \pi, \\ -x + 1, & |x| \geq \pi \end{cases} \quad 8) f(x) = \begin{cases} -\frac{3}{x}, & |x| < \pi, \\ (x + \pi)^2 + 2, & |x| \geq \pi \end{cases}$$

$$4) f(x) = \begin{cases} \operatorname{tg} x, & |x| < \pi, \\ (x - \pi)^2 + 1, & |x| \geq \pi \end{cases}$$

$$6) f(x) = \begin{cases} \operatorname{tg} x, & |x| < \pi, \\ (x - \pi)^2, & |x| \geq \pi \end{cases}$$

$$9) f(x) = \begin{cases} -2, & x < -1, \\ \operatorname{arctg} x, & -1 \leq x \leq 0, \\ \frac{2}{x^2}, & x > 0 \end{cases}$$

✓ $x = -1$ точка разрыва первого рода, $x = 0$ точка разрыва второго рода

$$11) f(x) = \begin{cases} \operatorname{ctg} x, & |x| < \pi, \\ \cos x, & |x| \geq \pi \end{cases} \quad 12) f(x) = \begin{cases} -\frac{1}{x^2}, & |x| < \pi, \\ \cos x, & |x| \geq \pi \end{cases} \quad 13) f(x) = \begin{cases} \frac{3}{x^2}, & |x| < \pi, \\ x^2 + 1, & |x| \geq \pi \end{cases}$$

$$14) f(x) = \begin{cases} -3, & x < -1, \\ \arccos x, & -1 \leq x \leq 0, \\ -\frac{2}{x}, & x > 0 \end{cases}$$

✓ $x = -1$ точка разрыва первого рода, $x = 0$ точка разрыва второго рода

$$15) f(x) = \begin{cases} 3, & x < -1, \\ \operatorname{arctg} x, & -1 \leq x \leq 0, \\ -\frac{2}{x^2}, & x > 0 \end{cases}$$

✓ $x = -1$ точка разрыва первого рода, $x = 0$ точка разрыва второго рода

$$16) f(x) = \begin{cases} \operatorname{tg} x, & |x| < \pi, \\ (x - \pi)^2 + 3, & |x| \geq \pi \end{cases}$$

$$17) f(x) = \begin{cases} \sqrt[3]{x}, & x < -1, \\ \arccos x, & -1 \leq x \leq 0, \\ \log_e x, & x > 0 \end{cases}$$

$$18) f(x) = \begin{cases} \operatorname{tg} x, & |x| < \pi, \\ -3x + 2, & |x| \geq \pi \end{cases}$$

✓ $x = -1$ точка разрыва первого рода, $x = 0$ точка разрыва второго рода

$$19) f(x) = \begin{cases} \operatorname{ctg} x, & |x| < \pi, \\ (x + \pi)^2 + 4, & |x| \geq \pi \end{cases} \quad 20) f(x) = \begin{cases} \operatorname{tg} x, & |x| < \pi, \\ (x - \pi)^2, & |x| \geq \pi \end{cases}$$

$$21) f(x) = \begin{cases} 2x - 2, & x < -1, \\ \operatorname{arccctg} x, & -1 \leq x \leq 0, \\ -\frac{2}{x}, & x > 0 \end{cases}$$

✓ $x = -1$ точка разрыва первого рода, $x = 0$ точка разрыва второго рода

$$22) f(x) = \begin{cases} \left(\frac{1}{5}\right)^x, & x < -1, \\ \arcsin x, & -1 \leq x \leq 0, \\ \log_{\frac{1}{5}} x, & x > 0 \end{cases}$$

✓ $x = -1$ точка разрыва первого рода, $x = 0$ точка разрыва второго рода

$$23) f(x) = \begin{cases} \sqrt[3]{x}, & x < -1, \\ \arccos x, & -1 \leq x \leq 0, \\ -\frac{1}{x}, & x > 0 \end{cases}$$

✓ $x = -1$ точка разрыва первого рода, $x = 0$ точка разрыва второго рода

$$24) f(x) = \begin{cases} \operatorname{ctg} x, & |x| < \pi, \\ (x - \pi)^2 + 1, & |x| \geq \pi \end{cases}$$

$$25) f(x) = \begin{cases} -2x^2 + 3, & x < -1, \\ \operatorname{arccctg} x, & -1 \leq x \leq 0, \\ \frac{1}{x^2}, & x > 0 \end{cases}$$

✓ $x = -1$ точка разрыва первого рода, $x = 0$ точка разрыва второго рода

$$26) f(x) = \begin{cases} x - 3, & x < -1, \\ \operatorname{arccctg} x, & -1 \leq x \leq 0, \\ \frac{2}{x}, & x > 0 \end{cases}$$

✓ $x = -1$ точка разрыва первого рода, $x = 0$ точка разрыва второго рода

$$27) f(x) = \begin{cases} e^x, & x < -1, \\ \arccos x, & -1 \leq x \leq 0, \\ \frac{2}{x^2}, & x > 0 \end{cases}$$

✓ $x = -1$ точка разрыва первого рода, $x = 0$ точка разрыва второго рода

$$28) f(x) = \begin{cases} \left(\frac{1}{3}\right)^x, & x < -1, \\ \arcsin x, & -1 \leq x \leq 0, \\ -\frac{2}{x^2}, & x > 0 \end{cases}$$

$$29) f(x) = \begin{cases} -\frac{1}{x}, & |x| < \pi, \\ \cos x, & |x| \geq \pi \end{cases}$$

✓ $x = -1$ точка разрыва первого рода, $x = 0$ точка разрыва второго рода

$$30) f(x) = \begin{cases} \frac{2}{x^2}, & |x| < \pi, \\ 2x + 1, & |x| \geq \pi \end{cases}$$

Задача 186. Вычислить производную функции.

$$1) 5x^4 - \frac{4}{x^2} - 3\sqrt[4]{x^3} + \frac{3}{\sqrt{x}} \quad 2) 4x^5 - \frac{4}{x^2} - 3\sqrt[4]{x^3} + \frac{4}{\sqrt[5]{x^3}} \quad 3) 5x^4 - \frac{2}{x^3} - 2\sqrt[5]{x^2} + \frac{4}{\sqrt[3]{x^2}} \quad 4) x^5 + \frac{3}{x^3} + 2\sqrt[5]{x^3} - \frac{3}{\sqrt[3]{x^2}}$$

$$5) 2x^4 - \frac{3}{x^3} - 3\sqrt[3]{x^2} + \frac{3}{\sqrt{x}} \quad 6) 4x^5 - \frac{2}{x^2} - 3\sqrt{x} + \frac{4}{\sqrt[7]{x^4}} \quad 7) -3x^5 - \frac{4}{x^4} - 3\sqrt{x} + \frac{3}{\sqrt[3]{x^2}} \quad 8) 2x^5 - \frac{1}{x^4} - 2\sqrt[5]{x^3} + \frac{4}{\sqrt[5]{x^2}}$$

$$9) -4x^2 + \frac{4}{x^4} + 4\sqrt[5]{x^2} + \frac{4}{\sqrt[5]{x^2}} \quad 10) -4x^5 - \frac{1}{x^2} - 2\sqrt[5]{x^3} + \frac{3}{\sqrt[3]{x^2}} \quad 11) x^2 - \frac{4}{x^2} - 3\sqrt{x} - \frac{2}{\sqrt[5]{x^3}}$$

$$\begin{array}{lll}
12) 2x^5 - \frac{1}{x^2} - 2\sqrt{x} - \frac{2}{\sqrt{x}} & 13) -2x^4 + \frac{4}{x^2} + 4\sqrt{x} + \frac{2}{\sqrt[5]{x^4}} & 14) x^2 + \frac{3}{x^3} + 3\sqrt{x} + \frac{3}{\sqrt[5]{x^2}} \\
15) -4x^5 - \frac{3}{x^4} - 2\sqrt[3]{x^2} + \frac{3}{\sqrt[3]{x^2}} & 16) -4x^3 - \frac{4}{x^2} - 3\sqrt[5]{x^2} + \frac{3}{\sqrt[5]{x^4}} & 17) x^4 - \frac{3}{x^3} - 3\sqrt{x} + \frac{2}{\sqrt[5]{x^2}} \\
18) 5x^5 + \frac{2}{x^4} + 3\sqrt[7]{x^4} - \frac{2}{\sqrt{x}} & 19) -3x^3 - \frac{3}{x^3} - 3\sqrt{x} + \frac{3}{\sqrt{x^2}} & 20) -3x^5 - \frac{3}{x^4} - 2\sqrt{x} + \frac{4}{\sqrt[7]{x^4}} \\
21) 2x^3 + \frac{5}{x^3} + 4\sqrt[4]{x^3} - \frac{2}{\sqrt[5]{x^4}} & 22) -4x^3 + \frac{3}{x^2} + 2\sqrt[7]{x^4} + \frac{4}{\sqrt[5]{x^3}} & 23) -3x^2 + \frac{4}{x^3} + 3\sqrt{x} + \frac{2}{\sqrt{x}} \\
24) -5x^2 + \frac{3}{x^4} + 3\sqrt[5]{x^4} + \frac{3}{\sqrt[4]{x^3}} & 25) 2x^3 + \frac{3}{x^2} + 3\sqrt[4]{x^3} + \frac{3}{\sqrt[7]{x^4}} & 26) 4x^3 + \frac{2}{x^2} + 2\sqrt[7]{x^4} + \frac{4}{\sqrt[3]{x^2}} \\
27) 4x^3 - \frac{3}{x^2} - 3\sqrt[5]{x^3} - \frac{3}{\sqrt[7]{x^4}} & 28) 3x^4 + \frac{2}{x^4} + 2\sqrt[7]{x^4} + \frac{4}{\sqrt[7]{x^4}} & 29) 3x^4 - \frac{3}{x^2} - 3\sqrt[5]{x^4} + \frac{2}{\sqrt[5]{x^3}} \\
30) 2x^4 + \frac{2}{x^4} + 3\sqrt[7]{x^4} + \frac{4}{\sqrt[5]{x^4}} & &
\end{array}$$

Задача 187. Вычислить производную функции.

$$\begin{array}{llll}
1) (5x+5)^4 \cdot \arccos x & 2) (2x+3)^9 \cdot \arcsin x & 3) (7x-3)^{10} \cdot \arcsin x & 4) (7x-3)^{10} \cdot \arccos x \\
5) (2x+3)^7 \cdot \cos x & 6) (2x+1)^8 \cdot \ln x & 7) (3x-1)^7 \cdot \sin x & 8) (4x+2)^7 \cdot \cos x \\
9) (3x-1)^7 \cdot \ln x & 10) (5x+4)^5 \cdot \ln x & 11) (3x-1)^4 \cdot \arccos x & 12) (7x+7)^6 \cdot \operatorname{tg} x \\
13) (5x+3)^6 \cdot \ln x & 14) (3x-1)^5 \cdot \operatorname{tg} x & 15) (6x+3)^6 \cdot \operatorname{tg} x & 16) (3x+3)^9 \cdot \ln x \\
17) (4x+2)^{10} \cdot \operatorname{tg} x & 18) (3x+7)^6 \cdot \arcsin x & 19) (4x+2)^4 \cdot \ln x & 20) (7x+2)^5 \cdot \ln x \\
21) (4x+6)^6 \cdot \operatorname{tg} x & 22) (2x-3)^6 \cdot \sin x & 23) (4x+1)^6 \cdot \operatorname{tg} x & 24) (3x+6)^4 \cdot \operatorname{tg} x \\
25) (6x+3)^8 \cdot \arcsin x & 26) (3x-3)^7 \cdot \arcsin x & 27) (6x-1)^9 \cdot \ln x & 28) (4x+6)^{10} \cdot \arccos x \\
29) (2x+4)^4 \cdot \arcsin x & 30) (2x-1)^6 \cdot \ln x & &
\end{array}$$

Задача 188. Вычислить производную функции.

$$\begin{array}{llll}
1) (2x-3)^7 \cdot \operatorname{tg} (2x^3-2) & 2) (2x-3)^6 \cdot \arcsin (7x^4+3) & 3) (3x-1)^9 \cdot \arccos (3x^4+3) & \\
4) (2x+1)^7 \cdot \sin (6x^5+3) & 5) (2x+1)^6 \cdot \cos (2x^2+6) & 6) (6x-3)^{10} \cdot \arcsin (3x^2+1) & \\
7) (2x+2)^{10} \cdot \sin (2x^3-3) & 8) (7x-1)^7 \cdot \sin (2x^3+1) & 9) (3x+5)^9 \cdot \cos (2x^5-1) & 10) (7x+6)^{10} \cdot \sin (6x^4+3) \\
11) (4x-1)^4 \cdot \ln (3x^2-1) & 12) (3x+6)^{10} \cdot \operatorname{tg} (6x^2+1) & 13) (3x+6)^7 \cdot \arcsin (5x^4+7) & \\
14) (2x+1)^5 \cdot \sin (7x^3+7) & 15) (6x+3)^7 \cdot \cos (6x^5-2) & 16) (4x+7)^5 \cdot \sin (7x^2-2) & \\
17) (4x+7)^5 \cdot \arccos (6x^2+4) & 18) (5x-2)^5 \cdot \cos (4x^3+3) & 19) (4x-3)^{10} \cdot \sin (6x^4+3) & \\
20) (3x-2)^5 \cdot \arcsin (6x^4+7) & 21) (2x+1)^4 \cdot \cos (6x^4+4) & 22) (5x-3)^5 \cdot \ln (3x^3+5) & \\
23) (4x+3)^{10} \cdot \ln (3x^2-2) & 24) (6x+5)^8 \cdot \arcsin (2x^4+7) & 25) (5x+4)^{10} \cdot \sin (7x^4+5) & \\
26) (5x+1)^9 \cdot \ln (2x^5-1) & 27) (7x-1)^9 \cdot \arccos (6x^5+5) & 28) (6x+4)^6 \cdot \sin (7x^3+6) & \\
29) (2x-1)^4 \cdot \operatorname{tg} (7x^4+7) & 30) (5x+7)^7 \cdot \arcsin (3x^3+6) & &
\end{array}$$

Задача 189. Вычислить производную функции.

$$\begin{array}{llll}
1) \frac{\sin (4x+2)}{\sin x} & 2) \frac{\operatorname{tg} (2x+6)}{\arccos x} & 3) \frac{\sin (4x-2)}{\arccos x} & 4) \frac{\operatorname{tg} (2x+5)}{\arccos x} \\
5) \frac{\ln (4x-3)}{\ln x} & 6) \frac{\arcsin (4x+6)}{\cos x} & 7) \frac{\arcsin (5x+4)}{\ln x} & 8) \frac{\arcsin (7x-1)}{\arcsin x} \\
9) \frac{\cos (6x+7)}{\ln x} & 10) \frac{\ln (2x+4)}{\sin x} & 11) \frac{\arccos (7x-1)}{\sin x} & 12) \frac{\sin (2x-2)}{\ln x} \\
13) \frac{\arccos (3x-1)}{\cos x} & 14) \frac{\ln (7x+4)}{\arccos x} & 15) \frac{\ln (5x+5)}{\operatorname{tg} x} & 16) \frac{\ln (2x+3)}{\ln x} \\
17) \frac{\arccos (7x-2)}{\arccos x} & 18) \frac{\ln (2x+6)}{\cos x} & 19) \frac{\arccos (5x+5)}{\arcsin x} & 20) \frac{\sin (2x+3)}{\arcsin x} \\
21) \frac{\ln (2x+6)}{\operatorname{tg} x} & 22) \frac{\arccos (3x-2)}{\operatorname{tg} x} & 23) \frac{\arccos (7x-2)}{\operatorname{tg} x} & 24) \frac{\ln (6x+2)}{\operatorname{tg} x} \\
25) \frac{\operatorname{tg} (3x-1)}{\ln x} & 26) \frac{\cos (6x+5)}{\cos x} & 27) \frac{\sin (2x+4)}{\ln x} & 28) \frac{\arcsin (4x+7)}{\operatorname{tg} x} \\
29) \frac{\ln (2x+7)}{\sin x} & 30) \frac{\arcsin (6x+7)}{\cos x} & &
\end{array}$$

Задача 190. Вычислить производную функции.

- 1) $(\sin(4x - 3))^{\cos x}$ 2) $(\arccos(6x + 6))^{\sin x}$ 3) $(\operatorname{tg}(7x + 5))^{\cos x}$ 4) $(\sin(5x + 5))^{\ln x}$ 5) $(\arccos(2x - 1))^{\sin x}$
- 6) $(\arccos(3x - 3))^{\cos x}$ 7) $(\operatorname{tg}(7x - 1))^{\cos x}$ 8) $(\arcsin(5x - 1))^{\ln x}$ 9) $(\cos(7x + 6))^{\cos x}$ 10) $(\cos(5x + 2))^{\arccos x}$
- 11) $(\arcsin(6x - 1))^{\operatorname{tg} x}$ 12) $(\sin(6x + 6))^{\arcsin x}$ 13) $(\arccos(7x + 2))^{\sin x}$ 14) $(\sin(5x + 3))^{\operatorname{tg} x}$
- 15) $(\arccos(6x - 1))^{\cos x}$ 16) $(\ln(2x + 7))^{\arcsin x}$ 17) $(\sin(7x - 1))^{\cos x}$ 18) $(\ln(5x - 2))^{\arccos x}$
- 19) $(\sin(4x + 6))^{\arcsin x}$ 20) $(\ln(3x + 7))^{\arccos x}$ 21) $(\arccos(6x + 4))^{\cos x}$ 22) $(\sin(4x + 4))^{\operatorname{tg} x}$
- 23) $(\arccos(6x + 7))^{\sin x}$ 24) $(\ln(4x - 3))^{\arccos x}$ 25) $(\cos(6x + 6))^{\ln x}$ 26) $(\operatorname{tg}(5x + 5))^{\arccos x}$
- 27) $(\sin(3x + 6))^{\operatorname{tg} x}$ 28) $(\sin(3x - 3))^{\arcsin x}$ 29) $(\operatorname{tg}(7x + 2))^{\arcsin x}$ 30) $(\arcsin(5x - 3))^{\cos x}$

Задача 191. Вычислить производную функции.

- 1) $\sin^6 x \cdot \cos(6x + 5)$ 2) $\arcsin^4 x \cdot \ln(5x + 6)$ 3) $\arccos^7 x \cdot \ln(6x - 3)$ 4) $\cos^6 x \cdot \cos(2x + 7)$
- 5) $\cos^6 x \cdot \operatorname{tg}(5x + 4)$ 6) $\arccos^6 x \cdot \arcsin(6x + 5)$ 7) $\arccos^7 x \cdot \ln(3x + 3)$ 8) $\arcsin^7 x \cdot \cos(4x - 3)$
- 9) $\ln^3 x \cdot \operatorname{tg}(4x - 3)$ 10) $\arcsin^3 x \cdot \sin(3x - 2)$ 11) $\operatorname{tg}^3 x \cdot \arcsin(3x + 1)$ 12) $\arcsin^6 x \cdot \operatorname{tg}(6x + 1)$
- 13) $\arcsin^5 x \cdot \arccos(5x + 1)$ 14) $\cos^7 x \cdot \operatorname{tg}(5x - 2)$ 15) $\sin^6 x \cdot \arcsin(5x - 2)$ 16) $\arccos^6 x \cdot \operatorname{tg}(5x + 4)$
- 17) $\cos^6 x \cdot \operatorname{tg}(5x + 1)$ 18) $\cos^7 x \cdot \arcsin(2x + 5)$ 19) $\sin^7 x \cdot \operatorname{tg}(4x - 2)$ 20) $\arcsin^6 x \cdot \cos(4x + 1)$
- 21) $\arcsin^5 x \cdot \arccos(4x - 3)$ 22) $\ln^3 x \cdot \operatorname{tg}(7x + 6)$ 23) $\ln^7 x \cdot \ln(6x + 3)$ 24) $\arcsin^6 x \cdot \arcsin(6x - 2)$
- 25) $\ln^7 x \cdot \cos(7x - 1)$ 26) $\ln^7 x \cdot \sin(5x + 2)$ 27) $\arccos^6 x \cdot \cos(5x + 1)$ 28) $\ln^4 x \cdot \cos(5x + 1)$
- 29) $\ln^5 x \cdot \cos(7x - 1)$ 30) $\operatorname{tg}^4 x \cdot \sin(2x + 2)$

Задача 192. Вычислить производную функции.

- 1) $\frac{\operatorname{tg}(2x + 6)}{\ln 3x^7}$ 2) $\frac{\operatorname{tg}(3x - 1)}{\arccos 5x^6}$ 3) $\frac{\ln(4x + 3)}{\ln 6x^2}$ 4) $\frac{\arcsin(2x + 5)}{\sin 5x^6}$ 5) $\frac{\operatorname{tg}(7x - 2)}{\cos 2x^6}$ 6) $\frac{\sin(7x + 6)}{\arccos 4x^5}$
- 7) $\frac{\arccos(3x - 2)}{\operatorname{tg} 5x^7}$ 8) $\frac{\arccos(5x - 2)}{\arcsin 3x^7}$ 9) $\frac{\cos(2x + 4)}{\sin 3x^7}$ 10) $\frac{\arcsin(6x - 1)}{\ln 3x^7}$ 11) $\frac{\operatorname{tg}(2x + 3)}{\cos 4x^5}$ 12) $\frac{\operatorname{tg}(7x + 2)}{\sin 2x^4}$
- 13) $\frac{\arccos(4x - 1)}{\sin 2x^5}$ 14) $\frac{\sin(7x - 2)}{\sin 2x^6}$ 15) $\frac{\operatorname{tg}(4x + 4)}{\ln 2x^5}$ 16) $\frac{\ln(3x + 5)}{\sin 7x^4}$ 17) $\frac{\arcsin(6x + 7)}{\operatorname{tg} 7x^4}$ 18) $\frac{\cos(7x + 7)}{\operatorname{tg} 3x^4}$
- 19) $\frac{\arcsin(5x + 2)}{\operatorname{tg} 7x^6}$ 20) $\frac{\ln(2x + 7)}{\sin 4x^4}$ 21) $\frac{\operatorname{tg}(4x + 5)}{\arcsin 4x^6}$ 22) $\frac{\sin(7x + 6)}{\arcsin 4x^3}$ 23) $\frac{\operatorname{tg}(4x + 7)}{\cos 3x^6}$ 24) $\frac{\cos(3x - 2)}{\arccos 2x^3}$
- 25) $\frac{\ln(2x + 6)}{\arcsin 4x^2}$ 26) $\frac{\arccos(4x - 2)}{\cos 2x^2}$ 27) $\frac{\operatorname{tg}(7x - 2)}{\arcsin 2x^2}$ 28) $\frac{\ln(5x + 3)}{\operatorname{tg} 6x^2}$ 29) $\frac{\sin(6x + 2)}{\ln 6x^5}$ 30) $\frac{\sin(5x + 6)}{\operatorname{tg} 6x^3}$

Задача 193. Вычислить производную функции.

- 1) $\sqrt[3]{\frac{2x + 3}{2x + 6}} \arcsin(2x^2 + 7x - 1)$ 2) $\sqrt[4]{\frac{6x + 5}{3x + 7}} \log_4(5x - 2)$ 3) $\sqrt[3]{\frac{2x + 7}{2x + 4}} \arcsin(2x^2 + 5x + 5)$
- 4) $\sqrt[4]{\frac{6x - 1}{-3x + 3}} \log_5(5x + 6)$ 5) $\sqrt[4]{\frac{4x + 5}{6x + 6}} \log_7(3x + 5)$ 6) $\sqrt[5]{\frac{7x + 3}{-2x + 4}} \arcsin(3x^2 + 2x + 3)$
- 7) $\sqrt[5]{\frac{3x + 6}{5x - 3}} \arccos(2x^2 + 5x + 4)$ 8) $\sqrt[4]{\frac{4x + 2}{6x + 6}} \log_7(2x - 3)$ 9) $\sqrt[4]{\frac{3x + 7}{-3x + 2}} \cos(2x^2 + 5x - 1)$
- 10) $\sqrt[5]{\frac{3x - 1}{4x + 3}} \cos(2x^2 + 4x - 3)$ 11) $\sqrt[3]{\frac{5x + 6}{2x + 3}} \operatorname{tg}(7x^2 + 7x - 2)$ 12) $\sqrt[3]{\frac{5x - 3}{7x + 7}} \arccos(4x^2 + 3x + 5)$
- 13) $\sqrt[3]{\frac{5x - 3}{-x + 7}} \log_2(3x - 2)$ 14) $\sqrt[5]{\frac{5x - 1}{4x + 2}} \arccos(6x^2 + 4x + 6)$ 15) $\sqrt[4]{\frac{2x - 3}{6x + 5}} \sin(4x^2 + 7x + 4)$
- 16) $\sqrt[4]{\frac{5x - 2}{3x + 2}} \cos(7x^2 + 5x - 3)$ 17) $\sqrt[3]{\frac{2x + 3}{5x + 5}} \ln(7x^2 + 6x + 5)$ 18) $\sqrt[4]{\frac{4x + 6}{2x - 1}} \ln(4x^2 + 6x - 1)$
- 19) $\sqrt[3]{\frac{2x - 2}{-3x + 5}} \ln(5x^2 + 6x - 1)$ 20) $\sqrt[5]{\frac{5x - 3}{-x - 3}} \arccos(3x^2 + 6x - 2)$ 21) $\sqrt[5]{\frac{2x - 3}{-x + 5}} \arcsin(4x^2 + 2x + 6)$
- 22) $\sqrt[4]{\frac{6x + 5}{5x - 2}} \arcsin(6x^2 + 4x - 1)$ 23) $\sqrt[3]{\frac{2x + 4}{3x + 7}} \sin(2x^2 + 3x - 1)$ 24) $\sqrt[4]{\frac{5x + 5}{-2x + 7}} \log_7(7x + 6)$

$$\begin{array}{lll}
25) \sqrt[3]{\frac{4x-1}{2x-1}} \cos(6x^2+5x+7) & 26) \sqrt[4]{\frac{6x+5}{2x+3}} \arcsin(3x^2+2x-3) & 27) \sqrt[5]{\frac{5x+6}{5x-3}} \cos(5x^2+7x+4) \\
28) \sqrt[5]{\frac{6x+4}{7x+5}} \ln(3x^2+3x+2) & 29) \sqrt[4]{\frac{6x-2}{5x+4}} \sin(5x^2+7x+5) & 30) \sqrt[4]{\frac{7x-1}{4x+3}} \operatorname{tg}(4x^2+5x-3)
\end{array}$$

Задача 194. Вычислить приближённо

$$\begin{array}{llllllll}
1) \sqrt[2]{\frac{22}{5}} & 2) \operatorname{tg}(48)^\circ & 3) \left(\frac{499}{100}\right)^4 & 4) \operatorname{arctg} 4\sqrt{\frac{1}{5}} & 5) \operatorname{tg}(44)^\circ & 6) \sqrt[4]{\frac{809}{10}} & 7) \sin(31)^\circ & 8) \arcsin -\frac{1}{50} \\
\checkmark \frac{21}{10} & \checkmark \frac{\pi}{30} + 1 & \checkmark 620 & \checkmark \frac{\sqrt{3}}{120} + \frac{\pi}{3} & \checkmark -\frac{\pi}{90} + 1 & \checkmark \frac{3239}{1080} & \checkmark \frac{\sqrt{3}\pi}{360} + \frac{1}{2} & \checkmark -\frac{1}{50} \\
9) \lg \frac{103}{10} & 10) \sin(32)^\circ & 11) \sin(29)^\circ & 12) \left(\frac{497}{100}\right)^5 & 13) \left(\frac{403}{100}\right)^3 & 14) \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{17}{5}} & 15) \arcsin -\frac{3}{100} \\
\checkmark \frac{3}{1000 \ln 10} + 1 & \checkmark \frac{\sqrt{3}\pi}{180} + \frac{1}{2} & \checkmark -\frac{\sqrt{3}\pi}{360} + \frac{1}{2} & \checkmark \frac{12125}{4} & \checkmark \frac{1636}{25} & \checkmark \frac{\sqrt{3}}{60} + \frac{\pi}{3} & \checkmark -\frac{3}{100} \\
16) \sqrt[2]{\frac{87}{10}} & 17) \arcsin \frac{1}{25} & 18) \arcsin -\frac{1}{100} & 19) \sqrt[4]{\frac{404}{5}} & 20) \lg \frac{51}{5} & 21) \arcsin \frac{1}{100} & 22) \operatorname{tg}(46)^\circ \\
\checkmark \frac{59}{20} & \checkmark \frac{1}{25} & \checkmark -\frac{1}{100} & \checkmark \frac{1619}{540} & \checkmark \frac{1}{500 \ln 10} + 1 & \checkmark \frac{1}{100} & \checkmark \frac{\pi}{90} + 1 \\
23) \operatorname{arctg} \frac{101}{100} & 24) \operatorname{arctg} \frac{1}{100} & 25) \sqrt[2]{\frac{21}{5}} & 26) \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{33}{10}} & 27) \sqrt[2]{\frac{163}{10}} & 28) \operatorname{arctg} \frac{1}{50} & 29) \left(\frac{299}{100}\right)^4 & 30) \sqrt[3]{\frac{641}{10}} \\
\checkmark \frac{1}{200} + \frac{\pi}{4} & \checkmark \frac{1}{100} & \checkmark \frac{41}{20} & \checkmark \frac{\sqrt{3}}{80} + \frac{\pi}{3} & \checkmark \frac{323}{80} & \checkmark \frac{1}{50} & \checkmark \frac{1998}{25} & \checkmark \frac{1921}{480}
\end{array}$$

Задача 195. Найти угловой коэффициент касательной к графику функции y в точке $x = x_0$.

$$\begin{array}{lll}
1) y = \frac{\sqrt{3x^2+16}}{16x}, x_0 = -1 & 2) y = \frac{x}{\sqrt{3x^2+9}}, x_0 = -2 & 3) y = \frac{x^2-10x+2}{5x-1}, x_0 = -2 \\
\checkmark -\frac{\sqrt{19}}{19} & \checkmark \frac{\sqrt{21}}{49} & \checkmark \frac{24}{121} \\
4) y = \frac{x}{\sqrt{5x^2+4}}, x_0 = -1 & 5) y = \frac{x}{\sqrt{2x^2+16}}, x_0 = -1 & 6) y = \frac{x^2-10x+6}{5x-3}, x_0 = 1 \\
\checkmark \frac{4}{27} & \checkmark \frac{4\sqrt{2}}{27} & \checkmark -\frac{1}{4} \\
7) y = \frac{x^2-12x+8}{6x-4}, x_0 = 1 & 8) y = \frac{x}{\sqrt{x^2+16}}, x_0 = -1 & 9) y = \frac{\sqrt{6x^2+16}}{16x}, x_0 = -2 \\
\checkmark -\frac{1}{2} & \checkmark \frac{16\sqrt{17}}{289} & \checkmark -\frac{\sqrt{10}}{80} \\
10) y = \frac{x^2-4x+6}{2x-3}, x_0 = 2 & 11) y = \frac{\sqrt{5x^2+16}}{16x}, x_0 = 1 & 12) y = \frac{\sqrt{5x^2+16}}{16x}, x_0 = 2 \\
\checkmark -4 & \checkmark -\frac{\sqrt{21}}{21} & \checkmark -\frac{1}{24} \\
13) y = \frac{x^2-2x+2}{x-1}, x_0 = 3 & 14) y = \frac{\sqrt{2x^2+16}}{16x}, x_0 = -1 & 15) y = \frac{x}{\sqrt{6x^2+1}}, x_0 = 3 \\
\checkmark \frac{3}{4} & \checkmark -\frac{\sqrt{2}}{6} & \checkmark \frac{\sqrt{55}}{3025} \\
16) y = \frac{\sqrt{5x^2+1}}{x}, x_0 = -3 & 17) y = \frac{x}{\sqrt{3x^2+16}}, x_0 = 3 & 18) y = \frac{x}{\sqrt{x^2+9}}, x_0 = -2 \\
\checkmark -\frac{\sqrt{46}}{414} & \checkmark \frac{16\sqrt{43}}{1849} & \checkmark \frac{9\sqrt{13}}{169} \\
19) y = \frac{\sqrt{3x^2+16}}{16x}, x_0 = 2 & 20) y = \frac{x^2-4x+2}{2x-1}, x_0 = -1 & 21) y = \frac{x}{\sqrt{2x^2+4}}, x_0 = 1 \\
\checkmark -\frac{\sqrt{7}}{56} & \checkmark \frac{4}{9} & \checkmark \frac{\sqrt{6}}{9}
\end{array}$$

$$\begin{array}{llll}
22) y = \frac{x}{\sqrt{3x^2+4}}, x_0 = 1 & 23) y = \frac{\sqrt{6x^2+9}}{9x}, x_0 = 1 & 24) y = \frac{\sqrt{6x^2+16}}{16x}, x_0 = 2 & 25) y = \frac{x}{\sqrt{2x^2+16}}, x_0 = 1 \\
\checkmark \frac{4\sqrt{7}}{49} & \checkmark -\frac{\sqrt{15}}{15} & \checkmark -\frac{\sqrt{10}}{80} & \checkmark \frac{4\sqrt{2}}{27} \\
26) y = \frac{x^2-6x+2}{3x-1}, x_0 = 3 & 27) y = \frac{\sqrt{5x^2+4}}{4x}, x_0 = 3 & 28) y = \frac{x}{\sqrt{2x^2+1}}, x_0 = -3 \\
\checkmark \frac{21}{64} & \checkmark -\frac{1}{63} & \checkmark \frac{\sqrt{19}}{361} \\
29) y = \frac{x^2-4x+6}{2x-3}, x_0 = -3 & 30) y = \frac{x^2-4x+2}{2x-1}, x_0 = 3 \\
\checkmark \frac{4}{9} & \checkmark \frac{12}{25}
\end{array}$$

Задача 196. Решить задачу на тему «Касательная».

- 1) Найти точку графика функции $y_1 = 6x^2 + x + 3$, в которой касательная параллельна (перпендикулярна) прямой $y_2 = 4x - 2$.
 $\checkmark M_1\left(\frac{1}{4}; \frac{29}{8}\right), M_2\left(-\frac{5}{48}; \frac{379}{128}\right)$
- 2) Найти тангенс угла между касательными, проведёнными к графикам функций $f_1(x) = 5x^3 - 3x + 8$ и $f_2(x) = 5x^2 - x$ в точке их пересечения $x_0 = -1$.
 $\checkmark \operatorname{tg} \varphi = \frac{23}{131}$
- 3) К графику функции $y = \frac{27}{x^2} + 8x - 8$ проведена касательная, составляющая с осью OX угол, равный $\operatorname{arctg} 10$. Найти абсциссу точки пересечения этой касательной с осью OX .
 $\checkmark x = -1$
- 4) Найти на графике функции $y = \frac{x^3}{3} + 4x^2 + \frac{64}{3}$ точку, касательная в которой перпендикулярна прямой $1 + x - 16y = 0$.
 $\checkmark M(-4; 64)$
- 5) К графику функции $y = -\frac{125}{x^2} + 3x + 9$ проведена касательная, составляющая с осью OX угол, равный $\operatorname{arctg} 5$. Найти абсциссу точки пересечения этой касательной с осью OX .
 $\checkmark x = 6$
- 6) Найти абсциссу точки графика функции $y = \frac{1}{4x-6}$, если касательная, проведённая к графику данной функции в этой точке, проходит через начало координат.
 $\checkmark x = \frac{3}{4}$
- 7) Найти тангенс угла между касательными, проведёнными к графикам функций $f_1(x) = 6x^3 + 4x + 10$ и $f_2(x) = 2x^2 + 2x$ в точке их пересечения $x_0 = -1$.
 $\checkmark \operatorname{tg} \varphi = \frac{24}{43}$
- 8) К графику функции $y = 4x(-x^2 - 3x - 2)$ проведена касательная в точке с абсциссой $x_0 = -1$. Найти ординату точки пересечения этой касательной с прямой $x = 5$.
 $\checkmark y = 24$
- 9) Найти абсциссу точки графика функции $y = -\frac{1}{9\ln e}e^{-9x+2} + 6$, если касательная, проведённая к графику данной функции в этой точке, образует с осью OX угол 45° .
 $\checkmark x = \frac{2}{9}$
- 10) Найти точку графика функции $y_1 = -x^2 + 5x - 3$, в которой касательная параллельна (перпендикулярна) прямой $y_2 = 4x + 3$.
 $\checkmark M_1\left(\frac{1}{2}; -\frac{3}{4}\right), M_2\left(\frac{21}{8}; \frac{207}{64}\right)$
- 11) К графику функции $y = 4x(-2x^2 + 3x - 2)$ проведена касательная в точке с абсциссой $x_0 = 6$. Найти ординату точки пересечения этой касательной с прямой $x = 3$.
 $\checkmark y = 840$
- 12) Найти на графике функции $y = \frac{x^3}{3} - 2x^2 - \frac{8}{3}$ точку, касательная в которой перпендикулярна прямой $10 + x - 4y = 0$.
 $\checkmark M(2; -8)$
- 13) Найти тангенс угла между касательными, проведёнными к графикам функций $f_1(x) = -2x^3 + 2x - 2$ и $f_2(x) = 2x^2 + 4x$ в точке их пересечения $x_0 = -1$.
 $\checkmark \operatorname{tg} \varphi = 4$
- 14) К графику функции $y = -2x(5x^2 + 2x + 5)$ проведена касательная в точке с абсциссой $x_0 = 6$. Найти ординату точки пересечения этой касательной с прямой $x = -2$.
 $\checkmark y = 6740$
- 15) Найти на графике функции $y = \frac{x^3}{3} - 4x^2 - \frac{64}{3}$ точку, касательная в которой перпендикулярна прямой $4 + x - 16y = 0$.
 $\checkmark M(4; -64)$
- 16) К графику функции $y = 2 - \sin 5x$ в точке $x_0 = 0$ проведена касательная. Найти площадь треугольника, который отсекает эта касательная от координатного угла.
 $\checkmark \frac{2}{5}$
- 17) Найти на графике функции $y = \frac{x^3}{3} - 2x^2 - \frac{8}{3}$ точку, касательная в которой перпендикулярна прямой $3 + x - 4y = 0$.
 $\checkmark M(2; -8)$
- 18) К графику функции $y = 1 - \sin 3x$ в точке $x_0 = 0$ проведена касательная. Найти площадь треугольника, который отсекает эта касательная от координатного угла.
 $\checkmark \frac{1}{6}$

19) Найти на графике функции $y = \frac{x^3}{3} - 3x^2 - 9$ точку, касательная в которой перпендикулярна прямой $3 + x - 9y = 0$.

✓ $M(3; -27)$

20) Найти абсциссу точки графика функции $y = -\frac{1}{6 \ln 3} 3^{-6x+10} - 2$, если касательная, проведенная к графику данной функции в этой точке, образует с осью OX угол 45° .

✓ $x = \frac{5}{3}$

21) Найти тангенс угла между касательными, проведенными к графикам функций $f_1(x) = 2x^3 - x$ и $f_2(x) = 5x^2 + 6x$ в точке их пересечения $x_0 = -1$.

✓ $\operatorname{tg} \varphi = \frac{9}{19}$

22) Найти абсциссу точки графика функции $y = \frac{1}{-4x-9}$, если касательная, проведенная к графику данной функции в этой точке, проходит через начало координат.

✓ $x = -\frac{9}{8}$

23) К графику функции $y = 2 - \sin 3x$ в точке $x_0 = 0$ проведена касательная. Найти площадь треугольника, который отсекает эта касательная от координатного угла.

✓ $\frac{2}{3}$

24) Найти на графике функции $y = \frac{x^3}{3} + 5x^2 + \frac{125}{3}$ точку, касательная в которой параллельна прямой $y = -25x + 10$.

✓ $M(-5; 125)$

25) Найти на графике функции $y = \frac{x-14}{x-1}$ все точки, касательные в которых параллельны прямой $y = 13x - 3$.

✓ $M_1(2; -12), M_2(0; 14)$

26) К графику функции $y = \frac{125}{x^2} + 5x + 7$ проведена касательная, составляющая с осью OX угол, равный $\operatorname{arctg} 7$. Найти абсциссу точки пересечения этой касательной с осью OX .

✓ $x = -22$

27) Найти на графике функции $y = \frac{x-14}{x-2}$ все точки, касательные в которых параллельны прямой $y = 12x - 5$.

✓ $M_1(3; -11), M_2(1; 13)$

28) Найти на графике функции $y = \frac{x^3}{3} - 4x^2 - \frac{64}{3}$ точку, касательная в которой перпендикулярна прямой $9 + x - 16y = 0$.

✓ $M(4; -64)$

29) К графику функции $y = -\frac{64}{x^2} + 7x + 7$ проведена касательная, составляющая с осью OX угол, равный $\operatorname{arctg} 9$. Найти абсциссу точки пересечения этой касательной с осью OX .

✓ $x = 5$

30) К графику функции $y = 5 - \sin 2x$ в точке $x_0 = 0$ проведена касательная. Найти площадь треугольника, который отсекает эта касательная от координатного угла.

✓ $\frac{25}{4}$

Задача 197. Вычислить $y'(x_0)$, если

1) $y = \ln \sin 9x - \frac{3x^2}{\pi} + \frac{1}{3}$
 $x_0 = \frac{\pi}{18}$

✓ $-\frac{1}{3}$

2) $y = \ln \sqrt{(x-1)^3} + \frac{3}{4}(x-1)^4$,
 $x_0 = 2$.

✓ $\frac{9}{2}$

3) $y = \ln \sin 3x - \frac{4x^2}{\pi} + \frac{4}{3}$
 $x_0 = \frac{\pi}{6}$

✓ $-\frac{4}{3}$

4) $y = \sqrt[7]{2-x^7} + 2^x \frac{3}{\ln 2}$,
 $x_0 = 1$.

✓ 5

5) $y = \ln \sin 9x + \frac{3x^2}{\pi} - \frac{1}{3}$
 $x_0 = \frac{\pi}{18}$

✓ $\frac{1}{3}$

6) $y = \ln \sqrt{(x-1)^7} + \frac{7}{4}(x-1)^4$,
 $x_0 = 2$.

✓ $\frac{21}{2}$

7) $y = \ln \sqrt{(x-4)^3} + \frac{3}{4}(x-4)^4$,
 $x_0 = 5$.

✓ $\frac{9}{2}$

8) $y = \ln \sqrt{(x-2)^3} + \frac{3}{2}(x-2)^2$,
 $x_0 = 3$.

✓ $\frac{9}{2}$

9) $y = \sqrt[3]{4-3x^3} + 2^x \frac{1}{\ln 2}$,
 $x_0 = 1$.

✓ -1

10) $y = \ln \sin 9x + \frac{5x^2}{\pi} - \frac{5}{9}$
 $x_0 = \frac{\pi}{18}$

✓ $\frac{5}{9}$

11) $y = \sqrt[7]{5-4x^7} + 3^x \frac{2}{\ln 3}$,
 $x_0 = 1$.

✓ 2

12) $y = \ln \sin 5x - \frac{3x^2}{\pi} + \frac{3}{5}$
 $x_0 = \frac{\pi}{10}$

✓ $-\frac{3}{5}$

13) $y = \sqrt[3]{3-2x^3} + 2^x \frac{3}{\ln 2}$,
 $x_0 = 1$.

✓ 4

14) $y = \ln \sqrt{(x-2)^9} + \frac{9}{4}(x-2)^4$,
 $x_0 = 3$.

✓ $\frac{27}{2}$

15) $y = \ln \sqrt{(x-3)^7} + \frac{7}{3}(x-3)^3$,
 $x_0 = 4$.

✓ $\frac{21}{2}$

- 16) $y = \sqrt[6]{5-4x^6} + 2^x \frac{1}{\ln 2},$ $x_0 = 1.$ $\checkmark -2$
- 17) $y = \ln \sqrt{(x-5)^7} + \frac{7}{4}(x-5)^4,$ $x_0 = 6.$ $\checkmark \frac{21}{2}$
- 18) $y = \ln \sin 9x - \frac{2x^2}{\pi} + \frac{2}{9}$ $x_0 = \frac{\pi}{18}$ $\checkmark -\frac{2}{9}$
- 19) $y = \ln \sqrt{(x-2)^7} + \frac{7}{2}(x-2)^2,$ $x_0 = 3.$ $\checkmark \frac{21}{2}$
- 20) $y = \sqrt[3]{3-2x^3} + 3^x \frac{3}{\ln 3},$ $x_0 = 1.$ $\checkmark 7$
- 21) $y = \ln \sin 3x + \frac{6x^2}{\pi} - 2$ $x_0 = \frac{\pi}{6}$ $\checkmark 2$
- 22) $y = \ln \sqrt{(x-4)^7} + \frac{7}{3}(x-4)^3,$ $x_0 = 5.$ $\checkmark \frac{21}{2}$
- 23) $y = \ln \sin 3x - \frac{2x^2}{\pi} + \frac{2}{3}$ $x_0 = \frac{\pi}{6}$ $\checkmark -\frac{2}{3}$
- 24) $y = \ln \sqrt{(x-2)^5} + \frac{5}{2}(x-2)^2,$ $x_0 = 3.$ $\checkmark \frac{15}{2}$
- 25) $y = \sqrt[5]{4-3x^5} + 2^x \frac{2}{\ln 2},$ $x_0 = 1.$ $\checkmark 1$
- 26) $y = \ln \sin 7x - \frac{5x^2}{\pi} + \frac{5}{7}$ $x_0 = \frac{\pi}{14}$ $\checkmark -\frac{5}{7}$
- 27) $y = \sqrt[5]{2-x^5} + 2^x \frac{1}{\ln 2},$ $x_0 = 1.$ $\checkmark 1$
- 28) $y = \ln \sin 9x - \frac{4x^2}{\pi} + \frac{4}{9}$ $x_0 = \frac{\pi}{18}$ $\checkmark -\frac{4}{9}$
- 29) $y = \ln \sin 5x - \frac{4x^2}{\pi} + \frac{4}{5}$ $x_0 = \frac{\pi}{10}$ $\checkmark -\frac{4}{5}$
- 30) $y = \ln \sin 9x + \frac{2x^2}{\pi} - \frac{2}{9}$ $x_0 = \frac{\pi}{18}$ $\checkmark \frac{2}{9}$

Задача 198. Вычислить $y''(0)$.

- 1) $y = \sin(5x^2 + 4x)$ $\checkmark 10$ 2) $y = \sin(x^2 - 5x)$ $\checkmark 2$ 3) $y = (4x^2 + x + 2)^3$ $\checkmark 108$ 4) $y = \sin(5x^2 - 2x)$ $\checkmark 10$ 5) $y = \cos(7x^2 + x)$ $\checkmark -1$
- 6) $y = (5x^2 - 4x + 2)^3$ $\checkmark 72$ 7) $y = (4x^2 - 2x + 3)^3$ $\checkmark 180$ 8) $y = \cos(x^2 + 2x)$ $\checkmark -4$ 9) $y = \cos(3x^2 - 5x)$ $\checkmark -25$
- 10) $y = \cos(4x^2 - 4x)$ $\checkmark -16$ 11) $y = \cos(2x^2 - x)$ $\checkmark -1$ 12) $y = \cos(2x^2 + 2x)$ $\checkmark -4$ 13) $y = (5x^2 - 4x + 2)^2$ $\checkmark 32$
- 14) $y = (3x^2 - 4x + 2)^2$ $\checkmark 16$ 15) $y = \cos(5x^2 + x)$ $\checkmark -1$ 16) $y = e^{5x^2+3x}$ $\checkmark 19$ 17) $y = (6x^2 + 2x + 1)^2$ $\checkmark 28$ 18) $y = \sin(4x^2 - 2x)$ $\checkmark 8$
- 19) $y = \sin(6x^2 - 5x)$ $\checkmark 12$ 20) $y = \cos(6x^2 - 5x)$ $\checkmark -25$ 21) $y = e^{6x^2+3x}$ $\checkmark 21$ 22) $y = \sin(5x^2 - 5x)$ $\checkmark 10$ 23) $y = (5x^2 + 2x + 1)^3$ $\checkmark 42$
- 24) $y = e^{2x^2+x}$ $\checkmark 5$ 25) $y = (6x^2 - 3x + 2)^3$ $\checkmark 108$ 26) $y = \cos(6x^2 + 5x)$ $\checkmark -25$ 27) $y = (4x^2 - 3x + 1)^3$ $\checkmark 6$ 28) $y = \sin(7x^2 + 3x)$ $\checkmark 14$
- 29) $y = \cos(3x^2 + x)$ $\checkmark -1$ 30) $y = \sin(7x^2 + x)$ $\checkmark 14$

Задача 199. Вычислить $y'''(0)$.

- 1) $y = \sin(3x^2 - 2x)$ $\checkmark 8$ 2) $y = \sin(4x^2 + 5x)$ $\checkmark -125$ 3) $y = \cos(5x^2 - 4x)$ $\checkmark 120$ 4) $y = \cos(7x^2 - 5x)$ $\checkmark 210$ 5) $y = \cos(4x^2 - 3x)$ $\checkmark 72$
- 6) $y = \cos(x^2 - 4x)$ $\checkmark 24$ 7) $y = \sin(5x^2 + 5x)$ $\checkmark -125$ 8) $y = \sin(2x^2 + 3x)$ $\checkmark -27$ 9) $y = e^{5x^2-5x}$ $\checkmark -275$ 10) $y = \sin(4x^2 + 2x)$ $\checkmark -8$
- 11) $y = \sin(x^2 + 4x)$ $\checkmark -64$ 12) $y = e^{7x^2+3x}$ $\checkmark 153$ 13) $y = \sin(5x^2 + 3x)$ $\checkmark -27$ 14) $y = \cos(5x^2 + 2x)$ $\checkmark -60$ 15) $y = e^{3x^2+5x}$ $\checkmark 215$

- 16) $y = \sin(3x^2 + 4x)$ $\checkmark -64$ 17) $y = \sin(7x^2 + 3x)$ $\checkmark -27$ 18) $y = \cos(6x^2 + 3x)$ $\checkmark -108$ 19) $y = e^{2x^2-2x}$ $\checkmark -32$ 20) $y = e^{5x^2-3x}$ $\checkmark -117$
 21) $y = \sin(2x^2 + 4x)$ $\checkmark -64$ 22) $y = \sin(x^2 - x)$ $\checkmark 1$ 23) $y = e^{3x^2-2x}$ $\checkmark -44$ 24) $y = e^{x^2+5x}$ $\checkmark 155$ 25) $y = \cos(4x^2 - x)$ $\checkmark 24$
 26) $y = \sin(2x^2 - 4x)$ $\checkmark 64$ 27) $y = e^{4x^2-x}$ $\checkmark -25$ 28) $y = \cos(3x^2 - 4x)$ $\checkmark 72$ 29) $y = \cos(4x^2 + 5x)$ $\checkmark -120$ 30) $y = \sin(4x^2 - 2x)$ $\checkmark 8$

Задача 200. Найти предел, используя правило Лопиталя.

- 1) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 10x}{1 - 7x}$ $\checkmark -\frac{10}{\ln 7}$ 2) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{6^x - 1}{4^x - 1}$ $\checkmark \log_4 6$ 3) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{9^x - 1}{6^x - 1}$ $\checkmark \log_6 9$ 4) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{9^x - 1}{7^x - 1}$ $\checkmark \log_7 9$ 5) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4^x - 1}{3^x - 1}$ $\checkmark \log_3 4$ 6) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 6x}{1 - \cos 3x}$ $\checkmark 4$
 7) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 6x}{1 - 4^x}$ $\checkmark -\frac{6}{\ln 4}$ 8) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 5x}{1 - \cos 2x}$ $\checkmark \frac{25}{4}$ 9) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{8^x - 1}{6^x - 1}$ $\checkmark \log_6 8$ 10) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{10^x - 1}{7^x - 1}$ $\checkmark \log_7 10$ 11) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 5x}{1 - \cos 3x}$ $\checkmark \frac{25}{9}$ 12) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{6^x - 1}{5^x - 1}$ $\checkmark \log_5 6$
 13) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 7x}{1 - 4^x}$ $\checkmark -\frac{7}{\ln 4}$ 14) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 3x}{1 - 2^x}$ $\checkmark -\frac{3}{\ln 2}$ 15) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{5^x - 1}{2^x - 1}$ $\checkmark \log_2 5$ 16) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 8x}{1 - 5^x}$ $\checkmark -\frac{8}{\ln 5}$ 17) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 7x}{1 - 6^x}$ $\checkmark -\frac{7}{\ln 6}$ 18) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 7x}{1 - 5^x}$ $\checkmark -\frac{7}{\ln 5}$
 19) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{3x} - e^{2x}}{\sin x}$ $\checkmark 1$ 20) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 8x}{1 - 6^x}$ $\checkmark -\frac{8}{\ln 6}$ 21) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 4x}{1 - 2^x}$ $\checkmark -\frac{4}{\ln 2}$ 22) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 10x}{1 - \cos 7x}$ $\checkmark \frac{100}{49}$ 23) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{8^x - 1}{7^x - 1}$ $\checkmark \log_7 8$ 24) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 9x}{1 - \cos 7x}$ $\checkmark \frac{81}{49}$
 25) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 6x}{1 - 3^x}$ $\checkmark -\frac{6}{\ln 3}$ 26) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 5x}{1 - 2^x}$ $\checkmark -\frac{5}{\ln 2}$ 27) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 6x}{1 - 5^x}$ $\checkmark -\frac{6}{\ln 5}$ 28) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 7x}{1 - \cos 4x}$ $\checkmark \frac{49}{16}$ 29) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3^x - 1}{2^x - 1}$ $\checkmark \log_2 3$ 30) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 8x}{1 - \cos 6x}$ $\checkmark \frac{16}{9}$

Задача 201. Найти предел, используя правило Лопиталя.

- 1) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln \sin 2x}{\ln \sin x}$ $\checkmark 1$ 2) $\lim_{x \rightarrow 4} \left(1 - \frac{x}{4}\right)^{\sin 5\pi(x-4)}$ $\checkmark 1$ 3) $\lim_{x \rightarrow \frac{7}{2}} \left(2 - \frac{x}{7}\right)^{\operatorname{tg} \frac{\pi x}{7}}$ $\checkmark 1$ 4) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\cos \frac{5}{\sqrt[5]{x}}\right)^{4x \frac{12}{5}}$ $\checkmark e^{-\frac{25}{12}}$ 5) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2^{-2x} - 2^{7x}}{\sin 4x}$ $\checkmark -\frac{9}{4} \ln 2$
 6) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln \sin x}{\ln \sin 4x}$ $\checkmark 1$ 7) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2^{4x} - 4^{4x}}{x\sqrt{1-5x^2}}$ $\checkmark 4 \ln 2 - 4 \ln 4$ 8) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln \sin 3x}{\ln \sin x}$ $\checkmark 1$ 9) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^7 - 2187}{x^4 - 81}$ $\checkmark \frac{189}{4}$ 10) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{10}} (\operatorname{tg} 5x)^{10x-\pi}$ $\checkmark 1$
 11) $\lim_{x \rightarrow 6} \left(1 - \frac{x}{6}\right)^{\arcsin 6\pi(6-x)}$ $\checkmark 1$ 12) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\log_2(3x+4)}{\sqrt{7x-2}}$ $\checkmark 0$ 13) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3^{\ln x} - x^3}{x-1}$ $\checkmark \ln 3 - 3$ 14) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{6^{4x} - 5^{-3x}}{x\sqrt{1-7x^2}}$ $\checkmark 4 \ln 6 + 3 \ln 5$
 15) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\cos \frac{7}{\sqrt[7]{x}}\right)^{3x \frac{16}{7}}$ $\checkmark e^{-\frac{49}{16}}$ 16) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^5 - 243}{x^8 - 6561}$ $\checkmark \frac{5}{216}$ 17) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4^{3x} - 5^{6x}}{\sin 7x}$ $\checkmark \frac{3}{7} \ln 4 - \frac{6}{7} \ln 5$ 18) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} (\operatorname{tg} x)^{2x-\pi}$ $\checkmark 1$ 19) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} \frac{\operatorname{tg} 3x}{\operatorname{tg} 39x}$ $\checkmark \frac{1}{13}$
 20) $\lim_{x \rightarrow \frac{5}{3}} (3x-5)^{3x-5}$ $\checkmark \frac{1}{e} ?(1)$ 21) $\lim_{x \rightarrow 1} \ln x \cdot \ln(x-1)$ $\checkmark 0$ 22) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\cos \frac{7}{x} + 7 \sin \frac{7}{x}\right)^{2x}$ $\checkmark e^{98}$ 23) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} (\operatorname{tg} 2x)^{4x-\pi}$ $\checkmark 1$
 24) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\cos \frac{1}{x} + 7 \sin \frac{1}{x}\right)^{-x}$ $\checkmark e^{-7}$ 25) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{6^{4x} - 4^{7x}}{x\sqrt{1-4x^2}}$ $\checkmark 4 \ln 6 - 7 \ln 4$ 26) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{7^{4x} - \cos^4 x}{7^{6x} - \cos^3 4x}$ $\checkmark \frac{2 \ln 7}{3 \ln 7}$ 27) $\lim_{x \rightarrow 7} \left(1 - \frac{x}{7}\right)^{\arcsin 2\pi(7-x)}$ $\checkmark 1$

$$\begin{array}{lll}
 28) \lim_{x \rightarrow 0} (\arcsin 2x)^{\arcsin x} & 29) \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln \sin 4x}{\ln \sin 2x} & 30) \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln \sin 4x}{\ln \sin x} \\
 \checkmark e^0 = 1 & \checkmark 1 & \checkmark 1
 \end{array}$$

Задача 202.

- | | | |
|---|--|--|
| 1) Найти длину промежутка возрастания функции $y = \frac{x-5}{x^2+24}$.
$\checkmark 14$ | 11) Найти длину промежутка возрастания функции $y = \frac{x-6}{x^2+30}$.
$\checkmark 2\sqrt{66}$ | 21) Найти длину интервала убывания функции $y = \frac{(x-1)^6}{x^6}$.
$\checkmark 1$ |
| 2) Найти длину интервала убывания функции $y = \frac{(x-2)^8}{x^8}$.
$\checkmark 2$ | 12) Найти длину промежутка возрастания функции $y = \frac{x-3}{x^2+1}$.
$\checkmark 2\sqrt{10}$ | 22) Найти длину промежутка возрастания функции $y = \frac{x-5}{x^2+20}$.
$\checkmark 6\sqrt{5}$ |
| 3) Найти длину интервала убывания функции $y = \frac{(x-5)^6}{x^6}$.
$\checkmark 5$ | 13) Найти длину промежутка возрастания функции $y = \frac{x-3}{x^2+2}$.
$\checkmark 2\sqrt{11}$ | 23) Найти длину промежутка возрастания функции $y = \frac{x-4}{x^2+12}$.
$\checkmark 4\sqrt{7}$ |
| 4) Найти длину интервала убывания функции $y = \frac{(x-5)^2}{x^2}$.
$\checkmark 5$ | 14) Найти длину промежутка возрастания функции $y = \frac{x-5}{x^2+22}$.
$\checkmark 2\sqrt{47}$ | 24) Найти длину промежутка возрастания функции $y = \frac{x-4}{x^2+15}$.
$\checkmark 2\sqrt{31}$ |
| 5) Найти длину промежутка возрастания функции $y = \frac{x-7}{x^2+41}$.
$\checkmark 6\sqrt{10}$ | 15) Найти длину интервала убывания функции $y = \frac{(x-3)^8}{x^8}$.
$\checkmark 3$ | 25) Найти длину интервала убывания функции $y = \frac{(x-3)^6}{x^6}$.
$\checkmark 3$ |
| 6) Найти длину интервала убывания функции $y = \frac{(x-3)^2}{x^2}$.
$\checkmark 3$ | 16) Найти длину интервала убывания функции $y = \frac{(x-2)^2}{x^2}$.
$\checkmark 2$ | 26) Найти длину промежутка возрастания функции $y = \frac{x-7}{x^2+48}$.
$\checkmark 2\sqrt{97}$ |
| 7) Найти длину промежутка возрастания функции $y = \frac{x-5}{x^2+21}$.
$\checkmark 2\sqrt{46}$ | 17) Найти длину промежутка возрастания функции $y = \frac{x-5}{x^2+18}$.
$\checkmark 2\sqrt{43}$ | 27) Найти длину интервала убывания функции $y = \frac{(x-1)^4}{x^4}$.
$\checkmark 1$ |
| 8) Найти длину промежутка возрастания функции $y = \frac{x-3}{x^2+3}$.
$\checkmark 4\sqrt{3}$ | 18) Найти длину промежутка возрастания функции $y = \frac{x-7}{x^2+45}$.
$\checkmark 2\sqrt{94}$ | 28) Найти длину интервала убывания функции $y = \frac{(x-2)^4}{x^4}$.
$\checkmark 2$ |
| 9) Найти длину интервала убывания функции $y = \frac{(x-4)^8}{x^8}$.
$\checkmark 4$ | 19) Найти длину интервала убывания функции $y = \frac{(x-5)^8}{x^8}$.
$\checkmark 5$ | 29) Найти длину промежутка возрастания функции $y = \frac{x-3}{x^2+7}$.
$\checkmark 8$ |
| 10) Найти длину промежутка возрастания функции $y = \frac{x-5}{x^2+23}$.
$\checkmark 8\sqrt{3}$ | 20) Найти длину промежутка возрастания функции $y = \frac{x-6}{x^2+29}$.
$\checkmark 2\sqrt{65}$ | 30) Найти длину промежутка возрастания функции $y = \frac{x-6}{x^2+28}$.
$\checkmark 16$ |

Задача 203. Найти сумму значений функции в точках экстремума

- | | | | | |
|--|---|---|--|--|
| 1) $y = (x^2 - 25)^3$
$\checkmark y(0) = -15625$ | 2) $y = (x^2 - 16)^5$
$\checkmark y(0) = -1048576$ | 3) $y = (x - 5)^5 (x + 1)^5$
$\checkmark y(2) = -1024$ | 4) $y = (x^2 - 4)^3$
$\checkmark y(0) = -64$ | 5) $y = (x - 7)^5 (x + 1)^5$
$\checkmark y(3) = -59049$ |
| 6) $y = (x^2 - 9)^3$
$\checkmark y(0) = -729$ | 7) $y = (x - 7)^5 (x - 5)^5$
$\checkmark y(6) = -60466176$ | 8) $y = (x^2 - 16)^3$
$\checkmark y(0) = -4096$ | 9) $y = (x - 1)^3 (x + 5)^3$
$\checkmark y(-2) = -64$ | 10) $y = (x^2 - 36)^5$
$\checkmark y(0) = -60466176$ |
| 11) $y = (x^2 - 25)^5$
$\checkmark y(0) = -9765625$ | 12) $y = (x - 1)^5 (x - 5)^5$
$\checkmark y(3) = -59049$ | 13) $y = (x^2 - 9)^5$
$\checkmark y(0) = -59049$ | 14) $y = (x - 5)^3 (x + 1)^3$
$\checkmark y(2) = -64$ | |

- 15)** $y = (x-3)^3(x+5)^3$ **16)** $y = (x^2-64)^5$ **17)** $y = (x-5)^5(x-5)^5$ **18)** $y = (x^2-49)^5$
 $\checkmark y(-1) = -1$ $\checkmark y(0) = -1073741824$ $\checkmark y(5) = -9765625$ $\checkmark y(0) = -282475249$
- 19)** $y = (x^2-81)^5$ **20)** $y = (x-3)^5(x-5)^5$ **21)** $y = (x^2-36)^3$ **22)** $y = (x-5)^3(x-5)^3$
 $\checkmark y(0) = 808182895$ $\checkmark y(4) = -1048576$ $\checkmark y(0) = -46656$ $\checkmark y(5) = -15625$
- 23)** $y = (x-7)^3(x+5)^3$ **24)** $y = (x-1)^5(x+3)^5$ **25)** $y = (x^2-49)^3$ **26)** $y = (x^2-64)^3$
 $\checkmark y(1) = -1$ $\checkmark y(-1) = -1$ $\checkmark y(0) = -117649$ $\checkmark y(0) = -262144$
- 27)** $y = (x-3)^5(x+1)^5$ **28)** $y = (x-5)^3(x+5)^3$ **29)** $y = (x^2-81)^3$ **30)** $y = (x^2-4)^5$
 $\checkmark y(1) = -1$ $\checkmark y(0) = 0$ $\checkmark y(0) = -531441$ $\checkmark y(0) = -1024$

Задача 204. Найти сумму значений функции y в точках экстремума.

- 1)** $y = x + \frac{25}{x+1}$ **2)** $y = -4x^5 + 6x^3 + 3$ **3)** $y = x + \frac{25}{x+3}$ **4)** $y = -7x^5 + 7x^3 + 1$ **5)** $y = x + \frac{36}{x+4}$
 $\checkmark -2$ $\checkmark 6$ $\checkmark -6$ $\checkmark 2$ $\checkmark -8$
- 6)** $y = 4x^5 - 4x^3 + 1$ **7)** $y = -3x^5 + x^3 + 5$ **8)** $y = x + \frac{4}{x-1}$ **9)** $y = x + \frac{16}{x+4}$ **10)** $y = 2x^5 - x^3 - 4$
 $\checkmark 2$ $\checkmark 10$ $\checkmark 2$ $\checkmark -8$ $\checkmark -8$
- 11)** $y = x + \frac{16}{x+1}$ **12)** $y = -5x^5 + 3x^3 - 3$ **13)** $y = 2x^5 - 5x^3 + 2$ **14)** $y = 4x^5 - 6x^3 + 5$
 $\checkmark -2$ $\checkmark -6$ $\checkmark 4$ $\checkmark 10$
- 15)** $y = -6x^5 + 5x^3 + 5$ **16)** $y = x + \frac{1}{x-5}$ **17)** $y = -4x^5 + 2x^3 + 3$ **18)** $y = -4x^5 + 6x^3 + 2$ **19)** $y = x + \frac{1}{x+2}$
 $\checkmark 10$ $\checkmark 10$ $\checkmark 6$ $\checkmark 4$ $\checkmark -4$
- 20)** $y = x + \frac{4}{x+4}$ **21)** $y = 3x^5 - 5x^3 - 2$ **22)** $y = x + \frac{49}{x+2}$ **23)** $y = -4x^5 + 4x^3 - 3$ **24)** $y = 2x^5 - 7x^3 + 2$
 $\checkmark -8$ $\checkmark -4$ $\checkmark -4$ $\checkmark -6$ $\checkmark 4$
- 25)** $y = x + \frac{36}{x+1}$ **26)** $y = x^5 - 4x^3 - 1$ **27)** $y = 7x^5 - 4x^3 - 4$ **28)** $y = x + \frac{25}{x-3}$ **29)** $y = 5x^5 - 6x^3 + 3$
 $\checkmark -2$ $\checkmark -2$ $\checkmark -8$ $\checkmark 6$ $\checkmark 6$
- 30)** $y = x + \frac{4}{x+5}$
 $\checkmark -10$

Задача 205. Найти интервалы монотонности и точки экстремума функции

- 1)** $y = \sqrt{10x^2 + 4x + 20}$ **2)** $y = \frac{1}{10x^2 + 5x + 20}$
 $\checkmark y' = \frac{20x+4}{2\sqrt{10x^2+4x+20}}, x_{\min} = -\frac{1}{5}$ $\checkmark y' = -\frac{20x+5}{(10x^2+5x+20)^2}, x_{\max} = -\frac{1}{4}$
- 3)** $y = \frac{1}{8x^2 + x + 16}$ **4)** $y = \sqrt{5x^2 + x + 10}$
 $\checkmark y' = -\frac{16x+1}{(8x^2+x+16)^2}, x_{\max} = -\frac{1}{16}$ $\checkmark y' = \frac{10x+1}{2\sqrt{5x^2+x+10}}, x_{\min} = -\frac{1}{10}$
- 5)** $y = \ln(9x^2 + 5x + 18)$ **6)** $y = \ln(5x^2 + 5x + 10)$
 $\checkmark y' = \frac{18x+5}{9x^2+5x+18}, x_{\min} = -\frac{5}{18}$ $\checkmark y' = \frac{10x+5}{5x^2+5x+10}, x_{\min} = -\frac{1}{2}$
- 7)** $y = \frac{6x+3}{6x^2+3x+12}$
 $\checkmark y' = \frac{72-(6x+3)^2}{(6x^2+3x+12)^2}, x_{\min} = -\frac{1}{2} - \sqrt{2}, x_{\max} = \sqrt{2} - \frac{1}{2},$
- 8)** $y = \frac{3x+1}{3x^2+x+6}$ **9)** $y = \frac{1}{9x^2+x+18}$
 $\checkmark y' = \frac{18-(3x+1)^2}{(3x^2+x+6)^2}, x_{\min} = -\frac{1}{3} - \sqrt{2}, x_{\max} = \sqrt{2} - \frac{1}{3},$ $\checkmark y' = -\frac{18x+1}{(9x^2+x+18)^2}, x_{\max} = -\frac{1}{18}$

$$10) y = \ln(5x^2 + x + 10)$$

$$\checkmark y' = \frac{10x+1}{5x^2+x+10}, x_{\min} = -\frac{1}{10}$$

$$12) y = \ln(3x^2 + 2x + 6)$$

$$\checkmark y' = \frac{6x+2}{3x^2+2x+6}, x_{\min} = -\frac{1}{3}$$

$$14) y = \ln(9x^2 + 3x + 18)$$

$$\checkmark y' = \frac{18x+3}{9x^2+3x+18}, x_{\min} = -\frac{1}{6}$$

$$16) y = \frac{1}{7x^2+4x+14}$$

$$\checkmark y' = -\frac{14x+4}{(7x^2+4x+14)^2}, x_{\max} = -\frac{2}{7}$$

$$18) y = \sqrt{8x^2+2x+16}$$

$$\checkmark y' = \frac{16x+2}{2\sqrt{8x^2+2x+16}}, x_{\min} = -\frac{1}{8}$$

$$20) y = \sqrt{9x^2+3x+18}$$

$$\checkmark y' = \frac{18x+3}{2\sqrt{9x^2+3x+18}}, x_{\min} = -\frac{1}{6}$$

$$22) y = \sqrt{4x^2+5x+8}$$

$$\checkmark y' = \frac{8x+5}{2\sqrt{4x^2+5x+8}}, x_{\min} = -\frac{5}{8}$$

$$24) y = \frac{3x+5}{3x^2+5x+6}$$

$$\checkmark y' = \frac{18-(3x+5)^2}{(3x^2+5x+6)^2}, x_{\min} = -\frac{5}{3} - \sqrt{2}, x_{\max} = \sqrt{2} - \frac{5}{3},$$

$$26) y = \frac{1}{4x^2+5x+8}$$

$$\checkmark y' = -\frac{8x+5}{(4x^2+5x+8)^2}, x_{\max} = -\frac{5}{8}$$

$$28) y = \sqrt{6x^2+3x+12}$$

$$\checkmark y' = \frac{12x+3}{2\sqrt{6x^2+3x+12}}, x_{\min} = -\frac{1}{4}$$

$$30) y = \frac{7x+4}{7x^2+4x+14}$$

$$\checkmark y' = \frac{98-(7x+4)^2}{(7x^2+4x+14)^2}, x_{\min} = -\frac{4}{7} - \sqrt{2}, x_{\max} = \sqrt{2} - \frac{4}{7},$$

$$11) y = \frac{7x+3}{7x^2+3x+14}$$

$$\checkmark y' = \frac{98-(7x+3)^2}{(7x^2+3x+14)^2}, x_{\min} = -\frac{3}{7} - \sqrt{2}, x_{\max} = \sqrt{2} - \frac{3}{7},$$

$$13) y = \frac{7x+1}{7x^2+x+14}$$

$$\checkmark y' = \frac{98-(7x+1)^2}{(7x^2+x+14)^2}, x_{\min} = -\frac{1}{7} - \sqrt{2}, x_{\max} = \sqrt{2} - \frac{1}{7},$$

$$15) y = \ln(5x^2+3x+10)$$

$$\checkmark y' = \frac{10x+3}{5x^2+3x+10}, x_{\min} = -\frac{3}{10}$$

$$17) y = \frac{1}{6x^2+4x+12}$$

$$\checkmark y' = -\frac{12x+4}{(6x^2+4x+12)^2}, x_{\max} = -\frac{1}{3}$$

$$19) y = \ln(9x^2+4x+18)$$

$$\checkmark y' = \frac{18x+4}{9x^2+4x+18}, x_{\min} = -\frac{2}{9}$$

$$21) y = \frac{6x+4}{6x^2+4x+12}$$

$$\checkmark y' = \frac{72-(6x+4)^2}{(6x^2+4x+12)^2}, x_{\min} = -\frac{2}{3} - \sqrt{2}, x_{\max} = \sqrt{2} - \frac{2}{3},$$

$$23) y = \sqrt{3x^2+x+6}$$

$$\checkmark y' = \frac{6x+1}{2\sqrt{3x^2+x+6}}, x_{\min} = -\frac{1}{6}$$

$$25) y = \sqrt{7x^2+5x+14}$$

$$\checkmark y' = \frac{14x+5}{2\sqrt{7x^2+5x+14}}, x_{\min} = -\frac{5}{14}$$

$$27) y = \frac{2x+4}{2x^2+4x+4}$$

$$\checkmark y' = \frac{8-(2x+4)^2}{(2x^2+4x+4)^2}, x_{\min} = -2 - \sqrt{2}, x_{\max} = \sqrt{2} - 2,$$

$$29) y = \frac{1}{8x^2+4x+16}$$

$$\checkmark y' = -\frac{16x+4}{(8x^2+4x+16)^2}, x_{\max} = -\frac{1}{4}$$

Задача 206. Найти интервалы монотонности, точки экстремума, интервалы выпуклости (вогнутости) и точки перегиба функции

$$1) y = \ln(16+x^2)$$

$$y' = \frac{2x}{16+x^2}, x_{\min} = 0;$$

$$\checkmark y'' = \frac{32-2x^2}{(16+x^2)^2}, x = \pm 4 \text{ точки перегиба}$$

$$2) y = \sqrt{81+x^2}$$

$$y' = \frac{x}{\sqrt{x^2+81}}, x_{\min} = 0;$$

$$\checkmark y'' = \frac{81}{(81+x^2)^{3/2}}, y'' > 0 \forall x$$

$$3) y = \sqrt{1+x^2}$$

$$y' = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}, x_{\min} = 0;$$

$$\checkmark y'' = \frac{1}{(1+x^2)^{3/2}}, y'' > 0 \forall x$$

4) $y = \ln(4 + x^2)$

$$y' = \frac{2x}{4 + x^2}, \quad x_{\min} = 0;$$

✓ $y'' = \frac{8 - 2x^2}{(4 + x^2)^2}, \quad x = \pm 2$ точки перегиба

6) $y = \frac{1}{49 + x^2}$

$$y' = -\frac{2x}{(49 + x^2)^2}, \quad x_{\max} = 0;$$

✓ $y'' = \frac{6x^2 - 98}{(49 + x^2)^3}, \quad x = \pm \frac{7}{\sqrt{3}}$ точки перегиба

8) $y = \frac{1}{64 + x^2}$

$$y' = -\frac{2x}{(64 + x^2)^2}, \quad x_{\max} = 0;$$

✓ $y'' = \frac{6x^2 - 128}{(64 + x^2)^3}, \quad x = \pm \frac{8}{\sqrt{3}}$ точки перегиба

10) $y = \ln(100 + x^2)$

$$y' = \frac{2x}{100 + x^2}, \quad x_{\min} = 0;$$

✓ $y'' = \frac{200 - 2x^2}{(100 + x^2)^2}, \quad x = \pm 10$ точки перегиба

12) $y = \frac{x}{64 + x^2}$

$$y' = \frac{64 - x^2}{(64 + x^2)^2}, \quad x_{\min} = -8, \quad x_{\max} = 8;$$

✓ $y'' = \frac{2x(x^2 - 192)}{(64 + x^2)^3}, \quad x = 0, \quad x = \pm 8\sqrt{3}$ точки перегиба

14) $y = x - \ln(25 + x^2)$

$$y' = \frac{x^2 - 2x + 25}{25 + x^2}, \quad y' > 0 \quad \forall x;$$

✓ $y'' = \frac{2x^2 - 50}{(25 + x^2)^2}, \quad x = \pm 5$ точки перегиба

16) $y = \ln(121 + x^2)$

$$y' = \frac{2x}{121 + x^2}, \quad x_{\min} = 0;$$

✓ $y'' = \frac{242 - 2x^2}{(121 + x^2)^2}, \quad x = \pm 11$ точки перегиба

18) $y = \ln(25 + x^2)$

$$y' = \frac{2x}{25 + x^2}, \quad x_{\min} = 0;$$

✓ $y'' = \frac{50 - 2x^2}{(25 + x^2)^2}, \quad x = \pm 5$ точки перегиба

20) $y = \frac{1}{81 + x^2}$

$$y' = -\frac{2x}{(81 + x^2)^2}, \quad x_{\max} = 0;$$

✓ $y'' = \frac{6x^2 - 162}{(81 + x^2)^3}, \quad x = \pm \frac{9}{\sqrt{3}}$ точки перегиба

5) $y = x - \ln(144 + x^2)$

$$y' = \frac{x^2 - 2x + 144}{144 + x^2}, \quad y' > 0 \quad \forall x;$$

✓ $y'' = \frac{2x^2 - 288}{(144 + x^2)^2}, \quad x = \pm 12$ точки перегиба

7) $y = \frac{1}{4 + x^2}$

$$y' = -\frac{2x}{(4 + x^2)^2}, \quad x_{\max} = 0;$$

✓ $y'' = \frac{6x^2 - 8}{(4 + x^2)^3}, \quad x = \pm \frac{2}{\sqrt{3}}$ точки перегиба

9) $y = \frac{x}{100 + x^2}$

$$y' = \frac{100 - x^2}{(100 + x^2)^2}, \quad x_{\min} = -10, \quad x_{\max} = 10;$$

✓ $y'' = \frac{2x(x^2 - 300)}{(100 + x^2)^3}, \quad x = 0, \quad x = \pm 10\sqrt{3}$ точки перегиба

11) $y = x - \ln(121 + x^2)$

$$y' = \frac{x^2 - 2x + 121}{121 + x^2}, \quad y' > 0 \quad \forall x;$$

✓ $y'' = \frac{2x^2 - 242}{(121 + x^2)^2}, \quad x = \pm 11$ точки перегиба

13) $y = \sqrt{36 + x^2}$

$$y' = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 36}}, \quad x_{\min} = 0;$$

✓ $y'' = \frac{36}{(36 + x^2)^{3/2}}, \quad y'' > 0 \quad \forall x$

15) $y = \frac{x}{81 + x^2}$

$$y' = \frac{81 - x^2}{(81 + x^2)^2}, \quad x_{\min} = -9, \quad x_{\max} = 9;$$

✓ $y'' = \frac{2x(x^2 - 243)}{(81 + x^2)^3}, \quad x = 0, \quad x = \pm 9\sqrt{3}$ точки перегиба

17) $y = \frac{1}{144 + x^2}$

$$y' = -\frac{2x}{(144 + x^2)^2}, \quad x_{\max} = 0;$$

✓ $y'' = \frac{6x^2 - 288}{(144 + x^2)^3}, \quad x = \pm \frac{12}{\sqrt{3}}$ точки перегиба

19) $y = x - \ln(81 + x^2)$

$$y' = \frac{x^2 - 2x + 81}{81 + x^2}, \quad y' > 0 \quad \forall x;$$

✓ $y'' = \frac{2x^2 - 162}{(81 + x^2)^2}, \quad x = \pm 9$ точки перегиба

21) $y = \frac{1}{16 + x^2}$

$$y' = -\frac{2x}{(16 + x^2)^2}, \quad x_{\max} = 0;$$

✓ $y'' = \frac{6x^2 - 32}{(16 + x^2)^3}, \quad x = \pm \frac{4}{\sqrt{3}}$ точки перегиба

22) $y = x - \ln(36 + x^2)$

$y' = \frac{x^2 - 2x + 36}{36 + x^2}, y' > 0 \forall x;$

✓ $y'' = \frac{2x^2 - 72}{(36 + x^2)^2}, x = \pm 6$ точки перегиба

24) $y = \ln(36 + x^2)$

$y' = \frac{2x}{36 + x^2}, x_{\min} = 0;$

✓ $y'' = \frac{72 - 2x^2}{(36 + x^2)^2}, x = \pm 6$ точки перегиба

26) $y = \frac{1}{100 + x^2}$

$y' = -\frac{2x}{(100 + x^2)^2}, x_{\max} = 0;$

✓ $y'' = \frac{6x^2 - 200}{(100 + x^2)^3}, x = \pm \frac{10}{\sqrt{3}}$ точки перегиба

28) $y = x - \ln(1 + x^2)$

$y' = \frac{x^2 - 2x + 1}{1 + x^2}, y' > 0 \forall x;$

✓ $y'' = \frac{2x^2 - 2}{(1 + x^2)^2}, x = \pm 1$ точки перегиба

30) $y = \sqrt{4 + x^2}$

$y' = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 4}}, x_{\min} = 0;$

✓ $y'' = \frac{4}{(4 + x^2)^{3/2}}, y'' > 0 \forall x$

23) $y = \ln(144 + x^2)$

$y' = \frac{2x}{144 + x^2}, x_{\min} = 0;$

✓ $y'' = \frac{288 - 2x^2}{(144 + x^2)^2}, x = \pm 12$ точки перегиба

25) $y = \frac{1}{9 + x^2}$

$y' = -\frac{2x}{(9 + x^2)^2}, x_{\max} = 0;$

✓ $y'' = \frac{6x^2 - 18}{(9 + x^2)^3}, x = \pm \frac{3}{\sqrt{3}}$ точки перегиба

27) $y = \ln(1 + x^2)$

$y' = \frac{2x}{1 + x^2}, x_{\min} = 0;$

✓ $y'' = \frac{2 - 2x^2}{(1 + x^2)^2}, x = \pm 1$ точки перегиба

29) $y = \frac{1}{25 + x^2}$

$y' = -\frac{2x}{(25 + x^2)^2}, x_{\max} = 0;$

✓ $y'' = \frac{6x^2 - 50}{(25 + x^2)^3}, x = \pm \frac{5}{\sqrt{3}}$ точки перегиба

Задача 207. Найти наибольшее и наименьшее значение функции на заданном отрезке.

1) $y = x^3 \ln \frac{x}{3}, [1; 3]$

✓ $y_{\min} = -\frac{9}{e}; y_{\max} = 0$

2) $y = x^2 \ln \frac{x}{3}, [1; 3]$

✓ $y_{\min} = -\frac{9}{2e}; y_{\max} = 0$

3) $y = x \ln \frac{x}{3}, [1; 3]$

✓ $y_{\min} = -\frac{3}{e}; y_{\max} = 0$

4) $y = \frac{\ln \frac{x}{3}}{x}, [3; 9]$

✓ $y_{\min} = 0; y_{\max} = \frac{1}{3e}$

5) $y = x \ln \frac{x}{2}, \left[\frac{2}{3}; 2\right]$

✓ $y_{\min} = -\frac{2}{e}; y_{\max} = 0$

6) $y = \frac{\ln \frac{3x}{4}}{x}, \left[\frac{4}{3}; 4\right]$

✓ $y_{\min} = 0; y_{\max} = \frac{3}{4e}$

7) $y = \frac{\ln x}{x}, [1; 3]$

✓ $y_{\min} = 0; y_{\max} = \frac{1}{e}$

8) $y = \frac{\ln \frac{x}{2}}{x^3}, [2; 6]$

✓ $y_{\min} = 0; y_{\max} = \frac{1}{24e}$

9) $y = x^2 \ln 2x, \left[\frac{1}{6}; \frac{1}{2}\right]$

✓ $y_{\min} = -\frac{1}{8e}; y_{\max} = 0$

10) $y = \frac{\ln \frac{2x}{3}}{x^3}, \left[\frac{3}{2}; \frac{9}{2}\right]$

✓ $y_{\min} = 0; y_{\max} = \frac{8}{81e}$

11) $y = \frac{\ln \frac{3x}{2}}{x^2}, \left[\frac{2}{3}; 2\right]$

✓ $y_{\min} = 0; y_{\max} = \frac{9}{8e}$

12) $y = \frac{\ln x}{x^3}, [1; 3]$

✓ $y_{\min} = 0; y_{\max} = \frac{1}{3e}$

13) $y = \frac{\ln \frac{x}{3}}{x^2}, [3; 9]$

✓ $y_{\min} = 0; y_{\max} = \frac{1}{18e}$

14) $y = \frac{\ln \frac{3x}{4}}{x^2}, \left[\frac{4}{3}; 4\right]$

✓ $y_{\min} = 0; y_{\max} = \frac{9}{32e}$

15) $y = x^3 \ln \frac{3x}{4}, \left[\frac{4}{9}; \frac{4}{3}\right]$

✓ $y_{\min} = -\frac{64}{81e}; y_{\max} = 0$

16) $y = \frac{\ln 3x}{x^2}, \left[\frac{1}{3}; 1\right]$

✓ $y_{\min} = 0; y_{\max} = \frac{9}{2e}$

17) $y = x \ln \frac{4x}{3}, \left[\frac{1}{4}; \frac{3}{4}\right]$

✓ $y_{\min} = -\frac{3}{4e}; y_{\max} = 0$

18) $y = \frac{\ln x}{x^2}, [1; 3]$

✓ $y_{\min} = 0; y_{\max} = \frac{1}{2e}$

19) $y = \frac{\ln \frac{3x}{4}}{x^3}, \left[\frac{4}{3}; 4\right]$

✓ $y_{\min} = 0; y_{\max} = \frac{9}{64e}$

20) $y = x \ln 2x, \left[\frac{1}{6}; \frac{1}{2}\right]$

✓ $y_{\min} = -\frac{1}{2e}; y_{\max} = 0$

21) $y = \frac{\ln 2x}{x}, \left[\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right]$

✓ $y_{\min} = 0; y_{\max} = \frac{2}{e}$

22) $y = \frac{\ln \frac{2x}{3}}{x}, \left[\frac{3}{2}; \frac{9}{2}\right]$

✓ $y_{\min} = 0; y_{\max} = \frac{2}{3e}$

23) $y = \frac{\ln \frac{3x}{2}}{x^3}, \left[\frac{2}{3}; 2\right]$

✓ $y_{\min} = 0; y_{\max} = \frac{9}{8e}$

24) $y = \frac{\ln \frac{3x}{2}}{x}, \left[\frac{2}{3}; 2\right]$

✓ $y_{\min} = 0; y_{\max} = \frac{3}{2e}$

- 25) $y = \frac{\ln \frac{x}{3}}{x^3}, \quad [3; 9]$ $\checkmark y_{\min} = 0; y_{\max} = \frac{1}{81e}$
- 26) $y = \frac{\ln \frac{x}{4}}{x}, \quad [4; 12]$ $\checkmark y_{\min} = 0; y_{\max} = \frac{1}{4e}$
- 27) $y = \frac{\ln \frac{4x}{3}}{x}, \quad \left[\frac{3}{4}; \frac{9}{4}\right]$ $\checkmark y_{\min} = 0; y_{\max} = \frac{4}{3e}$
- 28) $y = \frac{\ln \frac{x}{4}}{x^2}, \quad [4; 12]$ $\checkmark y_{\min} = 0; y_{\max} = \frac{1}{32e}$
- 29) $y = \frac{\ln 2x}{x^2}, \quad \left[\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right]$ $\checkmark y_{\min} = 0; y_{\max} = \frac{2}{e}$
- 30) $y = \frac{\ln 2x}{x^3}, \quad \left[\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right]$ $\checkmark y_{\min} = 0; y_{\max} = \frac{8}{3e}$

Задача 208. Издержки производства некоторого товара равны C , спрос на товар определяется функцией $P_{\text{спр}}$. Найти максимальное значение прибыли.

