Probabilidade no pacote Rcmdr

Como utilizar o pacote Rcmdr para o cálculo de probabilidades

Diogo Macedo Mendes
Keyla Megumi Sano de Oliveira
Profa. Dra. Giovana Fumes Ghantous

October 18, 2023

- Distribuições discretas
- Distribuições contínuas

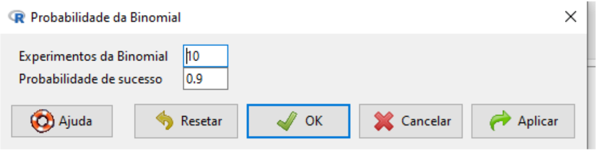
- Experimentos independentes, respostas dicotômicas.

Exemplo 1. Em uma fábrica de pacotes de arroz espera-se que o peso do produto final esteja entre 998 e 1002 gramas. 90% das embalagens continham a quantidade desejada, se escolhermos aleatoriamente 10 embalagens.

a) Qual a probabilidade de se encontrar 8 pacotes no peso ideal? $(\mathrm{P}(X = 8))$

Distribuições de Probabilidade - Binomial

Para o cálculo da probabilidade $P(X = 8)$, basta ir em **Distribuições** $>$ **Distribuições Discretas** $>$ **Distribuição binomial** $>$ **Probabilidades da binomial**, que retornará as probabilidades associadas para $x = 0, \ldots, 10$, incluindo o valor desejado.



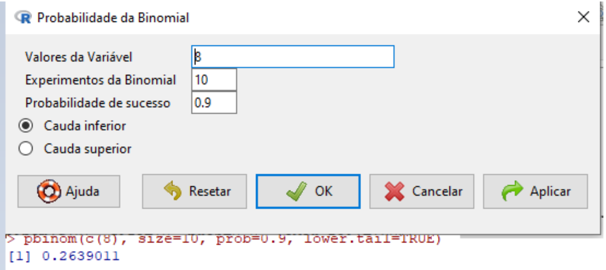

```
3   0.0000087480
4   0.0001377810
5   0.0014880348
6   0.0111602610
7   0.0573956280
8   0.1937102445
9   0.3874204890
10  0.3486784401
```

Assim, tem-se que $P(X = 8) = 0{,}1937$.

b) Qual a probabilidade de se encontrar no máximo 8 pacotes da amostra no peso ideal? ($P(X \leq 8)$).

Distribuições > Distribuições Discreta > Distribuição Binomial > Probabilidades da Binomial

Distribuições de Probabilidade - Binomial

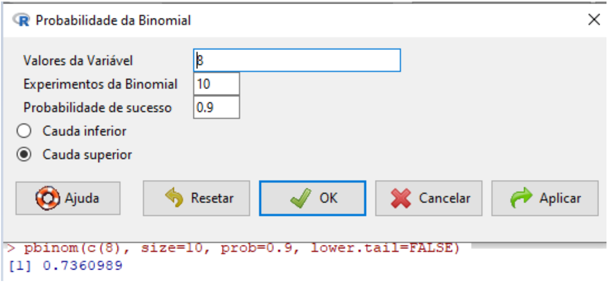


Assim, tem-se que $P(X \leq 8) = 0{,}2639$.

c) Qual a probabilidade de encontrar mais de 8 pacotes no peso ideal? (P(X>8))

Distribuições > Distribuições Discreta > Distribuição Binomial > Probabilidades das caudas da Binomial

Distribuições de Probabilidade - Binomial



Assim, tem-se que $P(X > 8) = 0{,}7361$.

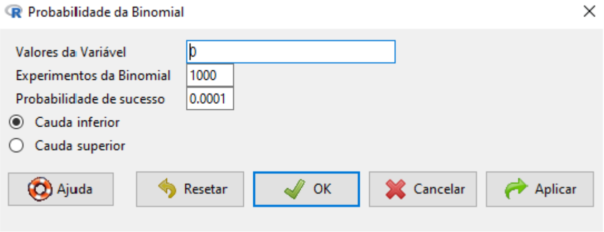
Exemplo 2. Seja X uma variável aleatória que conta o número de plantas com mutação em um total de n plantas irradiadas, e seja p $=$ 0,0001 a probabilidade de uma planta irradiada apresentar mutação.

Calcular:

a) A probabilidade de não aparecer plantas com mutação em um total de 1000 plantas irradiadas.

