

# 利用法拉第定律測量均勻磁場大小與方向

2009 吳守浩、傅天約、葉千祥、陳力揚、陳威寧、戴祥庭、楊柏益初稿

2010 許書寧、游立森、鄭乃福、魏宏吉 改版

## Objectives：

利用法拉第定律測量實驗室中的地球磁場大小與磁傾角 $\psi$ 。

## PRE-LAB READING

### Introduction

從法拉第定律可知，變動的磁通量會產生感應電動勢

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt}$$

假設地磁是固定的，我們可以利用線圈的轉動產生磁通量的改變。

地磁通過線圈之磁通量為

$$\Phi = N(\mathbf{B} \cdot \mathbf{A})$$

其中  $N$  為線圈匝數， $\mathbf{A}$  為線圈的面積向量。

在實驗室中任意選定一個直角座標，根據你的選擇，地球磁場 $\bar{\mathbf{B}}$ 可表為

$$\mathbf{B} = B_x \hat{\mathbf{x}} + B_y \hat{\mathbf{y}} + B_z \hat{\mathbf{z}}$$

假設線圈轉動角速度 $\omega_z$ 固定且繞 $\hat{\mathbf{z}}$ 方向轉動，面積向量可表為

$$\mathbf{A} = A \cos(\omega_z t + \phi) \hat{\mathbf{x}} + A \sin(\omega_z t + \phi) \hat{\mathbf{y}}$$

所以，

$$\Phi = NA[B_x \cos(\omega_z t + \phi) + B_y \sin(\omega_z t + \phi)]$$

將上式帶入(1)式，可知感應電動勢為一對時間的函數

$$\varepsilon_z(t) = -\frac{d\Phi}{dt} = \omega_z NA[B_x \sin(\omega_z t + \phi) - B_y \cos(\omega_z t + \phi)]$$

同理，

$$\varepsilon_x(t) = \omega NA[B_y \sin(\omega_x t + \phi) - B_z \cos(\omega_x t + \phi)]$$

$$\varepsilon_y(t) = \omega NA[B_z \sin(\omega_y t + \phi) - B_x \cos(\omega_y t + \phi)]$$

振幅大小為

$$\varepsilon_{z,p} = \omega_z NA \sqrt{B_x^2 + B_y^2}$$

$$\varepsilon_{y,p} = \omega_x NA \sqrt{B_x^2 + B_z^2}$$

$$\varepsilon_{x,p} = \omega_y NA \sqrt{B_z^2 + B_y^2}$$

所以，只要令線圈依次循  $\hat{x}, \hat{y}, \hat{z}$  旋轉，量取  $\omega_x, \omega_y, \omega_z$ ，並以示波器量出  $\varepsilon_{x,p}, \varepsilon_{y,p}, \varepsilon_{z,p}$  便可以決定地磁  $B_E$  的大小、方向、與磁傾角  $\psi$ ：

$$B_E = \sqrt{B_x^2 + B_y^2 + B_z^2} = \sqrt{\frac{\left(\frac{\varepsilon_{x,p}}{\omega_x}\right)^2 + \left(\frac{\varepsilon_{y,p}}{\omega_y}\right)^2 + \left(\frac{\varepsilon_{z,p}}{\omega_z}\right)^2}{2N^2(\pi R^2)^2}}$$

磁傾角，指的是地磁方向與地球水平面的夾角，所以磁傾角  $\psi$  為：

$$\psi = \sin^{-1} \frac{B_z}{B_E} = \sin^{-1} \frac{\left[\left(\frac{\varepsilon_{x,p}}{\omega_x}\right)^2 + \left(\frac{\varepsilon_{y,p}}{\omega_y}\right)^2 - \left(\frac{\varepsilon_{z,p}}{\omega_z}\right)^2\right]}{\sqrt{\left[\left(\frac{\varepsilon_{x,p}}{\omega_x}\right)^2 + \left(\frac{\varepsilon_{y,p}}{\omega_y}\right)^2 + \left(\frac{\varepsilon_{z,p}}{\omega_z}\right)^2\right]}}$$

如果線圈對各軸的角速度都是一樣的，上是當較簡單，但實際情況卻不容易達到，因此分開量  $\omega_x, \omega_y, \omega_z$  是較保險的辦法。