- | | | | |
|------------------------------------|------------------------------------|------------------------------------|------------------------------------|
| $P_{\text{спр}} = -Q^2 + 14Q + 2,$ | $P_{\text{спр}} = -Q^2 + 17Q + 1,$ | $P_{\text{спр}} = -Q^2 + 11Q + 1,$ | $P_{\text{спр}} = -Q^2 + 14Q + 7,$ |
| 1) $C = 11Q + 16,$ | 2) $C = 12Q + 25,$ | 3) $C = 8Q + 9,$ | 4) $C = 16Q + 16,$ |
| $8 \leq Q \leq 12$ | $10 \leq Q \leq 12$ | $6 \leq Q \leq 10$ | $8 \leq Q \leq 11$ |
| $\checkmark 308$ | $\checkmark 580$ | $\checkmark 138$ | $\checkmark 308$ |
| $P_{\text{спр}} = -Q^2 + 8Q + 1,$ | $P_{\text{спр}} = -Q^2 + 8Q + 3,$ | $P_{\text{спр}} = -Q^2 + 17Q + 2,$ | $P_{\text{спр}} = -Q^2 + 17Q + 8,$ |
| 5) $C = 6Q + 4,$ | 6) $C = 8Q + 4,$ | 7) $C = 13Q + 25,$ | 8) $C = 19Q + 25,$ |
| $4 \leq Q \leq 6$ | $4 \leq Q \leq 8$ | $10 \leq Q \leq 12$ | $10 \leq Q \leq 13$ |
| $\checkmark 46$ | $\checkmark 46$ | $\checkmark 580$ | $\checkmark 580$ |
| $P_{\text{спр}} = -Q^2 + 5Q + 5,$ | $P_{\text{спр}} = -Q^2 + 5Q + 6,$ | $P_{\text{спр}} = -Q^2 + 5Q + 5,$ | $P_{\text{спр}} = -Q^2 + 8Q + 4,$ |
| 9) $C = 8Q + 1,$ | 10) $C = 9Q + 1,$ | 11) $C = 8Q + 1,$ | 12) $C = 9Q + 4,$ |
| $2 \leq Q \leq 5$ | $2 \leq Q \leq 5$ | $2 \leq Q \leq 4$ | $4 \leq Q \leq 8$ |
| $\checkmark 8$ | $\checkmark 8$ | $\checkmark 8$ | $\checkmark 46$ |
| $P_{\text{спр}} = -Q^2 + 14Q + 8,$ | $P_{\text{спр}} = -Q^2 + 11Q + 4,$ | $P_{\text{спр}} = -Q^2 + 5Q + 3,$ | $P_{\text{спр}} = -Q^2 + 5Q + 1,$ |
| 13) $C = 17Q + 16,$ | 14) $C = 11Q + 9,$ | 15) $C = 6Q + 1,$ | 16) $C = 4Q + 1,$ |
| $8 \leq Q \leq 11$ | $6 \leq Q \leq 9$ | $2 \leq Q \leq 6$ | $2 \leq Q \leq 4$ |
| $\checkmark 308$ | $\checkmark 138$ | $\checkmark 8$ | $\checkmark 8$ |
| $P_{\text{спр}} = -Q^2 + 17Q + 3,$ | $P_{\text{спр}} = -Q^2 + 11Q + 1,$ | $P_{\text{спр}} = -Q^2 + 11Q + 2,$ | |
| 17) $C = 14Q + 25,$ | 18) $C = 8Q + 9,$ | 19) $C = 9Q + 9,$ | |
| $10 \leq Q \leq 12$ | $6 \leq Q \leq 8$ | $6 \leq Q \leq 8$ | |
| $\checkmark 580$ | $\checkmark 138$ | $\checkmark 138$ | |
| $P_{\text{спр}} = -Q^2 + 14Q + 3,$ | $P_{\text{спр}} = -Q^2 + 11Q + 8,$ | $P_{\text{спр}} = -Q^2 + 5Q + 2,$ | $P_{\text{спр}} = -Q^2 + 8Q + 5,$ |
| 20) $C = 12Q + 16,$ | 21) $C = 15Q + 9,$ | 22) $C = 5Q + 1,$ | 23) $C = 10Q + 4,$ |
| $8 \leq Q \leq 12$ | $6 \leq Q \leq 9$ | $2 \leq Q \leq 4$ | $4 \leq Q \leq 8$ |
| $\checkmark 308$ | $\checkmark 138$ | $\checkmark 8$ | $\checkmark 46$ |
| $P_{\text{спр}} = -Q^2 + 5Q + 7,$ | $P_{\text{спр}} = -Q^2 + 5Q + 4,$ | $P_{\text{спр}} = -Q^2 + 14Q + 8,$ | $P_{\text{спр}} = -Q^2 + 8Q + 1,$ |
| 24) $C = 10Q + 1,$ | 25) $C = 7Q + 1,$ | 26) $C = 17Q + 16,$ | 27) $C = 6Q + 4,$ |
| $2 \leq Q \leq 5$ | $2 \leq Q \leq 6$ | $8 \leq Q \leq 12$ | $4 \leq Q \leq 7$ |
| $\checkmark 8$ | $\checkmark 8$ | $\checkmark 308$ | $\checkmark 46$ |
| $P_{\text{спр}} = -Q^2 + 8Q + 3,$ | $P_{\text{спр}} = -Q^2 + 11Q + 5,$ | $P_{\text{спр}} = -Q^2 + 8Q + 8,$ | |
| 28) $C = 8Q + 4,$ | 29) $C = 12Q + 9,$ | 30) $C = 13Q + 4,$ | |
| $4 \leq Q \leq 6$ | $6 \leq Q \leq 8$ | $4 \leq Q \leq 6$ | |
| $\checkmark 46$ | $\checkmark 138$ | $\checkmark 46$ | |

Задача 209.

- 1) Завод A отстоит от железной дороги, идущей с юга на север и проходящей через город B на 5 км (считается по кратчайшему расстоянию). Под каким углом ϕ к железной дороге следует построить подъездной путь, чтобы транспортировка грузов из A в B была наиболее экономичной, если стоимость про-

- 29) Завод A отстоит от железной дороги, идущей с юга на север и проходящей через город B на 7 км (считается по кратчайшему расстоянию). Под каким углом ϕ к железной дороге следует построить подъездной путь, чтобы транспортировка грузов из A в B была наиболее экономичной, если стоимость провоза 1 т груза на расстояние 1 км составляет по подъездному пути 8 ден. ед., по железной дороге 4 ден. ед. и город B расположен на 18 км севернее завода A ?

$$\checkmark \quad Q(\phi) = \frac{56}{\cos \phi} + 72 - 4 \operatorname{arctg} \phi, \quad \cos \phi = \frac{1}{2}$$

- 30) Завод A отстоит от железной дороги, идущей с юга на север и проходящей через город B на 7 км (считается по кратчайшему расстоянию). Под каким углом ϕ к железной дороге следует построить подъездной путь, чтобы транспортировка грузов из A в B была наиболее экономичной, если стоимость провоза 1 т груза на расстояние 1 км составляет по подъездному пути 4 ден. ед., по железной дороге $2\sqrt{3}$ ден. ед. и город B расположен на 18 км севернее завода A ?

$$\checkmark \quad Q(\phi) = \frac{28}{\cos \phi} + 2(18 - \operatorname{arctg} \phi)\sqrt{3}, \quad \cos \phi = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Задача 210.

- 1) Известна зависимость суточных расходов $C = 272000 + 17v^3$ при плавании судна от скорости судна v , выраженной в километрах в час. При какой скорости плавание судна будет наиболее экономичным, если максимальная развиваемая им скорость составляет 70 км/ч.

$$\checkmark \quad 20$$

- 2) Известна зависимость суточных расходов $C = 747954 + 19v^3$ при плавании судна от скорости судна v , выраженной в километрах в час. При какой скорости плавание судна будет наиболее экономичным, если максимальная развиваемая им скорость составляет 70 км/ч.

$$\checkmark \quad 27$$

- 3) Турист идёт из пункта A на дороге, проходящей с севера на юг, в пункт B , расположенный на 25 км южнее A и отстоящий от дороги, считая по кратчайшему расстоянию, на 12 км. На каком расстоянии от пункта A туристу следует свернуть с дороги, чтобы в кратчайшее время прийти в пункт B , если скорость по дороге равна 5 км/ч, а по бездорожью — 4 км/ч.

$$\checkmark \quad 9$$

- 4) Известна зависимость суточных расходов $C = 160000 + 10v^3$ при плавании судна от скорости судна v , выраженной в километрах в час. При какой скорости плавание судна будет наиболее экономичным, если максимальная развиваемая им скорость составляет 70 км/ч.

$$\checkmark \quad 20$$

- 5) Турист идёт из пункта A на дороге, проходящей с севера на юг, в пункт B , расположенный на 9 км южнее A и отстоящий от дороги, считая по кратчайшему расстоянию, на 3 км. На каком расстоянии от пункта A туристу следует свернуть с дороги, чтобы в кратчайшее время прийти в пункт B , если скорость по дороге равна 5 км/ч, а по бездорожью — 4 км/ч.
- ✓ 5
- 6) Известна зависимость суточных расходов $C = 1791946 + 13v^3$ при плавании судна от скорости судна v , выраженной в километрах в час. При какой скорости плавание судна будет наиболее экономичным, если максимальная развиваемая им скорость составляет 70 км/ч.
- ✓ 41
- 7) Турист идёт из пункта A на дороге, проходящей с севера на юг, в пункт B , расположенный на 31 км южнее A и отстоящий от дороги, считая по кратчайшему расстоянию, на 21 км. На каком расстоянии от пункта A туристу следует свернуть с дороги, чтобы в кратчайшее время прийти в пункт B , если скорость по дороге равна 5 км/ч, а по бездорожью — 4 км/ч.
- ✓ 3
- 8) Турист идёт из пункта A на дороге, проходящей с севера на юг, в пункт B , расположенный на 23 км южнее A и отстоящий от дороги, считая по кратчайшему расстоянию, на 24 км. На каком расстоянии от пункта A туристу следует свернуть с дороги, чтобы в кратчайшее время прийти в пункт B , если скорость по дороге равна 5 км/ч, а по бездорожью — 3 км/ч.
- ✓ 5
- 9) Известна зависимость суточных расходов $C = 790614 + 11v^3$ при плавании судна от скорости судна v , выраженной в километрах в час. При какой скорости плавание судна будет наиболее экономичным, если максимальная развиваемая им скорость составляет 70 км/ч.
- ✓ 33
- 10) Турист идёт из пункта A на дороге, проходящей с севера на юг, в пункт B , расположенный на 26 км южнее A и отстоящий от дороги, считая по кратчайшему расстоянию, на 28 км. На каком расстоянии от пункта A туристу следует свернуть с дороги, чтобы в кратчайшее время прийти в пункт B , если скорость по дороге равна 5 км/ч, а по бездорожью — 3 км/ч.
- ✓ 5
- 11) Турист идёт из пункта A на дороге, проходящей с севера на юг, в пункт B , расположенный на 32 км южнее A и отстоящий от дороги, считая по кратчайшему расстоянию, на 21 км. На каком расстоянии от пункта A туристу следует свернуть с дороги, чтобы в кратчайшее время прийти в пункт B , если скорость по дороге равна 5 км/ч, а по бездорожью — 4 км/ч.
- ✓ 4
- 12) Турист идёт из пункта A на дороге, проходящей с севера на юг, в пункт B , расположенный на 21 км южнее A и отстоящий от дороги, считая по кратчайшему расстоянию, на 24 км. На каком расстоянии от пункта A туристу следует свернуть с дороги, чтобы в кратчайшее время прийти в пункт B , если скорость по дороге равна 5 км/ч, а по бездорожью — 3 км/ч.
- ✓ 3
- 13) Известна зависимость суточных расходов $C = 2703238 + 17v^3$ при плавании судна от скорости судна v , выраженной в километрах в час. При какой скорости плавание судна будет наиболее экономичным, если максимальная развиваемая им скорость составляет 70 км/ч.
- ✓ 43
- 14) Известна зависимость суточных расходов $C = 1026432 + 11v^3$ при плавании судна от скорости судна v , выраженной в километрах в час. При какой скорости плавание судна будет наиболее экономичным, если максимальная развиваемая им скорость составляет 70 км/ч.
- ✓ 36
- 15) Известна зависимость суточных расходов $C = 1293732 + 18v^3$ при плавании судна от скорости судна v , выраженной в километрах в час. При какой скорости плавание судна будет наиболее экономичным, если максимальная развиваемая им скорость составляет 70 км/ч.
- ✓ 33
- 16) Турист идёт из пункта A на дороге, проходящей с севера на юг, в пункт B , расположенный на 7 км южнее A и отстоящий от дороги, считая по кратчайшему расстоянию, на 3 км. На каком расстоянии от пункта A туристу следует свернуть с дороги, чтобы в кратчайшее время прийти в пункт B , если скорость по дороге равна 5 км/ч, а по бездорожью — 4 км/ч.
- ✓ 3
- 17) Турист идёт из пункта A на дороге, проходящей с севера на юг, в пункт B , расположенный на 13 км южнее A и отстоящий от дороги, считая по кратчайшему расстоянию, на 6 км. На каком расстоянии от пункта A туристу следует свернуть с дороги, чтобы в кратчайшее время прийти в пункт B , если скорость по дороге равна 5 км/ч, а по бездорожью — 4 км/ч.
- ✓ 5

- 18) Турист идёт из пункта A на дороге, проходящей с севера на юг, в пункт B , расположенный на 21 км южнее A и отстоящий от дороги, считая по кратчайшему расстоянию, на 20 км. На каком расстоянии от пункта A туристу следует свернуть с дороги, чтобы в кратчайшее время прийти в пункт B , если скорость по дороге равна 5 км/ч, а по бездорожью — 3 км/ч.
- ✓ 6
- 19) Известна зависимость суточных расходов $C = 1306368 + 14v^3$ при плавании судна от скорости судна v , выраженной в километрах в час. При какой скорости плавание судна будет наиболее экономичным, если максимальная развиваемая им скорость составляет 70 км/ч.
- ✓ 36
- 20) Известна зависимость суточных расходов $C = 1149984 + 16v^3$ при плавании судна от скорости судна v , выраженной в километрах в час. При какой скорости плавание судна будет наиболее экономичным, если максимальная развиваемая им скорость составляет 70 км/ч.
- ✓ 33
- 21) Турист идёт из пункта A на дороге, проходящей с севера на юг, в пункт B , расположенный на 21 км южнее A и отстоящий от дороги, считая по кратчайшему расстоянию, на 9 км. На каком расстоянии от пункта A туристу следует свернуть с дороги, чтобы в кратчайшее время прийти в пункт B , если скорость по дороге равна 5 км/ч, а по бездорожью — 4 км/ч.
- ✓ 9
- 22) Турист идёт из пункта A на дороге, проходящей с севера на юг, в пункт B , расположенный на 13 км южнее A и отстоящий от дороги, считая по кратчайшему расстоянию, на 8 км. На каком расстоянии от пункта A туристу следует свернуть с дороги, чтобы в кратчайшее время прийти в пункт B , если скорость по дороге равна 5 км/ч, а по бездорожью — 3 км/ч.
- ✓ 7
- 23) Известна зависимость суточных расходов $C = 2385210 + 15v^3$ при плавании судна от скорости судна v , выраженной в километрах в час. При какой скорости плавание судна будет наиболее экономичным, если максимальная развиваемая им скорость составляет 70 км/ч.
- ✓ 43
- 24) Турист идёт из пункта A на дороге, проходящей с севера на юг, в пункт B , расположенный на 23 км южнее A и отстоящий от дороги, считая по кратчайшему расстоянию, на 15 км. На каком расстоянии от пункта A туристу следует свернуть с дороги, чтобы в кратчайшее время прийти в пункт B , если скорость по дороге равна 5 км/ч, а по бездорожью — 4 км/ч.
- ✓ 3
- 25) Турист идёт из пункта A на дороге, проходящей с севера на юг, в пункт B , расположенный на 10 км южнее A и отстоящий от дороги, считая по кратчайшему расстоянию, на 8 км. На каком расстоянии от пункта A туристу следует свернуть с дороги, чтобы в кратчайшее время прийти в пункт B , если скорость по дороге равна 5 км/ч, а по бездорожью — 3 км/ч.
- ✓ 4
- 26) Известна зависимость суточных расходов $C = 3764768 + 16v^3$ при плавании судна от скорости судна v , выраженной в километрах в час. При какой скорости плавание судна будет наиболее экономичным, если максимальная развиваемая им скорость составляет 70 км/ч.
- ✓ 49
- 27) Известна зависимость суточных расходов $C = 3294172 + 14v^3$ при плавании судна от скорости судна v , выраженной в километрах в час. При какой скорости плавание судна будет наиболее экономичным, если максимальная развиваемая им скорость составляет 70 км/ч.
- ✓ 49
- 28) Известна зависимость суточных расходов $C = 414720 + 15v^3$ при плавании судна от скорости судна v , выраженной в километрах в час. При какой скорости плавание судна будет наиболее экономичным, если максимальная развиваемая им скорость составляет 70 км/ч.
- ✓ 24
- 29) Известна зависимость суточных расходов $C = 2491752 + 12v^3$ при плавании судна от скорости судна v , выраженной в километрах в час. При какой скорости плавание судна будет наиболее экономичным, если максимальная развиваемая им скорость составляет 70 км/ч.
- ✓ 47
- 30) Турист идёт из пункта A на дороге, проходящей с севера на юг, в пункт B , расположенный на 19 км южнее A и отстоящий от дороги, считая по кратчайшему расстоянию, на 12 км. На каком расстоянии от пункта A туристу следует свернуть с дороги, чтобы в кратчайшее время прийти в пункт B , если скорость по дороге равна 5 км/ч, а по бездорожью — 4 км/ч.
- ✓ 3

Задача 211. Провести полное исследование функции и построить её график

1) $y = 4x + \frac{25}{x-2}$

✓ $x = 2, y = 4x, x_{\max} = -\frac{1}{2}, f_{\max} = -12, x_{\min} = \frac{9}{2}, f_{\min} = 28, x_p = 2$

2) $y = \frac{(x-2)^2}{x-7}$

✓ $x = 7, y = x + 3, x_{\max} = 2, f_{\max} = 0, x_{\min} = 12, f_{\min} = 20$

3) $y = \frac{(x-1)^2}{x-5}$

✓ $x = 5, y = x + 3, x_{\max} = 1, f_{\max} = 0, x_{\min} = 9, f_{\min} = 16$

4) $y = \frac{2x^3 + 1}{x^2}$

✓ $x = 0, y = 2x, x_{\min} = 1, f_{\min} = 3, f \uparrow, x \in (-\infty, 0) \cup (1, +\infty), f''(x) > 0$

5) $y = \frac{2x^3 + 27}{x^2}$

✓ $x = 0, y = 2x, x_{\min} = 3, f_{\min} = 9, f \uparrow, x \in (-\infty, 0) \cup (3, +\infty), f''(x) > 0$

6) $y = 9x + \frac{25}{x-1}$

✓ $x = 1, y = 9x, x_{\max} = -\frac{2}{3}, f_{\max} = -21, x_{\min} = \frac{8}{3}, f_{\min} = 39, x_p = 1$

7) $y = 4x + \frac{25}{x+2}$

✓ $x = -2, y = 4x, x_{\max} = -\frac{9}{2}, f_{\max} = -28, x_{\min} = \frac{1}{2}, f_{\min} = 12, x_p = -2$

8) $y = \frac{2x^3 + 64}{x^2}$

✓ $x = 0, y = 2x, x_{\min} = 4, f_{\min} = 12, f \uparrow, x \in (-\infty, 0) \cup (4, +\infty), f''(x) > 0$

9) $y = \frac{2x^3 + 125}{x^2}$

✓ $x = 0, y = 2x, x_{\min} = 5, f_{\min} = 15, f \uparrow, x \in (-\infty, 0) \cup (5, +\infty), f''(x) > 0$

10) $y = \frac{2x^3 + 8}{x^2}$

✓ $x = 0, y = 2x, x_{\min} = 2, f_{\min} = 6, f \uparrow, x \in (-\infty, 0) \cup (2, +\infty), f''(x) > 0$

11) $y = \frac{(x-3)^2}{x-6}$

✓ $x = 6, y = x, x_{\max} = 3, f_{\max} = 0, x_{\min} = 9, f_{\min} = 12$

12) $y = 16x + \frac{25}{x-1}$

✓ $x = 1, y = 16x, x_{\max} = -\frac{1}{4}, f_{\max} = -24, x_{\min} = \frac{9}{4}, f_{\min} = 56, x_p = 1$

13) $y = 9x + \frac{100}{x-2}$

✓ $x = 2, y = 9x, x_{\max} = -\frac{4}{3}, f_{\max} = -42, x_{\min} = \frac{16}{3}, f_{\min} = 78, x_p = 2$

14) $y = 16x + \frac{100}{x+2}$

✓ $x = -2, y = 16x, x_{\max} = -\frac{9}{2}, f_{\max} = -112, x_{\min} = \frac{1}{2}, f_{\min} = 48, x_p = -2$

15) $y = 16x + \frac{49}{x+1}$

✓ $x = -1, y = 16x, x_{\max} = -\frac{11}{4}, f_{\max} = -72, x_{\min} = \frac{3}{4}, f_{\min} = 40, x_p = -1$

16) $y = 9x + \frac{49}{x-2}$

✓ $x = 2, y = 9x, x_{\max} = -\frac{1}{3}, f_{\max} = -24, x_{\min} = \frac{13}{3}, f_{\min} = 60, x_p = 2$

$$17) y = \frac{(x-7)^2}{x-10}$$

$$\checkmark x = 10, y = x - 4, x_{\max} = 7, f_{\max} = 0, x_{\min} = 13, f_{\min} = 12$$

$$18) y = \frac{(x+3)^2}{x-1}$$

$$\checkmark x = 1, y = x + 7, x_{\max} = -3, f_{\max} = 0, x_{\min} = 5, f_{\min} = 16$$

$$19) y = 9x + \frac{100}{x+2}$$

$$\checkmark x = -2, y = 9x, x_{\max} = -\frac{16}{3}, f_{\max} = -78, x_{\min} = \frac{4}{3}, f_{\min} = 42, x_p = -2$$

$$20) y = \frac{x^2}{x-8}$$

$$\checkmark x = 8, y = x + 8, x_{\max} = 0, f_{\max} = 0, x_{\min} = 16, f_{\min} = 32$$

$$21) y = \frac{(x-4)^2}{x-7}$$

$$\checkmark x = 7, y = x - 1, x_{\max} = 4, f_{\max} = 0, x_{\min} = 10, f_{\min} = 12$$

$$22) y = 4x + \frac{49}{x-1}$$

$$\checkmark x = 1, y = 4x, x_{\max} = -\frac{5}{2}, f_{\max} = -24, x_{\min} = \frac{9}{2}, f_{\min} = 32, x_p = 1$$

$$23) y = 4x + \frac{25}{x-1}$$

$$\checkmark x = 1, y = 4x, x_{\max} = -\frac{3}{2}, f_{\max} = -16, x_{\min} = \frac{7}{2}, f_{\min} = 24, x_p = 1$$

$$24) y = \frac{(x-1)^2}{x-9}$$

$$\checkmark x = 9, y = x + 7, x_{\max} = 1, f_{\max} = 0, x_{\min} = 17, f_{\min} = 32$$

$$25) y = 9x + \frac{25}{x+1}$$

$$\checkmark x = -1, y = 9x, x_{\max} = -\frac{8}{3}, f_{\max} = -39, x_{\min} = \frac{2}{3}, f_{\min} = 21, x_p = -1$$

$$26) y = \frac{(x-5)^2}{x-9}$$

$$\checkmark x = 9, y = x - 1, x_{\max} = 5, f_{\max} = 0, x_{\min} = 13, f_{\min} = 16$$

$$27) y = \frac{(x-2)^2}{x-6}$$

$$\checkmark x = 6, y = x + 2, x_{\max} = 2, f_{\max} = 0, x_{\min} = 10, f_{\min} = 16$$

$$28) y = \frac{(x-3)^2}{x-7}$$

$$\checkmark x = 7, y = x + 1, x_{\max} = 3, f_{\max} = 0, x_{\min} = 11, f_{\min} = 16$$

$$29) y = \frac{x^2}{x-5}$$

$$\checkmark x = 5, y = x + 5, x_{\max} = 0, f_{\max} = 0, x_{\min} = 10, f_{\min} = 20$$

$$30) y = \frac{(x-2)^2}{x-10}$$

$$\checkmark x = 10, y = x + 6, x_{\max} = 2, f_{\max} = 0, x_{\min} = 18, f_{\min} = 32$$

Задача 212. Вычислить интеграл.

$$1) \int \frac{-5\sqrt[3]{x^2} - 2x^7 - 3x^2}{x^3} dx$$

$$2) \int \frac{3\sqrt{x} - 4x^9 - 3x^4}{x^5} dx$$

$$3) \int \frac{-5\sqrt[7]{x^3} - 3x^8 - 3x^4}{x^5} dx$$

$$\checkmark \frac{15}{4\sqrt[3]{x^4}} - \frac{2x^5}{5} - 3\ln|x|$$

$$\checkmark -\frac{6}{7\sqrt{x^7}} - \frac{4x^5}{5} - 3\ln|x|$$

$$\checkmark \frac{7}{5\sqrt[7]{x^{25}}} - \frac{3x^4}{4} - 3\ln|x|$$

- 4) $\int \frac{-2\sqrt[7]{x^4} - 3x^8 - 3x^3}{x^4} dx$
 $\checkmark \frac{14}{17\sqrt[7]{x^{17}}} - \frac{3x^5}{5} - 3\ln|x|$
- 5) $\int \frac{-3\sqrt{x} + x^3 + 2x}{x^2} dx$
 $\checkmark \frac{6}{\sqrt{x}} + \frac{x^2}{2} + 2\ln|x|$
- 6) $\int \frac{3\sqrt[5]{x^2} + 2x^6 + 2x^3}{x^4} dx$
 $\checkmark -\frac{15}{13\sqrt[5]{x^{13}}} + \frac{2x^3}{3} + 2\ln|x|$
- 7) $\int \frac{\sqrt[7]{x^4} + 3x^8 + 2x^3}{x^4} dx$
 $\checkmark -\frac{7}{17\sqrt[7]{x^{17}}} + \frac{3x^5}{5} + 2\ln|x|$
- 8) $\int \frac{-3\sqrt[4]{x^3} + 2x^5 + 2x}{x^2} dx$
 $\checkmark \frac{12}{\sqrt[4]{x}} + \frac{x^4}{2} + 2\ln|x|$
- 9) $\int \frac{-2\sqrt[7]{x^2} - 3x^8 - 3x^5}{x^6} dx$
 $\checkmark \frac{14}{33\sqrt[7]{x^{33}}} - x^3 - 3\ln|x|$
- 10) $\int \frac{-5\sqrt{x} + 2x^3 + 2x}{x^2} dx$
 $\checkmark \frac{10}{\sqrt{x}} + x^2 + 2\ln|x|$
- 11) $\int \frac{5\sqrt[3]{x} + 3x^4 + 2x^2}{x^3} dx$
 $\checkmark -\frac{3}{\sqrt[3]{x^5}} + \frac{3x^2}{2} + 2\ln|x|$
- 12) $\int \frac{2\sqrt{x} + 2x^9 + 2x^4}{x^5} dx$
 $\checkmark -\frac{4}{7\sqrt{x^7}} + \frac{2x^5}{5} + 2\ln|x|$
- 13) $\int \frac{\sqrt{x} + 2x^9 + 2x^4}{x^5} dx$
 $\checkmark -\frac{2}{7\sqrt{x^7}} + \frac{2x^5}{5} + 2\ln|x|$
- 14) $\int \frac{5\sqrt[8]{x^3} - 2x^9 - 3x^5}{x^6} dx$
 $\checkmark -\frac{40}{37\sqrt[8]{x^{37}}} - \frac{x^4}{2} - 3\ln|x|$
- 15) $\int \frac{-3\sqrt[7]{x^4} + 4x^8 + 3x^3}{x^4} dx$
 $\checkmark \frac{21}{17\sqrt[7]{x^{17}}} + \frac{4x^5}{5} + 3\ln|x|$
- 16) $\int \frac{-\sqrt[5]{x} + 2x^6 + 3x^4}{x^5} dx$
 $\checkmark \frac{5}{19\sqrt[5]{x^{19}}} + x^2 + 3\ln|x|$
- 17) $\int \frac{3\sqrt[3]{x^2} + 3x^4 + 2x}{x^2} dx$
 $\checkmark -\frac{9}{\sqrt[3]{x}} + x^3 + 2\ln|x|$
- 18) $\int \frac{-5\sqrt[5]{x^3} - 3x^6 - 3x^2}{x^3} dx$
 $\checkmark \frac{25}{7\sqrt[5]{x^7}} - \frac{3x^4}{4} - 3\ln|x|$
- 19) $\int \frac{-\sqrt[3]{x} + 3x^7 + 2x^4}{x^5} dx$
 $\checkmark \frac{3}{11\sqrt[3]{x^{11}}} + x^3 + 2\ln|x|$
- 20) $\int \frac{\sqrt[3]{x^2} + 3x^7 + 2x^2}{x^3} dx$
 $\checkmark -\frac{3}{4\sqrt[3]{x^4}} + \frac{3x^5}{5} + 2\ln|x|$
- 21) $\int \frac{5\sqrt[5]{x^4} - 2x^6 - 3x}{x^2} dx$
 $\checkmark -\frac{25}{\sqrt[5]{x}} - \frac{2x^5}{5} - 3\ln|x|$
- 22) $\int \frac{3\sqrt[7]{x^3} - 4x^8 - 3x^4}{x^5} dx$
 $\checkmark -\frac{21}{25\sqrt[7]{x^{25}}} - x^4 - 3\ln|x|$
- 23) $\int \frac{-3\sqrt[5]{x^4} - 4x^6 - 3x}{x^2} dx$
 $\checkmark \frac{15}{\sqrt[5]{x}} - \frac{4x^5}{5} - 3\ln|x|$
- 24) $\int \frac{\sqrt[7]{x^4} + 4x^8 + 3x^3}{x^4} dx$
 $\checkmark -\frac{7}{17\sqrt[7]{x^{17}}} + \frac{4x^5}{5} + 3\ln|x|$
- 25) $\int \frac{-\sqrt[5]{x^2} - 3x^6 - 3x^3}{x^4} dx$
 $\checkmark \frac{5}{13\sqrt[5]{x^{13}}} - x^3 - 3\ln|x|$
- 26) $\int \frac{-3\sqrt[3]{x} - 2x^7 - 3x^4}{x^5} dx$
 $\checkmark \frac{9}{11\sqrt[3]{x^{11}}} - \frac{2x^3}{3} - 3\ln|x|$
- 27) $\int \frac{4\sqrt[5]{x^3} + 4x^6 + 3x^2}{x^3} dx$
 $\checkmark -\frac{20}{7\sqrt[5]{x^7}} + x^4 + 3\ln|x|$
- 28) $\int \frac{3\sqrt[7]{x^4} - x^8 - 2x^3}{x^4} dx$
 $\checkmark -\frac{21}{17\sqrt[7]{x^{17}}} - \frac{x^5}{5} - 2\ln|x|$
- 29) $\int \frac{-2\sqrt{x} - 3x^9 - 2x^4}{x^5} dx$
 $\checkmark \frac{4}{7\sqrt{x^7}} - \frac{3x^5}{5} - 2\ln|x|$
- 30) $\int \frac{3\sqrt[5]{x} + 2x^6 + 3x^4}{x^5} dx$
 $\checkmark -\frac{15}{19\sqrt[5]{x^{19}}} + x^2 + 3\ln|x|$

Задача 213. Вычислить интеграл.

- 1) $\int \frac{dx}{\sqrt{6x^2 + 3}}$
 $\checkmark \frac{\sqrt{6}}{6} \ln(\sqrt{6}x + \sqrt{6x^2 + 3})$
- 2) $\int \frac{dx}{5x^2 - 4}$
 $\checkmark \frac{\sqrt{5}}{20} \ln \left| \frac{\sqrt{5}x - 2}{\sqrt{5}x + 2} \right|$
- 3) $\int \frac{dx}{2 + 4x^2}$
 $\checkmark \frac{\sqrt{2}}{4} \operatorname{arctg} \sqrt{2}x$
- 4) $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + 2}}$
 $\checkmark \ln(x + \sqrt{x^2 + 2})$
- 5) $\int \frac{dx}{\sqrt{5x^2 + 3}}$
 $\checkmark \frac{\sqrt{5}}{5} \ln(\sqrt{5}x + \sqrt{5x^2 + 3})$
- 6) $\int \frac{dx}{\sqrt{7x^2 + 5}}$
 $\checkmark \frac{\sqrt{7}}{7} \ln(\sqrt{7}x + \sqrt{7x^2 + 5})$
- 7) $\int \frac{dx}{3x^2 - 2}$
 $\checkmark \frac{\sqrt{6}}{12} \ln \left| \frac{\sqrt{3}x - \sqrt{2}}{\sqrt{3}x + \sqrt{2}} \right|$
- 8) $\int \frac{dx}{\sqrt{6x^2 + 4}}$
 $\checkmark \frac{\sqrt{6}}{6} \ln(\sqrt{6}x + \sqrt{6x^2 + 4})$
- 9) $\int \frac{dx}{6x^2 - 3}$
 $\checkmark \frac{\sqrt{2}}{12} \ln \left| \frac{\sqrt{6}x - \sqrt{3}}{\sqrt{6}x + \sqrt{3}} \right|$
- 10) $\int \frac{dx}{x^2 - 2}$
 $\checkmark \frac{\sqrt{2}}{4} \ln \left| \frac{x - \sqrt{2}}{x + \sqrt{2}} \right|$
- 11) $\int \frac{dx}{\sqrt{7x^2 + 3}}$
 $\checkmark \frac{\sqrt{7}}{7} \ln(\sqrt{7}x + \sqrt{7x^2 + 3})$
- 12) $\int \frac{dx}{7x^2 - 3}$
 $\checkmark \frac{\sqrt{21}}{42} \ln \left| \frac{\sqrt{7}x - \sqrt{3}}{\sqrt{7}x + \sqrt{3}} \right|$

$$\begin{array}{lllll}
13) \int \frac{dx}{3+5x^2} & 14) \int \frac{dx}{\sqrt{5-9x^2}} & 15) \int \frac{dx}{\sqrt{2-5x^2}} & 16) \int \frac{dx}{\sqrt{3-5x^2}} & 17) \int \frac{dx}{4+8x^2} \\
\checkmark \frac{\sqrt{15}}{15} \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{15}x}{3} & \checkmark \frac{1}{3} \arcsin \frac{3\sqrt{5}x}{5} & \checkmark \frac{\sqrt{5}}{5} \arcsin \frac{\sqrt{10}x}{2} & \checkmark \frac{\sqrt{5}}{5} \arcsin \frac{\sqrt{15}x}{3} & \checkmark \frac{\sqrt{2}}{8} \operatorname{arctg} \sqrt{2}x \\
18) \int \frac{dx}{\sqrt{3x^2+2}} & 19) \int \frac{dx}{\sqrt{4x^2+2}} & 20) \int \frac{dx}{\sqrt{3x^2+4}} & 21) \int \frac{dx}{\sqrt{2-4x^2}} & \\
\checkmark \frac{\sqrt{3}}{3} \ln(\sqrt{3}x + \sqrt{3x^2+2}) & \checkmark \frac{1}{2} \ln(2x + \sqrt{4x^2+2}) & \checkmark \frac{\sqrt{3}}{3} \ln(\sqrt{3}x + \sqrt{3x^2+4}) & \checkmark \frac{1}{2} \arcsin \sqrt{2}x & \\
22) \int \frac{dx}{3+4x^2} & 23) \int \frac{dx}{\sqrt{4x^2+3}} & 24) \int \frac{dx}{5+4x^2} & 25) \int \frac{dx}{7x^2-4} & \\
\checkmark \frac{\sqrt{3}}{6} \operatorname{arctg} \frac{2\sqrt{3}x}{3} & \checkmark \frac{1}{2} \ln(2x + \sqrt{4x^2+3}) & \checkmark \frac{\sqrt{5}}{10} \operatorname{arctg} \frac{2\sqrt{5}x}{5} & \checkmark \frac{\sqrt{7}}{28} \ln \left| \frac{\sqrt{7}x-2}{\sqrt{7}x+2} \right| & \\
26) \int \frac{dx}{\sqrt{5x^2+2}} & 27) \int \frac{dx}{4x^2-2} & 28) \int \frac{dx}{3x^2-4} & 29) \int \frac{dx}{5+6x^2} & \\
\checkmark \frac{\sqrt{5}}{5} \ln(\sqrt{5}x + \sqrt{5x^2+2}) & \checkmark \frac{\sqrt{2}}{8} \ln \left| \frac{2x-\sqrt{2}}{2x+\sqrt{2}} \right| & \checkmark \frac{\sqrt{3}}{12} \ln \left| \frac{\sqrt{3}x-2}{\sqrt{3}x+2} \right| & \checkmark \frac{\sqrt{30}}{30} \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{30}x}{5} & \\
30) \int \frac{dx}{\sqrt{5-7x^2}} & & & & \\
\checkmark \frac{\sqrt{7}}{7} \arcsin \frac{\sqrt{35}x}{5} & & & &
\end{array}$$

Задача 214. Найти неопределённый интеграл

$$\begin{array}{lllll}
1) \int (3x+1)^{11} dx & 2) \int e^{2x+7} dx & 3) \int \frac{dx}{6x+1} & 4) \int \frac{dx}{5x-3} & 5) \int \cos(5x+7) dx & 6) \int (6x+1)^8 dx \\
\checkmark \frac{1}{36} (3x+1)^{12} & \checkmark \frac{1}{2} e^{2x+7} & \checkmark \frac{1}{6} \ln|6x+1| & \checkmark \frac{1}{5} \ln|5x-3| & \checkmark \frac{1}{5} \sin(5x+7) & \checkmark \frac{1}{54} (6x+1)^9 \\
7) \int \frac{dx}{4x+2} & 8) \int \cos(5x-1) dx & 9) \int \frac{dx}{6x+7} & 10) \int (5x-2)^{11} dx & 11) \int \sin(4x-2) dx & \\
\checkmark \frac{1}{4} \ln|4x+2| & \checkmark \frac{1}{5} \sin(5x-1) & \checkmark \frac{1}{6} \ln|6x+7| & \checkmark \frac{1}{60} (5x-2)^{12} & \checkmark -\frac{1}{4} \cos(4x-2) & \\
12) \int \frac{dx}{7x+1} & 13) \int \sin(4x-3) dx & 14) \int (4x+1)^5 dx & 15) \int \frac{dx}{4x+4} & 16) \int \cos(4x+5) dx & \\
\checkmark \frac{1}{7} \ln|7x+1| & \checkmark -\frac{1}{4} \cos(4x-3) & \checkmark \frac{1}{24} (4x+1)^6 & \checkmark \frac{1}{4} \ln|4x+4| & \checkmark \frac{1}{4} \sin(4x+5) & \\
17) \int e^{5x+2} dx & 18) \int e^{3x+3} dx & 19) \int (4x+2)^8 dx & 20) \int \sin(4x-1) dx & 21) \int \cos(4x-2) dx & \\
\checkmark \frac{1}{5} e^{5x+2} & \checkmark \frac{1}{3} e^{3x+3} & \checkmark \frac{1}{36} (4x+2)^9 & \checkmark -\frac{1}{4} \cos(4x-1) & \checkmark \frac{1}{4} \sin(4x-2) & \\
22) \int \frac{dx}{3x+2} & 23) \int e^{5x-3} dx & 24) \int (7x-2)^8 dx & 25) \int \frac{dx}{5x+2} & 26) \int \cos(6x-2) dx & \\
\checkmark \frac{1}{3} \ln|3x+2| & \checkmark \frac{1}{5} e^{5x-3} & \checkmark \frac{1}{63} (7x-2)^9 & \checkmark \frac{1}{5} \ln|5x+2| & \checkmark \frac{1}{6} \sin(6x-2) & \\
27) \int \sin(5x-1) dx & 28) \int (6x+1)^6 dx & 29) \int \sin(2x+7) dx & 30) \int \sin(4x+4) dx & & \\
\checkmark -\frac{1}{5} \cos(5x-1) & \checkmark \frac{1}{42} (6x+1)^7 & \checkmark -\frac{1}{2} \cos(2x+7) & \checkmark -\frac{1}{4} \cos(4x+4) & &
\end{array}$$

Задача 215. Найти неопределённый интеграл

$$\begin{array}{lllll}
1) \int \frac{\cos 8x}{\sin 8x+6} dx & 2) \int (6x^2-3)^7 x dx & 3) \int \frac{x^2}{(4x^3+2)^8} dx & 4) \int (\cos 9x+4)^5 \sin 9x dx & 5) \int \frac{x^2}{7x^3+4} dx \\
\checkmark \frac{1}{8} \ln|\sin 8x+6| & \checkmark \frac{1}{96} (6x^2-3)^8 & \checkmark -\frac{1}{84} (4x^3+2)^{-7} & \checkmark -\frac{1}{54} (\cos 9x+4)^6 & \checkmark \frac{1}{21} \ln|7x^3+4| \\
6) \int \sqrt[3]{\sin 4x-1} \cos 4x dx & 7) \int \frac{\sin x}{(\cos x-5)^9} dx & 8) \int \sqrt[5]{7x^3+4x^2} dx & 9) \int (3x^2-1)^6 x dx & 10) \int \frac{x^2}{9x^3+7} dx \\
\checkmark \frac{3}{16} \sqrt[3]{(\sin 4x-1)^4} & \checkmark \frac{1}{8} (\cos x-5)^{-8} & \checkmark \frac{5}{126} \sqrt[5]{(7x^3+4)^6} & \checkmark \frac{1}{42} (3x^2-1)^7 & \checkmark \frac{1}{27} \ln|9x^3+7|
\end{array}$$

$$\begin{array}{llll}
11) \int \sqrt[5]{\cos 3x + 2} \sin 3x \, dx & 12) \int \frac{x^2}{4x^3 + 4} \, dx & 13) \int \sqrt[3]{\cos 9x + 3} \sin 9x \, dx & 14) \int (\sin 3x - 4)^6 \cos 3x \, dx \\
\checkmark -\frac{5}{18} \sqrt[5]{(\cos 3x + 2)^6} & \checkmark \frac{1}{12} \ln |4x^3 + 4| & \checkmark -\frac{1}{12} \sqrt[3]{(\cos 9x + 3)^4} & \checkmark \frac{1}{21} (\sin 3x - 4)^7 \\
15) \int (\cos 7x - 2)^8 \sin 7x \, dx & 16) \int \frac{\cos 8x}{e^{\sin 8x - 2}} \, dx & 17) \int \frac{\sin 3x}{\cos 3x - 5} \, dx & 18) \int \sqrt[5]{\sin 6x + 4} \cos 6x \, dx \\
\checkmark -\frac{1}{63} (\cos 7x - 2)^9 & \checkmark -\frac{1}{8} e^{-\sin 8x + 2} & \checkmark -\frac{1}{3} \ln |\cos 3x - 5| & \checkmark \frac{5}{36} \sqrt[5]{(\sin 6x + 4)^6} \\
19) \int \frac{x^2}{7x^3 + 3} \, dx & 20) \int (4x^2 + 4)^8 x \, dx & 21) \int (\cos 3x + 6)^9 \sin 3x \, dx & 22) \int \sqrt[3]{\sin 8x + 5} \cos 8x \, dx \\
\checkmark \frac{1}{21} \ln |7x^3 + 3| & \checkmark \frac{1}{72} (4x^2 + 4)^9 & \checkmark -\frac{1}{30} (\cos 3x + 6)^{10} & \checkmark \frac{3}{32} \sqrt[3]{(\sin 8x + 5)^4} \\
23) \int \frac{x^2}{(3x^3 + 8)^7} \, dx & 24) \int (\cos 7x + 1)^6 \sin 7x \, dx & 25) \int \frac{x}{e^{7x^2 + 1}} \, dx & 26) \int (2x^2 + 8)^9 x \, dx & 27) \int \frac{\cos 6x}{\sin 6x - 2} \, dx \\
\checkmark -\frac{1}{54} (3x^3 + 8)^{-6} & \checkmark -\frac{1}{49} (\cos 7x + 1)^7 & \checkmark -\frac{1}{14} e^{-7x^2 - 1} & \checkmark \frac{1}{40} (2x^2 + 8)^{10} & \checkmark \frac{1}{6} \ln |\sin 6x - 2| \\
28) \int \frac{x}{e^{8x^2 + 7}} \, dx & 29) \int (\sin x + 8)^7 \cos x \, dx & 30) \int \frac{\sin 9x}{\cos 9x + 2} \, dx \\
\checkmark -\frac{1}{16} e^{-8x^2 - 7} & \checkmark \frac{1}{8} (\sin x + 8)^8 & \checkmark -\frac{1}{9} \ln |\cos 9x + 2|
\end{array}$$

Задача 216. Найти неопределённый интеграл

$$\begin{array}{llll}
1) \int \frac{dx}{e^{\operatorname{arctg} x} (1 + x^2)} & 2) \int \frac{\sqrt[4]{\operatorname{arctg} 2x}}{1 + 4x^2} \, dx & 3) \int \frac{\sqrt[4]{\arccos 6x}}{\sqrt{1 - 36x^2}} \, dx & 4) \int \frac{dx}{\operatorname{arctg}^9 x (1 + x^2)} & 5) \int \frac{e^{\arccos 4x}}{\sqrt{1 - 16x^2}} \, dx \\
\checkmark -e^{-\operatorname{arctg} x} & \checkmark \frac{2}{5} \sqrt[4]{\operatorname{arctg}^5 2x} & \checkmark -\frac{2}{15} \sqrt[4]{\arccos^5 6x} & \checkmark \frac{1}{8} \operatorname{arctg}^{-8} x & \checkmark -\frac{1}{4} e^{\arccos 4x} \\
6) \int \frac{dx}{e^{\arccos 5x} \sqrt{1 - 25x^2}} & 7) \int \frac{\operatorname{arctg}^6 5x}{1 + 25x^2} \, dx & 8) \int \frac{e^{\operatorname{arctg} 4x}}{1 + 16x^2} \, dx & 9) \int \frac{\operatorname{arctg}^7 8x}{1 + 64x^2} \, dx & 10) \int \frac{dx}{\arcsin^5 4x \sqrt{1 - 16x^2}} \\
\checkmark \frac{1}{5} e^{-\arccos 5x} & \checkmark \frac{1}{35} \operatorname{arctg}^7 5x & \checkmark \frac{1}{4} e^{\operatorname{arctg} 4x} & \checkmark \frac{1}{64} \operatorname{arctg}^8 8x & \checkmark -\frac{1}{16} \arcsin^{-4} 4x \\
11) \int \frac{dx}{\operatorname{arctg} x (1 + x^2)} & 12) \int \frac{dx}{e^{\operatorname{arctg} 4x} (1 + 16x^2)} & 13) \int \frac{e^{\operatorname{arctg} 7x}}{1 + 49x^2} \, dx & 14) \int \frac{dx}{\operatorname{arctg}^8 4x (1 + 16x^2)} \\
\checkmark -\ln \operatorname{arctg} x & \checkmark -\frac{1}{4} e^{-\operatorname{arctg} 4x} & \checkmark \frac{1}{7} e^{\operatorname{arctg} 7x} & \checkmark \frac{1}{28} \operatorname{arctg}^{-7} 4x \\
15) \int \frac{e^{\operatorname{arctg} 6x}}{1 + 36x^2} \, dx & 16) \int \frac{dx}{e^{\arccos 6x} \sqrt{1 - 36x^2}} & 17) \int \frac{\operatorname{arctg}^5 3x}{1 + 9x^2} \, dx & 18) \int \frac{\sqrt[5]{\arccos 7x}}{\sqrt{1 - 49x^2}} \, dx & 19) \int \frac{\sqrt{\operatorname{arctg} x}}{1 + x^2} \, dx \\
\checkmark -\frac{1}{6} e^{\operatorname{arctg} 6x} & \checkmark \frac{1}{6} e^{-\arccos 6x} & \checkmark \frac{1}{18} \operatorname{arctg}^6 3x & \checkmark -\frac{5}{42} \sqrt[5]{\arccos^6 7x} & \checkmark \frac{2}{3} \sqrt{\operatorname{arctg}^3 x} \\
20) \int \frac{dx}{e^{\arcsin x} \sqrt{1 - x^2}} & 21) \int \frac{\arccos^8 x}{\sqrt{1 - x^2}} \, dx & 22) \int \frac{\arccos^5 8x}{\sqrt{1 - 64x^2}} \, dx & 23) \int \frac{\arccos^6 x}{\sqrt{1 - x^2}} \, dx & 24) \int \frac{\arccos^7 4x}{\sqrt{1 - 16x^2}} \, dx \\
\checkmark -e^{-\arcsin x} & \checkmark -\frac{1}{9} \arccos^9 x & \checkmark -\frac{1}{48} \arccos^6 8x & \checkmark -\frac{1}{7} \arccos^7 x & \checkmark -\frac{1}{32} \arccos^8 4x \\
25) \int \frac{\operatorname{arctg}^8 9x}{1 + 81x^2} \, dx & 26) \int \frac{dx}{e^{\operatorname{arctg} x} (1 + x^2)} & 27) \int \frac{\arcsin^6 5x}{\sqrt{1 - 25x^2}} \, dx & 28) \int \frac{dx}{\arcsin 9x \sqrt{1 - 81x^2}} \\
\checkmark \frac{1}{81} \operatorname{arctg}^9 9x & \checkmark e^{-\operatorname{arctg} x} & \checkmark \frac{1}{35} \arcsin^7 5x & \checkmark \frac{1}{9} \ln |\arcsin 9x| \\
29) \int \frac{dx}{e^{\operatorname{arctg} 2x} (1 + 4x^2)} & 30) \int \frac{dx}{e^{\operatorname{arctg} 5x} (1 + 25x^2)} \\
\checkmark \frac{1}{2} e^{-\operatorname{arctg} 2x} & \checkmark -\frac{1}{5} e^{-\operatorname{arctg} 5x}
\end{array}$$

Задача 217. Вычислить интеграл.

$$\begin{array}{lll}
1) \int \operatorname{arctg} 5x \, dx & 2) \int (x - 4) \sin 2x \, dx & 3) \int \operatorname{arctg} 3x \, dx \\
\checkmark x \operatorname{arctg} 5x - \frac{1}{10} \ln |1 + 25x^2| & \checkmark -\frac{1}{2} (x - 4) \cos 2x + \frac{1}{4} \sin 2x & \checkmark x \operatorname{arctg} 3x - \frac{1}{6} \ln |1 + 9x^2|
\end{array}$$

- 4) $\int \arcsin 3x \, dx$ 5) $\int (x+2) \cos 3x \, dx$ 6) $\int \operatorname{arctg} 2x \, dx$
 $\checkmark \quad x \arcsin 3x + \frac{1}{3} \sqrt{1-9x^2}$ $\checkmark \quad \frac{1}{3} (x+2) \sin 3x + \frac{1}{9} \cos 3x$ $\checkmark \quad x \operatorname{arctg} 2x + \frac{1}{4} \ln |1+4x^2|$
- 7) $\int \operatorname{arctg} 4x \, dx$ 8) $\int (x-2) \sin 5x \, dx$ 9) $\int \arccos 2x \, dx$
 $\checkmark \quad x \operatorname{arctg} 4x - \frac{1}{8} \ln |1+16x^2|$ $\checkmark \quad -\frac{1}{5} (x-2) \cos 5x + \frac{1}{25} \sin 5x$ $\checkmark \quad x \arccos 2x - \frac{1}{2} \sqrt{1-4x^2}$
- 10) $\int \operatorname{arctg} x \, dx$ 11) $\int (x-4) \cos 4x \, dx$ 12) $\int \operatorname{arctg} 5x \, dx$
 $\checkmark \quad x \operatorname{arctg} x - \frac{1}{2} \ln |1+x^2|$ $\checkmark \quad \frac{1}{4} (x-4) \sin 4x + \frac{1}{16} \cos 4x$ $\checkmark \quad x \operatorname{arctg} 5x + \frac{1}{10} \ln |1+25x^2|$
- 13) $\int \arcsin x \, dx$ 14) $\int \operatorname{arctg} 2x \, dx$ 15) $\int (x-2) e^{3x} \, dx$ 16) $\int (x+4) \sin 5x \, dx$
 $\checkmark \quad x \arcsin x + \sqrt{1-x^2}$ $\checkmark \quad x \operatorname{arctg} 2x - \frac{1}{4} \ln |1+4x^2|$ $\checkmark \quad \left(\frac{x}{3} - \frac{7}{9}\right) e^{3x}$ $\checkmark \quad -\frac{1}{5} (x+4) \cos 5x + \frac{1}{25} \sin 5x$
- 17) $\int (x-4) \sin x \, dx$ 18) $\int \arcsin 4x \, dx$ 19) $\int (x+4) \cos x \, dx$ 20) $\int (x-2) e^{4x} \, dx$
 $\checkmark \quad -(x-4) \cos x + \sin x$ $\checkmark \quad x \arcsin 4x + \frac{1}{4} \sqrt{1-16x^2}$ $\checkmark \quad (x+4) \sin x + \cos x$ $\checkmark \quad \left(\frac{x}{4} - \frac{9}{16}\right) e^{4x}$
- 21) $\int \operatorname{arctg} x \, dx$ 22) $\int (x+4) \sin 4x \, dx$ 23) $\int \arcsin 5x \, dx$
 $\checkmark \quad x \operatorname{arctg} x + \frac{1}{2} \ln |1+x^2|$ $\checkmark \quad -\frac{1}{4} (x+4) \cos 4x + \frac{1}{16} \sin 4x$ $\checkmark \quad x \arcsin 5x + \frac{1}{5} \sqrt{1-25x^2}$
- 24) $\int \operatorname{arctg} 3x \, dx$ 25) $\int \arcsin 2x \, dx$ 26) $\int (x-3) \cos 4x \, dx$
 $\checkmark \quad x \operatorname{arctg} 3x + \frac{1}{6} \ln |1+9x^2|$ $\checkmark \quad x \arcsin 2x + \frac{1}{2} \sqrt{1-4x^2}$ $\checkmark \quad \frac{1}{4} (x-3) \sin 4x + \frac{1}{16} \cos 4x$
- 27) $\int (x+4) \ln 4x \, dx$ 28) $\int (x-4) \ln 5x \, dx$ 29) $\int (x+4) \sin 2x \, dx$
 $\checkmark \quad \left(\frac{x^2}{2} + 4x\right) \ln 4x - \frac{x^2}{4} - 4x$ $\checkmark \quad \left(\frac{x^2}{2} - 4x\right) \ln 5x - \frac{x^2}{4} + 4x$ $\checkmark \quad -\frac{1}{2} (x+4) \cos 2x + \frac{1}{4} \sin 2x$
- 30) $\int \operatorname{arctg} 4x \, dx$
 $\checkmark \quad x \operatorname{arctg} 4x + \frac{1}{8} \ln |1+16x^2|$

Задача 218. Вычислить интеграл.

- 1) $\int \ln(9x^2+1) \, dx$ 2) $\int (3x-5) \operatorname{arctg} x \, dx$
 $\checkmark \quad x \ln(9x^2+1) - 2x + \frac{2}{3} \operatorname{arctg} 3x$ $\checkmark \quad \frac{1}{6} (3x-5)^2 \operatorname{arctg} x + \frac{3x}{2} - \frac{5}{2} \ln(1+x^2) + \frac{8}{3} \operatorname{arctg} x$
- 3) $\int \ln(x^2+9) \, dx$ 4) $\int \ln(4x^2+25) \, dx$ 5) $\int \ln(9x^2+4) \, dx$
 $\checkmark \quad x \ln(x^2+9) - 2x + 6 \operatorname{arctg} \frac{x}{3}$ $\checkmark \quad x \ln(4x^2+25) - 2x + 5 \operatorname{arctg} \frac{2x}{5}$ $\checkmark \quad x \ln(9x^2+4) - 2x + \frac{4}{3} \operatorname{arctg} \frac{3x}{2}$
- 6) $\int (x+7) \operatorname{arctg} x \, dx$ 7) $\int (5x-5) \operatorname{arctg} x \, dx$
 $\checkmark \quad \frac{1}{2} (x+7)^2 \operatorname{arctg} x - \frac{x}{2} - \frac{7}{2} \ln(1+x^2) - 24 \operatorname{arctg} x$ $\checkmark \quad \frac{1}{10} (5x-5)^2 \operatorname{arctg} x + \frac{5x}{2} - \frac{5}{2} \ln(1+x^2)$
- 8) $\int \ln(9x^2+25) \, dx$ 9) $\int \ln(x^2+16) \, dx$ 10) $\int \ln(9x^2+9) \, dx$
 $\checkmark \quad x \ln(9x^2+25) - 2x + \frac{10}{3} \operatorname{arctg} \frac{3x}{5}$ $\checkmark \quad x \ln(x^2+16) - 2x + 8 \operatorname{arctg} \frac{x}{4}$ $\checkmark \quad x \ln(9x^2+9) - 2x + 2 \operatorname{arctg} x$
- 11) $\int (2x+7) \operatorname{arctg} x \, dx$ 12) $\int (x-5) \operatorname{arctg} x \, dx$
 $\checkmark \quad \frac{1}{4} (2x+7)^2 \operatorname{arctg} x - x - \frac{7}{2} \ln(1+x^2) - \frac{45}{4} \operatorname{arctg} x$ $\checkmark \quad \frac{1}{2} (x-5)^2 \operatorname{arctg} x - \frac{x}{2} + \frac{5}{2} \ln(1+x^2) - 12 \operatorname{arctg} x$

- 13) $\int (3x - 6) \operatorname{arctg} x \, dx$
 $\checkmark \frac{1}{6} (3x - 6)^2 \operatorname{arctg} x + \frac{3x}{2} - 3 \ln(1 + x^2) + \frac{9}{2} \operatorname{arctg} x$
- 14) $\int (3x + 7) \operatorname{arctg} x \, dx$
 $\checkmark \frac{1}{6} (3x + 7)^2 \operatorname{arctg} x + \frac{3x}{2} + \frac{7}{2} \ln(1 + x^2) + \frac{20}{3} \operatorname{arctg} x$
- 15) $\int (4x + 6) \operatorname{arctg} x \, dx$
 $\checkmark \frac{1}{8} (4x + 6)^2 \operatorname{arctg} x + 2x + 3 \ln(1 + x^2) + \frac{5}{2} \operatorname{arctg} x$
- 16) $\int (3x + 5) \operatorname{arctg} x \, dx$
 $\checkmark \frac{1}{6} (3x + 5)^2 \operatorname{arctg} x - \frac{3x}{2} - \frac{5}{2} \ln(1 + x^2) - \frac{8}{3} \operatorname{arctg} x$
- 17) $\int (x + 6) \operatorname{arctg} x \, dx$
 $\checkmark \frac{1}{2} (x + 6)^2 \operatorname{arctg} x - \frac{x}{2} - 3 \ln(1 + x^2) - \frac{35}{2} \operatorname{arctg} x$
- 18) $\int \ln(x^2 + 25) \, dx$
 $\checkmark x \ln(x^2 + 25) - 2x + 10 \operatorname{arctg} \frac{x}{5}$
- 19) $\int \ln(9x^2 + 16) \, dx$
 $\checkmark x \ln(9x^2 + 16) - 2x + \frac{8}{3} \operatorname{arctg} \frac{3x}{4}$
- 20) $\int (x - 6) \operatorname{arctg} x \, dx$
 $\checkmark \frac{1}{2} (x - 6)^2 \operatorname{arctg} x + \frac{x}{2} - 3 \ln(1 + x^2) + \frac{35}{2} \operatorname{arctg} x$
- 21) $\int (4x + 6) \operatorname{arctg} x \, dx$
 $\checkmark \frac{1}{8} (4x + 6)^2 \operatorname{arctg} x - 2x - 3 \ln(1 + x^2) - \frac{5}{2} \operatorname{arctg} x$
- 22) $\int (2x + 5) \operatorname{arctg} x \, dx$
 $\checkmark \frac{1}{4} (2x + 5)^2 \operatorname{arctg} x - x - \frac{5}{2} \ln(1 + x^2) - \frac{21}{4} \operatorname{arctg} x$
- 23) $\int (5x - 5) \operatorname{arctg} x \, dx$
 $\checkmark \frac{1}{10} (5x - 5)^2 \operatorname{arctg} x - \frac{5x}{2} + \frac{5}{2} \ln(1 + x^2)$
- 24) $\int (3x - 7) \operatorname{arctg} x \, dx$
 $\checkmark \frac{1}{6} (3x - 7)^2 \operatorname{arctg} x - \frac{3x}{2} + \frac{7}{2} \ln(1 + x^2) - \frac{20}{3} \operatorname{arctg} x$
- 25) $\int (2x + 6) \operatorname{arctg} x \, dx$
 $\checkmark \frac{1}{4} (2x + 6)^2 \operatorname{arctg} x - x - 3 \ln(1 + x^2) - 8 \operatorname{arctg} x$
- 26) $\int (5x - 6) \operatorname{arctg} x \, dx$
 $\checkmark \frac{1}{10} (5x - 6)^2 \operatorname{arctg} x + \frac{5x}{2} - 3 \ln(1 + x^2) + \frac{11}{10} \operatorname{arctg} x$
- 27) $\int (3x + 6) \operatorname{arctg} x \, dx$
 $\checkmark \frac{1}{6} (3x + 6)^2 \operatorname{arctg} x - \frac{3x}{2} - 3 \ln(1 + x^2) - \frac{9}{2} \operatorname{arctg} x$
- 28) $\int (3x - 6) \operatorname{arctg} x \, dx$
 $\checkmark \frac{1}{6} (3x - 6)^2 \operatorname{arctg} x - \frac{3x}{2} + 3 \ln(1 + x^2) - \frac{9}{2} \operatorname{arctg} x$
- 29) $\int (5x - 7) \operatorname{arctg} x \, dx$
 $\checkmark \frac{1}{10} (5x - 7)^2 \operatorname{arctg} x + \frac{5x}{2} - \frac{7}{2} \ln(1 + x^2) + \frac{12}{5} \operatorname{arctg} x$
- 30) $\int (3x - 7) \operatorname{arctg} x \, dx$
 $\checkmark \frac{1}{6} (3x - 7)^2 \operatorname{arctg} x + \frac{3x}{2} - \frac{7}{2} \ln(1 + x^2) + \frac{20}{3} \operatorname{arctg} x$

Задача 219. Вычислить интеграл.

- 1) $\int \frac{7x^2 - 10x - 44}{2(x + 4)(x - 2)(x - 5)} \, dx$
 $\checkmark \ln|x + 4| + \ln|x - 2| + \frac{3}{2} \ln|x - 5|$
- 2) $\int \frac{x^2 + 8x - 9}{3(x + 3)(x + 1)(x - 3)} \, dx$
 $\checkmark -\frac{2}{3} \ln|x + 3| + \frac{2}{3} \ln|x + 1| + \frac{1}{3} \ln|x - 3|$
- 3) $\int \frac{-3x^2 + 7x + 3}{(x^2 - 4x + 6)(x - 3)} \, dx$
 $\checkmark -\ln(x^2 - 4x + 6) - \ln|x - 3| - \frac{7\sqrt{2}}{2} \operatorname{arctg} \frac{x - 2}{\sqrt{2}}$
- 4) $\int \frac{-3x^2 - 18x - 28}{(x + 4)^2(x + 2)} \, dx$
 $\checkmark -\frac{2}{x + 4} - 2 \ln|x + 4| - \ln|x + 2|$
- 5) $\int \frac{x^2 - 7x - 14}{(x^2 + 4x + 5)(x - 3)} \, dx$
 $\checkmark \ln(x^2 + 4x + 5) - \ln|x - 3| - \operatorname{arctg}(x + 2)$
- 6) $\int \frac{x^2 - 9x + 17}{3(x - 3)^2(x - 2)} \, dx$
 $\checkmark \frac{1}{3} \frac{1}{x - 3} - \frac{2}{3} \ln|x - 3| + \ln|x - 2|$
- 7) $\int \frac{x^2 - 5x + 24}{(x - 4)(x + 1)(x - 2)} \, dx$
 $\checkmark 2 \ln|x - 4| + 2 \ln|x + 1| - 3 \ln|x - 2|$
- 8) $\int \frac{-x^2 + x + 8}{3(x^2 - 4x + 5)(x - 3)} \, dx$
 $\checkmark -\frac{1}{3} \ln(x^2 - 4x + 5) + \frac{1}{3} \ln|x - 3| - \frac{5}{3} \operatorname{arctg}(x - 2)$

- 9) $\int \frac{-x^2 + 4x + 1}{(x-3)^2(x-1)} dx$
 $\checkmark -\frac{2}{x-3} - 2\ln|x-3| + \ln|x-1|$
- 10) $\int \frac{x^2 - 26}{3(x-4)^2(x+1)} dx$
 $\checkmark \frac{2}{3} \frac{1}{x-4} + \frac{2}{3} \ln|x-4| - \frac{1}{3} \ln|x+1|$
- 11) $\int \frac{-x^2 - 13x + 24}{(x+4)(x-1)(x-2)} dx$
 $\checkmark 2\ln|x+4| - 2\ln|x-1| - \ln|x-2|$
- 12) $\int \frac{-4x^2 + 19x - 19}{3(x-3)(x-1)(x-2)} dx$
 $\checkmark \frac{1}{3} \ln|x-3| - \frac{2}{3} \ln|x-1| - \ln|x-2|$
- 13) $\int \frac{-x^2 - x + 17}{2(x^2 + 4x + 5)(x+4)} dx$
 $\checkmark -\frac{1}{2} \ln(x^2 + 4x + 5) + \frac{1}{2} \ln|x+4| + \frac{7}{2} \operatorname{arctg}(x+2)$
- 14) $\int \frac{x^2 + 2x - 1}{(x+3)^2(x+2)} dx$
 $\checkmark \frac{2}{x+3} + 2\ln|x+3| - \ln|x+2|$
- 15) $\int \frac{-2 - 8x}{3(x+4)(x-1)(x-2)} dx$
 $\checkmark \frac{1}{3} \ln|x+4| + \frac{2}{3} \ln|x-1| - \ln|x-2|$
- 16) $\int \frac{2x^2 - 15x - 18}{2(x+3)(x-2)(x-6)} dx$
 $\checkmark \frac{1}{2} \ln|x+3| + \ln|x-2| - \frac{1}{2} \ln|x-6|$
- 17) $\int -\frac{5x}{(x^2 - 2x + 2)(x-4)} dx$
 $\checkmark \ln(x^2 - 2x + 2) - 2\ln|x-4| + \operatorname{arctg}(x-1)$
- 18) $\int \frac{x^2 + 19x + 66}{3(x+4)^2(x-2)} dx$
 $\checkmark \frac{1}{3} \frac{1}{x+4} - \frac{2}{3} \ln|x+4| + \ln|x-2|$
- 19) $\int \frac{-6x^2 + 25x - 23}{(x-3)(x-1)(x-2)} dx$
 $\checkmark -\ln|x-3| - 2\ln|x-1| - 3\ln|x-2|$
- 20) $\int \frac{-x^2 + 29x + 78}{(x+3)(x+2)(x-6)} dx$
 $\checkmark -2\ln|x+3| - 2\ln|x+2| + 3\ln|x-6|$
- 21) $\int \frac{-5x^2 - 4x + 13}{2(x+3)(x+1)(x-2)} dx$
 $\checkmark -\ln|x+3| - \ln|x+1| - \frac{1}{2} \ln|x-2|$
- 22) $\int \frac{-3 - 5x}{2(x^2 + 2x + 3)(x+3)} dx$
 $\checkmark -\frac{1}{2} \ln(x^2 + 2x + 3) + \ln|x+3| - \frac{\sqrt{2}}{4} \operatorname{arctg} \frac{x+1}{\sqrt{2}}$
- 23) $\int \frac{3x^2 - 15x + 16}{3(x-3)^2(x-1)} dx$
 $\checkmark \frac{1}{3} \frac{1}{x-3} + \frac{2}{3} \ln|x-3| + \frac{1}{3} \ln|x-1|$
- 24) $\int \frac{3x^2 + 12x + 13}{2(x+3)^2(x+1)} dx$
 $\checkmark \frac{1}{x+3} + \ln|x+3| + \frac{1}{2} \ln|x+1|$
- 25) $\int \frac{-x^2 + 7x - 13}{2(x-3)^2(x-2)} dx$
 $\checkmark \frac{1}{2} \frac{1}{x-3} + \ln|x-3| - \frac{3}{2} \ln|x-2|$
- 26) $\int \frac{-3x^2 + 5x - 5}{(x^2 + 2x + 2)(x-3)} dx$
 $\checkmark -\ln(x^2 + 2x + 2) - \ln|x-3| + 3 \operatorname{arctg}(x+1)$
- 27) $\int \frac{x^2 + 9x - 6}{2(x^2 - 2x + 2)(x+4)} dx$
 $\checkmark \frac{1}{2} \ln(x^2 - 2x + 2) - \frac{1}{2} \ln|x+4| + \frac{1}{2} \operatorname{arctg}(x-1)$
- 28) $\int \frac{2x^2 - 6x - 2}{2(x-4)(x-1)(x-2)} dx$
 $\checkmark \frac{1}{2} \ln|x-4| - \ln|x-1| + \frac{3}{2} \ln|x-2|$
- 29) $\int \frac{-x^2 + 3x + 14}{3(x+3)^2(x-1)} dx$
 $\checkmark -\frac{1}{3} \frac{1}{x+3} - \frac{2}{3} \ln|x+3| + \frac{1}{3} \ln|x-1|$
- 30) $\int \frac{-x^2 - 7x - 2}{2(x^2 + 2x + 2)(x+4)} dx$
 $\checkmark -\frac{1}{2} \ln(x^2 + 2x + 2) + \frac{1}{2} \ln|x+4| + \frac{1}{2} \operatorname{arctg}(x+1)$

Задача 220. Вычислить интеграл.

- 1) $\int \frac{-x^2 - 5x - 2}{(x+4)^2(x+2)} dx$
 $\checkmark \frac{1}{x+4} - 2\ln|x+4| + \ln|x+2|$
- 2) $\int \frac{x^2 + 2x - 16}{(x-2)^2(x+2)} dx$
 $\checkmark \frac{2}{x-2} + 2\ln|x-2| - \ln|x+2|$
- 3) $\int \frac{-22 + 4x}{(x-3)(x+2)(x-1)} dx$
 $\checkmark -\ln|x-3| - 2\ln|x+2| + 3\ln|x-1|$
- 4) $\int \frac{75 + 21x}{(x+4)(x-5)(x+5)} dx$
 $\checkmark \ln|x+4| + 2\ln|x-5| - 3\ln|x+5|$
- 5) $\int \frac{-5x^2 + 17x - 15}{(x-2)^2(x-1)} dx$
 $\checkmark \frac{1}{x-2} - 2\ln|x-2| - 3\ln|x-1|$

- 6) $\int \frac{-30+6x}{(x-3)(x+3)(x-1)} dx$
 $\checkmark -\ln|x-3| - 2\ln|x+3| + 3\ln|x-1|$
- 7) $\int \frac{-x^2-3x+6}{(x^2-2x+5)(x+1)} dx$
 $\checkmark -\ln(x^2-2x+5) + \ln|x+1| - \frac{1}{2} \operatorname{arctg} \frac{1}{2}(x-1)$
- 8) $\int \frac{-3x^2+6x-1}{(x-3)^2(x+2)} dx$
 $\checkmark \frac{2}{x-3} - 2\ln|x-3| - \ln|x+2|$
- 9) $\int \frac{3x^2-5x-3}{(x+1)^2(x-4)} dx$
 $\checkmark \frac{1}{x+1} + 2\ln|x+1| + \ln|x-4|$
- 10) $\int \frac{-x^2+23x+92}{(x+4)(x+3)(x-4)} dx$
 $\checkmark -2\ln|x+4| - 2\ln|x+3| + 3\ln|x-4|$
- 11) $\int \frac{x^2-4x-9}{(x+1)^2(x+3)} dx$
 $\checkmark \frac{2}{x+1} - 2\ln|x+1| + 3\ln|x+3|$
- 12) $\int \frac{x^2-x-8}{(x^2-4x+5)(x-3)} dx$
 $\checkmark \ln(x^2-4x+5) - \ln|x-3| + 5 \operatorname{arctg}(x-2)$
- 13) $\int \frac{-3x^2+7x-11}{(x^2+2x+2)(x-3)} dx$
 $\checkmark -\ln(x^2+2x+2) - \ln|x-3| + 5 \operatorname{arctg}(x+1)$
- 14) $\int \frac{5x^2-27x+34}{(x-3)^2(x-1)} dx$
 $\checkmark \frac{1}{x-3} + 2\ln|x-3| + 3\ln|x-1|$
- 15) $\int \frac{-5x^2-20x-18}{(x+4)^2(x-5)} dx$
 $\checkmark -\frac{2}{x+4} - 2\ln|x+4| - 3\ln|x-5|$
- 16) $\int \frac{x^2-4x-22}{(x+4)^2(x-1)} dx$
 $\checkmark \frac{2}{x+4} + 2\ln|x+4| - \ln|x-1|$
- 17) $\int \frac{x^2-12x+31}{(x-3)^2(x-5)} dx$
 $\checkmark \frac{2}{x-3} + 2\ln|x-3| - \ln|x-5|$
- 18) $\int \frac{17+7x}{(x^2+4x+8)(x+1)} dx$
 $\checkmark -\ln(x^2+4x+8) + 2\ln|x+1| + \frac{5}{2} \operatorname{arctg} \frac{1}{2}(x+2)$
- 19) $\int \frac{3x^2+x-7}{(x^2-4x+5)(x+4)} dx$
 $\checkmark \ln(x^2-4x+5) + \ln|x+4| + \operatorname{arctg}(x-2)$
- 20) $\int \frac{-3x^2+5x+14}{(x+1)^2(x-5)} dx$
 $\checkmark \frac{1}{x+1} - 2\ln|x+1| - \ln|x-5|$
- 21) $\int \frac{3x^2-7x+14}{(x^2+2x+5)(x-3)} dx$
 $\checkmark \ln(x^2+2x+5) + \ln|x-3| - \frac{5}{2} \operatorname{arctg} \frac{1}{2}(x+1)$
- 22) $\int \frac{2x^2+8x-16}{(x+4)(x+2)(x-4)} dx$
 $\checkmark -\ln|x+4| + 2\ln|x+2| + \ln|x-4|$
- 23) $\int \frac{3x^2+13x+14}{(x^2+2x+2)(x+4)} dx$
 $\checkmark \ln(x^2+2x+2) + \ln|x+4| + \operatorname{arctg}(x+1)$
- 24) $\int \frac{x^2-7x+8}{(x-2)^2(x-4)} dx$
 $\checkmark -\frac{1}{x-2} + 2\ln|x-2| - \ln|x-4|$
- 25) $\int \frac{3x^2-8x+6}{(x-2)^2(x-1)} dx$
 $\checkmark -\frac{2}{x-2} + 2\ln|x-2| + \ln|x-1|$
- 26) $\int \frac{3x^2-x+6}{(x^2-4x+5)(x+1)} dx$
 $\checkmark \ln(x^2-4x+5) + \ln|x+1| + 5 \operatorname{arctg}(x-2)$
- 27) $\int \frac{x^2-5x+1}{(x^2+1)(x-2)} dx$
 $\checkmark \ln(x^2+1) - \ln|x-2| - \operatorname{arctg} x$
- 28) $\int \frac{-3x^2-7x-3}{(x+1)^2(x+2)} dx$
 $\checkmark -\frac{1}{x+1} - 2\ln|x+1| - \ln|x+2|$
- 29) $\int \frac{-4x^2-22x-16}{(x+4)(x+3)(x-4)} dx$
 $\checkmark \ln|x+4| - 2\ln|x+3| - 3\ln|x-4|$
- 30) $\int \frac{-x^2+3x+9}{(x^2+4x+8)(x+1)} dx$
 $\checkmark -\ln(x^2+4x+8) + \ln|x+1| + \frac{5}{2} \operatorname{arctg} \frac{1}{2}(x+2)$

Задача 221. Найти неопределённый интеграл

- 1) $\int \cos 7x \sin 13x dx$
 $\checkmark -\frac{1}{12} \cos 6x - \frac{1}{40} \cos 20x$
- 2) $\int \sin 8x \sin 2x dx$
 $\checkmark \frac{1}{12} \sin 6x - \frac{1}{20} \sin 10x$
- 3) $\int \cos 11x \cos 4x dx$
 $\checkmark \frac{1}{14} \sin 7x + \frac{1}{30} \sin 15x$
- 4) $\int \cos 4x \cos x dx$
 $\checkmark \frac{1}{6} \sin 3x + \frac{1}{10} \sin 5x$

- 5) $\int \cos 7x \sin 14x dx$ 6) $\int \cos 14x \cos 8x dx$ 7) $\int \sin 11x \sin 4x dx$ 8) $\int \cos 8x \sin 10x dx$
 $\checkmark -\frac{1}{14} \cos 7x - \frac{1}{42} \cos 21x$ $\checkmark \frac{1}{12} \sin 6x + \frac{1}{44} \sin 22x$ $\checkmark \frac{1}{14} \sin 7x - \frac{1}{30} \sin 15x$ $\checkmark -\frac{1}{4} \cos 2x - \frac{1}{36} \cos 18x$
- 9) $\int \cos 4x \cos 2x dx$ 10) $\int \sin 12x \sin 4x dx$ 11) $\int \cos 13x \cos 7x dx$ 12) $\int \cos 9x \sin 16x dx$
 $\checkmark \frac{1}{4} \sin 2x + \frac{1}{12} \sin 6x$ $\checkmark \frac{1}{16} \sin 8x - \frac{1}{32} \sin 16x$ $\checkmark \frac{1}{12} \sin 6x + \frac{1}{40} \sin 20x$ $\checkmark -\frac{1}{14} \cos 7x - \frac{1}{50} \cos 25x$
- 13) $\int \cos 9x \sin 17x dx$ 14) $\int \cos 7x \sin 15x dx$ 15) $\int \cos 13x \cos 5x dx$ 16) $\int \sin 4x \sin x dx$
 $\checkmark -\frac{1}{16} \cos 8x - \frac{1}{52} \cos 26x$ $\checkmark -\frac{1}{16} \cos 8x - \frac{1}{44} \cos 22x$ $\checkmark \frac{1}{16} \sin 8x + \frac{1}{36} \sin 18x$ $\checkmark \frac{1}{6} \sin 3x - \frac{1}{10} \sin 5x$
- 17) $\int \cos 15x \cos 8x dx$ 18) $\int \cos 7x \cos 4x dx$ 19) $\int \cos 8x \cos 6x dx$ 20) $\int \cos 7x \cos 3x dx$
 $\checkmark \frac{1}{14} \sin 7x + \frac{1}{46} \sin 23x$ $\checkmark \frac{1}{6} \sin 3x + \frac{1}{22} \sin 11x$ $\checkmark \frac{1}{4} \sin 2x + \frac{1}{28} \sin 14x$ $\checkmark \frac{1}{8} \sin 4x + \frac{1}{20} \sin 10x$
- 21) $\int \sin 13x \sin 9x dx$ 22) $\int \sin 10x \sin 7x dx$ 23) $\int \cos 14x \cos 7x dx$ 24) $\int \cos 8x \sin 9x dx$
 $\checkmark \frac{1}{8} \sin 4x - \frac{1}{44} \sin 22x$ $\checkmark \frac{1}{6} \sin 3x - \frac{1}{34} \sin 17x$ $\checkmark \frac{1}{14} \sin 7x + \frac{1}{42} \sin 21x$ $\checkmark -\frac{1}{2} \cos x - \frac{1}{34} \cos 17x$
- 25) $\int \cos 8x \sin 11x dx$ 26) $\int \sin 3x \sin x dx$ 27) $\int \cos 2x \sin 3x dx$ 28) $\int \cos 8x \sin 15x dx$
 $\checkmark -\frac{1}{6} \cos 3x - \frac{1}{38} \cos 19x$ $\checkmark \frac{1}{4} \sin 2x - \frac{1}{8} \sin 4x$ $\checkmark -\frac{1}{2} \cos x - \frac{1}{10} \cos 5x$ $\checkmark -\frac{1}{14} \cos 7x - \frac{1}{46} \cos 23x$
- 29) $\int \cos 6x \sin 10x dx$ 30) $\int \cos 8x \sin 12x dx$
 $\checkmark -\frac{1}{8} \cos 4x - \frac{1}{32} \cos 16x$ $\checkmark -\frac{1}{8} \cos 4x - \frac{1}{40} \cos 20x$

Задача 222. Вычислить интеграл.