Distribuições > Distribuições discretas > Distribuição binomial > Probabilidades das caudas da binomial

(Experimentos = 1000, p = 0,0001)

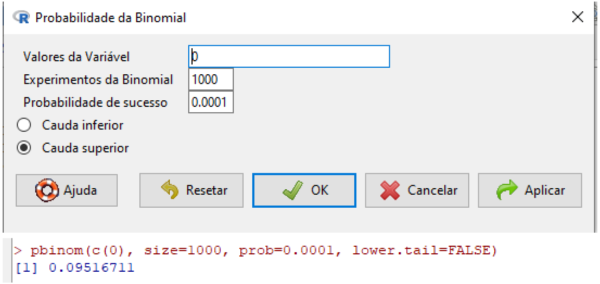



```
> pbinom(c(0), size=1000, prob=0.0001, lower.tail=TRUE)
[1] 0.9048329
```

Assim, tem-se que $P(X = 0) = 0{,}9048$.

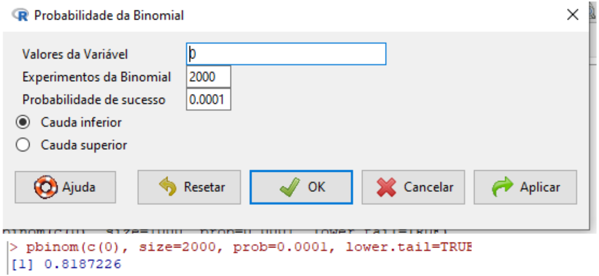
Distribuições de Probabilidade - Binomial

b) A probabilidade de aparecer ao menos uma planta com mutação em 1000 plantas irradiadas.



Assim, tem-se que $P(X \geq 1) = 0{,}0952$.

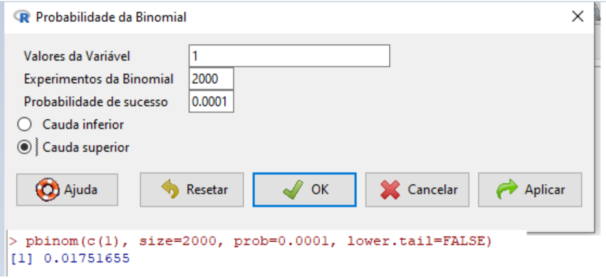
c) A probabilidade de não aparecer planta com mutação em 2000 plantas irradiadas.



Assim, tem-se que $P(X = 0) = 0{,}8187$.

Distribuições de Probabilidade - Binomial

d) A probabilidade de aparecer pelo menos duas plantas com mutação em 2000 plantas irradiadas.

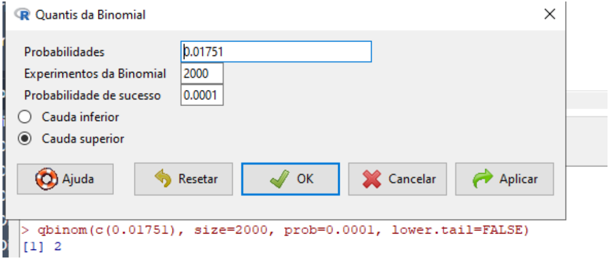


Assim, tem-se que $P(X \geq 2) = 0{,}0175$.

É possível também, dada uma certa probabilidade, encontrar o quantil associada a ela, por exemplo, o interesse pode ser o inverso do visto no item anterior, ou seja, dada uma variável aleatória X, que segue uma distribuição binomial com $n = 2000$ e $p = 0,0001$, qual o valor de x, para o qual P(X $\geq$ x)= 0,01751?

Distribuições > Distribuições discretas > Distribuição binomial > Quantis da binomial

Distribuições de Probabilidade - Binomial



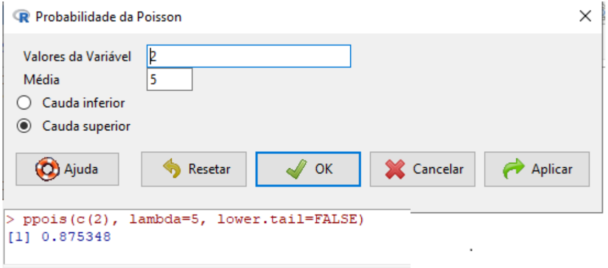
Modelo Poisson

O modelo de probabilidade de Poisson é usado para modelar a probabilidade de ocorrência de um certo número de eventos em um intervalo fixo de tempo ou espaço, dado um número médio esperado de ocorrências. Ele é especialmente útil quando se trata de eventos raros, independentes e discretos.