## Apparatus



直流電源供應器，用來轉動馬達，電壓 - 轉速



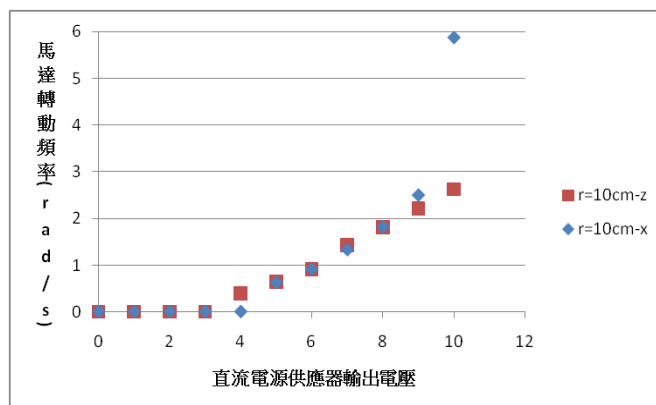
線圈(小) 10 匝  $R = 10 \text{ cm}$



x 直流馬達



栓子(鎖線圈用)



電壓與轉速關係圖

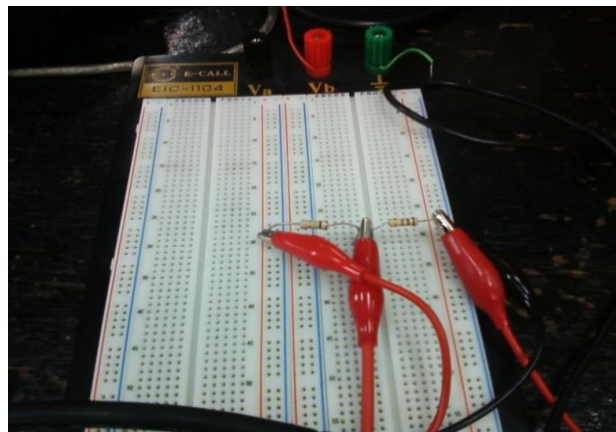


用來將電壓轉成電腦讀取的數位訊號

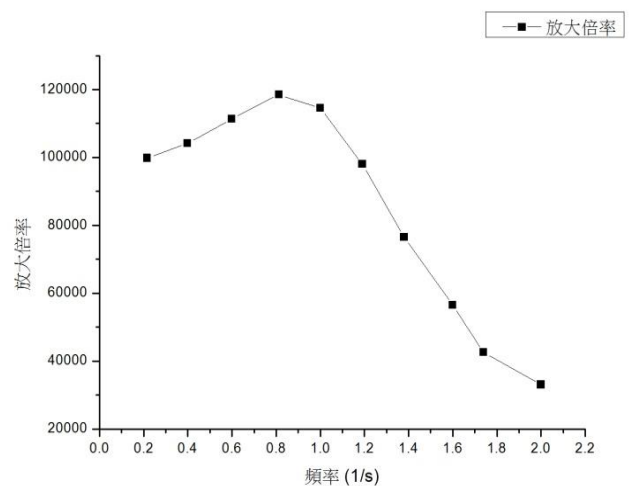
(Analog-Digital Converter )



電壓感應器接於 Analog Channel A



分壓(V)線路



此為直流微伏特計 LH Microvoltmeter，在這裡卻用來當微小交流電壓放大器，因此交流電壓頻率應很小，放大器放大 $10^5$ 倍率與頻率

## General Procedure

令線圈依次循  $\hat{x}, \hat{y}, \hat{z}$  旋轉，以示波器量出  $\epsilon_{x,p}, \epsilon_{y,p}, \epsilon_{z,p}$ ，並計算地磁強度及磁傾角。

## PRE-LAB Questions

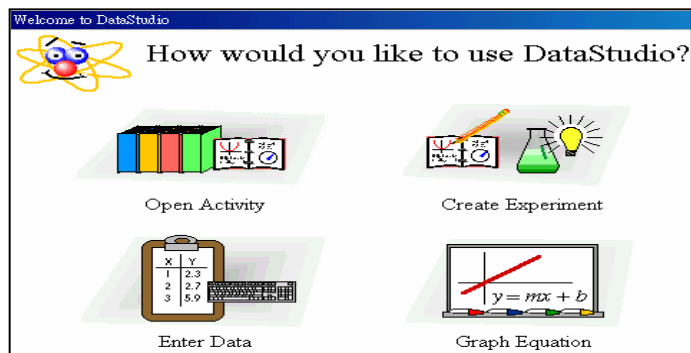
- 1.請上 NOAA 網站查看 <http://www.ngdc.noaa.gov/geomagmodels/struts/calcIGRFWMM> 新竹市清大物理系館座標 (N24.794366,E120.991901) 的地磁大小與傾斜角為何？
- 2.如果文中線圈對各軸的角速度都假設可以調整為一樣的，請導出簡化的解。