- 1) $\int \frac{dx}{8-3\sin x}$ 2) $\int \frac{dx}{7-2\sin x}$ 3) $\int \frac{dx}{3\sin x-4\cos x-3}$ 4) $\int \frac{dx}{6-2\sin x}$
 $\checkmark \frac{2\sqrt{55}}{55} \operatorname{arctg} \frac{8\operatorname{tg} \frac{x}{2}-3}{\sqrt{55}}$ $\checkmark \frac{2\sqrt{5}}{15} \operatorname{arctg} \frac{7\operatorname{tg} \frac{x}{2}-2}{3\sqrt{5}}$ $\checkmark \frac{1}{4} \ln \left| \frac{\operatorname{tg} \frac{x}{2}-1}{\operatorname{tg} \frac{x}{2}+7} \right|$ $\checkmark \frac{\sqrt{2}}{4} \operatorname{arctg} \frac{6\operatorname{tg} \frac{x}{2}-2}{4\sqrt{2}}$
- 5) $\int \frac{dx}{\frac{5}{4}-\cos x}$ 6) $\int \frac{dx}{8-2\sin x}$ 7) $\int \frac{dx}{\frac{5}{3}-\cos x}$ 8) $\int \frac{dx}{\frac{34}{15}-2\cos x}$ 9) $\int \frac{dx}{3\sin x-28\cos x-27}$
 $\checkmark \frac{8}{3} \operatorname{arctg} 3\operatorname{tg} \frac{x}{2}$ $\checkmark \frac{\sqrt{15}}{15} \operatorname{arctg} \frac{8\operatorname{tg} \frac{x}{2}-2}{2\sqrt{15}}$ $\checkmark \frac{3}{2} \operatorname{arctg} 2\operatorname{tg} \frac{x}{2}$ $\checkmark \frac{15}{8} \operatorname{arctg} 4\operatorname{tg} \frac{x}{2}$ $\checkmark \frac{1}{8} \ln \left| \frac{\operatorname{tg} \frac{x}{2}+19}{\operatorname{tg} \frac{x}{2}+35} \right|$
- 10) $\int \frac{dx}{2\sin x-\cos x}$ 11) $\int \frac{dx}{\frac{5}{2}-2\cos x}$ 12) $\int \frac{dx}{3\sin x-14\cos x-13}$ 13) $\int \frac{dx}{\frac{111}{35}-3\cos x}$
 $\checkmark \frac{\sqrt{5}}{5} \ln \left| \frac{\operatorname{tg} \frac{x}{2}-\sqrt{5}}{\operatorname{tg} \frac{x}{2}+\sqrt{5}} \right|$ $\checkmark \frac{4}{3} \operatorname{arctg} 3\operatorname{tg} \frac{x}{2}$ $\checkmark \frac{1}{6} \ln \left| \frac{\operatorname{tg} \frac{x}{2}+7}{\operatorname{tg} \frac{x}{2}+19} \right|$ $\checkmark \frac{35}{18} \operatorname{arctg} 6\operatorname{tg} \frac{x}{2}$
- 14) $\int \frac{dx}{7-4\sin x}$ 15) $\int \frac{dx}{5-3\cos x}$ 16) $\int \frac{dx}{\frac{17}{15}-\cos x}$ 17) $\int \frac{dx}{\frac{13}{12}-\cos x}$ 18) $\int \frac{dx}{8-4\sin x}$
 $\checkmark \frac{2\sqrt{33}}{33} \operatorname{arctg} \frac{7\operatorname{tg} \frac{x}{2}-4}{\sqrt{33}}$ $\checkmark \frac{1}{2} \operatorname{arctg} 2\operatorname{tg} \frac{x}{2}$ $\checkmark \frac{15}{4} \operatorname{arctg} 4\operatorname{tg} \frac{x}{2}$ $\checkmark \frac{24}{5} \operatorname{arctg} 5\operatorname{tg} \frac{x}{2}$ $\checkmark \frac{\sqrt{3}}{6} \operatorname{arctg} \frac{8\operatorname{tg} \frac{x}{2}-4}{4\sqrt{3}}$
- 19) $\int \frac{dx}{2\sin x-3\cos x-2}$ 20) $\int \frac{dx}{\frac{17}{5}-3\cos x}$ 21) $\int \frac{dx}{5-3\sin x}$ 22) $\int \frac{dx}{\frac{74}{35}-2\cos x}$
 $\checkmark \frac{1}{3} \ln \left| \frac{\operatorname{tg} \frac{x}{2}-1}{\operatorname{tg} \frac{x}{2}+5} \right|$ $\checkmark \frac{5}{4} \operatorname{arctg} 4\operatorname{tg} \frac{x}{2}$ $\checkmark \frac{1}{2} \operatorname{arctg} \frac{1}{4} \left(5\operatorname{tg} \frac{x}{2}-3 \right)$ $\checkmark \frac{35}{12} \operatorname{arctg} 6\operatorname{tg} \frac{x}{2}$
- 23) $\int \frac{dx}{\frac{13}{6}-2\cos x}$ 24) $\int \frac{dx}{2\sin x-6\cos x-5}$ 25) $\int \frac{dx}{6-3\sin x}$ 26) $\int \frac{dx}{5-2\sin x}$
 $\checkmark \frac{12}{5} \operatorname{arctg} 5\operatorname{tg} \frac{x}{2}$ $\checkmark \frac{\sqrt{15}}{15} \ln \left| \frac{\operatorname{tg} \frac{x}{2}+5-\sqrt{15}}{\operatorname{tg} \frac{x}{2}+5+\sqrt{15}} \right|$ $\checkmark \frac{2\sqrt{3}}{9} \operatorname{arctg} \frac{6\operatorname{tg} \frac{x}{2}-3}{3\sqrt{3}}$ $\checkmark \frac{2\sqrt{21}}{21} \operatorname{arctg} \frac{5\operatorname{tg} \frac{x}{2}-2}{\sqrt{21}}$

$$\begin{array}{llll}
27) \int \frac{dx}{5+2\sin x} & 28) \int \frac{dx}{2\sin x - 23\cos x - 22} & 29) \int \frac{dx}{8+4\sin x} & 30) \int \frac{dx}{3\sin x - \cos x} \\
\checkmark \frac{2\sqrt{21}}{21} \operatorname{arctg} \frac{5\operatorname{tg} \frac{x}{2} + 2}{\sqrt{21}} & \checkmark \frac{1}{7} \ln \left| \frac{\operatorname{tg} \frac{x}{2} + 15}{\operatorname{tg} \frac{x}{2} + 29} \right| & \checkmark \frac{\sqrt{3}}{6} \operatorname{arctg} \frac{8\operatorname{tg} \frac{x}{2} + 4}{4\sqrt{3}} & \checkmark \frac{\sqrt{10}}{10} \ln \left| \frac{\operatorname{tg} \frac{x}{2} - \sqrt{10}}{\operatorname{tg} \frac{x}{2} + \sqrt{10}} \right|
\end{array}$$

Задача 223. Вычислить интеграл.

$$\begin{array}{ll}
1) \int \frac{\sqrt{4x+25}}{x} dx & 2) \int \frac{dx}{1+\sqrt{2x+1}} \\
\checkmark 2\sqrt{4x+25} + 5 \ln \left| \frac{\sqrt{4x+25}-5}{\sqrt{4x+25}+5} \right| & \checkmark \sqrt{2x+1} - \ln |\sqrt{2x+1}+1| \\
3) \int \frac{dx}{1+\sqrt[4]{2x+5}} & 4) \int \frac{\sqrt{4x+25}}{x} dx \\
\checkmark \frac{2}{3} \sqrt[4]{(2x+5)^3} - \sqrt{2x+5} + 2\sqrt[4]{2x+5} - 2 \ln |\sqrt[4]{2x+5}+1| & \checkmark 2\sqrt{4x+25} + 5 \ln \left| \frac{\sqrt{4x+25}-5}{\sqrt{4x+25}+5} \right| \\
5) \frac{\sqrt[3]{2x+6}}{\sqrt[3]{2x+6}+1} dx & \\
\checkmark x+3 - \frac{3}{4} \sqrt[3]{(2x+6)^2} + \frac{3}{2} \sqrt[3]{2x+6} - \frac{3}{2} \ln |\sqrt[3]{2x+6}+1| & \\
6) \frac{\sqrt[3]{2x+6}}{\sqrt[3]{2x+6}+2} dx & 7) \frac{\sqrt{x+7}}{\sqrt{x+7}+1} dx \\
\checkmark x+3 - \frac{3}{2} \sqrt[3]{(2x+6)^2} + 6\sqrt[3]{2x+6} - 12 \ln |\sqrt[3]{2x+6}+2| & \checkmark \sqrt{x+7}-1 + 2 \ln |\sqrt{x+7}+1| \\
8) \int \frac{dx}{2+\sqrt[3]{4x+6}} & 9) \int \frac{\sqrt{x+49}}{x} dx & 10) \int \frac{\sqrt{3x+49}}{x} dx \\
\checkmark \frac{3}{8} (\sqrt[3]{4x+6}-2)^2 + 3 \ln |\sqrt[3]{4x+6}+2| & \checkmark 2\sqrt{x+49} + 7 \ln \left| \frac{\sqrt{x+49}-7}{\sqrt{x+49}+7} \right| & \checkmark 2\sqrt{3x+49} + 7 \ln \left| \frac{\sqrt{3x+49}-7}{\sqrt{3x+49}+7} \right| \\
11) \frac{\sqrt{x+7}}{\sqrt{x+7}+2} dx & 12) \int \frac{\sqrt{x+1}}{x} dx \\
\checkmark \sqrt{x+7}-2 + 8 \ln |\sqrt{x+7}+2| & \checkmark 2\sqrt{x+1} + \ln \left| \frac{\sqrt{x+1}-1}{\sqrt{x+1}+1} \right| \\
13) \frac{\sqrt[3]{x+7}}{\sqrt[3]{x+7}+1} dx & \\
\checkmark x+7 - \frac{3}{2} \sqrt[3]{(x+7)^2} + 3\sqrt[3]{x+7} - 3 \ln |\sqrt[3]{x+7}+1| & \\
14) \frac{\sqrt[3]{2x+7}}{\sqrt[3]{2x+7}+2} dx & 15) \int \frac{\sqrt{3x+25}}{x} dx \\
\checkmark x + \frac{7}{2} - \frac{3}{2} \sqrt[3]{(2x+7)^2} + 6\sqrt[3]{2x+7} - 12 \ln |\sqrt[3]{2x+7}+2| & \checkmark 2\sqrt{3x+25} + 5 \ln \left| \frac{\sqrt{3x+25}-5}{\sqrt{3x+25}+5} \right| \\
16) \int \frac{dx}{2+\sqrt{3x+1}} & 17) \int \frac{dx}{3+\sqrt[4]{3x+5}} \\
\checkmark \frac{2}{3} \sqrt{3x+1} - \frac{4}{3} \ln |\sqrt{3x+1}+2| & \checkmark \frac{4}{9} \sqrt[4]{(3x+5)^3} - 2\sqrt{3x+5} + 12\sqrt[4]{3x+5} - 36 \ln |\sqrt[4]{3x+5}+3| \\
18) \int \frac{\sqrt{3x+1}}{x} dx & 19) \int \frac{dx}{2+\sqrt[3]{4x+1}} & 20) \int \frac{\sqrt{x+49}}{x} dx \\
\checkmark 2\sqrt{3x+1} + \ln \left| \frac{\sqrt{3x+1}-1}{\sqrt{3x+1}+1} \right| & \checkmark \frac{3}{8} (\sqrt[3]{4x+1}-2)^2 + 3 \ln |\sqrt[3]{4x+1}+2| & \checkmark 2\sqrt{x+49} + 7 \ln \left| \frac{\sqrt{x+49}-7}{\sqrt{x+49}+7} \right| \\
21) \frac{\sqrt[3]{4x+6}}{\sqrt[3]{4x+6}+2} dx & 22) \int \frac{\sqrt{4x+49}}{x} dx \\
\checkmark x + \frac{3}{2} - \frac{3}{4} \sqrt[3]{(4x+6)^2} + 3\sqrt[3]{4x+6} - 6 \ln |\sqrt[3]{4x+6}+2| & \checkmark 2\sqrt{4x+49} + 7 \ln \left| \frac{\sqrt{4x+49}-7}{\sqrt{4x+49}+7} \right| \\
23) \frac{\sqrt[3]{4x+7}}{\sqrt[3]{4x+7}+3} dx & \\
\checkmark x + \frac{7}{4} - \frac{9}{8} \sqrt[3]{(4x+7)^2} + \frac{27}{4} \sqrt[3]{4x+7} - \frac{81}{4} \ln |\sqrt[3]{4x+7}+3| &
\end{array}$$

$$24) \frac{\sqrt[3]{2x+7}}{\sqrt[3]{2x+7}+3} dx$$

$$\checkmark x + \frac{7}{2} - \frac{9}{4} \sqrt[3]{(2x+7)^2} + \frac{27}{2} \sqrt[3]{2x+7} - \frac{81}{2} \ln |\sqrt[3]{2x+7}+3|$$

$$25) \int \frac{dx}{2 + \sqrt[4]{x+5}}$$

$$\checkmark \frac{4}{3} \sqrt[4]{(x+5)^3} - 4\sqrt{x+5} + 16\sqrt[4]{x+5} - 32 \ln |\sqrt[4]{x+5}+2|$$

$$26) \int \frac{\sqrt{x+25}}{x} dx$$

$$\checkmark 2\sqrt{x+25} + 5 \ln \left| \frac{\sqrt{x+25}-5}{\sqrt{x+25}+5} \right|$$

$$27) \frac{\sqrt[3]{x+5}}{\sqrt[3]{x+5}+1} dx$$

$$\checkmark x + 5 - \frac{3}{2} \sqrt[3]{(x+5)^2} + 3\sqrt[3]{x+5} - 3 \ln |\sqrt[3]{x+5}+1|$$

$$28) \frac{\sqrt{x+7}}{\sqrt{x+7}+3} dx$$

$$\checkmark \sqrt{x+7} - 3 + 18 \ln |\sqrt{x+7}+3|$$

$$29) \frac{\sqrt[3]{4x+6}}{\sqrt[3]{4x+6}+4} dx$$

$$\checkmark x + \frac{3}{2} - \frac{3}{2} \sqrt[3]{(4x+6)^2} + 12\sqrt[3]{4x+6} - 48 \ln |\sqrt[3]{4x+6}+4|$$

$$30) \frac{\sqrt[3]{3x+6}}{\sqrt[3]{3x+6}+2} dx$$

$$\checkmark x + 2 - \sqrt[3]{(3x+6)^2} + 4\sqrt[3]{3x+6} - 8 \ln |\sqrt[3]{3x+6}+2|$$

Задача 224. Вычислить интеграл.

$$1) \int \frac{dx}{\sqrt[3]{(4x+5)^2} - 3\sqrt{4x+5}}$$

$$\checkmark \frac{3}{4} (\sqrt[6]{4x+5}+3)^2 + \frac{27}{2} \ln |\sqrt[6]{4x+5}-3|$$

$$2) \int \frac{\sqrt{x+1}}{x-4\sqrt[3]{(x+1)^2}+1} dx$$

$$\checkmark 2\sqrt{x+1} + 24\sqrt[6]{x+1} + 12 \ln \left| \frac{\sqrt[6]{x+1}-2}{\sqrt[6]{x+1}+2} \right|$$

$$3) \int \frac{\sqrt{x+3}}{x-16\sqrt[3]{(x+3)^2}+3} dx$$

$$\checkmark 2\sqrt{x+3} + 96\sqrt[6]{x+3} + 48 \ln \left| \frac{\sqrt[6]{x+3}-4}{\sqrt[6]{x+3}+4} \right|$$

$$4) \int \frac{\sqrt{x-3}}{x-\sqrt[3]{(x-3)^2}-3} dx$$

$$\checkmark 2\sqrt{x-3} + 6\sqrt[6]{x-3} + 3 \ln \left| \frac{\sqrt[6]{x-3}-1}{\sqrt[6]{x-3}+1} \right|$$

$$5) \int \frac{dx}{\sqrt{4x+7}+4\sqrt[4]{4x+7}}$$

$$\checkmark \frac{1}{2} (\sqrt[4]{4x+7}-4)^2 + 16 \ln |\sqrt[4]{4x+7}+4|$$

$$6) \int \frac{dx}{\sqrt[3]{(2x+1)^2} - \sqrt{2x+1}}$$

$$\checkmark \frac{3}{2} (\sqrt[6]{2x+1}+1)^2 + 3 \ln |\sqrt[6]{2x+1}-1|$$

$$7) \int \frac{dx}{\sqrt[3]{(x+1)^2} - \sqrt{x+1}}$$

$$\checkmark 3 (\sqrt[6]{x+1}+1)^2 + 6 \ln |\sqrt[6]{x+1}-1|$$

$$8) \int \frac{dx}{\sqrt[3]{(4x+1)^2} - \sqrt{4x+1}}$$

$$\checkmark \frac{3}{4} (\sqrt[6]{4x+1}+1)^2 + \frac{3}{2} \ln |\sqrt[6]{4x+1}-1|$$

$$9) \int \frac{\sqrt{x-4}}{x-16\sqrt[3]{(x-4)^2}-4} dx$$

$$\checkmark 2\sqrt{x-4} + 96\sqrt[6]{x-4} + 48 \ln \left| \frac{\sqrt[6]{x-4}-4}{\sqrt[6]{x-4}+4} \right|$$

$$10) \int \frac{dx}{\sqrt{2x+6}+2\sqrt[4]{2x+6}}$$

$$\checkmark (\sqrt[4]{2x+6}-2)^2 + 8 \ln |\sqrt[4]{2x+6}+2|$$

$$11) \int \frac{dx}{\sqrt[3]{(4x+6)^2} - 2\sqrt{4x+6}}$$

$$\checkmark \frac{3}{4} (\sqrt[6]{4x+6}+2)^2 + 6 \ln |\sqrt[6]{4x+6}-2|$$

$$12) \int \frac{\sqrt{x+1}}{x-9\sqrt[3]{(x+1)^2}+1} dx$$

$$\checkmark 2\sqrt{x+1} + 54\sqrt[6]{x+1} + 27 \ln \left| \frac{\sqrt[6]{x+1}-3}{\sqrt[6]{x+1}+3} \right|$$

$$13) \int \frac{\sqrt{x-4}}{x-4\sqrt[3]{(x-4)^2}-4} dx$$

$$\checkmark 2\sqrt{x-4} + 24\sqrt[6]{x-4} + 12 \ln \left| \frac{\sqrt[6]{x-4}-2}{\sqrt[6]{x-4}+2} \right|$$

$$14) \int \frac{\sqrt{x-1}}{x-4\sqrt[3]{(x-1)^2}-1} dx$$

$$\checkmark 2\sqrt{x-1} + 24\sqrt[6]{x-1} + 12 \ln \left| \frac{\sqrt[6]{x-1}-2}{\sqrt[6]{x-1}+2} \right|$$

$$15) \int \frac{\sqrt{x-3}}{x-16\sqrt[3]{(x-3)^2-3}} dx$$

$$\checkmark 2\sqrt{x-3} + 96\sqrt[6]{x-3} + 48 \ln \left| \frac{\sqrt[6]{x-3}-4}{\sqrt[6]{x-3}+4} \right|$$

$$17) \int \frac{dx}{\sqrt{3x+6}+4\sqrt[4]{3x+6}}$$

$$\checkmark \frac{2}{3} (\sqrt[4]{3x+6}-4)^2 + \frac{64}{3} \ln |\sqrt[4]{3x+6}+4|$$

$$19) \int \frac{\sqrt{x-4}}{x-9\sqrt[3]{(x-4)^2-4}} dx$$

$$\checkmark 2\sqrt{x-4} + 54\sqrt[6]{x-4} + 27 \ln \left| \frac{\sqrt[6]{x-4}-3}{\sqrt[6]{x-4}+3} \right|$$

$$21) \int \frac{\sqrt{x+1}}{x-\sqrt[3]{(x+1)^2+1}} dx$$

$$\checkmark 2\sqrt{x+1} + 6\sqrt[6]{x+1} + 3 \ln \left| \frac{\sqrt[6]{x+1}-1}{\sqrt[6]{x+1}+1} \right|$$

$$23) \int \frac{dx}{\sqrt[3]{(4x+5)^2}-\sqrt{4x+5}}$$

$$\checkmark \frac{3}{4} (\sqrt[6]{4x+5}+1)^2 + \frac{3}{2} \ln |\sqrt[6]{4x+5}-1|$$

$$25) \int \frac{dx}{\sqrt[3]{(4x+7)^2}-2\sqrt{4x+7}}$$

$$\checkmark \frac{3}{4} (\sqrt[6]{4x+7}+2)^2 + 6 \ln |\sqrt[6]{4x+7}-2|$$

$$27) \int \frac{\sqrt{x-4}}{x-\sqrt[3]{(x-4)^2-4}} dx$$

$$\checkmark 2\sqrt{x-4} + 6\sqrt[6]{x-4} + 3 \ln \left| \frac{\sqrt[6]{x-4}-1}{\sqrt[6]{x-4}+1} \right|$$

$$29) \int \frac{\sqrt{x+4}}{x-16\sqrt[3]{(x+4)^2+4}} dx$$

$$\checkmark 2\sqrt{x+4} + 96\sqrt[6]{x+4} + 48 \ln \left| \frac{\sqrt[6]{x+4}-4}{\sqrt[6]{x+4}+4} \right|$$

$$16) \int \frac{\sqrt{x+3}}{x-\sqrt[3]{(x+3)^2+3}} dx$$

$$\checkmark 2\sqrt{x+3} + 6\sqrt[6]{x+3} + 3 \ln \left| \frac{\sqrt[6]{x+3}-1}{\sqrt[6]{x+3}+1} \right|$$

$$18) \int \frac{\sqrt{x-3}}{x-4\sqrt[3]{(x-3)^2-3}} dx$$

$$\checkmark 2\sqrt{x-3} + 24\sqrt[6]{x-3} + 12 \ln \left| \frac{\sqrt[6]{x-3}-2}{\sqrt[6]{x-3}+2} \right|$$

$$20) \int \frac{dx}{\sqrt{4x+5}+3\sqrt[4]{4x+5}}$$

$$\checkmark \frac{1}{2} (\sqrt[4]{4x+5}-3)^2 + 9 \ln |\sqrt[4]{4x+5}+3|$$

$$22) \int \frac{dx}{\sqrt{2x+1}+4\sqrt[4]{2x+1}}$$

$$\checkmark (\sqrt[4]{2x+1}-4)^2 + 32 \ln |\sqrt[4]{2x+1}+4|$$

$$24) \int \frac{dx}{\sqrt[3]{(x+5)^2}-\sqrt{x+5}}$$

$$\checkmark 3 (\sqrt[6]{x+5}+1)^2 + 6 \ln |\sqrt[6]{x+5}-1|$$

$$26) \int \frac{dx}{\sqrt{x+7}+\sqrt[4]{x+7}}$$

$$\checkmark 2 (\sqrt[4]{x+7}-1)^2 + 4 \ln |\sqrt[4]{x+7}+1|$$

$$28) \int \frac{\sqrt{x+1}}{x-16\sqrt[3]{(x+1)^2+1}} dx$$

$$\checkmark 2\sqrt{x+1} + 96\sqrt[6]{x+1} + 48 \ln \left| \frac{\sqrt[6]{x+1}-4}{\sqrt[6]{x+1}+4} \right|$$

$$30) \int \frac{dx}{\sqrt{x+5}+\sqrt[4]{x+5}}$$

$$\checkmark 2 (\sqrt[4]{x+5}-1)^2 + 4 \ln |\sqrt[4]{x+5}+1|$$

Задача 225. Вычислить интеграл.

$$1) \int \sqrt{\frac{x}{3-x}} dx$$

$$\checkmark 3 \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{x}{3-x}} - \sqrt{x(3-x)}$$

$$2) \int \frac{2 + \sqrt{\frac{4x-4}{x}}}{2 - \sqrt{\frac{4x-4}{x}}} dx$$

$$\checkmark -\frac{1}{4} \ln |4-t^2| - \frac{4}{8-4t} + \frac{2}{(2-t)^2}, \quad t = \sqrt{\frac{4x-4}{x}}$$

$$3) \int \frac{\sqrt{\left(\frac{4x}{\frac{8}{5}-4x}\right)^3}}{4x + \sqrt{\frac{4x}{\frac{8}{5}-4x}}} dx$$

$$\checkmark -\frac{1}{2} \operatorname{arctg} t + \frac{2}{5} \ln \left| t^2 + \frac{8t}{5} + 1 \right| - \frac{7}{30} \operatorname{arctg} \frac{5}{6} (2t+1), \quad t = \sqrt{\frac{4x}{\frac{8}{5}-4x}}$$

$$4) \int \sqrt{\frac{2x+1}{2x+4}} \frac{dx}{2x+4}$$

$$\checkmark -\sqrt{\frac{2x+1}{2x+4}} - \frac{1}{4} \ln \left| \frac{\sqrt{\frac{2x+1}{2x+4}}-1}{\sqrt{\frac{2x+1}{2x+4}}+1} \right|$$

- 5) $\frac{dx}{(9-16x^2) + (3+4x)^2 \sqrt[3]{\left(\frac{3-4x}{3+4x}\right)^4}}$
- ✓ $\frac{1}{8} \ln \left| \sqrt[3]{\frac{3-4x}{3+4x}} + 1 \right|$
- 6) $\int \frac{\sqrt{\left(\frac{2x}{\frac{6}{5}-2x}\right)^3}}{2x + \sqrt{\frac{2x}{\frac{6}{5}-2x}}} dx$
- ✓ $-\arctg t + \frac{3}{5} \ln \left| t^2 + \frac{6t}{5} + 1 \right| + \frac{7}{20} \arctg \frac{5}{8} (2t+1), \quad t = \sqrt{\frac{2x}{\frac{6}{5}-2x}}$
- 7) $\int \frac{\sqrt{\left(\frac{2x}{\frac{8}{5}-2x}\right)^3}}{2x + \sqrt{\frac{2x}{\frac{8}{5}-2x}}} dx$
- ✓ $-\arctg t + \frac{4}{5} \ln \left| t^2 + \frac{8t}{5} + 1 \right| - \frac{7}{15} \arctg \frac{5}{6} (2t+1), \quad t = \sqrt{\frac{2x}{\frac{8}{5}-2x}}$
- 8) $\int \frac{\sqrt{\left(\frac{3x}{\frac{8}{5}-3x}\right)^3}}{3x + \sqrt{\frac{3x}{\frac{8}{5}-3x}}} dx$
- ✓ $-\frac{2}{3} \arctg t + \frac{8}{15} \ln \left| t^2 + \frac{8t}{5} + 1 \right| - \frac{14}{45} \arctg \frac{5}{6} (2t+1), \quad t = \sqrt{\frac{3x}{\frac{8}{5}-3x}}$
- 9) $\int \frac{\sqrt{\left(\frac{x}{\frac{6}{5}-x}\right)^3}}{x + \sqrt{\frac{x}{\frac{6}{5}-x}}} dx$
- ✓ $-2 \arctg t + \frac{6}{5} \ln \left| t^2 + \frac{6t}{5} + 1 \right| + \frac{7}{10} \arctg \frac{5}{8} (2t+1), \quad t = \sqrt{\frac{x}{\frac{6}{5}-x}}$
- 10) $\int \frac{\sqrt{\left(\frac{4x}{\frac{6}{5}-4x}\right)^3}}{4x + \sqrt{\frac{4x}{\frac{6}{5}-4x}}} dx$
- ✓ $-\frac{1}{2} \arctg t + \frac{3}{10} \ln \left| t^2 + \frac{6t}{5} + 1 \right| + \frac{7}{40} \arctg \frac{5}{8} (2t+1), \quad t = \sqrt{\frac{4x}{\frac{6}{5}-4x}}$
- 11) $\int \sqrt{\frac{3x}{3-3x}} dx$
- ✓ $\arctg \sqrt{\frac{3x}{3-3x}} - \sqrt{\frac{1}{3} x (3-3x)}$
- 12) $\int \sqrt{\frac{3x}{1-3x}} dx$
- ✓ $\frac{1}{3} \arctg \sqrt{\frac{3x}{1-3x}} - \frac{1}{3} \sqrt{3x(1-3x)}$
- 13) $\int \frac{2 + \sqrt{\frac{4x-1}{x}}}{2 - \sqrt{\frac{4x-1}{x}}} dx$
- ✓ $-\frac{1}{16} \ln |4-t^2| - \frac{1}{8-4t} + \frac{1}{2(2-t)^2}, \quad t = \sqrt{\frac{4x-1}{x}}$
- 14) $\int \frac{-2}{(4+x)^2} \sqrt[4]{\frac{4-x}{4+x}} dx$
- ✓ $\frac{1}{5} \sqrt[4]{\left(\frac{4-x}{4+x}\right)^5}$
- 15) $\frac{dx}{(1-9x^2) + (1+3x)^2 \sqrt[3]{\left(\frac{1-3x}{1+3x}\right)^4}}$
- ✓ $\frac{1}{2} \ln \left| \sqrt[3]{\frac{1-3x}{1+3x}} + 1 \right|$
- 16) $\int \frac{2}{(3+x)^2} \sqrt[3]{\frac{3-x}{3+x}} dx$
- ✓ $-\frac{1}{4} \sqrt[3]{\left(\frac{3-x}{3+x}\right)^4}$
- 17) $\int \sqrt{\frac{4x}{4-4x}} dx$
- ✓ $\arctg 2 \sqrt{\frac{x}{4-4x}} - \frac{1}{2} \sqrt{x(4-4x)}$
- 18) $\int \sqrt{\frac{8x+1}{2x+5}} \frac{dx}{2x+5}$
- ✓ $-\sqrt{\frac{8x+1}{2x+5}} - \frac{1}{2} \ln \left| \frac{\sqrt{\frac{8x+1}{2x+5}} - 2}{\sqrt{\frac{8x+1}{2x+5}} + 2} \right|$
- 19) $\int \sqrt{\frac{9x+3}{x+4}} \frac{dx}{x+4}$
- ✓ $-2 \sqrt{\frac{9x+3}{x+4}} - 3 \ln \left| \frac{\sqrt{\frac{9x+3}{x+4}} - 3}{\sqrt{\frac{9x+3}{x+4}} + 3} \right|$
- 20) $\int \sqrt{\frac{2x}{3-2x}} dx$
- ✓ $\frac{3}{2} \arctg \sqrt{\frac{2x}{3-2x}} - \frac{1}{2} \sqrt{2x(3-2x)}$
- 21) $\int \sqrt{\frac{9x+1}{x+5}} \frac{dx}{x+5}$
- ✓ $-2 \sqrt{\frac{9x+1}{x+5}} - 3 \ln \left| \frac{\sqrt{\frac{9x+1}{x+5}} - 3}{\sqrt{\frac{9x+1}{x+5}} + 3} \right|$
- 22) $\int \sqrt{\frac{2x+1}{2x+5}} \frac{dx}{2x+5}$
- ✓ $-\sqrt{\frac{2x+1}{2x+5}} - \frac{1}{4} \ln \left| \frac{\sqrt{\frac{2x+1}{2x+5}} - 1}{\sqrt{\frac{2x+1}{2x+5}} + 1} \right|$

$$23) \int \frac{\sqrt{\left(\frac{3x}{\frac{6}{5}-3x}\right)^3}}{3x + \sqrt{\frac{3x}{\frac{6}{5}-3x}}} dx$$

$$\checkmark -\frac{2}{3} \operatorname{arctg} t + \frac{2}{5} \ln \left| t^2 + \frac{6t}{5} + 1 \right| + \frac{7}{30} \operatorname{arctg} \frac{5}{8} (2t+1), \quad t = \sqrt{\frac{3x}{\frac{6}{5}-3x}}$$

$$25) \int \frac{-3}{(3+2x)^2} \sqrt[5]{\frac{3-2x}{3+2x}} dx$$

$$\checkmark \frac{5}{24} \sqrt[5]{\left(\frac{3-2x}{3+2x}\right)^6}$$

$$26) \int \sqrt{\frac{9x+2}{x+5}} \frac{dx}{x+5}$$

$$\checkmark -2\sqrt{\frac{9x+2}{x+5}} - 3 \ln \left| \frac{\sqrt{\frac{9x+2}{x+5}} - 3}{\sqrt{\frac{9x+2}{x+5}} + 3} \right|$$

$$27) \int \frac{\sqrt{\left(\frac{x}{\frac{8}{5}-x}\right)^3}}{x + \sqrt{\frac{x}{\frac{8}{5}-x}}} dx$$

$$\checkmark -2 \operatorname{arctg} t + \frac{8}{5} \ln \left| t^2 + \frac{8t}{5} + 1 \right| - \frac{14}{15} \operatorname{arctg} \frac{5}{6} (2t+1), \quad t = \sqrt{\frac{x}{\frac{8}{5}-x}}$$

$$29) \int \frac{4 + \sqrt{\frac{16x-3}{x}}}{4 - \sqrt{\frac{16x-3}{x}}} dx$$

$$\checkmark -\frac{3}{64} \ln |16 - t^2| - \frac{3}{32 - 8t} + \frac{3}{2(4-t)^2}, \quad t = \sqrt{\frac{16x-3}{x}}$$

$$24) \int \sqrt{\frac{3x}{2-3x}} dx$$

$$\checkmark \frac{2}{3} \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{3x}{2-3x}} - \frac{1}{3} \sqrt{3x(2-3x)}$$

$$28) \int \sqrt{\frac{4x}{3-4x}} dx$$

$$\checkmark \frac{3}{4} \operatorname{arctg} 2\sqrt{\frac{x}{3-4x}} - \frac{1}{2} \sqrt{x(3-4x)}$$

$$30) \int \sqrt{\frac{4x}{1-4x}} dx$$

$$\checkmark \frac{1}{4} \operatorname{arctg} 2\sqrt{\frac{x}{1-4x}} - \frac{1}{2} \sqrt{x(1-4x)}$$

Задача 226. Вычислить интеграл.

$$1) \int_{\frac{1}{7}}^{\frac{e}{7}} \frac{\cos(\ln 7x)}{x} dx$$

$$\checkmark \sin 1$$

$$2) \int_{-\frac{\pi}{20}}^{\frac{\pi}{15}} \operatorname{tg} 5x dx$$

$$\checkmark -\frac{1}{5} \ln \left| \frac{\cos \frac{\pi}{15}}{\cos \left(-\frac{\pi}{20}\right)} \right|$$

$$3) \int_{\frac{1}{8}}^{\frac{e}{8}} \frac{\sin(\ln 8x)}{x} dx$$

$$\checkmark 1 - \cos 1$$

$$4) \int_{-\frac{\pi}{12}}^{\frac{\pi}{18}} \operatorname{tg}^2 3x dx$$

$$\checkmark \frac{1}{3} \operatorname{tg} \frac{\pi}{18} - \frac{1}{3} \operatorname{tg} \left(-\frac{\pi}{12}\right) - \frac{5\pi}{108}$$

$$5) \int_{\frac{1}{9}}^{\frac{e}{9}} \frac{\sin(\ln 9x)}{x} dx$$

$$\checkmark 1 - \cos 1$$

$$6) \int_{\frac{1}{9}}^{\frac{e}{9}} \frac{\cos(\ln 9x)}{x} dx$$

$$\checkmark \sin 1$$

$$7) \int_0^{\log_{10} 6} 2^x \cdot 5^x dx$$

$$\checkmark \frac{5}{\ln 10}$$

$$8) \int_0^{\log_{28} 9} 4^x \cdot 7^x dx$$

$$\checkmark \frac{8}{\ln 28}$$

$$9) \int_{-\frac{\pi}{16}}^{\frac{\pi}{12}} \operatorname{tg}^2 4x dx$$

$$\checkmark \frac{1}{4} \operatorname{tg} \frac{\pi}{12} - \frac{1}{4} \operatorname{tg} \left(-\frac{\pi}{16}\right) - \frac{7\pi}{192}$$

$$10) \int_{\frac{1}{2}}^{\frac{e}{2}} \frac{\sin(\ln 2x)}{x} dx$$

$$\checkmark 1 - \cos 1$$

$$11) \int_0^{\log_{14} 4} 2^x \cdot 7^x dx$$

$$\checkmark \frac{3}{\ln 14}$$

$$12) \int_{-1}^0 \frac{8^x - 5^x}{(40)^x} dx$$

$$\checkmark -\frac{7}{\ln 8} + \frac{4}{\ln 5}$$

$$13) \int_0^{\log_{18} 5} 3^x \cdot 6^x dx$$

$$\checkmark \frac{4}{\ln 18}$$

$$14) \int_{\frac{1}{11}}^{\frac{e}{11}} \frac{\sin(\ln 11x)}{x} dx$$

$$\checkmark 1 - \cos 1$$

$$15) \int_0^{\log_{21} 4} 3^x \cdot 7^x dx$$

$$\checkmark \frac{3}{\ln 21}$$

$$16) \int_{\frac{1}{10}}^{\frac{e}{10}} \frac{\sin(\ln 10x)}{x} dx$$

$$\checkmark 1 - \cos 1$$

$$17) \int_{-\frac{\pi}{12}}^{\frac{\pi}{12}} \operatorname{tg} 4x dx$$

$$\checkmark -\frac{1}{4} \ln \left| \frac{\cos \frac{\pi}{12}}{\cos \left(-\frac{\pi}{12}\right)} \right|$$

$$18) \int_{-\frac{\pi}{9}}^{\frac{\pi}{9}} \operatorname{tg} 3x dx$$

$$\checkmark -\frac{1}{3} \ln \left| \frac{\cos \frac{\pi}{9}}{\cos \left(-\frac{\pi}{9}\right)} \right|$$

$$19) \int_{-\frac{\pi}{9}}^{\frac{\pi}{18}} \operatorname{tg}^2 3x dx$$

$$\checkmark \frac{1}{3} \operatorname{tg} \frac{\pi}{18} - \frac{1}{3} \operatorname{tg} \left(-\frac{\pi}{9}\right) - \frac{\pi}{18}$$

$$20) \int_{-\frac{\pi}{9}}^{\frac{\pi}{18}} \operatorname{tg} 3x dx$$

$$\checkmark -\frac{1}{3} \ln \left| \frac{\cos \frac{\pi}{18}}{\cos \left(-\frac{\pi}{9}\right)} \right|$$

$$21) \int_{-\frac{\pi}{9}}^0 \operatorname{tg} 3x dx$$

$$\checkmark -\frac{1}{3} \ln \left| \frac{\cos 0}{\cos \left(-\frac{\pi}{9}\right)} \right|$$

$$22) \int_{-\frac{\pi}{12}}^{\frac{\pi}{24}} \operatorname{tg} 4x dx$$

$$\checkmark -\frac{1}{4} \ln \left| \frac{\cos \frac{\pi}{24}}{\cos \left(-\frac{\pi}{12}\right)} \right|$$

$$\begin{array}{lllll}
23) \int_0^{\log_{15} 5} 3^x \cdot 5^x dx & 24) \int_0^{\log_{12} 7} 2^x \cdot 6^x dx & 25) \int_{\frac{1}{12}}^{\frac{e}{12}} \frac{\sin(\ln 12x)}{x} dx & 26) \int_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{12}} \operatorname{tg} 2x dx & 27) \int_{-1}^0 \frac{7^x - 5^x}{(35)^x} dx \\
\checkmark \frac{4}{\ln 15} & \checkmark \frac{6}{\ln 12} & \checkmark 1 - \cos 1 & \checkmark -\frac{1}{2} \ln \left| \frac{\cos \frac{\pi}{12}}{\cos(-\frac{\pi}{6})} \right| & \checkmark -\frac{6}{\ln 7} + \frac{4}{\ln 5} \\
28) \int_0^{\log_{28} 3} 4^x \cdot 7^x dx & 29) \int_{-\frac{\pi}{8}}^{\frac{\pi}{6}} \operatorname{tg} 2x dx & 30) \int_{-1}^0 \frac{9^x - 3^x}{(27)^x} dx & & \\
\checkmark \frac{2}{\ln 28} & \checkmark -\frac{1}{2} \ln \left| \frac{\cos \frac{\pi}{6}}{\cos(-\frac{\pi}{8})} \right| & \checkmark -\frac{8}{\ln 9} + \frac{2}{\ln 3} & &
\end{array}$$

Задача 227. Вычислить интеграл.

$$\begin{array}{lllllll}
1) \int_3^5 \frac{dx}{(2x+1)^2} & 2) \int_0^{\frac{\pi}{24}} \frac{dx}{\cos^2 6x} & 3) \int_{\frac{\pi}{40}}^{\frac{\pi}{20}} \frac{dx}{\sin^2 10x} & 4) \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{5x+9}} & 5) \int_3^4 \frac{dx}{(3x+2)^2} & 6) \int_1^5 \frac{dx}{3x+3} & 7) \int_0^1 3^{2x+2} dx \\
\checkmark -\frac{2}{77} & \checkmark \frac{1}{6} & \checkmark \frac{1}{10} & \checkmark \frac{2\sqrt{14}}{5} - \frac{6}{5} & \checkmark -\frac{1}{154} & \checkmark \frac{1}{3} \ln 3 & \checkmark \frac{36}{\ln 2} \\
8) \int_5^6 \sqrt{(x-5)^1} dx & 9) \int_0^{\frac{\pi}{12}} \cos 6x dx & 10) \int_0^4 \frac{dx}{(3x+2)^2} & 11) \int_3^5 (3x+1)^2 dx & 12) \int_0^2 2^{2x+4} dx & 13) \int_0^1 2^{4x+4} dx \\
\checkmark \frac{2}{3} & \checkmark \frac{1}{6} & \checkmark -\frac{1}{7} & \checkmark 344 & \checkmark \frac{120}{\ln 2} & \checkmark \frac{60}{\ln 4} \\
14) \int_0^{\frac{1}{2}} 3^{4x+2} dx & 15) \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{2x+9}} & 16) \int_0^{\frac{\pi}{16}} \cos 8x dx & 17) \int_0^{\frac{\pi}{32}} \frac{dx}{\cos^2 8x} & 18) \int_1^5 \frac{dx}{(3x+2)^2} & 19) \int_0^4 \frac{dx}{\sqrt{5x+9}} \\
\checkmark \frac{18}{\ln 4} & \checkmark \sqrt{11} - 3 & \checkmark \frac{1}{8} & \checkmark \frac{1}{8} & \checkmark -\frac{4}{85} & \checkmark \frac{2\sqrt{29}}{5} - \frac{6}{5} \\
20) \int_0^{\frac{\pi}{6}} \sin 3x dx & 21) \int_0^{\frac{\pi}{10}} \sin 5x dx & 22) \int_{\frac{\pi}{36}}^{\frac{\pi}{18}} \frac{dx}{\sin^2 9x} & 23) \int_0^6 \frac{dx}{3x+2} & 24) \int_{\frac{\pi}{8}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{dx}{\sin^2 2x} & 25) \int_3^4 \sqrt{(x-3)^{11}} dx \\
\checkmark \frac{1}{3} & \checkmark \frac{1}{5} & \checkmark \frac{1}{9} & \checkmark \frac{1}{3} \ln 10 & \checkmark \frac{1}{2} & \checkmark \frac{2}{13} \\
26) \int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos 2x dx & 27) \int_1^2 \sqrt{(x-1)^7} dx & 28) \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{4x+16}} & 29) \int_0^2 \frac{dx}{\sqrt{5x+9}} & 30) \int_3^4 (3x-1)^2 dx \\
\checkmark \frac{1}{2} & \checkmark \frac{2}{9} & \checkmark \sqrt{5} - 2 & \checkmark \frac{2\sqrt{19}}{5} - \frac{6}{5} & \checkmark 91
\end{array}$$

Задача 228. Вычислить интеграл.

$$\begin{array}{ll}
1) \int_{-\frac{\pi}{3}}^0 \operatorname{tg}^8 x dx & \\
\checkmark \frac{1}{7} \operatorname{tg}^7 0 - \frac{1}{7} \operatorname{tg}^7 \left(-\frac{\pi}{3}\right) - \frac{1}{5} \operatorname{tg}^5 0 + \frac{1}{5} \operatorname{tg}^5 \left(-\frac{\pi}{3}\right) + \frac{1}{3} \operatorname{tg}^3 0 - \frac{1}{3} \operatorname{tg}^3 \left(-\frac{\pi}{3}\right) - \operatorname{tg} 0 + \operatorname{tg} \left(-\frac{\pi}{3}\right) + \frac{\pi}{3} & \\
2) \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{6}} \operatorname{tg}^4 x dx & 3) \int_{-\frac{2\pi}{3}}^0 \operatorname{tg}^4 x dx \\
\checkmark \frac{1}{3} \operatorname{tg}^3 \frac{\pi}{6} - \frac{1}{3} \operatorname{tg}^3 \left(-\frac{\pi}{4}\right) - \operatorname{tg} \frac{\pi}{6} - \operatorname{tg} \left(-\frac{\pi}{4}\right) + \frac{5\pi}{12} & \checkmark \frac{1}{3} \operatorname{tg}^3 0 - \frac{1}{3} \operatorname{tg}^3 \left(-\frac{2\pi}{3}\right) - \operatorname{tg} 0 - \operatorname{tg} \left(-\frac{2\pi}{3}\right) + \frac{2\pi}{3}
\end{array}$$

$$4) \int_{-\frac{\pi}{4}}^0 \operatorname{tg}^4 x \, dx$$

$$\checkmark \frac{1}{3} \operatorname{tg}^3 0 - \frac{1}{3} \operatorname{tg}^3 \left(-\frac{\pi}{4}\right) - \operatorname{tg} 0 - \operatorname{tg} \left(-\frac{\pi}{4}\right) + \frac{\pi}{4}$$

$$5) \int_{-\frac{3\pi}{4}}^0 \operatorname{tg}^6 x \, dx$$

$$\checkmark \frac{1}{5} \operatorname{tg}^5 0 - \frac{1}{5} \operatorname{tg}^5 \left(-\frac{3\pi}{4}\right) - \frac{1}{3} \operatorname{tg}^3 0 + \frac{1}{3} \operatorname{tg}^3 \left(-\frac{3\pi}{4}\right) + \operatorname{tg} 0 - \operatorname{tg} \left(-\frac{3\pi}{4}\right) - \frac{3\pi}{4}$$

$$6) \int_{-\frac{2\pi}{3}}^0 \operatorname{tg}^3 x \, dx$$

$$\checkmark \frac{1}{2 \cos^2 0} - \frac{1}{2 \cos^2 \left(-\frac{2\pi}{3}\right)} + \ln \left| \frac{\cos 0}{\cos \left(-\frac{2\pi}{3}\right)} \right|$$

$$7) \int_{-\frac{3\pi}{4}}^{\frac{\pi}{6}} \operatorname{tg}^4 x \, dx$$

$$\checkmark \frac{1}{3} \operatorname{tg}^3 \frac{\pi}{6} - \frac{1}{3} \operatorname{tg}^3 \left(-\frac{3\pi}{4}\right) - \operatorname{tg} \frac{\pi}{6} - \operatorname{tg} \left(-\frac{3\pi}{4}\right) + \frac{11\pi}{12}$$

$$8) \int_{-\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{6}} \operatorname{tg}^5 x \, dx$$

$$\checkmark \frac{1}{4 \cos^4 \frac{\pi}{6}} - \frac{1}{4 \cos^4 \left(-\frac{\pi}{3}\right)} - \frac{1}{\cos^2 \frac{\pi}{6}} + \frac{1}{\cos^2 \left(-\frac{\pi}{3}\right)} - \ln \left| \frac{\cos \left(-\frac{\pi}{3}\right)}{\cos \frac{\pi}{6}} \right|$$

$$9) \int_{-\frac{3\pi}{4}}^0 \operatorname{tg}^8 x \, dx$$

$$\checkmark \frac{1}{7} \operatorname{tg}^7 0 - \frac{1}{7} \operatorname{tg}^7 \left(-\frac{3\pi}{4}\right) - \frac{1}{5} \operatorname{tg}^5 0 + \frac{1}{5} \operatorname{tg}^5 \left(-\frac{3\pi}{4}\right) + \frac{1}{3} \operatorname{tg}^3 0 - \frac{1}{3} \operatorname{tg}^3 \left(-\frac{3\pi}{4}\right) - \operatorname{tg} 0 + \operatorname{tg} \left(-\frac{3\pi}{4}\right) + \frac{3\pi}{4}$$

$$10) \int_{-\frac{2\pi}{3}}^0 \operatorname{tg}^8 x \, dx$$

$$\checkmark \frac{1}{7} \operatorname{tg}^7 0 - \frac{1}{7} \operatorname{tg}^7 \left(-\frac{2\pi}{3}\right) - \frac{1}{5} \operatorname{tg}^5 0 + \frac{1}{5} \operatorname{tg}^5 \left(-\frac{2\pi}{3}\right) + \frac{1}{3} \operatorname{tg}^3 0 - \frac{1}{3} \operatorname{tg}^3 \left(-\frac{2\pi}{3}\right) - \operatorname{tg} 0 + \operatorname{tg} \left(-\frac{2\pi}{3}\right) + \frac{2\pi}{3}$$

$$11) \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{6}} \operatorname{tg}^3 x \, dx$$

$$\checkmark \frac{1}{2 \cos^2 \frac{\pi}{6}} - \frac{1}{2 \cos^2 \left(-\frac{\pi}{4}\right)} + \ln \left| \frac{\cos \frac{\pi}{6}}{\cos \left(-\frac{\pi}{4}\right)} \right|$$

$$12) \int_{-\frac{\pi}{3}}^0 \operatorname{tg}^5 x \, dx$$

$$\checkmark \frac{1}{4 \cos^4 0} - \frac{1}{4 \cos^4 \left(-\frac{\pi}{3}\right)} - \frac{1}{\cos^2 0} + \frac{1}{\cos^2 \left(-\frac{\pi}{3}\right)} - \ln \left| \frac{\cos \left(-\frac{\pi}{3}\right)}{\cos 0} \right|$$

$$13) \int_{-\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{6}} \operatorname{tg}^6 x \, dx$$

$$\checkmark \frac{1}{5} \operatorname{tg}^5 \frac{\pi}{6} - \frac{1}{5} \operatorname{tg}^5 \left(-\frac{\pi}{3}\right) - \frac{1}{3} \operatorname{tg}^3 \frac{\pi}{6} + \frac{1}{3} \operatorname{tg}^3 \left(-\frac{\pi}{3}\right) + \operatorname{tg} \frac{\pi}{6} - \operatorname{tg} \left(-\frac{\pi}{3}\right) - \frac{\pi}{2}$$

$$14) \int_{-\frac{2\pi}{3}}^{\frac{\pi}{6}} \operatorname{tg}^6 x \, dx$$

$$\checkmark \frac{1}{5} \operatorname{tg}^5 \frac{\pi}{6} - \frac{1}{5} \operatorname{tg}^5 \left(-\frac{2\pi}{3}\right) - \frac{1}{3} \operatorname{tg}^3 \frac{\pi}{6} + \frac{1}{3} \operatorname{tg}^3 \left(-\frac{2\pi}{3}\right) + \operatorname{tg} \frac{\pi}{6} - \operatorname{tg} \left(-\frac{2\pi}{3}\right) - \frac{5\pi}{6}$$

$$15) \int_{-\frac{2\pi}{3}}^{\frac{\pi}{6}} \operatorname{tg}^4 x \, dx$$

$$\checkmark \frac{1}{3} \operatorname{tg}^3 \frac{\pi}{6} - \frac{1}{3} \operatorname{tg}^3 \left(-\frac{2\pi}{3}\right) - \operatorname{tg} \frac{\pi}{6} - \operatorname{tg} \left(-\frac{2\pi}{3}\right) + \frac{5\pi}{6}$$

$$16) \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{6}} \operatorname{tg}^8 x \, dx$$

$$\checkmark \frac{1}{7} \operatorname{tg}^7 \frac{\pi}{6} - \frac{1}{7} \operatorname{tg}^7 \left(-\frac{\pi}{4}\right) - \frac{1}{5} \operatorname{tg}^5 \frac{\pi}{6} + \frac{1}{5} \operatorname{tg}^5 \left(-\frac{\pi}{4}\right) + \frac{1}{3} \operatorname{tg}^3 \frac{\pi}{6} - \frac{1}{3} \operatorname{tg}^3 \left(-\frac{\pi}{4}\right) - \operatorname{tg} \frac{\pi}{6} + \operatorname{tg} \left(-\frac{\pi}{4}\right) + \frac{5\pi}{12}$$

$$17) \int_{-\frac{2\pi}{3}}^0 \operatorname{tg}^5 x \, dx$$

$$\checkmark \frac{1}{4 \cos^4 0} - \frac{1}{4 \cos^4 \left(-\frac{2\pi}{3}\right)} - \frac{1}{\cos^2 0} + \frac{1}{\cos^2 \left(-\frac{2\pi}{3}\right)} - \ln \left| \frac{\cos \left(-\frac{2\pi}{3}\right)}{\cos 0} \right|$$

$$18) \int_{-\frac{3\pi}{4}}^{\frac{\pi}{6}} \operatorname{tg}^6 x \, dx$$

$$\checkmark \frac{1}{5} \operatorname{tg}^5 \frac{\pi}{6} - \frac{1}{5} \operatorname{tg}^5 \left(-\frac{3\pi}{4}\right) - \frac{1}{3} \operatorname{tg}^3 \frac{\pi}{6} + \frac{1}{3} \operatorname{tg}^3 \left(-\frac{3\pi}{4}\right) + \operatorname{tg} \frac{\pi}{6} - \operatorname{tg} \left(-\frac{3\pi}{4}\right) - \frac{11\pi}{12}$$

$$19) \int_{-\frac{\pi}{4}}^0 \operatorname{tg}^6 x \, dx$$

$$\checkmark \frac{1}{5} \operatorname{tg}^5 0 - \frac{1}{5} \operatorname{tg}^5 \left(-\frac{\pi}{4}\right) - \frac{1}{3} \operatorname{tg}^3 0 + \frac{1}{3} \operatorname{tg}^3 \left(-\frac{\pi}{4}\right) + \operatorname{tg} 0 - \operatorname{tg} \left(-\frac{\pi}{4}\right) - \frac{\pi}{4}$$

$$20) \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{6}} \operatorname{tg}^6 x \, dx$$

$$\checkmark \frac{1}{5} \operatorname{tg}^5 \frac{\pi}{6} - \frac{1}{5} \operatorname{tg}^5 \left(-\frac{\pi}{4}\right) - \frac{1}{3} \operatorname{tg}^3 \frac{\pi}{6} + \frac{1}{3} \operatorname{tg}^3 \left(-\frac{\pi}{4}\right) + \operatorname{tg} \frac{\pi}{6} - \operatorname{tg} \left(-\frac{\pi}{4}\right) - \frac{5\pi}{12}$$

$$21) \int_{-\frac{\pi}{3}}^0 \operatorname{tg}^6 x \, dx$$

$$\checkmark \frac{1}{5} \operatorname{tg}^5 0 - \frac{1}{5} \operatorname{tg}^5 \left(-\frac{\pi}{3}\right) - \frac{1}{3} \operatorname{tg}^3 0 + \frac{1}{3} \operatorname{tg}^3 \left(-\frac{\pi}{3}\right) + \operatorname{tg} 0 - \operatorname{tg} \left(-\frac{\pi}{3}\right) - \frac{\pi}{3}$$

$$22) \int_{-\frac{3\pi}{4}}^{\frac{\pi}{6}} \operatorname{tg}^5 x \, dx$$

$$\checkmark \frac{1}{4 \cos^4 \frac{\pi}{6}} - \frac{1}{4 \cos^4 \left(-\frac{3\pi}{4}\right)} - \frac{1}{\cos^2 \frac{\pi}{6}} + \frac{1}{\cos^2 \left(-\frac{3\pi}{4}\right)} - \ln \left| \frac{\cos \left(-\frac{3\pi}{4}\right)}{\cos \frac{\pi}{6}} \right|$$

$$23) \int_{-\frac{3\pi}{4}}^0 \operatorname{tg}^5 x \, dx$$

$$\checkmark \frac{1}{4 \cos^4 0} - \frac{1}{4 \cos^4 \left(-\frac{3\pi}{4}\right)} - \frac{1}{\cos^2 0} + \frac{1}{\cos^2 \left(-\frac{3\pi}{4}\right)} - \ln \left| \frac{\cos \left(-\frac{3\pi}{4}\right)}{\cos 0} \right|$$

$$24) \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{6}} \operatorname{tg}^5 x \, dx$$

$$\checkmark \frac{1}{4 \cos^4 \frac{\pi}{6}} - \frac{1}{4 \cos^4 \left(-\frac{\pi}{4}\right)} - \frac{1}{\cos^2 \frac{\pi}{6}} + \frac{1}{\cos^2 \left(-\frac{\pi}{4}\right)} - \ln \left| \frac{\cos \left(-\frac{\pi}{4}\right)}{\cos \frac{\pi}{6}} \right|$$

$$25) \int_{-\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{6}} \operatorname{tg}^8 x \, dx$$

$$\checkmark \frac{1}{7} \operatorname{tg}^7 \frac{\pi}{6} - \frac{1}{7} \operatorname{tg}^7 \left(-\frac{\pi}{3}\right) - \frac{1}{5} \operatorname{tg}^5 \frac{\pi}{6} + \frac{1}{5} \operatorname{tg}^5 \left(-\frac{\pi}{3}\right) + \frac{1}{3} \operatorname{tg}^3 \frac{\pi}{6} - \frac{1}{3} \operatorname{tg}^3 \left(-\frac{\pi}{3}\right) - \operatorname{tg} \frac{\pi}{6} + \operatorname{tg} \left(-\frac{\pi}{3}\right) + \frac{\pi}{2}$$

$$26) \int_{-\frac{\pi}{3}}^0 \operatorname{tg}^4 x \, dx$$

$$\checkmark \frac{1}{3} \operatorname{tg}^3 0 - \frac{1}{3} \operatorname{tg}^3 \left(-\frac{\pi}{3}\right) - \operatorname{tg} 0 - \operatorname{tg} \left(-\frac{\pi}{3}\right) + \frac{\pi}{3}$$

$$27) \int_{-\frac{3\pi}{4}}^{\frac{\pi}{6}} \operatorname{tg}^8 x \, dx$$

$$\checkmark \frac{1}{7} \operatorname{tg}^7 \frac{\pi}{6} - \frac{1}{7} \operatorname{tg}^7 \left(-\frac{3\pi}{4}\right) - \frac{1}{5} \operatorname{tg}^5 \frac{\pi}{6} + \frac{1}{5} \operatorname{tg}^5 \left(-\frac{3\pi}{4}\right) + \frac{1}{3} \operatorname{tg}^3 \frac{\pi}{6} - \frac{1}{3} \operatorname{tg}^3 \left(-\frac{3\pi}{4}\right) - \operatorname{tg} \frac{\pi}{6} + \operatorname{tg} \left(-\frac{3\pi}{4}\right) + \frac{11\pi}{12}$$

$$28) \int_{-\frac{3\pi}{4}}^0 \operatorname{tg}^4 x \, dx$$

$$\checkmark \frac{1}{3} \operatorname{tg}^3 0 - \frac{1}{3} \operatorname{tg}^3 \left(-\frac{3\pi}{4}\right) - \operatorname{tg} 0 - \operatorname{tg} \left(-\frac{3\pi}{4}\right) + \frac{3\pi}{4}$$

$$29) \int_{-\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{6}} \operatorname{tg}^3 x \, dx$$

$$\checkmark \frac{1}{2 \cos^2 \frac{\pi}{6}} - \frac{1}{2 \cos^2 \left(-\frac{\pi}{3}\right)} + \ln \left| \frac{\cos \frac{\pi}{6}}{\cos \left(-\frac{\pi}{3}\right)} \right|$$

$$30) \int_{-\frac{2\pi}{3}}^0 \operatorname{tg}^6 x \, dx$$

$$\checkmark \frac{1}{5} \operatorname{tg}^5 0 - \frac{1}{5} \operatorname{tg}^5 \left(-\frac{2\pi}{3}\right) - \frac{1}{3} \operatorname{tg}^3 0 + \frac{1}{3} \operatorname{tg}^3 \left(-\frac{2\pi}{3}\right) + \operatorname{tg} 0 - \operatorname{tg} \left(-\frac{2\pi}{3}\right) - \frac{2\pi}{3}$$

Задача 229. Вычислить интеграл.

$$1) \int_0^{\frac{\pi}{16}} \frac{dx}{1 + \cos 8x}$$

$$\checkmark \frac{1}{8}$$

$$2) \int_1^{e^4} \frac{\ln^2 x}{x} \, dx$$

$$\checkmark \frac{64}{3}$$

$$3) \int_{\frac{\pi}{12}}^{\frac{\pi}{6}} \frac{dx}{1 - \cos 6x}$$

$$\checkmark \frac{1}{6}$$

$$4) \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^7 6x \sin 6x \, dx$$

$$\checkmark -\frac{1}{48}$$

$$5) \int_1^{e^2} \frac{\ln x}{x} \, dx$$

$$\checkmark 2$$

$$6) \int_0^{\frac{\pi}{14}} \frac{dx}{1 + \cos 7x}$$

$$\checkmark \frac{1}{7}$$

$$7) \int_{-\frac{1}{4}}^0 16x \sqrt[6]{1+4x} \, dx$$

$$\checkmark -\frac{1}{56}$$

$$8) \int_0^{\frac{3\pi}{2}} \operatorname{tg}^2 \frac{x}{6} \, dx$$

$$\checkmark 6 - \frac{3\pi}{2}$$

$$9) \int_0^{\frac{\pi}{28}} \operatorname{tg} 7x \, dx$$

$$\checkmark \frac{1}{14} \ln 2$$

$$10) \int_{-4}^4 \sin^2 \left(\frac{\pi x}{4} + 5 \right) \, dx$$

$$\checkmark 4$$

$$11) \int_1^{e^4} \frac{\ln x}{x} \, dx$$

$$\checkmark 8$$

$$12) \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^7 7x \cos 7x \, dx$$

$$\checkmark \frac{1}{56}$$

$$13) \int_{-\frac{1}{3}}^0 9x \sqrt{1+3x} \, dx$$

$$\checkmark -\frac{1}{12}$$

$$14) \int_{-\frac{1}{3}}^0 9x \sqrt[5]{1+3x} \, dx$$

$$\checkmark -\frac{1}{42}$$

$$15) \int_0^{\frac{\pi}{20}} \frac{dx}{1 + \cos 10x}$$

$$\checkmark \frac{1}{10}$$

$$16) \int_0^{\frac{7\pi}{4}} \operatorname{tg}^2 \frac{x}{7} \, dx$$

$$\checkmark 7 - \frac{7\pi}{4}$$

$$17) \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{dx}{1 + \cos 2x}$$

$$\checkmark \frac{1}{2}$$

$$18) \int_1^{e^2} \frac{\ln^2 x}{x} \, dx$$

$$\checkmark \frac{8}{3}$$

$$19) \int_{-4}^4 \sin^2 \left(\frac{\pi x}{4} + 2 \right) \, dx$$

$$\checkmark 4$$

$$20) \int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{dx}{1 + \cos 3x}$$

$$\checkmark \frac{1}{3}$$

$$21) \int_{-\frac{1}{7}}^0 49x \sqrt[3]{1+7x} \, dx$$

$$\checkmark -\frac{1}{20}$$

$$22) \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^5 6x \sin 6x \, dx$$

$$\checkmark -\frac{1}{36}$$

$$23) \int_0^{\frac{9\pi}{4}} \operatorname{tg}^2 \frac{x}{9} \, dx$$

$$\checkmark 9 - \frac{9\pi}{4}$$

$$24) \int_0^{\frac{\pi}{24}} \operatorname{tg} 6x \, dx$$

$$\checkmark \frac{1}{12} \ln 2$$

$$25) \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^6 4x \sin 4x \, dx$$

$$\checkmark -\frac{1}{28}$$

$$26) \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^3 8x \sin 8x \, dx$$

$$\checkmark -\frac{1}{32}$$

$$27) \int_1^e \frac{\ln x}{x} \, dx$$

$$\checkmark \frac{1}{2}$$

$$28) \int_{-3}^3 \sin^2 \left(\frac{\pi x}{3} + 5 \right) \, dx$$

$$\checkmark 3$$

$$29) \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 9x \sin 9x \, dx$$

$$\checkmark -\frac{1}{27}$$

$$30) \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^3 2x \cos 2x \, dx$$

$$\checkmark \frac{1}{8}$$

Задача 230. Вычислить определённый интеграл

- 1) $\int_{\frac{1}{2} \ln 2}^{\frac{1}{2} \ln 10} \frac{e^{2x} \sqrt{e^{2x} - 2}}{e^{2x} + 7} dx$ 2) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x dx}{\sqrt[3]{(64 + 279 \sin x)^2}}$ 3) $\int_{e^1}^{e^6} \frac{(\ln x)^3 dx}{x(1 + (\ln x)^4)}$ 4) $\int_0^2 x^2 \sqrt{4 - x^2} dx$
 $\checkmark 3 - \frac{3\pi}{4}$ $\checkmark \frac{1}{31}$ $\checkmark \frac{1}{4} \ln \frac{1297}{2}$ $\checkmark \pi$
- 5) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{dx}{35 + \sin^2 x}$ 6) $\int_0^6 \frac{x dx}{\sqrt{2x + 4}}$ 7) $\int_0^3 x^2 \sqrt{9 - x^2} dx$ 8) $\int_0^1 x^2 \sqrt{1 - x^2} dx$ 9) $\int_0^{\frac{32}{3}} \frac{x dx}{\sqrt{3x + 4}}$
 $\checkmark \frac{\sqrt{35}}{210} \operatorname{arctg} \frac{6\sqrt{35}}{35}$ $\checkmark 24$ $\checkmark \frac{81\pi}{16}$ $\checkmark \frac{\pi}{16}$ $\checkmark \frac{128}{3}$
- 10) $\int_{\ln 2}^{\ln 10} \frac{e^x \sqrt{e^x - 2}}{e^x + 7} dx$ 11) $\int_{e^2}^{e^5} \frac{(\ln x)^1 dx}{x(2 + (\ln x)^2)}$ 12) $\int_{\frac{1}{2} \ln 4}^{\frac{1}{2} \ln 5} \frac{e^{2x} \sqrt{e^{2x} - 4}}{e^{2x}} dx$ 13) $\int_{e^3}^{e^5} \frac{(\ln x)^2 dx}{x(3 + (\ln x)^3)}$ 14) $\int_0^{35} \frac{x dx}{\sqrt{x + 1}}$
 $\checkmark 6 - \frac{3\pi}{2}$ $\checkmark \frac{1}{2} \ln \frac{9}{2}$ $\checkmark 2 - \frac{\pi}{2}$ $\checkmark \frac{1}{3} \ln \frac{64}{15}$ $\checkmark 420$
- 15) $\int_{\frac{1}{3} \ln 4}^{\frac{1}{3} \ln 5} \frac{e^{3x} \sqrt{e^{3x} - 4}}{e^{3x}} dx$ 16) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{dx}{3 + \sin^2 x}$ 17) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{dx}{15 + \sin^2 x}$ 18) $\int_{e^2}^{e^4} \frac{(\ln x)^3 dx}{x(2 + (\ln x)^4)}$ 19) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{dx}{8 + \sin^2 x}$
 $\checkmark \frac{4}{3} - \frac{\pi}{3}$ $\checkmark \frac{\sqrt{3}}{6} \operatorname{arctg} \frac{2\sqrt{3}}{3}$ $\checkmark \frac{\sqrt{15}}{60} \operatorname{arctg} \frac{4\sqrt{15}}{15}$ $\checkmark \frac{1}{4} \ln \frac{43}{3}$ $\checkmark \frac{\sqrt{2}}{12} \operatorname{arctg} \frac{3\sqrt{2}}{4}$
- 20) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x dx}{\sqrt[3]{(1 + 342 \sin x)^2}}$ 21) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x dx}{\sqrt[3]{(64 + 152 \sin x)^2}}$ 22) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x dx}{\sqrt[3]{(8 + 335 \sin x)^2}}$ 23) $\int_{e^1}^{e^5} \frac{(\ln x)^1 dx}{x(2 + (\ln x)^2)}$
 $\checkmark \frac{1}{19}$ $\checkmark \frac{3}{76}$ $\checkmark \frac{3}{67}$ $\checkmark \frac{1}{2} \ln 9$
- 24) $\int_0^{32} \frac{x dx}{\sqrt{x + 4}}$ 25) $\int_0^4 \frac{x dx}{\sqrt{3x + 4}}$ 26) $\int_{e^3}^{e^4} \frac{(\ln x)^1 dx}{x(2 + (\ln x)^2)}$ 27) $\int_{\frac{1}{3} \ln 4}^{\frac{1}{3} \ln 10} \frac{e^{3x} \sqrt{e^{3x} - 4}}{e^{3x} + 5} dx$ 28) $\int_{e^1}^{e^5} \frac{(\ln x)^2 dx}{x(1 + (\ln x)^3)}$
 $\checkmark 384$ $\checkmark \frac{32}{3}$ $\checkmark \frac{1}{2} \ln \frac{18}{11}$ $\checkmark 2 - \frac{\pi}{2}$ $\checkmark \frac{1}{3} \ln 63$
- 29) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{dx}{48 + \sin^2 x}$ 30) $\int_0^{16} \frac{x dx}{\sqrt{x + 9}}$
 $\checkmark \frac{\sqrt{3}}{84} \operatorname{arctg} \frac{7\sqrt{3}}{12}$ $\checkmark 160$

Задача 231. Вычислить определённый интеграл

- 1) $\int_{-\frac{1}{9}}^{\frac{1}{9}} \operatorname{arctg} 9x dx$ 2) $\int_{\frac{\pi}{36}}^{\frac{\pi}{12}} \frac{x dx}{\sin^2 6x}$ 3) $\int_0^{\frac{\pi}{9}} \frac{x dx}{\cos^2 3x}$ 4) $\int_{-\frac{1}{10}}^{\frac{1}{10}} \operatorname{arctg} 10x dx$ 5) $\int_0^{\ln 3} x e^{-x} dx$
 $\checkmark 0$ $\checkmark \frac{1}{216} \pi \operatorname{ctg} \frac{\pi}{6} - \frac{1}{36} \ln \left| \sin \frac{\pi}{6} \right|$ $\checkmark \frac{1}{27} \pi \operatorname{tg} \frac{\pi}{3} + \frac{1}{9} \ln \left| \cos \frac{\pi}{3} \right|$ $\checkmark 0$ $\checkmark -\frac{1}{3} \ln 3 + \frac{2}{3}$
- 6) $\int_0^4 \sqrt{16 - x^2} dx$ 7) $\int_{-\frac{1}{5}}^{\frac{1}{5}} \arccos 5x dx$ 8) $\int_{-\frac{1}{6}}^{\frac{1}{6}} \operatorname{arctg} 6x dx$ 9) $\int_{-\frac{1}{8}}^{\frac{1}{8}} \arcsin 8x dx$ 10) $\int_0^{\frac{\pi}{6}} e^{6x} \cos 6x dx$
 $\checkmark 4\pi$ $\checkmark \frac{\pi}{5}$ $\checkmark 0$ $\checkmark 0$ $\checkmark \frac{1}{12} e^{\pi} + \frac{1}{12}$
- 11) $\int_1^9 \ln(6x + 12) dx$ 12) $\int_{-\frac{1}{7}}^{\frac{1}{7}} \operatorname{arctg} 7x dx$ 13) $\int_{\frac{\pi}{9}}^{\frac{\pi}{6}} \frac{x dx}{\sin^2 3x}$ 14) $\int_{-\frac{1}{3}}^{\frac{1}{3}} \operatorname{arctg} 3x dx$ 15) $\int_{-1}^0 x \cos 2\pi x dx$
 $\checkmark 11 \ln 66 - 3 \ln 18 - 8$ $\checkmark 0$ $\checkmark \frac{1}{27} \pi \operatorname{ctg} \frac{\pi}{3} - \frac{1}{9} \ln \left| \sin \frac{\pi}{3} \right|$ $\checkmark 0$ $\checkmark 0$

$$\begin{array}{llll}
16) \int_0^{\frac{\pi}{7}} e^{3x} \cos 7x \, dx & 17) \int_0^{\ln 2} x e^{-2x} \, dx & 18) \int_{-\frac{1}{10}}^{\frac{1}{10}} \operatorname{arctg} 10x \, dx & 19) \int_{-\frac{1}{9}}^{\frac{1}{9}} \operatorname{arctg} 9x \, dx & 20) \int_{-\frac{1}{8}}^{\frac{1}{8}} \arccos 8x \, dx \\
\checkmark \frac{7}{58} e^{\frac{3\pi}{7}} + \frac{7}{58} & \checkmark -\frac{1}{8} \ln 2 + \frac{15}{16} & \checkmark \frac{\pi}{10} & \checkmark \frac{\pi}{9} & \checkmark \frac{\pi}{8} \\
21) \int_0^5 \sqrt{25-x^2} \, dx & 22) \int_0^{\frac{\pi}{36}} \frac{x \, dx}{\cos^2 6x} & 23) \int_0^{\ln e} x e^{-2x} \, dx & 24) \int_0^{\frac{\pi}{16}} \frac{x \, dx}{\cos^2 4x} & \\
\checkmark \frac{25\pi}{4} & \checkmark \frac{1}{216} \pi \operatorname{tg} \frac{\pi}{6} + \frac{1}{36} \ln \left| \cos \frac{\pi}{6} \right| & \checkmark -\frac{\ln e}{2e^2} - \frac{1}{4e^2} + 1 & \checkmark \frac{1}{64} \pi \operatorname{tg} \frac{\pi}{4} + \frac{1}{16} \ln \left| \cos \frac{\pi}{4} \right| & \\
25) \int_{-\frac{1}{7}}^{\frac{1}{7}} \arccos 7x \, dx & 26) \int_{\frac{\pi}{16}}^{\frac{\pi}{8}} \frac{x \, dx}{\sin^2 4x} & 27) \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \arccos 2x \, dx & 28) \int_4^9 \ln(3x+24) \, dx & \\
\checkmark \frac{\pi}{7} & \checkmark \frac{1}{64} \pi \operatorname{ctg} \frac{\pi}{4} - \frac{1}{16} \ln \left| \sin \frac{\pi}{4} \right| & \checkmark \frac{\pi}{2} & \checkmark 17 \ln 51 - 12 \ln 36 - 5 & \\
29) \int_{-\frac{1}{7}}^{\frac{1}{7}} \arcsin 7x \, dx & 30) \int_{-\frac{1}{8}}^{\frac{1}{8}} \operatorname{arctg} 8x \, dx & & & \\
\checkmark 0 & \checkmark 0 & & &
\end{array}$$

Задача 232. Вычислить интеграл

$$\begin{array}{llll}
1) \int_5^6 \frac{dx}{(x+3)(x-4)} & 2) \int_0^1 \frac{dx}{(x^2+1)(x^2+\frac{4}{3})} & 3) \int_6^9 \frac{dx}{x^2(x-2)} & 4) \int_2^6 \frac{dx}{x(x^2+4)} \\
\checkmark \frac{1}{7} \ln \frac{16}{9} & \checkmark \frac{\sqrt{3}\pi}{4} - \frac{3}{2} \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{3}}{2} & \checkmark -\frac{1}{2} \ln \frac{3}{2} - \frac{1}{36} + \frac{1}{4} \ln \frac{7}{4} & \checkmark \frac{1}{4} \ln 3 - \frac{1}{8} \ln 5 \\
5) \int_5^8 \frac{dx}{x^2(x-2)} & 6) \int_4^5 \frac{dx}{(x+2)(x-3)} & 7) \int_6^{10} \frac{dx}{x^2(x-2)} & 8) \int_6^8 \frac{dx}{x^2(x-2)} \\
\checkmark -\frac{1}{2} \ln \frac{8}{5} - \frac{3}{80} + \frac{1}{4} \ln 2 & \checkmark \frac{1}{5} \ln \frac{12}{7} & \checkmark -\frac{1}{2} \ln \frac{5}{3} - \frac{1}{30} + \frac{1}{4} \ln 2 & \checkmark -\frac{1}{2} \ln \frac{4}{3} - \frac{1}{48} + \frac{1}{4} \ln \frac{3}{2} \\
9) \int_7^{10} \frac{dx}{x^2(x-2)} & 10) \int_0^1 \frac{dx}{(x^2+1)(x^2+\frac{5}{4})} & 11) \int_3^9 \frac{dx}{x^2(x-1)} & 12) \int_0^2 \frac{dx}{(x^2+4)(x^2+5)} \\
\checkmark -\frac{1}{2} \ln \frac{10}{7} - \frac{3}{140} + \frac{1}{4} \ln \frac{8}{5} & \checkmark \frac{\pi}{2} - \frac{4}{\sqrt{5}} \operatorname{arctg} \frac{2}{\sqrt{5}} & \checkmark -2 \ln 3 - \frac{2}{9} + \ln 4 & \checkmark \frac{\pi}{8} - \frac{1}{\sqrt{5}} \operatorname{arctg} \frac{2}{\sqrt{5}} \\
13) \int_2^6 \frac{dx}{x(x^2+3)} & 14) \int_2^4 \frac{dx}{x(x^2+2)} & 15) \int_2^3 \frac{dx}{x(x^2+3)} & 16) \int_6^7 \frac{dx}{(x+4)(x-5)} & 17) \int_{12}^{13} \frac{dx}{(x+10)(x-11)} \\
\checkmark \frac{1}{3} \ln 3 - \frac{1}{6} \ln \frac{39}{7} & \checkmark \frac{1}{2} \ln 2 - \frac{1}{4} \ln 3 & \checkmark \frac{1}{3} \ln \frac{3}{2} - \frac{1}{6} \ln \frac{12}{7} & \checkmark \frac{1}{9} \ln \frac{20}{11} & \checkmark \frac{1}{21} \ln \frac{44}{23} \\
18) \int_2^3 \frac{dx}{x(x^2+9)} & 19) \int_0^2 \frac{dx}{(x^2+4)(x^2+\frac{17}{4})} & 20) \int_8^9 \frac{dx}{(x+6)(x-7)} & 21) \int_7^8 \frac{dx}{x^2(x-2)} & \\
\checkmark \frac{1}{9} \ln \frac{3}{2} - \frac{1}{18} \ln \frac{18}{13} & \checkmark \frac{\pi}{4} - \frac{4}{\sqrt{17}} \operatorname{arctg} \frac{4}{\sqrt{17}} & \checkmark \frac{1}{13} \ln \frac{28}{15} & \checkmark -\frac{1}{2} \ln \frac{8}{7} - \frac{1}{112} + \frac{1}{4} \ln \frac{6}{5} & \\
22) \int_0^3 \frac{dx}{(x^2+9)(x^2+\frac{28}{3})} & 23) \int_7^8 \frac{dx}{(x+5)(x-6)} & 24) \int_5^{10} \frac{dx}{x^2(x-1)} & 25) \int_2^5 \frac{dx}{x(x^2+6)} & \\
\checkmark \frac{\sqrt{3}\pi}{12} - \frac{3}{2\sqrt{7}} \operatorname{arctg} \frac{3\sqrt{3}}{2\sqrt{7}} & \checkmark \frac{1}{11} \ln \frac{24}{13} & \checkmark -2 \ln 2 - \frac{1}{10} + \ln \frac{9}{4} & \checkmark \frac{1}{6} \ln \frac{5}{2} - \frac{1}{12} \ln \frac{31}{10} &
\end{array}$$

$$\begin{array}{llll}
26) \int_{10}^{11} \frac{dx}{(x+8)(x-9)} & 27) \int_0^2 \frac{dx}{(x^2+4)(x^2+\frac{9}{2})} & 28) \int_0^2 \frac{dx}{(x^2+4)(x^2+\frac{13}{3})} & 29) \int_7^{11} \frac{dx}{x^2(x-1)} \\
\checkmark \frac{1}{17} \ln \frac{36}{19} & \checkmark \frac{\sqrt{2}\pi}{8} - \frac{2}{3} \operatorname{arctg} \frac{2\sqrt{2}}{3} & \checkmark \frac{\sqrt{3}\pi}{8} - \frac{3}{\sqrt{13}} \operatorname{arctg} \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{13}} & \checkmark -2 \ln \frac{11}{7} - \frac{4}{77} + \ln \frac{5}{3} \\
30) \int_1^5 \frac{dx}{x(x^2+3)} & & & \\
\checkmark \frac{1}{3} \ln 5 - \frac{1}{6} \ln 7 & & &
\end{array}$$

Задача 233. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями.

$$\begin{array}{lllllll}
1) \begin{array}{l} y = x^2, \\ y = x \end{array} & 2) \begin{array}{l} y = x^2, \\ y = -x \end{array} & 3) \begin{array}{l} y = x^2, \\ y = -5x - 6 \end{array} & 4) \begin{array}{l} y = x^2, \\ y = 1 \end{array} & 5) \begin{array}{l} y = x^2, \\ y = -3x - 2 \end{array} & 6) \begin{array}{l} y = x^2, \\ y = -2x \end{array} & 7) \begin{array}{l} y = x^2, \\ y = x + 2 \end{array} \\
\checkmark \frac{1}{6} & \checkmark \frac{1}{6} & \checkmark \frac{1}{6} & \checkmark \frac{4}{3} & \checkmark \frac{1}{6} & \checkmark \frac{4}{3} & \checkmark \frac{9}{2} \\
8) \begin{array}{l} y = x^2, \\ y = -x + 2 \end{array} & 9) \begin{array}{l} y = x^2, \\ y = 2x \end{array} & 10) \begin{array}{l} y = x^2, \\ y = 3x \end{array} & 11) \begin{array}{l} y = x^2, \\ y = -4x - 3 \end{array} & 12) \begin{array}{l} y = x^2, \\ y = -3x \end{array} & & \\
\checkmark \frac{9}{2} & \checkmark \frac{4}{3} & \checkmark \frac{9}{2} & \checkmark \frac{4}{3} & \checkmark \frac{9}{2} & &
\end{array}$$

Задача 234. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями.

$$\begin{array}{llllll}
1) \begin{array}{l} y = -2x^2 + 8x - 11, \\ y = 4x - 27 \end{array} & 2) \begin{array}{l} y = x^2 + 4x + 4, \\ y = -x + 4 \end{array} & 3) \begin{array}{l} y = -x^2 - 1, \\ y = -5 \end{array} & 4) \begin{array}{l} y = x^2 + 4x + 4, \\ y = x + 4 \end{array} & 5) \begin{array}{l} y = -x^2 - 4x - 4, \\ y = -4 \end{array} & \\
\checkmark 72 & \checkmark \frac{125}{6} & \checkmark \frac{32}{3} & \checkmark \frac{9}{2} & \checkmark \frac{32}{3} & \\
6) \begin{array}{l} y = 3x^2 + 12x + 14, \\ y = 14 \end{array} & 7) \begin{array}{l} y = -x^2 - 1, \\ y = 2x - 9 \end{array} & 8) \begin{array}{l} y = 3x^2 - 6x + 5, \\ y = -6x + 17 \end{array} & 9) \begin{array}{l} y = 3x^2 - 6x + 5, \\ y = -6x + 32 \end{array} & 10) \begin{array}{l} y = 2x^2 + 4x + 3, \\ y = -4x + 13 \end{array} & \\
\checkmark 32 & \checkmark 36 & \checkmark 32 & \checkmark 108 & \checkmark 72 & \\
11) \begin{array}{l} y = -x^2 - 2x - 1, \\ y = 2x - 6 \end{array} & 12) \begin{array}{l} y = -2x^2 - 8x - 11, \\ y = 4x - 1 \end{array} & 13) \begin{array}{l} y = -3x^2 + 6x - 5, \\ y = -14 \end{array} & 14) \begin{array}{l} y = 3x^2 - 12x + 14, \\ y = -6x + 23 \end{array} & & \\
\checkmark 36 & \checkmark \frac{64}{3} & \checkmark 32 & \checkmark 32 & & \\
15) \begin{array}{l} y = -3x^2 - 3, \\ y = -3x - 9 \end{array} & 16) \begin{array}{l} y = -2x^2 - 1, \\ y = -3 \end{array} & 17) \begin{array}{l} y = 3x^2 - 12x + 16, \\ y = 16 \end{array} & 18) \begin{array}{l} y = -3x^2 + 6x - 6, \\ y = -6 \end{array} & & \\
\checkmark \frac{27}{2} & \checkmark \frac{8}{3} & \checkmark 32 & \checkmark 4 & & \\
19) \begin{array}{l} y = -2x^2 + 4x - 5, \\ y = 4x - 23 \end{array} & 20) \begin{array}{l} y = -3x^2 - 6x - 6, \\ y = 6x - 6 \end{array} & 21) \begin{array}{l} y = x^2, \\ y = -2x + 8 \end{array} & 22) \begin{array}{l} y = -x^2 - 4x - 6, \\ y = x - 6 \end{array} & & \\
\checkmark 72 & \checkmark 32 & \checkmark 36 & \checkmark \frac{125}{6} & & \\
23) \begin{array}{l} y = 2x^2 + 4x + 3, \\ y = 2x + 3 \end{array} & 24) \begin{array}{l} y = x^2 + 2x + 1, \\ y = 4 \end{array} & 25) \begin{array}{l} y = x^2 - 2x + 2, \\ y = -x + 8 \end{array} & 26) \begin{array}{l} y = 2x^2 + 8x + 9, \\ y = 3 \end{array} & 27) \begin{array}{l} y = 2x^2 - 4x + 4, \\ y = 2x \end{array} & \\
\checkmark \frac{1}{3} & \checkmark \frac{32}{3} & \checkmark \frac{125}{6} & \checkmark \frac{8}{3} & \checkmark \frac{1}{3} & \\
28) \begin{array}{l} y = 3x^2 - 6x + 7, \\ y = -6x + 19 \end{array} & 29) \begin{array}{l} y = 3x^2 + 12x + 14, \\ y = 3x + 14 \end{array} & 30) \begin{array}{l} y = -2x^2 + 4x - 3, \\ y = 2x - 7 \end{array} & & & \\
\checkmark 32 & \checkmark \frac{27}{2} & \checkmark 9 & & &
\end{array}$$

Задача 235. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями.

- 1) $y = x^2 - 4x + 3$,
 $y = -x^2 + 8x + 3$ \checkmark 72
- 2) $y = x^2 - 1$,
 $y = -x^2 + 2x + 3$ \checkmark 9
- 3) $y = -2x^2 + 1$,
 $y = 2x^2 - 4x - 7$ \checkmark 18
- 4) $y = x^2 - 6x + 5$,
 $y = -x^2 + 10x - 9$ \checkmark 72
- 5) $y = -2x^2 + 4x + 1$,
 $y = 2x^2 - 8x + 1$ \checkmark 18
- 6) $y = x^2 - 6x + 12$,
 $y = -x^2 + 10x - 2$ \checkmark 72
- 7) $y = -x^2 + 4x - 1$,
 $y = x^2 - 8x - 1$ \checkmark 72
- 8) $y = -2x^2 + 4x - 3$,
 $y = 2x^2 - 8x - 3$ \checkmark 18
- 9) $y = x^2 - 6x + 11$,
 $y = -x^2 + 10x - 3$ \checkmark 72
- 10) $y = 2x^2 - 4x + 2$,
 $y = -2x^2 + 8x + 2$ \checkmark 18
- 11) $y = -2x^2 + 8x - 12$,
 $y = 2x^2 - 16x - 12$ \checkmark 144
- 12) $y = 2x^2 - 4x - 2$,
 $y = -2x^2 + 8x - 2$ \checkmark 18
- 13) $y = x^2 - 4x$,
 $y = -x^2 + 8x$ \checkmark 72
- 14) $y = -x^2 + 6x - 6$,
 $y = x^2 - 10x + 8$ \checkmark 72
- 15) $y = -2x^2 - 1$,
 $y = 2x^2 - 4x - 9$ \checkmark 18
- 16) $y = x^2 - 2x + 4$,
 $y = -x^2 + 4x + 4$ \checkmark 9
- 17) $y = x^2 + 3$,
 $y = -x^2 + 2x + 7$ \checkmark 9
- 18) $y = 2x^2 - 4x + 5$,
 $y = -2x^2 + 8x + 5$ \checkmark 18
- 19) $y = 2x^2 - 4x - 1$,
 $y = -2x^2 + 12x + 19$ \checkmark 144
- 20) $y = 2x^2 - 4x - 2$,
 $y = -2x^2 + 12x + 18$ \checkmark 144
- 21) $y = x^2 - 2x + 1$,
 $y = -x^2 + 4x + 1$ \checkmark 9
- 22) $y = -2x^2 + 12x - 20$,
 $y = 2x^2 - 20x + 8$ \checkmark 144
- 23) $y = -2x^2 + 4x - 6$,
 $y = 2x^2 - 8x - 6$ \checkmark 18
- 24) $y = -2x^2 - 4$,
 $y = 2x^2 - 4x - 12$ \checkmark 18
- 25) $y = x^2 + 2x + 2$,
 $y = -x^2 + 6$ \checkmark 9
- 26) $y = -2x^2 + 8x - 4$,
 $y = 2x^2 - 16x - 4$ \checkmark 144
- 27) $y = 2x^2 - 12x + 14$,
 $y = -2x^2 + 20x - 14$ \checkmark 144
- 28) $y = x^2 - 4x + 4$,
 $y = -x^2 + 8x + 4$ \checkmark 72
- 29) $y = -x^2 + 2x + 2$,
 $y = x^2 - 4x + 2$ \checkmark 9
- 30) $y = -2x^2 + 4x - 3$,
 $y = 2x^2 - 12x - 23$ \checkmark 144

Задача 236. Найти длину дуги кривой.

- 1) $y = 10 \ln(100 - x^2)$, $-5 \leq x \leq 5$ \checkmark $20 \ln 3 - 10$
- 2) $y = \frac{2}{3} \sqrt{(2x+6)^3}$, $0 \leq x \leq \frac{25}{8}$ \checkmark $\frac{33\sqrt{33}}{8} - \frac{125}{8}$
- 3) $y = \frac{5}{2} e^{\frac{x}{5}} + \frac{5}{2} e^{-\frac{x}{5}}$, $-5 \leq x \leq 5$ \checkmark $5e - \frac{5}{e}$
- 4) $y = \frac{2}{3} \sqrt{3x+4}$, $-\frac{1}{3} \leq x \leq 0$ \checkmark $6\sqrt{5} - \frac{1}{6} \ln \left| \frac{\frac{\sqrt{5}}{2} - 1}{\frac{\sqrt{5}}{2} + 1} \right| - 2\sqrt{\frac{1}{3}} + \frac{1}{6} \ln \left| \frac{2\sqrt{\frac{1}{3}} - 1}{2\sqrt{\frac{1}{3}} + 1} \right|$
- 5) $y = \frac{7}{2} e^{\frac{x}{7}} + \frac{7}{2} e^{-\frac{x}{7}}$, $-7 \leq x \leq 7$ \checkmark $7e - \frac{7}{e}$
- 6) $y = \frac{9}{2} e^{\frac{x}{9}} + \frac{9}{2} e^{-\frac{x}{9}}$, $-9 \leq x \leq 9$ \checkmark $9e - \frac{9}{e}$
- 7) $y = -x^2 - 9$, $0 \leq x \leq 1$ \checkmark $\frac{\sqrt{5}}{2} - \frac{1}{4} \ln \left| -2 + \sqrt{5} \right|$
- 8) $y = -\frac{x^2}{4} + 9$, $0 \leq x \leq 1$ \checkmark $\frac{\sqrt{5}}{4} - \ln \left| -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{5}}{2} \right|$
- 9) $y = \frac{2}{3} \sqrt{\left(3x + \frac{1}{3}\right)^3}$, $0 \leq x \leq \frac{4}{27}$ \checkmark $\frac{31\sqrt{31}}{27} - \frac{8}{27}$
- 10) $y = \frac{11}{2} e^{\frac{x}{11}} + \frac{11}{2} e^{-\frac{x}{11}}$, $-11 \leq x \leq 11$ \checkmark $11e - \frac{11}{e}$
- 11) $y = \frac{2}{3} \sqrt{3x+2}$, $-\frac{1}{3} \leq x \leq 0$ \checkmark $6\sqrt{\frac{3}{2}} - \frac{1}{6} \ln \left| \frac{\sqrt{\frac{3}{2}} - 1}{\sqrt{\frac{3}{2}} + 1} \right| - \sqrt{2} + \frac{1}{6} \ln \left| \frac{\sqrt{2} - 1}{\sqrt{2} + 1} \right|$
- 12) $y = \frac{2}{3} \sqrt{(x+3)^3}$, $0 \leq x \leq 4$ \checkmark $5\sqrt{5} - 8$

$$13) y = 2 \ln(4 - x^2), \quad -1 \leq x \leq 1$$

$$\checkmark 4 \ln 3 - 2$$

$$14) y = -\frac{x^2}{2} - 7, \quad 0 \leq x \leq 1$$

$$\checkmark \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{1}{2} \ln|-1 + \sqrt{2}|$$

$$15) y = \frac{3}{2}e^{\frac{x}{3}} + \frac{3}{2}e^{-\frac{x}{3}}, \quad -3 \leq x \leq 3$$

$$\checkmark 3e - \frac{3}{e}$$

$$16) y = 3 \ln(9 - x^2), \quad -\frac{3}{2} \leq x \leq \frac{3}{2}$$

$$\checkmark 6 \ln 3 - 3$$

$$17) y = \frac{2}{9}\sqrt{9x+3}, \quad -\frac{1}{9} \leq x \leq 0$$

$$\checkmark 54\sqrt{\frac{1}{3}} - \frac{1}{18} \ln \left| \frac{2\sqrt{\frac{1}{3}}-1}{2\sqrt{\frac{1}{3}}+1} \right| - \sqrt{\frac{3}{2}} + \frac{1}{18} \ln \left| \frac{\sqrt{\frac{3}{2}}-1}{\sqrt{\frac{3}{2}}+1} \right|$$

$$18) y = \frac{2}{5}\sqrt{5x+4}, \quad -\frac{1}{5} \leq x \leq 0$$

$$\checkmark 10\sqrt{5} - \frac{1}{10} \ln \left| \frac{\frac{\sqrt{5}}{2}-1}{\frac{\sqrt{5}}{2}+1} \right| - 2\sqrt{\frac{1}{3}} + \frac{1}{10} \ln \left| \frac{2\sqrt{\frac{1}{3}}-1}{2\sqrt{\frac{1}{3}}+1} \right|$$

$$19) y = \frac{x^2}{4} + 6, \quad 0 \leq x \leq 1$$

$$\checkmark \frac{\sqrt{5}}{4} + \ln \left| \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{5}}{2} \right|$$

$$20) y = \frac{2}{7}\sqrt{7x+4}, \quad -\frac{1}{7} \leq x \leq 0$$

$$\checkmark 14\sqrt{5} - \frac{1}{14} \ln \left| \frac{\frac{\sqrt{5}}{2}-1}{\frac{\sqrt{5}}{2}+1} \right| - 2\sqrt{\frac{1}{3}} + \frac{1}{14} \ln \left| \frac{2\sqrt{\frac{1}{3}}-1}{2\sqrt{\frac{1}{3}}+1} \right|$$

$$21) y = \frac{x^2}{2} - 2, \quad 0 \leq x \leq 1$$

$$\checkmark \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{1}{2} \ln|1 + \sqrt{2}|$$

$$22) y = 6 \ln(36 - x^2), \quad -3 \leq x \leq 3$$

$$\checkmark 12 \ln 3 - 6$$

$$23) y = \frac{2}{3}\sqrt{(x+24)^3}, \quad 0 \leq x \leq 25$$

$$\checkmark 26\sqrt{26} - 125$$

$$24) y = \frac{13}{2}e^{\frac{x}{13}} + \frac{13}{2}e^{-\frac{x}{13}}, \quad -13 \leq x \leq 13$$

$$\checkmark 13e - \frac{13}{e}$$

$$25) y = \frac{2}{11}\sqrt{11x+3}, \quad -\frac{1}{11} \leq x \leq 0$$

$$\checkmark 66\sqrt{\frac{1}{3}} - \frac{1}{22} \ln \left| \frac{2\sqrt{\frac{1}{3}}-1}{2\sqrt{\frac{1}{3}}+1} \right| - \sqrt{\frac{3}{2}} + \frac{1}{22} \ln \left| \frac{\sqrt{\frac{3}{2}}-1}{\sqrt{\frac{3}{2}}+1} \right|$$

$$26) y = -\frac{x^2}{4} - 3, \quad 0 \leq x \leq 1$$

$$\checkmark \frac{\sqrt{5}}{4} - \ln \left| -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{5}}{2} \right|$$

$$27) y = 9 \ln(81 - x^2), \quad -\frac{9}{2} \leq x \leq \frac{9}{2}$$

$$\checkmark 18 \ln 3 - 9$$

$$28) y = -\frac{x^2}{2} - 6, \quad 0 \leq x \leq 1$$

$$\checkmark \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{1}{2} \ln|-1 + \sqrt{2}|$$

$$29) y = \frac{15}{2}e^{\frac{x}{15}} + \frac{15}{2}e^{-\frac{x}{15}}, \quad -15 \leq x \leq 15$$

$$\checkmark 15e - \frac{15}{e}$$

$$30) y = -x^2 + 8, \quad 0 \leq x \leq 1$$

$$\checkmark \frac{\sqrt{5}}{2} - \frac{1}{4} \ln|-2 + \sqrt{5}|$$

Задача 237. Найти объём тела, образованного вращением вокруг указанной оси фигуры, ограниченной линиями.

$$1) xy = 3, x = 1, x = 3, y = 0, \quad Ox$$

$$\checkmark 6\pi$$

$$2) xy = 9, x = 1, x = 9, y = 0, \quad Ox$$

$$\checkmark 72\pi$$

$$3) x^2 + y^2 = 16, x + y = 4, \quad Ox$$

$$\checkmark \frac{64\pi}{3}$$

$$4) y^2 = 10 - x, x = 0, \quad Oy$$

$$\checkmark 50\pi$$

$$5) y = 3 - \frac{x^2}{3}, x + y = 3, \quad Oy$$

$$\checkmark \frac{9\pi}{2}$$

$$6) y = \frac{1}{6} \arcsin \frac{x}{6}, y = \pm \frac{\pi}{12}, x = 0, \quad Oy$$

$$\checkmark \frac{\pi^2}{12}$$

$$7) \frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{4} = 1, y = \pm 2, \quad Oy$$

$$\checkmark \frac{1024\pi}{3}$$

$$8) y^2 = 9 - x, x = 0, \quad Oy$$

$$\checkmark \frac{1296\pi}{5}$$

$$9) y = x^3, x = 0, y = 1, \quad Oy$$

$$\checkmark \frac{3\pi}{5}$$

$$10) y = 6 - \frac{x^2}{6}, x + y = 6, \quad Oy$$

$$\checkmark 36\pi$$

$$11) x^2 + y^2 = 1, x + y = 1, \quad Ox$$

$$\checkmark \frac{\pi}{3}$$

$$12) x^2 + y^2 = 25, x + y = 5, \quad Ox$$

$$\checkmark \frac{125\pi}{3}$$

$$13) y^2 = 6 - x, x = 0, \quad Ox$$

$$\checkmark 18\pi$$

$$14) y^2 = 16 - x, x = 0, \quad Oy$$

$$\checkmark \frac{16384\pi}{15}$$

$$15) y = \frac{1}{4} \arcsin \frac{x}{4}, y = \pm \frac{\pi}{8}, x = 0, \quad Oy$$

$$\checkmark \frac{\pi^2}{8}$$

- 16) $y^2 = 3 - x, x = 0, Ox$ $\checkmark \frac{9\pi}{2}$ 17) $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{9} = 1, y = \pm 3, Oy$ $\checkmark 64\pi$ 18) $\frac{x^2}{4} - y^2 = 1, y = \pm 1, Oy$ $\checkmark \frac{64\pi}{3}$
- 19) $xy = 10, x = 1, x = 10, y = 0, Ox$ $\checkmark 90\pi$ 20) $y = 4 - \frac{x^2}{4}, x + y = 4, Oy$ $\checkmark \frac{32\pi}{3}$
- 21) $y = \frac{1}{8} \arcsin \frac{x}{8}, y = \pm \frac{\pi}{16}, x = 0, Oy$ $\checkmark \frac{\pi^2}{16}$ 22) $\frac{x^2}{9} - y^2 = 1, y = \pm 1, Oy$ $\checkmark 72\pi$
- 23) $y = \frac{1}{5} \arcsin \frac{x}{5}, y = \pm \frac{\pi}{10}, x = 0, Oy$ $\checkmark \frac{\pi^2}{10}$ 24) $x^2 + y^2 = 100, x + y = 10, Ox$ $\checkmark \frac{1000\pi}{3}$ 25) $y^2 = 25 - x, x = 0, Oy$ $\checkmark \frac{10000\pi}{3}$
- 26) $y = x^3, x = 0, y = 8, Oy$ $\checkmark \frac{96\pi}{5}$ 27) $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{4} = 1, y = \pm 2, Oy$ $\checkmark \frac{2000\pi}{3}$ 28) $y^2 = 2 - x, x = 0, Ox$ $\checkmark 2\pi$
- 29) $xy = 4, x = 1, x = 4, y = 0, Ox$ $\checkmark 12\pi$ 30) $y = \frac{1}{9} \arcsin \frac{x}{9}, y = \pm \frac{\pi}{18}, x = 0, Oy$ $\checkmark \frac{\pi^2}{18}$

Задача 238. Вычислить силу, с которой вода давит на платину, имеющую форму равнобокой трапеции с нижним основанием a , верхним основанием b и высотой h .