- Biologia
- Contagem de eventos raros
- Epidemologia

Exemplo 1. A emissão de partículas radioativas tem sido modelada por meio de uma distribuição de Poisson, com o valor do parâmetro dependendo da fonte utilizada. Suponha que o número de partículas alfa, emitidas por minuto, seja uma variável aleatória seguindo o modelo de Poisson com parâmetro 5, isto é, a taxa média de ocorrência é de 5 emissões a cada minuto. Calcule a probabilidade de haver mais de duas emissões em um minuto.

Distribuiçoes > Distribuições Discreta > Distribuição Poisson > Probabilidades da dist. poisson (caudas)

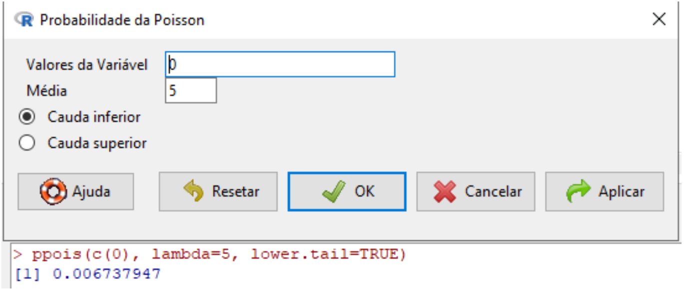


Assim, tem-se que $P(X > 2) = 0{,}8753$.

Exemplo 2. Um telefone recebe, em média, cinco chamadas por minuto. Supondo que a distribuição de Poisson seja adequada nessa situação, obter a probabilidade de que o telefone não receba chamadas durante um intervalo de um minuto.

Distribuições de Probabilidade - Poisson

Distribuiçoes > Distribuições Discreta > Distribuição Poisson > Probabilidades da dist. poisson (caudas)

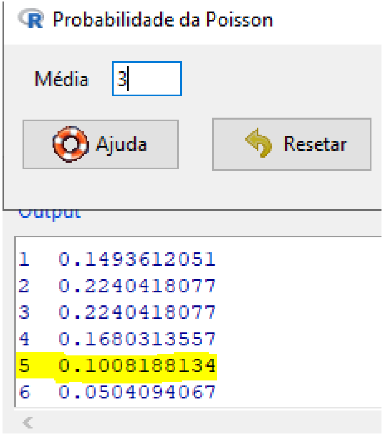


Assim, tem-se que $P(X = 0) = 0{,}0067$.

Exemplo 3. Suponha que um determinado em uma fábrica de laticínios, na etapa de embalagens podem ocorrer falhas, de acordo com uma variável aleatória X que segue uma distribuição de Poisson de parâmetro $\lambda = 3$. ($P\ (X = 3)$).

Distribuiçoes > Distribuições Discreta > Distribuição Poisson > Probabilidades da dist. Poisson

Distribuições de Probabilidade - Poisson



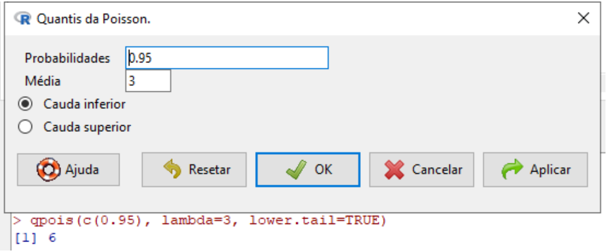
Assim, tem-se, por exemplo, que $P(X = 5) = 0{,}1008$.

Distribuições de Probabilidade - Poisson

Exemplo 4. Usando a mesma distribuição Poisson do **Exemplo 3**, o quantil também pode ser calculado, por exemplo, para que x seja tal que $P(X \leq x) = 0{,}95$.

Distribuiçoes > Distribuições Discreta > Distribuição Poisson > Quantis da dist. Poisson

Distribuições de Probabilidade - Poisson

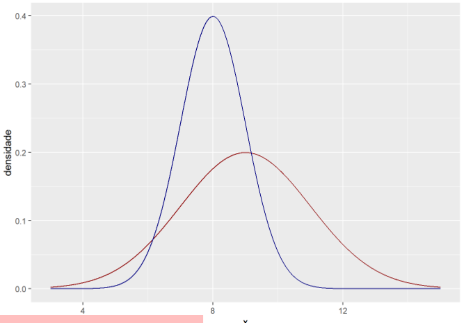


O quantil referente ao percentil de ordem 0,95 de uma variável aleatória que segue uma distribuição de Poisson, com média 3 é 6.

