

Срок сдачи домашних заданий – 2 апреля 2020г включительно. Решения всех задач присылайте в одном файле *ipynb* на почту yakov.karandashev@phystech.edu. В названии файла не забудьте указать ФИО и номер группы. Картинки и скриншоты тоже лучше включить в этот *ipynb*-файл в ячейке markdown при помощи: ``

При наличии копипаста, баллы будут сниматься с обеих сторон.

1. Задача про коня (5 баллов) – присылать скриншот проверенного решения на сайте <https://informatics.mccme.ru/mod/statements/view3.php?id=6410&chapterid=111376>

2. Мурка ест траву (5 баллов) – присылать скриншот проверенного решения на сайте <https://informatics.mccme.ru/mod/statements/view3.php?id=6410&chapterid=526>

3. Повтор генератора случайных чисел (15 баллов) – присылать решение в виде *ipynb* файла с формулами набранными в *tex*-формате либо в виде картинок. Условие ниже:

Допустим, вы генерируете случайные целые числа в диапазоне от 1 до N (например, функцией `np.random.randint(1,N)`) и сохраняете сгенерированные числа. Вопрос: в среднем через сколько генераций выпадет число, которое уже было сгенерировано ранее? Рассмотрите разные значения N (от 100 до 100000) и сделайте следующее:

- 1) Получить ответ аналитически, решив задачу теоретико-вероятностным подходом (комбинаторно).
- 2) Получить ответ экспериментально, запустив программу много раз (например, 500 раз) и усреднив полученный ответ.
- 3) Сравните ответы.

4. Количество чисел больше заданного (10 баллов) – присылать решение в виде *ipynb* файла с формулами набранными в *tex*-формате либо в виде картинок. Условие ниже:

Допустим, вы создали одномерный вектор a из 1000 случайных элементов, имеющих гауссово распределение со средним $\mu=1$ и стандартным отклонением $\sigma=2$. Вопрос: каков процент чисел из a больших некоторого порога t ? Рассмотрите разные значения t (от 0 до 3) и сделайте следующее:

- 1) Получить ответ аналитически, решив задачу теоретико-вероятностным подходом.
- 2) Оценить это число экспериментально.
- 3) Постройте графики зависимости от t , сравните полученные решения.

5. Распределение максимумов распределения Лапласа (20 баллов) – присылать решение в виде *ipynb* файла с формулами набранными в *tex*-формате либо в виде картинок. Условие ниже:

Допустим, вы генерируете случайные числа из распределения Лапласа с помощью функции `np.random.laplace(size=N)` со значениями среднего и дисперсии заданными по умолчанию. Далее вы находите максимум из сгенерированных N чисел. Вопрос: как выглядит распределение максимума при многократном повторении эксперимента? Рассмотрите разные значения N (от 10 до 1000) и сделайте следующее:

- 1) Получить ответ аналитически, решив задачу теоретико-вероятностным подходом и построив график функции распределения максимума.
- 2) Получить ответ экспериментально, запустив программу много раз (например, 500 раз) и построив гистограмму.
- 3) Наложить графики один на другой и сравнить.

6. Построить график функции (5 баллов) – Построить график функции $\sin(x)/x$ на отрезке $[-6\pi; 6\pi]$ и добавить тики по оси x с шагом $\pi/2$ от -6π до 6π , причём обозначения тиков должны содержать греческую букву π . Добавить сетку на график.

7. Обработка строк, функция map (максимум 12 баллов за 8 решённых задач)

В этом задании *нельзя использовать циклы* – используйте срезы, дополнительные списки, методы строк, функцию map. Для каждого упражнения написано, какое наибольшее число строк может быть в программе. Как правило, ограничения в 1-3 строки.

Если программа решается в одну строку, то необходимо использовать функции внутри функций. Например, вот так можно вычислить сумму всех чисел, введенных в строку, используя стандартную функцию sum:

```
print(sum(map(int, input().split())))
```

Обратите внимание, в однострочном решении нельзя сохранять список в переменной - нужно сразу же его обработать и вывести результат.

Решение в две строки, как правило, должно иметь следующий вид:

```
A = input().split()
print(' '.join(...))
```

При этом зачастую не требуется преобразовывать элементы списка к типу int.