- | | | |
|---|---|---|
| 1) $a = 3 \text{ м}, b = 24 \text{ м}, h = 3 \text{ м},$
$\checkmark 450 \text{ кН}$ | 2) $a = 3 \text{ м}, b = 18 \text{ м}, h = 7 \text{ м},$
$\checkmark 1960 \text{ кН}$ | 3) $a = 4 \text{ м}, b = 22 \text{ м}, h = 2 \text{ м},$
$\checkmark 200 \text{ кН}$ |
| 4) $a = 4 \text{ м}, b = 22 \text{ м}, h = 3 \text{ м},$
$\checkmark 450 \text{ кН}$ | 5) $a = 6 \text{ м}, b = 18 \text{ м}, h = 3 \text{ м},$
$\checkmark 450 \text{ кН}$ | 6) $a = 7 \text{ м}, b = 10 \text{ м}, h = 7 \text{ м},$
$\checkmark 1960 \text{ кН}$ |
| 7) $a = 3 \text{ м}, b = 24 \text{ м}, h = 2 \text{ м},$
$\checkmark 200 \text{ кН}$ | 8) $a = 6 \text{ м}, b = 12 \text{ м}, h = 2 \text{ м},$
$\checkmark 160 \text{ кН}$ | 9) $a = 3 \text{ м}, b = 24 \text{ м}, h = 4 \text{ м},$
$\checkmark 800 \text{ кН}$ |
| 10) $a = 3 \text{ м}, b = 24 \text{ м}, h = 7 \text{ м},$
$\checkmark 2450 \text{ кН}$ | 11) $a = 4 \text{ м}, b = 22 \text{ м}, h = 4 \text{ м},$
$\checkmark 800 \text{ кН}$ | 12) $a = 7 \text{ м}, b = 10 \text{ м}, h = 2 \text{ м},$
$\checkmark 160 \text{ кН}$ |
| 13) $a = 3 \text{ м}, b = 18 \text{ м}, h = 6 \text{ м},$
$\checkmark 1440 \text{ кН}$ | 14) $a = 4 \text{ м}, b = 16 \text{ м}, h = 6 \text{ м},$
$\checkmark 1440 \text{ кН}$ | 15) $a = 4 \text{ м}, b = 22 \text{ м}, h = 7 \text{ м},$
$\checkmark 2450 \text{ кН}$ |
| 16) $a = 3 \text{ м}, b = 24 \text{ м}, h = 5 \text{ м},$
$\checkmark 1250 \text{ кН}$ | 17) $a = 3 \text{ м}, b = 18 \text{ м}, h = 3 \text{ м},$
$\checkmark 360 \text{ кН}$ | 18) $a = 6 \text{ м}, b = 12 \text{ м}, h = 7 \text{ м},$
$\checkmark 1960 \text{ кН}$ |
| 19) $a = 4 \text{ м}, b = 16 \text{ м}, h = 2 \text{ м},$
$\checkmark 160 \text{ кН}$ | 20) $a = 3 \text{ м}, b = 24 \text{ м}, h = 6 \text{ м},$
$\checkmark 1800 \text{ кН}$ | 21) $a = 5 \text{ м}, b = 20 \text{ м}, h = 6 \text{ м},$
$\checkmark 1800 \text{ кН}$ |
| 22) $a = 3 \text{ м}, b = 18 \text{ м}, h = 5 \text{ м},$
$\checkmark 1000 \text{ кН}$ | 23) $a = 5 \text{ м}, b = 20 \text{ м}, h = 3 \text{ м},$
$\checkmark 450 \text{ кН}$ | 24) $a = 5 \text{ м}, b = 20 \text{ м}, h = 7 \text{ м},$
$\checkmark 2450 \text{ кН}$ |
| 25) $a = 6 \text{ м}, b = 12 \text{ м}, h = 3 \text{ м},$
$\checkmark 360 \text{ кН}$ | 26) $a = 5 \text{ м}, b = 14 \text{ м}, h = 6 \text{ м},$
$\checkmark 1440 \text{ кН}$ | 27) $a = 4 \text{ м}, b = 22 \text{ м}, h = 5 \text{ м},$
$\checkmark 1250 \text{ кН}$ |
| 28) $a = 5 \text{ м}, b = 20 \text{ м}, h = 2 \text{ м},$
$\checkmark 200 \text{ кН}$ | 29) $a = 4 \text{ м}, b = 16 \text{ м}, h = 3 \text{ м},$
$\checkmark 360 \text{ кН}$ | 30) $a = 4 \text{ м}, b = 22 \text{ м}, h = 6 \text{ м},$
$\checkmark 1800 \text{ кН}$ |

Задача 239. Задача по теме «Сила давления на вертикальную пластину».

- | | |
|--|--|
| 1) Вычислить силу, с которой вода давит на платину, имеющую форму равнобокой трапеции с нижним основанием 5 м, верхним основанием 14 м и высотой 2 м.
$\checkmark 160 \text{ кН}$ | 2) Вычислить силу, с которой вода давит на платину, имеющую форму равнобокой трапеции с нижним основанием 3 м, верхним основанием 24 м и высотой 3 м.
$\checkmark 450 \text{ кН}$ |
|--|--|

24) Вычислить силу, с которой вода давит на платину, имеющую форму равнобокой трапеции с нижним основанием 6 м, верхним основанием 12 м и высотой 4 м.

✓ 640 кН

25) Вычислить силу, с которой вода давит на платину, имеющую форму равнобокой трапеции с нижним основанием 6 м, верхним основанием 12 м и высотой 7 м.

✓ 1960 кН

26) Вычислить силу, с которой вода давит на платину, имеющую форму равнобокой трапеции с нижним основанием 3 м, верхним основанием 18 м и высотой 5 м.

✓ 1000 кН

27) Вычислить силу, с которой вода давит на платину, имеющую форму равнобокой трапеции с нижним основанием 3 м, верхним основанием 24 м и высотой 4 м.

✓ 800 кН

28) Вычислить силу, с которой вода давит на платину, имеющую форму равнобокой трапеции с нижним основанием 5 м, верхним основанием 20 м и высотой 4 м.

✓ 800 кН

29) Вычислить силу, с которой вода давит на платину, имеющую форму равнобокой трапеции с нижним основанием 6 м, верхним основанием 18 м и высотой 3 м.

✓ 450 кН

30) Вычислить силу, с которой вода давит на платину, имеющую форму равнобокой трапеции с нижним основанием 5 м, верхним основанием 14 м и высотой 4 м.

✓ 640 кН

Задача 240. Вычислить несобственный интеграл или доказать его расходимость

- | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|
| 1) $\int_{e^4}^{\infty} \frac{dx}{x \ln^3 x}$ | 2) $\int_5^{\infty} \frac{\ln x}{\sqrt[3]{x}} dx$ | 3) $\int_6^{\infty} \frac{dx}{x \sqrt[3]{\ln x}}$ | 4) $\int_1^{\infty} \frac{\ln x}{x^6} dx$ | 5) $\int_{e^3}^{\infty} \frac{dx}{x \ln^4 x}$ | 6) $\int_1^{\infty} \frac{\ln x}{x^5} dx$ | 7) $\int_{e^2}^{\infty} \frac{dx}{x \ln^4 x}$ |
| ✓ $\frac{1}{32}$ | ✓ ∞ | ✓ ∞ | ✓ $\frac{1}{25}$ | ✓ $\frac{1}{81}$ | ✓ $\frac{1}{16}$ | ✓ $\frac{1}{24}$ |
| 8) $\int_7^{\infty} \frac{dx}{x \sqrt[4]{\ln x}}$ | 9) $\int_1^{\infty} \frac{\ln x}{x^2} dx$ | 10) $\int_3^{\infty} \frac{\ln x}{\sqrt[3]{x}} dx$ | 11) $\int_3^{\infty} \frac{\ln x}{\sqrt[8]{x}} dx$ | 12) $\int_8^{\infty} \frac{dx}{x \sqrt[5]{\ln x}}$ | 13) $\int_6^{\infty} \frac{\ln x}{\sqrt[8]{x}} dx$ | 14) $\int_5^{\infty} \frac{\ln x}{\sqrt[5]{x}} dx$ |
| ✓ ∞ | ✓ 1 | ✓ ∞ | ✓ ∞ | ✓ ∞ | ✓ ∞ | ✓ ∞ |
| 15) $\int_6^{\infty} \frac{\ln x}{\sqrt[5]{x}} dx$ | 16) $\int_{e^2}^{\infty} \frac{dx}{x \ln^3 x}$ | 17) $\int_5^{\infty} \frac{\ln x}{\sqrt[7]{x}} dx$ | 18) $\int_1^{\infty} \frac{\ln x}{x^7} dx$ | 19) $\int_{e^1}^{\infty} \frac{dx}{x \ln^2 x}$ | 20) $\int_{e^1}^{\infty} \frac{dx}{x \ln^4 x}$ | 21) $\int_2^{\infty} \frac{\ln x}{\sqrt[7]{x}} dx$ |
| ✓ ∞ | ✓ $\frac{1}{8}$ | ✓ ∞ | ✓ $\frac{1}{36}$ | ✓ 1 | ✓ $\frac{1}{3}$ | ✓ ∞ |
| 22) $\int_5^{\infty} \frac{dx}{x \sqrt[8]{\ln x}}$ | 23) $\int_1^{\infty} \frac{\ln x}{x^8} dx$ | 24) $\int_{e^4}^{\infty} \frac{dx}{x \ln^4 x}$ | 25) $\int_7^{\infty} \frac{\ln x}{\sqrt[7]{x}} dx$ | 26) $\int_1^{\infty} \frac{\ln x}{x^3} dx$ | 27) $\int_3^{\infty} \frac{dx}{x \sqrt[7]{\ln x}}$ | 28) $\int_6^{\infty} \frac{dx}{x \sqrt[6]{\ln x}}$ |
| ✓ ∞ | ✓ $\frac{1}{49}$ | ✓ $\frac{1}{192}$ | ✓ ∞ | ✓ $\frac{1}{4}$ | ✓ ∞ | ✓ ∞ |
| 29) $\int_1^{\infty} \frac{\ln x}{\sqrt{x}} dx$ | 30) $\int_2^{\infty} \frac{dx}{x \sqrt[3]{\ln x}}$ | | | | | |
| ✓ ∞ | ✓ ∞ | | | | | |

Задача 241. Вычислить несобственный интеграл или установить его расходимость

- | | | | | |
|--|---|--|--|------------------------------------|
| 1) $\int_{-5}^2 \frac{dx}{-x^2 - 3x + 10}$ | 2) $\int_{-4}^{-3} \frac{dx}{-x^2 - 7x - 12}$ | 3) $\int_{-4}^{-2} \frac{dx}{-x^2 - 6x - 8}$ | 4) $\int_2^8 \frac{dx}{-x^2 + 10x - 16}$ | 5) $\int_0^6 \frac{dx}{-x^2 + 6x}$ |
| ✓ ∞ | ✓ ∞ | ✓ ∞ | ✓ ∞ | ✓ ∞ |

- 6) $\int_{-2}^{-1} \frac{dx}{\sqrt{-x^2 - 3x - 2}}$ $\checkmark \pi$ 7) $\int_{-1}^3 \frac{dx}{-x^2 + 2x + 3}$ $\checkmark \infty$ 8) $\int_0^3 \frac{dx}{\sqrt{-x^2 + 3x}}$ $\checkmark \pi$ 9) $\int_{-1}^4 \frac{dx}{-x^2 + 3x + 4}$ $\checkmark \infty$ 10) $\int_0^7 \frac{dx}{-x^2 + 7x}$ $\checkmark \infty$
- 11) $\int_{-2}^4 \frac{dx}{-x^2 + 2x + 8}$ $\checkmark \infty$ 12) $\int_0^4 \frac{dx}{-x^2 + 4x}$ $\checkmark \infty$ 13) $\int_{-3}^4 \frac{dx}{-x^2 + x + 12}$ $\checkmark \infty$ 14) $\int_0^6 \frac{dx}{\sqrt{-x^2 + 6x}}$ $\checkmark \pi$ 15) $\int_0^5 \frac{dx}{\sqrt{-x^2 + 5x}}$ $\checkmark \pi$
- 16) $\int_1^2 \frac{dx}{-x^2 + 3x - 2}$ $\checkmark \infty$ 17) $\int_{-4}^2 \frac{dx}{\sqrt{-x^2 - 2x + 8}}$ $\checkmark \pi$ 18) $\int_{-3}^0 \frac{dx}{-x^2 - 3x}$ $\checkmark \infty$ 19) $\int_{-5}^{-1} \frac{dx}{-x^2 - 6x - 5}$ $\checkmark \infty$ 20) $\int_{-4}^{-3} \frac{dx}{\sqrt{-x^2 - 7x - 12}}$ $\checkmark \pi$
- 21) $\int_{-2}^3 \frac{dx}{-x^2 + x + 6}$ $\checkmark \infty$ 22) $\int_{-5}^{-2} \frac{dx}{-x^2 - 7x - 10}$ $\checkmark \infty$ 23) $\int_1^3 \frac{dx}{-x^2 + 4x - 3}$ $\checkmark \infty$ 24) $\int_{-4}^{-1} \frac{dx}{-x^2 - 5x - 4}$ $\checkmark \infty$ 25) $\int_1^7 \frac{dx}{\sqrt{-x^2 + 8x - 7}}$ $\checkmark \pi$
- 26) $\int_{-1}^0 \frac{dx}{-x^2 - x}$ $\checkmark \infty$ 27) $\int_{-2}^{-1} \frac{dx}{-x^2 - 3x - 2}$ $\checkmark \infty$ 28) $\int_{-3}^{-1} \frac{dx}{-x^2 - 4x - 3}$ $\checkmark \infty$ 29) $\int_{-4}^0 \frac{dx}{-x^2 - 4x}$ $\checkmark \infty$ 30) $\int_{-3}^1 \frac{dx}{-x^2 - 2x + 3}$ $\checkmark \infty$

Задача 242. С помощью эйлеровых интегралов вычислить следующие интегралы

- 1) $\int_0^2 \frac{dx}{\sqrt[3]{8 - x^3}}$ $\checkmark \frac{\pi}{3 \sin \frac{\pi}{3}}$ 2) $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt[4]{1 - x^4}}$ $\checkmark \frac{\pi}{4 \sin \frac{\pi}{4}}$ 3) $\int_0^6 \left(\ln \frac{6}{x}\right)^7 dx$ $\checkmark 6\Gamma(8)$ 4) $\int_0^2 \frac{dx}{\sqrt[4]{16 - x^4}}$ $\checkmark \frac{\pi}{4 \sin \frac{\pi}{4}}$ 5) $\int_0^4 \left(\ln \frac{4}{x}\right)^2 dx$ $\checkmark 4\Gamma(3)$ 6) $\int_0^2 \frac{dx}{\sqrt{4 - x^2}}$ $\checkmark \frac{\pi}{2 \sin \frac{\pi}{2}}$
- 7) $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt[5]{1 - x^5}}$ $\checkmark \frac{\pi}{5 \sin \frac{\pi}{5}}$ 8) $\int_0^2 \frac{dx}{\sqrt[6]{64 - x^6}}$ $\checkmark \frac{\pi}{6 \sin \frac{\pi}{6}}$ 9) $\int_0^2 \frac{dx}{\sqrt[5]{32 - x^5}}$ $\checkmark \frac{\pi}{5 \sin \frac{\pi}{5}}$ 10) $\int_0^5 \left(\ln \frac{5}{x}\right)^4 dx$ $\checkmark 5\Gamma(5)$ 11) $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt[3]{1 - x^3}}$ $\checkmark \frac{\pi}{3 \sin \frac{\pi}{3}}$ 12) $\int_0^4 \left(\ln \frac{4}{x}\right)^7 dx$ $\checkmark 4\Gamma(8)$
- 13) $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt[6]{1 - x^6}}$ $\checkmark \frac{\pi}{6 \sin \frac{\pi}{6}}$ 14) $\int_0^3 \left(\ln \frac{3}{x}\right)^6 dx$ $\checkmark 3\Gamma(7)$ 15) $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{1 - x^2}}$ $\checkmark \frac{\pi}{2 \sin \frac{\pi}{2}}$ 16) $\int_0^1 \left(\ln \frac{1}{x}\right)^6 dx$ $\checkmark \Gamma(7)$ 17) $\int_0^5 \left(\ln \frac{5}{x}\right)^2 dx$ $\checkmark 5\Gamma(3)$ 18) $\int_0^6 \left(\ln \frac{6}{x}\right)^4 dx$ $\checkmark 6\Gamma(5)$
- 19) $\int_0^7 \left(\ln \frac{7}{x}\right)^4 dx$ $\checkmark 7\Gamma(5)$ 20) $\int_0^1 \left(\ln \frac{1}{x}\right)^5 dx$ $\checkmark \Gamma(6)$ 21) $\int_0^6 \left(\ln \frac{6}{x}\right)^3 dx$ $\checkmark 6\Gamma(4)$ 22) $\int_0^1 \left(\ln \frac{1}{x}\right)^2 dx$ $\checkmark \Gamma(3)$ 23) $\int_0^2 \left(\ln \frac{2}{x}\right)^5 dx$ $\checkmark 2\Gamma(6)$
- 24) $\int_0^6 \left(\ln \frac{6}{x}\right)^2 dx$ $\checkmark 6\Gamma(3)$ 25) $\int_0^2 \left(\ln \frac{2}{x}\right)^6 dx$ $\checkmark 2\Gamma(7)$ 26) $\int_0^7 \left(\ln \frac{7}{x}\right)^2 dx$ $\checkmark 7\Gamma(3)$ 27) $\int_0^7 \left(\ln \frac{7}{x}\right)^5 dx$ $\checkmark 7\Gamma(6)$ 28) $\int_0^4 \left(\ln \frac{4}{x}\right)^3 dx$ $\checkmark 4\Gamma(4)$
- 29) $\int_0^3 \left(\ln \frac{3}{x}\right)^5 dx$ $\checkmark 3\Gamma(6)$ 30) $\int_0^1 \left(\ln \frac{1}{x}\right)^3 dx$ $\checkmark \Gamma(4)$

Задача 243. Построить линии уровня функции

1) $z = \frac{1}{16x^2 + 16y^2}$ при $c = \frac{1}{256}$

✓ $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{16} = 1$

2) $z = \frac{1}{x^2 + 9y^2}$ при $c = \frac{1}{9}$

✓ $\frac{x^2}{9} + y^2 = 1$

3) $z = \frac{1}{x^2 - 16y^2}$ при $c = \frac{1}{16}$

✓ $\frac{x^2}{16} - y^2 = 1$

4) $z = \frac{1}{9x^2 + 4y^2}$ при $c = \frac{1}{36}$

✓ $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$

5) $z = \frac{1}{9x^2 + 16y^2}$ при $c = \frac{1}{144}$

✓ $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$

6) $z = \frac{1}{4x^2 - y^2}$ при $c = \frac{1}{4}$

✓ $x^2 - \frac{y^2}{4} = 1$

7) $z = \frac{1}{4x^2 + 16y^2}$ при $c = \frac{1}{64}$

✓ $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1$

8) $z = \frac{1}{4x^2 + 9y^2}$ при $c = \frac{1}{36}$

✓ $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$

9) $z = \frac{1}{9x^2 + y^2}$ при $c = \frac{1}{9}$

✓ $x^2 + \frac{y^2}{9} = 1$

10) $z = \frac{1}{4x^2 - 16y^2}$ при $c = \frac{1}{64}$

✓ $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{4} = 1$

11) $z = \frac{1}{9x^2 + 9y^2}$ при $c = \frac{1}{81}$

✓ $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{9} = 1$

12) $z = \frac{1}{9x^2 - 9y^2}$ при $c = \frac{1}{81}$

✓ $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{9} = 1$

13) $z = \frac{1}{x^2 + 16y^2}$ при $c = \frac{1}{16}$

✓ $\frac{x^2}{16} + y^2 = 1$

14) $z = \frac{1}{4x^2 + y^2}$ при $c = \frac{1}{4}$

✓ $x^2 + \frac{y^2}{4} = 1$

15) $z = \frac{1}{4x^2 + 4y^2}$ при $c = \frac{1}{16}$

✓ $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{4} = 1$

16) $z = \frac{1}{16x^2 + y^2}$ при $c = \frac{1}{16}$

✓ $x^2 + \frac{y^2}{16} = 1$

17) $z = \frac{1}{4x^2 - 4y^2}$ при $c = \frac{1}{16}$

✓ $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{4} = 1$

18) $z = \frac{1}{4x^2 - 9y^2}$ при $c = \frac{1}{36}$

✓ $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{4} = 1$

19) $z = \frac{1}{9x^2 - 4y^2}$ при $c = \frac{1}{36}$

✓ $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{9} = 1$

20) $z = \frac{1}{16x^2 + 9y^2}$ при $c = \frac{1}{144}$

✓ $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{16} = 1$

21) $z = \frac{1}{x^2 - 4y^2}$ при $c = \frac{1}{4}$

✓ $\frac{x^2}{4} - y^2 = 1$

22) $z = \frac{1}{16x^2 - y^2}$ при $c = \frac{1}{16}$

✓ $x^2 - \frac{y^2}{16} = 1$

23) $z = \frac{1}{16x^2 + 4y^2}$ при $c = \frac{1}{64}$

✓ $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{16} = 1$

24) $z = \frac{1}{9x^2 - 16y^2}$ при $c = \frac{1}{144}$

✓ $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$

25) $z = \frac{1}{x^2 + y^2}$ при $c = \frac{1}{1}$

✓ $x^2 + y^2 = 1$

26) $z = \frac{1}{x^2 + 4y^2}$ при $c = \frac{1}{4}$

✓ $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$

27) $z = \frac{1}{16x^2 - 4y^2}$ при $c = \frac{1}{64}$

✓ $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{16} = 1$

28) $z = \frac{1}{9x^2 - y^2}$ при $c = \frac{1}{9}$

✓ $x^2 - \frac{y^2}{9} = 1$

29) $z = \frac{1}{16x^2 - 9y^2}$ при $c = \frac{1}{144}$

✓ $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$

30) $z = \frac{1}{16x^2 - 16y^2}$ при $c = \frac{1}{256}$

✓ $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{16} = 1$

Задача 244. Найти частные производные первого порядка и изобразить область определения функции двух переменных.

1) $z = \sqrt{7x - 5y}$

✓ $y \geq \frac{7x}{5}$

2) $z = \arccos(5 - x^2 - y^2)$

✓ кольцо с внутренним радиусом 2, внешним: $\sqrt{6}$

3) $z = \arcsin(7x + 3y)$

✓ полоса, ограниченная параллельными прямыми $7x + 3y + 1 = 0$ и $7x + 3y - 1 = 0$

4) $z = \frac{1}{\sqrt{x^2 - 2y + 5}}$

✓ $y > \frac{x^2}{2} + \frac{5}{2}$

5) $z = \frac{\sqrt{y}}{7x + 2y}$

✓ $y \neq -\frac{7x}{2}, y > 0$

6) $z = \frac{1}{ax + by}$

✓ $y \neq -\frac{3x}{2}$

7) $z = x^2 - 7y + 5$

✓ $y \geq \frac{x^2}{7} + \frac{5}{7}$

8) $z = \arccos(4 - x^2 - y^2)$

✓ кольцо с внутренним радиусом $\sqrt{3}$, внешним: $\sqrt{5}$

$$9) z = \frac{1}{x^2 + y^2 + 2ax + 2by - 2ab}$$

✓ вся плоскость, из которой выброшена окружность $(x+2)^2 + (y+5)^2 = 49$

$$11) z = \frac{1}{x^2 + y^2 + 2ax + 2by - 2ab}$$

✓ вся плоскость, из которой выброшена окружность $(x+3)^2 + (y+3)^2 = 36$

$$13) z = \frac{1}{\sqrt{x^2 - 3y + 2}}$$

✓ $y > \frac{x^2}{3} + \frac{2}{3}$

$$14) z = \log_5 (x^2 - 5y + 5)$$

✓ $y > \frac{x^2}{5} + 1$

$$15) z = \frac{1}{x^2 + y^2 + 2ax + 2by - 2ab}$$

✓ вся плоскость, из которой выброшена окружность $(x+6)^2 + (y+3)^2 = 81$

$$16) z = \arccos (6x + 5y)$$

✓ полоса, ограниченная параллельными прямыми $6x + 5y + 1 = 0$ и $6x + 5y - 1 = 0$

$$18) z = \log_3 (7x - 3y)$$

✓ множество точек плоскости над прямой $y = \frac{7x}{3}$

$$19) z = \log_3 (5 - x^2 - y^2)$$

✓ внутренность круга с центром в начале координат, радиуса 5

$$20) z = \frac{\sqrt{x}}{x^2 - 3y + 4}$$

✓ $y \neq \frac{x^2}{3} + \frac{4}{3}, x > 0$

$$17) z = \frac{1}{ax + by}$$

✓ $y \neq -\frac{7x}{5}$

$$21) z = x^2 - 3y + 5$$

✓ $y \geq \frac{x^2}{3} + \frac{5}{3}$

$$22) z = \frac{1}{x^2 + y^2 + 2ax + 2by - 2ab}$$

✓ вся плоскость, из которой выброшена окружность $(x+7)^2 + (y+3)^2 = 100$

$$23) z = \frac{1}{\sqrt{7x - 5y}}$$

✓ множество точек плоскости над прямой $y = \frac{7x}{5}$

$$24) z = \log_4 (7 - x^2 - y^2)$$

✓ внутренность круга с центром в начале координат, радиуса 7

$$25) z = \arcsin (5 - x^2 - y^2)$$

✓ кольцо с внутренним радиусом 2, внешним: $\sqrt{6}$

$$26) z = \arccos (5x + 5y)$$

✓ полоса, ограниченная параллельными прямыми $5x + 5y + 1 = 0$ и $5x + 5y - 1 = 0$

$$27) z = \log_5 (3x - 5y)$$

✓ множество точек плоскости над прямой $y = \frac{3x}{5}$

$$28) z = \log_2 (7 - x^2 - y^2)$$

✓ внутренность круга с центром в начале координат, радиуса 7

$$29) z = \log_5 (x^2 + y^2 + 8x + 10y - 40)$$

✓ внешность круга $(x+4)^2 + (y+5)^2 > 81$

$$30) z = \frac{1}{x^2 + y^2 + 2ax + 2by - 2ab}$$

✓ вся плоскость, из которой выброшена окружность $(x+2)^2 + (y+3)^2 = 25$

Задача 245. Найти частные производные и выписать полный дифференциал данной функции.

$$1) z = \operatorname{arctg} x^7 y^6 \quad 2) z = \arcsin (3x^2 + y^6) \quad 3) z = \operatorname{ctg} \frac{2x^2}{y^7} \quad 4) z = \operatorname{arctg} (x^7 + y^5) \quad 5) z = \cos (-4x^6 + y^2)$$

$$\begin{array}{lllll}
6) z = \sin \frac{x^4}{y^5} & 7) z = \cos \frac{3x^5}{y^3} & 8) z = \operatorname{arctg} (-5x^5 + y^4) & 9) z = \operatorname{ctg} x^5 y^6 & 10) z = \cos \left(-\frac{2x^2}{y^3} \right) \\
11) z = \arcsin \frac{3x^2}{y^5} & 12) z = \operatorname{tg} 2x^6 y^2 & 13) z = \cos (2x^6 + y^4) & 14) z = \arcsin 3x^6 y^3 & 15) z = e^{-2x^7 y^7} \\
16) z = \cos \left(-\frac{5x^2}{y^5} \right) & 17) z = \sin 5x^7 y^7 & 18) z = \operatorname{tg} \left(-\frac{4x^7}{y^6} \right) & 19) z = e^{-\frac{4x^5}{y^8}} & 20) z = \sin 5x^2 y^2 \\
21) z = \operatorname{tg} (-2x^7 y^7) & 22) z = e^{-3x^7 y^7} & 23) z = \sin x^3 y^3 & 24) z = e^{\frac{2x^7}{y^3}} & 25) z = \operatorname{tg} x^6 y^7 & 26) z = \operatorname{ctg} \frac{5x^5}{y^3} \\
27) z = \operatorname{tg} (-4x^6 y^2) & 28) z = \cos x^2 y^4 & 29) z = \operatorname{ctg} \left(-\frac{2x^4}{y^7} \right) & 30) z = \sin (5x^5 + y^6)
\end{array}$$

Задача 246. Найти вторые частные производные указанных функций. Убедиться в том, что $z''_{xy} = z''_{yx}$.

$$\begin{array}{llllll}
1) \operatorname{arctg} (-x + 3y) & 2) \ln (5x - 2y) & 3) \operatorname{ctg} (-x + 4y) & 4) \ln (-x + 5y) & 5) \cos (x + 5y) & 6) \sin (5x + 5y) \\
7) \cos (-x + 3y) & 8) \sin (5x + 2y) & 9) \sin (-2x + 5y) & 10) \arcsin (-2x + 5y) & 11) \operatorname{arctg} (-2x + 4y) \\
12) \arccos (-2x + 5y) & 13) \cos (5x + 5y) & 14) \sin (4x + 2y) & 15) \cos (-2x + 5y) & 16) e^{x+5y} & 17) \cos (3x + 5y) \\
18) \operatorname{arctg} (5x - 2y) & 19) e^{5x+2y} & 20) e^{2x-y} & 21) \arcsin (5x + 5y) & 22) \cos (-x + 5y) & 23) \operatorname{arctg} (3x - 2y) \\
24) \ln (-2x + y) & 25) \operatorname{ctg} (-2x + 2y) & 26) \sin (3x - 2y) & 27) \sin (x + 3y) & 28) \operatorname{ctg} (2x + 5y) & 29) \sin (2x - y) \\
30) \operatorname{arctg} (4x + y)
\end{array}$$

Задача 247. Удовлетворяет ли функция $z = f(x, y)$ уравнению:

$$\begin{array}{ll}
1) z = e^{-\cos(x+7y)}, & 49 \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} \quad 2) z = e^{-\cos(x+3y)}, \quad 9 \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} \\
\checkmark \text{ да} & \checkmark \text{ да} \\
3) z = \ln \frac{x}{y} + x^5 - y^5, & x \frac{\partial z}{\partial x} + y \frac{\partial z}{\partial y} = 5x^5 - 5y^5 \quad 4) z = \sin^2 (x - 10y), \quad 100 \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} \\
\checkmark \text{ да} & \checkmark \text{ да} \\
5) z = \ln \frac{x}{y} + x^9 - y^9, & x \frac{\partial z}{\partial x} + y \frac{\partial z}{\partial y} = 9x^9 - 9y^9 \quad 6) z = e^{-x-5y} \sin (x + 5y), \quad 25 \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0 \\
\checkmark \text{ да} & \checkmark \text{ да} \\
7) z = \cos^2 (9x + y), & \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = 81 \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} \quad 8) z = \ln \frac{x}{y} + x^6 - y^6, \quad x \frac{\partial z}{\partial x} + y \frac{\partial z}{\partial y} = 6x^6 - 6y^6 \\
\checkmark \text{ да} & \checkmark \text{ да} \\
9) z = \cos^2 (8x + y), & \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = 64 \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} \quad 10) z = \ln \frac{x}{y} + x^7 - y^7, \quad x \frac{\partial z}{\partial x} + y \frac{\partial z}{\partial y} = 7x^7 - 7y^7 \\
\checkmark \text{ да} & \checkmark \text{ да} \\
11) z = \ln \frac{x}{y} + x^8 - y^8, & x \frac{\partial z}{\partial x} + y \frac{\partial z}{\partial y} = 8x^8 - 8y^8 \quad 12) z = e^{-x-6y} \sin (x + 6y), \quad 36 \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0 \\
\checkmark \text{ да} & \checkmark \text{ да} \\
13) z = \sin^2 (x - 8y), & 64 \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} \quad 14) z = e^{-x-4y} \sin (x + 4y), \quad 16 \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0 \\
\checkmark \text{ да} & \checkmark \text{ да} \\
15) z = e^{-\cos(x+6y)}, & 36 \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} \quad 16) z = e^{-\cos(x+4y)}, \quad 16 \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} \\
\checkmark \text{ да} & \checkmark \text{ да} \\
17) z = e^{-x-7y} \sin (x + 7y), & 49 \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0 \quad 18) z = \sin^2 (x - 2y), \quad 4 \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} \\
\checkmark \text{ да} & \checkmark \text{ да} \\
19) z = \ln \frac{x}{y} + x^{10} - y^{10}, & x \frac{\partial z}{\partial x} + y \frac{\partial z}{\partial y} = 10x^{10} - 10y^{10} \quad 20) z = e^{-\cos(x+5y)}, \quad 25 \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} \\
\checkmark \text{ да} & \checkmark \text{ да}
\end{array}$$

$$21) z = e^{-x-8y} \sin(x+8y), \quad 64 \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0$$

✓ да

$$22) z = \cos^2(10x+y), \quad \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = 100 \frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$$

✓ да

$$23) z = \sin^2(x-9y), \quad 81 \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$$

✓ да

$$24) z = \cos^2(2x+y), \quad \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = 4 \frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$$

✓ да

$$25) z = \ln \frac{x}{y} + x^2 - y^2, \quad x \frac{\partial z}{\partial x} + y \frac{\partial z}{\partial y} = 2x^2 - 2y^2$$

✓ да

$$26) z = e^{-x-9y} \sin(x+9y), \quad 81 \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0$$

✓ да

$$27) z = \cos^2(3x+y), \quad \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = 9 \frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$$

✓ да

$$28) z = e^{-\cos(x+10y)}, \quad 100 \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$$

✓ да

$$29) z = e^{-x-10y} \sin(x+10y), \quad 100 \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0$$

✓ да

$$30) z = \ln \frac{x}{y} + x^3 - y^3, \quad x \frac{\partial z}{\partial x} + y \frac{\partial z}{\partial y} = 3x^3 - 3y^3$$

✓ да

Задача 248. Для заданных $z = f(x, y)$, $x = x(u, v)$, $y = y(u, v)$ найти $\frac{\partial z}{\partial u}$ и $\frac{\partial z}{\partial v}$.

$$1) z = \sqrt{x^5 y^4}, \quad x = ue^v, \quad y = \frac{u}{v}$$

$$\frac{\partial z}{\partial u} = \frac{5}{2\sqrt{x^5 y^4}} x^4 y^4 e^v + \frac{2}{\sqrt{x^5 y^4}} x^5 y^3 \frac{1}{v}$$

$$\frac{\partial z}{\partial v} = \frac{5}{2\sqrt{x^5 y^4}} x^4 y^4 ue^v - \frac{2}{\sqrt{x^5 y^4}} x^5 y^3 \frac{u}{v^2}$$

$$2) z = ((2x^4 + y^2))^2, \quad x = ue^v, \quad y = u \ln v$$

$$\frac{\partial z}{\partial u} = 8(4x^4 + 2y^2) x^3 e^v + 2(4x^4 + 2y^2) y \ln v$$

$$\frac{\partial z}{\partial v} = 8(4x^4 + 2y^2) x^3 ue^v + 2(4x^4 + 2y^2) y \frac{u}{v}$$

$$3) z = \sqrt{2x^4 y^2}, \quad x = uv, \quad y = u \ln v$$

$$\frac{\partial z}{\partial u} = \frac{4}{\sqrt{2x^4 y^2}} x^3 y^2 v + \frac{2}{\sqrt{2x^4 y^2}} x^4 y \ln v$$

$$\frac{\partial z}{\partial v} = \frac{4}{\sqrt{2x^4 y^2}} x^3 y^2 u + \frac{2}{\sqrt{2x^4 y^2}} x^4 y \frac{u}{v}$$

$$4) z = \cos(5x^3 + y^5), \quad x = u^v, \quad y = u \sin v$$

$$\frac{\partial z}{\partial u} = -15 \sin(5x^3 + y^5) x^2 v u^{v-1} - 5 \sin(5x^3 + y^5) y^4 \sin v$$

$$\frac{\partial z}{\partial v} = -15 \sin(5x^3 + y^5) x^2 u^v \ln u - 5 \sin(5x^3 + y^5) y^4 u \cos v$$

$$5) z = \sqrt{3x^2 y^3}, \quad x = uv, \quad y = u \sin v$$

$$\frac{\partial z}{\partial u} = \frac{3}{\sqrt{3x^2 y^3}} x y^3 v + \frac{9}{2\sqrt{3x^2 y^3}} x^2 y^2 \sin v$$

$$\frac{\partial z}{\partial v} = \frac{3}{\sqrt{3x^2 y^3}} x y^3 u + \frac{9}{2\sqrt{3x^2 y^3}} x^2 y^2 u \cos v$$

$$6) z = \sin(4x^4 + y^3), \quad x = ue^v, \quad y = u \ln v$$

$$\frac{\partial z}{\partial u} = 16 \cos(4x^4 + y^3) x^3 e^v + 3 \cos(4x^4 + y^3) y^2 \ln v$$

$$\frac{\partial z}{\partial v} = 16 \cos(4x^4 + y^3) x^3 ue^v + 3 \cos(4x^4 + y^3) y^2 \frac{u}{v}$$

$$7) z = \cos 2x^4 y^4, \quad x = uv, \quad y = \frac{u}{v}$$

$$\frac{\partial z}{\partial u} = -8 \sin 2x^4 y^4 x^3 y^4 v - 8 \sin 2x^4 y^4 x^4 y^3 \frac{1}{v}$$

$$\frac{\partial z}{\partial v} = -8 \sin 2x^4 y^4 x^3 y^4 u + 8 \sin 2x^4 y^4 x^4 y^3 \frac{u}{v^2}$$

$$8) z = \sqrt{2x^2 y^4}, \quad x = u^v, \quad y = u \sin v$$

$$\frac{\partial z}{\partial u} = \frac{2}{\sqrt{2x^2 y^4}} x y^4 v u^{v-1} + \frac{4}{\sqrt{2x^2 y^4}} x^2 y^3 \sin v$$

$$\frac{\partial z}{\partial v} = \frac{2}{\sqrt{2x^2 y^4}} x y^4 u^v \ln u + \frac{4}{\sqrt{2x^2 y^4}} x^2 y^3 u \cos v$$

$$9) z = \sqrt{4x^2 + y^3}, \quad x = uv, \quad y = u \ln v$$

$$\frac{\partial z}{\partial u} = \frac{4}{\sqrt{4x^2 + y^3}} x v + \frac{3}{2\sqrt{4x^2 + y^3}} y^2 \ln v$$

$$\frac{\partial z}{\partial v} = \frac{4}{\sqrt{4x^2 + y^3}} x u + \frac{3}{2\sqrt{4x^2 + y^3}} y^2 \frac{u}{v}$$

$$10) z = \sin 2x^5 y^4, \quad x = u^v, \quad y = u \ln v$$

$$\frac{\partial z}{\partial u} = 10 \cos 2x^5 y^4 x^4 y^4 v u^{v-1} + 8 \cos 2x^5 y^4 x^5 y^3 \ln v$$

$$\frac{\partial z}{\partial v} = 10 \cos 2x^5 y^4 x^4 y^4 u^v \ln u + 8 \cos 2x^5 y^4 x^5 y^3 \frac{u}{v}$$

$$11) z = ((x^2 + y^4))^2, \quad x = ue^v, \quad y = \frac{u}{v}$$

$$\frac{\partial z}{\partial u} = 2(2x^2 + 2y^4) x e^v + 4(2x^2 + 2y^4) y^3 \frac{1}{v}$$

$$\frac{\partial z}{\partial v} = 2(2x^2 + 2y^4) x u e^v - 4(2x^2 + 2y^4) y^3 \frac{u}{v^2}$$

$$12) z = 4(x^3 y^2)^2, \quad x = ue^v, \quad y = u \sin v$$

$$\frac{\partial z}{\partial u} = 24x^3 y^2 x^2 y^2 e^v + 16x^3 y^2 x^3 y \sin v$$

$$\frac{\partial z}{\partial v} = 24x^3 y^2 x^2 y^2 u e^v + 16x^3 y^2 x^3 y u \cos v$$

$$13) z = 2\sqrt{x^5 y^5}, \quad x = uv, \quad y = u \sin v$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial z}{\partial u} &= \frac{5}{\sqrt{x^5 y^5}} x^4 y^5 v + \frac{5}{\sqrt{x^5 y^5}} x^5 y^4 \sin v \\ \frac{\partial z}{\partial v} &= \frac{5}{\sqrt{x^5 y^5}} x^4 y^5 u + \frac{5}{\sqrt{x^5 y^5}} x^5 y^4 u \cos v \end{aligned}$$

$$15) z = 16(x^4 y^3)^2, \quad x = u^v, \quad y = \frac{u}{v}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial z}{\partial u} &= 128x^4 y^3 x^3 y^3 v u^{v-1} + 96x^4 y^3 x^4 y^2 \frac{1}{v} \\ \frac{\partial z}{\partial v} &= 128x^4 y^3 x^3 y^3 u^v \ln u - 96x^4 y^3 x^4 y^2 \frac{u}{v^2} \end{aligned}$$

$$17) z = ((4x^4 + y^2))^2, \quad x = ue^v, \quad y = \frac{u}{v}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial z}{\partial u} &= 16(8x^4 + 2y^2) x^3 e^v + 2(8x^4 + 2y^2) y \frac{1}{v} \\ \frac{\partial z}{\partial v} &= 16(8x^4 + 2y^2) x^3 u e^v - 2(8x^4 + 2y^2) y \frac{u}{v^2} \end{aligned}$$

$$19) z = \cos 2x^2 y^3, \quad x = uv, \quad y = \frac{u}{v}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial z}{\partial u} &= -4 \sin 2x^2 y^3 x y^3 v - 6 \sin 2x^2 y^3 x^2 y^2 \frac{1}{v} \\ \frac{\partial z}{\partial v} &= -4 \sin 2x^2 y^3 x y^3 u + 6 \sin 2x^2 y^3 x^2 y^2 \frac{u}{v^2} \end{aligned}$$

$$21) z = \sin(5x^2 + y^4), \quad x = u^v, \quad y = u \ln v$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial z}{\partial u} &= 10 \cos(5x^2 + y^4) x v u^{v-1} + 4 \cos(5x^2 + y^4) y^3 \ln v \\ \frac{\partial z}{\partial v} &= 10 \cos(5x^2 + y^4) x u^v \ln u + 4 \cos(5x^2 + y^4) y^3 \frac{u}{v} \end{aligned}$$

$$23) z = \cos 5x^2 y^2, \quad x = ue^v, \quad y = u \ln v$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial z}{\partial u} &= -10 \sin 5x^2 y^2 x y^2 e^v - 10 \sin 5x^2 y^2 x^2 y \ln v \\ \frac{\partial z}{\partial v} &= -10 \sin 5x^2 y^2 x y^2 u e^v - 10 \sin 5x^2 y^2 x^2 y \frac{u}{v} \end{aligned}$$

$$25) z = ((3x^3 + y^5))^2, \quad x = uv, \quad y = u \sin v$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial z}{\partial u} &= 9(6x^3 + 2y^5) x^2 v + 5(6x^3 + 2y^5) y^4 \sin v \\ \frac{\partial z}{\partial v} &= 9(6x^3 + 2y^5) x^2 u + 5(6x^3 + 2y^5) y^4 u \cos v \end{aligned}$$

$$27) z = \sqrt{x^2 y^3}, \quad x = u^v, \quad y = u \ln v$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial z}{\partial u} &= \frac{1}{\sqrt{x^2 y^3}} x y^3 v u^{v-1} + \frac{3}{2\sqrt{x^2 y^3}} x^2 y^2 \ln v \\ \frac{\partial z}{\partial v} &= \frac{1}{\sqrt{x^2 y^3}} x y^3 u^v \ln u + \frac{3}{2\sqrt{x^2 y^3}} x^2 y^2 \frac{u}{v} \end{aligned}$$

$$29) z = \sqrt{4x^4 + y^4}, \quad x = u^v, \quad y = u \ln v$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial z}{\partial u} &= \frac{8}{\sqrt{4x^4 + y^4}} x^3 v u^{v-1} + \frac{2}{\sqrt{4x^4 + y^4}} y^3 \ln v \\ \frac{\partial z}{\partial v} &= \frac{8}{\sqrt{4x^4 + y^4}} x^3 u^v \ln u + \frac{2}{\sqrt{4x^4 + y^4}} y^3 \frac{u}{v} \end{aligned}$$

$$14) z = \cos 4x^4 y^5, \quad x = ue^v, \quad y = u \sin v$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial z}{\partial u} &= -16 \sin 4x^4 y^5 x^3 y^5 e^v - 20 \sin 4x^4 y^5 x^4 y^4 \sin v \\ \frac{\partial z}{\partial v} &= -16 \sin 4x^4 y^5 x^3 y^5 u e^v - 20 \sin 4x^4 y^5 x^4 y^4 u \cos v \end{aligned}$$

$$16) z = \sqrt{x^5 + y^4}, \quad x = ue^v, \quad y = u \sin v$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial z}{\partial u} &= \frac{5}{2\sqrt{x^5 + y^4}} x^4 e^v + \frac{2}{\sqrt{x^5 + y^4}} y^3 \sin v \\ \frac{\partial z}{\partial v} &= \frac{5}{2\sqrt{x^5 + y^4}} x^4 u e^v + \frac{2}{\sqrt{x^5 + y^4}} y^3 u \cos v \end{aligned}$$

$$18) z = \sqrt{2x^4 y^3}, \quad x = uv, \quad y = \frac{u}{v}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial z}{\partial u} &= \frac{4}{\sqrt{2x^4 y^3}} x^3 y^3 v + \frac{3}{\sqrt{2x^4 y^3}} x^4 y^2 \frac{1}{v} \\ \frac{\partial z}{\partial v} &= \frac{4}{\sqrt{2x^4 y^3}} x^3 y^3 u - \frac{3}{\sqrt{2x^4 y^3}} x^4 y^2 \frac{u}{v^2} \end{aligned}$$

$$20) z = \cos(5x^4 + y^2), \quad x = u^v, \quad y = u \sin v$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial z}{\partial u} &= -20 \sin(5x^4 + y^2) x^3 v u^{v-1} - 2 \sin(5x^4 + y^2) y \sin v \\ \frac{\partial z}{\partial v} &= -20 \sin(5x^4 + y^2) x^3 u^v \ln u - 2 \sin(5x^4 + y^2) y u \cos v \end{aligned}$$

$$22) z = \sqrt{5x^5 y^4}, \quad x = uv, \quad y = u \sin v$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial z}{\partial u} &= \frac{25}{2\sqrt{5x^5 y^4}} x^4 y^4 v + \frac{10}{\sqrt{5x^5 y^4}} x^5 y^3 \sin v \\ \frac{\partial z}{\partial v} &= \frac{25}{2\sqrt{5x^5 y^4}} x^4 y^4 u + \frac{10}{\sqrt{5x^5 y^4}} x^5 y^3 u \cos v \end{aligned}$$

$$24) z = \cos 2x^5 y^5, \quad x = ue^v, \quad y = \frac{u}{v}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial z}{\partial u} &= -10 \sin 2x^5 y^5 x^4 y^5 e^v - 10 \sin 2x^5 y^5 x^5 y^4 \frac{1}{v} \\ \frac{\partial z}{\partial v} &= -10 \sin 2x^5 y^5 x^4 y^5 u e^v + 10 \sin 2x^5 y^5 x^5 y^4 \frac{u}{v^2} \end{aligned}$$

$$26) z = \cos(2x^3 + y^5), \quad x = uv, \quad y = \frac{u}{v}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial z}{\partial u} &= -6 \sin(2x^3 + y^5) x^2 v - 5 \sin(2x^3 + y^5) y^4 \frac{1}{v} \\ \frac{\partial z}{\partial v} &= -6 \sin(2x^3 + y^5) x^2 u + 5 \sin(2x^3 + y^5) y^4 \frac{u}{v^2} \end{aligned}$$

$$28) z = 16(x^3 y^3)^2, \quad x = ue^v, \quad y = u \sin v$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial z}{\partial u} &= 96x^3 y^3 x^2 y^3 e^v + 96x^3 y^3 x^3 y^2 \sin v \\ \frac{\partial z}{\partial v} &= 96x^3 y^3 x^2 y^3 u e^v + 96x^3 y^3 x^3 y^2 u \cos v \end{aligned}$$

$$30) z = \sin x^3 y^3, \quad x = ue^v, \quad y = u \ln v$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial z}{\partial u} &= 3 \cos x^3 y^3 x^2 y^3 e^v + 3 \cos x^3 y^3 x^3 y^2 \ln v \\ \frac{\partial z}{\partial v} &= 3 \cos x^3 y^3 x^2 y^3 u e^v + 3 \cos x^3 y^3 x^3 y^2 \frac{u}{v} \end{aligned}$$

Задача 249. Составить уравнение касательной в точке M_0 к данной кривой.

$$1) \quad x^3 + 2x^2 y^2 + y^2 + 5x + 4y = -3, \quad M_0(0, -1)$$

$$\checkmark \quad 5x + 2y + 2 = 0$$

$$2) \quad x^3 + 5xy^2 + y^3 - 3x - 11y = -7, \quad M_0(1, 1)$$

$$\checkmark \quad 5x + 2y - 7 = 0$$

$$3) \quad x^3 + xy + y^3 - x - 13y = -18, \quad M_0(0, 2)$$

$$\checkmark \quad x - y + 2 = 0$$

- 4) $x^2 - 2x^2y + y^3 + 3x - 14y = -20$,
 $M_0(0, 2)$
✓ $3x - 2y + 4 = 0$
- 5) $x^3 + x^2y^2 + y^2 + x = 4$,
 $M_0(0, 2)$
✓ $x + 4y - 8 = 0$
- 6) $x^2 - 3xy^2 + y^2 + 10x + 7y = -12$,
 $M_0(-1, -1)$
✓ $5x - y + 4 = 0$
- 7) $x^3 + 3x^2y^2 + y^2 - 6x - 10y = -11$,
 $M_0(1, 1)$
✓ $3x - 2y - 1 = 0$
- 8) $x^2 + 4x^2y + y^3 + 15x - 9y = -18$,
 $M_0(-1, 1)$
✓ $5x - 2y + 7 = 0$
- 9) $x^3 + 2x^2y + y^2 + 3x + y = 0$,
 $M_0(0, -1)$
✓ $3x - y - 1 = 0$
- 10) $x^2 + 5x^2y + y^2 + 5x + 6y = -5$,
 $M_0(0, -1)$
✓ $5x + 4y + 4 = 0$
- 11) $x^2 + 4xy^2 + y^2 - 7x - 16y = -17$,
 $M_0(2, 1)$
✓ $x + 2y - 4 = 0$
- 12) $x^2 + 2x^2y^2 + y^2 - 11x + 17y = -26$,
 $M_0(2, -1)$
✓ $x - y - 3 = 0$
- 13) $x^3 + 3x^2y + y^3 - 12x - 13y = -23$,
 $M_0(1, 2)$
✓ $3x + 2y - 7 = 0$
- 14) $x^3 - x^2y + y^2 + 5x + 4y = -3$,
 $M_0(0, -1)$
✓ $5x + 2y + 2 = 0$
- 15) $x^3 - x^2y^2 + y^3 - 7x - 7y = -4$,
 $M_0(2, -1)$
✓ $x + 4y + 2 = 0$
- 16) $x^2 - x^2y^2 + y^3 + 7x - 7y = -2$,
 $M_0(1, 2)$
✓ $x + y - 3 = 0$
- 17) $x^2 + 5x^2y^2 + y^2 + 17x + 16y = -26$,
 $M_0(-1, -1)$
✓ $5x + 4y + 9 = 0$
- 18) $x^3 - 2xy + y^3 - 11x - y = -10$,
 $M_0(2, -1)$
✓ $3x - 2y - 8 = 0$
- 19) $x^3 - x^2y^2 + y^3 + 4x - 6y = 9$,
 $M_0(1, -1)$
✓ $5x - y - 6 = 0$
- 20) $x^2 + 5x^2y^2 + y^2 + 3x = 1$,
 $M_0(0, 1)$
✓ $3x + 2y - 2 = 0$
- 21) $x^2 + 5xy^2 + y^3 - 21x - 34y = -60$,
 $M_0(1, 2)$
✓ $x - 2y + 3 = 0$
- 22) $x^2 - x^2y + y^3 + 5x - 5y = 4$,
 $M_0(0, -1)$
✓ $5x - 2y - 2 = 0$
- 23) $x^3 + 2xy + y^2 + x - y = 0$,
 $M_0(0, 1)$
✓ $3x + y - 1 = 0$
- 24) $x^3 - xy^2 + y^3 + 2x - y = 0$,
 $M_0(0, 1)$
✓ $x + 2y - 2 = 0$
- 25) $x^3 + 2xy^2 + y^3 - 9x + 6y = -13$,
 $M_0(2, -1)$
✓ $5x + y - 9 = 0$
- 26) $x^2 + 3x^2y + y^3 + 9x - 4y = 10$,
 $M_0(1, -1)$
✓ $5x + 2y - 3 = 0$
- 27) $x^2 + 5xy^2 + y^3 - 15x - 11y = -14$,
 $M_0(0, 2)$
✓ $5x + y - 2 = 0$
- 28) $x^3 + xy + y^2 - x - y = 1$,
 $M_0(1, -1)$
✓ $x - 2y - 3 = 0$
- 29) $x^3 + 5x^2y^2 + y^2 + x + 4y = -3$,
 $M_0(0, -1)$
✓ $x + 2y + 2 = 0$
- 30) $x^3 - 3x^2y^2 + y^2 + 24x + 12y = 41$,
 $M_0(1, 2)$
✓ $3x + 4y - 11 = 0$

Задача 250. К данной поверхности провести касательные плоскости, параллельные данной плоскости.

- 1) $3x^2 + y^2 + z^2 = 37$;
 $9x + 3y + z = 0$
✓ $9x + 3y + z - 37 = 0$;
 $9x + 3y + z + 37 = 0$
- 2) $x^2 + y^2 + 2z^2 = 80$;
 $3x + 3y + 2z = 0$
✓ $3x + 3y + 2z - 40 = 0$;
 $3x + 3y + 2z + 40 = 0$
- 3) $3x^2 + 3y^2 + z^2 = 220$;
 $9x + 6y + 4z = 0$
✓ $9x + 6y + 4z - 110 = 0$;
 $9x + 6y + 4z + 110 = 0$
- 4) $3x^2 + 4y^2 + z^2 = 160$;
 $3x + 12y + z = 0$
✓ $3x + 12y + z - 80 = 0$;
 $3x + 12y + z + 80 = 0$
- 5) $5x^2 + 4y^2 + 2z^2 = 23$;
 $5x + 8y + 2z = 0$
✓ $5x + 8y + 2z - 23 = 0$;
 $5x + 8y + 2z + 23 = 0$
- 6) $3x^2 + 3y^2 + 4z^2 = 136$;
 $3x + 9y + 4z = 0$
✓ $3x + 9y + 4z - 68 = 0$;
 $3x + 9y + 4z + 68 = 0$
- 7) $5x^2 + 3y^2 + 4z^2 = 96$;
 $5x + 3y + 8z = 0$
✓ $5x + 3y + 8z - 48 = 0$;
 $5x + 3y + 8z + 48 = 0$
- 8) $5x^2 + 3y^2 + 2z^2 = 64$;
 $5x + 3y + 4z = 0$
✓ $5x + 3y + 4z - 32 = 0$;
 $5x + 3y + 4z + 32 = 0$
- 9) $5x^2 + y^2 + 2z^2 = 8$;
 $5x + y + 2z = 0$
✓ $5x + y + 2z - 8 = 0$;
 $5x + y + 2z + 8 = 0$
- 10) $5x^2 + 3y^2 + 2z^2 = 64$;
 $5x + 9y + 8z = 0$
✓ $5x + 9y + 8z - 64 = 0$;
 $5x + 9y + 8z + 64 = 0$
- 11) $x^2 + y^2 + z^2 = 68$;
 $3x + 2y + 2z = 0$
✓ $3x + 2y + 2z - 34 = 0$;
 $3x + 2y + 2z + 34 = 0$
- 12) $5x^2 + 2y^2 + z^2 = 39$;
 $5x + 6y + 4z = 0$
✓ $5x + 6y + 4z - 39 = 0$;
 $5x + 6y + 4z + 39 = 0$
- 13) $3x^2 + 2y^2 + 2z^2 = 172$;
 $9x + 4y + 4z = 0$
✓ $9x + 4y + 4z - 86 = 0$;
 $9x + 4y + 4z + 86 = 0$
- 14) $5x^2 + 2y^2 + 4z^2 = 63$;
 $15x + 2y + 8z = 0$
✓ $15x + 2y + 8z - 63 = 0$;
 $15x + 2y + 8z + 63 = 0$
- 15) $5x^2 + 4y^2 + 2z^2 = 89$;
 $15x + 12y + 4z = 0$
✓ $15x + 12y + 4z - 89 = 0$;
 $15x + 12y + 4z + 89 = 0$

- 16) $3x^2 + 2y^2 + 2z^2 = 92;$
 $3x + 6y + 2z = 0$
 \checkmark $3x + 6y + 2z - 46 = 0;$
 $3x + 6y + 2z + 46 = 0$
- 17) $x^2 + 4y^2 + 2z^2 = 53;$
 $3x + 12y + 4z = 0$
 \checkmark $3x + 12y + 4z - 53 = 0;$
 $3x + 12y + 4z + 53 = 0$
- 18) $5x^2 + 2y^2 + 4z^2 = 156;$
 $5x + 6y + 8z = 0$
 \checkmark $5x + 6y + 8z - 78 = 0;$
 $5x + 6y + 8z + 78 = 0$
- 19) $3x^2 + 3y^2 + z^2 = 136;$
 $9x + 3y + 2z = 0$
 \checkmark $9x + 3y + 2z - 68 = 0;$
 $9x + 3y + 2z + 68 = 0$
- 20) $5x^2 + 4y^2 + 4z^2 = 100;$
 $5x + 4y + 8z = 0$
 \checkmark $5x + 4y + 8z - 50 = 0;$
 $5x + 4y + 8z + 50 = 0$
- 21) $3x^2 + y^2 + z^2 = 128;$
 $9x + y + 2z = 0$
 \checkmark $9x + y + 2z - 64 = 0;$
 $9x + y + 2z + 64 = 0$
- 22) $3x^2 + 2y^2 + z^2 = 184;$
 $9x + 6y + z = 0$
 \checkmark $9x + 6y + z - 92 = 0;$
 $9x + 6y + z + 92 = 0$
- 23) $x^2 + 2y^2 + 4z^2 = 73;$
 $x + 4y + 16z = 0$
 \checkmark $x + 4y + 16z - 73 = 0;$
 $x + 4y + 16z + 73 = 0$
- 24) $5x^2 + 3y^2 + z^2 = 292;$
 $15x + 6y + 4z = 0$
 \checkmark $15x + 6y + 4z - 146 = 0;$
 $15x + 6y + 4z + 146 = 0$
- 25) $x^2 + y^2 + 2z^2 = 168;$
 $3x + y + 8z = 0$
 \checkmark $3x + y + 8z - 84 = 0;$
 $3x + y + 8z + 84 = 0$
- 26) $x^2 + y^2 + z^2 = 44;$
 $x + 3y + z = 0$
 \checkmark $x + 3y + z - 22 = 0;$
 $x + 3y + z + 22 = 0$
- 27) $3x^2 + 4y^2 + 2z^2 = 95;$
 $9x + 12y + 8z = 0$
 \checkmark $9x + 12y + 8z - 95 = 0;$
 $9x + 12y + 8z + 95 = 0$
- 28) $3x^2 + y^2 + 2z^2 = 6;$
 $3x + y + 2z = 0$
 \checkmark $3x + y + 2z - 6 = 0;$
 $3x + y + 2z + 6 = 0$
- 29) $3x^2 + 3y^2 + 2z^2 = 248;$
 $9x + 9y + 4z = 0$
 \checkmark $9x + 9y + 4z - 124 = 0;$
 $9x + 9y + 4z + 124 = 0$
- 30) $3x^2 + 4y^2 + z^2 = 188;$
 $9x + 4y + 4z = 0$
 \checkmark $9x + 4y + 4z - 94 = 0;$
 $9x + 4y + 4z + 94 = 0$

Задача 251. Найти $y'(x_0)$, $y''(x_0)$ и $y'''(x_0)$ для неявно заданной функции $y = y(x)$, если известно, что $y(x_0) = y_0$.

- 1) $-20x^2 - xy + y^2 - 4x - 19y = -16;$
 $x_0 = -1, \quad y_0 = 0$
 \checkmark $y'(x_0) = 2, \quad y''(x_0) = -2, \quad y'''(x_0) = -1$
- 2) $6x^2 - xy - y^2 + 11x - 9y = 2;$
 $x_0 = -1, \quad y_0 = -1$
 \checkmark $y'(x_0) = 0, \quad y''(x_0) = 2, \quad y'''(x_0) = -1$
- 3) $-16x^2 - xy - y^2 - 82x + 16y = 100;$
 $x_0 = -2, \quad y_0 = 0$
 \checkmark $y'(x_0) = 1, \quad y''(x_0) = 2, \quad y'''(x_0) = 1$
- 4) $-126x^2 + xy + y^2 - 384x - 58y = 264;$
 $x_0 = -2, \quad y_0 = 0$
 \checkmark $y'(x_0) = 2, \quad y''(x_0) = -4, \quad y'''(x_0) = -1$
- 5) $24x^2 - xy + y^2 + 49x - 15y = -38;$
 $x_0 = -1, \quad y_0 = 1$
 \checkmark $y'(x_0) = 0, \quad y''(x_0) = 4, \quad y'''(x_0) = -1$
- 6) $20x^2 - xy - y^2 + 63x + 18y = -27;$
 $x_0 = -2, \quad y_0 = 1$
 \checkmark $y'(x_0) = 1, \quad y''(x_0) = -2, \quad y'''(x_0) = -1$
- 7) $-74x^2 - xy + y^2 + 72x - 36y = 0;$
 $x_0 = 0, \quad y_0 = 0$
 \checkmark $y'(x_0) = 2, \quad y''(x_0) = -4, \quad y'''(x_0) = -1$
- 8) $-6x^2 - xy - y^2 - 6y = 0;$
 $x_0 = 0, \quad y_0 = 0$
 \checkmark $y'(x_0) = 0, \quad y''(x_0) = -2, \quad y'''(x_0) = 1$
- 9) $24x^2 + xy + y^2 - 49x - 15y = -38;$
 $x_0 = 1, \quad y_0 = 1$
 \checkmark $y'(x_0) = 0, \quad y''(x_0) = 4, \quad y'''(x_0) = 1$
- 10) $6x^2 - xy + y^2 + 12x + 5y = -6;$
 $x_0 = -1, \quad y_0 = 0$
 \checkmark $y'(x_0) = 0, \quad y''(x_0) = -2, \quad y'''(x_0) = -1$
- 11) $-20x^2 + xy + y^2 - 63x - 18y = 27;$
 $x_0 = -2, \quad y_0 = 1$
 \checkmark $y'(x_0) = 1, \quad y''(x_0) = -2, \quad y'''(x_0) = -1$
- 12) $-16x^2 - xy - y^2 - 83x + 14y = 85;$
 $x_0 = -2, \quad y_0 = -1$
 \checkmark $y'(x_0) = 1, \quad y''(x_0) = 2, \quad y'''(x_0) = 1$
- 13) $-24x^2 - xy + y^2 + 95x - 8y = 105;$
 $x_0 = 2, \quad y_0 = -1$
 \checkmark $y'(x_0) = 0, \quad y''(x_0) = -4, \quad y'''(x_0) = 1$
- 14) $24x^2 - xy - y^2 + 47x - 15y = -10;$
 $x_0 = -1, \quad y_0 = -1$
 \checkmark $y'(x_0) = 0, \quad y''(x_0) = 4, \quad y'''(x_0) = -1$
- 15) $24x^2 + xy + y^2 + 13x - 29y = 66;$
 $x_0 = 1, \quad y_0 = -1$
 \checkmark $y'(x_0) = 2, \quad y''(x_0) = 2, \quad y'''(x_0) = 1$
- 16) $74x^2 - xy - y^2 - 35x + 38y = 37;$
 $x_0 = 0, \quad y_0 = 1$
 \checkmark $y'(x_0) = 1, \quad y''(x_0) = -4, \quad y'''(x_0) = -1$
- 17) $20x^2 + xy - y^2 - 37x + 20y = 19;$
 $x_0 = 0, \quad y_0 = 1$
 \checkmark $y'(x_0) = 2, \quad y''(x_0) = -2, \quad y'''(x_0) = -1$
- 18) $-16x^2 + xy - y^2 + 29x + 14y = -23;$
 $x_0 = 2, \quad y_0 = -1$
 \checkmark $y'(x_0) = 2, \quad y''(x_0) = 2, \quad y'''(x_0) = 1$
- 19) $-114x^2 - xy - y^2 - 119x + 62y = 61;$
 $x_0 = 0, \quad y_0 = 1$
 \checkmark $y'(x_0) = 2, \quad y''(x_0) = 4, \quad y'''(x_0) = 1$
- 20) $36x^2 - xy - y^2 + 13x + 31y = 54;$
 $x_0 = -1, \quad y_0 = 1$
 \checkmark $y'(x_0) = 2, \quad y''(x_0) = -2, \quad y'''(x_0) = -1$

$$21) \quad -6x^2 - xy - y^2 + 23x + 6y = 17;$$

$$x_0 = 2, \quad y_0 = -1$$

$$\checkmark \quad y'(x_0) = 0, \quad y''(x_0) = 2, \quad y'''(x_0) = 1$$

$$23) \quad 16x^2 - xy + y^2 - 36x + 18y = 0;$$

$$x_0 = 0, \quad y_0 = 0$$

$$\checkmark \quad y'(x_0) = 2, \quad y''(x_0) = -2, \quad y'''(x_0) = 1$$

$$25) \quad 74x^2 + xy - y^2 + 261x - 36y = -189;$$

$$x_0 = -2, \quad y_0 = -1$$

$$\checkmark \quad y'(x_0) = -1, \quad y''(x_0) = 4, \quad y'''(x_0) = 1$$

$$27) \quad -24x^2 + xy - y^2 - 35x - 13y = 24;$$

$$x_0 = -1, \quad y_0 = -1$$

$$\checkmark \quad y'(x_0) = 1, \quad y''(x_0) = -4, \quad y'''(x_0) = 1$$

$$29) \quad -70x^2 - xy - y^2 + 104x + 37y = 34;$$

$$x_0 = 1, \quad y_0 = 0$$

$$\checkmark \quad y'(x_0) = 1, \quad y''(x_0) = 4, \quad y'''(x_0) = 1$$

$$22) \quad 24x^2 + xy + y^2 + 108x + 14y = -120;$$

$$x_0 = -2, \quad y_0 = 0$$

$$\checkmark \quad y'(x_0) = -1, \quad y''(x_0) = -4, \quad y'''(x_0) = -1$$

$$24) \quad 6x^2 + xy - y^2 - 24x + 4y = -24;$$

$$x_0 = 2, \quad y_0 = 0$$

$$\checkmark \quad y'(x_0) = 0, \quad y''(x_0) = -2, \quad y'''(x_0) = 1$$

$$26) \quad 16x^2 + xy + y^2 + 45x + 18y = -9;$$

$$x_0 = -2, \quad y_0 = 1$$

$$\checkmark \quad y'(x_0) = 1, \quad y''(x_0) = -2, \quad y'''(x_0) = 1$$

$$28) \quad 114x^2 + xy + y^2 + 577x - 56y = -639;$$

$$x_0 = -2, \quad y_0 = -1$$

$$\checkmark \quad y'(x_0) = 2, \quad y''(x_0) = 4, \quad y'''(x_0) = 1$$

$$30) \quad -126x^2 + xy + y^2 + 372x - 61y = 246;$$

$$x_0 = 1, \quad y_0 = 0$$

$$\checkmark \quad y'(x_0) = 2, \quad y''(x_0) = -4, \quad y'''(x_0) = -1$$

Задача 252. Исследовать на экстремум функцию

$$1) \quad z = 2x^2 + 5y^2 + 3$$

$$\checkmark \quad z_{\min}(0, 0) = 3$$

$$2) \quad z = -5x^2 - 5y^2 + 30x + 10y$$

$$\checkmark \quad z_{\max}(3, 1) = 50$$

$$3) \quad z = -4x^2 - 3y^2 + 32x - 12y$$

$$\checkmark \quad z_{\max}(4, -2) = 76$$

$$4) \quad z = -2x^2 - 5y^2 - 12x + 10y - 2$$

$$\checkmark \quad z_{\max}(-3, 1) = 21$$

$$5) \quad z = 4x^2 + y^2 - 24x + 6y - 4$$

$$\checkmark \quad z_{\min}(3, -3) = -49$$

$$6) \quad z = -5x^2 - 2y^2 + 10x - 4y + 3$$

$$\checkmark \quad z_{\max}(1, -1) = 10$$

$$7) \quad z = -2x^2 - 5y^2 - 4x + 20y - 1$$

$$\checkmark \quad z_{\max}(-1, 2) = 21$$

$$8) \quad z = 2x^2 + 2y^2 + 12x + 8y - 2$$

$$\checkmark \quad z_{\min}(-3, -2) = -28$$

$$9) \quad z = -2x^2 - 5y^2 + 16x + 10y + 1$$

$$\checkmark \quad z_{\max}(4, 1) = 38$$

$$10) \quad z = 3x^2 + 2y^2 - 24x - 16y + 1$$

$$\checkmark \quad z_{\min}(4, 4) = -79$$

$$11) \quad z = x^2 + 2y^2 - 8x + 12y - 3$$

$$\checkmark \quad z_{\min}(4, -3) = -37$$

$$12) \quad z = -3x^2 - 3y^2 + 12x - 18y$$

$$\checkmark \quad z_{\max}(2, -3) = 39$$

$$13) \quad z = 2x^2 + 5y^2 - 12x + 20y - 3$$

$$\checkmark \quad z_{\min}(3, -2) = -41$$

$$14) \quad z = -3x^2 - y^2 - 6x + 4y - 3$$

$$\checkmark \quad z_{\max}(-1, 2) = 4$$

$$15) \quad z = -4x^2 - 3y^2 - 24x - 1$$

$$\checkmark \quad z_{\max}(-3, 0) = 35$$

$$16) \quad z = 2x^2 + 5y^2 - 16x - 10y - 2$$

$$\checkmark \quad z_{\min}(4, 1) = -39$$

$$17) \quad z = -2x^2 - 3y^2 - 12x + 6y - 4$$

$$\checkmark \quad z_{\max}(-3, 1) = 17$$

$$18) \quad z = 3x^2 + 4y^2 + 18x + 16y + 1$$

$$\checkmark \quad z_{\min}(-3, -2) = -42$$

$$19) \quad z = -2x^2 - 3y^2 + 3 + 12y$$

$$\checkmark \quad z_{\max}(0, 2) = 15$$

$$20) \quad z = -2x^2 - y^2 - 8x + 4y - 3$$

$$\checkmark \quad z_{\max}(-2, 2) = 9$$

$$21) \quad z = x^2 + 2y^2 - 2x - 4y - 1$$

$$\checkmark \quad z_{\min}(1, 1) = -4$$

$$22) \quad z = -x^2 - y^2 + 2x + 4y$$

$$\checkmark \quad z_{\max}(1, 2) = 5$$

$$23) \quad z = 3x^2 + 4y^2 + 12x + 24y - 2$$

$$\checkmark \quad z_{\min}(-2, -3) = -50$$

$$24) \quad z = -x^2 - 2y^2 - 2x + 12y - 1$$

$$\checkmark \quad z_{\max}(-1, 3) = 18$$

$$25) \quad z = 2x^2 + 5y^2 - 12x - 30y - 3$$

$$\checkmark \quad z_{\min}(3, 3) = -66$$

$$26) \quad z = 2x^2 + 4y^2 + 12x - 24y + 2$$

$$\checkmark \quad z_{\min}(-3, 3) = -52$$

$$27) \quad z = 2x^2 + 5y^2 + 8x - 4$$

$$\checkmark \quad z_{\min}(-2, 0) = -12$$

$$28) \quad z = x^2 + 3y^2 - 2x - 18y - 4$$

$$\checkmark \quad z_{\min}(1, 3) = -32$$

$$29) \quad z = 2x^2 + y^2 - 12x + 2y - 3$$

$$\checkmark \quad z_{\min}(3, -1) = -22$$

$$30) \quad z = -5x^2 - 3y^2 - 30x + 18y - 4$$

$$\checkmark \quad z_{\max}(-3, 3) = 68$$

Задача 253. Исследовать на экстремум функцию

$$1) \quad z = x^2 + xy + 2y^2 + x + 11y$$

$$\checkmark \quad z_{\min}(1, -3) = -16$$

$$2) \quad z = x^2 - 2xy + 3y^2 - 12x + 20y$$

$$\checkmark \quad z_{\min}(4, -2) = -44$$

$$3) \quad z = 2x^2 - 2xy + 2y^2 + 16x - 14y$$

$$\checkmark \quad z_{\min}(-3, 2) = -38$$

$$4) \quad z = x^2 + 2xy - 4x - 6y$$

$$\checkmark \quad \text{Экстремума нет}$$

$$5) \quad z = 2x^2 + xy - y^2 + 10x + 7y$$

$$\checkmark \quad \text{Экстремума нет}$$

$$6) \quad z = x^2 + 2xy - 2y^2 - 8x + 4y$$

$$\checkmark \quad \text{Экстремума нет}$$

$$7) \quad z = -2xy + 8x$$

$$\checkmark \quad \text{Экстремума нет}$$

$$8) \quad z = 3x^2 + 2xy + 3y^2 - 18x - 6y$$

$$\checkmark \quad z_{\min}(3, 0) = -27$$

$$9) \quad z = xy - 2y^2 - x$$

$$\checkmark \quad \text{Экстремума нет}$$

$$10) \quad z = -2x^2 + 2xy - 3y^2 + 14x - 22y$$

$$\checkmark \quad z_{\max}(2, -3) = 47$$

$$11) \quad z = 2x^2 + xy + 3y^2 - 5x - 7y$$

$$\checkmark \quad z_{\min}(1, 1) = -6$$

$$12) \quad z = -2xy - 2y^2 + 6x + 8y$$

$$\checkmark \quad \text{Экстремума нет}$$

- 13) $z = 2x^2 - 2xy - 2y^2 + 16x + 2y$ ✓ Экстремума нет
 14) $z = 3x^2 - xy + 2y^2 + 10x - 17y$ ✓ $z_{\min}(-1, 4) = -39$
 15) $z = -x^2 - xy - 3y^2 + 11y$ ✓ $z_{\max}(-1, 2) = 11$
 16) $z = 2x^2 + xy + 2y^2 - 6x - 9y$ ✓ $z_{\min}(1, 2) = -12$
 17) $z = -3x^2 - xy - 2y^2 - 2x - 8y$ ✓ $z_{\max}(0, -2) = 8$
 18) $z = x^2 + 2xy + 2y^2 - 8x - 14y$ ✓ $z_{\min}(1, 3) = -25$
 19) $z = 2x^2 - 2xy + 10x - 2y$ ✓ Экстремума нет
 20) $z = 2x^2 + xy - 2y^2 + 9x + 15y$ ✓ Экстремума нет
 21) $z = 2x^2 - xy + 2y^2 - 12x - 12y$ ✓ $z_{\min}(4, 4) = -48$
 22) $z = x^2 - xy + 2y^2 - x - 3y$ ✓ $z_{\min}(1, 1) = -2$
 23) $z = -3x^2 + xy - 2y^2 - 3x - 11y$ ✓ $z_{\max}(-1, -3) = 18$
 24) $z = -3x^2 - xy - 2y^2 - 7x - 5y$ ✓ $z_{\max}(-1, -1) = 6$
 25) $z = -x^2 + 2xy - 3y^2 + 8x - 12y$ ✓ $z_{\max}(3, -1) = 18$
 26) $z = 3x^2 - 2xy + 3y^2 + 18x - 22y$ ✓ $z_{\min}(-2, 3) = -51$
 27) $z = 2x^2 + 2xy + 3y^2 + 6x - 12y$ ✓ $z_{\min}(-3, 3) = -27$
 28) $z = 2x^2 - 2xy - y^2 + 4x + 4y$ ✓ Экстремума нет
 29) $z = x^2 + 2xy - 2y^2 - 12x + 12y$ ✓ Экстремума нет
 30) $z = -3x^2 - xy - 2y^2 - 19x - 7y$ ✓ $z_{\max}(-3, -1) = 32$

Задача 254. Исследовать функцию двух переменных на экстремум

- 1) $z = -x^3 + xy^2 + \frac{13x^2}{2} + y^2$ ✓ $z_{\min}(0, 0) = 0$
 2) $z = -\frac{4x^3}{3} + xy^2 + 16x^2 + y^2$ ✓ $z_{\min}(0, 0) = 0$
 3) $z = -3x^3 + xy^2 + \frac{27x^2}{2} + y^2$ ✓ $z_{\min}(0, 0) = 0$
 4) $z = x^2y - \frac{7y^3}{3} - x^2 - y^2$ ✓ $z_{\max}(0, 0) = 0$
 5) $z = -\frac{4x^3}{3} + xy^2 + 6x^2 + y^2$ ✓ $z_{\min}(0, 0) = 0$
 6) $z = x^2y - 4y^3 - x^2 - 2y^2$ ✓ $z_{\max}(0, 0) = 0$
 7) $z = -4x^3 + xy^2 + 2x^2 + y^2$ ✓ $z_{\min}(0, 0) = 0$
 8) $z = x^2y - 8y^3 - x^2 - \frac{y^2}{2}$ ✓ $z_{\max}(0, 0) = 0$
 9) $z = -\frac{2x^3}{3} + xy^2 + \frac{23x^2}{2} + y^2$ ✓ $z_{\min}(0, 0) = 0$
 10) $z = -x^3 + xy^2 + 11x^2 + y^2$ ✓ $z_{\min}(0, 0) = 0$
 11) $z = -\frac{2x^3}{3} + xy^2 + 17x^2 + y^2$ ✓ $z_{\min}(0, 0) = 0$
 12) $z = -\frac{4x^3}{3} + xy^2 + \frac{21x^2}{2} + y^2$ ✓ $z_{\min}(0, 0) = 0$
 13) $z = x^2y - \frac{31y^3}{3} - x^2 - \frac{5y^2}{2}$ ✓ $z_{\max}(0, 0) = 0$
 14) $z = x^2y - \frac{11y^3}{3} - x^2 - \frac{5y^2}{2}$ ✓ $z_{\max}(0, 0) = 0$
 15) $z = -x^3 + xy^2 + \frac{33x^2}{2} + y^2$ ✓ $z_{\min}(0, 0) = 0$
 16) $z = x^2y - \frac{23y^3}{3} - x^2 - y^2$ ✓ $z_{\max}(0, 0) = 0$
 17) $z = x^2y - \frac{19y^3}{3} - x^2 - 3y^2$ ✓ $z_{\max}(0, 0) = 0$
 18) $z = -4x^3 + xy^2 + 12x^2 + y^2$ ✓ $z_{\min}(0, 0) = 0$
 19) $z = x^2y - \frac{14y^3}{3} - x^2 - y^2$ ✓ $z_{\max}(0, 0) = 0$
 20) $z = x^2y - \frac{8y^3}{3} - x^2 - 4y^2$ ✓ $z_{\max}(0, 0) = 0$
 21) $z = x^2y - \frac{32y^3}{3} - x^2 - 2y^2$ ✓ $z_{\max}(0, 0) = 0$
 22) $z = x^2y - \frac{20y^3}{3} - x^2 - \frac{5y^2}{2}$ ✓ $z_{\max}(0, 0) = 0$
 23) $z = -2x^3 + xy^2 + 15x^2 + y^2$ ✓ $z_{\min}(0, 0) = 0$
 24) $z = x^2y - \frac{34y^3}{3} - x^2 - y^2$ ✓ $z_{\max}(0, 0) = 0$
 25) $z = x^2y - 10y^3 - x^2 - 3y^2$ ✓ $z_{\max}(0, 0) = 0$
 26) $z = x^2y - y^3 - x^2 - 3y^2$ ✓ $z_{\max}(0, 0) = 0$
 27) $z = x^2y - \frac{10y^3}{3} - x^2 - 3y^2$ ✓ $z_{\max}(0, 0) = 0$
 28) $z = x^2y - \frac{5y^3}{3} - x^2 - 2y^2$ ✓ $z_{\max}(0, 0) = 0$
 29) $z = x^2y - 7y^3 - x^2 - 2y^2$ ✓ $z_{\max}(0, 0) = 0$
 30) $z = x^2y - \frac{8y^3}{3} - x^2 - \frac{y^2}{2}$ ✓ $z_{\max}(0, 0) = 0$

Задача 255. Исследовать на экстремум функцию

- 1) $z = 4x^2 + 3y^2 - 72 \ln x - 6 \ln y$ ✓ $z_{\min}(3, 1) = 39 - 72 \ln 3 - 6 \ln 1$
 2) $z = 3x^2 + 3y^2 - 6 \ln x - 150 \ln y$ ✓ $z_{\min}(1, 5) = 78 - 6 \ln 1 - 150 \ln 5$
 3) $z = 4x^2 + 2y^2 - 128 \ln x - 4 \ln y$ ✓ $z_{\min}(4, 1) = 66 - 128 \ln 4 - 4 \ln 1$
 4) $z = 5x^2 + 5y^2 - 10 \ln x - 90 \ln y$ ✓ $z_{\min}(1, 3) = 50 - 10 \ln 1 - 90 \ln 3$
 5) $z = 5x^2 + 5y^2 - 40 \ln x - 10 \ln y$ ✓ $z_{\min}(2, 1) = 25 - 40 \ln 2 - 10 \ln 1$
 6) $z = 3x^2 + 4y^2 - 150 \ln x - 8 \ln y$ ✓ $z_{\min}(5, 1) = 79 - 150 \ln 5 - 8 \ln 1$

- 7) $z = 4x^2 + 4y^2 - 72 \ln x - 128 \ln y$
 $\checkmark z_{\min}(3, 4) = 100 - 72 \ln 3 - 128 \ln 4$
- 8) $z = 5x^2 + y^2 - 10 \ln x - 32 \ln y$
 $\checkmark z_{\min}(1, 4) = 21 - 10 \ln 1 - 32 \ln 4$
- 9) $z = 5x^2 + 4y^2 - 90 \ln x - 72 \ln y$
 $\checkmark z_{\min}(3, 3) = 81 - 162 \ln 3$
- 10) $z = 4x^2 + 2y^2 - 72 \ln x - 64 \ln y$
 $\checkmark z_{\min}(3, 4) = 68 - 72 \ln 3 - 64 \ln 4$
- 11) $z = x^2 + 3y^2 - 8 \ln x - 6 \ln y$
 $\checkmark z_{\min}(2, 1) = 7 - 8 \ln 2 - 6 \ln 1$
- 12) $z = 5x^2 + y^2 - 10 \ln x - 2 \ln y$
 $\checkmark z_{\min}(1, 1) = 6 - 12 \ln 1$
- 13) $z = 2x^2 + 2y^2 - 4 \ln x - 100 \ln y$
 $\checkmark z_{\min}(1, 5) = 52 - 4 \ln 1 - 100 \ln 5$
- 14) $z = 3x^2 + 2y^2 - 96 \ln x - 64 \ln y$
 $\checkmark z_{\min}(4, 4) = 80 - 160 \ln 4$
- 15) $z = x^2 + 2y^2 - 50 \ln x - 36 \ln y$
 $\checkmark z_{\min}(5, 3) = 43 - 50 \ln 5 - 36 \ln 3$
- 16) $z = x^2 + 4y^2 - 50 \ln x - 128 \ln y$
 $\checkmark z_{\min}(5, 4) = 89 - 50 \ln 5 - 128 \ln 4$
- 17) $z = 2x^2 + 5y^2 - 16 \ln x - 160 \ln y$
 $\checkmark z_{\min}(2, 4) = 88 - 16 \ln 2 - 160 \ln 4$
- 18) $z = 2x^2 + 5y^2 - 4 \ln x - 160 \ln y$
 $\checkmark z_{\min}(1, 4) = 82 - 4 \ln 1 - 160 \ln 4$
- 19) $z = 2x^2 + 2y^2 - 100 \ln x - 64 \ln y$
 $\checkmark z_{\min}(5, 4) = 82 - 100 \ln 5 - 64 \ln 4$
- 20) $z = 2x^2 + 3y^2 - 64 \ln x - 96 \ln y$
 $\checkmark z_{\min}(4, 4) = 80 - 160 \ln 4$
- 21) $z = 3x^2 + 2y^2 - 6 \ln x - 36 \ln y$
 $\checkmark z_{\min}(1, 3) = 21 - 6 \ln 1 - 36 \ln 3$
- 22) $z = 4x^2 + 4y^2 - 8 \ln x - 200 \ln y$
 $\checkmark z_{\min}(1, 5) = 104 - 8 \ln 1 - 200 \ln 5$
- 23) $z = 2x^2 + 3y^2 - 100 \ln x - 150 \ln y$
 $\checkmark z_{\min}(5, 5) = 125 - 250 \ln 5$
- 24) $z = 5x^2 + 2y^2 - 250 \ln x - 4 \ln y$
 $\checkmark z_{\min}(5, 1) = 127 - 250 \ln 5 - 4 \ln 1$
- 25) $z = 4x^2 + 5y^2 - 72 \ln x - 10 \ln y$
 $\checkmark z_{\min}(3, 1) = 41 - 72 \ln 3 - 10 \ln 1$
- 26) $z = 3x^2 + 3y^2 - 150 \ln x - 6 \ln y$
 $\checkmark z_{\min}(5, 1) = 78 - 150 \ln 5 - 6 \ln 1$
- 27) $z = 4x^2 + 3y^2 - 200 \ln x - 24 \ln y$
 $\checkmark z_{\min}(5, 2) = 112 - 200 \ln 5 - 24 \ln 2$
- 28) $z = 4x^2 + 4y^2 - 200 \ln x - 72 \ln y$
 $\checkmark z_{\min}(5, 3) = 136 - 200 \ln 5 - 72 \ln 3$
- 29) $z = 5x^2 + 2y^2 - 40 \ln x - 36 \ln y$
 $\checkmark z_{\min}(2, 3) = 38 - 40 \ln 2 - 36 \ln 3$
- 30) $z = 3x^2 + 5y^2 - 6 \ln x - 10 \ln y$
 $\checkmark z_{\min}(1, 1) = 8 - 16 \ln 1$

Задача 256. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $z = f(x, y)$ в указанном круге.

- 1) $z = x^2 + y^2 - 4x - 2y, \quad x^2 + y^2 \leq 45$
 $\checkmark z_{\min} = z(2, 1) = -5, \quad z_{\max} = z(-6, -3) = 75$
- 2) $z = -x^2 - y^2 + 4x + 2y, \quad x^2 + y^2 \leq 45$
 $\checkmark z_{\min} = z(-6, -3) = -75, \quad z_{\max} = z(2, 1) = 5$
- 3) $z = x^2 + y^2 - 2x - 4y, \quad x^2 + y^2 \leq 45$
 $\checkmark z_{\min} = z(1, 2) = -5, \quad z_{\max} = z(-3, -6) = 75$
- 4) $z = -x^2 - y^2 + 2x - 2y, \quad x^2 + y^2 \leq 8$
 $\checkmark z_{\min} = z(-2, 2) = -16, \quad z_{\max} = z(1, -1) = 2$
- 5) $z = -x^2 - y^2 + 4x + 4y, \quad x^2 + y^2 \leq 128$
 $\checkmark z_{\min} = z(-8, -8) = -192, \quad z_{\max} = z(2, 2) = 8$
- 6) $z = x^2 + y^2 + 2x - 2y, \quad x^2 + y^2 \leq 8$
 $\checkmark z_{\min} = z(-1, 1) = -2, \quad z_{\max} = z(2, -2) = 16$
- 7) $z = -x^2 - y^2 + 2x - 4y, \quad x^2 + y^2 \leq 20$
 $\checkmark z_{\min} = z(-2, 4) = -40, \quad z_{\max} = z(1, -2) = 5$
- 8) $z = -x^2 - y^2 - 2x - 2y, \quad x^2 + y^2 \leq 8$
 $\checkmark z_{\min} = z(2, 2) = -16, \quad z_{\max} = z(-1, -1) = 2$
- 9) $z = x^2 + y^2 + 2x - 2y, \quad x^2 + y^2 \leq 18$
 $\checkmark z_{\min} = z(-1, 1) = -2, \quad z_{\max} = z(3, -3) = 30$
- 10) $z = x^2 + y^2 - 4x + 4y, \quad x^2 + y^2 \leq 32$
 $\checkmark z_{\min} = z(2, -2) = -8, \quad z_{\max} = z(-4, 4) = 64$
- 11) $z = x^2 + y^2 + 2x + 2y, \quad x^2 + y^2 \leq 32$
 $\checkmark z_{\min} = z(-1, -1) = -2, \quad z_{\max} = z(4, 4) = 48$
- 12) $z = -x^2 - y^2 + 2x - 2y, \quad x^2 + y^2 \leq 32$
 $\checkmark z_{\min} = z(-4, 4) = -48, \quad z_{\max} = z(1, -1) = 2$
- 13) $z = x^2 + y^2 - 2x + 4y, \quad x^2 + y^2 \leq 45$
 $\checkmark z_{\min} = z(1, -2) = -5, \quad z_{\max} = z(-3, 6) = 75$
- 14) $z = x^2 + y^2 + 4x + 2y, \quad x^2 + y^2 \leq 45$
 $\checkmark z_{\min} = z(-2, -1) = -5, \quad z_{\max} = z(6, 3) = 75$
- 15) $z = x^2 + y^2 - 2x - 2y, \quad x^2 + y^2 \leq 8$
 $\checkmark z_{\min} = z(1, 1) = -2, \quad z_{\max} = z(-2, -2) = 16$
- 16) $z = -x^2 - y^2 + 4x - 2y, \quad x^2 + y^2 \leq 20$
 $\checkmark z_{\min} = z(-4, 2) = -40, \quad z_{\max} = z(2, -1) = 5$
- 17) $z = -x^2 - y^2 - 4x - 2y, \quad x^2 + y^2 \leq 20$
 $\checkmark z_{\min} = z(4, 2) = -40, \quad z_{\max} = z(-2, -1) = 5$
- 18) $z = x^2 + y^2 - 2x + 2y, \quad x^2 + y^2 \leq 32$
 $\checkmark z_{\min} = z(1, -1) = -2, \quad z_{\max} = z(-4, 4) = 48$
- 19) $z = -x^2 - y^2 + 4x - 2y, \quad x^2 + y^2 \leq 45$
 $\checkmark z_{\min} = z(-6, 3) = -75, \quad z_{\max} = z(2, -1) = 5$
- 20) $z = x^2 + y^2 + 4x - 4y, \quad x^2 + y^2 \leq 128$
 $\checkmark z_{\min} = z(-2, 2) = -8, \quad z_{\max} = z(8, -8) = 192$
- 21) $z = x^2 + y^2 + 2x + 4y, \quad x^2 + y^2 \leq 20$
 $\checkmark z_{\min} = z(-1, -2) = -5, \quad z_{\max} = z(2, 4) = 40$
- 22) $z = x^2 + y^2 + 2x - 4y, \quad x^2 + y^2 \leq 45$
 $\checkmark z_{\min} = z(-1, 2) = -5, \quad z_{\max} = z(3, -6) = 75$
- 23) $z = -x^2 - y^2 - 4x + 2y, \quad x^2 + y^2 \leq 45$
 $\checkmark z_{\min} = z(6, -3) = -75, \quad z_{\max} = z(-2, 1) = 5$
- 24) $z = -x^2 - y^2 + 2x + 4y, \quad x^2 + y^2 \leq 20$
 $\checkmark z_{\min} = z(-2, -4) = -40, \quad z_{\max} = z(1, 2) = 5$
- 25) $z = x^2 + y^2 + 2x + 4y, \quad x^2 + y^2 \leq 45$
 $\checkmark z_{\min} = z(-1, -2) = -5, \quad z_{\max} = z(3, 6) = 75$
- 26) $z = x^2 + y^2 + 4x + 2y, \quad x^2 + y^2 \leq 20$
 $\checkmark z_{\min} = z(-2, -1) = -5, \quad z_{\max} = z(4, 2) = 40$
- 27) $z = x^2 + y^2 - 4x - 4y, \quad x^2 + y^2 \leq 128$
 $\checkmark z_{\min} = z(2, 2) = -8, \quad z_{\max} = z(-8, -8) = 192$
- 28) $z = -x^2 - y^2 + 2x + 2y, \quad x^2 + y^2 \leq 18$
 $\checkmark z_{\min} = z(-3, -3) = -30, \quad z_{\max} = z(1, 1) = 2$

29) $z = x^2 + y^2 + 4x + 4y, \quad x^2 + y^2 \leq 32$
 $\checkmark \quad z_{\min} = z(-2, -2) = -8, \quad z_{\max} = z(4, 4) = 64$

30) $z = x^2 + y^2 - 4x - 4y, \quad x^2 + y^2 \leq 72$
 $\checkmark \quad z_{\min} = z(2, 2) = -8, \quad z_{\max} = z(-6, -6) = 120$

Задача 257. Дана система точек, координаты которых указаны в таблице. По методу наименьших квадратов построить аппроксимирующую прямую.