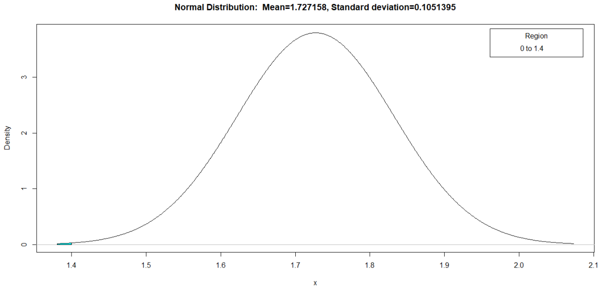
- Distribuições discretas
- Distribuições contínuas

O modelo normal apresenta dois parâmetros - a média e a variância, que determinam o centro e a variabilidade da distribuição dos dados.

Exemplo 1. A curva vermelha possui média igual a 9 e desvo padrão igual a 2, enquanto que, a azul possui média 8 e desvio padrão 1.

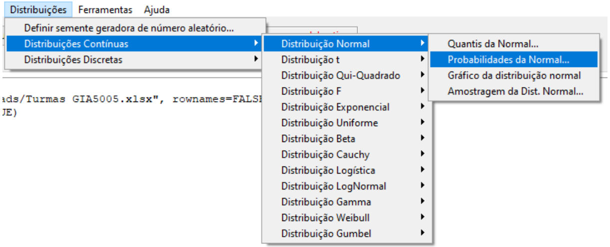


Exemplo 2. Em uma determinada sala de aula, a média das alturas dos alunos é de 1,72 m, com desvio padrão de 0,105 m. Considerando que a distribuição dos dados segue um modelo normal, qual é a probabilidade dos alunos apresentarem uma altura inferior à 1,40 metros? $(P(X < 1{,}40))$



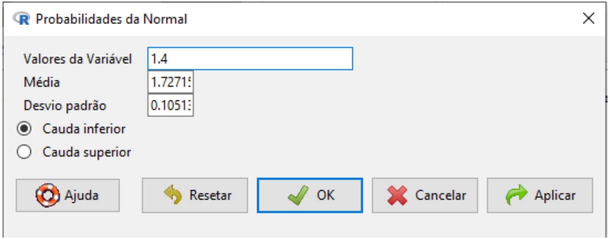
Distribuiçoes de Probabilidade - Normal

Distribuição –> Distribuições contínuas –> Distribuição normal –> Probabilidades da normal



Distribuiçoes de Probabilidade - Normal

Para o cálculo, o valor da variável, a média e o desvio padrão devem ser inseridos. A opção **cauda inferior** deve ser selecionada, pois deseja-se calcular a probabilidade da altura **ser menor** que 1,40 metros.



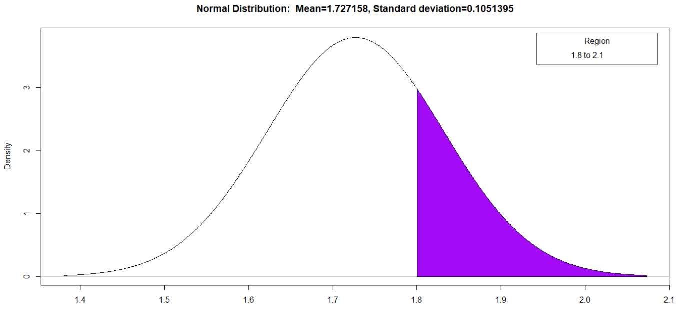
Distribuiçoes de Probabilidade - Normal

```
> pnorm(c(1.4), mean=1.727158, sd=0.1051395, lower.tail=TRUE)
[1] 0.0009302044
```

Assim, tem-se que $P(X < 1{,}40) = 0{,}0009$.

Distribuiçoes de Probabilidade - Normal

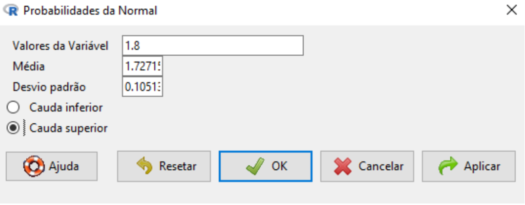
Exemplo 3. Em uma determinada sala de aula, a média das alturas dos alunos é de 1,72 m, com desvio padrão de 0,105 m. Considerando que a distribuição dos dados segue um modelo normal, qual é a probabilidade dos alunos apresentarem uma altura superior a 1,80 m? $(P\ (X > 1{,}80))$



Distribuiçoes de Probabilidade - Normal

Distribuição –> Distribuições contínuas –> Distribuição normal –> Probabilidades da normal

Os mesmos passos do **Exemplo 2** devem ser seguidos, porém, a opção **cauda superior** deve ser selecionada, pois deseja-se conhecer a probabilidade da altura ser **maior** que 1,80 m.