## IN-LAB ACTIVITIES

### 熟悉 DataStudio 的使用

- 1.開啟函數訊號產生器，設定 Sine 函數，頻率設為 0.6 Hz。
- 2.將 SW750 電源接好，開啟開關，USB 連接線接至電腦。將 **Voltage Sensor 電壓感應器**(注意:見 Apparatus 這其實是一條特殊接線而已) 一端接於 Analog Channel A， 另一端兩線接函數訊號產生器之 OUTPUT。
- 3.開啟 DataStudio 程式，選擇「建立新實驗」。
- 4.點選 ScienciseWorkshop 輸入端的代碼，並選擇「電壓測量」，設定記錄速度為每秒 40 次。
- 5.點擊程式上方的開始鍵之後，於左下方的「圖表」連點兩次，建立新圖表。
- 6.在建立的圖表上可以看到電壓對時間的關係圖。(注意：SW750 對電壓的最大測量值為  $\pm 10\text{V}$ ，若超過這個範圍，儀器會直接以 10 表示。)
- 7.最後要開始記錄數據時按左上方的”啟動”鈕，看是否讀到 0.6 Hz 的 Sine 函數電壓訊號，調整函數訊號產生器之 AMPLITUDE and OFFSET 鈕，使電壓恰好介於  $\pm 0.50\text{ V}$ 。

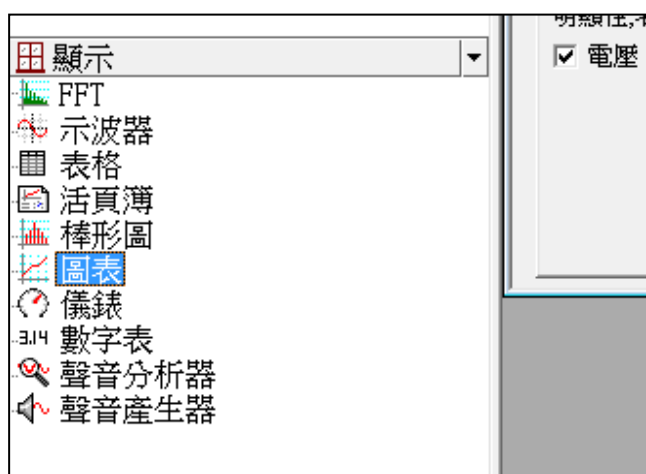
(1) 出現示窗後，點選右上角的 CREATE NEW



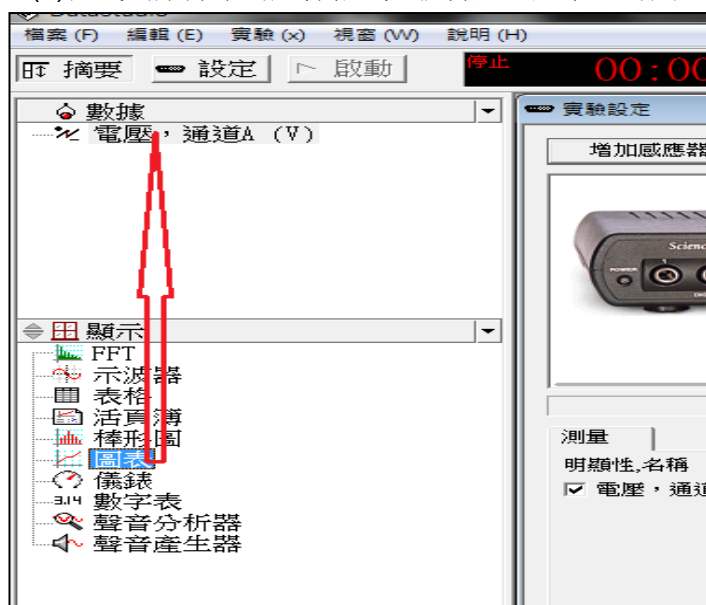
(2) 點選圖中相對應的插孔後，在中間的欄位選取**增加感應器或器具**，選取**電壓感應器**