1)

k	1	2	3	4	5
x_k	-4	-3	-2	1	2
y_k	23	-18	-1	2	0

$\checkmark \quad y = -x$

2)

k	1	2	3	4	5
x_k	-2	-1	0	3	5
y_k	7	-9	1	6	15

$\checkmark \quad y = 2x + 2$

3)

k	1	2	3	4	5
x_k	-2	-1	0	2	3
y_k	0	-17	-7	0	3

$\checkmark \quad y = 2x - 5$

4)

k	1	2	3	4	5
x_k	-5	-4	-3	-1	2
y_k	-1	14	-2	-6	-8

$\checkmark \quad y = -2x - 5$

5)

k	1	2	3	4	5
x_k	-2	-1	1	4	7
y_k	4	-2	2	4	11

$\checkmark \quad y = x + 2$

6)

k	1	2	3	4	5
x_k	-3	-2	1	3	6
y_k	25	-6	0	2	-6

$\checkmark \quad y = -2x + 5$

7)

k	1	2	3	4	5
x_k	-2	-1	2	5	6
y_k	-6	4	3	8	16

$\checkmark \quad y = 2x + 1$

8)

k	1	2	3	4	5
x_k	-5	-4	-3	-1	0
y_k	1	-14	-8	-2	0

$\checkmark \quad y = x - 2$

9)

k	1	2	3	4	5
x_k	-2	-1	2	3	6
y_k	-5	26	-2	-4	-6

$\checkmark \quad y = -2x + 5$

10)

k	1	2	3	4	5
x_k	-3	-2	-1	1	4
y_k	12	-12	-5	-5	-4

$\checkmark \quad y = -x - 3$

11)

k	1	2	3	4	5
x_k	-3	-2	1	2	5
y_k	3	10	-5	-6	-8

$\checkmark \quad y = -2x$

12)

k	1	2	3	4	5
x_k	-2	-1	0	3	5
y_k	5	-14	-5	3	11

$\checkmark \quad y = 2x - 2$

13)

k	1	2	3	4	5
x_k	-4	-3	0	1	2
y_k	-7	29	2	1	4

$\checkmark \quad y = -x + 5$

14)

k	1	2	3	4	5
x_k	-3	-2	-1	0	1
y_k	-11	2	-4	-4	2

$\checkmark \quad y = 2x - 1$

15)

k	1	2	3	4	5
x_k	-4	-3	0	2	3
y_k	-10	12	-6	-8	-6

$\checkmark \quad y = -x - 4$

16)

k	1	2	3	4	5
x_k	-4	-3	-2	1	2
y_k	0	10	0	-4	0

$\checkmark \quad y = -x$

17)

k	1	2	3	4	5
x_k	-5	-4	-2	-1	1
y_k	14	-23	-1	4	5

$\checkmark \quad y = x + 2$

18)

k	1	2	3	4	5
x_k	-3	-2	-1	1	4
y_k	5	-23	-6	0	7

$\checkmark \quad y = 2x - 3$

19)

k	1	2	3	4	5
x_k	-5	-4	-1	2	4
y_k	-11	-6	-3	3	9

$\checkmark \quad y = 2x$

20)

k	1	2	3	4	5
x_k	-5	-4	-1	0	3
y_k	30	-13	3	7	5

$\checkmark \quad y = -x + 5$

21)

k	1	2	3	4	5
x_k	-4	-3	-1	1	4
y_k	-3	9	-3	-5	-5

$\checkmark \quad y = -x - 2$

22)

k	1	2	3	4	5
x_k	-3	-2	0	2	4
y_k	21	-11	-1	0	-6

$\checkmark \quad y = -2x + 1$

23)

k	1	2	3	4	5
x_k	-2	-1	1	2	4
y_k	-9	17	1	2	8

$\checkmark \quad y = x + 3$

24)

k	1	2	3	4	5
x_k	-5	-4	-3	-2	0
y_k	6	1	-2	-1	0

$\checkmark \quad y = -x - 2$

25)

k	1	2	3	4	5
x_k	-2	-1	1	4	6
y_k	-10	0	-2	2	11

$\checkmark \quad y = 2x - 3$

26)

k	1	2	3	4	5
x_k	-3	-2	0	2	4
y_k	-18	12	-6	-4	2

$\checkmark \quad y = x - 3$

27)

k	1	2	3	4	5
x_k	-3	-2	0	2	5
y_k	37	-32	-1	-1	-7

$\checkmark \quad y = -2x$

28)

k	1	2	3	4	5
x_k	-5	-4	-1	0	1
y_k	6	5	-3	-7	-3

$\checkmark \quad y = -2x - 4$

29)

k	1	2	3	4	5
x_k	-4	-3	-2	0	3
y_k	3	-20	-10	-4	0

$\checkmark \quad y = x - 5$

30)

k	1	2	3	4	5
x_k	-4	-3	-1	2	3
y_k	18	-15	-1	-2	-2

$\checkmark \quad y = -x - 1$

Задача 258. В группе студентов-первокурсников у 12 студентов были измерены длина тела (h) и масса тела (m). С помощью метода наименьших квадратов построить линейную зависимость массы тела от длины тела.

1)

Номер	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
h , см	160	166	168	170	170	172	174	176	178	180	186	190
m , кг	57	55	59	60	59	64	64	57	65	59	74	61

$\checkmark \quad m = \frac{821h}{2363} + \frac{1546}{2363}$

	Номер	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
2)	h , см	162	166	168	170	172	174	174	176	178	180	182	188
	m , кг	57	55	56	61	63	63	63	60	64	59	58	77

$$\checkmark m = \frac{958h}{1739} - \frac{60193}{1739}$$

	Номер	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
3)	h , см	160	164	168	170	172	174	176	176	178	180	186	190
	m , кг	56	54	56	59	60	59	62	60	63	58	68	61

$$\checkmark m = \frac{262h}{809} + \frac{7654}{2427}$$

	Номер	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
4)	h , см	160	164	166	170	172	174	174	176	178	182	184	186
	m , кг	53	53	55	60	61	59	64	57	64	59	67	68

$$\checkmark m = \frac{102h}{193} - \frac{6151}{193}$$

	Номер	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
5)	h , см	162	166	168	170	172	172	174	176	178	182	186	190
	m , кг	54	55	61	60	60	63	62	70	64	60	64	77

$$\checkmark m = \frac{327h}{560} - \frac{5529}{140}$$

	Номер	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
6)	h , см	160	166	168	170	172	172	174	176	178	180	182	188
	m , кг	55	62	58	62	60	62	60	63	65	75	75	60

$$\checkmark m = \frac{1777h}{3814} - \frac{34151}{1907}$$

	Номер	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
7)	h , см	164	166	168	170	172	172	174	176	178	182	184	188
	m , кг	57	57	56	62	59	58	63	57	62	59	67	60

$$\checkmark m = \frac{283h}{1202} + \frac{11218}{601}$$

	Номер	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
8)	h , см	160	164	166	170	170	172	174	176	178	180	184	188
	m , кг	53	62	60	61	61	58	60	57	65	70	59	60

$$\checkmark m = \frac{141h}{745} + \frac{20609}{745}$$

	Номер	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
9)	h , см	160	164	166	170	170	172	174	176	178	180	182	186
	m , кг	55	56	55	58	59	56	61	63	65	59	62	63

$$\checkmark m = \frac{706h}{1955} - \frac{6259}{1955}$$

	Номер	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
10)	h , см	160	166	168	170	172	174	176	178	178	180	182	188
	m , кг	54	54	61	60	63	65	65	61	65	70	66	64

$$\checkmark m = \frac{463h}{970} - \frac{20253}{970}$$

	Номер	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
11)	h , см	160	166	168	170	172	172	174	176	178	182	184	188
	m , кг	57	57	63	60	61	63	64	65	64	76	59	76

$$\checkmark m = \frac{2403h}{4198} - \frac{75450}{2099}$$

	Номер	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
12)	h , см	160	164	168	170	172	174	176	178	178	180	182	188
	m , кг	56	56	61	59	62	63	65	61	66	58	75	77

$$\checkmark m = \frac{2805h}{4102} - \frac{114543}{2051}$$

13)	Номер	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
	h , см	164	166	168	170	172	174	176	178	178	180	182	188
	m , кг	55	63	58	61	60	64	65	64	66	59	66	64

$$\checkmark m = \frac{62h}{205} + \frac{7591}{820}$$

14)	Номер	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
	h , см	160	164	168	170	172	172	174	176	178	180	186	190
	m , кг	55	54	63	60	61	56	60	57	62	70	64	78

$$\checkmark m = \frac{1538h}{2435} - \frac{23542}{487}$$

15)	Номер	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
	h , см	160	164	168	170	172	174	176	178	178	182	186	188
	m , кг	55	53	58	58	60	65	61	66	63	59	77	64

$$\checkmark m = \frac{164h}{295} - \frac{41913}{1180}$$

16)	Номер	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
	h , см	160	164	168	170	172	174	174	176	178	182	184	186
	m , кг	54	62	61	59	63	57	61	63	66	66	73	75

$$\checkmark m = \frac{111h}{170} - \frac{12821}{255}$$

17)	Номер	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
	h , см	162	166	168	170	172	174	176	178	178	182	186	190
	m , кг	56	63	59	60	63	65	61	71	65	59	74	77

$$\checkmark m = \frac{2761h}{4486} - \frac{97331}{2243}$$

18)	Номер	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
	h , см	162	166	168	170	172	174	174	176	178	182	186	188
	m , кг	57	54	56	62	59	64	62	57	66	76	60	60

$$\checkmark m = \frac{359h}{1024} - \frac{39}{256}$$

19)	Номер	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
	h , см	160	166	168	170	172	172	174	176	178	182	186	188
	m , кг	54	63	58	58	62	64	61	57	63	71	74	69

$$\checkmark m = \frac{667h}{1114} - \frac{23142}{557}$$

20)	Номер	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
	h , см	160	164	168	170	172	172	174	176	178	180	184	188
	m , кг	57	62	61	62	61	58	61	65	66	59	63	64

$$\checkmark m = \frac{763h}{4246} + \frac{64424}{2123}$$

21)	Номер	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
	h , см	160	164	166	170	172	174	174	176	178	182	186	190
	m , кг	57	56	58	59	63	57	60	57	64	60	74	61

$$\checkmark m = \frac{216h}{647} + \frac{2975}{1294}$$

22)	Номер	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
	h , см	160	164	168	170	172	174	174	176	178	180	182	186
	m , кг	56	61	61	62	62	64	60	65	66	65	58	75

$$\checkmark m = \frac{803h}{1844} - \frac{5859}{461}$$

23)	Номер	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
	h , см	160	164	166	170	172	174	176	176	178	180	184	188
	m , кг	57	62	55	62	62	63	61	63	65	65	59	64

$$\checkmark m = \frac{77h}{368} + \frac{4617}{184}$$

	Номер	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
24)	h , см	164	166	168	170	170	172	174	176	178	182	186	190
	m , кг	55	54	58	58	59	58	64	63	64	66	68	78

$$\checkmark m = \frac{845h}{1072} - \frac{5065}{67}$$

	Номер	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
25)	h , см	160	164	166	170	172	172	174	176	178	180	186	190
	m , кг	56	53	55	61	61	58	62	70	65	65	60	61

$$\checkmark m = \frac{25h}{84} + \frac{739}{84}$$

	Номер	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
26)	h , см	160	164	166	170	172	174	176	178	178	182	186	190
	m , кг	55	54	55	61	62	65	62	61	65	76	64	65

$$\checkmark m = \frac{161h}{328} - \frac{3879}{164}$$

	Номер	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
27)	h , см	164	166	168	170	172	174	176	176	178	180	182	188
	m , кг	57	54	61	61	60	63	65	57	66	75	75	77

$$\checkmark m = \frac{1037h}{1074} - \frac{55976}{537}$$

	Номер	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
28)	h , см	160	164	166	170	172	174	176	176	178	182	184	186
	m , кг	55	56	57	59	63	63	63	65	65	59	63	68

$$\checkmark m = \frac{143h}{356} - \frac{4571}{534}$$

	Номер	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
29)	h , см	164	166	168	170	172	172	174	176	178	182	184	188
	m , кг	56	54	58	60	63	58	60	60	65	71	59	69

$$\checkmark m = \frac{631h}{1202} - \frac{55031}{1803}$$

	Номер	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
30)	h , см	160	164	166	170	170	172	174	176	178	180	186	190
	m , кг	57	53	58	60	62	58	61	65	65	70	77	77

$$\checkmark m = \frac{4183h}{5110} - \frac{28731}{365}$$

Задача 259. Решить задачу.

- 1) Найти максимальный объём вписанного в эллипсоид с полуосями $a = 3$, $b = 3$ и $c = 4$ прямоугольного параллелепипеда.

$$\checkmark 32\sqrt{3}$$

- 2) Найти максимальный объём вписанного в эллипсоид с полуосями $a = 2$, $b = 1$ и $c = 3$ прямоугольного параллелепипеда.

$$\checkmark \frac{16\sqrt{3}}{3}$$

- 3) Найти максимальный объём вписанного в эллипсоид с полуосями $a = 2$, $b = 3$ и $c = 2$ прямоугольного параллелепипеда.

$$\checkmark \frac{32\sqrt{3}}{3}$$

- 4) Найти максимальный объём вписанного в эллипсоид с полуосями $a = 4$, $b = 1$ и $c = 2$ прямоугольного параллелепипеда.

$$\checkmark \frac{64\sqrt{3}}{9}$$

- 5) Найти максимальный объём вписанного в эллипсоид с полуосями $a = 3$, $b = 3$ и $c = 6$ прямоугольного параллелепипеда.

$$\checkmark 48\sqrt{3}$$

- 6) Найти максимальный объём вписанного в эллипсоид с полуосями $a = 3$, $b = 6$ и $c = 3$ прямоугольного параллелепипеда.

$$\checkmark 48\sqrt{3}$$

- 7) Найти максимальный объём вписанного в эллипсоид с полуосями $a = 3$, $b = 4$ и $c = 3$ прямоугольного параллелепипеда.

$$\checkmark 32\sqrt{3}$$

- 8) Найти максимальный объём вписанного в эллипсоид с полуосями $a = 1$, $b = 4$ и $c = 2$ прямоугольного параллелепипеда.

$$\checkmark \frac{64\sqrt{3}}{9}$$

Задача 260. Вычислить двойной интеграл

- 1) $\iint_{\substack{2 \leq x \leq 3 \\ 2 \leq y \leq 3}} \frac{dx dy}{(x+y+2)^2}$
✓ $\ln \frac{49}{48}$
- 2) $\iint_{\substack{0 \leq x \leq 1 \\ 2 \leq x \leq 3}} \frac{dx dy}{(3x+3y+3)^2}$
✓ $\frac{1}{9} \ln \frac{16}{15}$
- 3) $\iint_{\substack{1 \leq x \leq 2 \\ 2 \leq x \leq 4}} \frac{dx dy}{(2x+2y+1)^2}$
✓ $\frac{1}{4} \ln \frac{99}{91}$
- 4) $\iint_{\substack{1 \leq x \leq 2 \\ 3 \leq x \leq 5}} \frac{dx dy}{(x+y+2)^2}$
✓ $\ln \frac{28}{27}$
- 5) $\iint_{\substack{3 \leq x \leq 5 \\ 1 \leq x \leq 2}} \frac{dx dy}{(2x+3y+2)^2}$
✓ $\frac{1}{6} \ln \frac{35}{33}$
- 6) $\iint_{\substack{2 \leq x \leq 4 \\ 2 \leq x \leq 3}} \frac{dx dy}{(2x+2y+1)^2}$
✓ $\frac{1}{4} \ln \frac{143}{135}$
- 7) $\iint_{\substack{1 \leq x \leq 2 \\ 1 \leq x \leq 2}} \frac{dx dy}{(2x+2y+3)^2}$
✓ $\frac{1}{4} \ln \frac{81}{77}$
- 8) $\iint_{\substack{2 \leq x \leq 4 \\ 2 \leq x \leq 3}} \frac{dx dy}{(2x+3y+2)^2}$
✓ $\frac{1}{6} \ln \frac{20}{19}$
- 9) $\iint_{\substack{3 \leq x \leq 4 \\ 1 \leq x \leq 2}} \frac{dx dy}{(3x+2y)^2}$
✓ $\frac{1}{6} \ln \frac{91}{88}$
- 10) $\iint_{\substack{2 \leq x \leq 4 \\ 3 \leq x \leq 4}} \frac{dx dy}{(3x+y+1)^2}$
✓ $\frac{1}{3} \ln \frac{88}{85}$
- 11) $\iint_{\substack{0 \leq x \leq 2 \\ 0 \leq x \leq 2}} \frac{dx dy}{(x+3y+1)^2}$
✓ $\frac{1}{3} \ln \frac{7}{3}$
- 12) $\iint_{\substack{2 \leq x \leq 4 \\ 3 \leq x \leq 4}} \frac{dx dy}{(x+y+2)^2}$
✓ $\ln \frac{36}{35}$
- 13) $\iint_{\substack{1 \leq x \leq 2 \\ 1 \leq x \leq 3}} \frac{dx dy}{(x+3y+1)^2}$
✓ $\frac{1}{3} \ln \frac{11}{10}$
- 14) $\iint_{\substack{1 \leq x \leq 2 \\ 3 \leq x \leq 4}} \frac{dx dy}{(2x+y+2)^2}$
✓ $\frac{1}{2} \ln \frac{36}{35}$
- 15) $\iint_{\substack{0 \leq x \leq 1 \\ 1 \leq x \leq 3}} \frac{dx dy}{(3x+y+3)^2}$
✓ $\frac{1}{3} \ln \frac{7}{6}$
- 16) $\iint_{\substack{1 \leq x \leq 3 \\ 1 \leq x \leq 3}} \frac{dx dy}{(x+2y+2)^2}$
✓ $\frac{1}{2} \ln \frac{63}{55}$
- 17) $\iint_{\substack{1 \leq x \leq 2 \\ 0 \leq x \leq 2}} \frac{dx dy}{(x+2y+3)^2}$
✓ $\frac{1}{2} \ln \frac{10}{9}$
- 18) $\iint_{\substack{2 \leq x \leq 3 \\ 2 \leq x \leq 4}} \frac{dx dy}{(2x+3y+3)^2}$
✓ $\frac{1}{6} \ln \frac{95}{91}$
- 19) $\iint_{\substack{3 \leq x \leq 4 \\ 2 \leq x \leq 4}} \frac{dx dy}{(3x+3y+2)^2}$
✓ $\frac{1}{9} \ln \frac{230}{221}$
- 20) $\iint_{\substack{1 \leq x \leq 2 \\ 1 \leq x \leq 2}} \frac{dx dy}{(2x+y+1)^2}$
✓ $\frac{1}{2} \ln \frac{15}{14}$
- 21) $\iint_{\substack{2 \leq x \leq 3 \\ 2 \leq x \leq 3}} \frac{dx dy}{(3x+2y+2)^2}$
✓ $\frac{1}{6} \ln \frac{35}{34}$
- 22) $\iint_{\substack{2 \leq x \leq 3 \\ 2 \leq x \leq 4}} \frac{dx dy}{(3x+3y+2)^2}$
✓ $\frac{1}{9} \ln \frac{170}{161}$
- 23) $\iint_{\substack{3 \leq x \leq 5 \\ 3 \leq x \leq 4}} \frac{dx dy}{(x+3y)^2}$
✓ $\frac{1}{3} \ln \frac{35}{34}$
- 24) $\iint_{\substack{2 \leq x \leq 4 \\ 1 \leq x \leq 3}} \frac{dx dy}{(3x+3y+2)^2}$
✓ $\frac{1}{9} \ln \frac{289}{253}$
- 25) $\iint_{\substack{1 \leq x \leq 3 \\ 2 \leq x \leq 3}} \frac{dx dy}{(3x+y+2)^2}$
✓ $\frac{1}{3} \ln \frac{52}{49}$
- 26) $\iint_{\substack{3 \leq x \leq 5 \\ 1 \leq x \leq 3}} \frac{dx dy}{(2x+y+1)^2}$
✓ $\frac{1}{2} \ln \frac{15}{14}$
- 27) $\iint_{\substack{0 \leq x \leq 1 \\ 2 \leq x \leq 4}} \frac{dx dy}{(3x+y+1)^2}$
✓ $\frac{1}{3} \ln \frac{5}{4}$
- 28) $\iint_{\substack{2 \leq x \leq 4 \\ 2 \leq x \leq 4}} \frac{dx dy}{(2x+y+1)^2}$
✓ $\frac{1}{2} \ln \frac{99}{91}$
- 29) $\iint_{\substack{1 \leq x \leq 2 \\ 3 \leq x \leq 5}} \frac{dx dy}{(3x+y+2)^2}$
✓ $\frac{1}{3} \ln \frac{55}{52}$
- 30) $\iint_{\substack{2 \leq x \leq 3 \\ 1 \leq x \leq 3}} \frac{dx dy}{(2x+2y+1)^2}$
✓ $\frac{1}{4} \ln \frac{99}{91}$

Задача 261. Вычислить двойной интеграл.

- 1) $\iint_{\triangle ABC} \left(2xy - \frac{y}{x} \right) dx dy,$
A(0,0), B(3,4), C(3,8).
✓ 96
- 2) $\iint_{\triangle ABC} \left(2xy - \frac{4y}{x} \right) dx dy,$
A(0,0), B(1,2), C(1,6).
✓ -24
- 3) $\iint_{\triangle ABC} \left(2xy + \frac{4y}{x} \right) dx dy,$
A(0,0), B(1,2), C(1,8).
✓ 75
- 4) $\iint_{\triangle ABC} \left(2xy - \frac{7y}{x} \right) dx dy,$
A(0,0), B(3,1), C(3,5).
✓ 12
- 5) $\iint_{\triangle ABC} \left(2xy + \frac{3y}{x} \right) dx dy,$
A(0,0), B(4,2), C(4,8).
✓ 285
- 6) $\iint_{\triangle ABC} \left(2xy + \frac{3y}{x} \right) dx dy,$
A(0,0), B(3,2), C(3,4).
✓ 36

7) $\iint_{\triangle ABC} \left(2xy - \frac{9y}{x}\right) dx dy,$
 $A(0,0), B(4,1), C(4,3).$
 ✓ 14

10) $\iint_{\triangle ABC} \left(2xy - \frac{2y}{x}\right) dx dy,$
 $A(0,0), B(3,1), C(3,3).$
 ✓ 14

13) $\iint_{\triangle ABC} \left(2xy - \frac{3y}{x}\right) dx dy,$
 $A(0,0), B(3,2), C(3,8).$
 ✓ 90

16) $\iint_{\triangle ABC} \left(2xy - \frac{y}{x}\right) dx dy,$
 $A(0,0), B(1,4), C(1,8).$
 ✓ 0

19) $\iint_{\triangle ABC} \left(2xy + \frac{4y}{x}\right) dx dy,$
 $A(0,0), B(1,4), C(1,6).$
 ✓ 25

22) $\iint_{\triangle ABC} \left(2xy + \frac{2y}{x}\right) dx dy,$
 $A(0,0), B(3,1), C(3,7).$
 ✓ 132

25) $\iint_{\triangle ABC} \left(2xy + \frac{2y}{x}\right) dx dy,$
 $A(0,0), B(2,4), C(2,10).$
 ✓ 126

28) $\iint_{\triangle ABC} \left(2xy - \frac{9y}{x}\right) dx dy,$
 $A(0,0), B(2,1), C(2,3).$
 ✓ -10

8) $\iint_{\triangle ABC} \left(2xy - \frac{7y}{x}\right) dx dy,$
 $A(0,0), B(3,4), C(3,6).$
 ✓ 10

11) $\iint_{\triangle ABC} \left(2xy - \frac{2y}{x}\right) dx dy,$
 $A(0,0), B(4,2), C(4,4).$
 ✓ 42

14) $\iint_{\triangle ABC} \left(2xy - \frac{y}{x}\right) dx dy,$
 $A(0,0), B(3,4), C(3,6).$
 ✓ 40

17) $\iint_{\triangle ABC} \left(2xy - \frac{6y}{x}\right) dx dy,$
 $A(0,0), B(2,2), C(2,8).$
 ✓ -30

20) $\iint_{\triangle ABC} \left(2xy + \frac{4y}{x}\right) dx dy,$
 $A(0,0), B(2,4), C(2,10).$
 ✓ 168

23) $\iint_{\triangle ABC} \left(2xy + \frac{5y}{x}\right) dx dy,$
 $A(0,0), B(2,1), C(2,7).$
 ✓ 108

26) $\iint_{\triangle ABC} \left(2xy - \frac{6y}{x}\right) dx dy,$
 $A(0,0), B(1,1), C(1,7).$
 ✓ -60

29) $\iint_{\triangle ABC} \left(2xy - \frac{y}{x}\right) dx dy,$
 $A(0,0), B(2,3), C(2,9).$
 ✓ 54

9) $\iint_{\triangle ABC} \left(2xy + \frac{2y}{x}\right) dx dy,$
 $A(0,0), B(4,4), C(4,10).$
 ✓ 378

12) $\iint_{\triangle ABC} \left(2xy + \frac{3y}{x}\right) dx dy,$
 $A(0,0), B(3,2), C(3,6).$
 ✓ 96

15) $\iint_{\triangle ABC} \left(2xy + \frac{3y}{x}\right) dx dy,$
 $A(0,0), B(1,3), C(1,5).$
 ✓ 16

18) $\iint_{\triangle ABC} \left(2xy + \frac{2y}{x}\right) dx dy,$
 $A(0,0), B(3,4), C(3,10).$
 ✓ 231

21) $\iint_{\triangle ABC} \left(2xy - \frac{7y}{x}\right) dx dy,$
 $A(0,0), B(4,2), C(4,4).$
 ✓ 27

24) $\iint_{\triangle ABC} \left(2xy - \frac{4y}{x}\right) dx dy,$
 $A(0,0), B(2,1), C(2,7).$
 ✓ 0

27) $\iint_{\triangle ABC} \left(2xy - \frac{7y}{x}\right) dx dy,$
 $A(0,0), B(2,1), C(2,3).$
 ✓ -6

30) $\iint_{\triangle ABC} \left(2xy - \frac{8y}{x}\right) dx dy,$
 $A(0,0), B(4,3), C(4,7).$
 ✓ 80

Задача 262. Найти двойной интеграл по области D , ограниченной указанными линиями

1) $\iint_D \frac{x}{y^2} dx dy$
 $D: y = 3x, y = \frac{27}{x}, x = 4$
 ✓ $\frac{10}{81}$

4) $\iint_D \frac{x}{y^2} dx dy$
 $D: y = 3x, y = \frac{12}{x}, x = 3$
 ✓ $\frac{7}{36}$

2) $\iint_D \frac{x^2}{y^2} dx dy$
 $D: y = 3x, y = \frac{3}{x}, x = 3$
 ✓ $\frac{16}{3}$

5) $\iint_D \frac{x}{y^2} dx dy$
 $D: y = x, y = \frac{4}{x}, x = 4$
 ✓ $\frac{8}{3}$

3) $\iint_D \frac{x}{y^2} dx dy$
 $D: y = 4x, y = \frac{16}{x}, x = 3$
 ✓ $\frac{7}{48}$

6) $\iint_D \frac{x^2}{y^2} dx dy$
 $D: y = 4x, y = \frac{36}{x}, x = 5$
 ✓ $\frac{16}{9}$

- 7) $\iint_D \frac{x^2}{y^2} dx dy$
 $D: y = x, y = \frac{9}{x}, x = 4$
 $\checkmark \frac{49}{36}$
- 8) $\iint_D \frac{x^2}{y^2} dx dy$
 $D: y = 2x, y = \frac{18}{x}, x = 4$
 $\checkmark \frac{49}{72}$
- 9) $\iint_D \frac{x^2}{y^2} dx dy$
 $D: y = 3x, y = \frac{12}{x}, x = 3$
 $\checkmark \frac{25}{48}$
- 10) $\iint_D \frac{x^2}{y^2} dx dy$
 $D: y = 4x, y = \frac{16}{x}, x = 3$
 $\checkmark \frac{25}{64}$
- 11) $\iint_D \frac{x}{y^2} dx dy$
 $D: y = 3x, y = \frac{12}{x}, x = 4$
 $\checkmark \frac{8}{9}$
- 12) $\iint_D \frac{x^2}{y^2} dx dy$
 $D: y = 2x, y = \frac{18}{x}, x = 5$
 $\checkmark \frac{32}{9}$
- 13) $\iint_D \frac{x}{y^2} dx dy$
 $D: y = x, y = \frac{9}{x}, x = 4$
 $\checkmark \frac{10}{27}$
- 14) $\iint_D \frac{x}{y^2} dx dy$
 $D: y = 3x, y = \frac{3}{x}, x = 2$
 $\checkmark \frac{4}{9}$
- 15) $\iint_D \frac{x^2}{y^2} dx dy$
 $D: y = 2x, y = \frac{8}{x}, x = 4$
 $\checkmark \frac{9}{2}$
- 16) $\iint_D \frac{x^2}{y^2} dx dy$
 $D: y = 4x, y = \frac{4}{x}, x = 2$
 $\checkmark \frac{9}{16}$
- 17) $\iint_D \frac{x^2}{y^2} dx dy$
 $D: y = 4x, y = \frac{4}{x}, x = 3$
 $\checkmark 4$
- 18) $\iint_D \frac{x^2}{y^2} dx dy$
 $D: y = 3x, y = \frac{3}{x}, x = 2$
 $\checkmark \frac{3}{4}$
- 19) $\iint_D \frac{x}{y^2} dx dy$
 $D: y = 4x, y = \frac{36}{x}, x = 4$
 $\checkmark \frac{5}{54}$
- 20) $\iint_D \frac{x}{y^2} dx dy$
 $D: y = x, y = \frac{1}{x}, x = 2$
 $\checkmark \frac{4}{3}$
- 21) $\iint_D \frac{x^2}{y^2} dx dy$
 $D: y = x, y = \frac{4}{x}, x = 3$
 $\checkmark \frac{25}{16}$
- 22) $\iint_D \frac{x^2}{y^2} dx dy$
 $D: y = x, y = \frac{9}{x}, x = 5$
 $\checkmark \frac{64}{9}$
- 23) $\iint_D \frac{x}{y^2} dx dy$
 $D: y = 2x, y = \frac{8}{x}, x = 4$
 $\checkmark \frac{4}{3}$
- 24) $\iint_D \frac{x^2}{y^2} dx dy$
 $D: y = x, y = \frac{1}{x}, x = 3$
 $\checkmark 16$
- 25) $\iint_D \frac{x}{y^2} dx dy$
 $D: y = x, y = \frac{1}{x}, x = 3$
 $\checkmark \frac{20}{3}$
- 26) $\iint_D \frac{x}{y^2} dx dy$
 $D: y = 4x, y = \frac{36}{x}, x = 5$
 $\checkmark \frac{11}{27}$
- 27) $\iint_D \frac{x}{y^2} dx dy$
 $D: y = 3x, y = \frac{27}{x}, x = 5$
 $\checkmark \frac{44}{81}$
- 28) $\iint_D \frac{x}{y^2} dx dy$
 $D: y = 2x, y = \frac{2}{x}, x = 3$
 $\checkmark \frac{10}{3}$
- 29) $\iint_D \frac{x^2}{y^2} dx dy$
 $D: y = 4x, y = \frac{16}{x}, x = 4$
 $\checkmark \frac{9}{4}$
- 30) $\iint_D \frac{x}{y^2} dx dy$
 $D: y = 4x, y = \frac{4}{x}, x = 2$
 $\checkmark \frac{1}{3}$

Задача 263. Найти двойной интеграл по области D , ограниченной указанными линиями

- | | | |
|---|---|---|
| 1) $\iint_D \sqrt{4-x^2-y^2} xy dx dy$
$D: y = x, y = 3x, x^2 + y^2 = 4$
✓ $\frac{64}{75}$ | 2) $\iint_D \sqrt{4-x^2-y^2} xy dx dy$
$D: y = \frac{x}{2}, y = \frac{3x}{2}, x^2 + y^2 = 4$
✓ $\frac{1024}{975}$ | 3) $\iint_D \sqrt{a^2-x^2-y^2} xy dx dy$
$D: y = \frac{x}{2}, y = 2x, x^2 + y^2 = a^2$
✓ $\frac{a^5}{25}$ |
| 4) $\iint_D \sqrt{1-x^2-y^2} xy dx dy$
$D: y = x, y = \frac{3x}{2}, x^2 + y^2 = 1$
✓ $\frac{1}{78}$ | 5) $\iint_D \sqrt{a^2-x^2-y^2} xy dx dy$
$D: y = x, y = 3x, x^2 + y^2 = a^2$
✓ $\frac{2a^5}{75}$ | 6) $\iint_D \sqrt{4-x^2-y^2} xy dx dy$
$D: y = x, y = \frac{3x}{2}, x^2 + y^2 = 4$
✓ $\frac{16}{39}$ |
| 7) $\iint_D \sqrt{1-x^2-y^2} xy dx dy$
$D: y = \frac{x}{2}, y = 3x, x^2 + y^2 = 1$
✓ $\frac{7}{150}$ | 8) $\iint_D \sqrt{4-x^2-y^2} xy dx dy$
$D: y = \frac{x}{2}, y = 3x, x^2 + y^2 = 4$
✓ $\frac{112}{75}$ | 9) $\iint_D \sqrt{1-x^2-y^2} xy dx dy$
$D: y = \frac{x}{2}, y = 2x, x^2 + y^2 = 1$
✓ $\frac{1}{25}$ |
| 10) $\iint_D \sqrt{a^2-x^2-y^2} xy dx dy$
$D: y = \frac{x}{2}, y = 3x, x^2 + y^2 = a^2$
✓ $\frac{7a^5}{150}$ | 11) $\iint_D \sqrt{a^2-x^2-y^2} xy dx dy$
$D: y = x, y = \frac{3x}{2}, x^2 + y^2 = a^2$
✓ $\frac{a^5}{78}$ | |
| 12) $\iint_D \sqrt{4-x^2-y^2} xy dx dy$
$D: y = \frac{x}{2}, y = 2x, x^2 + y^2 = 4$
✓ $\frac{32}{25}$ | 13) $\iint_D \sqrt{1-x^2-y^2} xy dx dy$
$D: y = \frac{x}{2}, y = \frac{3x}{2}, x^2 + y^2 = 1$
✓ $\frac{32}{975}$ | 14) $\iint_D \sqrt{1-x^2-y^2} xy dx dy$
$D: y = x, y = 2x, x^2 + y^2 = 1$
✓ $\frac{1}{50}$ |
| 15) $\iint_D \sqrt{1-x^2-y^2} xy dx dy$
$D: y = x, y = 3x, x^2 + y^2 = 1$
✓ $\frac{2}{75}$ | 16) $\iint_D \sqrt{4-x^2-y^2} xy dx dy$
$D: y = x, y = 2x, x^2 + y^2 = 4$
✓ $\frac{16}{25}$ | 17) $\iint_D \sqrt{a^2-x^2-y^2} xy dx dy$
$D: y = x, y = 2x, x^2 + y^2 = a^2$
✓ $\frac{a^5}{50}$ |
| 18) $\iint_D \sqrt{a^2-x^2-y^2} xy dx dy$
$D: y = \frac{x}{2}, y = \frac{3x}{2}, x^2 + y^2 = a^2$
✓ $\frac{32a^5}{975}$ | | |

Задача 264. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями

- | | | |
|---|--|--|
| 1) $x^2 + y^2 = 3x, x^2 + y^2 = 5x,$
$y \geq 0, y = \frac{x}{3}$
✓ $4 \arctg \frac{1}{3} + \frac{6}{5}$ | 2) $x^2 + y^2 = x, x^2 + y^2 = 4x,$
$y \geq 0, y = 2x$
✓ $\frac{15}{4} \arctg 2 + \frac{3}{2}$ | 3) $x^2 + y^2 = 3x, x^2 + y^2 = 4x,$
$y \geq 0, y = \frac{x}{2}$
✓ $\frac{7}{4} \arctg \frac{1}{2} + \frac{7}{10}$ |
| 4) $x^2 + y^2 = 2x, x^2 + y^2 = 5x,$
$y \geq 0, y = x$
✓ $\frac{21}{4} \arctg 1 + \frac{21}{8}$ | 5) $x^2 + y^2 = x, x^2 + y^2 = 4x,$
$y \geq 0, y = 3x$
✓ $\frac{15}{4} \arctg 3 + \frac{9}{8}$ | 6) $x^2 + y^2 = 5x, x^2 + y^2 = 8x,$
$y \geq 0, y = x$
✓ $\frac{39}{4} \arctg 1 + \frac{39}{8}$ |

- 7) $x^2 + y^2 = 2x, x^2 + y^2 = 3x,$
 $y \geq 0, y = 2x$
 $\checkmark \frac{5}{4} \operatorname{arctg} 2 + \frac{1}{2}$
- 10) $x^2 + y^2 = 5x, x^2 + y^2 = 8x,$
 $y \geq 0, y = \frac{x}{3}$
 $\checkmark \frac{39}{4} \operatorname{arctg} \frac{1}{3} + \frac{117}{40}$
- 13) $x^2 + y^2 = 3x, x^2 + y^2 = 4x,$
 $y \geq 0, y = \frac{3x}{2}$
 $\checkmark \frac{7}{4} \operatorname{arctg} \frac{3}{2} + \frac{21}{26}$
- 16) $x^2 + y^2 = 2x, x^2 + y^2 = 3x,$
 $y \geq 0, y = \frac{x}{3}$
 $\checkmark \frac{5}{4} \operatorname{arctg} \frac{1}{3} + \frac{3}{8}$
- 19) $x^2 + y^2 = 3x, x^2 + y^2 = 5x,$
 $y \geq 0, y = x$
 $\checkmark 4 \operatorname{arctg} 1 + 2$
- 22) $x^2 + y^2 = 4x, x^2 + y^2 = 7x,$
 $y \geq 0, y = 3x$
 $\checkmark \frac{33}{4} \operatorname{arctg} 3 + \frac{99}{40}$
- 25) $x^2 + y^2 = 3x, x^2 + y^2 = 5x,$
 $y \geq 0, y = 3x$
 $\checkmark 4 \operatorname{arctg} 3 + \frac{6}{5}$
- 28) $x^2 + y^2 = x, x^2 + y^2 = 3x,$
 $y \geq 0, y = \frac{x}{2}$
 $\checkmark 2 \operatorname{arctg} \frac{1}{2} + \frac{4}{5}$
- 8) $x^2 + y^2 = 2x, x^2 + y^2 = 4x,$
 $y \geq 0, y = \frac{2x}{3}$
 $\checkmark 3 \operatorname{arctg} \frac{2}{3} + \frac{18}{13}$
- 11) $x^2 + y^2 = x, x^2 + y^2 = 2x,$
 $y \geq 0, y = \frac{3x}{2}$
 $\checkmark \frac{3}{4} \operatorname{arctg} \frac{3}{2} + \frac{9}{26}$
- 14) $x^2 + y^2 = 4x, x^2 + y^2 = 6x,$
 $y \geq 0, y = \frac{x}{2}$
 $\checkmark 5 \operatorname{arctg} \frac{1}{2} + 2$
- 17) $x^2 + y^2 = 2x, x^2 + y^2 = 4x,$
 $y \geq 0, y = \frac{x}{2}$
 $\checkmark 3 \operatorname{arctg} \frac{1}{2} + \frac{6}{5}$
- 20) $x^2 + y^2 = 2x, x^2 + y^2 = 4x,$
 $y \geq 0, y = \frac{x}{3}$
 $\checkmark 3 \operatorname{arctg} \frac{1}{3} + \frac{9}{10}$
- 23) $x^2 + y^2 = 2x, x^2 + y^2 = 4x,$
 $y \geq 0, y = x$
 $\checkmark 3 \operatorname{arctg} 1 + \frac{3}{2}$
- 26) $x^2 + y^2 = 5x, x^2 + y^2 = 7x,$
 $y \geq 0, y = \frac{2x}{3}$
 $\checkmark 6 \operatorname{arctg} \frac{2}{3} + \frac{36}{13}$
- 29) $x^2 + y^2 = 2x, x^2 + y^2 = 3x,$
 $y \geq 0, y = 3x$
 $\checkmark \frac{5}{4} \operatorname{arctg} 3 + \frac{3}{8}$
- 9) $x^2 + y^2 = x, x^2 + y^2 = 2x,$
 $y \geq 0, y = \frac{x}{3}$
 $\checkmark \frac{3}{4} \operatorname{arctg} \frac{1}{3} + \frac{9}{40}$
- 12) $x^2 + y^2 = x, x^2 + y^2 = 3x,$
 $y \geq 0, y = \frac{3x}{2}$
 $\checkmark 2 \operatorname{arctg} \frac{3}{2} + \frac{12}{13}$
- 15) $x^2 + y^2 = 4x, x^2 + y^2 = 7x,$
 $y \geq 0, y = \frac{x}{3}$
 $\checkmark \frac{33}{4} \operatorname{arctg} \frac{1}{3} + \frac{99}{40}$
- 18) $x^2 + y^2 = 4x, x^2 + y^2 = 5x,$
 $y \geq 0, y = x$
 $\checkmark \frac{9}{4} \operatorname{arctg} 1 + \frac{9}{8}$
- 21) $x^2 + y^2 = 2x, x^2 + y^2 = 3x,$
 $y \geq 0, y = \frac{2x}{3}$
 $\checkmark \frac{5}{4} \operatorname{arctg} \frac{2}{3} + \frac{15}{26}$
- 24) $x^2 + y^2 = 4x, x^2 + y^2 = 5x,$
 $y \geq 0, y = \frac{2x}{3}$
 $\checkmark \frac{9}{4} \operatorname{arctg} \frac{2}{3} + \frac{27}{26}$
- 27) $x^2 + y^2 = x, x^2 + y^2 = 2x,$
 $y \geq 0, y = \frac{2x}{3}$
 $\checkmark \frac{3}{4} \operatorname{arctg} \frac{2}{3} + \frac{9}{26}$
- 30) $x^2 + y^2 = 3x, x^2 + y^2 = 5x,$
 $y \geq 0, y = \frac{x}{2}$
 $\checkmark 4 \operatorname{arctg} \frac{1}{2} + \frac{8}{5}$

Задача 265.

- 1) Найти площадь меньшей из частей, на которые делит правую половину линии

$$\left(\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16}\right)^2 = \frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{16}$$

прямая $y = \frac{x}{2}$.

$\checkmark 1$

- 2) Найти площадь меньшей из частей, на которые делит правую половину линии

$$\left(\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9}\right)^2 = \frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{9}$$

прямая $y = \frac{3x}{4}$.

$\checkmark \frac{3}{20}$

- 3) Найти площадь меньшей из частей, на которые делит правую половину линии

$$\left(\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{25}\right)^2 = \frac{x^2}{36} - \frac{y^2}{25}$$

прямая $y = \frac{4x}{5}$.

$\checkmark \frac{15}{82}$

- 4) Найти площадь меньшей из частей, на которые делит правую половину линии

$$\left(\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{16}\right)^2 = \frac{x^2}{36} - \frac{y^2}{16}$$

прямая $y = \frac{x}{3}$.

$\checkmark \frac{12}{5}$

- 5) Найти площадь меньшей из частей, на которые делит правую половину линии

$$\left(\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9}\right)^2 = \frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{9}$$

прямая $y = \frac{2x}{3}$.

$\checkmark \frac{15}{52}$

- 6) Найти площадь меньшей из частей, на которые делит правую половину линии

$$\left(\frac{x^2}{49} + \frac{y^2}{36}\right)^2 = \frac{x^2}{49} - \frac{y^2}{36}$$

прямая $y = \frac{2x}{5}$.

✓ $\frac{189}{58}$

- 7) Найти площадь меньшей из частей, на которые делит правую половину линии

$$\left(\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4}\right)^2 = \frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{4}$$

прямая $y = \frac{x}{5}$.

✓ $\frac{16}{13}$

- 8) Найти площадь меньшей из частей, на которые делит правую половину линии

$$\left(\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{1}\right)^2 = \frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{1}$$

прямая $y = \frac{x}{4}$.

✓ $\frac{9}{17}$

- 9) Найти площадь меньшей из частей, на которые делит правую половину линии

$$\left(\frac{x^2}{49} + \frac{y^2}{25}\right)^2 = \frac{x^2}{49} - \frac{y^2}{25}$$

прямая $y = \frac{2x}{5}$.

✓ $\frac{315}{116}$

- 10) Найти площадь меньшей из частей, на которые делит правую половину линии

$$\left(\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{9}\right)^2 = \frac{x^2}{36} - \frac{y^2}{9}$$

прямая $y = \frac{x}{4}$.

✓ $\frac{81}{34}$

- 11) Найти площадь меньшей из частей, на которые делит правую половину линии

$$\left(\frac{x^2}{49} + \frac{y^2}{16}\right)^2 = \frac{x^2}{49} - \frac{y^2}{16}$$

прямая $y = \frac{3x}{5}$.

✓ $\frac{14}{17}$

- 12) Найти площадь меньшей из частей, на которые делит правую половину линии

$$\left(\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16}\right)^2 = \frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{16}$$

прямая $y = \frac{x}{3}$.

✓ 2

- 13) Найти площадь меньшей из частей, на которые делит правую половину линии

$$\left(\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9}\right)^2 = \frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9}$$

прямая $y = \frac{x}{4}$.

✓ $\frac{27}{17}$

- 14) Найти площадь меньшей из частей, на которые делит правую половину линии

$$\left(\frac{x^2}{49} + \frac{y^2}{25}\right)^2 = \frac{x^2}{49} - \frac{y^2}{25}$$

прямая $y = \frac{x}{4}$.

✓ $\frac{315}{68}$

- 15) Найти площадь меньшей из частей, на которые делит правую половину линии

$$\left(\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{9}\right)^2 = \frac{x^2}{36} - \frac{y^2}{9}$$

прямая $y = \frac{x}{2}$.

✓ $\frac{9}{10}$

- 16) Найти площадь меньшей из частей, на которые делит правую половину линии

$$\left(\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{16}\right)^2 = \frac{x^2}{36} - \frac{y^2}{16}$$

прямая $y = \frac{4x}{5}$.

✓ $\frac{6}{41}$

- 17) Найти площадь меньшей из частей, на которые делит правую половину линии

$$\left(\frac{x^2}{49} + \frac{y^2}{36}\right)^2 = \frac{x^2}{49} - \frac{y^2}{36}$$

прямая $y = \frac{3x}{4}$.

✓ $\frac{21}{50}$

- 18) Найти площадь меньшей из частей, на которые делит правую половину линии

$$\left(\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{9}\right)^2 = \frac{x^2}{36} - \frac{y^2}{9}$$

прямая $y = \frac{2x}{3}$.

✓ $\frac{9}{26}$

- 19) Найти площадь меньшей из частей, на которые делит правую половину линии

$$\left(\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{1}\right)^2 = \frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{1}$$

прямая $y = \frac{3x}{4}$.

✓ $\frac{1}{25}$

- 20) Найти площадь меньшей из частей, на которые делит правую половину линии

$$\left(\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16}\right)^2 = \frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{16}$$

прямая $y = \frac{2x}{3}$.

✓ $\frac{5}{13}$

- 21) Найти площадь меньшей из частей, на которые делит правую половину линии

$$\left(\frac{x^2}{49} + \frac{y^2}{36}\right)^2 = \frac{x^2}{49} - \frac{y^2}{36}$$

прямая $y = \frac{x}{4}$.

✓ $\frac{189}{34}$

- 22) Найти площадь меньшей из частей, на которые делит правую половину линии

$$\left(\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16}\right)^2 = \frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{16}$$

прямая $y = \frac{4x}{5}$.

✓ $\frac{5}{41}$

- 23) Найти площадь меньшей из частей, на которые делит правую половину линии

$$\left(\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9}\right)^2 = \frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9}$$

прямая $y = \frac{3x}{4}$.

✓ $\frac{3}{25}$

- 24) Найти площадь меньшей из частей, на которые делит правую половину линии

$$\left(\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9}\right)^2 = \frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{9}$$

прямая $y = \frac{2x}{5}$.

$$\checkmark \frac{135}{116}$$

- 25) Найти площадь меньшей из частей, на которые делит правую половину линии

$$\left(\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9}\right)^2 = \frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{9}$$

прямая $y = \frac{x}{5}$.

$$\checkmark \frac{30}{13}$$

- 26) Найти площадь меньшей из частей, на которые делит правую половину линии

$$\left(\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16}\right)^2 = \frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{16}$$

прямая $y = \frac{x}{4}$.

$$\checkmark \frac{45}{17}$$

- 27) Найти площадь меньшей из частей, на которые делит правую половину линии

$$\left(\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{1}\right)^2 = \frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{1}$$

прямая $y = \frac{3x}{5}$.

$$\checkmark \frac{2}{17}$$

- 28) Найти площадь меньшей из частей, на которые делит правую половину линии

$$\left(\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9}\right)^2 = \frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{9}$$

прямая $y = \frac{x}{4}$.

$$\checkmark \frac{135}{68}$$

- 29) Найти площадь меньшей из частей, на которые делит правую половину линии

$$\left(\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9}\right)^2 = \frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{9}$$

прямая $y = \frac{3x}{5}$.

$$\checkmark \frac{15}{34}$$

- 30) Найти площадь меньшей из частей, на которые делит правую половину линии

$$\left(\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{25}\right)^2 = \frac{x^2}{36} - \frac{y^2}{25}$$

прямая $y = \frac{3x}{4}$.

$$\checkmark \frac{3}{10}$$

Задача 266. Найти центр масс фигуры, ограниченной линиями

- | | | | | |
|--|---|--|---|--|
| 1) $y = -2x^2 - 1,$
$y = -6x + 3.$ | 2) $y = 2x^2 + 4x + 3,$
$y = 4x + 5.$ | 3) $y = 5x^2 + 1,$
$y = -15x - 9.$ | 4) $y = x^2 - 2x + 6,$
$y = 3x.$ | 5) $y = -5x^2 + 10x - 2,$
$y = -10x + 13.$ |
| $\checkmark \left(\frac{3}{2}; -\frac{29}{5}\right)$ | $\checkmark \left(0; \frac{21}{5}\right)$ | $\checkmark \left(-\frac{3}{2}; 13\right)$ | $\checkmark \left(\frac{5}{2}; \frac{37}{5}\right)$ | $\checkmark (2; -5)$ |
| 6) $y = 5x^2 - 2,$
$y = 5x + 8.$ | 7) $y = -2x^2 - 3,$
$y = -2x - 7.$ | 8) $y = 2x^2 + 4x,$
$y = 2x.$ | 9) $y = -2x^2 - 2,$
$y = 2x - 2.$ | 10) $y = x^2 - 1,$
$y = -x - 1.$ |
| $\checkmark \left(\frac{1}{2}; 6\right)$ | $\checkmark \left(\frac{1}{2}; -\frac{31}{5}\right)$ | $\checkmark \left(-\frac{1}{2}; -\frac{6}{5}\right)$ | $\checkmark \left(-\frac{1}{2}; -\frac{14}{5}\right)$ | $\checkmark \left(-\frac{1}{2}; -\frac{3}{5}\right)$ |
| 11) $y = x^2 - 2x + 4,$
$y = -2x + 5.$ | 12) $y = 5x^2 + 2,$
$y = 5x + 12.$ | 13) $y = x^2 - 2x + 4,$
$y = x + 2.$ | 14) $y = -x^2 - 2x,$
$y = x.$ | 15) $y = -x^2 + 3,$
$y = 2x + 3.$ |
| $\checkmark \left(0; \frac{23}{5}\right)$ | $\checkmark \left(\frac{1}{2}; 10\right)$ | $\checkmark \left(\frac{3}{2}; \frac{17}{5}\right)$ | $\checkmark \left(-\frac{3}{2}; -\frac{3}{5}\right)$ | $\checkmark \left(-1; \frac{7}{5}\right)$ |
| 16) $y = x^2 + 2x - 2,$
$y = x.$ | 17) $y = -x^2 - 2x - 3,$
$y = -x - 5.$ | 18) $y = -5x^2 - 10x - 6,$
$y = 5x + 4.$ | 19) $y = 2x^2 + 1,$
$y = -2x + 1.$ | 20) $y = -x^2 - 2x - 3,$
$y = 2x.$ |
| $\checkmark \left(-\frac{1}{2}; -\frac{7}{5}\right)$ | $\checkmark \left(-\frac{1}{2}; -\frac{18}{5}\right)$ | $\checkmark \left(-\frac{3}{2}; -3\right)$ | $\checkmark \left(-\frac{1}{2}; \frac{9}{5}\right)$ | $\checkmark \left(-2; -\frac{18}{5}\right)$ |
| 21) $y = -5x^2 - 1,$
$y = 5x - 11.$ | 22) $y = 2x^2 - 4x + 3,$
$y = 4x - 3.$ | 23) $y = x^2 + 2x,$
$y = x + 2.$ | 24) $y = 5x^2 + 10x + 4,$
$y = -10x - 11.$ | 25) $y = 2x^2 + 2,$
$y = -6x - 2.$ |
| $\checkmark \left(-\frac{1}{2}; -9\right)$ | $\checkmark \left(2; \frac{21}{5}\right)$ | $\checkmark \left(-\frac{1}{2}; \frac{3}{5}\right)$ | $\checkmark (-2; 7)$ | $\checkmark \left(-\frac{3}{2}; \frac{34}{5}\right)$ |
| 26) $y = 5x^2 + 5,$
$y = 10x + 5.$ | 27) $y = -5x^2 + 2,$
$y = 5x + 2.$ | 28) $y = x^2 - 2x,$
$y = x.$ | 29) $y = 2x^2 - 4x + 6,$
$y = -2x + 6.$ | 30) $y = -x^2 - 2,$
$y = -x - 4.$ |
| $\checkmark (1; 13)$ | $\checkmark \left(-\frac{1}{2}; 0\right)$ | $\checkmark \left(\frac{3}{2}; \frac{3}{5}\right)$ | $\checkmark \left(\frac{1}{2}; \frac{24}{5}\right)$ | $\checkmark \left(\frac{1}{2}; -\frac{18}{5}\right)$ |

Задача 267. Найти тройной интеграл.

- | | | |
|--|---|---|
| 1) $\iiint_{\substack{0 \leq x \leq 1 \\ -1 \leq y \leq 1 \\ -1 \leq z \leq 1}} (6y^2 - 4xz) dx dy dz$
✓ 8 | 2) $\iiint_{\substack{0 \leq x \leq 2 \\ -1 \leq y \leq 0 \\ 0 \leq z \leq 1}} (2y + 27x^2z^2) dx dy dz$
✓ 22 | 3) $\iiint_{\substack{-1 \leq x \leq 0 \\ 0 \leq y \leq 1 \\ -1 \leq z \leq 0}} (4y - 8xz) dx dy dz$
✓ 0 |
| 4) $\iiint_{\substack{-1 \leq x \leq 1 \\ 0 \leq y \leq 1 \\ 0 \leq z \leq 2}} (-2y - 12x^2z) dx dy dz$
✓ -20 | 5) $\iiint_{\substack{-1 \leq x \leq 1 \\ -1 \leq y \leq 1 \\ 0 \leq z \leq 2}} (-6y^2 + 24xz^2) dx dy dz$
✓ -16 | 6) $\iiint_{\substack{0 \leq x \leq 2 \\ -1 \leq y \leq 0 \\ 0 \leq z \leq 1}} (-4y + 18xz^2) dx dy dz$
✓ 16 |
| 7) $\iiint_{\substack{0 \leq x \leq 2 \\ 0 \leq y \leq 2 \\ 0 \leq z \leq 2}} (6y - 9x^2z^2) dx dy dz$
✓ -80 | 8) $\iiint_{\substack{-1 \leq x \leq 1 \\ 0 \leq y \leq 2 \\ 0 \leq z \leq 2}} (2y - 9x^2z^2) dx dy dz$
✓ -16 | 9) $\iiint_{\substack{0 \leq x \leq 2 \\ -1 \leq y \leq 0 \\ 0 \leq z \leq 1}} (12y^2 - 12x^2z) dx dy dz$
✓ -8 |
| 10) $\iiint_{\substack{0 \leq x \leq 2 \\ 0 \leq y \leq 1 \\ -1 \leq z \leq 1}} (-4y - 9x^2z^2) dx dy dz$
✓ -24 | 11) $\iiint_{\substack{-1 \leq x \leq 1 \\ 0 \leq y \leq 2 \\ 0 \leq z \leq 1}} (9y^2 + 6xz^2) dx dy dz$
✓ 52 | 12) $\iiint_{\substack{0 \leq x \leq 2 \\ 0 \leq y \leq 1 \\ -1 \leq z \leq 1}} (9y^2 + 16xz) dx dy dz$
✓ 12 |
| 13) $\iiint_{\substack{-1 \leq x \leq 0 \\ 0 \leq y \leq 1 \\ 0 \leq z \leq 1}} (2y - 12x^2z) dx dy dz$
✓ -1 | 14) $\iiint_{\substack{-1 \leq x \leq 1 \\ 0 \leq y \leq 2 \\ 0 \leq z \leq 2}} (3y^2 + 16xz) dx dy dz$
✓ 32 | 15) $\iiint_{\substack{0 \leq x \leq 2 \\ -1 \leq y \leq 1 \\ -1 \leq z \leq 0}} (4y + 18x^2z^2) dx dy dz$
✓ 32 |
| 16) $\iiint_{\substack{0 \leq x \leq 2 \\ -1 \leq y \leq 0 \\ 0 \leq z \leq 1}} (12y^2 + 18x^2z^2) dx dy dz$
✓ 24 | 17) $\iiint_{\substack{-1 \leq x \leq 1 \\ 0 \leq y \leq 1 \\ -1 \leq z \leq 0}} (-3y^2 + 18xz^2) dx dy dz$
✓ -2 | 18) $\iiint_{\substack{-1 \leq x \leq 0 \\ -1 \leq y \leq 1 \\ 0 \leq z \leq 2}} (-2y + 36x^2z^2) dx dy dz$
✓ 64 |
| 19) $\iiint_{\substack{0 \leq x \leq 2 \\ -1 \leq y \leq 0 \\ 0 \leq z \leq 1}} (-6y^2 - 8xz) dx dy dz$
✓ -12 | 20) $\iiint_{\substack{-1 \leq x \leq 0 \\ -1 \leq y \leq 1 \\ 0 \leq z \leq 1}} (-6y^2 - 6xz^2) dx dy dz$
✓ -2 | 21) $\iiint_{\substack{-1 \leq x \leq 0 \\ 0 \leq y \leq 1 \\ 0 \leq z \leq 2}} (8y + 12x^2z) dx dy dz$
✓ 16 |
| 22) $\iiint_{\substack{-1 \leq x \leq 0 \\ -1 \leq y \leq 1 \\ -1 \leq z \leq 0}} (4y + 8xz) dx dy dz$
✓ 4 | 23) $\iiint_{\substack{0 \leq x \leq 1 \\ 0 \leq y \leq 1 \\ -1 \leq z \leq 1}} (-4y + 24x^2z) dx dy dz$
✓ -4 | 24) $\iiint_{\substack{-1 \leq x \leq 1 \\ -1 \leq y \leq 1 \\ 0 \leq z \leq 2}} (-2y + 12xz^2) dx dy dz$
✓ 0 |
| 25) $\iiint_{\substack{-1 \leq x \leq 0 \\ -1 \leq y \leq 0 \\ 0 \leq z \leq 2}} (3y^2 + 24x^2z) dx dy dz$
✓ 18 | 26) $\iiint_{\substack{-1 \leq x \leq 0 \\ -1 \leq y \leq 0 \\ 0 \leq z \leq 1}} (3y^2 - 12x^2z) dx dy dz$
✓ -1 | 27) $\iiint_{\substack{0 \leq x \leq 1 \\ -1 \leq y \leq 0 \\ -1 \leq z \leq 0}} (6y + 9x^2z^2) dx dy dz$
✓ -2 |
| 28) $\iiint_{\substack{0 \leq x \leq 1 \\ -1 \leq y \leq 0 \\ -1 \leq z \leq 0}} (9y^2 + 36x^2z^2) dx dy dz$
✓ 7 | 29) $\iiint_{\substack{0 \leq x \leq 1 \\ 0 \leq y \leq 1 \\ -1 \leq z \leq 0}} (-6y^2 + 24xz^2) dx dy dz$
✓ 2 | 30) $\iiint_{\substack{0 \leq x \leq 2 \\ -1 \leq y \leq 0 \\ -1 \leq z \leq 1}} (4y + 16xz) dx dy dz$
✓ -8 |

Задача 268. Вычислить объём тела, ограниченного поверхностями

- | | | | | |
|--|---|---|--|--|
| 1) $\begin{cases} z = 20 - x^2 - y^2, \\ z = \sqrt{x^2 + y^2} \end{cases}$
✓ $\frac{448\pi}{3}$ | 2) $\begin{cases} z = 9 - x^2 - y^2, \\ z = 8\sqrt{x^2 + y^2} \end{cases}$
✓ $\frac{19\pi}{6}$ | 3) $\begin{cases} z = 18 - x^2 - y^2, \\ z = 3\sqrt{x^2 + y^2} \end{cases}$
✓ $\frac{135\pi}{2}$ | 4) $\begin{cases} z = 3 - x^2 - y^2, \\ z = 2\sqrt{x^2 + y^2} \end{cases}$
✓ $\frac{7\pi}{6}$ | 5) $\begin{cases} z = 20 - x^2 - y^2, \\ z = 8\sqrt{x^2 + y^2} \end{cases}$
✓ $\frac{88\pi}{3}$ |
|--|---|---|--|--|

- 6) $\begin{matrix} z = 16 - x^2 - y^2, \\ z = 6\sqrt{x^2 + y^2} \end{matrix}$ \checkmark 24π
- 7) $\begin{matrix} z = 6 - x^2 - y^2, \\ z = 5\sqrt{x^2 + y^2} \end{matrix}$ \checkmark $\frac{13\pi}{6}$
- 8) $\begin{matrix} z = 40 - x^2 - y^2, \\ z = 6\sqrt{x^2 + y^2} \end{matrix}$ \checkmark 256π
- 9) $\begin{matrix} z = 4 - x^2 - y^2, \\ z = 3\sqrt{x^2 + y^2} \end{matrix}$ \checkmark $\frac{3\pi}{2}$
- 10) $\begin{matrix} (x^2 + y^2 + z^2)^2 \leq 2z, \\ x^2 + y^2 \leq 3z^2 \end{matrix}$ \checkmark $\frac{\pi}{2}$
- 11) $\begin{matrix} (x^2 + y^2 + z^2)^2 \leq 14z, \\ x^2 + y^2 \leq 3z^2 \end{matrix}$ \checkmark $\frac{7\pi}{2}$
- 12) $\begin{matrix} z = 12 - x^2 - y^2, \\ z = \sqrt{x^2 + y^2} \end{matrix}$ \checkmark $\frac{99\pi}{2}$
- 13) $\begin{matrix} (x^2 + y^2 + z^2)^2 \leq 6z, \\ x^2 + y^2 \leq 2z^2 \end{matrix}$ \checkmark $\frac{4\pi}{3}$
- 14) $\begin{matrix} z = 14 - x^2 - y^2, \\ z = 5\sqrt{x^2 + y^2} \end{matrix}$ \checkmark $\frac{64\pi}{3}$
- 15) $\begin{matrix} (x^2 + y^2 + z^2)^2 \leq 2z, \\ x^2 + y^2 \leq \frac{z^2}{3} \end{matrix}$ \checkmark $\frac{\pi}{6}$
- 16) $\begin{matrix} (x^2 + y^2 + z^2)^2 \leq 12z, \\ x^2 + y^2 \leq \frac{z^2}{2} \end{matrix}$ \checkmark $\frac{4\pi}{3}$
- 17) $\begin{matrix} (x^2 + y^2 + z^2)^2 \leq 10z, \\ x^2 + y^2 \leq \frac{2z^2}{3} \end{matrix}$ \checkmark $\frac{4\pi}{3}$
- 18) $\begin{matrix} z = 2 - x^2 - y^2, \\ z = \sqrt{x^2 + y^2} \end{matrix}$ \checkmark $\frac{5\pi}{6}$
- 19) $\begin{matrix} (x^2 + y^2 + z^2)^2 \leq 4z, \\ x^2 + y^2 \leq 3z^2 \end{matrix}$ \checkmark π
- 20) $\begin{matrix} z = 48 - x^2 - y^2, \\ z = 8\sqrt{x^2 + y^2} \end{matrix}$ \checkmark $\frac{896\pi}{3}$
- 21) $\begin{matrix} (x^2 + y^2 + z^2)^2 \leq 10z, \\ x^2 + y^2 \leq z^2 \end{matrix}$ \checkmark $\frac{5\pi}{3}$
- 22) $\begin{matrix} (x^2 + y^2 + z^2)^2 \leq 4z, \\ x^2 + y^2 \leq \frac{3z^2}{2} \end{matrix}$ \checkmark $\frac{4\pi}{5}$
- 23) $\begin{matrix} (x^2 + y^2 + z^2)^2 \leq 6z, \\ x^2 + y^2 \leq 3z^2 \end{matrix}$ \checkmark $\frac{3\pi}{2}$
- 24) $\begin{matrix} (x^2 + y^2 + z^2)^2 \leq 8z, \\ x^2 + y^2 \leq 2z^2 \end{matrix}$ \checkmark $\frac{16\pi}{9}$
- 25) $\begin{matrix} (x^2 + y^2 + z^2)^2 \leq 8z, \\ x^2 + y^2 \leq 3z^2 \end{matrix}$ \checkmark 2π
- 26) $\begin{matrix} (x^2 + y^2 + z^2)^2 \leq 12z, \\ x^2 + y^2 \leq \frac{2z^2}{3} \end{matrix}$ \checkmark $\frac{8\pi}{5}$
- 27) $\begin{matrix} z = 32 - x^2 - y^2, \\ z = 4\sqrt{x^2 + y^2} \end{matrix}$ \checkmark $\frac{640\pi}{3}$
- 28) $\begin{matrix} (x^2 + y^2 + z^2)^2 \leq 14z, \\ x^2 + y^2 \leq \frac{3z^2}{2} \end{matrix}$ \checkmark $\frac{14\pi}{5}$
- 29) $\begin{matrix} (x^2 + y^2 + z^2)^2 \leq 4z, \\ x^2 + y^2 \leq \frac{z^2}{3} \end{matrix}$ \checkmark $\frac{\pi}{3}$
- 30) $\begin{matrix} (x^2 + y^2 + z^2)^2 \leq 8z, \\ x^2 + y^2 \leq \frac{2z^2}{3} \end{matrix}$ \checkmark $\frac{16\pi}{15}$

Задача 269. Вычислить объём тела, ограниченного поверхностями

- 1) $(x^2 + y^2 + z^2)^2 = 8(x^2 + y^2 - z^2)$ \checkmark $4\pi^2$
- 2) $(x^2 + y^2 + z^2)^2 = 7(x^2 + y^2 - z^2)$ \checkmark $\frac{7\pi^2\sqrt{14}}{8}$
- 3) $(x^2 + y^2 + z^2)^2 = 1(x^2 + y^2 - z^2)$ \checkmark $\frac{\pi^2\sqrt{2}}{8}$
- 4) $(x^2 + y^2 + z^2)^2 = 2(x^2 + y^2 - z^2)$ \checkmark $\frac{\pi^2}{2}$
- 5) $(x^2 + y^2 + z^2)^2 = 3(x^2 + y^2 - z^2)$ \checkmark $\frac{3\pi^2\sqrt{6}}{8}$
- 6) $(x^2 + y^2 + z^2)^2 = 5(x^2 + y^2 - z^2)$ \checkmark $\frac{5\pi^2\sqrt{10}}{8}$
- 7) $(x^2 + y^2 + z^2)^2 = 4(x^2 + y^2 - z^2)$ \checkmark $\pi^2\sqrt{2}$
- 8) $(x^2 + y^2 + z^2)^2 = 6(x^2 + y^2 - z^2)$ \checkmark $\frac{3\pi^2\sqrt{3}}{2}$

Задача 270. Вычислить криволинейный интеграл первого рода по отрезку прямой от точки A до точки B :

- 1) $\int_{AB} (x^2 + 2 + xy - y) dl, A(-1, 1, -1), B(-1, -3, 2).$ \checkmark 25
- 2) $\int_{AB} (y^2 - xz + 2y) dl, A(1, 1, 2), B(-3, -3, 4).$ \checkmark 24
- 3) $\int_{AB} (x^2 - 1 - 2yz - 3y) dl, A(0, 2, -2), B(-3, 6, -2).$ \checkmark 30
- 4) $\int_{AB} (x^2 + 3 + 2yz + 2z) dl, A(2, 2, 1), B(9, 6, -3).$ \checkmark 222

- 5) $\int_{AB} (x^2 - 3 + 2xz + 3x) dl, A(2, 0, 2), B(-2, -8, 3).$ 6) $\int_{AB} (-4 + z^2 - xy + 2x) dl, A(1, 1, 2), B(1, 5, -1).$
 $\checkmark -21$ $\checkmark -20$
- 7) $\int_{AB} (y^2 + 2yz - 3x) dl, A(2, -1, -2), B(4, 0, 0).$ 8) $\int_{AB} (4 + y^2 - 2yz + 2y) dl, A(1, 0, -2), B(-5, 3, -8).$
 $\checkmark -22$ $\checkmark 252$
- 9) $\int_{AB} (x^2 - xy + 2x) dl, A(-1, -2, -2), B(-2, -10, -6).$ 10) $\int_{AB} (x^2 + 4 - 2xy + 3z) dl, A(-2, 0, 0), B(2, 7, 4).$
 $\checkmark -93$ $\checkmark 60$
- 11) $\int_{AB} (-2 + y^2 + 2xy - 3y) dl, A(2, -2, 0), B(6, 5, 4).$ 12) $\int_{AB} (-3 + y^2 - yz - 2x) dl, A(2, 1, -1), B(5, 1, 3).$
 $\checkmark \frac{297}{2}$ $\checkmark -50$
- 13) $\int_{AB} (x^2 + 4 - xz + 3x) dl, A(1, 1, -2), B(-3, -1, 2).$
 $\checkmark 28$
- 14) $\int_{AB} (-2 + z^2 - yz - 2x) dl, A(-1, -1, -1), B(-3, 3, 3).$
 $\checkmark 12$
- 15) $\int_{AB} (-1 + z^2 - 2xz - 3x) dl, A(-2, 0, -1), B(-5, -2, 5).$
 $\checkmark \frac{469}{2}$
- 16) $\int_{AB} (x^2 + 4 + 2yz - 3z) dl, A(0, -2, -1), B(-4, 0, -5).$
 $\checkmark 138$
- 17) $\int_{AB} (2 + y^2 - yz - 2y) dl, A(-2, -2, -1), B(2, 6, -2).$ 18) $\int_{AB} (-4 + y^2 + yz - 3y) dl, A(0, 0, 2), B(-3, -4, 2).$
 $\checkmark 99$ $\checkmark \frac{50}{3}$
- 19) $\int_{AB} (x^2 - 2 - 2xz - 2y) dl, A(-2, -2, 2), B(-6, -1, -6).$
 $\checkmark -27$
- 20) $\int_{AB} (3 + z^2 - yz - 3x) dl, A(0, 0, -1), B(1, 8, -5).$ 21) $\int_{AB} (x^2 + 4 - xz + x) dl, A(0, 2, 0), B(3, 6, 0).$
 $\checkmark \frac{477}{2}$ $\checkmark \frac{85}{2}$
- 22) $\int_{AB} (-4 + y^2 - xy + x) dl, A(2, -2, -1), B(-4, -8, -4).$
 $\checkmark 135$
- 23) $\int_{AB} (x^2 + 2xz - z) dl, A(-1, 0, -2), B(-3, 2, -1).$ 24) $\int_{AB} (z^2 - 2xy + 3z) dl, A(-1, 1, 2), B(2, 1, 6).$
 $\checkmark \frac{69}{2}$ $\checkmark \frac{425}{3}$
- 25) $\int_{AB} (2 + z^2 - 2yz + 2x) dl, A(-1, 0, -1), B(-2, 8, -5).$
 $\checkmark 348$

- 26) $\int_{AB} (x^2 - 4 - yz + 3z) dl, A(1, 0, -2), B(-1, -2, -1).$ $\sqrt{\frac{57}{2}}$
- 27) $\int_{AB} (x^2 - 3 - xy - 2y) dl, A(-2, 1, 0), B(-8, 9, 0).$ $\sqrt{440}$
- 28) $\int_{AB} (-4 + y^2 - 2xy + y) dl, A(1, -2, 2), B(1, 2, 5).$ $\sqrt{-\frac{40}{3}}$
- 29) $\int_{AB} (x^2 + 3 + xz - 2y) dl, A(-2, 2, 2), B(-5, 4, -4).$ $\sqrt{105}$
- 30) $\int_{AB} (-3 + y^2 - 2yz + 2z) dl, A(1, 2, 1), B(-3, 6, -1).$ $\sqrt{94}$

Задача 271. Доказать, что интеграл не зависит от пути интегрирования, и вычислить его:

- 1) $\int_{(0, -3, -2)}^{(2, -1, 1)} 4xz dx + (3z^2 + 5 + 2x^2 + 2z) dz$ $\sqrt{29}$
- 2) $\int_{(1, -3, 0)}^{(-2, -1, 1)} (3y^2 - 1 + 2z^2) dy + (4yz + 4z) dz$ $\sqrt{24}$
- 3) $\int_{(-1, 0, -3)}^{(2, 1, -2)} (3x^2 + y^2 + z) dx + (-7 + 2xy) dy + x dz$ $\sqrt{-3}$
- 4) $\int_{(-3, 3, 1)}^{(-2, 0, -1)} dx + (2yz - 3z) dy + (3z^2 + y^2 - 3y) dz$ $\sqrt{-1}$
- 5) $\int_{(2, -3, 0)}^{(0, 0, -2)} 3x^2 dx + (-2z^2 + 3z) dy + (4 - 4yz + 3y) dz$ $\sqrt{-16}$
- 6) $\int_{(3, 0, -1)}^{(0, -3, 2)} (-z^2 - 6x) dx + (3z^2 + 4 - 2xz) dz$ $\sqrt{51}$
- 7) $\int_{(-3, 2, -2)}^{(-1, 1, 1)} (1 + y^2 + 2z) dx + 2xy dy + (3z^2 + 2x) dz$ $\sqrt{8}$
- 8) $\int_{(1, 3, 2)}^{(-2, 0, 0)} (-5 + yz - 3y) dx + (xz + 2yz - 3x) dy + (xy + y^2) dz$ $\sqrt{0}$
- 9) $\int_{(0, -3, 0)}^{(-1, -2, -1)} (3 + yz - z^2 - 4x) dx + xz dy + (xy - 2xz) dz$ $\sqrt{-6}$
- 10) $\int_{(1, -1, -2)}^{(-2, 1, -1)} (3y^2 + z^2) dy + (-5 + 2yz - 4z) dz$ $\sqrt{8}$
- 11) $\int_{(-2, 0, 2)}^{(-1, 2, -1)} (3x^2 - y^2 - 3z) dx + (1 - 2xy) dy - 3x dz$ $\sqrt{-2}$
- 12) $\int_{(-3, 0, 3)}^{(-2, -2, 2)} (yz + 6x) dx + (3 + xz + 2z^2) dy + (xy + 4yz) dz$ $\sqrt{-29}$
- 13) $\int_{(3, -2, 0)}^{(1, 0, 2)} (-5 + yz) dx + (xz + 2z^2) dy + (xy + 4yz - 2z) dz$ $\sqrt{6}$

$$14) \int_{(2,-2,-2)}^{(0,1,1)} (1-2y^2) dx + (3y^2-4xy+3z) dy + 3y dz$$

✓ 14

$$15) \int_{(2,-2,0)}^{(-1,-1,-2)} (2+yz+4xz) dx + (xz-2y) dy + (xy+2x^2) dz$$

✓ -9

$$16) \int_{(0,-3,-3)}^{(3,0,-1)} (yz-z^2) dx + (2+xz-z) dy + (xy-2xz-y) dz \quad 17) \int_{(1,-3,-3)}^{(0,-1,0)} 3x^2 dx + (-2-2yz-6y) dy - y^2 dz$$

✓ 12

✓ -8

$$18) \int_{(0,0,3)}^{(-1,1,2)} 2xy dx + (3y^2+x^2+4y) dy + 4 dz$$

✓ 0

$$19) \int_{(-2,-3,-1)}^{(-1,0,1)} (3x^2+5+2xy) dx + (x^2+3z) dy + 3y dz$$

✓ 15

$$20) \int_{(0,0,-2)}^{(1,1,1)} -2y^2 dx + (3y^2+2-4xy) dy - 6z dz$$

✓ 10

$$21) \int_{(3,-3,-3)}^{(2,0,0)} (3x^2+2xy+2x) dx + x^2 dy - 7 dz$$

✓ -18

$$22) \int_{(2,-2,2)}^{(-1,-1,-1)} (3x^2+6x) dx - 2yz dy + (-1-y^2) dz$$

✓ -6

$$23) \int_{(-1,-2,1)}^{(2,1,-2)} (-5+2y) dx + (3y^2+2z^2+2x) dy + 4yz dz$$

✓ 6

$$24) \int_{(0,2,0)}^{(3,0,1)} (3x^2+3+3z) dx - 2z^2 dy + (-4yz+3x) dz$$

✓ 45

$$25) \int_{(3,1,0)}^{(2,-1,2)} (3x^2+3) dx + (-2z^2-z) dy + (-4yz-y) dz$$

✓ -12

$$26) \int_{(3,0,-1)}^{(0,-2,0)} (-2xz+6x) dx + (3y^2+4) dy - x^2 dz$$

✓ -52

$$27) \int_{(0,-2,-1)}^{(-1,-1,2)} yz dx + (xz+2yz+z) dy + (5+xy+y^2+y) dz$$

✓ 19

$$28) \int_{(0,3,0)}^{(-3,0,-2)} (2+yz) dx + (xz+2yz) dy + (xy+y^2-6z) dz$$

✓ -18

$$29) \int_{(3,1,2)}^{(0,0,-1)} (yz+2y^2-4x) dx + (xz+4xy) dy + (1+xy) dz$$

✓ 3

$$30) \int_{(0,3,2)}^{(-3,2,-1)} (3x^2+6x) dx + (-2-z^2) dy - 2yz dz$$

✓ 12

Задача 272. Найти поток векторного поля \vec{F} через (незамкнутую) часть цилиндра $x^2+y^2=1$, расположенную между плоскостью $z=0$ и данной плоскостью, в направлении внешней нормали:

$$1) \vec{F}(2x-7y+3, -3-y-z, 2+2y+2z), \\ 2x+3y+z=6$$

✓ 27π

$$2) \vec{F}(x-4y+1, -x+y+9, 4x-4y-z+3), \\ 3x+2y+z=6$$

✓ -9π

$$3) \vec{F}(x-7y-z-5, x-y-z, 3x+5y+3z+6), \\ 4x+5y+z=20$$

✓ 200π

$$4) \vec{F}(-2x+2y+4, 2-z, 6+2y+4z), \\ 2x+5y+z=10$$

✓ 12π

- 5) $\vec{F}(-x-4y+7, x-y-z+6, x-4-4z),$ 6) $\vec{F}(-2x+8y, -6x-y-7, x+7y-3z+7),$
 $2x+3y+z=6$ $4x+3y+z=12$
 $\checkmark -26\pi$ $\checkmark -15\pi$
- 7) $\vec{F}(-2x-7y+1, -1-2y+z, -5x+2y+3z+5),$ 8) $\vec{F}(-8+2y, -6x-2y, -2x+7+z),$
 $3x+5y+z=15$ $3x+3y+z=9$
 $\checkmark -133\pi$ $\checkmark 6\pi$
- 9) $\vec{F}(2x+2y-z, 7x-2y, -5x+7y+2z-5),$ 10) $\vec{F}(-2-3y-z, x-z, x-4y+z+6),$
 $2x+2y+z=4$ $4x+5y+z=20$
 $\checkmark 8\pi$ $\checkmark 188\pi$
- 11) $\vec{F}(-x-7y+7, -x-y-z+6, -2x-4y-4z+6),$ 12) $\vec{F}(x-4y-2, -1-z, 4x-3+z),$
 $3x+3y+z=9$ $4x+2y+z=8$
 $\checkmark -30\pi$ $\checkmark 34\pi$
- 13) $\vec{F}(-2x-7y+3, 3x-y-4, -2x-y+3z-1),$ 14) $\vec{F}(-5+2y, 3x+2y+z+2, 3x+5y+4z+4),$
 $2x+5y+z=10$ $3x+2y+z=6$
 $\checkmark -16\pi$ $\checkmark 11\pi$
- 15) $\vec{F}(-2x-4y+3, -8x+2y, -3x-4y+2z+2),$ 16) $\vec{F}(x-7y+7, x+y-z+5, -2x-2-3z),$
 $3x+2y+z=6$ $2x+2y+z=4$
 $\checkmark -9\pi$ $\checkmark -8\pi$
- 17) $\vec{F}(2x+8y-z-8, 3x-y-z+5, 4x-y+2z+3),$
 $4x+5y+z=20$
 $\checkmark 207\pi$
- 18) $\vec{F}(2x+2y+z-2, 3x+2y+z-7, -3x+5y-4z-1),$ 19) $\vec{F}(-x+2y+1, 3x-2y-z+9, 4x+7+2z),$
 $4x+5y+z=20$ $2x+5y+z=10$
 $\checkmark -57\pi$ $\checkmark -27\pi$
- 20) $\vec{F}(2x+8y+1, -8x+2y+9, -3+2z),$ 21) $\vec{F}(-x-4y-z+3, -6x-7, -2x+5y-3z-2),$
 $2x+5y+z=10$ $4x+5y+z=20$
 $\checkmark -7\pi$ $\checkmark 83\pi$
- 22) $\vec{F}(-x-7y-z+7, -6x+5+z, -5x+5y-z-2),$ 23) $\vec{F}(-2x-7y-z+7, -x-2y+z-7, 7-4y-3z),$
 $2x+3y+z=6$ $2x+2y+z=4$
 $\checkmark -41\pi$ $\checkmark -16\pi$
- 24) $\vec{F}(x+5y, -6x+y+9, 3x-4y+2z+3),$ 25) $\vec{F}(-x+2y-z-5, -8x-y+z, x+5y-4z-4),$
 $4x+3y+z=12$ $3x+2y+z=6$
 $\checkmark -3\pi$ $\checkmark 9\pi$
- 26) $\vec{F}(-2x+2y-z, x+y-z+9, -3x+5y+2z+2),$ 27) $\vec{F}(-x+2y-z+7, 3x+z, x+2y-4z-4),$
 $2x+5y+z=10$ $2x+2y+z=4$
 $\checkmark 15\pi$ $\checkmark -18\pi$
- 28) $\vec{F}(2x-4y, 7x+5+z, -3-6y+z),$ 29) $\vec{F}(-5+5y+z, -x-2y-4, -3x-6y+2z+7),$
 $2x+2y+z=4$ $3x+5y+z=15$
 $\checkmark -10\pi$ $\checkmark -40\pi$
- 30) $\vec{F}(-5+8y-z, -8x, x+7y+4z+4),$
 $2x+5y+z=10$
 $\checkmark 30\pi$

Задача 273. Исследовать сходимость ряда и найти его сумму.

- 1) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1+6^n}{6^n}$ 2) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(4n+3)(4n+7)}$ 3) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n+4^n}{20^n}$ 4) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n-2^n}{10^n}$ 5) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1-6^n}{6^n}$ 6) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n+4^n}{12^n}$
 $\checkmark \infty$ $\checkmark \frac{1}{28}$ $\checkmark \frac{7}{12}$ $\checkmark \frac{3}{4}$ $\checkmark \infty$ $\checkmark \frac{5}{6}$

7) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n(2n+2)}$ ✓ $\frac{1}{4}$	8) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n - 8^n}{40^n}$ ✓ $-\frac{3}{28}$	9) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n + 6^n}{18^n}$ ✓ $\frac{7}{10}$	10) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n - 6^n}{18^n}$ ✓ $-\frac{3}{10}$	11) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{7^n + 8^n}{56^n}$ ✓ $\frac{13}{42}$	12) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{7^n + 4^n}{28^n}$ ✓ $\frac{1}{2}$
13) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{7^n + 2^n}{14^n}$ ✓ $\frac{7}{6}$	14) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(3n+3)(3n+6)}$ ✓ $\frac{1}{18}$	15) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n - 6^n}{30^n}$ ✓ $-\frac{1}{20}$	16) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{7^n - 2^n}{14^n}$ ✓ $\frac{5}{6}$	17) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n+4)(2n+6)}$ ✓ $\frac{1}{12}$	
18) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1+4^n}{4^n}$ ✓ ∞	19) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n + 6^n}{30^n}$ ✓ $\frac{9}{20}$	20) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n + 8^n}{40^n}$ ✓ $\frac{11}{28}$	21) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+3)(n+4)}$ ✓ $\frac{1}{4}$	22) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n + 2^n}{10^n}$ ✓ $\frac{5}{4}$	23) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1-4^n}{4^n}$ ✓ ∞
24) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(4n+1)(4n+5)}$ ✓ $\frac{1}{20}$	25) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{7^n - 6^n}{42^n}$ ✓ $\frac{1}{30}$	26) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{7^n + 6^n}{42^n}$ ✓ $\frac{11}{30}$	27) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n - 4^n}{12^n}$ ✓ $-\frac{1}{6}$	28) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{7^n - 8^n}{56^n}$ ✓ $-\frac{1}{42}$	
29) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n+2)(2n+4)}$ ✓ $\frac{1}{8}$	30) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1+8^n}{8^n}$ ✓ ∞				

Задача 274. Исследовать сходимость ряда.

1) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{7n+5}{4n^6+5}$ ✓ $\frac{1}{n^5}$ (Ср.)	2) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{\ln^5 n}$ ✓ Расходится	3) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{\ln^4 n}$ ✓ Расходится	4) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{\ln^4 n}{n^4}$ ✓ Сходится	5) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{\ln^2 n}$ ✓ Расходится	6) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+4}{2n^7+4}$ ✓ $\frac{1}{n^6}$ (Ср.)	7) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{\ln^4 n}{\sqrt[5]{n}}$ ✓ Расходится
8) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{\ln^4 n}{\sqrt{n}}$ ✓ Расходится	9) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{\ln n}$ ✓ Расходится	10) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{\ln^3 n}{\sqrt[4]{n}}$ ✓ Расходится	11) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{7^n + 1}{9^n + 2}$ ✓ $\left(\frac{7}{9}\right)^n$ (Ср.)	12) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{\ln^2 n}{n^5}$ ✓ Сходится	13) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{\ln^3 n}{\sqrt[5]{n}}$ ✓ Расходится	
14) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{\ln^5 n}{n^5}$ ✓ Сходится	15) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+2}{8n^7+2}$ ✓ $\frac{1}{n^6}$ (Ср.)	16) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{7n+1}{2n^6+1}$ ✓ $\frac{1}{n^5}$ (Ср.)	17) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{\ln^3 n}$ ✓ Расходится	18) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n + 5}{9^n + 1}$ ✓ $\left(\frac{1}{3}\right)^n$ (Ср.)	19) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{7^n + 5}{4^n + 3}$ ✓ $\left(\frac{7}{4}\right)^n$ (Ср.)	
20) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{\ln^5 n}{n^3}$ ✓ Сходится	21) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{\ln^5 n}{\sqrt[4]{n}}$ ✓ Расходится	22) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{\ln^5 n}{n^2}$ ✓ Сходится	23) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5n+1}{8n^2+5}$ ✓ $\frac{1}{n}$ (Ср.)	24) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n + 2}{4^n + 5}$ ✓ $\left(\frac{5}{4}\right)^n$ (Ср.)	25) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{\ln n}{n^5}$ ✓ Сходится	
26) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n + 2}{8^n + 3}$ ✓ $\left(\frac{5}{8}\right)^n$ (Ср.)	27) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{\ln^3 n}{n^2}$ ✓ Сходится	28) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{\ln^3 n}{n^3}$ ✓ Сходится	29) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5n^2 + 2}{2n + 4}$ ✓ $\frac{1}{n^{-1}}$ (Ср.)	30) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{\ln^4 n}{n^3}$ ✓ Сходится		

Задача 275. Исследовать сходимость ряда.

1) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{7^n}{n^3 + 1}$ ✓ $D = 7$	2) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^{2 \cdot 2^n}}{n!}$ ✓ $D = 0$	3) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n^2 n!}$ ✓ $D = 0$	4) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^4 n!}{6^n}$ ✓ $D = \infty$	5) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n}{2n^2 + 5}$ ✓ $D = 4$	6) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3 n!}{2^n}$ ✓ $D = \infty$	7) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{4n+1}{2n+5}\right)^n$ ✓ $K = 2$
8) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{7^n}{n^2 n!}$ ✓ $D = 0$	9) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4n^2 + 3}{7^n}$ ✓ $D = \frac{1}{7}$	10) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n^5 + 7}{6^n}$ ✓ $D = \frac{1}{6}$	11) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{7n + 6}{n!}$ ✓ $D = 0$	12) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^4 n!}{3^n}$ ✓ $D = \infty$	13) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{n^4 3^n}$ ✓ $D = \infty$	14) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^{4 \cdot 2^n}}{n!}$ ✓ $D = 0$

- 15) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{n^3 4^n}$ $\checkmark D = \infty$ 16) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{5n^4 + 6}$ $\checkmark D = 3$ 17) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{7n^4 + 5}$ $\checkmark D = 3$ 18) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3 n!}{3^n}$ $\checkmark D = \infty$ 19) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^4 + 7}{7^n}$ $\checkmark D = \frac{1}{7}$ 20) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 7^n}{n!}$ $\checkmark D = 0$
- 21) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{4n^3 + 1}{5n^3 + 5} \right)^n$ $\checkmark K = \frac{4}{5}$ 22) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n^3 n!}$ $\checkmark D = 0$ 23) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{n^4 6^n}$ $\checkmark D = \infty$ 24) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^4 3^n}{n!}$ $\checkmark D = 0$ 25) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{n^3 n!}$ $\checkmark D = 0$ 26) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{5n^5 + 4}$ $\checkmark D = 2$ 27) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 n!}{5^n}$ $\checkmark D = \infty$
- 28) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n}{n^2 n!}$ $\checkmark D = 0$ 29) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{6n^2 + 1}{9n^2 + 1} \right)^n$ $\checkmark K = \frac{2}{3}$ 30) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 n!}{6^n}$ $\checkmark D = \infty$

Задача 276. Исследовать сходимость ряда.

- 1) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n!)^5}{(5n+1)!}$ $\checkmark D = \frac{1}{3125}$ 2) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n!)^4}{(4n+1)!}$ $\checkmark D = \frac{1}{256}$ 3) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{6^n}{\sqrt[4]{n!}}$ $\checkmark D = 0$ 4) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n!)^2}{(2n+1)!}$ $\checkmark D = \frac{1}{4}$ 5) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt[7]{n!}}{2^n}$ $\checkmark D = \infty$ 6) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{\sqrt[5]{n!}}$ $\checkmark D = 0$ 7) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3 5^n}{(3n)!}$ $\checkmark D = \frac{5e^3}{27}$
- 8) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{5n-13}{5n+2} \right)^{n^2}$ $\checkmark K = e^{-3}$ 9) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^{3n} 3^n}{(3n)!}$ $\checkmark D = \frac{e^3}{9}$ 10) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{n^n 7^n}$ $\checkmark D = \frac{1}{7e}$ 11) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{\sqrt[7]{n!}}$ $\checkmark D = 0$ 12) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{\sqrt[7]{n!}}$ $\checkmark D = 0$ 13) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n 3^n}{(n)!}$ $\checkmark D = 3e$
- 14) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+2}{n+4} \right)^{n^2}$ $\checkmark K = e^{-2}$ 15) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt[7]{n!}}{5^n}$ $\checkmark D = \infty$ 16) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n n!}{n^n}$ $\checkmark D = \frac{2}{e}$ 17) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n!)^3}{(3n+1)!}$ $\checkmark D = \frac{1}{27}$ 18) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n n!}{n^n}$ $\checkmark D = \frac{5}{e}$ 19) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3n+1}{3n+4} \right)^{n^2}$ $\checkmark K = e^{-1}$
- 20) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n n!}{n^n}$ $\checkmark D = \frac{3}{e}$ 21) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n 2^n}{(n)!}$ $\checkmark D = 2e$ 22) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^{2n} 2^n}{(2n)!}$ $\checkmark D = \frac{e^2}{2}$ 23) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt[7]{n!}}{7^n}$ $\checkmark D = \infty$ 24) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{n^n}$ $\checkmark D = \frac{1}{e}$ 25) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt[6]{n!}}{5^n}$ $\checkmark D = \infty$ 26) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{n^n 2^n}$ $\checkmark D = \frac{1}{2e}$
- 27) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{\sqrt{n!}}$ $\checkmark D = 0$ 28) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^{2n}}{(2n)!}$ $\checkmark D = \frac{e^2}{4}$ 29) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^{3n} 7^n}{(3n)!}$ $\checkmark D = \frac{7e^3}{27}$ 30) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{n^n 8^n}$ $\checkmark D = \frac{1}{8e}$

Задача 277. Исследовать сходимость ряда.

- 1) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{\ln n}{n^4}$ \checkmark Сходится 2) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \ln^2 n}$ \checkmark Сходится 3) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \sqrt[3]{\ln n}}$ \checkmark Расходится 4) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{\ln n}{n^6}$ \checkmark Сходится 5) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \ln^4 n}$ \checkmark Сходится 6) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{\ln n}{\sqrt[7]{n}}$ \checkmark Расходится 7) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \ln^3 n}$ \checkmark Сходится
- 8) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{\ln n}{n^7}$ \checkmark Сходится 9) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{\ln n}{n^8}$ \checkmark Сходится 10) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \ln^5 n}$ \checkmark Сходится 11) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{\ln n}{\sqrt[5]{n}}$ \checkmark Расходится 12) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \ln^6 n}$ \checkmark Сходится 13) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \sqrt[4]{\ln n}}$ \checkmark Расходится 14) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \ln^7 n}$ \checkmark Сходится
- 15) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{\ln n}{\sqrt[6]{n}}$ \checkmark Расходится 16) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{\ln n}{n^5}$ \checkmark Сходится 17) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{\ln n}{n^2}$ \checkmark Сходится 18) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \sqrt[6]{\ln n}}$ \checkmark Расходится 19) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \sqrt[8]{\ln n}}$ \checkmark Расходится 20) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \sqrt[7]{\ln n}}$ \checkmark Расходится
- 21) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n^4 \sqrt{\ln n}}$ \checkmark Расходится 22) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \ln^8 n}$ \checkmark Сходится 23) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{\ln n}{\sqrt[8]{n}}$ \checkmark Расходится 24) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n^5 \sqrt{\ln n}}$ \checkmark Расходится 25) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \sqrt{\ln n}}$ \checkmark Расходится 26) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{\ln n}{\sqrt[3]{n}}$ \checkmark Расходится

$$\begin{array}{llll}
27) \sum_{n=2}^{\infty} \frac{\ln n}{\sqrt{n}} & 28) \sum_{n=2}^{\infty} \frac{\ln n}{\sqrt[3]{n}} & 29) \sum_{n=2}^{\infty} \frac{\ln n}{n^3} & 30) \sum_{n=2}^{\infty} \frac{\ln n}{\sqrt[4]{n}} \\
\checkmark \text{ Расходится} & \checkmark \text{ Расходится} & \checkmark \text{ Сходится} & \checkmark \text{ Расходится}
\end{array}$$

Задача 278. Исследовать знакопеременные ряды на абсолютную и условную сходимость

$$\begin{array}{llll}
1) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \left(1 + \frac{4}{n}\right)^n & 2) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{4n+2} & 3) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{\ln n} & 4) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{2^n}{n^2} \\
\checkmark \text{ Расходится} & \checkmark \text{ Сходится условно} & \checkmark \text{ Сходится условно} & \checkmark \text{ Расходится} \\
5) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{\sqrt{5n^5+2}} & 6) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{4n^5+2} & 7) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{\sqrt[6]{5n^3+2}} & 8) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{(n+4)!} \\
\checkmark \text{ Сходится абсолютно} & \checkmark \text{ Сходится абсолютно} & \checkmark \text{ Сходится условно} & \checkmark \text{ Сходится абсолютно} \\
9) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{4^n}{n^4} & 10) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n \ln^5 n} & 11) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{\sqrt{4n^6+2}} & 12) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{5n+2} \\
\checkmark \text{ Расходится} & \checkmark \text{ Сходится абсолютно} & \checkmark \text{ Сходится абсолютно} & \checkmark \text{ Сходится условно} \\
13) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{\sqrt{2n^3+1}} & 14) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{5n^5+5} & 15) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{(n+1)!} & 16) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n^n} \\
\checkmark \text{ Сходится абсолютно} & \checkmark \text{ Сходится абсолютно} & \checkmark \text{ Сходится абсолютно} & \checkmark \text{ Сходится абсолютно} \\
17) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \left(1 + \frac{3}{n}\right)^n & 18) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{(2n+1)4^n} & 19) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n+3} & 20) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{\ln^5 n} \\
\checkmark \text{ Расходится} & \checkmark \text{ Сходится абсолютно} & \checkmark \text{ Сходится условно} & \checkmark \text{ Сходится условно} \\
21) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{n^4+5}{3n^4+1} & 22) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n & 23) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{n+5}{n+1} & 24) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n+2} \\
\checkmark \text{ Расходится} & \checkmark \text{ Расходится} & \checkmark \text{ Расходится} & \checkmark \text{ Сходится условно} \\
25) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \left(1 + \frac{5}{n}\right)^n & 26) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \left(1 + \frac{2}{n}\right)^n & 27) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n^3+5} & 28) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{\ln^3 n} \\
\checkmark \text{ Расходится} & \checkmark \text{ Расходится} & \checkmark \text{ Сходится абсолютно} & \checkmark \text{ Сходится условно} \\
29) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{\sqrt[6]{2n^5+4}} & 30) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{\ln^2 n} & & \\
\checkmark \text{ Сходится условно} & \checkmark \text{ Сходится условно} & &
\end{array}$$

Задача 279. Найти область сходимости функционального ряда.

$$\begin{array}{lllll}
1) \sum_{n=1}^{\infty} x^n \arcsin \frac{x}{3^n} & 2) \sum_{n=1}^{\infty} (\log_2 x)^n & 3) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(\log_3 x)^n}{n} & 4) \sum_{n=1}^{\infty} x^n \arcsin \frac{x}{7^n} & 5) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(\log_6 x)^n}{n} \\
\checkmark (-3; 3) & \checkmark \left(\frac{1}{2}; 2\right) & \checkmark \left[\frac{1}{3}; 3\right) & \checkmark (-7; 7) & \checkmark \left[\frac{1}{6}; 6\right) \\
6) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3}{(3n+1)(x+1)^n} & 7) \sum_{n=1}^{\infty} (\log_5 x)^n & 8) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4}{x(\log_2 x)^n} & 9) \sum_{n=1}^{\infty} \arcsin \frac{4^n x}{7^n} & 10) \sum_{n=1}^{\infty} \operatorname{arctg} \frac{5^n x}{8^n} \\
\checkmark (-\infty; -2] \cup (0; +\infty] & \checkmark \left(\frac{1}{5}; 5\right) & \checkmark \left(0; \frac{1}{2}\right) \cup (2; +\infty) & \checkmark (-\infty; +\infty) & \checkmark (-\infty; +\infty) \\
11) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(\log_5 x)^n}{n} & 12) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3}{(n+2)(x+1)^n} & 13) \sum_{n=1}^{\infty} \sin \frac{4^n x}{5^n} & 14) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{5}{(n+4)(x+4)^n} & 15) \sum_{n=1}^{\infty} x^n \operatorname{tg} \frac{x}{7^n} \\
\checkmark \left[\frac{1}{5}; 5\right) & \checkmark (-\infty; -2] \cup (0; +\infty] & \checkmark (-\infty; +\infty) & \checkmark (-\infty; -5] \cup (-3; +\infty] & \checkmark (-7; 7) \\
16) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(\log_4 x)^n}{n} & 17) \sum_{n=1}^{\infty} x^n \operatorname{arctg} \frac{x}{7^n} & 18) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3}{(n+2)(x+3)^n} & 19) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{x(\log_3 x)^n} & 20) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3}{x(\log_2 x)^n} \\
\checkmark \left[\frac{1}{4}; 4\right) & \checkmark (-7; 7) & \checkmark (-\infty; -4] \cup (-2; +\infty] & \checkmark \left(0; \frac{1}{3}\right) \cup (3; +\infty) & \checkmark \left(0; \frac{1}{2}\right) \cup (2; +\infty)
\end{array}$$

- 21) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5}{(n+2)(x+1)^n}$ $\checkmark (-\infty; -2] \cup (0; +\infty]$ 22) $\sum_{n=1}^{\infty} (\log_6 x)^n$ $\checkmark \left(\frac{1}{6}; 6\right)$ 23) $\sum_{n=1}^{\infty} (\log_7 x)^n$ $\checkmark \left(\frac{1}{7}; 7\right)$ 24) $\sum_{n=1}^{\infty} \arcsin \frac{2^n x}{5^n}$ $\checkmark (-\infty; +\infty)$ 25) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5}{(2n+1)(x+1)^n}$ $\checkmark (-\infty; -2] \cup (0; +\infty]$
- 26) $\sum_{n=1}^{\infty} \sin \frac{5^n x}{6^n}$ $\checkmark (-\infty; +\infty)$ 27) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4}{x(\log_4 x)^n}$ $\checkmark \left(0; \frac{1}{4}\right) \cup (4; +\infty)$ 28) $\sum_{n=1}^{\infty} x^n \operatorname{tg} \frac{x}{4^n}$ $\checkmark (-4; 4)$ 29) $\sum_{n=1}^{\infty} x^n \sin \frac{x}{3^n}$ $\checkmark (-3; 3)$ 30) $\sum_{n=1}^{\infty} (\log_3 x)^n$ $\checkmark \left(\frac{1}{3}; 3\right)$

Задача 280. Найти радиус сходимости и область сходимости степенного ряда.

- 1) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2^n} (x+1)^n$ $\checkmark R = 2; (-3; 1)$ 2) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-5)^n}{6^n}$ $\checkmark R = 6; (-1; 11)$ 3) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^n}{(n+5)!}$ $\checkmark R = \infty; (-\infty; +\infty)$ 4) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{7n^4 + 5n}$ $\checkmark R = 1; [0; 2]$ 5) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3 + 4}{n!} (x+1)^n$ $\checkmark R = \infty; (-\infty; +\infty)$
- 6) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4n^2 + 5}{n!} (x-1)^n$ $\checkmark R = \infty; (-\infty; +\infty)$ 7) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-3)^n}{(2n+4)5^n}$ $\checkmark R = 5; [-2; 8)$ 8) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{(n+1)!}$ $\checkmark R = \infty; (-\infty; +\infty)$ 9) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+2)^n}{5^n}$ $\checkmark R = 5; (-7; 3)$ 10) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n^3 + 1}{n!} (x-2)^n$ $\checkmark R = \infty; (-\infty; +\infty)$
- 11) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{(n+3)4^n}$ $\checkmark R = 4; [-2; 6)$ 12) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-5)^n}{5n^4 + n}$ $\checkmark R = 1; [4; 6]$ 13) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+5}{4^n} (x-1)^n$ $\checkmark R = 4; (-3; 5)$ 14) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{(4n^4 + 2)3^n} (x+2)^n$ $\checkmark R = \frac{3}{2}; \left[-\frac{7}{2}; -\frac{1}{2}\right]$
- 15) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{6^n}{n!} (x-3)^n$ $\checkmark R = \infty; (-\infty; +\infty)$ 16) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+3)^n}{7n^5 + 2n}$ $\checkmark R = 1; [-4; -2]$ 17) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{6^n}$ $\checkmark R = 6; (-5; 7)$ 18) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n}{(4n+1)3^n} (x+1)^n$ $\checkmark R = \frac{3}{4}; \left[-\frac{7}{4}; -\frac{1}{4}\right]$
- 19) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4n+4}{5^n} (x-4)^n$ $\checkmark R = 5; (-1; 9)$ 20) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{(4n+4)2^n} (x+1)^n$ $\checkmark R = \frac{2}{3}; \left[-\frac{5}{3}; -\frac{1}{3}\right)$ 21) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-5)^n}{(6n+5)4^n}$ $\checkmark R = 4; [1; 9)$ 22) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{(4n+5)2^n} (x-2)^n$ $\checkmark R = \frac{2}{3}; \left[\frac{4}{3}; \frac{8}{3}\right)$
- 23) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n^2 + 2}{n!} (x-2)^n$ $\checkmark R = \infty; (-\infty; +\infty)$ 24) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{(n+1)!}$ $\checkmark R = \infty; (-\infty; +\infty)$ 25) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{(7n^4 + 4)4^n} (x-3)^n$ $\checkmark R = \frac{4}{3}; \left[\frac{5}{3}; \frac{13}{3}\right]$ 26) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n}{(7n+4)3^n} (x-5)^n$ $\checkmark R = \frac{3}{4}; \left[\frac{17}{4}; \frac{23}{4}\right)$
- 27) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{(5n^5 + 2)4^n} (x-5)^n$ $\checkmark R = \frac{4}{3}; \left[\frac{11}{3}; \frac{19}{3}\right]$ 28) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+3)^n}{(n+5)5^n}$ $\checkmark R = 5; [-8; 2)$ 29) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-3)^n}{(n+2)3^n}$ $\checkmark R = 3; [0; 6)$ 30) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-3)^n}{6n^4 + 3n}$ $\checkmark R = 1; [2; 4]$

Задача 281. Найти область сходимости степенного ряда.

- 1) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(n+5) \ln(n+1)} (x+1)^n$ $\checkmark (-2; 0]$ 2) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(n+3) \ln(n+1)} (x+3)^n$ $\checkmark (-4; -2]$ 3) $\sum_{n=1}^{\infty} (x+3)^n \operatorname{tg} \frac{\pi}{\sqrt[7]{n^8}}$ $\checkmark [-4; -2]$ 4) $\sum_{n=1}^{\infty} x^n \operatorname{tg} \frac{\pi}{3^n}$ $\checkmark (-3; 3)$
- 5) $\sum_{n=1}^{\infty} (x-5)^n \operatorname{tg} \frac{\pi}{4^n}$ $\checkmark (1; 9)$ 6) $\sum_{n=1}^{\infty} (x-1)^n \operatorname{arctg} \frac{\pi}{\sqrt{n^3}}$ $\checkmark [0; 2]$ 7) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+3)^n}{2^n \ln(n+1)}$ $\checkmark [-5; -1)$ 8) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(n+6) \ln(n+1)} (x-3)^n$ $\checkmark (2; 4]$
- 9) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-5)^n}{7^n \ln(n+1)}$ $\checkmark [-2; 12)$ 10) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-3)^n}{3^n \ln(n+1)}$ $\checkmark [0; 6)$ 11) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{(n+1) \ln(n+1)} (x-2)^n$ $\checkmark \left[\frac{9}{5}; \frac{11}{5}\right)$ 12) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(n+2) \ln(n+1)} (x+1)^n$ $\checkmark (-2; 0]$

- 13) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n+1}} (x-1)^n$ \checkmark (0; 2] 14) $\sum_{n=1}^{\infty} x^n \operatorname{arctg} \frac{\pi}{4^n}$ \checkmark (-4; 4) 15) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-4)^n}{2^n \ln(n+1)}$ \checkmark [2; 6) 16) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+3)^n}{4^n \ln(n+1)}$ \checkmark [-7; 1)
- 17) $\sum_{n=1}^{\infty} (x-1)^n \operatorname{tg} \frac{\pi}{\sqrt[3]{n^4}}$ \checkmark [0; 2] 18) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(n+2) \ln(n+1)} (x-4)^n$ \checkmark (3; 5] 19) $\sum_{n=1}^{\infty} (x-3)^n \operatorname{arctg} \frac{\pi}{6^n}$ \checkmark (-3; 9) 20) $\sum_{n=1}^{\infty} (x-5)^n \sin \frac{\pi}{3^n}$ \checkmark (2; 8)
- 21) $\sum_{n=1}^{\infty} (x+3)^n \arcsin \frac{\pi}{\sqrt[7]{n^8}}$ \checkmark [-4; -2] 22) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{(n+1) \ln(n+1)} x^n$ \checkmark $\left[-\frac{1}{5}; \frac{1}{5}\right)$ 23) $\sum_{n=1}^{\infty} (x+3)^n \operatorname{arctg} \frac{\pi}{7^n}$ \checkmark (-10; 4) 24) $\sum_{n=1}^{\infty} (x-4)^n \sin \frac{\pi}{\sqrt[5]{n^6}}$ \checkmark [3; 5]
- 25) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\sqrt[3]{n+7}}{n+1} (x-3)^n$ \checkmark (2; 4] 26) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(n+2) \ln(n+1)} (x+3)^n$ \checkmark (-4; -2] 27) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{(n+1) \ln(n+1)} (x-1)^n$ \checkmark $\left[\frac{2}{3}; \frac{4}{3}\right)$
- 28) $\sum_{n=1}^{\infty} (x+2)^n \operatorname{arctg} \frac{\pi}{\sqrt[6]{n^7}}$ \checkmark [-3; -1] 29) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{6^n \ln(n+1)}$ \checkmark [-6; 6) 30) $\sum_{n=1}^{\infty} (x+1)^n \operatorname{tg} \frac{\pi}{6^n}$ \checkmark (-7; 5)

Задача 282. Вычислить a с точностью Δ .

- 1) $a = \sin 2$, $\Delta = 10^{-4}$ \checkmark 0,9093 2) $a = \cos \frac{3}{2}$, $\Delta = 10^{-4}$ \checkmark 0,0707 3) $a = \cos 1$, $\Delta = 10^{-6}$ \checkmark 0,540302 4) $a = \sqrt{e^3}$, $\Delta = 10^{-1}$ \checkmark 4,5
- 5) $a = e^2$, $\Delta = 10^{-1}$ \checkmark 7,4 6) $a = \cos \frac{1}{2}$, $\Delta = 10^{-9}$ \checkmark 0,877582562 7) $a = \sin 1$, $\Delta = 10^{-6}$ \checkmark 0,841471 8) $a = \sin \frac{1}{2}$, $\Delta = 10^{-8}$ \checkmark 0,47942554
- 9) $a = \sin \frac{3}{2}$, $\Delta = 10^{-5}$ \checkmark 0,99749 10) $a = \sqrt[3]{e^5}$, $\Delta = 10^{-1}$ \checkmark 5,3 11) $a = \sqrt[3]{e^4}$, $\Delta = 10^{-2}$ \checkmark 3,79 12) $a = \sqrt[3]{e^2}$, $\Delta = 10^{-3}$ \checkmark 1,948
- 13) $a = e$, $\Delta = 10^{-4}$ \checkmark 2,7183 14) $a = \sqrt{e}$, $\Delta = 10^{-4}$ \checkmark 1,6487 15) $a = \sqrt[3]{e}$, $\Delta = 10^{-5}$ \checkmark 1,39561

Задача 283. Проинтегрировать уравнение.

- 1) $dx + \sqrt{3-7x^2} e^{2y+1} dy = 0$ \checkmark $\frac{\sqrt{7}}{7} \arcsin \frac{\sqrt{21}x}{3} + \frac{1}{2} e^{2y+1} = C$ 2) $dx + (2+6x^2) e^{6y-1} dy = 0$ \checkmark $\frac{\sqrt{3}}{6} \operatorname{arctg} \sqrt{3}x + \frac{1}{6} e^{6y-1} = C$
- 3) $dx + \sqrt{8x^2+5} \cos(5y+4) dy = 0$ \checkmark $\frac{\sqrt{2}}{4} \ln(2\sqrt{2}x + \sqrt{8x^2+5}) + \frac{1}{5} \sin(5y+4) = C$ 4) $dx + (2+x^2) \cos(2y-1) dy = 0$ \checkmark $\frac{\sqrt{2}}{2} \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{2}x}{2} + \frac{1}{2} \sin(2y-1) = C$
- 5) $dx + \sqrt{3x^2+2} \cos(7y+6) dy = 0$ \checkmark $\frac{\sqrt{3}}{3} \ln(\sqrt{3}x + \sqrt{3x^2+2}) + \frac{1}{7} \sin(7y+6) = C$ 6) $dx + \sqrt{3x^2+4} e^{5y+5} dy = 0$ \checkmark $\frac{\sqrt{3}}{3} \ln(\sqrt{3}x + \sqrt{3x^2+4}) + \frac{1}{5} e^{5y+5} = C$
- 7) $dx + \sqrt{4-8x^2} \frac{1}{2y-2} dy = 0$ \checkmark $\frac{\sqrt{2}}{4} \arcsin \sqrt{2}x + \frac{1}{2} \ln|2y-2| = C$ 8) $dx + (5+7x^2) \cos(2y+3) dy = 0$ \checkmark $\frac{\sqrt{35}}{35} \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{35}x}{5} + \frac{1}{2} \sin(2y+3) = C$
- 9) $dx + (3x^2-4) \frac{1}{2y+1} dy = 0$ \checkmark $\frac{\sqrt{3}}{12} \ln \left| \frac{\sqrt{3}x-2}{\sqrt{3}x+2} \right| + \frac{1}{2} \ln|2y+1| = C$ 10) $dx + (9x^2-5) \cos(2y+4) dy = 0$ \checkmark $\frac{\sqrt{5}}{30} \ln \left| \frac{3x-\sqrt{5}}{3x+\sqrt{5}} \right| + \frac{1}{2} \sin(2y+4) = C$

$$11) dx + \sqrt{5x^2 + 3}e^{4y+1} dy = 0$$

$$\checkmark \frac{\sqrt{5}}{5} \ln \left(\sqrt{5x} + \sqrt{5x^2 + 3} \right) + \frac{1}{4} e^{4y+1} = C$$

$$12) dx + \sqrt{8x^2 + 4} \cos(2y + 1) dy = 0$$

$$\checkmark \frac{\sqrt{2}}{4} \ln \left(2\sqrt{2x} + \sqrt{8x^2 + 4} \right) + \frac{1}{2} \sin(2y + 1) = C$$

$$13) dx + \sqrt{6x^2 + 3} \cos(7y - 3) dy = 0$$

$$\checkmark \frac{\sqrt{6}}{6} \ln \left(\sqrt{6x} + \sqrt{6x^2 + 3} \right) + \frac{1}{7} \sin(7y - 3) = C$$

$$14) dx + (5 + 7x^2) \cos(2y - 2) dy = 0$$

$$\checkmark \frac{\sqrt{35}}{35} \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{35}x}{5} + \frac{1}{2} \sin(2y - 2) = C$$

$$15) dx + (6x^2 - 5) e^{5y-1} dy = 0$$

$$\checkmark \frac{\sqrt{30}}{60} \ln \left| \frac{\sqrt{6x} - \sqrt{5}}{\sqrt{6x} + \sqrt{5}} \right| + \frac{1}{5} e^{5y-1} = C$$

$$16) dx + (2 + 6x^2) e^{6y-3} dy = 0$$

$$\checkmark \frac{\sqrt{3}}{6} \operatorname{arctg} \sqrt{3}x + \frac{1}{6} e^{6y-3} = C$$

$$17) dx + (4 + 6x^2) e^{5y-1} dy = 0$$

$$\checkmark \frac{\sqrt{6}}{12} \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{6}x}{2} + \frac{1}{5} e^{5y-1} = C$$

$$18) dx + (4 + 7x^2) e^{4y+4} dy = 0$$

$$\checkmark \frac{\sqrt{7}}{14} \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{7}x}{2} + \frac{1}{4} e^{4y+4} = C$$

$$19) dx + \sqrt{4 - 8x^2} \sin(3y - 1) dy = 0$$

$$\checkmark \frac{\sqrt{2}}{4} \arcsin \sqrt{2}x - \frac{1}{3} \cos(3y - 1) = C$$

$$20) dx + (3 + 2x^2) \sin(2y + 3) dy = 0$$

$$\checkmark \frac{\sqrt{6}}{6} \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{6}x}{3} - \frac{1}{2} \cos(2y + 3) = C$$

$$21) dx + (4 + 5x^2) \frac{1}{4y + 7} dy = 0$$

$$\checkmark \frac{\sqrt{5}}{10} \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{5}x}{2} + \frac{1}{4} \ln|4y + 7| = C$$

$$22) dx + (3 + 4x^2) \cos(2y - 1) dy = 0$$

$$\checkmark \frac{\sqrt{3}}{6} \operatorname{arctg} \frac{2\sqrt{3}x}{3} + \frac{1}{2} \sin(2y - 1) = C$$

$$23) dx + \sqrt{8x^2 + 5} \cos(2y + 7) dy = 0$$

$$\checkmark \frac{\sqrt{2}}{4} \ln \left(2\sqrt{2x} + \sqrt{8x^2 + 5} \right) + \frac{1}{2} \sin(2y + 7) = C$$

$$24) dx + \sqrt{8x^2 + 4} \sin(3y - 2) dy = 0$$

$$\checkmark \frac{\sqrt{2}}{4} \ln \left(2\sqrt{2x} + \sqrt{8x^2 + 4} \right) - \frac{1}{3} \cos(3y - 2) = C$$

$$25) dx + (6x^2 - 4) \cos(6y - 2) dy = 0$$

$$\checkmark \frac{\sqrt{6}}{24} \ln \left| \frac{\sqrt{6}x - 2}{\sqrt{6}x + 2} \right| + \frac{1}{6} \sin(6y - 2) = C$$

$$26) dx + \sqrt{5x^2 + 3}e^{5y-2} dy = 0$$

$$\checkmark \frac{\sqrt{5}}{5} \ln \left(\sqrt{5x} + \sqrt{5x^2 + 3} \right) + \frac{1}{5} e^{5y-2} = C$$

$$27) dx + \sqrt{4x^2 + 5} \frac{1}{6y + 6} dy = 0$$

$$\checkmark \frac{1}{2} \ln \left(2x + \sqrt{4x^2 + 5} \right) + \frac{1}{6} \ln|6y + 6| = C$$

$$28) dx + (3 + 2x^2) \cos(5y + 6) dy = 0$$

$$\checkmark \frac{\sqrt{6}}{6} \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{6}x}{3} + \frac{1}{5} \sin(5y + 6) = C$$

$$29) dx + (3 + 4x^2) e^{7y-2} dy = 0$$

$$\checkmark \frac{\sqrt{3}}{6} \operatorname{arctg} \frac{2\sqrt{3}x}{3} + \frac{1}{7} e^{7y-2} = C$$

$$30) dx + \sqrt{7x^2 + 4} \cos(6y + 1) dy = 0$$

$$\checkmark \frac{\sqrt{7}}{7} \ln \left(\sqrt{7}x + \sqrt{7x^2 + 4} \right) + \frac{1}{6} \sin(6y + 1) = C$$

Задача 284. Решить уравнение.

$$1) y' + 4y = e^{5x}$$

$$\checkmark y = \frac{1}{9} e^{5x} + C e^{-4x}$$

$$2) y' + 4y = x^2$$

$$\checkmark y = \frac{x^2}{4} - \frac{x}{8} + \frac{1}{32} + C e^{-4x}$$

$$3) y' + x^2 y = 4x^2$$

$$\checkmark y = 4 + C e^{-\frac{x^3}{3}}$$

$$4) y' + x^6 y = 4x^6$$

$$\checkmark y = 4 + C e^{-\frac{x^7}{7}}$$

$$5) y' + 5y = 3x^2 + 2$$

$$\checkmark y = \frac{3x^2}{5} + \frac{56}{125} - \frac{6x}{25} + C e^{-5x}$$

$$6) y' + 5y = e^{6x}$$

$$\checkmark y = \frac{1}{11} e^{6x} + C e^{-5x}$$

$$7) y' + y = 3x^2 + 1$$

$$\checkmark y = 3x^2 + 7 - 6x + C e^{-x}$$

$$8) y' + 3y = \frac{e^{-3x}}{\sqrt{25 - x^2}}$$

$$\checkmark y = e^{-3x} \left(\arcsin \frac{x}{5} + C \right)$$

$$9) y' + \frac{6xy}{x^2 + 16} = \frac{1}{(x^2 + 16)^4}$$

$$\checkmark y = \frac{1}{4(x^2 + 16)^3} \operatorname{arctg} \frac{x}{4} + \frac{C}{(x^2 + 16)^3}$$

$$10) y' + y = -2x^2$$

$$\checkmark y = -2x^2 + 4x - 4 + C e^{-x}$$

$$11) y' + 3y = 3x + 3$$

$$\checkmark y = x + \frac{2}{3} + C e^{-3x}$$

$$12) y' + \frac{10xy}{x^2 + 1} = \frac{1}{(x^2 + 1)^6}$$

$$\checkmark y = \frac{1}{(x^2 + 1)^5} \operatorname{arctg} x + \frac{C}{(x^2 + 1)^5}$$

$$13) y' + y = \frac{e^{-x}}{9 + x^2}$$

$$\checkmark y = e^{-x} \left(-\frac{1}{3} \operatorname{arctg} \left(-\frac{x}{3} \right) + C \right)$$

14) $y' + 5y = 2x + 4$
 $\checkmark y = \frac{2x}{5} + \frac{18}{25} + Ce^{-5x}$
15) $y' + x^2y = 5x^2$
 $\checkmark y = 5 + Ce^{-\frac{x^3}{3}}$
16) $y' + \frac{8xy}{x^2 + 25} = \frac{1}{(x^2 + 25)^5}$
 $\checkmark y = \frac{1}{5(x^2 + 25)^4} \operatorname{arctg} \frac{x}{5} + \frac{C}{(x^2 + 25)^4}$

17) $y' + 3y = e^{-4x}$
 $\checkmark y = -e^{-4x} + Ce^{-3x}$
18) $y' + \frac{8xy}{x^2 + 16} = \frac{1}{(x^2 + 16)^5}$
 $\checkmark y = \frac{1}{4(x^2 + 16)^4} \operatorname{arctg} \frac{x}{4} + \frac{C}{(x^2 + 16)^4}$
19) $y' + 4y = \frac{e^{-4x}}{36 + x^2}$
 $\checkmark y = e^{-4x} \left(\frac{1}{6} \operatorname{arctg} \frac{x}{6} + C \right)$

20) $xy' + y = e^x + x^2$
 $\checkmark y = \frac{e^x}{x} + \frac{x^2}{3} + \frac{C}{x}$
21) $y' + 5y = e^{-7x}$
 $\checkmark y = -\frac{1}{2}e^{-7x} + Ce^{-5x}$
22) $y' + 3y = \frac{e^{-3x}}{25 + x^2}$
 $\checkmark y = e^{-3x} \left(-\frac{1}{5} \operatorname{arctg} \left(-\frac{x}{5} \right) + C \right)$
23) $y' + 3y = e^{4x}$
 $\checkmark y = \frac{1}{7}e^{4x} + Ce^{-3x}$

24) $y' + x^3y = x^3$
 $\checkmark y = 1 + Ce^{-\frac{x^4}{4}}$
25) $y' + 2y = -2x^2 - 3$
 $\checkmark y = -x^2 - 2 + x + Ce^{-2x}$
26) $y' + 5y = \frac{e^{-5x}}{36 + x^2}$
 $\checkmark y = e^{-5x} \left(-\frac{1}{6} \operatorname{arctg} \left(-\frac{x}{6} \right) + C \right)$
27) $y' + y = 3x + 2$
 $\checkmark y = 3x - 1 + Ce^{-x}$

28) $y' + 5y = \frac{e^{-5x}}{49 + x^2}$
 $\checkmark y = e^{-5x} \left(\frac{1}{7} \operatorname{arctg} \frac{x}{7} + C \right)$
29) $y' + 4y = -x - 3$
 $\checkmark y = -\frac{x}{4} - \frac{11}{16} + Ce^{-4x}$
30) $y' + 4y = -x^2 + 1$
 $\checkmark y = -\frac{x^2}{4} + \frac{7}{32} + \frac{x}{8} + Ce^{-4x}$

Задача 285. Решить уравнение.

1) $y' = \frac{4x + 4y}{3x}$
 $\checkmark y = Cx^{\frac{4}{3}} - 4x$
2) $y' = \frac{5x + 3y}{2x}$
 $\checkmark y = Cx^{\frac{3}{2}} - 5x$
3) $y' = \frac{16x^2 + 3yx + y^2}{3x^2}$
 $\checkmark \frac{1}{4} \operatorname{arctg} \frac{y}{4x} = \frac{1}{3} \ln |x| + C$
4) $y' = \frac{4x + 2y}{x}$
 $\checkmark y = Cx^2 - 4x$
5) $y' = \frac{x^2 + yx + y^2}{x^2}$
 $\checkmark \operatorname{arctg} \frac{y}{x} = \ln |x| + C$

6) $y' = \frac{4x + 3y}{2x}$
 $\checkmark y = Cx^{\frac{3}{2}} - 4x$
7) $y' = -\frac{5x - 4y}{5x}$
 $\checkmark y = Cx^{\frac{4}{5}} - 5x$
8) $y' = \frac{4x^2 + yx + y^2}{x^2}$
 $\checkmark \frac{1}{2} \operatorname{arctg} \frac{y}{2x} = \ln |x| + C$
9) $y' = -\frac{16x^2 - 5yx + y^2}{5x^2}$
 $\checkmark \frac{1}{4} \operatorname{arctg} \frac{y}{4x} = -\frac{1}{5} \ln |x| + C$

10) $y' = \frac{9x^2 + 3yx + y^2}{3x^2}$
 $\checkmark \frac{1}{3} \operatorname{arctg} \frac{y}{3x} = \frac{1}{3} \ln |x| + C$
11) $y' = -\frac{5x - y}{2x}$
 $\checkmark y = Cx^{\frac{1}{2}} - 5x$
12) $y' = -\frac{16x^2 - 2yx + y^2}{2x^2}$
 $\checkmark \frac{1}{4} \operatorname{arctg} \frac{y}{4x} = -\frac{1}{2} \ln |x| + C$
13) $y' = \frac{5x + 4y}{3x}$
 $\checkmark y = Cx^{\frac{4}{3}} - 5x$

14) $y' = -\frac{2x - y}{2x}$
 $\checkmark y = Cx^{\frac{1}{2}} - 2x$
15) $y' = \frac{16x^2 + 2yx + y^2}{2x^2}$
 $\checkmark \frac{1}{4} \operatorname{arctg} \frac{y}{4x} = \frac{1}{2} \ln |x| + C$
16) $y' = \frac{25x^2 + yx + y^2}{x^2}$
 $\checkmark \frac{1}{5} \operatorname{arctg} \frac{y}{5x} = \ln |x| + C$
17) $y' = -\frac{2x - 4y}{5x}$
 $\checkmark y = Cx^{\frac{4}{5}} - 2x$

18) $y' = \frac{2x + 3y}{2x}$
 $\checkmark y = Cx^{\frac{3}{2}} - 2x$
19) $y' = \frac{5x + 2y}{x}$
 $\checkmark y = Cx^2 - 5x$
20) $y' = \frac{9x^2 + 2yx + y^2}{2x^2}$
 $\checkmark \frac{1}{3} \operatorname{arctg} \frac{y}{3x} = \frac{1}{2} \ln |x| + C$
21) $y' = -\frac{25x^2 - 5yx + y^2}{5x^2}$
 $\checkmark \frac{1}{5} \operatorname{arctg} \frac{y}{5x} = -\frac{1}{5} \ln |x| + C$

22) $y' = -\frac{x - 4y}{5x}$
 $\checkmark y = Cx^{\frac{4}{5}} - x$
23) $y' = -\frac{25x^2 - 2yx + y^2}{2x^2}$
 $\checkmark \frac{1}{5} \operatorname{arctg} \frac{y}{5x} = -\frac{1}{2} \ln |x| + C$
24) $y' = \frac{x + 2y}{x}$
 $\checkmark y = Cx^2 - x$
25) $y' = \frac{2x + 2y}{x}$
 $\checkmark y = Cx^2 - 2x$

26) $y' = -\frac{x^2 - 5yx + y^2}{5x^2}$
 $\checkmark \operatorname{arctg} \frac{y}{x} = -\frac{1}{5} \ln |x| + C$
27) $y' = \frac{x + 3y}{2x}$
 $\checkmark y = Cx^{\frac{3}{2}} - x$
28) $y' = \frac{16x^2 + yx + y^2}{x^2}$
 $\checkmark \frac{1}{4} \operatorname{arctg} \frac{y}{4x} = \ln |x| + C$
29) $y' = \frac{25x^2 + 2yx + y^2}{2x^2}$
 $\checkmark \frac{1}{5} \operatorname{arctg} \frac{y}{5x} = \frac{1}{2} \ln |x| + C$

30) $y' = \frac{25x^2 + 3yx + y^2}{3x^2}$
 $\checkmark \frac{1}{5} \operatorname{arctg} \frac{y}{5x} = \frac{1}{3} \ln |x| + C$

Задача 286. Решить уравнение.

- 1) $yy' - y + x = 0$ 2) $2xy' = 2y + x \operatorname{tg} \frac{3y}{x}$
 $\checkmark \frac{1}{2} \ln \left| \frac{y^2}{x^2} + \frac{y}{x} + 1 \right| + \frac{1}{\sqrt{3}} \operatorname{arctg} \frac{2y-x}{\sqrt{3}x} = \ln \left| \frac{C}{x} \right|$ $\checkmark \frac{1}{3} \ln \left| \sin \frac{3y}{x} \right| = \frac{1}{2} \ln |x| + \ln |C|$
- 3) $2xy' = 2y - x \operatorname{ctg} \frac{8y}{x}$ 4) $y = xy' - x8^{\frac{4y}{x}}$ 5) $yy' - 2y + 4x = 0$
 $\checkmark -\frac{1}{8} \ln \left| \cos \frac{8y}{x} \right| = -\frac{1}{2} \ln |x| + \ln |C|$ $\checkmark \frac{8^{-\frac{4y}{x}}}{4 \ln 8} = \ln |x| + C$ $\checkmark \frac{1}{2} \ln \left| \frac{y^2}{x^2} + \frac{2y}{x} + 4 \right| + \frac{1}{\sqrt{3}} \operatorname{arctg} \frac{2y-2x}{2\sqrt{3}x} = \ln \left| \frac{C}{x} \right|$
- 6) $6xy' = 6y - x \sin^2 \frac{4y}{x}$ 7) $7xy' = 7y + 4x \sin^2 \frac{3y}{x}$ 8) $y = xy' - xe^{\frac{7y}{x}}$ 9) $y = xy' - x6^{\frac{9y}{x}}$
 $\checkmark -\frac{1}{4} \operatorname{ctg} \frac{4y}{x} = -\frac{1}{6} \ln |x| + C$ $\checkmark -\frac{1}{3} \operatorname{ctg} \frac{3y}{x} = \frac{4}{7} \ln |x| + C$ $\checkmark \frac{e^{-\frac{7y}{x}}}{7 \ln e} = \ln |x| + C$ $\checkmark \frac{6^{-\frac{9y}{x}}}{9 \ln 6} = \ln |x| + C$
- 10) $yy' - 3y + 9x = 0$ 11) $y = xy' - xe^{\frac{8y}{x}}$ 12) $y = xy' - x2^{\frac{5y}{x}}$
 $\checkmark \frac{1}{2} \ln \left| \frac{y^2}{x^2} + \frac{3y}{x} + 9 \right| + \frac{1}{\sqrt{3}} \operatorname{arctg} \frac{2y-3x}{3\sqrt{3}x} = \ln \left| \frac{C}{x} \right|$ $\checkmark \frac{e^{-\frac{8y}{x}}}{8 \ln e} = \ln |x| + C$ $\checkmark \frac{2^{-\frac{5y}{x}}}{5 \ln 2} = \ln |x| + C$
- 13) $y' \operatorname{ctg} \frac{6y}{x} - \frac{y}{x} \operatorname{ctg} \frac{6y}{x} + 1 = 0$ 14) $6xy' = 6y + 4x \operatorname{tg}^2 \frac{9y}{x}$
 $\checkmark \frac{1}{6} \ln \left| \sin \frac{6y}{x} \right| = -\ln |x| + C$ $\checkmark -\frac{1}{9} \operatorname{ctg} \frac{9y}{x} - \frac{y}{x} = \frac{2}{3} \ln |x| + C$
- 15) $yy' - 4y + 16x = 0$ 16) $9xy' = 9y - 4x \sin^2 \frac{6y}{x}$
 $\checkmark \frac{1}{2} \ln \left| \frac{y^2}{x^2} + \frac{4y}{x} + 16 \right| + \frac{1}{\sqrt{3}} \operatorname{arctg} \frac{2y-4x}{4\sqrt{3}x} = \ln \left| \frac{C}{x} \right|$ $\checkmark -\frac{1}{6} \operatorname{ctg} \frac{6y}{x} = -\frac{4}{9} \ln |x| + C$
- 17) $3xy' = 3y + 3x \operatorname{tg}^2 \frac{9y}{x}$ 18) $y = xy' - x7^{\frac{3y}{x}}$ 19) $y' \operatorname{ctg} \frac{6y}{x} - \frac{y}{x} \operatorname{ctg} \frac{6y}{x} + 2 = 0$ 20) $y = xy' - x5^{\frac{6y}{x}}$
 $\checkmark -\frac{1}{9} \operatorname{ctg} \frac{9y}{x} - \frac{y}{x} = \ln |x| + C$ $\checkmark \frac{7^{-\frac{3y}{x}}}{3 \ln 7} = \ln |x| + C$ $\checkmark \frac{1}{6} \ln \left| \sin \frac{6y}{x} \right| = -2 \ln |x| + C$ $\checkmark \frac{5^{-\frac{6y}{x}}}{6 \ln 5} = \ln |x| + C$
- 21) $yy' - 5y + 25x = 0$ 22) $yy' - 7y + 49x = 0$
 $\checkmark \frac{1}{2} \ln \left| \frac{y^2}{x^2} + \frac{5y}{x} + 25 \right| + \frac{1}{\sqrt{3}} \operatorname{arctg} \frac{2y-5x}{5\sqrt{3}x} = \ln \left| \frac{C}{x} \right|$ $\checkmark \frac{1}{2} \ln \left| \frac{y^2}{x^2} + \frac{7y}{x} + 49 \right| + \frac{1}{\sqrt{3}} \operatorname{arctg} \frac{2y-7x}{7\sqrt{3}x} = \ln \left| \frac{C}{x} \right|$
- 23) $5xy' = 5y - x \cos^2 \frac{4y}{x}$ 24) $5xy' = 5y + 4x \operatorname{tg} \frac{9y}{x}$
 $\checkmark \frac{1}{4} \operatorname{tg} \frac{4y}{x} = -\frac{1}{5} \ln |x| + C$ $\checkmark \frac{1}{9} \ln \left| \sin \frac{9y}{x} \right| = \frac{4}{5} \ln |x| + \ln |C|$
- 25) $yy' - 8y + 64x = 0$ 26) $7xy' = 7y + x \operatorname{tg} \frac{5y}{x}$
 $\checkmark \frac{1}{2} \ln \left| \frac{y^2}{x^2} + \frac{8y}{x} + 64 \right| + \frac{1}{\sqrt{3}} \operatorname{arctg} \frac{2y-8x}{8\sqrt{3}x} = \ln \left| \frac{C}{x} \right|$ $\checkmark \frac{1}{5} \ln \left| \sin \frac{5y}{x} \right| = \frac{1}{7} \ln |x| + \ln |C|$
- 27) $y' \sin^2 \frac{7y}{x} - \frac{y}{x} \sin^2 \frac{7y}{x} + 3 = 0$ 28) $y'7^{\frac{16y}{x}} - \frac{y}{x}7^{\frac{16y}{x}} + 6 = 0$
 $\checkmark \frac{y}{2x} - \frac{1}{28} \sin \frac{14y}{x} = -3 \ln |x| + C$ $\checkmark \frac{7^{\frac{16y}{x}}}{16 \ln 7} = -6 \ln |x| + C$
- 29) $yy' - 6y + 36x = 0$ 30) $yy' - 12y + 144x = 0$
 $\checkmark \frac{1}{2} \ln \left| \frac{y^2}{x^2} + \frac{6y}{x} + 36 \right| + \frac{1}{\sqrt{3}} \operatorname{arctg} \frac{2y-6x}{6\sqrt{3}x} = \ln \left| \frac{C}{x} \right|$ $\checkmark \frac{1}{2} \ln \left| \frac{y^2}{x^2} + \frac{12y}{x} + 144 \right| + \frac{1}{\sqrt{3}} \operatorname{arctg} \frac{2y-12x}{12\sqrt{3}x} = \ln \left| \frac{C}{x} \right|$

Задача 287. Решить уравнение.

- 1) $y' - \frac{2y}{x} = 4x^3 \cos(2x+4)$ 2) $y' - \frac{5y}{x} = -2x^2 - 3x - 4$
 $\checkmark y = 2x^3 \sin(2x+4) + x^2 \cos(2x+4) + 4Cx^2$ $\checkmark y = x^3 + x^2 + x + Cx^5$
- 3) $y' - \frac{2y}{x} = 25x^3 \cos(5x+7)$ 4) $y' + \frac{5y}{x} = \frac{3}{x^3} + \frac{2}{x^4}$ 5) $y' + \frac{4y}{x} = \frac{3}{x^2} + \frac{2}{x^3}$
 $\checkmark y = 5x^3 \sin(5x+7) + x^2 \cos(5x+7) + 25Cx^2$ $\checkmark y = \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3} + \frac{C}{x^5}$ $\checkmark y = \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} + \frac{C}{x^4}$

- 6) $y' - \frac{4y}{x} = -x^2 - 2x - 3$ 7) $y' + \frac{4y}{x} = \frac{9e^{3x+5}}{x^3}$ 8) $y' + \frac{y}{x} = 2e^{x^2}$ 9) $y' - \frac{2y}{x} = 5x \ln^4 x$
 $\checkmark y = x^3 + x^2 + x + Cx^4$ $\checkmark y = (3xe^{3x+5} - e^{3x+5} + 9C)x^{-4}$ $\checkmark y = \frac{e^{x^2} + C}{x}$ $\checkmark y = (\ln^5 x + 5C)x^2$
- 10) $y' - \frac{3y}{x} = x^4 \cos x$ 11) $y' - \frac{2y}{x} = 4x^3 \cos(2x + 2)$
 $\checkmark y = x^4 \sin x + x^3 \cos x + Cx^3$ $\checkmark y = 2x^3 \sin(2x + 2) + x^2 \cos(2x + 2) + 4Cx^2$
- 12) $y' - \frac{2y}{x} = 25x^3 \cos(5x + 3)$ 13) $y' - \frac{2y}{x} = 16x^3 \cos(4x + 4)$
 $\checkmark y = 5x^3 \sin(5x + 3) + x^2 \cos(5x + 3) + 25Cx^2$ $\checkmark y = 4x^3 \sin(4x + 4) + x^2 \cos(4x + 4) + 16Cx^2$
- 14) $y' + \frac{3y}{x} = 4e^{x^4}$ 15) $y' + \frac{2y}{x} = \frac{4e^{2x+3}}{x}$ 16) $y' - \frac{4y}{x} = 4x^3 \ln^3 x$ 17) $y' - \frac{6y}{x} = -3x^2 - 4x - 5$
 $\checkmark y = \frac{e^{x^4} + C}{x^3}$ $\checkmark y = (2xe^{2x+3} - e^{2x+3} + 4C)x^{-2}$ $\checkmark y = (\ln^4 x + 4C)x^4$ $\checkmark y = x^3 + x^2 + x + Cx^6$
- 18) $y' + \frac{5y}{x} = \frac{4e^{2x+1}}{x^4}$ 19) $y' - \frac{5y}{x} = 3x^4 \ln^2 x$ 20) $y' - \frac{7y}{x} = -4x^2 - 5x - 6$
 $\checkmark y = (2xe^{2x+1} - e^{2x+1} + 4C)x^{-5}$ $\checkmark y = (\ln^3 x + 3C)x^5$ $\checkmark y = x^3 + x^2 + x + Cx^7$
- 21) $y' + \frac{3y}{x} = 16 \ln x$ 22) $y' - \frac{2y}{x} = 2x \ln x$ 23) $y' + \frac{6y}{x} = \frac{3}{x^4} + \frac{2}{x^5}$ 24) $y' - \frac{3y}{x} = 4x^2 \ln^3 x$
 $\checkmark y = 4x \ln x - x + \frac{4C}{x^3}$ $\checkmark y = (\ln^2 x + 2C)x^2$ $\checkmark y = \frac{1}{x^3} + \frac{1}{x^4} + \frac{C}{x^6}$ $\checkmark y = (\ln^4 x + 4C)x^3$
- 25) $y' - \frac{2y}{x} = 3x \ln^2 x$ 26) $y' + \frac{5y}{x} = \frac{e^{x+2}}{x^4}$ 27) $y' - \frac{3y}{x} = 9x^4 \cos(3x + 2)$
 $\checkmark y = (\ln^3 x + 3C)x^2$ $\checkmark y = (xe^{x+2} - e^{x+2} + C)x^{-5}$ $\checkmark y = 3x^4 \sin(3x + 2) + x^3 \cos(3x + 2) + 9Cx^3$
- 28) $y' + \frac{4y}{x} = \frac{9e^{3x+2}}{x^3}$ 29) $y' - \frac{5y}{x} = x^6 \cos(x + 1)$
 $\checkmark y = (3xe^{3x+2} - e^{3x+2} + 9C)x^{-4}$ $\checkmark y = x^6 \sin(x + 1) + x^5 \cos(x + 1) + Cx^5$
- 30) $y' + \frac{5y}{x} = \frac{25e^{5x+7}}{x^4}$
 $\checkmark y = (5xe^{5x+7} - e^{5x+7} + 25C)x^{-5}$

Задача 288. Найти общее решение уравнения.

- 1) $y' + \sin(x + 5)y = \frac{1}{\sin^2(x + 1)}e^{-\cos(x+5)}$ 2) $y' + 3(x + 6)^2 y = \frac{1}{16 + x^2}e^{(x+6)^3}$
 $\checkmark y(x) = (-\operatorname{ctg}(x + 1) + C)e^{\cos(x+5)}$ $\checkmark y(x) = \left(\frac{1}{4} \operatorname{arctg} \frac{x}{4} + C\right)e^{-(x+6)^3}$
- 3) $y' + 4(x - 3)^3 y = \frac{1}{\cos^2(x + 1)}e^{(x-3)^4}$ 4) $y' + 4(x - 1)^3 y = \frac{1}{\cos^2(x + 3)}e^{(x-1)^4}$
 $\checkmark y(x) = (\operatorname{tg}(x + 1) + C)e^{-(x-3)^4}$ $\checkmark y(x) = (\operatorname{tg}(x + 3) + C)e^{-(x-1)^4}$
- 5) $y' + 4x^3 y = \frac{1}{\sin^2(x + 4)}e^{x^4}$ 6) $y' + 3(x - 3)^2 y = \frac{1}{\sqrt{1 - x^2}}e^{(x-3)^3}$ 7) $y' + 3(x - 2)^2 y = \frac{1}{\sqrt{4 - x^2}}e^{(x-2)^3}$
 $\checkmark y(x) = (-\operatorname{ctg}(x + 4) + C)e^{-x^4}$ $\checkmark y(x) = (\arcsin x + C)e^{-(x-3)^3}$ $\checkmark y(x) = \left(\arcsin \frac{x}{2} + C\right)e^{-(x-2)^3}$
- 8) $y' + \cos xy = \frac{1}{\sqrt{16 - x^2}}e^{\sin x}$ 9) $y' + 3(x - 1)^2 y = \frac{1}{\cos^2(x + 1)}e^{(x-1)^3}$
 $\checkmark y(x) = \left(\arcsin \frac{x}{4} + C\right)e^{-\sin x}$ $\checkmark y(x) = (\operatorname{tg}(x + 1) + C)e^{-(x-1)^3}$
- 10) $y' + \sin(x - 3)y = \frac{1}{\sin^2(x + 4)}e^{-\cos(x-3)}$ 11) $y' + \cos(x + 5)y = \frac{1}{\sqrt{1 - x^2}}e^{\sin(x+5)}$
 $\checkmark y(x) = (-\operatorname{ctg}(x + 4) + C)e^{\cos(x-3)}$ $\checkmark y(x) = (\arcsin x + C)e^{-\sin(x+5)}$
- 12) $y' + \cos(x - 3)y = \frac{1}{4 + x^2}e^{\sin(x-3)}$ 13) $y' + \cos(x + 5)y = \frac{1}{\sin^2(x + 4)}e^{\sin(x+5)}$
 $\checkmark y(x) = \left(\frac{1}{2} \operatorname{arctg} \frac{x}{2} + C\right)e^{-\sin(x-3)}$ $\checkmark y(x) = (-\operatorname{ctg}(x + 4) + C)e^{-\sin(x+5)}$

$$14) y' + 3(x-3)^2 y = \frac{1}{16+x^2} e^{(x-3)^3}$$

$$\checkmark y(x) = \left(\frac{1}{4} \operatorname{arctg} \frac{x}{4} + C \right) e^{-(x-3)^3}$$

$$15) y' + \sin(x-1) y = \frac{1}{1+x^2} e^{-\cos(x-1)}$$

$$\checkmark y(x) = (\operatorname{arctg} x + C) e^{\cos(x-1)}$$

$$16) y' + \sin xy = \frac{1}{\cos^2(x+3)} e^{-\cos x}$$

$$\checkmark y(x) = (\operatorname{tg}(x+3) + C) e^{\cos x}$$

$$17) y' + \cos(x-2) y = \frac{1}{16+x^2} e^{\sin(x-2)}$$

$$\checkmark y(x) = \left(\frac{1}{4} \operatorname{arctg} \frac{x}{4} + C \right) e^{-\sin(x-2)}$$

$$18) y' + \cos(x+6) y = \frac{1}{\sin^2(x+2)} e^{\sin(x+6)}$$

$$\checkmark y(x) = (-\operatorname{ctg}(x+2) + C) e^{-\sin(x+6)}$$

$$19) y' + 3(x-3)^2 y = \frac{1}{\sin^2(x+3)} e^{(x-3)^3}$$

$$\checkmark y(x) = (-\operatorname{ctg}(x+3) + C) e^{-(x-3)^3}$$

$$20) y' + \cos(x-1) y = \frac{1}{\sqrt{16-x^2}} e^{\sin(x-1)}$$

$$\checkmark y(x) = \left(\arcsin \frac{x}{4} + C \right) e^{-\sin(x-1)}$$

$$21) y' + 3x^2 y = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} e^{x^3}$$

$$\checkmark y(x) = (\arcsin x + C) e^{-x^3}$$

$$22) y' + \sin(x+6) y = \frac{1}{16+x^2} e^{-\cos(x+6)}$$

$$\checkmark y(x) = \left(\frac{1}{4} \operatorname{arctg} \frac{x}{4} + C \right) e^{\cos(x+6)}$$

$$23) y' + \cos(x-2) y = \frac{1}{\sin^2(x+3)} e^{\sin(x-2)}$$

$$\checkmark y(x) = (-\operatorname{ctg}(x+3) + C) e^{-\sin(x-2)}$$

$$24) y' + \sin(x-3) y = \frac{1}{4+x^2} e^{-\cos(x-3)}$$

$$\checkmark y(x) = \left(\frac{1}{2} \operatorname{arctg} \frac{x}{2} + C \right) e^{\cos(x-3)}$$

$$25) y' + \cos(x-3) y = \frac{1}{\sin^2(x+2)} e^{\sin(x-3)}$$

$$\checkmark y(x) = (-\operatorname{ctg}(x+2) + C) e^{-\sin(x-3)}$$

$$26) y' + \sin(x-2) y = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} e^{-\cos(x-2)}$$

$$\checkmark y(x) = (\arcsin x + C) e^{\cos(x-2)}$$

$$27) y' + \sin(x-1) y = \frac{1}{\sqrt{16-x^2}} e^{-\cos(x-1)}$$

$$\checkmark y(x) = \left(\arcsin \frac{x}{4} + C \right) e^{\cos(x-1)}$$

$$28) y' + 3(x+5)^2 y = \frac{1}{\cos^2(x+3)} e^{(x+5)^3}$$

$$\checkmark y(x) = (\operatorname{tg}(x+3) + C) e^{-(x+5)^3}$$

$$29) y' + \cos(x+5) y = \frac{1}{\sin^2(x+1)} e^{\sin(x+5)}$$

$$\checkmark y(x) = (-\operatorname{ctg}(x+1) + C) e^{-\sin(x+5)}$$

$$30) y' + 3(x+6)^2 y = \frac{1}{\sin^2(x+1)} e^{(x+6)^3}$$

$$\checkmark y(x) = (-\operatorname{ctg}(x+1) + C) e^{-(x+6)^3}$$

Задача 289. Найти общее решение уравнения.

$$1) xy' + y = e^{-x} + x^{-2}$$

$$\checkmark y = -\frac{e^{-x}}{x} - x^{-2} + \frac{C}{x}$$

$$2) y' + x^{-2} y = x^{-2}$$

$$\checkmark y = 1 + Ce^{x^{-1}}$$

$$3) y' - 5y = e^{2x}$$

$$\checkmark y = -\frac{1}{3} e^{2x} + Ce^{5x}$$

$$4) y' + y = e^{3x}$$

$$\checkmark y = \frac{1}{4} e^{3x} + Ce^{-x}$$

$$5) y' + y = e^{2x}$$

$$\checkmark y = \frac{1}{3} e^{2x} + Ce^{-x}$$

$$6) y' - 6y = e^{2x}$$

$$\checkmark y = -\frac{1}{4} e^{2x} + Ce^{6x}$$

$$7) xy' + y = e^{4x} + x^2$$

$$\checkmark y = \frac{e^{4x}}{4x} + \frac{x^2}{3} + \frac{C}{x}$$

$$8) y' - 4y = e^{3x}$$

$$\checkmark y = -e^{3x} + Ce^{4x}$$

$$9) y' + 3y = e^{-5x}$$

$$\checkmark y = -\frac{1}{2} e^{-5x} + Ce^{-3x}$$

$$10) y' + 3y = e^{3x}$$

$$\checkmark y = \frac{1}{6} e^{3x} + Ce^{-3x}$$

$$11) y' + xy = x$$

$$\checkmark y = 1 + Ce^{-\frac{x^2}{2}}$$

$$12) y' + 3y = e^x$$

$$\checkmark y = \frac{1}{4} e^x + Ce^{-3x}$$

$$13) y' + x^{-2} y = -6x^{-2}$$

$$\checkmark y = -6 + Ce^{x^{-1}}$$

$$14) y' + 4y = e^{-5x}$$

$$\checkmark y = -e^{-5x} + Ce^{-4x}$$

$$15) xy' + y = e^x + x^2$$

$$\checkmark y = \frac{e^x}{x} + \frac{x^2}{3} + \frac{C}{x}$$

$$16) y' + xy = -4x$$

$$\checkmark y = -4 + Ce^{-\frac{x^2}{2}}$$

$$17) y' + y = e^{-2x}$$

$$\checkmark y = -e^{-2x} + Ce^{-x}$$

$$18) xy' + y = e^{4x} + x$$

$$\checkmark y = \frac{e^{4x}}{4x} + \frac{x}{2} + \frac{C}{x}$$

$$19) y' + x^{-5} y = -4x^{-5}$$

$$\checkmark y = -4 + Ce^{\frac{x^{-4}}{4}}$$

$$20) xy' + y = e^{3x} + x$$

$$\checkmark y = \frac{e^{3x}}{3x} + \frac{x}{2} + \frac{C}{x}$$

$$21) y' + x^3 y = -4x^3$$

$$\checkmark y = -4 + Ce^{-\frac{x^4}{4}}$$

$$22) xy' + y = e^{-5x} + x^{-5}$$

$$\checkmark y = -\frac{e^{-5x}}{5x} - \frac{x^{-5}}{4} + \frac{C}{x}$$

$$23) y' + x^3 y = -6x^3$$

$$\checkmark y = -6 + Ce^{-\frac{x^4}{4}}$$

$$24) y' - 5y = e^{-2x}$$

$$\checkmark y = -\frac{1}{7} e^{-2x} + Ce^{5x}$$

$$25) y' - 6y = e^{-5x}$$

$$\checkmark y = -\frac{1}{11} e^{-5x} + Ce^{6x}$$

26) $y' + x^2 y = -x^2$

✓ $y = -1 + C e^{-\frac{x^3}{3}}$

27) $xy' + y = e^{3x} + x^{-2}$

✓ $y = \frac{e^{3x}}{3x} - x^{-2} + \frac{C}{x}$

28) $y' + 3y = e^{2x}$

✓ $y = \frac{1}{5} e^{2x} + C e^{-3x}$

29) $y' - 4y = e^x$

✓ $y = -\frac{1}{3} e^x + C e^{4x}$

30) $y' + 4y = e^x$

✓ $y = \frac{1}{5} e^x + C e^{-4x}$

Задача 290. Найти общее и частное решение, удовлетворяющее начальным условиям.

1) $x^3 y' + x^2 y - 2 = 0, y(1) = 2$

✓ $y = -\frac{2}{x^2} + \frac{4}{x}$

2) $y' + 4y \operatorname{tg} 4x - \frac{3}{\cos 4x} = 0, y\left(\frac{\pi}{4}\right) = 0$

✓ $y = \frac{3}{4} \sin 4x$

3) $y' - 4y \operatorname{ctg} 4x + \frac{3}{\sin 4x} = 0, y\left(\frac{\pi}{8}\right) = 0$

✓ $y = -\frac{3}{4} \cos 4x$

4) $x^4 y' + x^3 y - 2 = 0, y(1) = 1$

✓ $y = -\frac{1}{x^3} + \frac{2}{x}$

5) $y' + 5y \operatorname{tg} 5x - \frac{3}{\cos 5x} = 0, y\left(\frac{\pi}{5}\right) = 3$

✓ $y = \frac{3}{5} \sin 5x - 3 \cos 5x$

6) $y' - 5y \operatorname{ctg} 5x + \frac{2}{\sin 5x} = 0, y\left(\frac{\pi}{10}\right) = -1$

✓ $y = -\frac{2}{5} \cos 5x - \sin 5x$

7) $y' + 3y \operatorname{tg} 3x - \frac{3}{\cos 3x} = 0, y\left(\frac{\pi}{3}\right) = -1$

✓ $y = \sin 3x + \cos 3x$

8) $y' + 3y \operatorname{tg} 3x + \frac{2}{\cos 3x} = 0, y\left(\frac{\pi}{3}\right) = -1$

✓ $y = -\frac{2}{3} \sin 3x + \cos 3x$

9) $y' + 5y \operatorname{tg} 5x - \frac{2}{\cos 5x} = 0, y\left(\frac{\pi}{5}\right) = 0$

✓ $y = \frac{2}{5} \sin 5x$

10) $y' - 4y \operatorname{ctg} 4x - \frac{3}{\sin 4x} = 0, y\left(\frac{\pi}{8}\right) = -4$

✓ $y = \frac{3}{4} \cos 4x - 4 \sin 4x$

11) $x^4 y' + x^3 y - 2 = 0, y(1) = -2$

✓ $y = -\frac{1}{x^3} - \frac{1}{x}$

12) $y' + 5y \operatorname{tg} 5x + \frac{2}{\cos 5x} = 0, y\left(\frac{\pi}{5}\right) = 1$

✓ $y = -\frac{2}{5} \sin 5x - \cos 5x$

13) $x^5 y' + x^4 y - 2 = 0, y(1) = 2$

✓ $y = -\frac{2}{3x^4} + \frac{8}{3x}$

14) $y' - 3y \operatorname{ctg} 3x + \frac{3}{\sin 3x} = 0, y\left(\frac{\pi}{6}\right) = 2$

✓ $y = -\cos 3x + 2 \sin 3x$

15) $x^3 y' + x^2 y - 3 = 0, y(1) = 3$

✓ $y = -\frac{3}{x^2} + \frac{6}{x}$

16) $y' + 4y \operatorname{tg} 4x + \frac{2}{\cos 4x} = 0, y\left(\frac{\pi}{4}\right) = 3$

✓ $y = -\frac{1}{2} \sin 4x - 3 \cos 4x$

17) $y' + 5y \operatorname{tg} 5x - \frac{2}{\cos 5x} = 0, y\left(\frac{\pi}{5}\right) = 3$

✓ $y = \frac{2}{5} \sin 5x - 3 \cos 5x$

18) $x^5 y' + x^4 y - 2 = 0, y(1) = 1$

✓ $y = -\frac{2}{3x^4} + \frac{5}{3x}$

19) $y' + 3y \operatorname{tg} 3x + \frac{3}{\cos 3x} = 0, y\left(\frac{\pi}{3}\right) = -3$

✓ $y = -\sin 3x + 3 \cos 3x$

20) $x^5 y' + x^4 y - 3 = 0, y(1) = -4$

✓ $y = -\frac{1}{x^4} - \frac{3}{x}$

21) $x^5 y' + x^4 y + 3 = 0, y(1) = 0$

✓ $y = \frac{1}{x^4} - \frac{1}{x}$

22) $x^4 y' + x^3 y - 2 = 0, y(1) = -3$

✓ $y = -\frac{1}{x^3} - \frac{2}{x}$

23) $y' + 5y \operatorname{tg} 5x + \frac{3}{\cos 5x} = 0, y\left(\frac{\pi}{5}\right) = 1$

✓ $y = -\frac{3}{5} \sin 5x - \cos 5x$

24) $y' - 5y \operatorname{ctg} 5x - \frac{2}{\sin 5x} = 0, y\left(\frac{\pi}{10}\right) = 3$

✓ $y = \frac{2}{5} \cos 5x + 3 \sin 5x$

25) $y' - 5y \operatorname{ctg} 5x + \frac{3}{\sin 5x} = 0, y\left(\frac{\pi}{10}\right) = -1$

✓ $y = -\frac{3}{5} \cos 5x - \sin 5x$

26) $y' + 5y \operatorname{tg} 5x + \frac{2}{\cos 5x} = 0, y\left(\frac{\pi}{5}\right) = -3$

✓ $y = -\frac{2}{5} \sin 5x + 3 \cos 5x$

27) $x^5 y' + x^4 y + 2 = 0, y(1) = 1$

✓ $y = \frac{2}{3x^4} + \frac{1}{3x}$

28) $y' - 4y \operatorname{ctg} 4x - \frac{3}{\sin 4x} = 0, y\left(\frac{\pi}{8}\right) = -2$

✓ $y = \frac{3}{4} \cos 4x - 2 \sin 4x$

29) $y' + 3y \operatorname{tg} 3x - \frac{3}{\cos 3x} = 0, y\left(\frac{\pi}{3}\right) = 1$

✓ $y = \sin 3x - \cos 3x$

$$30) y' + 4y \operatorname{tg} 4x - \frac{3}{\cos 4x} = 0, \quad y\left(\frac{\pi}{4}\right) = 3$$

$$\checkmark y = \frac{3}{4} \sin 4x - 3 \cos 4x$$

Задача 291. Найти общее решение уравнения.

$$1) y'' + 8y' + 15y = 0$$

$$\checkmark C_1 e^{-3x} + C_2 e^{-5x}$$

$$2) y'' - 9y' + 20y = 0$$

$$\checkmark C_1 e^{5x} + C_2 e^{4x}$$

$$3) y'' + 11y' + 30y = 0$$

$$\checkmark C_1 e^{-6x} + C_2 e^{-5x}$$

$$4) y'' - 6y' + 8y = 0$$

$$\checkmark C_1 e^{4x} + C_2 e^{2x}$$

$$5) y'' - 10y' + 24y = 0$$

$$\checkmark C_1 e^{6x} + C_2 e^{4x}$$

$$6) y'' - 8y' + 15y = 0$$

$$\checkmark C_1 e^{3x} + C_2 e^{5x}$$

$$7) y'' + 4y' + 3y = 0$$

$$\checkmark C_1 e^{-x} + C_2 e^{-3x}$$

$$8) y'' + 5y' + 6y = 0$$

$$\checkmark C_1 e^{-3x} + C_2 e^{-2x}$$

$$9) y'' - 5y' + 6y = 0$$

$$\checkmark C_1 e^{2x} + C_2 e^{3x}$$

$$10) y'' + 7y' + 12y = 0$$

$$\checkmark C_1 e^{-3x} + C_2 e^{-4x}$$

$$11) y'' + 7y' + 12y = 0$$

$$\checkmark C_1 e^{-4x} + C_2 e^{-3x}$$

$$12) y'' + 3y' + 2y = 0$$

$$\checkmark C_1 e^{-x} + C_2 e^{-2x}$$

$$13) y'' - 7y' + 12y = 0$$

$$\checkmark C_1 e^{4x} + C_2 e^{3x}$$

$$14) y'' + 2y' = 0$$

$$\checkmark C_1 e^0 + C_2 e^{-2x}$$

$$15) y'' - 8y' + 15y = 0$$

$$\checkmark C_1 e^{5x} + C_2 e^{3x}$$

$$16) y'' + 6y' + 8y = 0$$

$$\checkmark C_1 e^{-4x} + C_2 e^{-2x}$$

$$17) y'' + 9y' + 20y = 0$$

$$\checkmark C_1 e^{-4x} + C_2 e^{-5x}$$

$$18) y'' - 11y' + 30y = 0$$

$$\checkmark C_1 e^{5x} + C_2 e^{6x}$$

$$19) y'' + 4y' + 3y = 0$$

$$\checkmark C_1 e^{-3x} + C_2 e^{-x}$$

$$20) y'' - 9y' + 20y = 0$$

$$\checkmark C_1 e^{4x} + C_2 e^{5x}$$

$$21) y'' + 3y' + 2y = 0$$

$$\checkmark C_1 e^{-2x} + C_2 e^{-x}$$

$$22) y'' - 11y' + 30y = 0$$

$$\checkmark C_1 e^{6x} + C_2 e^{5x}$$

$$23) y'' + 10y' + 24y = 0$$

$$\checkmark C_1 e^{-6x} + C_2 e^{-4x}$$

$$24) y'' + y' = 0$$

$$\checkmark C_1 e^0 + C_2 e^{-x}$$

$$25) y'' - y = 0$$

$$\checkmark C_1 e^x + C_2 e^{-x}$$

$$26) y'' + 9y' + 20y = 0$$

$$\checkmark C_1 e^{-5x} + C_2 e^{-4x}$$

$$27) y'' - 6y' + 8y = 0$$

$$\checkmark C_1 e^{2x} + C_2 e^{4x}$$

$$28) y'' - 7y' + 12y = 0$$

$$\checkmark C_1 e^{3x} + C_2 e^{4x}$$

$$29) y'' + 2y' = 0$$

$$\checkmark C_1 e^{-2x} + C_2 e^0$$

$$30) y'' - 12y' + 35y = 0$$

$$\checkmark C_1 e^{7x} + C_2 e^{5x}$$

Задача 292. Найти общее решение уравнения.

$$1) y'' - 6y' + 34y = 0$$

$$\checkmark e^{3x} (C_1 \sin 5x + C_2 \cos 5x)$$

$$2) y'' + 2y' + 10y = 0$$

$$\checkmark e^{-x} (C_1 \sin 3x + C_2 \cos 3x)$$

$$3) y'' - 2y' + 10y = 0$$

$$\checkmark e^x (C_1 \sin 3x + C_2 \cos 3x)$$

$$4) y'' - 8y' + 52y = 0$$

$$\checkmark e^{4x} (C_1 \sin 6x + C_2 \cos 6x)$$

$$5) y'' + 8y' + 20y = 0$$

$$\checkmark e^{-4x} (C_1 \sin 2x + C_2 \cos 2x)$$

$$6) y'' + 8y' + 32y = 0$$

$$\checkmark e^{-4x} (C_1 \sin 4x + C_2 \cos 4x)$$

$$7) y'' + 8y' + 65y = 0$$

$$\checkmark e^{-4x} (C_1 \sin 7x + C_2 \cos 7x)$$

$$8) y'' + 4y' + 29y = 0$$

$$\checkmark e^{-2x} (C_1 \sin 5x + C_2 \cos 5x)$$

$$9) y'' - 4y' + 53y = 0$$

$$\checkmark e^{2x} (C_1 \sin 7x + C_2 \cos 7x)$$

$$10) y'' + 25y = 0$$

$$\checkmark e^0 (C_1 \sin 5x + C_2 \cos 5x)$$

$$11) y'' - 2y' + 50y = 0$$

$$\checkmark e^x (C_1 \sin 7x + C_2 \cos 7x)$$

$$12) y'' - 6y' + 58y = 0$$

$$\checkmark e^{3x} (C_1 \sin 7x + C_2 \cos 7x)$$

$$13) y'' + 6y' + 58y = 0$$

$$\checkmark e^{-3x} (C_1 \sin 7x + C_2 \cos 7x)$$

$$14) y'' + 6y' + 18y = 0$$

$$\checkmark e^{-3x} (C_1 \sin 3x + C_2 \cos 3x)$$

$$15) y'' - 2y' + 5y = 0$$

$$\checkmark e^x (C_1 \sin 2x + C_2 \cos 2x)$$

$$16) y'' - 4y' + 29y = 0$$

$$\checkmark e^{2x} (C_1 \sin 5x + C_2 \cos 5x)$$

$$17) y'' - 6y' + 10y = 0$$

$$\checkmark e^{3x} (C_1 \sin x + C_2 \cos x)$$

$$18) y'' + 36y = 0$$

$$\checkmark e^0 (C_1 \sin 6x + C_2 \cos 6x)$$

$$19) y'' - 8y' + 32y = 0$$

$$\checkmark e^{4x} (C_1 \sin 4x + C_2 \cos 4x)$$

$$20) y'' + 2y' + 37y = 0$$

$$\checkmark e^{-x} (C_1 \sin 6x + C_2 \cos 6x)$$

$$21) y'' - 2y' + 37y = 0$$

$$\checkmark e^x (C_1 \sin 6x + C_2 \cos 6x)$$

$$22) y'' + 4y' + 40y = 0$$

$$\checkmark e^{-2x} (C_1 \sin 6x + C_2 \cos 6x)$$

$$23) y'' - 4y' + 8y = 0$$

$$\checkmark e^{2x} (C_1 \sin 2x + C_2 \cos 2x)$$

$$24) y'' - 8y' + 41y = 0$$

$$\checkmark e^{4x} (C_1 \sin 5x + C_2 \cos 5x)$$

$$25) y'' - 4y' + 13y = 0$$

$$\checkmark e^{2x} (C_1 \sin 3x + C_2 \cos 3x)$$

$$26) y'' - 2y' + 17y = 0$$

$$\checkmark e^x (C_1 \sin 4x + C_2 \cos 4x)$$

$$27) y'' + 4y' + 53y = 0$$

$$\checkmark e^{-2x} (C_1 \sin 7x + C_2 \cos 7x)$$

$$28) y'' + 2y' + 17y = 0$$

$$\checkmark e^{-x} (C_1 \sin 4x + C_2 \cos 4x)$$

$$29) y'' + 6y' + 45y = 0$$

$$\checkmark e^{-3x} (C_1 \sin 6x + C_2 \cos 6x)$$

$$30) y'' + 8y' + 52y = 0$$

$$\checkmark e^{-4x} (C_1 \sin 6x + C_2 \cos 6x)$$

Задача 293. Найти общее решение уравнения.

$$1) y'' + 4y' + 4y = 0$$

$$\checkmark C_1 e^{-2x} + C_2 x e^{-2x}$$

$$2) y'' + 12y' + 36y = 0$$

$$\checkmark C_1 e^{-6x} + C_2 x e^{-6x}$$

$$3) y'' - 8y' + 16y = 0$$

$$\checkmark C_1 e^{4x} + C_2 x e^{4x}$$

$$4) y'' + 2y' + y = 0$$

$$\checkmark C_1 e^{-x} + C_2 x e^{-x}$$

$$5) y'' - 14y' + 49y = 0$$

$$\checkmark C_1 e^{7x} + C_2 x e^{7x}$$

$$6) y'' - 4y' + 4y = 0$$

$$\checkmark C_1 e^{2x} + C_2 x e^{2x}$$

$$7) y'' = 0$$

$$\checkmark C_1 e^0 + C_2 x e^0$$

$$8) y'' - 6y' + 9y = 0$$

$$\checkmark C_1 e^{3x} + C_2 x e^{3x}$$

$$9) y'' - 10y' + 25y = 0$$

$$\checkmark C_1 e^{5x} + C_2 x e^{5x}$$

- 10) $y'' + 10y' + 25y = 0$ 11) $y'' - 12y' + 36y = 0$ 12) $y'' + 8y' + 16y = 0$ 13) $y'' - 16y' + 64y = 0$
 $\checkmark C_1 e^{-5x} + C_2 x e^{-5x}$ $\checkmark C_1 e^{6x} + C_2 x e^{6x}$ $\checkmark C_1 e^{-4x} + C_2 x e^{-4x}$ $\checkmark C_1 e^{8x} + C_2 x e^{8x}$
- 14) $y'' + 30y' + 225y = 0$ 15) $y'' + 6y' + 9y = 0$ 16) $y'' - 2y' + y = 0$
 $\checkmark C_1 e^{-15x} + C_2 x e^{-15x}$ $\checkmark C_1 e^{-3x} + C_2 x e^{-3x}$ $\checkmark C_1 e^x + C_2 x e^x$

Задача 294. Найти общее решение дифференциального уравнения.

- 1) $y'' + 9y = (10x - 2)e^{-x}$ 2) $y'' + 9y = 26e^{2x}$ 3) $y'' + 9y = (36x - 12)e^{-3x}$
 $\checkmark y = C_1 \cos 3x + C_2 \sin 3x + x e^{-x}$ $\checkmark y = C_1 \cos 3x + C_2 \sin 3x + 2e^{2x}$ $\checkmark y = C_1 \cos 3x + C_2 \sin 3x + 2x e^{-3x}$
- 4) $y'' + 9y = 10e^x$ 5) $y'' + y = (6x - 6)e^{-x}$ 6) $y'' + 4y = 39e^{-3x}$
 $\checkmark y = C_1 \cos 3x + C_2 \sin 3x + e^x$ $\checkmark y = C_1 \cos x + C_2 \sin x + 3x e^{-x}$ $\checkmark y = C_1 \cos 2x + C_2 \sin 2x + 3e^{-3x}$
- 7) $y'' + 16y = 17e^{-x}$ 8) $y'' + 4y = (39x + 18)e^{3x}$ 9) $y'' + 16y = 50e^{-3x}$
 $\checkmark y = C_1 \cos 4x + C_2 \sin 4x + e^{-x}$ $\checkmark y = C_1 \cos 2x + C_2 \sin 2x + 3x e^{3x}$ $\checkmark y = C_1 \cos 4x + C_2 \sin 4x + 2e^{-3x}$
- 10) $y'' + 9y = 39e^{-2x}$ 11) $y'' + 9y = 13e^{2x}$ 12) $y'' + 9y = (26x + 8)e^{2x}$
 $\checkmark y = C_1 \cos 3x + C_2 \sin 3x + 3e^{-2x}$ $\checkmark y = C_1 \cos 3x + C_2 \sin 3x + e^{2x}$ $\checkmark y = C_1 \cos 3x + C_2 \sin 3x + 2x e^{2x}$
- 13) $y'' + 16y = 50e^{3x}$ 14) $y'' + 9y = 18x^2 + 9x + 4$ 15) $y'' + 4y = (13x + 6)e^{3x}$
 $\checkmark y = C_1 \cos 4x + C_2 \sin 4x + 2e^{3x}$ $\checkmark y = C_1 \cos 3x + C_2 \sin 3x + 2x^2 + x$ $\checkmark y = C_1 \cos 2x + C_2 \sin 2x + x e^{3x}$
- 16) $y'' + 4y = 16e^{2x}$ 17) $y'' + y = 6e^x$ 18) $y'' + 16y = (25x - 6)e^{-3x}$
 $\checkmark y = C_1 \cos 2x + C_2 \sin 2x + 2e^{2x}$ $\checkmark y = C_1 \cos x + C_2 \sin x + 3e^x$ $\checkmark y = C_1 \cos 4x + C_2 \sin 4x + x e^{-3x}$
- 19) $y'' + 9y = 27x^2 + 9x + 6$ 20) $y'' + y = 15e^{-2x}$ 21) $y'' + y = (6x + 6)e^x$
 $\checkmark y = C_1 \cos 3x + C_2 \sin 3x + 3x^2 + x$ $\checkmark y = C_1 \cos x + C_2 \sin x + 3e^{-2x}$ $\checkmark y = C_1 \cos x + C_2 \sin x + 3x e^x$
- 22) $y'' + 9y = 36e^{3x}$ 23) $y'' + y = 2x^2 + x + 4$ 24) $y'' + y = 3x^2 + x + 6$
 $\checkmark y = C_1 \cos 3x + C_2 \sin 3x + 2e^{3x}$ $\checkmark y = C_1 \cos x + C_2 \sin x + 2x^2 + x$ $\checkmark y = C_1 \cos x + C_2 \sin x + 3x^2 + x$
- 25) $y'' + 9y = (36x + 12)e^{3x}$ 26) $y'' + y = (5x - 4)e^{-2x}$ 27) $y'' + 16y = 40e^{-2x}$
 $\checkmark y = C_1 \cos 3x + C_2 \sin 3x + 2x e^{3x}$ $\checkmark y = C_1 \cos x + C_2 \sin x + x e^{-2x}$ $\checkmark y = C_1 \cos 4x + C_2 \sin 4x + 2e^{-2x}$
- 28) $y'' + 16y = 20e^{-2x}$ 29) $y'' + 16y = 32x^2 + 16x + 4$ 30) $y'' + 4y = 13e^{-3x}$
 $\checkmark y = C_1 \cos 4x + C_2 \sin 4x + e^{-2x}$ $\checkmark y = C_1 \cos 4x + C_2 \sin 4x + 2x^2 + x$ $\checkmark y = C_1 \cos 2x + C_2 \sin 2x + e^{-3x}$

Задача 295. Найти общее решение дифференциального уравнения.