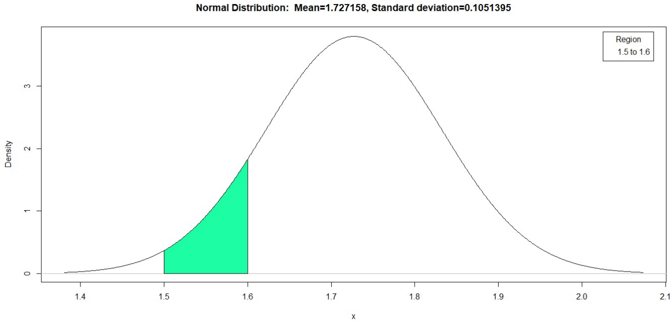
Distribuiçoes de Probabilidade - Normal

```
> pnorm(c(1.8), mean=1.727158, sd=0.1051395, lower.tail=FALSE)
[1] 0.2442135
```

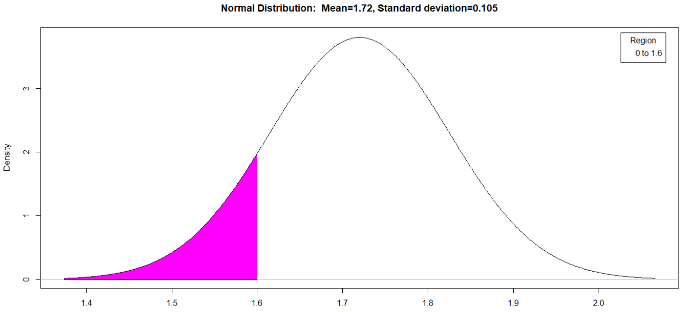
Assim, tem-se que $P(X > 1{,}80) = 0{,}2442$.

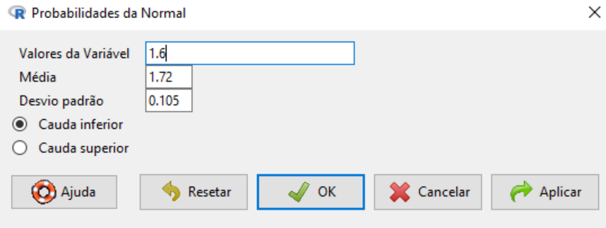
Distribuiçoes de Probabilidade - Normal

Exemplo 4. Em uma determinada sala de aula, a média das alturas dos alunos é de 1,72 m, com desvio padrão de 0,105 m. Considerando que a distribuição dos dados segue um modelo normal, qual a probabilidade dos alunos possuírem uma altura entre 1,50 m e 1,60? ($P(1{,}50 < X < 1{,}60)$



1. Seguindo os mesmos passos vistos no **Exemplo 2**, calcula-se a P(X < 1,60).

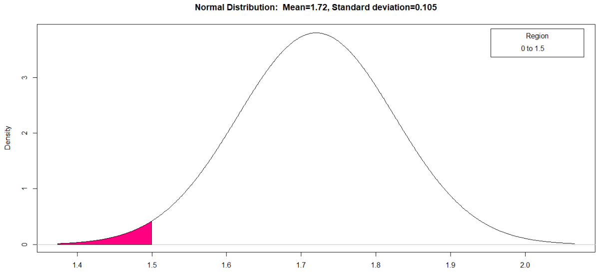


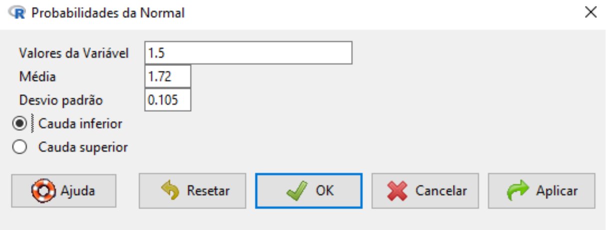


Output

```
> pnorm(c(1.6), mean=1.72, sd=0.105, lower.tail=TRUE)
[1] 0.126549
```