Решение в три строки, как правило, должно иметь следующий вид:

```
A = input().split()
A = ...
print(' '.join(...))
```

	Задача	Комментарии	Ввод	Вывод	Баллы
1	Четные индексы	Решите эту задачу в одну строку	1 2 3 4 5	1 3 5	1
2	Наибольший элемент и его индекс	Решите эту задачу в две строки	1 2 3 2 1	3 2	1
3	Вывести в обратном порядке	Решите эту задачу в одну строку	1 2 3 4 5	5 4 3 2 1	1
4	Переставить соседние	Решите эту задачу в три строки	1 2 3 4 5	2 1 4 3 5	5
5	Циклический сдвиг вправо	Решите эту задачу в две строки	1 2 3 4 5	5 1 2 3 4	1
6	Удалить элемент	Решите эту задачу в три строки	7 6 5 4 3 2 1 2	7 6 4 3 2 1	1
7	Вставить элемент	Решите эту задачу в три строки. Вторая строка — такая: <code>n, elem = map(int, input().split())</code>	7 6 5 4 3 2 1 2 0	7 6 0 5 4 3 2 1	1
8	Большой сдвиг	Решите эту задачу в две строки	5 3 7 4 6 3	7 4 6 5 3	1

8. Библиотека numpy (5 баллов)

Внимательно прочтите и повторите основные возможности библиотеки numpy, которыми нужно воспользоваться при решении задач:

<http://acm.mipt.ru/twiki/bin/view/Cintro/PythonNumpy>

<https://pythonworld.ru/numpy/100-exercises.html>

- 1) Создать матрицу A размера 5×10 из случайных чисел с равномерным распределением на отрезке $[-1, 3]$.
- 2) Найти среднее значение, средний квадрат, дисперсию и стандартное отклонение строк матрицы A .
- 3) Отнять среднее по строке и поделить на стандартное отклонение для каждой строки в матрице A .
- 4) Отсортировать матрицу A по 3-ому столбцу, т.е. поменять местами строки матрицы так, чтобы 3-й столбец оказался отсортированным.
- 5) Поменять первые две строки в матрице A местами.
- 6) Найти сумму диагональных элементов матриц $A^T A$ и AA^T .
- 7) Посчитать детерминант и ранг матриц A , $A^T A$ и AA^T (подсказка: используйте готовые функции из библиотеки `np.linalg`).

9. Численное интегрирование (5 баллов)

Численно посчитать определённый интеграл 3-мя методами:

а) Прямоугольников $\int_a^b f(x) dx \approx \Delta x \sum_{k=0}^N f(x_k)$

б) Трапеций $\int_a^b f(x) dx \approx \frac{\Delta x}{2} \left(f(x_0) + 2 \sum_{k=1}^{N-1} f(x_k) + f(x_N) \right)$

в) По правилу Симпсона $\int_a^b f(x) dx \approx \frac{\Delta x}{3} \left(f(x_0) + 2 \sum_{k=1}^{N/2-1} f(x_{2k}) + 4 \sum_{k=1}^{N/2} f(x_{2k-1}) + f(x_N) \right)$

и сравнить полученные оценки с аналитическим решением. Аналитическое решение должно быть посчитано на листочке и скриншот приложен к решению. В качестве интеграла взять *один* любой на выбор:

6.342. $\int_3^4 \frac{x^2+3}{x-2} dx.$

6.343. $\int_{-2}^{-1} \frac{x+1}{x^3-x^2} dx.$

6.344. $\int_1^2 \frac{e^{1/x^2}}{x^3} dx.$

6.345. $\int_1^e \frac{\cos(\ln x)}{x} dx.$

6.346. $\int_1^e \frac{dx}{x(1+\ln^2 x)}.$

6.347. $\int_0^{\pi/2} \cos^3 \alpha d\alpha.$

6.348. $\int_0^{1/3} \operatorname{ch}^2 3x dx.$

6.349. $\int_{\frac{2}{2}}^3 \frac{dy}{y^2-2y-8}.$

6.350. $\int_{3/4}^2 \frac{dx}{\sqrt{2+3x-2x^2}}.$

6.351. $\int_0^{\frac{2}{2}} \frac{2x-1}{2x+1} dx.$

(интегралы взяты из *сб. задач под ред. Ефимова, Демидовича, ч.1, 1993г.*).