- 1) $y'' - 4y = 36e^{4x}$ 2) $y'' - 4y = 4x^2 + 4x - 2$ 3) $y'' - 9y = 7e^{4x}$
 $\checkmark y = C_1 e^{2x} + C_2 e^{-2x} + 3e^{4x}$ $\checkmark y = C_1 e^{2x} + C_2 e^{-2x} - x^2 - x$ $\checkmark y = C_1 e^{3x} + C_2 e^{-3x} + e^{4x}$
- 4) $y'' - 9y = 18x^2 + 9x - 4$ 5) $y'' - 16y = 60e^{6x}$ 6) $y'' - y = 3e^{2x}$
 $\checkmark y = C_1 e^{3x} + C_2 e^{-3x} - 2x^2 - x$ $\checkmark y = C_1 e^{4x} + C_2 e^{-4x} + 3e^{6x}$ $\checkmark y = C_1 e^x + C_2 e^{-x} + e^{2x}$
- 7) $y'' - 4y = 16e^{2x}$ 8) $y'' - y = 8e^{3x}$ 9) $y'' - 9y = 27x^2 + 9x - 6$
 $\checkmark y = C_1 e^{2x} + C_2 e^{-2x} + 4e^{2x}$ $\checkmark y = C_1 e^x + C_2 e^{-x} + e^{3x}$ $\checkmark y = C_1 e^{3x} + C_2 e^{-3x} - 3x^2 - x$
- 10) $y'' - y = 4e^x$ 11) $y'' - y = x^2 + x - 2$ 12) $y'' - 9y = 9x^2 + 9x - 2$
 $\checkmark y = C_1 e^x + C_2 e^{-x} + 2e^x$ $\checkmark y = C_1 e^x + C_2 e^{-x} - x^2 - x$ $\checkmark y = C_1 e^{3x} + C_2 e^{-3x} - x^2 - x$
- 13) $y'' - 9y = 16e^{5x}$ 14) $y'' - y = 16e^x$ 15) $y'' - 9y = 36x^2 + 9x - 8$
 $\checkmark y = C_1 e^{3x} + C_2 e^{-3x} + e^{5x}$ $\checkmark y = C_1 e^x + C_2 e^{-x} + 8e^x$ $\checkmark y = C_1 e^{3x} + C_2 e^{-3x} - 4x^2 - x$
- 16) $y'' - 16y = 20e^{6x}$ 17) $y'' - y = 4x^2 + x - 8$ 18) $y'' - 4y = 5e^{3x}$
 $\checkmark y = C_1 e^{4x} + C_2 e^{-4x} + e^{6x}$ $\checkmark y = C_1 e^x + C_2 e^{-x} - 4x^2 - x$ $\checkmark y = C_1 e^{2x} + C_2 e^{-2x} + e^{3x}$
- 19) $y'' - 4y = 15e^{3x}$ 20) $y'' - 9y = 14e^{4x}$ 21) $y'' - 4y = 24e^{2x}$
 $\checkmark y = C_1 e^{2x} + C_2 e^{-2x} + 3e^{3x}$ $\checkmark y = C_1 e^{3x} + C_2 e^{-3x} + 2e^{4x}$ $\checkmark y = C_1 e^{2x} + C_2 e^{-2x} + 6e^{2x}$
- 22) $y'' - 4y = 32e^{2x}$ 23) $y'' - 16y = 27e^{5x}$ 24) $y'' - 9y = 12e^{3x}$
 $\checkmark y = C_1 e^{2x} + C_2 e^{-2x} + 8e^{2x}$ $\checkmark y = C_1 e^{4x} + C_2 e^{-4x} + 3e^{5x}$ $\checkmark y = C_1 e^{3x} + C_2 e^{-3x} + 2e^{3x}$
- 25) $y'' - y = 12e^x$ 26) $y'' - 4y = 8e^{2x}$ 27) $y'' - 16y = 16x^2 + 16x - 2$
 $\checkmark y = C_1 e^x + C_2 e^{-x} + 6e^x$ $\checkmark y = C_1 e^{2x} + C_2 e^{-2x} + 2e^{2x}$ $\checkmark y = C_1 e^{4x} + C_2 e^{-4x} - x^2 - x$

$$28) y'' - 4y = 16x^2 + 4x - 8$$

$$\checkmark y = C_1 e^{2x} + C_2 e^{-2x} - 4x^2 - x$$

$$29) y'' - 16y = 16e^{4x}$$

$$\checkmark y = C_1 e^{4x} + C_2 e^{-4x} + 2e^{4x}$$

$$30) y'' - 4y = 12e^{4x}$$

$$\checkmark y = C_1 e^{2x} + C_2 e^{-2x} + e^{4x}$$

Задача 296. Найти общее решение дифференциального уравнения.

$$1) y'' + 6y' + 9y = \sqrt{x}e^{-3x}$$

$$2) y'' + 2y' + y = \sqrt{x^3}e^{-x}$$

$$\checkmark y = \left(-\frac{2}{5}\sqrt{x^5} + C_1\right)e^{-3x} + \left(\frac{2}{3}\sqrt{x^3} + C_2\right)xe^{-3x}$$

$$\checkmark y = \left(-\frac{2}{7}\sqrt{x^7} + C_1\right)e^{-x} + \left(\frac{2}{5}\sqrt{x^5} + C_2\right)xe^{-x}$$

$$3) y'' + 2y' + y = \sqrt{x^5}e^{-x}$$

$$4) y'' + 4y' + 4y = \frac{e^{-2x}}{\sqrt{4-x^2}}$$

$$\checkmark y = \left(-\frac{2}{9}\sqrt{x^9} + C_1\right)e^{-x} + \left(\frac{2}{7}\sqrt{x^7} + C_2\right)xe^{-x}$$

$$\checkmark y = \left(\sqrt{4-x^2} + C_1\right)e^{-2x} + \left(\arcsin \frac{x}{2} + C_2\right)xe^{-2x}$$

$$5) y'' + 4y' + 4y = \frac{e^{-2x}}{x^2}$$

$$6) y'' + 8y' + 16y = \left(x + \frac{1}{x}\right)e^{-4x}$$

$$\checkmark y = (-\ln|x| + C_1)e^{-2x} + \left(-\frac{1}{x} + C_2\right)xe^{-2x}$$

$$\checkmark y = C_1 e^{-4x} + C_2 x e^{-4x} + \frac{1}{6}x^3 e^{-4x} - x e^{-4x} + x e^{-4x} \ln|x|$$

$$7) y'' + 2y' + y = \frac{e^{-x}}{16+x^2}$$

$$8) y'' + 8y' + 16y = e^{-4x} \ln|x|$$

$$\checkmark y = \left(-\frac{1}{2} \ln|16+x^2| + C_1\right)e^{-x} + \left(\frac{1}{4} \operatorname{arctg} \frac{x}{4} + C_2\right)xe^{-x}$$

$$\checkmark y = \left(C_1 + C_2 x + \frac{1}{2}x^2 \ln|x| - \frac{3x^2}{4}\right)e^{-4x}$$

$$9) y'' + 2y' + y = e^{-x} \ln|x|$$

$$10) y'' + 6y' + 9y = \sqrt{x^5}e^{-3x}$$

$$\checkmark y = \left(C_1 + C_2 x + \frac{1}{2}x^2 \ln|x| - \frac{3x^2}{4}\right)e^{-x}$$

$$\checkmark y = \left(-\frac{2}{9}\sqrt{x^9} + C_1\right)e^{-3x} + \left(\frac{2}{7}\sqrt{x^7} + C_2\right)xe^{-3x}$$

$$11) y'' + 6y' + 9y = \left(x + \frac{1}{x}\right)e^{-3x}$$

$$12) y'' + 6y' + 9y = \frac{e^{-3x}}{x^2}$$

$$\checkmark y = C_1 e^{-3x} + C_2 x e^{-3x} + \frac{1}{6}x^3 e^{-3x} - x e^{-3x} + x e^{-3x} \ln|x|$$

$$\checkmark y = (-\ln|x| + C_1)e^{-3x} + \left(-\frac{1}{x} + C_2\right)xe^{-3x}$$

$$13) y'' + 6y' + 9y = e^{-3x} \ln|x|$$

$$14) y'' + 6y' + 9y = \frac{e^{-3x}}{\sqrt{16-x^2}}$$

$$\checkmark y = \left(C_1 + C_2 x + \frac{1}{2}x^2 \ln|x| - \frac{3x^2}{4}\right)e^{-3x}$$

$$\checkmark y = \left(\sqrt{16-x^2} + C_1\right)e^{-3x} + \left(\arcsin \frac{x}{4} + C_2\right)xe^{-3x}$$

$$15) y'' + 6y' + 9y = \sqrt{x^3}e^{-3x}$$

$$16) y'' + 2y' + y = \frac{e^{-x}}{\sqrt{16-x^2}}$$

$$\checkmark y = \left(-\frac{2}{7}\sqrt{x^7} + C_1\right)e^{-3x} + \left(\frac{2}{5}\sqrt{x^5} + C_2\right)xe^{-3x}$$

$$\checkmark y = \left(\sqrt{16-x^2} + C_1\right)e^{-x} + \left(\arcsin \frac{x}{4} + C_2\right)xe^{-x}$$

$$17) y'' + 6y' + 9y = \frac{e^{-3x}}{x}$$

$$18) y'' + 2y' + y = \frac{e^{-x}}{x^2}$$

$$\checkmark y = (-x + C_1)e^{-3x} + (\ln|x| + C_2)xe^{-3x}$$

$$\checkmark y = (-\ln|x| + C_1)e^{-x} + \left(-\frac{1}{x} + C_2\right)xe^{-x}$$

$$19) y'' + 8y' + 16y = \frac{e^{-4x}}{x}$$

$$20) y'' + 4y' + 4y = \frac{e^{-2x}}{x^3}$$

$$\checkmark y = (-x + C_1)e^{-4x} + (\ln|x| + C_2)xe^{-4x}$$

$$\checkmark y = \left(\frac{1}{x} + C_1\right)e^{-2x} + \left(-\frac{1}{2x^2} + C_2\right)xe^{-2x}$$

$$21) y'' + 2y' + y = \frac{e^{-x}}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$22) y'' + 4y' + 4y = \frac{e^{-2x}}{1+x^2}$$

$$\checkmark y = \left(\sqrt{1-x^2} + C_1\right)e^{-x} + (\arcsin x + C_2)xe^{-x}$$

$$\checkmark y = \left(-\frac{1}{2} \ln|1+x^2| + C_1\right)e^{-2x} + (\operatorname{arctg} x + C_2)xe^{-2x}$$

$$23) y'' + 4y' + 4y = e^{-2x} \ln|x|$$

$$24) y'' + 4y' + 4y = \frac{e^{-2x}}{\sqrt{16-x^2}}$$

$$\checkmark y = \left(C_1 + C_2 x + \frac{1}{2}x^2 \ln|x| - \frac{3x^2}{4}\right)e^{-2x}$$

$$\checkmark y = \left(\sqrt{16-x^2} + C_1\right)e^{-2x} + \left(\arcsin \frac{x}{4} + C_2\right)xe^{-2x}$$

$$25) y'' + 2y' + y = \frac{e^{-x}}{x^4}$$

$$26) y'' + 4y' + 4y = \frac{e^{-2x}}{x}$$

$$\checkmark y = \left(\frac{1}{2x^2} + C_1\right)e^{-x} + \left(-\frac{1}{3x^3} + C_2\right)xe^{-x}$$

$$\checkmark y = (-x + C_1)e^{-2x} + (\ln|x| + C_2)xe^{-2x}$$

$$27) y'' + 2y' + y = \frac{e^{-x}}{x^3}$$

$$\checkmark y = \left(\frac{1}{x} + C_1\right) e^{-x} + \left(-\frac{1}{2x^2} + C_2\right) x e^{-x}$$

$$28) y'' + 2y' + y = \left(x + \frac{1}{x}\right) e^{-x}$$

$$\checkmark y = C_1 e^{-x} + C_2 x e^{-x} + \frac{1}{6} x^3 e^{-x} - x e^{-x} + x e^{-x} \ln |x|$$

$$29) y'' + 8y' + 16y = \sqrt{x^3} e^{-4x}$$

$$\checkmark y = \left(-\frac{2}{7} \sqrt{x^7} + C_1\right) e^{-4x} + \left(\frac{2}{5} \sqrt{x^5} + C_2\right) x e^{-4x}$$

$$30) y'' + 4y' + 4y = x e^{2x} + \frac{1}{x e^{2x}}$$

$$\checkmark y = C_1 e^{-2x} + C_2 x e^{-2x} + \frac{1}{16} x e^{2x} - \frac{1}{32} e^{2x} - x e^{-2x} + x e^{-2x} \ln |x|$$

Задача 297. Найти общее решение дифференциального уравнения.

$$1) y'' + 25y = \operatorname{tg} 5x$$

$$\checkmark y = C_1 \cos 5x + C_2 \sin 5x - \frac{1}{25} \cos 5x \ln \left| \operatorname{tg} \left(\frac{5x}{2} + \frac{\pi}{4} \right) \right|$$

$$2) y'' + 4y = \frac{1}{\sin^2 2x}$$

$$\checkmark y = \left(-\frac{1}{4 \sin 2x} + C_1\right) \cos 2x + \left(-\frac{1}{4} \ln |\operatorname{tg} x| + C_2\right) \sin 2x$$

$$3) y'' + 4y = \operatorname{tg}^2 2x$$

$$\checkmark y = C_1 \cos 2x + C_2 \sin 2x - \frac{1}{2} + \frac{1}{4} \sin 2x \ln \left| \operatorname{tg} \left(x + \frac{\pi}{4} \right) \right|$$

$$4) y'' + 9y = \frac{1}{\sqrt{\cos 6x}}$$

$$\checkmark y = \left(\frac{\sqrt{2}}{18} \ln \left| \cos 3x + \sqrt{\cos^2 3x - \frac{1}{2}} \right| + C_1\right) \cos 3x + \left(\frac{\sqrt{2}}{18} \arcsin \sqrt{2} \sin 3x + C_2\right) \sin 3x$$

$$5) y'' + 25y = \frac{1}{\cos 5x}$$

$$\checkmark y = \left(\frac{1}{25} \ln |\cos 5x| + C_1\right) \cos 5x + \left(\frac{x}{5} + C_2\right) \sin 5x$$

$$6) y'' + 25y = \frac{1}{\sin 5x}$$

$$\checkmark y = \left(\frac{1}{25} \ln |\sin 5x| + C_1\right) \cos 5x + \left(-\frac{x}{5} + C_2\right) \sin 5x$$

$$7) y'' + 4y = \operatorname{tg} 2x$$

$$\checkmark y = C_1 \cos 2x + C_2 \sin 2x - \frac{1}{4} \cos 2x \ln \left| \operatorname{tg} \left(x + \frac{\pi}{4} \right) \right|$$

$$8) y'' + 4y = \frac{2 + 2 \cos^3 x}{\cos^2 2x}$$

$$\checkmark y = \left(-\frac{1}{2 \cos^2 2x} + \frac{1}{8} \cos^2 2x + C_1\right) \cos 2x + \left(\frac{1}{2} \ln \left| \operatorname{tg} \left(x + \frac{\pi}{4} \right) \right| + \frac{x}{4} + \frac{1}{16} \sin 4x + C_2\right) \sin 2x$$

$$9) y'' + y = \frac{1}{\cos 2x}$$

$$\checkmark y = \left(\frac{1}{4} \ln \left| \frac{4 \cos x - 1}{4 \cos x + 1} \right| + C_1\right) \cos x + \left(\frac{1}{4} \ln \left| \frac{4 \cos x + 1}{4 \cos x - 1} \right| + C_2\right) \sin x$$

$$10) y'' + 16y = \operatorname{tg} 4x$$

$$\checkmark y = C_1 \cos 4x + C_2 \sin 4x - \frac{1}{16} \cos 4x \ln \left| \operatorname{tg} \left(2x + \frac{\pi}{4} \right) \right|$$

$$11) y'' + 25y = \operatorname{tg}^2 5x$$

$$\checkmark y = C_1 \cos 5x + C_2 \sin 5x - \frac{2}{25} + \frac{1}{25} \sin 5x \ln \left| \operatorname{tg} \left(\frac{5x}{2} + \frac{\pi}{4} \right) \right|$$

$$12) y'' + 9y = \frac{1}{\sin^2 3x}$$

$$\checkmark y = \left(-\frac{1}{9 \sin 3x} + C_1\right) \cos 3x + \left(-\frac{1}{9} \ln \left| \operatorname{tg} \frac{3x}{2} \right| + C_2\right) \sin 3x$$

$$13) y'' + 9y = \frac{2 + 3\cos^3 x}{\cos^2 3x}$$

$$\checkmark y = \left(-\frac{2}{9\cos^2 3x} + \frac{1}{18}\cos^2 3x + C_1 \right) \cos 3x + \left(\frac{2}{9}\ln \left| \operatorname{tg} \left(\frac{3x}{2} + \frac{\pi}{4} \right) \right| + \frac{x}{6} + \frac{1}{36}\sin 6x + C_2 \right) \sin 3x$$

$$14) y'' + 16y = -\operatorname{ctg}^2 4x$$

$$\checkmark y = C_1 \cos 4x + C_2 \sin 4x + \frac{1}{8} + \frac{1}{16}\sin 4x \ln |\operatorname{tg} 2x|$$

$$15) y'' + 9y = \frac{1}{\cos 3x}$$

$$\checkmark y = \left(\frac{1}{9}\ln |\cos 3x| + C_1 \right) \cos 3x + \left(\frac{x}{3} + C_2 \right) \sin 3x$$

$$16) y'' + 16y = \frac{1}{\sqrt{\cos 8x}}$$

$$\checkmark y = \left(\frac{\sqrt{2}}{32}\ln \left| \cos 4x + \sqrt{\cos^2 4x - \frac{1}{2}} \right| + C_1 \right) \cos 4x + \left(\frac{\sqrt{2}}{32}\arcsin \sqrt{2}\sin 4x + C_2 \right) \sin 4x$$

$$17) y'' + 16y = \frac{1}{\cos^2 4x}$$

$$\checkmark y = C_1 \cos 4x + C_2 \sin 4x - \frac{1}{16} + \frac{1}{16}\sin 4x \ln \left| \operatorname{tg} \left(2x + \frac{\pi}{4} \right) \right|$$

$$18) y'' + y = \frac{2 + \cos^3 x}{\cos^2 x}$$

$$\checkmark y = \left(-\frac{2}{\cos^2 x} + \frac{1}{2}\cos^2 x + C_1 \right) \cos x + \left(2\ln \left| \operatorname{tg} \left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{4} \right) \right| + \frac{x}{2} + \frac{1}{4}\sin 2x + C_2 \right) \sin x$$

$$19) y'' + y = \frac{1}{\sin x}$$

$$\checkmark y = (\ln |\sin x| + C_1) \cos x + (-x + C_2) \sin x$$

$$20) y'' + y = \frac{1}{\cos^3 x}$$

$$\checkmark y = \left(-\frac{1}{2\cos^2 x} + C_1 \right) \cos x + (\operatorname{tg} x + C_2) \sin x$$

$$21) y'' + 16y = \frac{1}{\cos^3 4x}$$

$$\checkmark y = \left(-\frac{1}{32\cos^2 4x} + C_1 \right) \cos 4x + \left(\frac{1}{16}\operatorname{tg} 4x + C_2 \right) \sin 4x$$

$$22) y'' + 9y = \frac{1}{\cos^3 3x}$$

$$\checkmark y = \left(-\frac{1}{18\cos^2 3x} + C_1 \right) \cos 3x + \left(\frac{1}{9}\operatorname{tg} 3x + C_2 \right) \sin 3x$$

$$23) y'' + 16y = \frac{2 + 4\cos^3 x}{\cos^2 4x}$$

$$\checkmark y = \left(-\frac{1}{8\cos^2 4x} + \frac{1}{32}\cos^2 4x + C_1 \right) \cos 4x + \left(\frac{1}{8}\ln \left| \operatorname{tg} \left(2x + \frac{\pi}{4} \right) \right| + \frac{x}{8} + \frac{1}{64}\sin 8x + C_2 \right) \sin 4x$$

$$24) y'' + 9y = \operatorname{ctg} 3x$$

$$\checkmark y = C_1 \cos 3x + C_2 \sin 3x + \frac{1}{9}\sin 3x \ln \left| \operatorname{tg} \frac{3x}{2} \right|$$

$$25) y'' + 25y = \operatorname{ctg} 5x$$

$$\checkmark y = C_1 \cos 5x + C_2 \sin 5x + \frac{1}{25}\sin 5x \ln \left| \operatorname{tg} \frac{5x}{2} \right|$$

$$26) y'' + 16y = \operatorname{tg}^2 4x$$

$$\checkmark y = C_1 \cos 4x + C_2 \sin 4x - \frac{1}{8} + \frac{1}{16}\sin 4x \ln \left| \operatorname{tg} \left(2x + \frac{\pi}{4} \right) \right|$$

$$27) y'' + 4y = \frac{1}{\sin 2x}$$

$$\checkmark y = \left(\frac{1}{4}\ln |\sin 2x| + C_1 \right) \cos 2x + \left(-\frac{x}{2} + C_2 \right) \sin 2x$$

$$28) y'' + 25y = \frac{1}{\sin^2 5x}$$

$$\checkmark y = \left(-\frac{1}{25\sin 5x} + C_1 \right) \cos 5x + \left(-\frac{1}{25}\ln \left| \operatorname{tg} \frac{5x}{2} \right| + C_2 \right) \sin 5x$$

$$29) y'' + 25y = \frac{1}{\sqrt{\cos 10x}}$$

$$\checkmark y = \left(\frac{\sqrt{2}}{50}\ln \left| \cos 5x + \sqrt{\cos^2 5x - \frac{1}{2}} \right| + C_1 \right) \cos 5x + \left(\frac{\sqrt{2}}{50}\arcsin \sqrt{2}\sin 5x + C_2 \right) \sin 5x$$

$$30) y'' + 25y = \frac{2 + 5\cos^3 x}{\cos^2 5x}$$

$$\checkmark y = \left(-\frac{2}{25\cos^2 5x} + \frac{1}{50}\cos^2 5x + C_1 \right) \cos 5x + \left(\frac{2}{25} \ln \left| \operatorname{tg} \left(\frac{5x}{2} + \frac{\pi}{4} \right) \right| + \frac{x}{10} + \frac{1}{100} \sin 10x + C_2 \right) \sin 5x$$

Задача 298. Найти решение дифференциального уравнения, удовлетворяющее начальным условиям

- 1) $y'' - 2y' = e^{2x}(4x + 6)$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$. 2) $y'' - 6y' = -18e^{6x}$, $y(0) = -1$, $y'(0) = 9$.
 $\checkmark y = e^{2x}(x^2 + 2x - 1) + 1$ $\checkmark y = -3 + 2e^{6x} - 3xe^{6x}$
- 3) $y'' - 5y' = 100x^3 + \frac{101}{5}$, $y(0) = 8$, $y'(0) = 15$. 4) $y'' + 4y = -16e^{2x}$, $y(0) = 2$, $y'(0) = 2$.
 $\checkmark y = 4 + 4e^{5x} - 5x^4 - 4x^3 - \frac{12x^2}{5} - 5x$ $\checkmark y = 4\cos 2x + 3\sin 2x - 2e^{2x}$
- 5) $y'' + 25y = 10\sin 5x$, $y\left(\frac{\pi}{10}\right) = 1$, $y'\left(\frac{\pi}{10}\right) = \frac{\pi}{2}$. 6) $y'' + 16y = -48x^2 + 16x - 6$, $y(0) = 1$, $y'(0) = -11$.
 $\checkmark y = \sin 5x - x\cos 5x$ $\checkmark y = \cos 4x - 3\sin 4x - 3x^2 + x$
- 7) $y'' - 16y = e^{-4x}$, $y(0) = 1$, $y'(0) = \frac{31}{8}$. 8) $y'' - 4y' = -16x + 20$, $y(0) = 2$, $y'(0) = 16$.
 $\checkmark y = e^{4x} - \frac{1}{8}xe^{-4x}$ $\checkmark y = -3 + 5e^{4x} + 2x^2 - 4x$
- 9) $y'' - 5y' = 100x^3 + \frac{101}{5}$, $y(0) = 3$, $y'(0) = -10$. 10) $y'' + y = 2\sin x$, $y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$, $y'\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\pi}{2}$.
 $\checkmark y = 4 - e^{5x} - 5x^4 - 4x^3 - \frac{12x^2}{5} - 5x$ $\checkmark y = \sin x - x\cos x$
- 11) $y'' - 6y' = 24e^{6x}$, $y(0) = 6$, $y'(0) = 16$. 12) $y'' + 4y = 16e^{2x}$, $y(0) = -2$, $y'(0) = 2$.
 $\checkmark y = 4 + 2e^{6x} + 4xe^{6x}$ $\checkmark y = -4\cos 2x - \sin 2x + 2e^{2x}$
- 13) $y'' - 3y' = 36x^3 + 1$, $y(0) = 6$, $y'(0) = 9$. 14) $y'' + 4y = 135\cos 7x - 90\sin 7x$, $y(0) = -6$, $y'(0) = 8$.
 $\checkmark y = 2 + 4e^{3x} - 3x^4 - 4x^3 - 4x^2 - 3x$ $\checkmark y = -3\cos 2x - 3\sin 2x - 3\cos 7x + 2\sin 7x$
- 15) $y'' + 9y = -36e^{3x}$, $y(0) = 2$, $y'(0) = 3$. 16) $y'' + 9y = 16\cos x - 16\sin x$, $y(0) = 4$, $y'(0) = 4$.
 $\checkmark y = 4\cos 3x + 3\sin 3x - 2e^{3x}$ $\checkmark y = 2\cos 3x + 2\sin 3x + 2\cos x - 2\sin x$
- 17) $y'' + 2y' + 2y = 5\sin x$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$. 18) $y'' + 9y = 18x^2 - 27x + 4$, $y(0) = -3$, $y'(0) = 3$.
 $\checkmark y = \sin x(e^{-x} + 1) + 2\cos x(e^{-x} - 1)$ $\checkmark y = -3\cos 3x + 2\sin 3x + 2x^2 - 3x$
- 19) $y'' - 10y' + 25y = \sin 5x$, $y(0) = \frac{1}{50}$, $y'(0) = 1$. 20) $y'' - 3y' = e^{3x}(6x + 11)$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$.
 $\checkmark y = xe^{5x} + \frac{1}{50}\cos 5x$ $\checkmark y = e^{3x}(x^2 + 3x - 1) + 1$
- 21) $y'' + 36y = 432xe^{6x}$, $y(0) = 5$, $y'(0) = 30$. 22) $y'' - 4y = e^{-2x}$, $y(0) = 1$, $y'(0) = \frac{7}{4}$.
 $\checkmark y = 6\cos 6x + 5\sin 6x + (6x - 1)e^{6x}$ $\checkmark y = e^{2x} - \frac{1}{4}xe^{-2x}$
- 23) $y'' + 4y = 4\sin 2x$, $y\left(\frac{\pi}{4}\right) = 1$, $y'\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\pi}{2}$. 24) $y'' - 2y' = -8e^{2x}$, $y(0) = -2$, $y'(0) = 0$.
 $\checkmark y = \sin 2x - x\cos 2x$ $\checkmark y = -4 + 2e^{2x} - 4xe^{2x}$
- 25) $y'' + 49y = 14\sin 7x$, $y\left(\frac{\pi}{14}\right) = 1$, $y'\left(\frac{\pi}{14}\right) = \frac{\pi}{2}$. 26) $y'' - 2y' = 16x^3 - 8$, $y(0) = 3$, $y'(0) = 2$.
 $\checkmark y = \sin 7x - x\cos 7x$ $\checkmark y = 1 + 2e^{2x} - 2x^4 - 4x^3 - 6x^2 - 2x$
- 27) $y'' + 4y' + 8y = 20\sin 2x$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$. 28) $y'' + 25y = 24\cos 7x + 48\sin 7x$, $y(0) = -2$, $y'(0) = -19$.
 $\checkmark y = \sin 2x(e^{-2x} + 1) + 2\cos 2x(e^{-2x} - 1)$ $\checkmark y = -\cos 5x - \sin 5x - \cos 7x - 2\sin 7x$
- 29) $y'' - 5y' = -10e^{5x}$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 8$. 30) $y'' + 9y = 6\sin 3x$, $y\left(\frac{\pi}{6}\right) = 1$, $y'\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{\pi}{2}$.
 $\checkmark y = -2 + 2e^{5x} - 2xe^{5x}$ $\checkmark y = \sin 3x - x\cos 3x$

Задача 299. Найти общее решение уравнения.

- 1) $y'' - 3y' + 2y = -2x^2 + 6x$ 2) $y'' - 4y' + 3y = -3x^2 + 8x - 5$ 3) $y'' - 2y' + 10y = -10x^2 + 24x + 4$
 $\checkmark C_1e^x + C_2e^{2x} - x^2 + 1$ $\checkmark C_1e^x + C_2e^{3x} - x^2 - 1$ $\checkmark e^x(C_1\sin 3x + C_2\cos 3x) - x^2 + 2x + 1$

- 4) $y'' - y = 3x^2 + 2x - 6$ 5) $y'' - 3y' + 2y = 2x^2 - 14x + 16$ 6) $y'' - 2y' + 10y = 10x^2 + 16x - 22$
 $\checkmark C_1 e^{-x} + C_2 e^x - 3x^2 - 2x$ $\checkmark C_1 e^x + C_2 e^{2x} + x^2 - 4x + 1$ $\checkmark e^x (C_1 \sin 3x + C_2 \cos 3x) + x^2 + 2x - 2$
- 7) $y'' - 2y' + 2y = 2x^2 - 12x + 8$ 8) $y'' + 2y' + 10y = 30x^2 + 52x + 24$
 $\checkmark e^x (C_1 \sin x + C_2 \cos x) + x^2 - 4x - 1$ $\checkmark e^{-x} (C_1 \sin 3x + C_2 \cos 3x) + 3x^2 + 4x + 1$
- 9) $y'' + 2y' + 10y = 30x^2 + 12x + 26$ 10) $y'' - 4y = -4x^2 - 8x - 2$
 $\checkmark e^{-x} (C_1 \sin 3x + C_2 \cos 3x) + 3x^2 + 2$ $\checkmark C_1 e^{-2x} + C_2 e^{2x} + x^2 + 2x + 1$
- 11) $y'' + 4y' + 13y = -39x^2 + 2x + 28$ 12) $y'' + 2y' + 2y = -2x^2 - 4x$
 $\checkmark e^{-2x} (C_1 \sin 3x + C_2 \cos 3x) - 3x^2 + 2x + 2$ $\checkmark e^{-x} (C_1 \sin x + C_2 \cos x) - x^2 + 1$
- 13) $y'' - 3y' + 2y = -2x^2 + 6x + 2$ 14) $y'' + 2y' + 5y = 5x^2 + 24x + 15$
 $\checkmark C_1 e^x + C_2 e^{2x} - x^2 + 2$ $\checkmark e^{-x} (C_1 \sin 2x + C_2 \cos 2x) + x^2 + 4x + 1$
- 15) $y'' - y' - 6y = 6x^2 - 22x + 6$ 16) $y'' + 2y' + 10y = 30x^2 + 32x + 30$
 $\checkmark C_1 e^{-2x} + C_2 e^{3x} - x^2 + 4x - 2$ $\checkmark e^{-x} (C_1 \sin 3x + C_2 \cos 3x) + 3x^2 + 2x + 2$
- 17) $y'' - 3y' + 2y = 6x^2 - 26x + 20$ 18) $y'' - y' - 6y = -6x^2 - 2x + 8$ 19) $y'' - y = 3x^2 - 2x - 4$
 $\checkmark C_1 e^x + C_2 e^{2x} + 3x^2 - 4x + 1$ $\checkmark C_1 e^{-2x} + C_2 e^{3x} + x^2 - 1$ $\checkmark C_1 e^{-x} + C_2 e^x - 3x^2 + 2x - 2$
- 20) $y'' + 2y' + 2y = 6x^2 + 12x + 10$ 21) $y'' + 2y' + 5y = -15x^2 + 8x + 7$
 $\checkmark e^{-x} (C_1 \sin x + C_2 \cos x) + 3x^2 + 2$ $\checkmark e^{-x} (C_1 \sin 2x + C_2 \cos 2x) - 3x^2 + 4x + 1$
- 22) $y'' - 4y' + 3y = -3x^2 + 14x - 13$ 23) $y'' - y = -x^2 - 4x + 2$ 24) $y'' + 2y' + 5y = -15x^2 - 22x - 20$
 $\checkmark C_1 e^x + C_2 e^{3x} - x^2 + 2x - 1$ $\checkmark C_1 e^{-x} + C_2 e^x + x^2 + 4x$ $\checkmark e^{-x} (C_1 \sin 2x + C_2 \cos 2x) - 3x^2 - 2x - 2$
- 25) $y'' - 3y' + 2y = -6x^2 + 14x + 2$ 26) $y'' - 4y' + 5y = 15x^2 - 24x + 1$
 $\checkmark C_1 e^x + C_2 e^{2x} - 3x^2 - 2x + 1$ $\checkmark e^{2x} (C_1 \sin x + C_2 \cos x) + 3x^2 - 1$
- 27) $y'' + 2y' + 5y = 15x^2 + 12x + 1$ 28) $y'' - 4y' + 3y = -3x^2 + 14x - 10$
 $\checkmark e^{-x} (C_1 \sin 2x + C_2 \cos 2x) + 3x^2 - 1$ $\checkmark C_1 e^x + C_2 e^{3x} - x^2 + 2x$
- 29) $y'' + 4y' + 8y = 24x^2 + 8x - 10$ 30) $y'' - 3y' + 2y = 6x^2 - 22x + 10$
 $\checkmark e^{-2x} (C_1 \sin 2x + C_2 \cos 2x) + 3x^2 - 2x - 1$ $\checkmark C_1 e^x + C_2 e^{2x} + 3x^2 - 2x - 1$

Задача 300. Найти общее решение уравнения.

- 1) $y'' + 2y' + y = 3x^2 + 16x + 12$ 2) $y'' + 4y' + 4y = -12x^2 - 16x + 6$ 3) $y'' + 4y' + 4y = 12x^2 + 40x + 30$
 $\checkmark C_1 e^{-x} + C_2 x e^{-x} + 3x^2 + 4x - 2$ $\checkmark C_1 e^{-2x} + C_2 x e^{-2x} - 3x^2 + 2x + 1$ $\checkmark C_1 e^{-2x} + C_2 x e^{-2x} + 3x^2 + 4x + 2$
- 4) $y'' + y' = 3x^2 + 2x - 5$ 5) $y'' - y' = -3x^2 + 10x - 4$ 6) $y'' - 2y' + y = -3x^2 + 12x - 8$
 $\checkmark C_1 + C_2 e^{-x} + x^2 - 2x - 1$ $\checkmark C_1 + C_2 e^x + x^2 - 2x$ $\checkmark C_1 e^x + C_2 x e^x - 3x^2 - 2$
- 7) $y'' + 3y' = 9x^2 - 6x - 1$ 8) $y'' + 4y' + 4y = -4x^2 - 24x - 18$ 9) $y'' - y' = 3x^2 - 14x + 10$
 $\checkmark C_1 + C_2 e^{-3x} + x^2 - 2x + 1$ $\checkmark C_1 e^{-2x} + C_2 x e^{-2x} - x^2 - 4x$ $\checkmark C_1 + C_2 e^x - x^2 + 4x - 2$
- 10) $y'' + 3y' = 9x^2 - 6x + 2$ 11) $y'' - y' = -9x^2 + 14x + 5$ 12) $y'' - 4y' + 4y = -4x^2 + 24x - 26$
 $\checkmark C_1 + C_2 e^{-3x} + x^2 - 2x + 2$ $\checkmark C_1 + C_2 e^x + 3x^2 + 2x - 1$ $\checkmark C_1 e^{2x} + C_2 x e^{2x} - x^2 + 4x - 2$
- 13) $y'' + 2y' = 6x^2 + 22x + 4$ 14) $y'' + 6y' + 9y = 27x^2$ 15) $y'' - 4y' + 4y = 12x^2 - 40x + 30$
 $\checkmark C_1 + C_2 e^{-2x} + x^2 + 4x - 2$ $\checkmark C_1 e^{-3x} + C_2 x e^{-3x} + 3x^2 - 4x + 2$ $\checkmark C_1 e^{2x} + C_2 x e^{2x} + 3x^2 - 4x + 2$
- 16) $y'' - 2y' + y = -x^2 + 8$ 17) $y'' - 6y' + 9y = -9x^2 + 30x + 4$ 18) $y'' + 2y' + y = 3x^2 + 10x + 2$
 $\checkmark C_1 e^x + C_2 x e^x - x^2 - 4x + 2$ $\checkmark C_1 e^{3x} + C_2 x e^{3x} - x^2 + 2x + 2$ $\checkmark C_1 e^{-x} + C_2 x e^{-x} + 3x^2 - 2x$
- 19) $y'' - 3y' = -27x^2 + 42x - 11$ 20) $y'' + 2y' + y = -x^2 - 2x + 2$ 21) $y'' - 2y' + y = x^2 - 6x + 6$
 $\checkmark C_1 + C_2 e^{3x} + 3x^2 - 4x + 1$ $\checkmark C_1 e^{-x} + C_2 x e^{-x} - x^2 + 2x$ $\checkmark C_1 e^x + C_2 x e^x + x^2 - 2x$
- 22) $y'' + 4y' + 4y = -4x^2 + 8x + 10$ 23) $y'' + 2y' + y = 3x^2 + 14x + 12$ 24) $y'' - y' = 3x^2 + 2x - 9$
 $\checkmark C_1 e^{-2x} + C_2 x e^{-2x} - x^2 + 4x - 1$ $\checkmark C_1 e^{-x} + C_2 x e^{-x} + 3x^2 + 2x + 2$ $\checkmark C_1 + C_2 e^x - x^2 - 4x + 1$
- 25) $y'' - 6y' + 9y = -27x^2 + 72x - 39$ 26) $y'' + y' = -3x^2 - 14x - 9$ 27) $y'' + 2y' = -6x^2 - 22x - 10$
 $\checkmark C_1 e^{3x} + C_2 x e^{3x} - 3x^2 + 4x - 1$ $\checkmark C_1 + C_2 e^{-x} - x^2 - 4x - 1$ $\checkmark C_1 + C_2 e^{-2x} - x^2 - 4x - 1$
- 28) $y'' + 2y' + y = -3x^2 - 14x - 11$ 29) $y'' - 6y' + 9y = 27x^2 - 18x - 15$ 30) $y'' - y' = 9x^2 - 14x - 4$
 $\checkmark C_1 e^{-x} + C_2 x e^{-x} - 3x^2 - 2x - 1$ $\checkmark C_1 e^{3x} + C_2 x e^{3x} + 3x^2 + 2x - 1$ $\checkmark C_1 + C_2 e^x - 3x^2 - 2x$

Задача 301. Решить дифференциальное уравнение.

- 1) $(x \cos 2y - 7) dx - x^2 \sin 2y dy = 0$ 2) $e^{-4x} dx + (3 - 4xe^{-4y}) dy = 0$ 3) $(x^3 \cos 4y + 5) dx - x^4 \sin 4y dy = 0$
 $\checkmark \frac{1}{2} x^2 \cos 2y - 7x = C$ $\checkmark xe^{-4y} + 3x = C$ $\checkmark \frac{1}{4} x^4 \cos 4y + 5x = C$
- 4) $(5x^4 + 6x^5 \ln y) dx - \left(5y^4 - \frac{x^6}{y}\right) dy = 0$ 5) $(5x^4 y + \sin 7x) dx + (x^5 - \cos 2y) dy = 0$
 $\checkmark x^5 + x^6 \ln y - y^5 = C$ $\checkmark 14x^5 y - 2 \cos 7x - 7 \sin 2y = C$
- 6) $(4x^3 y + \sin 2x) dx + (x^4 - \cos 3y) dy = 0$ 7) $e^{-7x} dx + (3 - 7xe^{-7y}) dy = 0$
 $\checkmark 6x^4 y - 3 \cos 2x - 2 \sin 3y = C$ $\checkmark xe^{-7y} + 3x = C$
- 8) $(4x^3 y + \sin 3x) dx + (x^4 - \cos 6y) dy = 0$ 9) $(x^5 \cos 6y - 8) dx - x^6 \sin 6y dy = 0$
 $\checkmark 18x^4 y - 6 \cos 3x - 3 \sin 6y = C$ $\checkmark \frac{1}{6} x^6 \cos 6y - 8x = C$
- 10) $e^{-6x} dx + (5 - 6xe^{-6y}) dy = 0$ 11) $(-2x + ye^{xy}) dx + (4 + xe^{xy}) dy = 0$
 $\checkmark xe^{-6y} + 5x = C$ $\checkmark -x^2 + e^{xy} + 4y = C$
- 12) $(8^{4x} + y^3 + 4y) dx + (3y^2 x + 4x + e^{8y}) dy = 0$ 13) $(8^{5x} + y^2 + 8y) dx + (2yx + 8x + e^{2y}) dy = 0$
 $\checkmark 88^{4x} + 32y^3 x \ln 8 + 128yx \ln 8 + 4e^{8y} \ln 8 = C$ $\checkmark 28^{5x} + 10y^2 x \ln 8 + 80yx \ln 8 + 5e^{2y} \ln 8 = C$
- 14) $(2xy + \sin 5x) dx + (x^2 - \cos 2y) dy = 0$ 15) $(x^5 + 6x^5 y + 1) dx + (x^6 + y^5 + 8) dy = 0$
 $\checkmark 10x^2 y - 2 \cos 5x - 5 \sin 2y = C$ $\checkmark x^6 + 6x^6 y + 6x + y^6 + 48y = C$
- 16) $(x^3 \cos 4y - 2) dx - x^4 \sin 4y dy = 0$ 17) $(x^5 \cos 6y + 6) dx - x^6 \sin 6y dy = 0$
 $\checkmark \frac{1}{4} x^4 \cos 4y - 2x = C$ $\checkmark \frac{1}{6} x^6 \cos 6y + 6x = C$
- 18) $(5^{4x} + y^5 + 5y) dx + (5y^4 x + 5x + e^{3y}) dy = 0$ 19) $e^{-7x} dx + (-6 - 7xe^{-7y}) dy = 0$
 $\checkmark 35^{4x} + 12y^5 x \ln 5 + 60yx \ln 5 + 4e^{3y} \ln 5 = C$ $\checkmark xe^{-7y} - 6x = C$
- 20) $(x^3 + 5x^4 y + 2) dx + (x^5 + y^3 - 6) dy = 0$ 21) $(x^2 + 4x^3 y + 5) dx + (x^4 + y^2 - 1) dy = 0$
 $\checkmark x^4 + 4x^5 y + 8x + y^4 - 24y = C$ $\checkmark x^3 + 3x^4 y + 15x + y^3 - 3y = C$
- 22) $(4x^3 + 6x^5 \ln y) dx - \left(3y^2 - \frac{x^6}{y}\right) dy = 0$ 23) $(5x^4 y + \sin 4x) dx + (x^5 - \cos 4y) dy = 0$
 $\checkmark x^4 + x^6 \ln y - y^3 = C$ $\checkmark 16x^5 y - 4 \cos 4x - 4 \sin 4y = C$
- 24) $(x + 6x^5 y + 4) dx + (x^6 + y + 8) dy = 0$ 25) $(8^{2x} + y^3 + 7y) dx + (3y^2 x + 7x + e^{5y}) dy = 0$
 $\checkmark x^2 + 2x^6 y + 8x + y^2 + 16y = C$ $\checkmark 58^{2x} + 10y^3 x \ln 8 + 70yx \ln 8 + 2e^{5y} \ln 8 = C$
- 26) $e^{-4x} dx + (-5 - 4xe^{-4y}) dy = 0$ 27) $(x^5 \cos 6y - 6) dx - x^6 \sin 6y dy = 0$
 $\checkmark xe^{-4y} - 5x = C$ $\checkmark \frac{1}{6} x^6 \cos 6y - 6x = C$
- 28) $(6x^5 + 4x^3 \ln y) dx - \left(5y^4 - \frac{x^4}{y}\right) dy = 0$ 29) $e^{-4x} dx + (-3 - 4xe^{-4y}) dy = 0$
 $\checkmark x^6 + x^4 \ln y - y^5 = C$ $\checkmark xe^{-4y} - 3x = C$
- 30) $(x^5 + 4x^3 y + 4) dx + (x^4 + y^5 - 9) dy = 0$
 $\checkmark x^6 + 6x^4 y + 24x + y^6 - 54y = C$

Задача 302. Составить уравнение кривой.

- 1) Записать уравнение кривой, проходящей через точку $M(3, 5)$, для которой отрезок на оси ординат, отсекаемый любой касательной к кривой, в 2 раз больше абсциссы точки касания.
 $\checkmark y' = \frac{y - 2x}{x}; y = \frac{15}{x}$
- 2) Записать уравнение кривой, проходящей через точку $M(4, 64)$, для которой угловой коэффициент касательной в любой точке в 2 раз больше углового коэффициента прямой, соединяющей эту точку с началом координат.
 $\checkmark y' = \frac{2y}{x}; y = 4x^2$
- 3) Записать уравнение кривой, проходящей через точку $M(2, -1)$, для которой отрезок на оси ординат, отсекаемый любой касательной к кривой, в 4 раз больше ординаты точки касания.
 $\checkmark y' = -\frac{3y}{x}; y = -\frac{8}{x^3}$

- 4) Записать уравнение кривой, проходящей через точку $M(1, -6)$, для которой отрезок на оси ординат, отсекаемый любой касательной к кривой, в 4 раз больше абсциссы точки касания.

$$\checkmark y' = \frac{y-4x}{x}; y = -\frac{6}{x^3}$$

- 5) Записать уравнение кривой, проходящей через точку $M(5, 2)$, для которой отрезок на оси ординат, отсекаемый любой касательной к кривой, в 3 раз больше абсциссы точки касания.

$$\checkmark y' = \frac{y-3x}{x}; y = \frac{50}{x^2}$$

- 6) Записать уравнение кривой, проходящей через точку $M(5, 3125)$, для которой угловой коэффициент касательной в любой точке в 4 раз больше углового коэффициента прямой, соединяющей эту точку с началом координат.

$$\checkmark y' = \frac{4y}{x}; y = 5x^4$$

- 7) Записать уравнение кривой, проходящей через точку $M(4, 8)$, касательная которой в произвольной её точке отсекает на оси ординат отрезок в 4 раз больший квадрата ординаты точки касания.

$$\checkmark y' = \frac{y-4y^2}{x}; y = \frac{2x}{-31+8x}$$

- 8) Записать уравнение кривой, проходящей через точку $M(3, 3)$, для которой отрезок на оси ординат, отсекаемый любой касательной к кривой, в 4 раз больше абсциссы точки касания.

$$\checkmark y' = \frac{y-4x}{x}; y = \frac{81}{x^3}$$

- 9) Записать уравнение кривой, проходящей через точку $M(0, \frac{9}{10})$, если угловой коэффициент в любой её точке в 10 раз больше суммы координат этой точки.

$$\checkmark y' = 10x + 10y; y = e^{10x} - x - \frac{1}{10}$$

- 10) Записать уравнение кривой, проходящей через точку $M(2, -4)$, для которой отрезок на оси ординат, отсекаемый любой касательной к кривой, в 3 раз больше абсциссы точки касания.

$$\checkmark y' = \frac{y-3x}{x}; y = -\frac{16}{x^2}$$

- 11) Записать уравнение кривой, проходящей через точку $M(1, 1)$, для которой угловой коэффициент касательной в любой точке в 2 раз больше углового коэффициента прямой, соединяющей эту точку с началом координат.

$$\checkmark y' = \frac{2y}{x}; y = x^2$$

- 12) Записать уравнение кривой, проходящей через точку $M(5, 625)$, для которой угловой коэффициент касательной в любой точке в 3 раз больше углового коэффициента прямой, соединяющей эту точку с началом координат.

$$\checkmark y' = \frac{3y}{x}; y = 5x^3$$

- 13) Записать уравнение кривой, проходящей через точку $M(4, -3)$, для которой отрезок на оси ординат, отсекаемый любой касательной к кривой, в 4 раз больше ординаты точки касания.

$$\checkmark y' = -\frac{3y}{x}; y = -\frac{192}{x^3}$$

- 14) Записать уравнение кривой, проходящей через точку $M(1, -5)$, для которой отрезок на оси ординат, отсекаемый любой касательной к кривой, в 3 раз больше ординаты точки касания.

$$\checkmark y' = -\frac{2y}{x}; y = -\frac{5}{x^2}$$

- 15) Записать уравнение кривой, проходящей через точку $M(0, \frac{1}{2})$, если угловой коэффициент в любой её точке в 2 раз больше суммы координат этой точки.

$$\checkmark y' = 2x + 2y; y = e^{2x} - x - \frac{1}{2}$$

- 16) Записать уравнение кривой, проходящей через точку $M(1, 5)$, для которой отрезок на оси ординат, отсекаемый любой касательной к кривой, в 2 раз больше ординаты точки касания.

$$\checkmark y' = -\frac{y}{x}; y = \frac{5}{x}$$

- 17) Записать уравнение кривой, проходящей через точку $M(-2, -4)$, касательная которой в произвольной её точке отсекает на оси ординат отрезок в 5 раз больший квадрата ординаты точки касания.

$$\checkmark y' = \frac{y-5y^2}{x}; y = \frac{2x}{21+10x}$$

- 18) Записать уравнение кривой, проходящей через точку $M(-2, -8)$, касательная которой в произвольной её точке отсекает на оси ординат отрезок в 5 раз больший квадрата ординаты точки касания.

$$\checkmark y' = \frac{y-5y^2}{x}; y = \frac{4x}{41+20x}$$

- 19) Записать уравнение кривой, проходящей через точку $M(3, 81)$, для которой угловой коэффициент касательной в любой точке в 3 раз больше углового коэффициента прямой, соединяющей эту точку с началом координат.

$$\checkmark y' = \frac{3y}{x}; y = 3x^3$$

- 20) Записать уравнение кривой, проходящей через точку $M(4, 16)$, касательная которой в произвольной её точке отсекает на оси ординат отрезок в 2 раз больший квадрата ординаты точки касания.

$$\checkmark y' = \frac{y-2y^2}{x}; y = \frac{4x}{-31+8x}$$

- 21) Записать уравнение кривой, проходящей через точку $M(1, 3)$, для которой отрезок на оси ординат, отсекаемый любой касательной к кривой, в 4 раз больше ординаты точки касания.

$$\checkmark y' = -\frac{3y}{x}; y = \frac{3}{x^3}$$

22) Записать уравнение кривой, проходящей через точку $M(1, 1)$, для которой угловой коэффициент касательной в любой точке в 3 раз больше углового коэффициента прямой, соединяющей эту точку с началом координат.

$$\checkmark y' = \frac{3y}{x}; y = x^3$$

23) Записать уравнение кривой, проходящей через точку $M(2, 2)$, для которой отрезок на оси ординат, отсекаемый любой касательной к кривой, в 4 раз больше ординаты точки касания.

$$\checkmark y' = -\frac{3y}{x}; y = \frac{16}{x^3}$$

24) Записать уравнение кривой, проходящей через точку $M(0, \frac{2}{3})$, если угловой коэффициент в любой её точке в 3 раз больше суммы координат этой точки.

$$\checkmark y' = 3x + 3y; y = e^{3x} - x - \frac{1}{3}$$

25) Записать уравнение кривой, проходящей через точку $M(4, 6)$, для которой отрезок на оси ординат, отсекаемый любой касательной к кривой, в 2 раз больше ординаты точки касания.

$$\checkmark y' = -\frac{y}{x}; y = \frac{24}{x}$$

26) Записать уравнение кривой, проходящей через точку $M(-3, -6)$, касательная которой в произвольной её точке отсекает на оси ординат отрезок в 4 раз больший квадрата ординаты точки касания.

$$\checkmark y' = \frac{y - 4y^2}{x}; y = \frac{2x}{25 + 8x}$$

27) Записать уравнение кривой, проходящей через точку $M(0, \frac{7}{8})$, если угловой коэффициент в любой её точке в 8 раз больше суммы координат этой точки.

$$\checkmark y' = 8x + 8y; y = e^{8x} - x - \frac{1}{8}$$

28) Записать уравнение кривой, проходящей через точку $M(0, \frac{8}{9})$, если угловой коэффициент в любой её точке в 9 раз больше суммы координат этой точки.

$$\checkmark y' = 9x + 9y; y = e^{9x} - x - \frac{1}{9}$$

29) Записать уравнение кривой, проходящей через точку $M(4, -3)$, для которой отрезок на оси ординат, отсекаемый любой касательной к кривой, в 3 раз больше абсциссы точки касания.

$$\checkmark y' = \frac{y - 3x}{x}; y = -\frac{48}{x^2}$$

30) Записать уравнение кривой, проходящей через точку $M(4, -3)$, для которой отрезок на оси ординат, отсекаемый любой касательной к кривой, в 2 раз больше абсциссы точки касания.

$$\checkmark y' = \frac{y - 2x}{x}; y = -\frac{12}{x}$$

Задача 303. Решить дифференциальное уравнение.

1) $(x^9 - 3y) dx + (x^4 y^4 + x) dy = 0$

$$\checkmark \frac{x^6}{6} + \frac{y}{x^3} + \frac{y^5}{5} = C, \quad \mu(x) = \frac{1}{x^4}$$

2) $\left(e^{4y} - \frac{7}{4} \sin 7x\right) dx - \cos 7x dy = 0$

$$\checkmark x + \frac{1}{4} e^{-4y} \cos 7x = C, \quad \mu(y) = e^{-4y}$$

3) $\left(e^{5y} - \frac{7}{5} \sin 7x\right) dx - \cos 7x dy = 0$

$$\checkmark x + \frac{1}{5} e^{-5y} \cos 7x = C, \quad \mu(y) = e^{-5y}$$

4) $(x^7 - \sin^2 2y) dx + x \sin 4y dy = 0$

$$\checkmark \frac{x^5}{5} + \frac{\sin^2 2y}{2x^2} = C, \quad \mu(x) = \frac{1}{x^3}$$

5) $6y\sqrt{2-y^2} dx + (6x\sqrt{2-y^2} + y) dy = 0$

$$\checkmark 6xy - \sqrt{2-y^2} = C, \quad \mu(y) = \frac{1}{\sqrt{2-y^2}}$$

6) $(x^9 - \sin^2 5y) dx + x \sin 10y dy = 0$

$$\checkmark \frac{x^4}{4} + \frac{\sin^2 5y}{5x^5} = C, \quad \mu(x) = \frac{1}{x^6}$$

7) $-6y\sqrt{3-y^2} dx + (-6x\sqrt{3-y^2} + y) dy = 0$

$$\checkmark -6xy - \sqrt{3-y^2} = C, \quad \mu(y) = \frac{1}{\sqrt{3-y^2}}$$

8) $(5y + (x+1) \ln(x+1)) dx - 5x + 5 dy = 0$

$$\checkmark -\frac{5y}{x+1} + \ln^2(x+1) = C, \quad \mu(x) = \frac{1}{(x+1)^2}$$

9) $6y\sqrt{3-y^2} dx + (6x\sqrt{3-y^2} + y) dy = 0$

$$\checkmark 6xy - \sqrt{3-y^2} = C, \quad \mu(y) = \frac{1}{\sqrt{3-y^2}}$$

10) $-8y\sqrt{8-y^2} dx + (-8x\sqrt{8-y^2} + y) dy = 0$

$$\checkmark -8xy - \sqrt{8-y^2} = C, \quad \mu(y) = \frac{1}{\sqrt{8-y^2}}$$

11) $7y\sqrt{5-y^2} dx + (7x\sqrt{5-y^2} + y) dy = 0$

$$\checkmark 7xy - \sqrt{5-y^2} = C, \quad \mu(y) = \frac{1}{\sqrt{5-y^2}}$$

12) $(x^{12} - 5y) dx + (x^6 y^2 + x) dy = 0$

$$\checkmark \frac{x^7}{7} + \frac{y}{x^5} + \frac{y^3}{3} = C, \quad \mu(x) = \frac{1}{x^6}$$

13) $(x^7 - \sin^2 y) dx + x \sin 2y dy = 0$

$$\checkmark \frac{x^6}{6} + \frac{\sin^2 y}{x} = C, \quad \mu(x) = \frac{1}{x^2}$$

14) $3y\sqrt{7-y^2} dx + (3x\sqrt{7-y^2} + y) dy = 0$

$$\checkmark 3xy - \sqrt{7-y^2} = C, \quad \mu(y) = \frac{1}{\sqrt{7-y^2}}$$

- 15) $\left(e^{10y} - \frac{1}{2} \sin 5x\right) dx - \cos 5x dy = 0$ 16) $(x^9 - \sin^2 3y) dx + x \sin 6y dy = 0$
 $\checkmark x + \frac{1}{10} e^{-10y} \cos 5x = C, \quad \mu(y) = e^{-10y}$ $\checkmark \frac{x^6}{6} + \frac{\sin^2 3y}{3x^3} = C, \quad \mu(x) = \frac{1}{x^4}$
- 17) $-9y\sqrt{7-y^2} dx + (-9x\sqrt{7-y^2} + y) dy = 0$ 18) $(x^9 - 5y) dx + (x^6 y^2 + x) dy = 0$
 $\checkmark -9xy - \sqrt{7-y^2} = C, \quad \mu(y) = \frac{1}{\sqrt{7-y^2}}$ $\checkmark \frac{x^4}{4} + \frac{y}{x^5} + \frac{y^3}{3} = C, \quad \mu(x) = \frac{1}{x^6}$
- 19) $(x^{11} - 5y) dx + (x^6 y^6 + x) dy = 0$ 20) $(8y + (x+9) \ln(x+9)) dx - 8x + 72 dy = 0$
 $\checkmark \frac{x^6}{6} + \frac{y}{x^5} + \frac{y^7}{7} = C, \quad \mu(x) = \frac{1}{x^6}$ $\checkmark -\frac{8y}{x+9} + \ln^2(x+9) = C, \quad \mu(x) = \frac{1}{(x+9)^2}$
- 21) $(x^7 - 4y) dx + 2x dy = 0$ 22) $(7y + (x-10) \ln(x-10)) dx - 7x - 70 dy = 0$
 $\checkmark \frac{x^5}{5} + \frac{2y}{x^2} = C, \quad \mu(x) = \frac{1}{x^3}$ $\checkmark -\frac{7y}{x-10} + \ln^2(x-10) = C, \quad \mu(x) = \frac{1}{(x-10)^2}$
- 23) $(x^9 - 5y) dx + (x^6 y^3 + x) dy = 0$ 24) $(x^{11} - 2y) dx + (x^3 y^2 + x) dy = 0$
 $\checkmark \frac{x^4}{4} + \frac{y}{x^5} + \frac{y^4}{4} = C, \quad \mu(x) = \frac{1}{x^6}$ $\checkmark \frac{x^9}{9} + \frac{y}{x^2} + \frac{y^3}{3} = C, \quad \mu(x) = \frac{1}{x^3}$
- 25) $(7y + (x-6) \ln(x-6)) dx - 7x - 42 dy = 0$ 26) $\left(e^{2y} - \frac{5}{2} \sin 5x\right) dx - \cos 5x dy = 0$
 $\checkmark -\frac{7y}{x-6} + \ln^2(x-6) = C, \quad \mu(x) = \frac{1}{(x-6)^2}$ $\checkmark x + \frac{1}{2} e^{-2y} \cos 5x = C, \quad \mu(y) = e^{-2y}$
- 27) $\left(e^{4y} - \frac{5}{2} \sin 10x\right) dx - \cos 10x dy = 0$ 28) $(x^8 - 2y) dx + (x^3 y^6 + x) dy = 0$
 $\checkmark x + \frac{1}{4} e^{-4y} \cos 10x = C, \quad \mu(y) = e^{-4y}$ $\checkmark \frac{x^6}{6} + \frac{y}{x^2} + \frac{y^7}{7} = C, \quad \mu(x) = \frac{1}{x^3}$
- 29) $(x^{12} - \sin^2 y) dx + x \sin 2y dy = 0$ 30) $\left(e^{4y} - \frac{5}{4} \sin 5x\right) dx - \cos 5x dy = 0$
 $\checkmark \frac{x^{11}}{11} + \frac{\sin^2 y}{x} = C, \quad \mu(x) = \frac{1}{x^2}$ $\checkmark x + \frac{1}{4} e^{-4y} \cos 5x = C, \quad \mu(y) = e^{-4y}$

Задача 304. Привести к каноническому виду уравнение

- 1) $u_{xx} + 13u_{xy} + 42u_{yy} + 5u_x + 7u_y + 10u = 0$ 2) $u_{xx} - 4u_{xy} + 5u_{yy} + 6u_x - 3u_y - 2u = 0$
 $\checkmark u_{\xi\eta} = -28u_{\xi} - 23u_{\eta} + 10u, \xi = -7x + y, \eta = -6x + y$ $\checkmark u_{\xi\xi} + u_{\eta\eta} = -9u_{\xi} - 6u_{\eta} + 2u, \xi = 2x + y, \eta = x$
- 3) $2u_{xx} - 16u_{xy} + 82u_{yy} + 5u_x + 7u_y + 10u = 0$
 $\checkmark 50u_{\xi\xi} + 50u_{\eta\eta} = -27u_{\xi} - 25u_{\eta} - 10u, \xi = 4x + y, \eta = 5x$
- 4) $2u_{xx} + 12u_{xy} + 50u_{yy} + 5u_x - 3u_y + 3u = 0$ 5) $u_{xx} - 4u_{xy} + 3u_{yy} + 5u_x - u_y - 2u = 0$
 $\checkmark 32u_{\xi\xi} + 32u_{\eta\eta} = 18u_{\xi} - 20u_{\eta} - 3u, \xi = -3x + y, \eta = 4x$ $\checkmark 4u_{\xi\eta} = 14u_{\xi} + 4u_{\eta} - 2u, \xi = 3x + y, \eta = x + y$
- 6) $3u_{xx} - 30u_{xy} + 75u_{yy} + 5u_x - u_y + 10u = 0$ 7) $3u_{xx} + 6u_{xy} + 3u_{yy} + 5u_x + 7u_y - 2u = 0$
 $\checkmark 3u_{\eta\eta} = -24u_{\xi} - 5u_{\eta} - 10u, \xi = 5x + y, \eta = x$ $\checkmark 3u_{\eta\eta} = -2u_{\xi} - 5u_{\eta} + 2u, \xi = -x + y, \eta = x$
- 8) $2u_{xx} + 10u_{xy} + 12u_{yy} + 5u_x + 7u_y + 3u = 0$ 9) $u_{xx} + 2u_{xy} + u_{yy} + 6u_x - u_y + 3u = 0$
 $\checkmark 2u_{\xi\eta} = -8u_{\xi} - 3u_{\eta} + 3u, \xi = -3x + y, \eta = -2x + y$ $\checkmark u_{\eta\eta} = 7u_{\xi} - 6u_{\eta} - 3u, \xi = -x + y, \eta = x$
- 10) $3u_{xx} + 4u_x + 7u_y + 10u = 0$ 11) $3u_{xx} - 36u_{xy} + 105u_{yy} + 4u_x - u_y + 10u = 0$
 $\checkmark 3u_{\eta\eta} = -7u_{\xi} - 4u_{\eta} - 10u, \xi = y, \eta = x$ $\checkmark 12u_{\xi\eta} = 27u_{\xi} + 19u_{\eta} + 10u, \xi = 7x + y, \eta = 5x + y$
- 12) $3u_{xx} + 18u_{xy} + 30u_{yy} + 5u_x - 3u_y - 2u = 0$
 $\checkmark 3u_{\xi\xi} + 3u_{\eta\eta} = 18u_{\xi} - 5u_{\eta} + 2u, \xi = -3x + y, \eta = x$
- 13) $u_{xx} + 8u_{xy} + 52u_{yy} + 6u_x - 3u_y - 2u = 0$
 $\checkmark 36u_{\xi\xi} + 36u_{\eta\eta} = 27u_{\xi} - 36u_{\eta} + 2u, \xi = -4x + y, \eta = 6x$
- 14) $u_{xx} + 11u_{xy} + 30u_{yy} + 6u_x + 7u_y - 2u = 0$ 15) $3u_{xx} + 6u_{xy} + 15u_{yy} + 6u_x - u_y - 2u = 0$
 $\checkmark u_{\xi\eta} = -23u_{\xi} - 29u_{\eta} - 2u, \xi = -5x + y, \eta = -6x + y$ $\checkmark 12u_{\xi\xi} + 12u_{\eta\eta} = 7u_{\xi} - 12u_{\eta} + 2u, \xi = -x + y, \eta = 2x$
- 16) $2u_{xx} + 12u_{xy} + 18u_{yy} + 4u_x - 3u_y - 2u = 0$ 17) $3u_{xx} + 21u_{xy} + 36u_{yy} + 4u_x - 3u_y + 3u = 0$
 $\checkmark 2u_{\eta\eta} = 15u_{\xi} - 4u_{\eta} + 2u, \xi = -3x + y, \eta = x$ $\checkmark 3u_{\xi\eta} = -15u_{\xi} - 19u_{\eta} + 3u, \xi = -3x + y, \eta = -4x + y$

- 18) $2u_{xx} - 14u_{xy} + 24u_{yy} + 6u_x - 3u_y + 3u = 0$
✓ $2u_{\xi\eta} = 15u_{\xi} + 21u_{\eta} + 3u, \xi = 3x + y, \eta = 4x + y$
- 20) $3u_{xx} + 15u_{xy} + 18u_{yy} + 6u_x - u_y + 10u = 0$
✓ $3u_{\xi\eta} = -19u_{\xi} - 13u_{\eta} + 10u, \xi = -3x + y, \eta = -2x + y$
- 22) $2u_{xx} + 20u_{xy} + 52u_{yy} + 5u_x - 3u_y + 3u = 0$
✓ $2u_{\xi\xi} + 2u_{\eta\eta} = 28u_{\xi} - 5u_{\eta} - 3u, \xi = -5x + y, \eta = x$
- 24) $3u_{xx} - 12u_{xy} + 24u_{yy} + 5u_x + 7u_y + 3u = 0$
✓ $12u_{\xi\xi} + 12u_{\eta\eta} = -17u_{\xi} - 10u_{\eta} - 3u, \xi = 2x + y, \eta = 2x$
- 26) $2u_{xx} - 4u_{xy} + 2u_{yy} + 6u_x + 7u_y + 3u = 0$
✓ $2u_{\eta\eta} = -13u_{\xi} - 6u_{\eta} - 3u, \xi = x + y, \eta = x$
- 28) $u_{xx} - 8u_{xy} + 20u_{yy} + 6u_x - u_y - 2u = 0$
✓ $4u_{\xi\xi} + 4u_{\eta\eta} = -23u_{\xi} - 12u_{\eta} + 2u, \xi = 4x + y, \eta = 2x$
- 29) $3u_{xx} - 24u_{xy} + 156u_{yy} + 5u_x - u_y + 10u = 0$
✓ $108u_{\xi\xi} + 108u_{\eta\eta} = -19u_{\xi} - 30u_{\eta} - 10u, \xi = 4x + y, \eta = 6x$
- 19) $u_{xx} - 6u_{xy} + 18u_{yy} + 4u_x + 7u_y + 3u = 0$
✓ $9u_{\xi\xi} + 9u_{\eta\eta} = -19u_{\xi} - 12u_{\eta} - 3u, \xi = 3x + y, \eta = 3x$
- 21) $2u_{xx} - 8u_{xy} + 8u_{yy} + 6u_x - u_y + 10u = 0$
✓ $2u_{\eta\eta} = -11u_{\xi} - 6u_{\eta} - 10u, \xi = 2x + y, \eta = x$
- 23) $u_{xx} + 2u_{xy} + u_{yy} + 4u_x - u_y - 2u = 0$
✓ $u_{\eta\eta} = 5u_{\xi} - 4u_{\eta} + 2u, \xi = -x + y, \eta = x$
- 25) $u_{xx} - 10u_{xy} + 25u_{yy} + 4u_x - u_y + 3u = 0$
✓ $u_{\eta\eta} = -19u_{\xi} - 4u_{\eta} - 3u, \xi = 5x + y, \eta = x$
- 27) $u_{xx} - 4u_{xy} + 4u_{yy} + 4u_x - u_y + 10u = 0$
✓ $u_{\eta\eta} = -7u_{\xi} - 4u_{\eta} - 10u, \xi = 2x + y, \eta = x$
- 30) $2u_{xx} - 4u_{xy} + 2u_{yy} + 6u_x - u_y - 2u = 0$
✓ $2u_{\eta\eta} = -5u_{\xi} - 6u_{\eta} + 2u, \xi = x + y, \eta = x$

Задача 305. Решить задачу Коши

- 1) $u_{tt} = 9u_{xx}, u|_{t=0} = \cos 3x, u_t|_{t=0} = x^2 + 3x$
✓
- 3) $u_{tt} = 9u_{xx}, u|_{t=0} = \cos 4x, u_t|_{t=0} = -x^2 + 4x$
✓
- 5) $u_{tt} = u_{xx}, u|_{t=0} = -x^2 + 4, u_t|_{t=0} = \sin 4x$
✓
- 7) $u_{tt} = 9u_{xx}, u|_{t=0} = -2x^2 + 3, u_t|_{t=0} = \sin 3x$
✓
- 9) $u_{tt} = u_{xx}, u|_{t=0} = x + 5, u_t|_{t=0} = x^2 + 5x$
✓
- 11) $u_{tt} = 4u_{xx}, u|_{t=0} = 2x + 6, u_t|_{t=0} = \sin 6x$
✓
- 13) $u_{tt} = u_{xx}, u|_{t=0} = x^2 + 2, u_t|_{t=0} = \cos 2x$
✓
- 15) $u_{tt} = u_{xx}, u|_{t=0} = \cos 3x, u_t|_{t=0} = 3x - 2$
✓
- 17) $u_{tt} = 4u_{xx}, u|_{t=0} = 2x + 5, u_t|_{t=0} = 5x + 2$
✓
- 19) $u_{tt} = 9u_{xx}, u|_{t=0} = 2x + 5, u_t|_{t=0} = \sin 5x$
✓
- 21) $u_{tt} = u_{xx}, u|_{t=0} = \cos 4x, u_t|_{t=0} = -2x^2 + 4x$
✓
- 23) $u_{tt} = 9u_{xx}, u|_{t=0} = \sin 6x, u_t|_{t=0} = \cos 6x$
✓
- 25) $u_{tt} = 9u_{xx}, u|_{t=0} = x + 1, u_t|_{t=0} = x + 1$
✓
- 27) $u_{tt} = 9u_{xx}, u|_{t=0} = \cos 3x, u_t|_{t=0} = \cos 3x$
✓
- 29) $u_{tt} = u_{xx}, u|_{t=0} = \sin x, u_t|_{t=0} = x - 3$
✓
- 2) $u_{tt} = 9u_{xx}, u|_{t=0} = \sin 2x, u_t|_{t=0} = 2x + 1$
✓
- 4) $u_{tt} = 4u_{xx}, u|_{t=0} = x + 5, u_t|_{t=0} = 5x + 1$
✓
- 6) $u_{tt} = 9u_{xx}, u|_{t=0} = -x + 1, u_t|_{t=0} = x - 1$
✓
- 8) $u_{tt} = 9u_{xx}, u|_{t=0} = \sin 3x, u_t|_{t=0} = 2x^2 + 3x$
✓
- 10) $u_{tt} = 9u_{xx}, u|_{t=0} = -x + 1, u_t|_{t=0} = \sin x$
✓
- 12) $u_{tt} = 4u_{xx}, u|_{t=0} = \cos 4x, u_t|_{t=0} = \sin 4x$
✓
- 14) $u_{tt} = u_{xx}, u|_{t=0} = \cos x, u_t|_{t=0} = \sin x$
✓
- 16) $u_{tt} = 9u_{xx}, u|_{t=0} = 3x^2 + 2, u_t|_{t=0} = \cos 2x$
✓
- 18) $u_{tt} = 9u_{xx}, u|_{t=0} = \cos 2x, u_t|_{t=0} = \cos 2x$
✓
- 20) $u_{tt} = 4u_{xx}, u|_{t=0} = -3x + 4, u_t|_{t=0} = -3x^2 + 4x$
✓
- 22) $u_{tt} = 9u_{xx}, u|_{t=0} = -2x^2 + 6, u_t|_{t=0} = \sin 6x$
✓
- 24) $u_{tt} = u_{xx}, u|_{t=0} = -3x + 2, u_t|_{t=0} = \sin 2x$
✓
- 26) $u_{tt} = 9u_{xx}, u|_{t=0} = \sin 6x, u_t|_{t=0} = \cos 6x$
✓
- 28) $u_{tt} = 9u_{xx}, u|_{t=0} = \cos x, u_t|_{t=0} = -2x^2 + x$
✓
- 30) $u_{tt} = 9u_{xx}, u|_{t=0} = -2x^2 + 2, u_t|_{t=0} = -2x^2 + 2x$
✓

Задача 306. Решить смешанную задачу

1) $u_{tt} = u_{xx}$, $0 \leq x \leq 4$, $u|_{t=0} = \sin \frac{\pi x}{2}$, $u_t|_{t=0} = \sin \pi x$, $u|_{x=0} = u|_{x=4} = 0$

✓

2) $u_{tt} = 9u_{xx}$, $0 \leq x \leq 4$, $u|_{t=0} = \sin \frac{\pi x}{4}$, $u_t|_{t=0} = \sin \frac{3\pi x}{4}$, $u|_{x=0} = u|_{x=4} = 0$

✓

3) $u_{tt} = u_{xx}$, $0 \leq x \leq 2$, $u|_{t=0} = \sin \pi x$, $u_t|_{t=0} = \sin 2\pi x$, $u|_{x=0} = u|_{x=2} = 0$

✓

4) $u_{tt} = 4u_{xx}$, $0 \leq x \leq 4$, $u|_{t=0} = \sin \pi x$, $u_t|_{t=0} = \sin \frac{\pi x}{4}$, $u|_{x=0} = u|_{x=4} = 0$

✓

5) $u_{tt} = 9u_{xx}$, $0 \leq x \leq 2$, $u|_{t=0} = \sin \frac{\pi x}{2}$, $u_t|_{t=0} = \sin \frac{5\pi x}{2}$, $u|_{x=0} = u|_{x=2} = 0$

✓

6) $u_{tt} = 9u_{xx}$, $0 \leq x \leq 4$, $u|_{t=0} = \sin \frac{\pi x}{2}$, $u_t|_{t=0} = \sin \frac{\pi x}{4}$, $u|_{x=0} = u|_{x=4} = 0$

✓

7) $u_{tt} = u_{xx}$, $0 \leq x \leq 1$, $u|_{t=0} = \sin 4\pi x$, $u_t|_{t=0} = \sin 6\pi x$, $u|_{x=0} = u|_{x=1} = 0$

✓

8) $u_{tt} = u_{xx}$, $0 \leq x \leq 1$, $u|_{t=0} = \sin 2\pi x$, $u_t|_{t=0} = \sin 7\pi x$, $u|_{x=0} = u|_{x=1} = 0$

✓

9) $u_{tt} = u_{xx}$, $0 \leq x \leq 1$, $u|_{t=0} = \sin 4\pi x$, $u_t|_{t=0} = \sin 7\pi x$, $u|_{x=0} = u|_{x=1} = 0$

✓

10) $u_{tt} = 9u_{xx}$, $0 \leq x \leq 2$, $u|_{t=0} = \sin 2\pi x$, $u_t|_{t=0} = \sin 2\pi x$, $u|_{x=0} = u|_{x=2} = 0$

✓

11) $u_{tt} = u_{xx}$, $0 \leq x \leq 2$, $u|_{t=0} = \sin \frac{\pi x}{2}$, $u_t|_{t=0} = \sin 2\pi x$, $u|_{x=0} = u|_{x=2} = 0$

✓

12) $u_{tt} = 9u_{xx}$, $0 \leq x \leq 2$, $u|_{t=0} = \sin \frac{3\pi x}{2}$, $u_t|_{t=0} = \sin 3\pi x$, $u|_{x=0} = u|_{x=2} = 0$

✓

13) $u_{tt} = 9u_{xx}$, $0 \leq x \leq 3$, $u|_{t=0} = \sin \frac{4\pi x}{3}$, $u_t|_{t=0} = \sin \pi x$, $u|_{x=0} = u|_{x=3} = 0$

✓

14) $u_{tt} = 9u_{xx}$, $0 \leq x \leq 3$, $u|_{t=0} = \sin \pi x$, $u_t|_{t=0} = \sin \frac{5\pi x}{3}$, $u|_{x=0} = u|_{x=3} = 0$

✓

15) $u_{tt} = u_{xx}$, $0 \leq x \leq 1$, $u|_{t=0} = \sin \pi x$, $u_t|_{t=0} = \sin 7\pi x$, $u|_{x=0} = u|_{x=1} = 0$

✓

16) $u_{tt} = u_{xx}$, $0 \leq x \leq 4$, $u|_{t=0} = \sin \frac{\pi x}{2}$, $u_t|_{t=0} = \sin \frac{5\pi x}{4}$, $u|_{x=0} = u|_{x=4} = 0$

✓

17) $u_{tt} = 4u_{xx}$, $0 \leq x \leq 2$, $u|_{t=0} = \sin \pi x$, $u_t|_{t=0} = \sin \pi x$, $u|_{x=0} = u|_{x=2} = 0$

✓

18) $u_{tt} = 9u_{xx}$, $0 \leq x \leq 1$, $u|_{t=0} = \sin 2\pi x$, $u_t|_{t=0} = \sin 5\pi x$, $u|_{x=0} = u|_{x=1} = 0$

✓

19) $u_{tt} = 4u_{xx}$, $0 \leq x \leq 2$, $u|_{t=0} = \sin 2\pi x$, $u_t|_{t=0} = \sin 2\pi x$, $u|_{x=0} = u|_{x=2} = 0$

✓

20) $u_{tt} = u_{xx}$, $0 \leq x \leq 3$, $u|_{t=0} = \sin \frac{\pi x}{3}$, $u_t|_{t=0} = \sin \frac{5\pi x}{3}$, $u|_{x=0} = u|_{x=3} = 0$

✓

21) $u_{tt} = u_{xx}$, $0 \leq x \leq 2$, $u|_{t=0} = \sin \frac{3\pi x}{2}$, $u_t|_{t=0} = \sin \frac{\pi x}{2}$, $u|_{x=0} = u|_{x=2} = 0$

✓

22) $u_{tt} = u_{xx}$, $0 \leq x \leq 4$, $u|_{t=0} = \sin \frac{3\pi x}{4}$, $u_t|_{t=0} = \sin \pi x$, $u|_{x=0} = u|_{x=4} = 0$

✓

23) $u_{tt} = 9u_{xx}$, $0 \leq x \leq 1$, $u|_{t=0} = \sin 2\pi x$, $u_t|_{t=0} = \sin 7\pi x$, $u|_{x=0} = u|_{x=1} = 0$

✓

24) $u_{tt} = u_{xx}$, $0 \leq x \leq 3$, $u|_{t=0} = \sin \pi x$, $u_t|_{t=0} = \sin \frac{4\pi x}{3}$, $u|_{x=0} = u|_{x=3} = 0$

✓

25) $u_{tt} = 9u_{xx}$, $0 \leq x \leq 4$, $u|_{t=0} = \sin \frac{\pi x}{2}$, $u_t|_{t=0} = \sin \frac{5\pi x}{4}$, $u|_{x=0} = u|_{x=4} = 0$

✓

26) $u_{tt} = 4u_{xx}$, $0 \leq x \leq 2$, $u|_{t=0} = \sin \frac{3\pi x}{2}$, $u_t|_{t=0} = \sin \frac{7\pi x}{2}$, $u|_{x=0} = u|_{x=2} = 0$

✓

27) $u_{tt} = u_{xx}$, $0 \leq x \leq 3$, $u|_{t=0} = \sin \frac{2\pi x}{3}$, $u_t|_{t=0} = \sin \frac{\pi x}{3}$, $u|_{x=0} = u|_{x=3} = 0$

✓

28) $u_{tt} = 4u_{xx}$, $0 \leq x \leq 4$, $u|_{t=0} = \sin \pi x$, $u_t|_{t=0} = \sin \frac{3\pi x}{4}$, $u|_{x=0} = u|_{x=4} = 0$

✓

29) $u_{tt} = 9u_{xx}$, $0 \leq x \leq 4$, $u|_{t=0} = \sin \frac{3\pi x}{4}$, $u_t|_{t=0} = \sin \frac{\pi x}{2}$, $u|_{x=0} = u|_{x=4} = 0$

✓

30) $u_{tt} = 4u_{xx}$, $0 \leq x \leq 3$, $u|_{t=0} = \sin \frac{4\pi x}{3}$, $u_t|_{t=0} = \sin \frac{\pi x}{3}$, $u|_{x=0} = u|_{x=3} = 0$

✓

Задача 307.

1) 3 студента сдают экзамен. Вероятность успешной сдачи для 1-го $\frac{3}{5}$, для второго — $\frac{3}{5}$, для третьего — $\frac{9}{10}$. Найти вероятность того, что

а) все трое сдали экзамен;

б) двое сдали экзамен;

в) хотя бы 1 студент сдал экзамен.

✓ а) $\frac{81}{250}$; б) $\frac{117}{250}$; в) $\frac{123}{125}$

2) 3 станка производят детали. Вероятность производства детали первого сорта для 1-го станка $\frac{7}{10}$, для второго — $\frac{3}{5}$, для третьего — $\frac{3}{5}$. Найти вероятность того, что

а) произведены 3 детали первого сорта;

б) две детали первого сорта;

в) хотя бы 1 деталь первого сорта.

✓ а) $\frac{63}{250}$; б) $\frac{111}{250}$; в) $\frac{119}{125}$

3) 3 стрелка стреляют в цель. Вероятность попадания для 1-го $\frac{4}{5}$, для второго — $\frac{4}{5}$, для третьего — $\frac{3}{5}$. Найти вероятность того, что

а) все трое попали в цель;

б) двое попали в цель;

в) хотя бы 1 стрелок попал в цель.

✓ а) $\frac{48}{125}$; б) $\frac{56}{125}$; в) $\frac{123}{125}$

4) 3 студента сдают экзамен. Вероятность успешной сдачи для 1-го $\frac{4}{5}$, для второго — $\frac{7}{10}$, для третьего — $\frac{3}{5}$. Найти вероятность того, что

а) все трое сдали экзамен;

б) двое сдали экзамен;

в) хотя бы 1 студент сдал экзамен.

✓ а) $\frac{42}{125}$; б) $\frac{113}{250}$; в) $\frac{122}{125}$

5) 3 студента сдают экзамен. Вероятность успешной сдачи для 1-го $\frac{7}{10}$, для второго — $\frac{3}{5}$, для третьего — $\frac{9}{10}$. Найти вероятность того, что

а) все трое сдали экзамен;

б) двое сдали экзамен;

в) хотя бы 1 студент сдал экзамен.

✓ а) $\frac{189}{500}$; б) $\frac{57}{125}$; в) $\frac{247}{250}$

6) 3 студента сдают экзамен. Вероятность успешной сдачи для 1-го $\frac{9}{10}$, для второго — $\frac{9}{10}$, для третьего — $\frac{4}{5}$. Найти вероятность того, что

а) все трое сдали экзамен;

б) двое сдали экзамен;

в) хотя бы 1 студент сдал экзамен.

✓ а) $\frac{81}{125}$; б) $\frac{153}{500}$; в) $\frac{499}{500}$

- 7) 3 станка производят детали. Вероятность производства детали первого сорта для 1-го станка $\frac{9}{10}$, для второго — $\frac{7}{10}$, для третьего — $\frac{9}{10}$. Найти вероятность того, что
- а) произведены 3 детали первого сорта;
 - б) две детали первого сорта;
 - в) хотя бы 1 деталь первого сорта.
- ✓ а) $\frac{567}{1000}$; б) $\frac{369}{1000}$; в) $\frac{997}{1000}$
- 8) 3 студента сдают экзамен. Вероятность успешной сдачи для 1-го $\frac{3}{5}$, для второго — $\frac{4}{5}$, для третьего — $\frac{4}{5}$. Найти вероятность того, что
- а) все трое сдали экзамен;
 - б) двое сдали экзамен;
 - в) хотя бы 1 студент сдал экзамен.
- ✓ а) $\frac{48}{125}$; б) $\frac{56}{125}$; в) $\frac{123}{125}$
- 9) 3 студента сдают экзамен. Вероятность успешной сдачи для 1-го $\frac{4}{5}$, для второго — $\frac{4}{5}$, для третьего — $\frac{4}{5}$. Найти вероятность того, что
- а) все трое сдали экзамен;
 - б) двое сдали экзамен;
 - в) хотя бы 1 студент сдал экзамен.
- ✓ а) $\frac{64}{125}$; б) $\frac{48}{125}$; в) $\frac{124}{125}$
- 10) 3 студента сдают экзамен. Вероятность успешной сдачи для 1-го $\frac{3}{5}$, для второго — $\frac{4}{5}$, для третьего — $\frac{3}{5}$. Найти вероятность того, что
- а) все трое сдали экзамен;
 - б) двое сдали экзамен;
 - в) хотя бы 1 студент сдал экзамен.
- ✓ а) $\frac{36}{125}$; б) $\frac{57}{125}$; в) $\frac{121}{125}$
- 11) 3 студента сдают экзамен. Вероятность успешной сдачи для 1-го $\frac{7}{10}$, для второго — $\frac{7}{10}$, для третьего — $\frac{7}{10}$. Найти вероятность того, что
- а) все трое сдали экзамен;
 - б) двое сдали экзамен;
 - в) хотя бы 1 студент сдал экзамен.
- ✓ а) $\frac{343}{1000}$; б) $\frac{441}{1000}$; в) $\frac{973}{1000}$
- 12) 3 студента сдают экзамен. Вероятность успешной сдачи для 1-го $\frac{7}{10}$, для второго — $\frac{7}{10}$, для третьего — $\frac{9}{10}$. Найти вероятность того, что
- а) все трое сдали экзамен;
 - б) двое сдали экзамен;
 - в) хотя бы 1 студент сдал экзамен.
- ✓ а) $\frac{441}{1000}$; б) $\frac{427}{1000}$; в) $\frac{991}{1000}$
- 13) 3 стрелка стреляют в цель. Вероятность попадания для 1-го $\frac{4}{5}$, для второго — $\frac{9}{10}$, для третьего — $\frac{4}{5}$. Найти вероятность того, что
- а) все трое попали в цель;
 - б) двое попали в цель;
 - в) хотя бы 1 стрелок попал в цель.
- ✓ а) $\frac{72}{125}$; б) $\frac{44}{125}$; в) $\frac{249}{250}$
- 14) 3 стрелка стреляют в цель. Вероятность попадания для 1-го $\frac{7}{10}$, для второго — $\frac{3}{5}$, для третьего — $\frac{9}{10}$. Найти вероятность того, что
- а) все трое попали в цель;
 - б) двое попали в цель;
 - в) хотя бы 1 стрелок попал в цель.
- ✓ а) $\frac{189}{500}$; б) $\frac{57}{125}$; в) $\frac{247}{250}$
- 15) 3 станка производят детали. Вероятность производства детали первого сорта для 1-го станка $\frac{4}{5}$, для второго — $\frac{7}{10}$, для третьего — $\frac{7}{10}$. Найти вероятность того, что
- а) произведены 3 детали первого сорта;
 - б) две детали первого сорта;
 - в) хотя бы 1 деталь первого сорта.
- ✓ а) $\frac{49}{125}$; б) $\frac{217}{500}$; в) $\frac{491}{500}$
- 16) 3 студента сдают экзамен. Вероятность успешной сдачи для 1-го $\frac{9}{10}$, для второго — $\frac{4}{5}$, для третьего — $\frac{4}{5}$. Найти вероятность того, что
- а) все трое сдали экзамен;
 - б) двое сдали экзамен;
 - в) хотя бы 1 студент сдал экзамен.
- ✓ а) $\frac{72}{125}$; б) $\frac{44}{125}$; в) $\frac{249}{250}$
- 17) 3 станка производят детали. Вероятность производства детали первого сорта для 1-го станка $\frac{3}{5}$, для второго — $\frac{9}{10}$, для третьего — $\frac{9}{10}$. Найти вероятность того, что
- а) произведены 3 детали первого сорта;
 - б) две детали первого сорта;
 - в) хотя бы 1 деталь первого сорта.
- ✓ а) $\frac{243}{500}$; б) $\frac{54}{125}$; в) $\frac{249}{250}$
- 18) 3 студента сдают экзамен. Вероятность успешной сдачи для 1-го $\frac{3}{5}$, для второго — $\frac{9}{10}$, для третьего — $\frac{3}{5}$. Найти вероятность того, что
- а) все трое сдали экзамен;
 - б) двое сдали экзамен;
 - в) хотя бы 1 студент сдал экзамен.
- ✓ а) $\frac{81}{250}$; б) $\frac{117}{250}$; в) $\frac{123}{125}$

- 19) 3 студента сдают экзамен. Вероятность успешной сдачи для 1-го $\frac{4}{5}$, для второго — $\frac{3}{5}$, для третьего — $\frac{4}{5}$. Найти вероятность того, что
- а) все трое сдали экзамен;
 - б) двое сдали экзамен;
 - в) хотя бы 1 студент сдал экзамен.
- ✓ а) $\frac{48}{125}$; б) $\frac{56}{125}$; в) $\frac{123}{125}$
- 20) 3 станка производят детали. Вероятность производства детали первого сорта для 1-го станка $\frac{4}{5}$, для второго — $\frac{4}{5}$, для третьего — $\frac{4}{5}$. Найти вероятность того, что
- а) произведены 3 детали первого сорта;
 - б) две детали первого сорта;
 - в) хотя бы 1 деталь первого сорта.
- ✓ а) $\frac{64}{125}$; б) $\frac{48}{125}$; в) $\frac{124}{125}$
- 21) 3 студента сдают экзамен. Вероятность успешной сдачи для 1-го $\frac{4}{5}$, для второго — $\frac{9}{10}$, для третьего — $\frac{9}{10}$. Найти вероятность того, что
- а) все трое сдали экзамен;
 - б) двое сдали экзамен;
 - в) хотя бы 1 студент сдал экзамен.
- ✓ а) $\frac{81}{125}$; б) $\frac{153}{500}$; в) $\frac{499}{500}$
- 22) 3 станка производят детали. Вероятность производства детали первого сорта для 1-го станка $\frac{7}{10}$, для второго — $\frac{9}{10}$, для третьего — $\frac{9}{10}$. Найти вероятность того, что
- а) произведены 3 детали первого сорта;
 - б) две детали первого сорта;
 - в) хотя бы 1 деталь первого сорта.
- ✓ а) $\frac{567}{1000}$; б) $\frac{369}{1000}$; в) $\frac{997}{1000}$
- 23) 3 стрелка стреляют в цель. Вероятность попадания для 1-го $\frac{4}{5}$, для второго — $\frac{4}{5}$, для третьего — $\frac{4}{5}$. Найти вероятность того, что
- а) все трое попали в цель;
 - б) двое попали в цель;
 - в) хотя бы 1 стрелок попал в цель.
- ✓ а) $\frac{64}{125}$; б) $\frac{48}{125}$; в) $\frac{124}{125}$
- 24) 3 станка производят детали. Вероятность производства детали первого сорта для 1-го станка $\frac{3}{5}$, для второго — $\frac{4}{5}$, для третьего — $\frac{9}{10}$. Найти вероятность того, что
- а) произведены 3 детали первого сорта;
 - б) две детали первого сорта;
 - в) хотя бы 1 деталь первого сорта.
- ✓ а) $\frac{54}{125}$; б) $\frac{111}{250}$; в) $\frac{124}{125}$
- 25) 3 студента сдают экзамен. Вероятность успешной сдачи для 1-го $\frac{3}{5}$, для второго — $\frac{7}{10}$, для третьего — $\frac{4}{5}$. Найти вероятность того, что
- а) все трое сдали экзамен;
 - б) двое сдали экзамен;
 - в) хотя бы 1 студент сдал экзамен.
- ✓ а) $\frac{42}{125}$; б) $\frac{113}{250}$; в) $\frac{122}{125}$
- 26) 3 станка производят детали. Вероятность производства детали первого сорта для 1-го станка $\frac{3}{5}$, для второго — $\frac{9}{10}$, для третьего — $\frac{4}{5}$. Найти вероятность того, что
- а) произведены 3 детали первого сорта;
 - б) две детали первого сорта;
 - в) хотя бы 1 деталь первого сорта.
- ✓ а) $\frac{54}{125}$; б) $\frac{111}{250}$; в) $\frac{124}{125}$
- 27) 3 студента сдают экзамен. Вероятность успешной сдачи для 1-го $\frac{9}{10}$, для второго — $\frac{9}{10}$, для третьего — $\frac{9}{10}$. Найти вероятность того, что
- а) все трое сдали экзамен;
 - б) двое сдали экзамен;
 - в) хотя бы 1 студент сдал экзамен.
- ✓ а) $\frac{729}{1000}$; б) $\frac{243}{1000}$; в) $\frac{999}{1000}$
- 28) 3 станка производят детали. Вероятность производства детали первого сорта для 1-го станка $\frac{7}{10}$, для второго — $\frac{3}{5}$, для третьего — $\frac{9}{10}$. Найти вероятность того, что
- а) произведены 3 детали первого сорта;
 - б) две детали первого сорта;
 - в) хотя бы 1 деталь первого сорта.
- ✓ а) $\frac{189}{500}$; б) $\frac{57}{125}$; в) $\frac{247}{250}$
- 29) 3 студента сдают экзамен. Вероятность успешной сдачи для 1-го $\frac{7}{10}$, для второго — $\frac{4}{5}$, для третьего — $\frac{4}{5}$. Найти вероятность того, что
- а) все трое сдали экзамен;
 - б) двое сдали экзамен;
 - в) хотя бы 1 студент сдал экзамен.
- ✓ а) $\frac{56}{125}$; б) $\frac{52}{125}$; в) $\frac{247}{250}$
- 30) 3 стрелка стреляют в цель. Вероятность попадания для 1-го $\frac{3}{5}$, для второго — $\frac{4}{5}$, для третьего — $\frac{4}{5}$. Найти вероятность того, что
- а) все трое попали в цель;
 - б) двое попали в цель;
 - в) хотя бы 1 стрелок попал в цель.
- ✓ а) $\frac{48}{125}$; б) $\frac{56}{125}$; в) $\frac{123}{125}$

Задача 308.