2. Seguindo os mesmos passos vistos no **Exemplo 2**, calcula-se a P(X < 1,50).



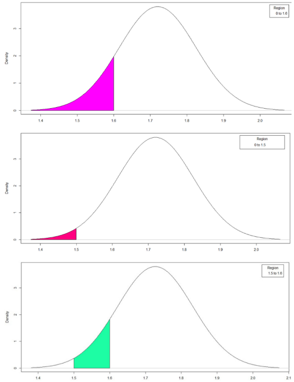


Output

```
> pnorm(c(1.5), mean=1.72, sd=0.105, lower.tail=TRUE)
[1] 0.01807492
```

Distribuiçoes de Probabilidade - Normal

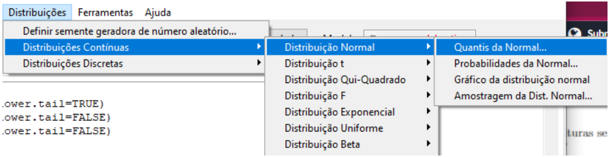
3. $P(1,50 < X < 1,60) = P(X < 1,60) - P(X < 1,50) = 0,126549 - 0,01807492 = 0,1084741.$



Exemplo 5. Calcule os valores de X correspondentes às porcentagens esperadas, em que X é o diâmetro em mm de tomates, que segue uma distribuição $N(60, 49)$.

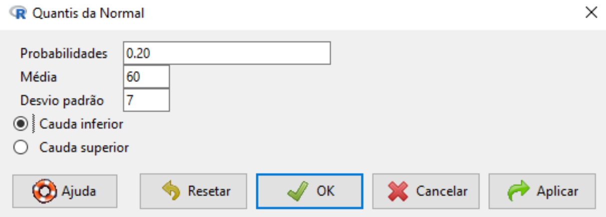
Classificação	Diâmetro	Porcentagem esperada
Pequeno	até ___ *mm*	20%
Médio	De ___ a ___ *mm*	60%
Grande	acima de ___ *mm*	20%

1. Distribuição –> Distribuições contínuas –> Distribuição normal –> Quantis da normal

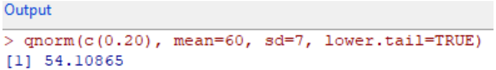


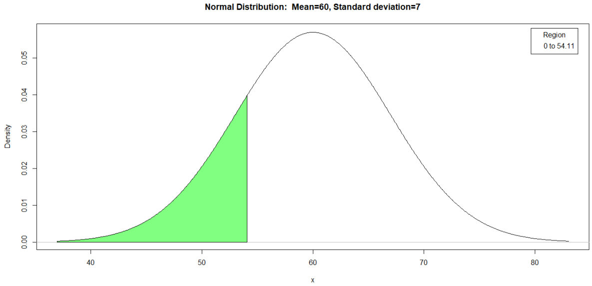
Vamos calcular o diâmetro classificado como pequeno, que varia de 0 até x mm, ou seja, $P(X < x) = 0,20$

Seleciona-se a **cauda inferior**, e preenche as informações da probabilidade (0.20), média (60) e desvio padrão (7).



Distribuiçoes de Probabilidade - Normal



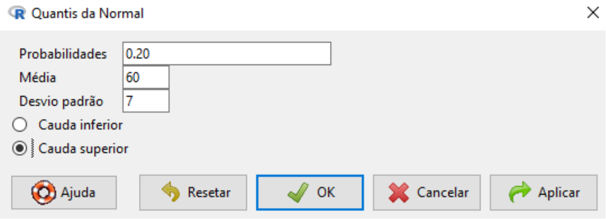


Assim, os 20% dos tomates classificados como pequenos possuem diâmetros de até 54,108 mm.

Agora, vamos calcular o diâmetro classificado como médio, que está entre x_1 e x_2, ou seja, $P(x_1 < X < x_2) = 0,60$

Como valor de $x_1 = 54,108$ mm, já calculado anteriormente, basta então o cálculo de x_2.

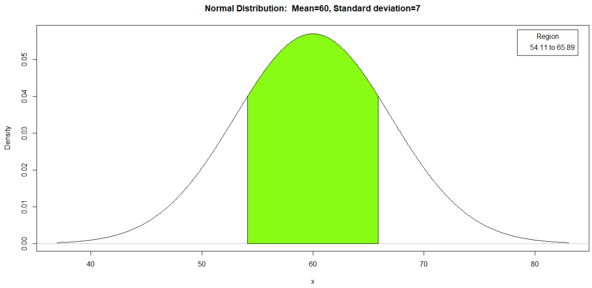
Seleciona-se a **cauda superior**, e preenche as informações da probabilidade (0.20), média (60) e desvio padrão (7).