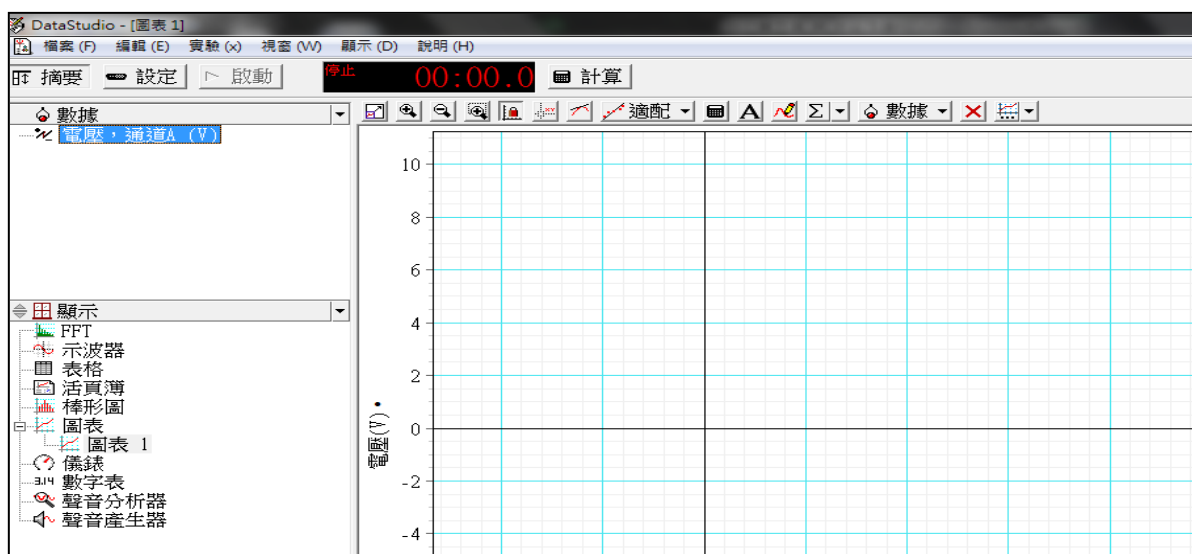
(3) 按住左下方的圖表



(4) 拖曳到數據中的座標格式，就會產生如下面的圖



(5) 最後要開始記錄數據時按左上方的”啟動”鈕





### 1.校正放大器的放大倍率

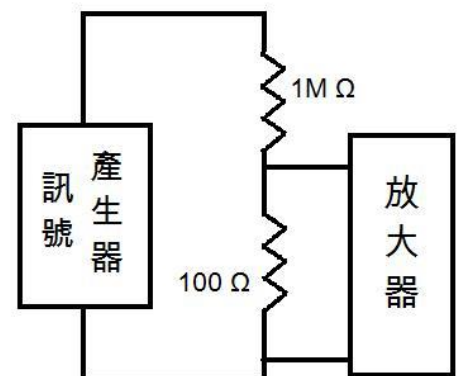
- 讓函數訊號產生器保持產生 0.6 HZ,  $\pm 0.50$  V 的 SINE 波, OUTPUT 接於串聯電阻兩端。
- $100\ \Omega$  電阻兩端( $V_0 = \pm 0.50\text{ V} \times 10^{-4}\text{ V}$ ) 接到電壓放大器(LH Microvoltmeter) INPUT ,
- 選擇 $\times 10^5$ 倍, 再將電壓放大器 OUTPUT (now should be about  $\pm 5.0$  V)接 VOLTAGE SENSOR 電壓感應器。
- 實際由 DATA Studio 測量電壓放大器放大後的電壓  $V$ , 計算出電壓放大器實際放大倍率  $= V/V_0$ 。

備註：直流訊號放大器原為直流電使用，但本實驗輸入的訊號為交流，在高頻時會被濾掉，放大倍率會下降，因此實驗時應選擇低頻的訊號，才能得到較穩定的放大輸出。

### 2.測量地磁強度

- 先架好 z 軸裝置

稍微旋開 ↺ 後，線圈可在方向移動 ↻



b. 取好本實驗的直角坐標系如圖，架設好電源供應器以及轉動馬達



X 軸



Y 軸



Z 軸

- (i) 將線圈輸出電壓接至電壓放大器輸入端，放大器放大倍率  $10^5$
- (ii) 將電壓放大器輸出電壓一端接上 Sinence Workshop 750 輸入至電腦
- (iii) 參考 apparatus 中 電壓 - 轉速參考對照圖啟動馬達，將電壓慢慢增加約至 4V，以 目標：頻率約為 0.6 Hz 每分鐘 ~20 轉。

(iv) 由 DataStudio 讀出  $\varepsilon_{z(\max)}$  與  $\varepsilon_{z(\min)}$ ，求出此波動的振幅  $\varepsilon_{z,p} = \frac{\varepsilon_{z(\max)} + \varepsilon_{z(\min)}}{2}$ ，和轉速

$\omega$  (找出 11 個波峰即線圈轉 10 圈所需時間，則  $\omega = \frac{10}{\text{轉 10 圈所需時間}} \times 2\pi$ )

(v) 關掉馬達電源，將馬達軸改為 x 軸方向與 y 方向，重複步驟 e、f

(vi) 計算地磁大小  $B_E$  與磁傾角  $\psi$

## MEASUREMENTS

依次循  $\hat{x}, \hat{y}, \hat{z}$  旋轉，量出  $\varepsilon_{x,p}, \varepsilon_{y,p}, \varepsilon_{z,p}$  和  $\omega_x, \omega_y, \omega_z$ ，便可以決定地磁的大小、方向、與磁傾角  $\psi$

## LAB REPORT REQUIREMENTS

1. 計算地磁大小  $B_E$
2. 計算磁傾角  $\psi$
3. 將以上數據和新竹市標準測量值做比較