- 1) 3 студента сдают экзамен. Вероятность успешной сдачи для 1-го — $\frac{3}{4}$, для второго — $\frac{3}{4}$, для третьего — $\frac{1}{2}$. Найти вероятность того, что двое сдали экзамен.
- ✓ $\frac{15}{32}$
- 2) 3 стрелка стреляют в цель. Вероятность попадания для 1-го — $\frac{3}{4}$, для второго — $\frac{2}{5}$, для третьего — $\frac{3}{5}$. Найти вероятность того, что хотя бы 1 стрелок попал в цель.
- ✓ $\frac{47}{50}$

- 24) 3 стрелка стреляют в цель. Вероятность попадания для 1-го — $\frac{3}{5}$, для второго — $\frac{3}{5}$, для третьего — $\frac{3}{4}$. Найти вероятность того, что хотя бы 1 стрелок попал в цель.
- ✓ $\frac{24}{25}$
- 25) 3 стрелка стреляют в цель. Вероятность попадания для 1-го — $\frac{3}{4}$, для второго — $\frac{3}{4}$, для третьего — $\frac{3}{5}$. Найти вероятность того, что хотя бы 1 стрелок попал в цель.
- ✓ $\frac{39}{40}$
- 26) 3 студента сдают экзамен. Вероятность успешной сдачи для 1-го — $\frac{3}{5}$, для второго — $\frac{1}{2}$, для третьего — $\frac{3}{4}$. Найти вероятность того, что двое сдали экзамен.
- ✓ $\frac{9}{20}$
- 27) 3 студента сдают экзамен. Вероятность успешной сдачи для 1-го — $\frac{3}{5}$, для второго — $\frac{4}{5}$, для третьего — $\frac{3}{5}$. Найти вероятность того, что двое сдали экзамен.
- ✓ $\frac{57}{125}$
- 28) 3 студента сдают экзамен. Вероятность успешной сдачи для 1-го — $\frac{3}{5}$, для второго — $\frac{4}{5}$, для третьего — $\frac{1}{2}$. Найти вероятность того, что двое сдали экзамен.
- ✓ $\frac{23}{50}$
- 29) 3 стрелка стреляют в цель. Вероятность попадания для 1-го — $\frac{4}{5}$, для второго — $\frac{1}{2}$, для третьего — $\frac{3}{5}$. Найти вероятность того, что хотя бы 1 стрелок попал в цель.
- ✓ $\frac{24}{25}$
- 30) 3 станка производят детали. Вероятность производства детали первого сорта для 1-го станка — $\frac{2}{3}$, для второго — $\frac{2}{5}$, для третьего — $\frac{3}{4}$. Найти вероятность того, что произведены 3 детали первого сорта.
- ✓ $\frac{1}{5}$

Задача 309. Решить задачу по теме «Формула полной вероятности».

- 1) Покупатель может приобрести нужный ему товар в одной из 16 секций первого магазина, или в одной из 20 секций второго, или в одной из 9 секций третьего. Вероятность того, что к моменту прихода покупателя в секциях первого магазина в продаже имеется нужный товар равна $\frac{7}{10}$, в секциях второго магазина $\frac{2}{5}$, в секциях третьего магазина $\frac{9}{10}$. Какова вероятность того, что в наугад выбранной секции имеется в продаже нужный товар?
- ✓ $\frac{91}{150}$
- 2) Покупатель может приобрести нужный ему товар в одной из 10 секций первого магазина, или в одной из 17 секций второго, или в одной из 18 секций третьего. Вероятность того, что к моменту прихода покупателя в секциях первого магазина в продаже имеется нужный товар равна $\frac{7}{10}$, в секциях второго магазина $\frac{2}{5}$, в секциях третьего магазина $\frac{3}{5}$. Какова вероятность того, что в наугад выбранной секции имеется в продаже нужный товар?
- ✓ $\frac{41}{75}$
- 3) Трое рабочих изготавливают однотипные изделия. Первый рабочий изготовил 10 изделий, второй — 17, третий — 12. Вероятность брака у первого рабочего $\frac{1}{10}$, у второго — $\frac{1}{10}$, у третьего — $\frac{3}{10}$. Какова вероятность того, что взятое случайным образом изделие будет бракованным?
- ✓ $\frac{21}{130}$
- 4) Трое рабочих изготавливают однотипные изделия. Первый рабочий изготовил 19 изделий, второй — 8, третий — 21. Вероятность брака у первого рабочего $\frac{3}{10}$, у второго — $\frac{1}{5}$, у третьего — $\frac{1}{5}$. Какова вероятность того, что взятое случайным образом изделие будет бракованным?
- ✓ $\frac{23}{96}$
- 5) Покупатель может приобрести нужный ему товар в одной из 16 секций первого магазина, или в одной из 14 секций второго, или в одной из 18 секций третьего. Вероятность того, что к моменту прихода покупателя в секциях первого магазина в продаже имеется нужный товар равна $\frac{3}{5}$, в секциях второго магазина $\frac{9}{10}$, в секциях третьего магазина $\frac{3}{5}$. Какова вероятность того, что в наугад выбранной секции имеется в продаже нужный товар?
- ✓ $\frac{11}{16}$
- 6) На сборочное предприятие поступили однотипные комплектующие с трех заводов в количестве: 10 с первого завода, 17 со второго, 18 с третьего. Вероятность качественного изготовления изделий на первом заводе $\frac{4}{5}$, на втором $\frac{9}{10}$, на третьем $\frac{2}{5}$. Какова вероятность того, что взятое случайным образом изделие будет качественным?
- ✓ $\frac{377}{450}$

- 7) Покупатель может приобрести нужный ему товар в одной из 16 секций первого магазина, или в одной из 20 секций второго, или в одной из 15 секций третьего. Вероятность того, что к моменту прихода покупателя в секциях первого магазина в продаже имеется нужный товар равна $\frac{3}{5}$, в секциях второго магазина $\frac{1}{2}$, в секциях третьего магазина $\frac{9}{10}$. Какова вероятность того, что в наугад выбранной секции имеется в продаже нужный товар?
- ✓ $\frac{331}{510}$
- 8) Покупатель может приобрести нужный ему товар в одной из 7 секций первого магазина, или в одной из 20 секций второго, или в одной из 9 секций третьего. Вероятность того, что к моменту прихода покупателя в секциях первого магазина в продаже имеется нужный товар равна $\frac{3}{5}$, в секциях второго магазина $\frac{9}{10}$, в секциях третьего магазина $\frac{9}{10}$. Какова вероятность того, что в наугад выбранной секции имеется в продаже нужный товар?
- ✓ $\frac{101}{120}$
- 9) На сборочное предприятие поступили однотипные комплектующие с трех заводов в количестве: 7 с первого завода, 11 со второго, 12 с третьего. Вероятность качественного изготовления изделий на первом заводе $\frac{7}{10}$, на втором $\frac{9}{10}$, на третьем $\frac{9}{10}$. Какова вероятность того, что взятое случайным образом изделие будет качественным?
- ✓ $\frac{64}{75}$
- 10) На сборочное предприятие поступили однотипные комплектующие с трех заводов в количестве: 13 с первого завода, 17 со второго, 12 с третьего. Вероятность качественного изготовления изделий на первом заводе $\frac{4}{5}$, на втором $\frac{7}{10}$, на третьем $\frac{4}{5}$. Какова вероятность того, что взятое случайным образом изделие будет качественным?
- ✓ $\frac{319}{420}$
- 11) Покупатель может приобрести нужный ему товар в одной из 10 секций первого магазина, или в одной из 17 секций второго, или в одной из 12 секций третьего. Вероятность того, что к моменту прихода покупателя в секциях первого магазина в продаже имеется нужный товар равна $\frac{7}{10}$, в секциях второго магазина $\frac{4}{5}$, в секциях третьего магазина $\frac{3}{5}$. Какова вероятность того, что в наугад выбранной секции имеется в продаже нужный товар?
- ✓ $\frac{139}{195}$
- 12) На сборочное предприятие поступили однотипные комплектующие с трех заводов в количестве: 16 с первого завода, 17 со второго, 15 с третьего. Вероятность качественного изготовления изделий на первом заводе $\frac{4}{5}$, на втором $\frac{3}{5}$, на третьем $\frac{4}{5}$. Какова вероятность того, что взятое случайным образом изделие будет качественным?
- ✓ $\frac{35}{48}$
- 13) На сборочное предприятие поступили однотипные комплектующие с трех заводов в количестве: 16 с первого завода, 14 со второго, 15 с третьего. Вероятность качественного изготовления изделий на первом заводе $\frac{7}{10}$, на втором $\frac{3}{5}$, на третьем $\frac{3}{5}$. Какова вероятность того, что взятое случайным образом изделие будет качественным?
- ✓ $\frac{143}{225}$
- 14) На сборочное предприятие поступили однотипные комплектующие с трех заводов в количестве: 19 с первого завода, 17 со второго, 9 с третьего. Вероятность качественного изготовления изделий на первом заводе $\frac{9}{10}$, на втором $\frac{3}{5}$, на третьем $\frac{7}{10}$. Какова вероятность того, что взятое случайным образом изделие будет качественным?
- ✓ $\frac{56}{75}$
- 15) Трое рабочих изготавливают однотипные изделия. Первый рабочий изготовил 7 изделий, второй – 20, третий – 9. Вероятность брака у первого рабочего $\frac{3}{10}$, у второго – $\frac{1}{10}$, у третьего – $\frac{1}{10}$. Какова вероятность того, что взятое случайным образом изделие будет бракованным?
- ✓ $\frac{5}{36}$
- 16) Трое рабочих изготавливают однотипные изделия. Первый рабочий изготовил 10 изделий, второй – 8, третий – 15. Вероятность брака у первого рабочего $\frac{1}{5}$, у второго – $\frac{1}{5}$, у третьего – $\frac{3}{10}$. Какова вероятность того, что взятое случайным образом изделие будет бракованным?
- ✓ $\frac{27}{110}$
- 17) Покупатель может приобрести нужный ему товар в одной из 19 секций первого магазина, или в одной из 17 секций второго, или в одной из 12 секций третьего. Вероятность того, что к моменту прихода покупателя в секциях первого магазина в продаже имеется нужный товар равна $\frac{9}{10}$, в секциях второго магазина $\frac{2}{5}$, в секциях третьего магазина $\frac{4}{5}$. Какова вероятность того, что в наугад выбранной секции имеется в продаже нужный товар?
- ✓ $\frac{67}{96}$
- 18) Трое рабочих изготавливают однотипные изделия. Первый рабочий изготовил 19 изделий, второй – 17, третий – 15. Вероятность брака у первого рабочего $\frac{1}{10}$, у второго – $\frac{1}{10}$, у третьего – $\frac{3}{10}$. Какова вероятность того, что взятое случайным образом изделие будет бракованным?
- ✓ $\frac{27}{170}$

- 19) На сборочное предприятие поступили однотипные комплектующие с трех заводов в количестве: 10 с первого завода, 11 со второго, 15 с третьего. Вероятность качественного изготовления изделий на первом заводе $\frac{3}{5}$, на втором $\frac{9}{10}$, на третьем $\frac{9}{10}$. Какова вероятность того, что взятое случайным образом изделие будет качественным?
- ✓ $\frac{49}{60}$
- 20) Трое рабочих изготавливают однотипные изделия. Первый рабочий изготовил 19 изделий, второй – 20, третий – 21. Вероятность брака у первого рабочего $\frac{3}{10}$, у второго – $\frac{3}{10}$, у третьего – $\frac{1}{5}$. Какова вероятность того, что взятое случайным образом изделие будет бракованным?
- ✓ $\frac{53}{200}$
- 21) На сборочное предприятие поступили однотипные комплектующие с трех заводов в количестве: 7 с первого завода, 8 со второго, 15 с третьего. Вероятность качественного изготовления изделий на первом заводе $\frac{9}{10}$, на втором $\frac{9}{10}$, на третьем $\frac{3}{5}$. Какова вероятность того, что взятое случайным образом изделие будет качественным?
- ✓ $\frac{3}{4}$
- 22) На сборочное предприятие поступили однотипные комплектующие с трех заводов в количестве: 13 с первого завода, 8 со второго, 15 с третьего. Вероятность качественного изготовления изделий на первом заводе $\frac{7}{10}$, на втором $\frac{7}{10}$, на третьем $\frac{4}{5}$. Какова вероятность того, что взятое случайным образом изделие будет качественным?
- ✓ $\frac{89}{120}$
- 23) На сборочное предприятие поступили однотипные комплектующие с трех заводов в количестве: 7 с первого завода, 17 со второго, 18 с третьего. Вероятность качественного изготовления изделий на первом заводе $\frac{9}{10}$, на втором $\frac{4}{5}$, на третьем $\frac{4}{5}$. Какова вероятность того, что взятое случайным образом изделие будет качественным?
- ✓ $\frac{49}{60}$
- 24) Трое рабочих изготавливают однотипные изделия. Первый рабочий изготовил 19 изделий, второй – 11, третий – 18. Вероятность брака у первого рабочего $\frac{1}{10}$, у второго – $\frac{3}{10}$, у третьего – $\frac{3}{10}$. Какова вероятность того, что взятое случайным образом изделие будет бракованным?
- ✓ $\frac{53}{240}$
- 25) Трое рабочих изготавливают однотипные изделия. Первый рабочий изготовил 19 изделий, второй – 14, третий – 21. Вероятность брака у первого рабочего $\frac{1}{10}$, у второго – $\frac{1}{10}$, у третьего – $\frac{1}{5}$. Какова вероятность того, что взятое случайным образом изделие будет бракованным?
- ✓ $\frac{5}{36}$
- 26) На сборочное предприятие поступили однотипные комплектующие с трех заводов в количестве: 16 с первого завода, 20 со второго, 12 с третьего. Вероятность качественного изготовления изделий на первом заводе $\frac{3}{5}$, на втором $\frac{9}{10}$, на третьем $\frac{9}{10}$. Какова вероятность того, что взятое случайным образом изделие будет качественным?
- ✓ $\frac{4}{5}$
- 27) Трое рабочих изготавливают однотипные изделия. Первый рабочий изготовил 10 изделий, второй – 11, третий – 18. Вероятность брака у первого рабочего $\frac{1}{10}$, у второго – $\frac{1}{10}$, у третьего – $\frac{3}{10}$. Какова вероятность того, что взятое случайным образом изделие будет бракованным?
- ✓ $\frac{5}{26}$
- 28) Трое рабочих изготавливают однотипные изделия. Первый рабочий изготовил 19 изделий, второй – 8, третий – 18. Вероятность брака у первого рабочего $\frac{1}{5}$, у второго – $\frac{1}{5}$, у третьего – $\frac{1}{5}$. Какова вероятность того, что взятое случайным образом изделие будет бракованным?
- ✓ $\frac{1}{5}$
- 29) Покупатель может приобрести нужный ему товар в одной из 10 секций первого магазина, или в одной из 20 секций второго, или в одной из 12 секций третьего. Вероятность того, что к моменту прихода покупателя в секциях первого магазина в продаже имеется нужный товар равна $\frac{9}{10}$, в секциях второго магазина $\frac{1}{2}$, в секциях третьего магазина $\frac{3}{10}$. Какова вероятность того, что в наугад выбранной секции имеется в продаже нужный товар?
- ✓ $\frac{113}{210}$
- 30) Трое рабочих изготавливают однотипные изделия. Первый рабочий изготовил 10 изделий, второй – 17, третий – 15. Вероятность брака у первого рабочего $\frac{3}{10}$, у второго – $\frac{1}{5}$, у третьего – $\frac{1}{5}$. Какова вероятность того, что взятое случайным образом изделие будет бракованным?
- ✓ $\frac{47}{210}$

Задача 310. Решить задачу по теме «Закон Пуассона».

- 1) Среди семян ржи 5% семян сорняков. Какова вероятность при случайном отборе 110 семян обнаружить не более двух семян сорняков?
- ✓ $\frac{37e^{-\frac{11}{2}}}{4}$;
- 2) Среди семян ржи 2% семян сорняков. Какова вероятность при случайном отборе 130 семян обнаружить не более двух семян сорняков?
- ✓ $\frac{49e^{-\frac{13}{5}}}{10}$;

- 3) Среди семян ржи 4% семян сорняков. Какова вероятность при случайном отборе 120 семян обнаружить не более двух семян сорняков?

✓ $\frac{41e^{-\frac{24}{5}}}{5};$

- 4) Автоматическая телефонная станция получает в среднем за час 240 вызовов. Какова вероятность того, что за данную минуту она получает не более двух вызовов?

✓ $7e^{-4};$

- 5) Автоматическая телефонная станция получает в среднем за час 300 вызовов. Какова вероятность того, что за данную минуту она получает не более двух вызовов?

✓ $\frac{17e^{-5}}{2};$

- 6) Среди семян ржи 5% семян сорняков. Какова вероятность при случайном отборе 130 семян обнаружить не более двух семян сорняков?

✓ $\frac{43e^{-\frac{13}{2}}}{4};$

- 7) Автоматическая телефонная станция получает в среднем за час 360 вызовов. Какова вероятность того, что за данную минуту она получает не более двух вызовов?

✓ $10e^{-6};$

- 8) Книга в 100 страниц имеет 30 опечаток. Какова вероятность того, что на случайно выбранной странице не более двух опечаток?

✓ $\frac{29e^{-\frac{3}{10}}}{20};$

- 9) Среди семян ржи 2% семян сорняков. Какова вероятность при случайном отборе 100 семян обнаружить не более двух семян сорняков?

✓ $4e^{-2};$

- 10) Среди семян ржи 3% семян сорняков. Какова вероятность при случайном отборе 110 семян обнаружить не более двух семян сорняков?

✓ $\frac{119e^{-\frac{33}{10}}}{20};$

- 11) Книга в 70 страниц имеет 21 опечаток. Какова вероятность того, что на случайно выбранной странице не более двух опечаток?

✓ $\frac{29e^{-\frac{3}{10}}}{20};$

- 12) Книга в 80 страниц имеет 8 опечаток. Какова вероятность того, что на случайно выбранной странице не более двух опечаток?

✓ $\frac{23e^{-\frac{1}{10}}}{20};$

- 13) Книга в 60 страниц имеет 12 опечаток. Какова вероятность того, что на случайно выбранной странице не более двух опечаток?

✓ $\frac{13e^{-\frac{1}{5}}}{10};$

- 14) Среди семян ржи 4% семян сорняков. Какова вероятность при случайном отборе 130 семян обнаружить не более двух семян сорняков?

✓ $\frac{44e^{-\frac{26}{5}}}{5};$

- 15) Среди семян ржи 2% семян сорняков. Какова вероятность при случайном отборе 140 семян обнаружить не более двух семян сорняков?

✓ $\frac{26e^{-\frac{14}{5}}}{5};$

- 16) Среди семян ржи 1% семян сорняков. Какова вероятность при случайном отборе 120 семян обнаружить не более двух семян сорняков?

✓ $\frac{14e^{-\frac{6}{5}}}{5};$

- 17) Автоматическая телефонная станция получает в среднем за час 180 вызовов. Какова вероятность того, что за данную минуту она получает не более двух вызовов?

✓ $\frac{11e^{-3}}{2};$

- 18) Книга в 80 страниц имеет 16 опечаток. Какова вероятность того, что на случайно выбранной странице не более двух опечаток?

✓ $\frac{13e^{-\frac{1}{5}}}{10};$

- 19) Книга в 90 страниц имеет 18 опечаток. Какова вероятность того, что на случайно выбранной странице не более двух опечаток?

✓ $\frac{13e^{-\frac{1}{5}}}{10};$

- 20) Среди семян ржи 1% семян сорняков. Какова вероятность при случайном отборе 130 семян обнаружить не более двух семян сорняков?

✓ $\frac{59e^{-\frac{13}{10}}}{20};$

- 21) Среди семян ржи 5% семян сорняков. Какова вероятность при случайном отборе 100 семян обнаружить не более двух семян сорняков?

✓ $\frac{17e^{-5}}{2};$

- 22) Книга в 60 страниц имеет 18 опечаток. Какова вероятность того, что на случайно выбранной странице не более двух опечаток?

✓ $\frac{29e^{-\frac{3}{10}}}{20};$

- 23) Среди семян ржи 4% семян сорняков. Какова вероятность при случайном отборе 150 семян обнаружить не более двух семян сорняков?

✓ $10e^{-6};$

- 24) Автоматическая телефонная станция получает в среднем за час 90 вызовов. Какова вероятность того, что за данную минуту она получает не более двух вызовов?
- ✓ $\frac{13e^{-\frac{3}{2}}}{4};$
- 25) Автоматическая телефонная станция получает в среднем за час 120 вызовов. Какова вероятность того, что за данную минуту она получает не более двух вызовов?
- ✓ $4e^{-2};$
- 26) Автоматическая телефонная станция получает в среднем за час 150 вызовов. Какова вероятность того, что за данную минуту она получает не более двух вызовов?
- ✓ $\frac{19e^{-\frac{5}{2}}}{4};$
- 27) Среди семян ржи 1% семян сорняков. Какова вероятность при случайном отборе 140 семян обнаружить не более двух семян сорняков?
- ✓ $\frac{31e^{-\frac{7}{5}}}{10};$
- 28) Книга в 70 страниц имеет 14 опечаток. Какова вероятность того, что на случайно выбранной странице не более двух опечаток?
- ✓ $\frac{13e^{-\frac{1}{5}}}{10};$
- 29) Среди семян ржи 4% семян сорняков. Какова вероятность при случайном отборе 100 семян обнаружить не более двух семян сорняков?
- ✓ $7e^{-4};$
- 30) Книга в 70 страниц имеет 7 опечаток. Какова вероятность того, что на случайно выбранной странице не более двух опечаток?
- ✓ $\frac{23e^{-\frac{1}{10}}}{20};$

Задача 311. Решить задачу по теме «Дискретные случайные величины».

- 1) Баскетболист делает три штрафных броска. Вероятность попадания при каждом броске равна $\frac{9}{10}$. Составить закон распределения дискретной случайной величины X – числа попаданий мяча в корзину. Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение случайной величины X .
- ✓ $\frac{27}{10}; \frac{27}{100}; \frac{3\sqrt{3}}{10};$
- 2) Устройство состоит из трех независимо работающих элементов. Вероятность отказа каждого элемента в одном опыте равна $\frac{3}{5}$. Составить закон распределения дискретной случайной величины X – числа отказавших элементов. Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение случайной величины X .
- ✓ $\frac{9}{5}; \frac{18}{25}; \frac{3\sqrt{2}}{5};$
- 3) Устройство состоит из трех независимо работающих элементов. Вероятность отказа каждого элемента в одном опыте равна $\frac{1}{10}$. Составить закон распределения дискретной случайной величины X – числа отказавших элементов. Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение случайной величины X .
- ✓ $\frac{3}{10}; \frac{27}{100}; \frac{3\sqrt{3}}{10};$
- 4) Баскетболист делает три штрафных броска. Вероятность попадания при каждом броске равна $\frac{7}{10}$. Составить закон распределения дискретной случайной величины X – числа попаданий мяча в корзину. Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение случайной величины X .
- ✓ $\frac{21}{10}; \frac{63}{100}; \frac{3\sqrt{7}}{10};$
- 5) Баскетболист делает три штрафных броска. Вероятность попадания при каждом броске равна $\frac{3}{5}$. Составить закон распределения дискретной случайной величины X – числа попаданий мяча в корзину. Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение случайной величины X .
- ✓ $\frac{9}{5}; \frac{18}{25}; \frac{3\sqrt{2}}{5};$
- 6) Устройство состоит из трех независимо работающих элементов. Вероятность отказа каждого элемента в одном опыте равна $\frac{1}{5}$. Составить закон распределения дискретной случайной величины X – числа отказавших элементов. Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение случайной величины X .
- ✓ $\frac{3}{5}; \frac{12}{25}; \frac{2\sqrt{3}}{5};$

- 7) Устройство состоит из трех независимо работающих элементов. Вероятность отказа каждого элемента в одном опыте равна $\frac{3}{10}$. Составить закон распределения дискретной случайной величины X – числа отказавших элементов. Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение случайной величины X .
- ✓ $\frac{9}{10}; \frac{63}{100}; \frac{3\sqrt{7}}{10};$
- 8) Баскетболист делает три штрафных броска. Вероятность попадания при каждом броске равна $\frac{1}{2}$. Составить закон распределения дискретной случайной величины X – числа попаданий мяча в корзину. Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение случайной величины X .
- ✓ $\frac{3}{2}; \frac{3}{4}; \frac{\sqrt{3}}{2};$
- 9) Баскетболист делает три штрафных броска. Вероятность попадания при каждом броске равна $\frac{4}{5}$. Составить закон распределения дискретной случайной величины X – числа попаданий мяча в корзину. Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение случайной величины X .
- ✓ $\frac{12}{5}; \frac{12}{25}; \frac{2\sqrt{3}}{5};$
- 10) Вероятность сбоя в работе АТС равна $\frac{1}{10}$. Составить закон распределения дискретной случайной величины X – числа сбоев, если в данный момент поступило три вызова. Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение случайной величины X .
- ✓ $\frac{3}{10}; \frac{27}{100}; \frac{3\sqrt{3}}{10};$
- 11) Вероятность сбоя в работе АТС равна $\frac{3}{10}$. Составить закон распределения дискретной случайной величины X – числа сбоев, если в данный момент поступило три вызова. Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение случайной величины X .
- ✓ $\frac{9}{10}; \frac{63}{100}; \frac{3\sqrt{7}}{10};$
- 12) Вероятность сбоя в работе АТС равна $\frac{1}{2}$. Составить закон распределения дискретной случайной величины X – числа сбоев, если в данный момент поступило три вызова. Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение случайной величины X .
- ✓ $\frac{3}{2}; \frac{3}{4}; \frac{\sqrt{3}}{2};$
- 13) Вероятность сбоя в работе АТС равна $\frac{1}{5}$. Составить закон распределения дискретной случайной величины X – числа сбоев, если в данный момент поступило три вызова. Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение случайной величины X .
- ✓ $\frac{3}{5}; \frac{12}{25}; \frac{2\sqrt{3}}{5};$
- 14) Вероятность сбоя в работе АТС равна $\frac{2}{5}$. Составить закон распределения дискретной случайной величины X – числа сбоев, если в данный момент поступило три вызова. Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение случайной величины X .
- ✓ $\frac{6}{5}; \frac{18}{25}; \frac{3\sqrt{2}}{5};$
- 15) Устройство состоит из трех независимо работающих элементов. Вероятность отказа каждого элемента в одном опыте равна $\frac{2}{5}$. Составить закон распределения дискретной случайной величины X – числа отказавших элементов. Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение случайной величины X .
- ✓ $\frac{6}{5}; \frac{18}{25}; \frac{3\sqrt{2}}{5};$
- 16) Устройство состоит из трех независимо работающих элементов. Вероятность отказа каждого элемента в одном опыте равна $\frac{1}{2}$. Составить закон распределения дискретной случайной величины X – числа отказавших элементов. Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение случайной величины X .
- ✓ $\frac{3}{2}; \frac{3}{4}; \frac{\sqrt{3}}{2};$

Задача 312. Случайная величина X задана функцией распределения вероятностей $F(x)$. Найти плотность вероятностей, математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение случайной величины X .

- 1) $F(x) = \begin{cases} 0, & x < -1, \\ \frac{x}{2} + \frac{1}{2}, & -1 < x \leq 1, \\ 1, & x > 1. \end{cases}$ 2) $F(x) = \begin{cases} 0, & x < -4, \\ (x+4)^2, & -4 < x \leq -3, \\ 1, & x > -3. \end{cases}$ 3) $F(x) = \begin{cases} 0, & x < -5, \\ \frac{x}{4} + \frac{5}{4}, & -5 < x \leq -1, \\ 1, & x > -1. \end{cases}$
- ✓ 0; $\frac{1}{3}; \frac{\sqrt{3}}{3}$ ✓ $-\frac{10}{3}; \frac{1}{18}; \frac{\sqrt{2}}{6}$ ✓ $-3; \frac{4}{3}; \frac{2\sqrt{3}}{3}$

- 4) $F(x) = \begin{cases} 0, & x < 5, \\ (x-5)^2, & 5 < x \leq 6, \\ 1, & x > 6. \end{cases}$ $\checkmark \frac{17}{3}; \frac{1}{18}; \frac{\sqrt{2}}{6}$
- 5) $F(x) = \begin{cases} 0, & x < 4, \\ \frac{x}{5} - \frac{4}{5}, & 4 < x \leq 9, \\ 1, & x > 9. \end{cases}$ $\checkmark \frac{13}{2}; \frac{25}{12}; \frac{5\sqrt{3}}{6}$
- 6) $F(x) = \begin{cases} 0, & x < -1, \\ (x+1)^2, & -1 < x \leq 0, \\ 1, & x > 0. \end{cases}$ $\checkmark -\frac{1}{3}; \frac{1}{18}; \frac{\sqrt{2}}{6}$
- 7) $F(x) = \begin{cases} 0, & x < 4, \\ (x-4)^2, & 4 < x \leq 5, \\ 1, & x > 5. \end{cases}$ $\checkmark \frac{14}{3}; \frac{1}{18}; \frac{\sqrt{2}}{6}$
- 8) $F(x) = \begin{cases} 0, & x < -3, \\ (x+3)^2, & -3 < x \leq -2, \\ 1, & x > -2. \end{cases}$ $\checkmark -\frac{7}{3}; \frac{1}{18}; \frac{\sqrt{2}}{6}$
- 9) $F(x) = \begin{cases} 0, & x < -2, \\ x+2, & -2 < x \leq -1, \\ 1, & x > -1. \end{cases}$ $\checkmark -\frac{3}{2}; \frac{1}{12}; \frac{\sqrt{3}}{6}$
- 10) $F(x) = \begin{cases} 0, & x < -1, \\ \frac{x}{5} + \frac{1}{5}, & -1 < x \leq 4, \\ 1, & x > 4. \end{cases}$ $\checkmark \frac{3}{2}; \frac{25}{12}; \frac{5\sqrt{3}}{6}$
- 11) $F(x) = \begin{cases} 0, & x < 1, \\ \frac{x}{4} - \frac{1}{4}, & 1 < x \leq 5, \\ 1, & x > 5. \end{cases}$ $\checkmark 3; \frac{4}{3}; \frac{2\sqrt{3}}{3}$
- 12) $F(x) = \begin{cases} 0, & x < -3, \\ \frac{x}{5} + \frac{3}{5}, & -3 < x \leq 2, \\ 1, & x > 2. \end{cases}$ $\checkmark -\frac{1}{2}; \frac{25}{12}; \frac{5\sqrt{3}}{6}$
- 13) $F(x) = \begin{cases} 0, & x < -2, \\ (x+2)^2, & -2 < x \leq -1, \\ 1, & x > -1. \end{cases}$ $\checkmark -\frac{4}{3}; \frac{1}{18}; \frac{\sqrt{2}}{6}$
- 14) $F(x) = \begin{cases} 0, & x < 3, \\ (x-3)^2, & 3 < x \leq 4, \\ 1, & x > 4. \end{cases}$ $\checkmark \frac{11}{3}; \frac{1}{18}; \frac{\sqrt{2}}{6}$
- 15) $F(x) = \begin{cases} 0, & x < 5, \\ \frac{x}{4} - \frac{5}{4}, & 5 < x \leq 9, \\ 1, & x > 9. \end{cases}$ $\checkmark 7; \frac{4}{3}; \frac{2\sqrt{3}}{3}$
- 16) $F(x) = \begin{cases} 0, & x < 4, \\ x-4, & 4 < x \leq 5, \\ 1, & x > 5. \end{cases}$ $\checkmark \frac{9}{2}; \frac{1}{12}; \frac{\sqrt{3}}{6}$
- 17) $F(x) = \begin{cases} 0, & x < 1, \\ (x-1)^2, & 1 < x \leq 2, \\ 1, & x > 2. \end{cases}$ $\checkmark \frac{5}{3}; \frac{1}{18}; \frac{\sqrt{2}}{6}$
- 18) $F(x) = \begin{cases} 0, & x < 1, \\ x-1, & 1 < x \leq 2, \\ 1, & x > 2. \end{cases}$ $\checkmark \frac{3}{2}; \frac{1}{12}; \frac{\sqrt{3}}{6}$
- 19) $F(x) = \begin{cases} 0, & x < -5, \\ (x+5)^2, & -5 < x \leq -4, \\ 1, & x > -4. \end{cases}$ $\checkmark -\frac{13}{3}; \frac{1}{18}; \frac{\sqrt{2}}{6}$
- 20) $F(x) = \begin{cases} 0, & x < 2, \\ (x-2)^2, & 2 < x \leq 3, \\ 1, & x > 3. \end{cases}$ $\checkmark \frac{8}{3}; \frac{1}{18}; \frac{\sqrt{2}}{6}$
- 21) $F(x) = \begin{cases} 0, & x < -5, \\ \frac{x}{5} + 1, & -5 < x \leq 0, \\ 1, & x > 0. \end{cases}$ $\checkmark -\frac{5}{2}; \frac{25}{12}; \frac{5\sqrt{3}}{6}$
- 22) $F(x) = \begin{cases} 0, & x < -4, \\ x+4, & -4 < x \leq -3, \\ 1, & x > -3. \end{cases}$ $\checkmark -\frac{7}{2}; \frac{1}{12}; \frac{\sqrt{3}}{6}$
- 23) $F(x) = \begin{cases} 0, & x < -3, \\ x+3, & -3 < x \leq -2, \\ 1, & x > -2. \end{cases}$ $\checkmark -\frac{5}{2}; \frac{1}{12}; \frac{\sqrt{3}}{6}$
- 24) $F(x) = \begin{cases} 0, & x < -4, \\ \frac{x}{2} + 2, & -4 < x \leq -2, \\ 1, & x > -2. \end{cases}$ $\checkmark -3; \frac{1}{3}; \frac{\sqrt{3}}{3}$
- 25) $F(x) = \begin{cases} 0, & x < -2, \\ \frac{x}{2} + 1, & -2 < x \leq 0, \\ 1, & x > 0. \end{cases}$ $\checkmark -1; \frac{1}{3}; \frac{\sqrt{3}}{3}$
- 26) $F(x) = \begin{cases} 0, & x < 2, \\ \frac{x}{2} - 1, & 2 < x \leq 4, \\ 1, & x > 4. \end{cases}$ $\checkmark 3; \frac{1}{3}; \frac{\sqrt{3}}{3}$
- 27) $F(x) = \begin{cases} 0, & x < 5, \\ \frac{x}{2} - \frac{5}{2}, & 5 < x \leq 7, \\ 1, & x > 7. \end{cases}$ $\checkmark 6; \frac{1}{3}; \frac{\sqrt{3}}{3}$
- 28) $F(x) = \begin{cases} 0, & x < 3, \\ \frac{x}{5} - \frac{3}{5}, & 3 < x \leq 8, \\ 1, & x > 8. \end{cases}$ $\checkmark \frac{11}{2}; \frac{25}{12}; \frac{5\sqrt{3}}{6}$
- 29) $F(x) = \begin{cases} 0, & x < 5, \\ \frac{x}{5} - 1, & 5 < x \leq 10, \\ 1, & x > 10. \end{cases}$ $\checkmark \frac{15}{2}; \frac{25}{12}; \frac{5\sqrt{3}}{6}$
- 30) $F(x) = \begin{cases} 0, & x < -5, \\ \frac{x}{3} + \frac{5}{3}, & -5 < x \leq -2, \\ 1, & x > -2. \end{cases}$ $\checkmark -\frac{7}{2}; \frac{3}{4}; \frac{\sqrt{3}}{2}$

Задача 313. Решить задачу по теме «Оценка параметров».

- 1) Методом моментов по выборке x_1, x_2, \dots, x_n найти точечную оценку неизвестного параметра λ распределения случайной величины X , зная что плотность распределения вероятностей

$\checkmark 1/x_{\text{в}}$

$f(x) = \lambda e^{-\lambda x}, (x \geq 0).$

- 2) Найти методом наибольшего правдоподобия по выборке x_1, x_2, \dots, x_n точечную оценку неизвестного параметра λ показательного распределения, плотность которого

$$f(x) = \lambda e^{-\lambda x}, (x \geq 0).$$

✓ $1/x_{\text{в}}$

- 3) Найти методом моментов по выборке x_1, x_2, \dots, x_n точечную оценку неизвестного параметра p биномиального распределения

$$P_m(X = x_i) = C_m^{x_i} p^{x_i} (1-p)^{m-x_i},$$

✓ $\frac{1}{nm} \sum x_i$

- 4) Методом наибольшего правдоподобия найти по выборке x_1, x_2, \dots, x_n точечную оценку неизвестного параметра p геометрического распределения

$$P(X = x_i) = (1-p)^{x_i} p,$$

где p – вероятность появления события в отдельном испытании.

✓ $1/x_{\text{в}}$

- 5) Случайная величина X распределена по закону Пуассона

$$P_m(X = x_i) = \frac{\lambda^{x_i} e^{-\lambda}}{x_i!},$$

где m – число испытаний, произведенных в одном опыте; x_i – число появлений события в i -том опыте. Найти методом моментов по выборке x_1, x_2, \dots, x_n точечную оценку неизвестного параметра λ , определяющего распределение Пуассона.

✓ $x_{\text{в}}$

Задача 314. Решить задачу по теме «Статистика».

- 1) Выборка задана интервальным вариационным рядом

i	$x_i; x_{i+1}$	n_i
1	0; 2	3
2	2; 4	9
3	4; 6	21
4	6; 8	12
5	8; 10	5

Построить график эмпирической функции распределения частот. Найти доверительные интервалы для математического ожидания и среднего квадратического отклонения при надежности $\gamma = 0,95$.

✓ $x_{\text{в}} = \frac{144}{25}, D_{\text{в}} = \frac{2601}{625}$

- 2) Выборка задана интервальным вариационным рядом

i	$x_i; x_{i+1}$	n_i
1	15; 18	5
2	18; 21	11
3	21; 24	19
4	24; 27	12
5	27; 30	3

Построить полигон частот. Найти выборочную среднюю и выборочную дисперсию.

✓ $x_{\text{в}} = \frac{576}{25}, D_{\text{в}} = \frac{24669}{2500}$

- 3) Выборка задана интервальным вариационным рядом

i	$x_i; x_{i+1}$	n_i
1	5; 7	5
2	7; 9	9
3	9; 11	19
4	11; 13	14
5	13; 15	3

Построить график эмпирической функции распределения частот. Найти доверительные интервалы для математического ожидания и среднего квадратического отклонения при надежности $\gamma = 0,95$.

✓ $x_{\text{в}} = \frac{259}{25}, D_{\text{в}} = \frac{2749}{625}$

- 4) Выборка задана интервальным вариационным рядом

i	$x_i; x_{i+1}$	n_i
1	5; 10	3
2	10; 15	9
3	15; 20	19
4	20; 25	14
5	25; 30	5

Построить график эмпирической функции распределения частот. Найти доверительные интервалы для математического ожидания и среднего квадратического отклонения при надежности $\gamma = 0,95$.

✓ $x_{\text{в}} = \frac{98}{5}, D_{\text{в}} = \frac{2669}{100}$

- 5) Выборка задана интервальным вариационным рядом

i	$x_i; x_{i+1}$	n_i
1	5; 10	4
2	10; 15	11
3	15; 20	21
4	20; 25	10
5	25; 30	4

Построить полигон частот. Найти выборочную среднюю и выборочную дисперсию.

✓ $x_{\text{в}} = \frac{94}{5}, D_{\text{в}} = \frac{2649}{100}$

- 6) Выборка задана интервальным вариационным рядом

i	$x_i; x_{i+1}$	n_i
1	10; 12	4
2	12; 14	11
3	14; 16	20
4	16; 18	11
5	18; 20	4

Построить полигон частот. Найти выборочную среднюю и выборочную дисперсию.

✓ $x_{\text{в}} = \frac{389}{25}, D_{\text{в}} = \frac{108}{25}$

- 7) Выборка задана интервальным вариационным рядом

i	$x_i; x_{i+1}$	n_i
1	5; 8	4
2	8; 11	10
3	11; 14	21
4	14; 17	11
5	17; 20	4

Построить полигон частот. Найти выборочную среднюю и выборочную дисперсию.

✓ $x_{\text{в}} = \frac{332}{25}, D_{\text{в}} = \frac{23841}{2500}$

- 8) Выборка задана интервальным вариационным рядом

i	$x_i; x_{i+1}$	n_i
1	5; 9	3
2	9; 13	9
3	13; 17	20
4	17; 21	13
5	21; 25	5

Построить гистограмму частот. Найти выборочную среднюю и выборочную дисперсию.

$$\checkmark x_{\text{в}} = \frac{83}{5}, D_{\text{в}} = \frac{10544}{625}$$

- 9) Выборка задана интервальным вариационным рядом

i	$x_i; x_{i+1}$	n_i
1	0; 3	4
2	3; 6	11
3	6; 9	19
4	9; 12	12
5	12; 15	4

Построить полигон частот. Найти выборочную среднюю и выборочную дисперсию.

$$\checkmark x_{\text{в}} = \frac{42}{5}, D_{\text{в}} = \frac{24741}{2500}$$

- 10) Выборка задана интервальным вариационным рядом

i	$x_i; x_{i+1}$	n_i
1	0; 5	3
2	5; 10	9
3	10; 15	20
4	15; 20	13
5	20; 25	5

Построить график эмпирической функции распределения частот. Найти доверительные интервалы для математического ожидания и среднего квадратического отклонения при надежности $\gamma = 0,95$.

$$\checkmark x_{\text{в}} = \frac{29}{2}, D_{\text{в}} = \frac{659}{25}$$

- 11) Выборка задана интервальным вариационным рядом

i	$x_i; x_{i+1}$	n_i
1	15; 17	3
2	17; 19	11
3	19; 21	19
4	21; 23	12
5	23; 25	5

Построить график эмпирической функции распределения частот. Найти доверительные интервалы для математического ожидания и среднего квадратического отклонения при надежности $\gamma = 0,95$.

$$\checkmark x_{\text{в}} = \frac{521}{25}, D_{\text{в}} = \frac{109}{25}$$

- 12) Выборка задана интервальным вариационным рядом

i	$x_i; x_{i+1}$	n_i
1	10; 14	4
2	14; 18	10
3	18; 22	21
4	22; 26	11
5	26; 30	4

Построить график эмпирической функции распределения частот. Найти доверительные интервалы для математического ожидания и среднего квадратического отклонения при надежности $\gamma = 0,95$.

$$\checkmark x_{\text{в}} = \frac{526}{25}, D_{\text{в}} = \frac{10596}{625}$$

- 13) Выборка задана интервальным вариационным рядом

i	$x_i; x_{i+1}$	n_i
1	15; 18	4
2	18; 21	9
3	21; 24	21
4	24; 27	12
5	27; 30	4

Построить полигон частот. Найти выборочную среднюю и выборочную дисперсию.

$$\checkmark x_{\text{в}} = \frac{582}{25}, D_{\text{в}} = \frac{23769}{2500}$$

- 14) Выборка задана интервальным вариационным рядом

i	$x_i; x_{i+1}$	n_i
1	15; 19	5
2	19; 23	10
3	23; 27	20
4	27; 31	12
5	31; 35	3

Построить гистограмму частот. Найти выборочную среднюю и выборочную дисперсию.

$$\checkmark x_{\text{в}} = \frac{641}{25}, D_{\text{в}} = \frac{10784}{625}$$

- 15) Выборка задана интервальным вариационным рядом

i	$x_i; x_{i+1}$	n_i
1	5; 8	5
2	8; 11	11
3	11; 14	20
4	14; 17	11
5	17; 20	3

Построить полигон частот. Найти выборочную среднюю и выборочную дисперсию.

$$\checkmark x_{\text{в}} = \frac{649}{50}, D_{\text{в}} = \frac{6039}{625}$$

- 16) Выборка задана интервальным вариационным рядом

i	$x_i; x_{i+1}$	n_i
1	0; 2	3
2	2; 4	10
3	4; 6	19
4	6; 8	13
5	8; 10	5

Построить график эмпирической функции распределения частот. Найти доверительные интервалы для математического ожидания и среднего квадратического отклонения при надежности $\gamma = 0,95$.

$$\checkmark x_{\text{в}} = \frac{146}{25}, D_{\text{в}} = \frac{2701}{625}$$

- 17) Выборка задана интервальным вариационным рядом

i	$x_i; x_{i+1}$	n_i
1	0; 2	5
2	2; 4	9
3	4; 6	19
4	6; 8	14
5	8; 10	3

Построить график эмпирической функции распределения частот. Найти доверительные интервалы для математического ожидания и среднего квадратического отклонения при надежности $\gamma = 0,95$.

$$\checkmark x_{\text{в}} = \frac{134}{25}, D_{\text{в}} = \frac{2749}{625}$$

- 18) Выборка задана интервальным вариационным рядом

i	$x_i; x_{i+1}$	n_i
1	0; 4	5
2	4; 8	10
3	8; 12	21
4	12; 16	11
5	16; 20	3

Построить гистограмму частот. Найти выборочную среднюю и выборочную дисперсию.

$$\checkmark x_{\text{в}} = \frac{264}{25}, D_{\text{в}} = \frac{10564}{625}$$

- 19) Выборка задана интервальным вариационным рядом

i	$x_i; x_{i+1}$	n_i
1	10; 15	5
2	15; 20	9
3	20; 25	19
4	25; 30	14
5	30; 35	3

Построить полигон частот. Найти выборочную среднюю и выборочную дисперсию.

$$\checkmark x_{\text{в}} = \frac{117}{5}, D_{\text{в}} = \frac{2749}{100}$$

- 20) Выборка задана интервальным вариационным рядом

i	$x_i; x_{i+1}$	n_i
1	0; 4	3
2	4; 8	11
3	8; 12	19
4	12; 16	12
5	16; 20	5

Построить полигон частот. Найти выборочную среднюю и выборочную дисперсию.

$$\checkmark x_{\text{в}} = \frac{292}{25}, D_{\text{в}} = \frac{436}{25}$$

- 21) Выборка задана интервальным вариационным рядом

i	$x_i; x_{i+1}$	n_i
1	15; 20	3
2	20; 25	10
3	25; 30	21
4	30; 35	11
5	35; 40	5

Построить гистограмму частот. Найти выборочную среднюю и выборочную дисперсию.

$$\checkmark x_{\text{в}} = \frac{147}{5}, D_{\text{в}} = \frac{105}{4}$$

- 22) Выборка задана интервальным вариационным рядом

i	$x_i; x_{i+1}$	n_i
1	10; 12	5
2	12; 14	10
3	14; 16	20
4	16; 18	12
5	18; 20	3

Построить график эмпирической функции распределения частот. Найти доверительные интервалы для математического ожидания и среднего квадратического отклонения при надежности $\gamma = 0,95$.

$$\checkmark x_{\text{в}} = \frac{383}{25}, D_{\text{в}} = \frac{2696}{625}$$

- 23) Выборка задана интервальным вариационным рядом

i	$x_i; x_{i+1}$	n_i
1	15; 20	5
2	20; 25	10
3	25; 30	21
4	30; 35	11
5	35; 40	3

Построить график эмпирической функции распределения частот. Найти доверительные интервалы для математического ожидания и среднего квадратического отклонения при надежности $\gamma = 0,95$.

$$\checkmark x_{\text{в}} = \frac{141}{5}, D_{\text{в}} = \frac{2641}{100}$$

- 24) Выборка задана интервальным вариационным рядом

i	$x_i; x_{i+1}$	n_i
1	0; 2	5
2	2; 4	10
3	4; 6	20
4	6; 8	12
5	8; 10	3

Построить гистограмму частот. Найти выборочную среднюю и выборочную дисперсию.

$$\checkmark x_{\text{в}} = \frac{133}{25}, D_{\text{в}} = \frac{2696}{625}$$

- 25) Выборка задана интервальным вариационным рядом

i	$x_i; x_{i+1}$	n_i
1	5; 9	3
2	9; 13	9
3	13; 17	19
4	17; 21	14
5	21; 25	5

Построить график эмпирической функции распределения частот. Найти доверительные интервалы для математического ожидания и среднего квадратического отклонения при надежности $\gamma = 0,95$.

$$\checkmark x_{\text{в}} = \frac{417}{25}, D_{\text{в}} = \frac{10676}{625}$$

- 26) Выборка задана интервальным вариационным рядом

i	$x_i; x_{i+1}$	n_i
1	0; 3	4
2	3; 6	9
3	6; 9	21
4	9; 12	12
5	12; 15	4

Построить график эмпирической функции распределения частот. Найти доверительные интервалы для математического ожидания и среднего квадратического отклонения при надежности $\gamma = 0,95$.

$$\checkmark x_{\text{в}} = \frac{207}{25}, D_{\text{в}} = \frac{23769}{2500}$$

- 27) Выборка задана интервальным вариационным рядом

i	$x_i; x_{i+1}$	n_i
1	0; 2	3
2	2; 4	10
3	4; 6	21
4	6; 8	11
5	8; 10	5

Построить гистограмму частот. Найти выборочную среднюю и выборочную дисперсию.

$$\checkmark x_{\text{в}} = \frac{144}{25}, D_{\text{в}} = \frac{21}{5}$$

- 28) Выборка задана интервальным вариационным рядом

i	$x_i; x_{i+1}$	n_i
1	10; 14	4
2	14; 18	10
3	18; 22	19
4	22; 26	13
5	26; 30	4

Построить график эмпирической функции распределения частот. Найти доверительные интервалы для математического ожидания и среднего квадратического отклонения при надежности $\gamma = 0,95$.

$$\checkmark x_{\text{в}} = \frac{106}{5}, D_{\text{в}} = \frac{10964}{625}$$

- 29) Выборка задана интервальным вариационным рядом

i	$x_i; x_{i+1}$	n_i
1	5; 8	3
2	8; 11	10
3	11; 14	21
4	14; 17	11
5	17; 20	5

Построить полигон частот. Найти выборочную среднюю и выборочную дисперсию.

$$\checkmark x_{\text{в}} = \frac{341}{25}, D_{\text{в}} = \frac{189}{20}$$

- 30) Выборка задана интервальным вариационным рядом

i	$x_i; x_{i+1}$	n_i
1	10; 14	3
2	14; 18	11
3	18; 22	20
4	22; 26	11
5	26; 30	5

Построить полигон частот. Найти выборочную среднюю и выборочную дисперсию.

$$\checkmark x_{\text{в}} = \frac{108}{5}, D_{\text{в}} = \frac{10736}{625}$$

4) Для потребителя с функцией полезности $u(x_1, x_2) = x_1 + 4x_1x_2$

1. Записать математическую модель оптимального выбора потребителя.
2. Найти функции спроса на оба товара.
3. Найти точку спроса для цен $P_0 = (2, 5)$ и дохода $Q_0 = 30$ и дать содержательный ответ.
4. Пусть цена на первый товар увеличится в 2 раз. Найти компенсацию дохода потребителя. Какой набор товаров является теперь оптимальным? Сколько нужно средств, чтобы купить старый оптимальный набор по новой цене? Сравнить потребительские наборы.
5. Определить, на сколько процентов измениться спрос на первый товар, если цена на второй товар увеличится на 1%?

✓ $x_1^* = \frac{4Q + p_2}{8p_1}; x_2^* = \frac{4Q - p_2}{8p_2}$; Точ. спроса

5) Для потребителя с функцией полезности $u(x_1, x_2) = 4x_1 + 4x_1x_2$

1. Записать математическую модель оптимального выбора потребителя.
2. Найти функции спроса на оба товара.
3. Найти точку спроса для цен $P_0 = (1, 3)$ и дохода $Q_0 = 15$ и дать содержательный ответ.
4. Пусть цена на первый товар увеличится в 3 раз. Найти компенсацию дохода потребителя. Какой набор товаров является теперь оптимальным? Сколько нужно средств, чтобы купить старый оптимальный набор по новой цене? Сравнить потребительские наборы.
5. Определить, на сколько процентов измениться спрос на первый товар, если цена на второй товар увеличится на 1%?

✓ $x_1^* = \frac{12Q + 23p_2}{16}; x_2^* = \frac{12Q - 23p_2}{16}$; Точ. спроса

7) Для потребителя с функцией полезности $u(x_1, x_2) = 2x_1 + x_1x_2$

1. Записать математическую модель оптимального выбора потребителя.
2. Найти функции спроса на оба товара.
3. Найти точку спроса для цен $P_0 = (1, 3)$ и дохода $Q_0 = 20$ и дать содержательный ответ.
4. Пусть цена на первый товар увеличится в 4 раз. Найти компенсацию дохода потребителя. Какой набор товаров является теперь оптимальным? Сколько нужно средств, чтобы купить старый оптимальный набор по новой цене? Сравнить потребительские наборы.
5. Определить, на сколько процентов измениться спрос на первый товар, если цена на второй товар увеличится на 1%?

✓ $x_1^* = \frac{Q + 2p_2}{2p_1}; x_2^* = \frac{Q - 2p_2}{2p_2}$; Точ. спроса

6) Для потребителя с функцией полезности $u(x_1, x_2) = 4x_1 + 4x_1x_2$

1. Записать математическую модель оптимального выбора потребителя.
2. Найти функции спроса на оба товара.
3. Найти точку спроса для цен $P_0 = (2, 2)$ и дохода $Q_0 = 25$ и дать содержательный ответ.
4. Пусть цена на первый товар увеличится в 4 раз. Найти компенсацию дохода потребителя. Какой набор товаров является теперь оптимальным? Сколько нужно средств, чтобы купить старый оптимальный набор по новой цене? Сравнить потребительские наборы.
5. Определить, на сколько процентов измениться спрос на первый товар, если цена на второй товар увеличится на 1%?

✓ $x_1^* = \frac{4Q + 4p_2}{8p_1}; x_2^* = \frac{4Q - 4p_2}{8p_2}$; Точ. спроса $\left(\frac{27}{4}; \frac{23}{4}\right); dQ = 27$; Н. точ. спроса $\left(\frac{27}{8}; \frac{23}{8}\right)$

- 8) Для потребителя с функцией полезности $u(x_1, x_2) = x_1 + 4x_1x_2$
1. Записать математическую модель оптимального выбора потребителя.
 2. Найти функции спроса на оба товара.
 3. Найти точку спроса для цен $P_0 = (1, 4)$ и дохода $Q_0 = 15$ и дать содержательный ответ.
 4. Пусть цена на первый товар увеличится в 2 раз. Найти компенсацию дохода потребителя. Какой набор товаров является теперь оптимальным? Сколько нужно средств, чтобы купить старый оптимальный набор по новой цене? Сравнить потребительские наборы.
 5. Определить, на сколько процентов изменится спрос на первый товар, если цена на второй товар увеличится на 1%?
- ✓ $x_1^* = \frac{4Q + p_2}{8p_1}; x_2^* = \frac{4Q - p_2}{8p_2}$; Точ. спроса $\left(\frac{8Q + p_2}{4p_1}; \frac{4Q - p_2}{4p_2}\right)$; $dQ = 16\sqrt{2} - 16$; Н. точ. спроса $\left(\frac{27\sqrt{2}}{4}; \frac{23}{8}\right)$; $dQ = 27\sqrt{2} - 27$; Увелич. на 0,5
- 10) Для потребителя с функцией полезности $u(x_1, x_2) = 2x_1 + 2x_1x_2$
1. Записать математическую модель оптимального выбора потребителя.
 2. Найти функции спроса на оба товара.
 3. Найти точку спроса для цен $P_0 = (1, 5)$ и дохода $Q_0 = 20$ и дать содержательный ответ.
 4. Пусть цена на первый товар увеличится в 2 раз. Найти компенсацию дохода потребителя. Какой набор товаров является теперь оптимальным? Сколько нужно средств, чтобы купить старый оптимальный набор по новой цене? Сравнить потребительские наборы.
 5. Определить, на сколько процентов изменится спрос на первый товар, если цена на второй товар увеличится на 1%?
- ✓ $x_1^* = \frac{2Q + p_2}{4p_1}; x_2^* = \frac{2Q - p_2}{4p_2}$; Точ. спроса $\left(\frac{2Q + p_2}{4p_1}; \frac{2Q - p_2}{4p_2}\right)$; $dQ = 16\sqrt{2} - 16$; Н. точ. спроса $\left(\frac{27\sqrt{2}}{4}; \frac{23}{8}\right)$; $dQ = 27\sqrt{2} - 27$; Увелич. на 0,5
- 11) Для потребителя с функцией полезности $u(x_1, x_2) = x_1 + 2x_1x_2$
1. Записать математическую модель оптимального выбора потребителя.
 2. Найти функции спроса на оба товара.
 3. Найти точку спроса для цен $P_0 = (2, 5)$ и дохода $Q_0 = 30$ и дать содержательный ответ.
 4. Пусть цена на первый товар увеличится в 2 раз. Найти компенсацию дохода потребителя. Какой набор товаров является теперь оптимальным? Сколько нужно средств, чтобы купить старый оптимальный набор по новой цене? Сравнить потребительские наборы.
 5. Определить, на сколько процентов изменится спрос на первый товар, если цена на второй товар увеличится на 1%?
- ✓ $x_1^* = \frac{2Q + p_2}{4p_1}; x_2^* = \frac{2Q - p_2}{4p_2}$; Точ. спроса $\left(\frac{2Q + p_2}{4p_1}; \frac{2Q - p_2}{4p_2}\right)$; $dQ = 16\sqrt{2} - 16$; Н. точ. спроса $\left(\frac{27\sqrt{2}}{4}; \frac{23}{8}\right)$; $dQ = 27\sqrt{2} - 27$; Увелич. на 0,5
- 9) Для потребителя с функцией полезности $u(x_1, x_2) = x_1 + 2x_1x_2$
1. Записать математическую модель оптимального выбора потребителя.
 2. Найти функции спроса на оба товара.
 3. Найти точку спроса для цен $P_0 = (1, 4)$ и дохода $Q_0 = 25$ и дать содержательный ответ.
 4. Пусть цена на первый товар увеличится в 2 раз. Найти компенсацию дохода потребителя. Какой набор товаров является теперь оптимальным? Сколько нужно средств, чтобы купить старый оптимальный набор по новой цене? Сравнить потребительские наборы.
 5. Определить, на сколько процентов изменится спрос на первый товар, если цена на второй товар увеличится на 1%?
- ✓ $x_1^* = \frac{2Q + p_2}{4p_1}; x_2^* = \frac{2Q - p_2}{4p_2}$; Точ. спроса $\left(\frac{27}{2}; \frac{23}{8}\right)$; $dQ = 27\sqrt{2} - 27$; Н. точ. спроса $\left(\frac{27\sqrt{2}}{4}; -\frac{1}{2} + \frac{27\sqrt{2}}{8}\right)$; Увелич.

- 12) Для потребителя с функцией полезности $u(x_1, x_2) = 3x_1 + 2x_1x_2$
1. Записать математическую модель оптимального выбора потребителя.
 2. Найти функции спроса на оба товара.
 3. Найти точку спроса для цен $P_0 = (2, 2)$ и дохода $Q_0 = 30$ и дать содержательный ответ.
 4. Пусть цена на первый товар увеличится в 2 раз. Найти компенсацию дохода потребителя. Какой набор товаров является теперь оптимальным? Сколько нужно средств, чтобы купить старый оптимальный набор по новой цене? Сравнить потребительские наборы.
 5. Определить, на сколько процентов измениться спрос на первый товар, если цена на второй товар увеличится на 1%?
- ✓ $x_1^* = \frac{2Q + 3p_2}{4p_1}$; $x_2^* = \frac{2Q - 3p_2}{4p_2}$; Точ. спроса $\left(\frac{2Q + 3p_2}{4p_1}, \frac{2Q - 3p_2}{4p_2}\right)$; $dQ = \frac{2Q - 3p_2}{4p_2}$; Н. точ. спроса $\left(\frac{4Q - 13p_1}{8p_1}, \frac{4Q - 13p_2}{8p_2}\right)$; Увелич. на 0
- 14) Для потребителя с функцией полезности $u(x_1, x_2) = 2x_1 + 2x_1x_2$
1. Записать математическую модель оптимального выбора потребителя.
 2. Найти функции спроса на оба товара.
 3. Найти точку спроса для цен $P_0 = (1, 4)$ и дохода $Q_0 = 30$ и дать содержательный ответ.
 4. Пусть цена на первый товар увеличится в 4 раз. Найти компенсацию дохода потребителя. Какой набор товаров является теперь оптимальным? Сколько нужно средств, чтобы купить старый оптимальный набор по новой цене? Сравнить потребительские наборы.
 5. Определить, на сколько процентов измениться спрос на первый товар, если цена на второй товар увеличится на 1%?
- ✓ $x_1^* = \frac{2Q + 2p_2}{4p_1}$; $x_2^* = \frac{2Q - 2p_2}{4p_2}$; Точ. спроса $\left(\frac{2Q + 2p_2}{4p_1}, \frac{2Q - 2p_2}{4p_2}\right)$; $dQ = \frac{2Q - 2p_2}{4p_2}$; Н. точ. спроса $\left(\frac{4Q - 13p_1}{8p_1}, \frac{4Q - 13p_2}{8p_2}\right)$; Увелич. на 0
- 15) Для потребителя с функцией полезности $u(x_1, x_2) = 4x_1 + 4x_1x_2$
1. Записать математическую модель оптимального выбора потребителя.
 2. Найти функции спроса на оба товара.
 3. Найти точку спроса для цен $P_0 = (2, 4)$ и дохода $Q_0 = 20$ и дать содержательный ответ.
 4. Пусть цена на первый товар увеличится в 2 раз. Найти компенсацию дохода потребителя. Какой набор товаров является теперь оптимальным? Сколько нужно средств, чтобы купить старый оптимальный набор по новой цене? Сравнить потребительские наборы.
 5. Определить, на сколько процентов измениться спрос на первый товар, если цена на второй товар увеличится на 1%?
- ✓ $x_1^* = \frac{4Q + 4p_2}{8p_1}$; $x_2^* = \frac{4Q - 4p_2}{8p_2}$; Точ. спроса $\left(\frac{4Q + 4p_2}{8p_1}, \frac{4Q - 4p_2}{8p_2}\right)$; $dQ = \frac{4Q - 4p_2}{8p_2}$; Н. точ. спроса $\left(\frac{4Q - 13p_1}{8p_1}, \frac{4Q - 13p_2}{8p_2}\right)$; Увелич. на 0
- 13) Для потребителя с функцией полезности $u(x_1, x_2) = x_1 + 4x_1x_2$
1. Записать математическую модель оптимального выбора потребителя.
 2. Найти функции спроса на оба товара.
 3. Найти точку спроса для цен $P_0 = (1, 5)$ и дохода $Q_0 = 20$ и дать содержательный ответ.
 4. Пусть цена на первый товар увеличится в 3 раз. Найти компенсацию дохода потребителя. Какой набор товаров является теперь оптимальным? Сколько нужно средств, чтобы купить старый оптимальный набор по новой цене? Сравнить потребительские наборы.
 5. Определить, на сколько процентов измениться спрос на первый товар, если цена на второй товар увеличится на 1%?
- ✓ $x_1^* = \frac{4Q + p_2}{8p_1}$; $x_2^* = \frac{4Q - p_2}{8p_2}$; Точ. спроса $\left(\frac{85}{8}, \frac{15}{8}\right)$; $dQ = \frac{85\sqrt{3}}{4} - \frac{85}{4}$; Н. точ. спроса $\left(\frac{85\sqrt{3}}{24}, -\frac{1}{4} + \frac{17\sqrt{3}}{8}\right)$; Увелич. на 0

16) Для потребителя с функцией полезности $u(x_1, x_2) = 3x_1 + 3x_1x_2$

1. Записать математическую модель оптимального выбора потребителя.
2. Найти функции спроса на оба товара.
3. Найти точку спроса для цен $P_0 = (2, 4)$ и дохода $Q_0 = 25$ и дать содержательный ответ.
4. Пусть цена на первый товар увеличится в 4 раз. Найти компенсацию дохода потребителя. Какой набор товаров является теперь оптимальным? Сколько нужно средств, чтобы купить старый оптимальный набор по новой цене? Сравнить потребительские наборы.

5. Определить, на сколько процентов измениться спрос на первый товар, если цена на второй товар увеличится на 1%?

✓ $x_1^* = \frac{3Q + 3p_2}{6p_1}; x_2^* = \frac{3Q - 3p_2}{6p_2}$; Точ. спроса $\left(\frac{29}{4}, \frac{21}{8}\right)$; $dQ = \frac{2Q}{4p_1}$; Н. точ. спроса $\left(\frac{29}{4}, \frac{21}{8}\right)$; Увелич. на 1%.

18) Для потребителя с функцией полезности $u(x_1, x_2) = 4x_1 + 2x_1x_2$

1. Записать математическую модель оптимального выбора потребителя.
2. Найти функции спроса на оба товара.
3. Найти точку спроса для цен $P_0 = (2, 2)$ и дохода $Q_0 = 15$ и дать содержательный ответ.
4. Пусть цена на первый товар увеличится в 3 раз. Найти компенсацию дохода потребителя. Какой набор товаров является теперь оптимальным? Сколько нужно средств, чтобы купить старый оптимальный набор по новой цене? Сравнить потребительские наборы.

5. Определить, на сколько процентов измениться спрос на первый товар, если цена на второй товар увеличится на 1%?

✓ $x_1^* = \frac{2Q + 2p_2}{4p_1}; x_2^* = \frac{2Q - 2p_2}{4p_2}$; Точ. спроса $\left(\frac{29}{4}, \frac{21}{8}\right)$; $dQ = \frac{2Q}{4p_1}$; Н. точ. спроса $\left(\frac{29}{4}, \frac{21}{8}\right)$; Увелич. на 1%.

19) Для потребителя с функцией полезности $u(x_1, x_2) = 4x_1 + 2x_1x_2$

1. Записать математическую модель оптимального выбора потребителя.
2. Найти функции спроса на оба товара.
3. Найти точку спроса для цен $P_0 = (2, 4)$ и дохода $Q_0 = 15$ и дать содержательный ответ.
4. Пусть цена на первый товар увеличится в 2 раз. Найти компенсацию дохода потребителя. Какой набор товаров является теперь оптимальным? Сколько нужно средств, чтобы купить старый оптимальный набор по новой цене? Сравнить потребительские наборы.

5. Определить, на сколько процентов измениться спрос на первый товар, если цена на второй товар увеличится на 1%?

✓ $x_1^* = \frac{2Q + 2p_2}{4p_1}; x_2^* = \frac{2Q - 2p_2}{4p_2}$; Точ. спроса $\left(\frac{29}{4}, \frac{21}{8}\right)$; $dQ = \frac{2Q}{4p_1}$; Н. точ. спроса $\left(\frac{29}{4}, \frac{21}{8}\right)$; Увелич. на 1%.

17) Для потребителя с функцией полезности $u(x_1, x_2) = 2x_1 + 3x_1x_2$

1. Записать математическую модель оптимального выбора потребителя.
2. Найти функции спроса на оба товара.
3. Найти точку спроса для цен $P_0 = (1, 3)$ и дохода $Q_0 = 15$ и дать содержательный ответ.
4. Пусть цена на первый товар увеличится в 4 раз. Найти компенсацию дохода потребителя. Какой набор товаров является теперь оптимальным? Сколько нужно средств, чтобы купить старый оптимальный набор по новой цене? Сравнить потребительские наборы.

5. Определить, на сколько процентов измениться спрос на первый товар, если цена на второй товар увеличится на 1%?

✓ $x_1^* = \frac{3Q + 2p_2}{6p_1}; x_2^* = \frac{3Q - 2p_2}{6p_2}$; Точ. спроса $\left(\frac{17}{2}, \frac{13}{6}\right)$; $dQ = 17$; Н. точ. спроса $\left(\frac{17}{4}, 5\right)$; Увелич. на 0.5%

20) Для потребителя с функцией полезности $u(x_1, x_2) = x_1 + 3x_1x_2$

1. Записать математическую модель оптимального выбора потребителя.
2. Найти функции спроса на оба товара.
3. Найти точку спроса для цен $P_0 = (2, 4)$ и дохода $Q_0 = 15$ и дать содержательный ответ.
4. Пусть цена на первый товар увеличится в 4 раз. Найти компенсацию дохода потребителя. Какой набор товаров является теперь оптимальным? Сколько нужно средств, чтобы купить старый оптимальный набор по новой цене? Сравнить потребительские наборы.
5. Определить, на сколько процентов изменится спрос на первый товар, если цена на второй товар увеличится на 1%?

✓ $x_1^* = \frac{3Q + p_2}{6p_1}; x_2^* = \frac{3Q - p_2}{6p_2}$; Точ. спроса

22) Для потребителя с функцией полезности $u(x_1, x_2) = 3x_1 + 3x_1x_2$

1. Записать математическую модель оптимального выбора потребителя.
2. Найти функции спроса на оба товара.
3. Найти точку спроса для цен $P_0 = (1, 3)$ и дохода $Q_0 = 15$ и дать содержательный ответ.
4. Пусть цена на первый товар увеличится в 3 раз. Найти компенсацию дохода потребителя. Какой набор товаров является теперь оптимальным? Сколько нужно средств, чтобы купить старый оптимальный набор по новой цене? Сравнить потребительские наборы.
5. Определить, на сколько процентов изменится спрос на первый товар, если цена на второй товар увеличится на 1%?

✓ $x_1^* = \frac{49Q + 3p_2}{12}; x_2^* = \frac{49Q - 3p_2}{3}$; Точ. спроса

23) Для потребителя с функцией полезности $u(x_1, x_2) = 3x_1 + x_1x_2$

1. Записать математическую модель оптимального выбора потребителя.
2. Найти функции спроса на оба товара.
3. Найти точку спроса для цен $P_0 = (1, 5)$ и дохода $Q_0 = 15$ и дать содержательный ответ.
4. Пусть цена на первый товар увеличится в 2 раз. Найти компенсацию дохода потребителя. Какой набор товаров является теперь оптимальным? Сколько нужно средств, чтобы купить старый оптимальный набор по новой цене? Сравнить потребительские наборы.
5. Определить, на сколько процентов изменится спрос на первый товар, если цена на второй товар увеличится на 1%?

✓ $x_1^* = \frac{49Q + 3p_2}{24}; x_2^* = \frac{49Q - 3p_2}{4}$; Точ. спроса

21) Для потребителя с функцией полезности $u(x_1, x_2) = 2x_1 + 2x_1x_2$

1. Записать математическую модель оптимального выбора потребителя.
2. Найти функции спроса на оба товара.
3. Найти точку спроса для цен $P_0 = (1, 2)$ и дохода $Q_0 = 20$ и дать содержательный ответ.
4. Пусть цена на первый товар увеличится в 3 раз. Найти компенсацию дохода потребителя. Какой набор товаров является теперь оптимальным? Сколько нужно средств, чтобы купить старый оптимальный набор по новой цене? Сравнить потребительские наборы.
5. Определить, на сколько процентов изменится спрос на первый товар, если цена на второй товар увеличится на 1%?

✓ $x_1^* = \frac{2Q + 2p_2}{4p_1}; x_2^* = \frac{2Q - 2p_2}{4p_2}$; Точ. спроса $\left(11; \frac{9}{2}\right)$; $dQ = 22\sqrt{3} - 22$; Н. точ. спроса $\left(\frac{11\sqrt{3}}{3}; -1 + \frac{11\sqrt{3}}{2}\right)$; Увелич. на 0.5

24) Для потребителя с функцией полезности $u(x_1, x_2) = 4x_1 + x_1x_2$

1. Записать математическую модель оптимального выбора потребителя.
2. Найти функции спроса на оба товара.
3. Найти точку спроса для цен $P_0 = (2, 3)$ и дохода $Q_0 = 15$ и дать содержательный ответ.
4. Пусть цена на первый товар увеличится в 2 раз. Найти компенсацию дохода потребителя. Какой набор товаров является теперь оптимальным? Сколько нужно средств, чтобы купить старый оптимальный набор по новой цене? Сравнить потребительские наборы.
5. Определить, на сколько процентов измениться спрос на первый товар, если цена на второй товар увеличится на 1%?

✓ $x_1^* = \frac{Q + 4p_2}{2p_1}; x_2^* = \frac{Q - 4p_2}{2p_2}$; Точ. спроса $\left(\frac{27}{4}; \frac{1}{8}\right)$; $dQ = \frac{4Q - p_2}{8p_2}$; Н. точ. спроса $\left(\frac{123}{8}; \frac{3}{8}\right)$; Увелич. на 123%

26) Для потребителя с функцией полезности $u(x_1, x_2) = x_1 + 4x_1x_2$

1. Записать математическую модель оптимального выбора потребителя.
2. Найти функции спроса на оба товара.
3. Найти точку спроса для цен $P_0 = (1, 3)$ и дохода $Q_0 = 30$ и дать содержательный ответ.
4. Пусть цена на первый товар увеличится в 3 раз. Найти компенсацию дохода потребителя. Какой набор товаров является теперь оптимальным? Сколько нужно средств, чтобы купить старый оптимальный набор по новой цене? Сравнить потребительские наборы.
5. Определить, на сколько процентов измениться спрос на первый товар, если цена на второй товар увеличится на 1%?

27) Для потребителя с функцией полезности $u(x_1, x_2) = 2x_1 + 4x_1x_2$

1. Записать математическую модель оптимального выбора потребителя.
2. Найти функции спроса на оба товара.
3. Найти точку спроса для цен $P_0 = (2, 3)$ и дохода $Q_0 = 15$ и дать содержательный ответ.
4. Пусть цена на первый товар увеличится в 2 раз. Найти компенсацию дохода потребителя. Какой набор товаров является теперь оптимальным? Сколько нужно средств, чтобы купить старый оптимальный набор по новой цене? Сравнить потребительские наборы.
5. Определить, на сколько процентов измениться спрос на первый товар, если цена на второй товар увеличится на 1%?

25) Для потребителя с функцией полезности $u(x_1, x_2) = 3x_1 + 2x_1x_2$

1. Записать математическую модель оптимального выбора потребителя.
2. Найти функции спроса на оба товара.
3. Найти точку спроса для цен $P_0 = (2, 3)$ и дохода $Q_0 = 25$ и дать содержательный ответ.
4. Пусть цена на первый товар увеличится в 4 раз. Найти компенсацию дохода потребителя. Какой набор товаров является теперь оптимальным? Сколько нужно средств, чтобы купить старый оптимальный набор по новой цене? Сравнить потребительские наборы.
5. Определить, на сколько процентов измениться спрос на первый товар, если цена на второй товар увеличится на 1%?

✓ $x_1^* = \frac{2Q + 3p_2}{4p_1}; x_2^* = \frac{2Q - 3p_2}{4p_2}$; Точ. спроса $\left(\frac{59}{8}; \frac{41}{12}\right)$; $dQ = \frac{59}{2}$; Н. точ. спроса $\left(\frac{59}{16}; \frac{25}{3}\right)$; Увелич. на 0.5%

28) Для потребителя с функцией полезности $u(x_1, x_2) = 2x_1 + x_1x_2$

1. Записать математическую модель оптимального выбора потребителя.
2. Найти функции спроса на оба товара.
3. Найти точку спроса для цен $P_0 = (1, 2)$ и дохода $Q_0 = 30$ и дать содержательный ответ.
4. Пусть цена на первый товар увеличится в 4 раз. Найти компенсацию дохода потребителя. Какой набор товаров является теперь оптимальным? Сколько нужно средств, чтобы купить старый оптимальный набор по новой цене? Сравнить потребительские наборы.
5. Определить, на сколько процентов изменится спрос на первый товар, если цена на второй товар увеличится на 1%?

✓ $x_1^* = \frac{Q + 2p_2}{2p_1}; x_2^* = \frac{Q - 2p_2}{2p_2}$; Точ. спроса

30) Для потребителя с функцией полезности $u(x_1, x_2) = 4x_1 + 3x_1x_2$

1. Записать математическую модель оптимального выбора потребителя.
2. Найти функции спроса на оба товара.
3. Найти точку спроса для цен $P_0 = (1, 2)$ и дохода $Q_0 = 20$ и дать содержательный ответ.
4. Пусть цена на первый товар увеличится в 4 раз. Найти компенсацию дохода потребителя. Какой набор товаров является теперь оптимальным? Сколько нужно средств, чтобы купить старый оптимальный набор по новой цене? Сравнить потребительские наборы.
5. Определить, на сколько процентов изменится спрос на первый товар, если цена на второй товар увеличится на 1%?

✓ $x_1^* = \frac{3Q + 4p_2}{6p_1}; x_2^* = \frac{3Q - 4p_2}{6p_2}$; Точ. спроса $\left(\frac{17}{2}; \frac{34}{3}\right)$; Увелич. на 0.5% Н. точ. спроса $\left(\frac{17}{3}; \frac{13}{3}\right)$; Увелич. на 0.5%

29) Для потребителя с функцией полезности $u(x_1, x_2) = 3x_1 + 3x_1x_2$

1. Записать математическую модель оптимального выбора потребителя.
2. Найти функции спроса на оба товара.
3. Найти точку спроса для цен $P_0 = (1, 4)$ и дохода $Q_0 = 15$ и дать содержательный ответ.
4. Пусть цена на первый товар увеличится в 4 раз. Найти компенсацию дохода потребителя. Какой набор товаров является теперь оптимальным? Сколько нужно средств, чтобы купить старый оптимальный набор по новой цене? Сравнить потребительские наборы.
5. Определить, на сколько процентов изменится спрос на первый товар, если цена на второй товар увеличится на 1%?

✓ $x_1^* = \frac{3Q + 3p_2}{6p_1}; x_2^* = \frac{3Q - 3p_2}{6p_2}$; Точ. спроса $\left(\frac{19}{2}; \frac{11}{8}\right)$; $dQ = 19$; Н. точ. спроса $\left(\frac{19}{4}; \frac{15}{4}\right)$; Увелич. на 0.5%

Задача 316.

- 1) Производные основных элементарных функций.
- 2) Дифференцирование неявных и параметрически заданных функций. Логарифмическое дифференцирование.
- 3) Предел функции по Коши и по Гейне. Исследование существования предела функции $\frac{\sin x}{x}$.
- 4) Функции и их характеристики. Сложная функция. Обратная функция. Основные элементарные функции и их графики.
- 5) Второй замечательный предел.
- 6) Применение дифференциала. Дифференциалы высших порядков.
- 7) Числовая последовательность. Предел последовательности. Предельный переход в неравенствах.
- 8) Теоремы Ферма и Роля.
- 9) Первый замечательный предел.
- 10) Предел монотонной ограниченной последовательности. Число e .
- 11) Теоремы Лагранжа и Коши.
- 12) Числовые множества. Доказательство того, что нет рационального числа, квадрат которого равен 2.
- 13) Вывод важнейших эквивалентностей.
- 14) Производная функции. Геометрический и физический смысл. Уравнения касательной и нормали.
- 15) Непрерывность функций. Доказательство непрерывности косинуса. Точки разрыва и их классификация.
- 16) Теоремы о непрерывных функциях. Свойства функций, непрерывных на отрезке.
- 17) Признаки существования пределов.
- 18) Односторонние пределы. Предел при x стремящемся к бесконечности. ББВ.
- 19) Сравнение бесконечно малых. Эквивалентные бесконечно малые функции.
- 20) Правила Лопиталя.
- 21) Производная сложной и обратной функции.
- 22) Дифференциал функции. Основные теоремы. Инвариантность формы первого дифференциала.
- 23) Бесконечно малые функции
- 24) Пределы и арифметические операции.
- 25) Производные высших порядков. Производные высших порядков от неявных и параметрически заданных функций.
- 26) Связь между непрерывностью и дифференцируемостью. Производная суммы, произведения и частного.

Задача 317.

- 1) Интегрирование рациональных функций.
- 2) Формулы Тейлора и Маклорена. Разложение экспоненты.
- 3) Формулы прямоугольников и трапеций для приближённого вычисления определённого интеграла.
- 4) Первое и второе достаточные условия экстремума.
- 5) Формула парабол (Симпсона) для приближённого вычисления определённого интеграла.
- 6) Таблица основных неопределённых интегралов.
- 7) Свойства определённого интеграла.
- 8) Вывод формулы Тейлора.
- 9) Неопределённый интеграл. Свойства неопределённого интеграла.
- 10) Определённый интеграл. Его геометрический и физический смысл.
- 11) Формула Ньютона-Лейбница.
- 12) Работа переменной силы. Работа при выкачивании жидкостей. Путь, пройденный телом. Давление жидкости на вертикальную пластинку.
- 13) Выпуклость и точки перегиба.
- 14) Формула Валлиса.
- 15) Основные методы интегрирования. Методы интегрирования заменой переменной и по частям.
- 16) Вычисление площадей плоских фигур.
- 17) Вычисление дуги плоской кривой. Вычисление объёма тела.
- 18) Интегрирование тригонометрических функций.
- 19) Интегрирование иррациональных функций.
- 20) Вычисление определённого интеграла. Замена переменной. Интегрирование по частям.
- 21) Вертикальные, горизонтальные и наклонные асимптоты.
- 22) Монотонность. Необходимое условие экстремума. Минимум и максимум функции на отрезке.

Задача 318.

- 1) Достаточные условия экстремума.
- 2) Замена переменных в двойном интеграле. Якобиан. Вычисление двойного интеграла в полярных координатах.
- 3) Эйлеров интеграл второго рода. Свойства.
- 4) Касательная плоскость и нормаль к поверхности.
- 5) Геометрические и механические приложения тройного интеграла.
- 6) Определение двойного интеграла. Геометрический и физический смысл.
- 7) Геометрические и физические приложения двойного интеграла.
- 8) Дифференциалы высших порядков. Инвариантность формы первого дифференциала.
- 9) Дифференцируемость и полный дифференциал. Теорема о необходимом и достаточном условиях дифференцируемости. Применение к приближённым вычислениям.
- 10) Свойства двойного интеграла.
- 11) Понятие ФМП. Предел. Пример функции, у которой есть повторные пределы, но нет двойного.
- 12) Частные производные первого порядка, их геометрический смысл. Частные производные высших порядков. Теорема Шварца, пример её подтверждающий.
- 13) Эйлеров интеграл первого рода. Свойства.
- 14) Дифференцирование неявной функции. Теорема существования неявной функции. Случай одной переменной.
- 15) Экстремум ФМП. Наибольшее и наименьшее значения ФМП в ограниченной замкнутой области.
- 16) Замена переменных в тройном интеграле. Вычисление тройного интеграла в цилиндрических и сферических координатах.
- 17) Непрерывность. Открытые, замкнутые, ограниченные, неограниченные, связные, несвязные области. Свойства непрерывных функций.
- 18) Вычисление двойного интеграла в декартовых координатах.
- 19) Вычисление тройного интеграла в декартовых координатах.
- 20) Производная сложной функции. Полная производная. Пример, показывающий, что условие дифференцируемости нельзя отбросить.
- 21) Определение и свойства тройного интеграла.

Задача 319.

- 1) Доказательство необходимой части теоремы о необходимом и достаточном условиях дифференцируемости.
- 2) Вывод формулы для перехода от двойного интеграла к повторному.
- 3) Доказательство формулы для производной неявной функции.
- 4) Касательная плоскость и нормаль к поверхности. Вывод уравнений.
- 5) Доказательство теоремы о сложной функции.
- 6) Вычисление якобиана для цилиндрических и сферических координат.
- 7) Доказательство необходимого условия экстремума ФМП.
- 8) Нахождение области определения эйлерова интеграла второго рода.
- 9) Вывод соотношения между гамма-функцией и факториалом.
- 10) Нахождение области определения эйлерова интеграла первого рода.

Задача 320.

- 1) Несобственные интегралы второго рода. Примеры. Признаки сравнения.
- 2) Определение двойного интеграла. Геометрический и физический смысл.
- 3) Геометрические и механические приложения двойного и тройного интеграла.
- 4) Свойства гамма-функции. Вывод соотношения между гамма-функцией и факториалом. Вычисление интеграла Пуассона.
- 5) Вычисление двойного интеграла в декартовых координатах. Вывод формулы для перехода от двойного интеграла к повторному. Пример.
- 6) Замена переменных в тройном интеграле. Вычисление тройного интеграла в цилиндрических координатах.
- 7) Определение и свойства тройного интеграла.
- 8) Свойства бета-функции. Приложения при вычислении интегралов.
- 9) Несобственные интегралы первого рода. Примеры. Признаки сравнения. Интеграл Пуассона.
- 10) Вычисление тройного интеграла в сферических координатах.

- 11) Замена переменных в двойном интеграле. Якобиан. Вычисление двойного интеграла в полярных координатах.
- 12) Свойства двойного интеграла.
- 13) Эйлеров интеграл второго рода. Нахождение области определения.
- 14) Вычисление тройного интеграла в декартовых координатах. Пример.
- 15) Эйлеров интеграл первого рода. Нахождение области определения.

Задача 321.

- 1) Разложение в ряд Фурье 2π -периодических функций. Теорема Дирихле.
- 2) Абсолютная и условная сходимость. Свойства абсолютно сходящихся рядов. Теорема Римана. Пример условно сходящегося ряда.
- 3) Свойства числовых рядов.
- 4) Свойства степенных рядов. Ряды Тейлора и Маклорена.
- 5) Приближённое вычисление определённых интегралов. Пример.
- 6) Необходимый признак сходимости числового ряда. Гармонический ряд.
- 7) Интервал и радиус сходимости степенного ряда. Вывод двух формул для радиуса сходимости.
- 8) Функциональные и степенные ряды. Теорема Абеля.
- 9) Числовые ряды. Основные понятия. Геометрическая прогрессия.
- 10) Разложение в ряд Фурье чётных и нечётных функций.
- 11) Разложение в ряд Тейлора синуса, косинуса, синуса гиперболического и косинуса гиперболического. Вычисление синусов и косинусов.
- 12) Разложение в ряд Фурье непериодических функций.
- 13) Биномиальный ряд. Основные частные случаи. Вычисление корней.
- 14) Ряды Фурье. Основные определения. Ортогональность тригонометрической системы.
- 15) Ряд Фурье в комплексной форме.
- 16) Интеграл Фурье.
- 17) Приближённое решение дифференциальных уравнений. Пример.
- 18) Разложение в ряд Тейлора логарифма. Вычисление логарифмов.
- 19) Первый и второй признаки сравнения рядов.
- 20) Интегральный признак Коши. Обобщённый гармонический ряд.
- 21) Знакопередающиеся ряды. Признак Лейбница. Примеры рядов лейбницевского типа. Оценка остатка ряда лейбницевского типа.
- 22) Достаточный признак сходимости знакопеременных рядов.
- 23) Признак Даламбера. Радиальный признак Коши.
- 24) Достаточные условия сходимости рядов Тейлора и Маклорена. Пример Коши.
- 25) Алгоритм разложения функции в ряд Тейлора. Ряд Тейлора для экспоненты. Вычисление экспонент.
- 26) Разложение в ряд Тейлора арктангенса и арксинуса. Вычисление числа π .

Задача 322.

- 1) Определение коэффициента корреляции.
- 2) Формула полной вероятности.
- 3) Схема независимых испытаний Бернулли. Локальная формула Муавра–Лапласа.
- 4) Математическое ожидание, дисперсия, среднеквадратическое отклонение дискретной СВ.
- 5) Элементы комбинаторики. Формулы для расчета числа сочетаний, размещений и перестановок.
- 6) Функция распределения непрерывной СВ. Связь между функцией распределения и плотностью распределения непрерывной СВ.
- 7) Формула Байеса.
- 8) Определение непрерывной СВ.
- 9) Функция распределения дискретной СВ.
- 10) Схема независимых испытаний Бернулли. Интегральная формула Муавра Лапласа.
- 11) Схема независимых испытаний Бернулли. Формула Бернулли.
- 12) Определение характеристической функции.
- 13) Примеры дискретных СВ.
- 14) Математическое ожидание, дисперсия, среднеквадратическое отклонение непрерывной СВ.
- 15) Примеры непрерывных СВ.
- 16) Классическая формула расчета вероятности.

- 17) Схема независимых испытаний Бернулли. Формула Пуассона.
- 18) Определение дискретной СВ.
- 19) Геометрическая формула расчета вероятности.

Задача 323.

- | | | |
|--|--|---|
| 1) Критерий согласия Колмогорова–Смирнова. | 7) Суть метода моментов. | 13) Проверка гипотезы о распределении Пуассона по критерию. |
| 2) Определение вариационного ряда. Дискретные и непрерывные ВР. | 8) Проверка гипотезы о нормальном распределении по критерию. | 14) Определения несмещенной, смещенной оценки. |
| 3) Числовые характеристики ВР. | 9) Суть метода максимального правдоподобия. | 15) Суть метода наименьших квадратов. |
| 4) Доверительный интервал для дисперсии. | 10) Постановка задачи проверки статистических гипотез. Простые и сложные гипотезы. | 16) Доверительный интервал для математического ожидания. |
| 5) Примеры распределений, применяемых в статистике. | 11) Постановка задачи дисперсионного анализа. | 17) Понятие вариации оценки. |
| 6) Графическое представление ВР. Гистограмма, полигон частот, кумулянта. | 12) Понятие ошибок первого и второго рода, мощности критерия. | 18) Критерий согласия Колмогорова. |
| | | 19) Постановка задачи регрессионного анализа. |