Distribuiçoes de Probabilidade - Normal

Output

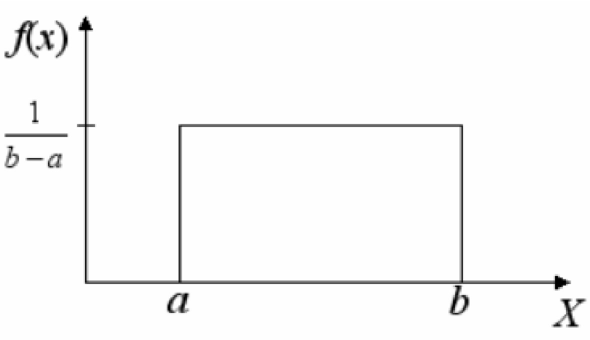
```
> qnorm(c(0.20), mean=60, sd=7, lower.tail=FALSE)
[1] 65.89135
```



Portanto, os diâmetros classificados como médio, são aqueles que possuem diâmetros entre 54,108 mm e 65,89 mm. E, por fim, serão classificados com grandes, aqueles que tiveram um diâmetro superior a 65,89 mm.

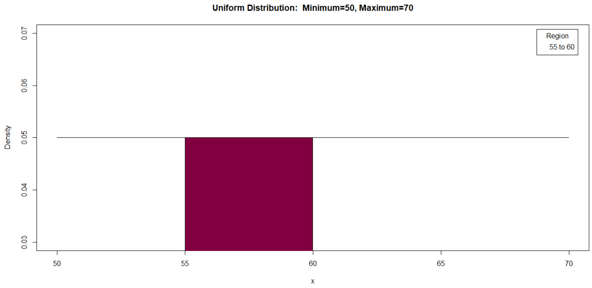
Distribuiçoes de Probabilidade - Uniforme

Uma variável aleatória X que tem distribuição uniforme, é definida em um intervalo [a, b].



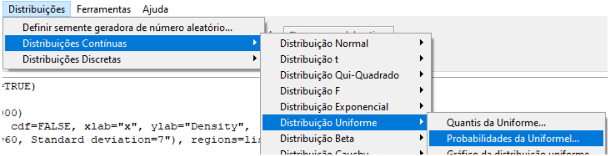
Distribuiçoes de Probabilidade - Uniforme

Exemplo 1. A dureza H de uma peça de aço pode ser pensada como sendo uma variável aleatória com distribuição uniforme no intervalo [50,70] da escala de Rockwell. Calcule a probabilidade de uma peça ter a dureza entre 55 e 60.



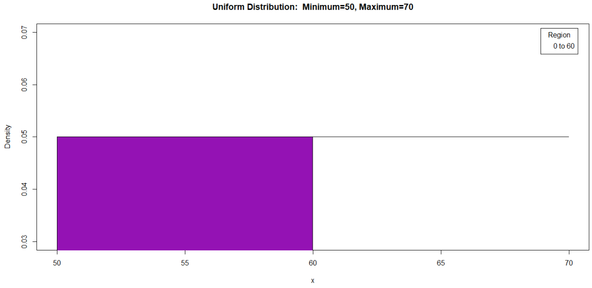
Distribuiçoes de Probabilidade - Uniforme

1. Siga o passo a passo:



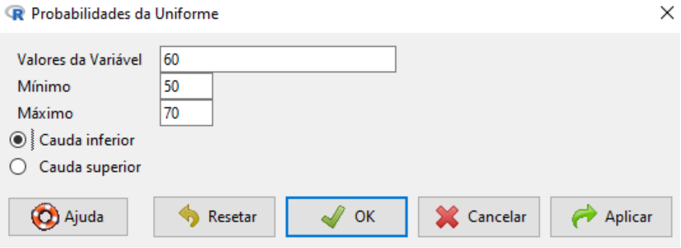
Distribuiçoes de Probabilidade - Uniforme

Pede-se $P(55 < X < 60)$, primeiro calcular a probabilidade da peça de aço possuir uma dureza de até 60, ou seja, $P(X < 60)$.



Distribuiçoes de Probabilidade - Uniforme

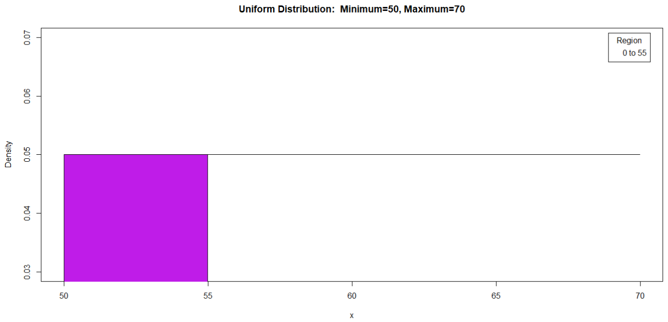
Para o cálculo de $P(X < 60)$, basta inserir valor da variável (60), e os valores de mínimo e máximo do intervalo, dados por 50 e 70, respectivamente.



Output

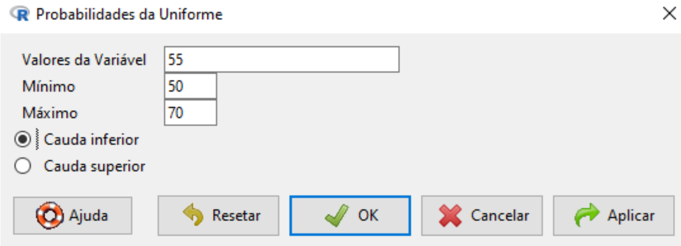
```
> punif(c(60), min=50, max=70, lower.tail=TRUE)
[1] 0.5
```

Em seguida, calcule a probabilidade da peça de aço possuir uma dureza de menor que 55, ou seja, $P(X < 55)$.



Distribuiçoes de Probabilidade - Uniforme

O processo é análogo ao anterior, a única alteração é no valor da variável, que no caso é 55.

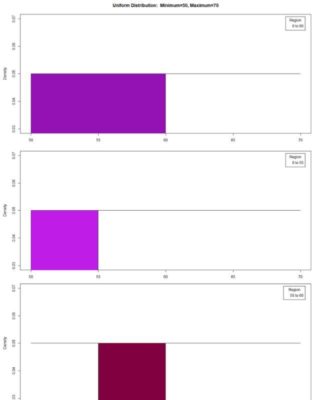


Output

```
> punif(c(55), min=50, max=70, lower.tail=TRUE)
[1] 0.25
```

Distribuiçoes de Probabilidade - Uniforme

Análogo ao exemplo feito para a distribuição normal, para o cálculo da probabilidade desejada, tem-se $P(55 < X < 60) = P(X < 60) - P(X < 55) = 0,50 - 0,25 = 0,25$. Portanto, a probabilidade de uma peça possuir a dureza entre 55 e 60 é de 25%.

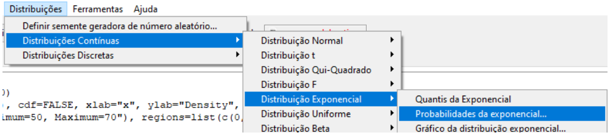


Probabilidade ao longo do tempo ou distância entre ocorrências num intervalo contínuo, utilizado para prever o período de tempo necessário até a ocorrência de um evento.

Exemplo: O tempo de vida (em horas) de um componente eletrônico pode ser considerado uma variável aleatória com distribuição exponencial com $\beta = 500$. Segue-se que a vida média desse componente é $\mathrm{E(T)} = 500$ horas. Qual é a probabilidade de que ele dure mais do que a média?

Distribuições de Probabilidade - Exponencial

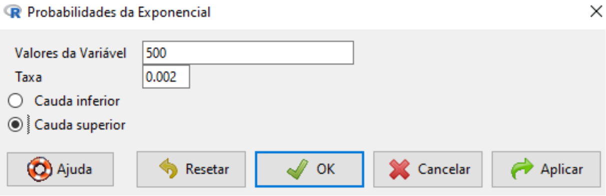
1. Siga o passo a passo.



Basta preencher o valor da variável (500), a taxa é calculada pela fração:

$$\text{taxa} = \frac{1}{\beta} = \frac{1}{500} = 0,002.$$

Seleciona-se a **cauda superior**, pois procura-se a probabilidade do tempo de vida durar mais do que a média, ou seja, $P(T > 500)$.



Distribuiçoes de Probabilidade - Exponencial

```
> pexp(c(500), rate=0.002, lower.tail=FALSE)
[1] 0.3678794
```

Assim, tem-se a probabilidade de 36,78% de que o tempo de vida do componente eletrônico dure mais do que a média.