

① از روی حالت بنویس استناد می کنیم :

$$\left\lfloor \frac{m}{r} \right\rfloor = \left\lfloor \frac{rk}{r} \right\rfloor = k = k - \frac{1}{r} + \frac{1}{r} = k - \frac{1}{r} + \frac{(-1)^{rk}}{r} = k - \frac{1}{r} + \frac{(-1)^m}{r} \quad (الف) \quad m=rk$$

$$\Rightarrow \frac{rk}{r} - \frac{1}{r} + \frac{(-1)^m}{r} = \frac{m}{r} - \frac{1}{r} + \frac{(-1)^m}{r}$$

$$\left\lfloor \frac{m}{r} \right\rfloor = \left\lfloor \frac{r(k+1)}{r} \right\rfloor = k = \frac{rk+1}{r} - \frac{1}{r} = \frac{rk+1}{r} - \frac{1}{r} - \frac{1}{r} \Rightarrow \frac{rk+1}{r} - \frac{1}{r} + \frac{(-1)^{rk+1}}{r} \quad (ب) \quad m=rk+1$$

$$\Rightarrow \frac{rk+1}{r} = k + \frac{1}{r} \Rightarrow \frac{m}{r} = k + \frac{1}{r} + \frac{(-1)^m}{r}$$

$$\left\lfloor \frac{m}{r} \right\rfloor = \frac{m}{r} + \frac{1}{r} + \frac{(-1)^{m+1}}{r}$$

برای $\left\lfloor \frac{m}{r} \right\rfloor$ داریم

با هم با حالت بنویس

$$\left\lfloor \frac{rk}{r} \right\rfloor = \frac{rk}{r} = k + \frac{1}{r} - \frac{1}{r} = k + \frac{1}{r} + \frac{(-1)^{rk+1}}{r} \Rightarrow \frac{m}{r} + \frac{1}{r} + \frac{(-1)^{m+1}}{r} \quad (الف) \quad m=rk$$

$$\left\lfloor \frac{rk+1}{r} \right\rfloor = k+1 = k + \frac{1}{r} + \frac{1}{r} = \frac{rk+1}{r} + \frac{1}{r} + \frac{1}{r} = \frac{rk+1}{r} + \frac{1}{r} + \frac{(-1)^{rk+1}}{r} \quad (ب) \quad m=rk+1$$

$$\Rightarrow \frac{m}{r} + \frac{1}{r} + \frac{(-1)^{m+1}}{r}$$

subject: _____

date: _____

$$a = \lfloor \sqrt{x} \rfloor \Rightarrow a \leq \sqrt{x} < a+1 \xrightarrow{\text{توان}} a^2 \leq x < (a+1)^2 \Rightarrow a^2 \leq \lfloor x \rfloor < (a+1)^2 \quad (2)$$

$$\Rightarrow a < \sqrt{\lfloor x \rfloor} < a+1 \longrightarrow \lfloor \sqrt{x} \rfloor = \sqrt{\lfloor x \rfloor}$$

حالا از همین روشی تست م سوال را اثبات می کنیم:

$$a = \lfloor \sqrt{x} \rfloor \Rightarrow a \leq \sqrt{x} < a+1 \xrightarrow{\text{توان}} (a-1)^2 \leq x < a^2 \Rightarrow (a-1)^2 < \lfloor x \rfloor \leq a^2 \Rightarrow a-1 < \sqrt{\lfloor x \rfloor} \leq a$$

$$\Rightarrow \lfloor \sqrt{x} \rfloor = \sqrt{\lfloor x \rfloor}$$

...

1 1 1 1

0 یا 1

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} = A$$

۴

وقتی n یک عدد متوالی در کنار هم قرار بگیرند، جایگشت این در با هم، تکراری است.
همین برای n در صورتی متوالی اینطور است

$$\binom{n}{2}$$

۵ الف

$$\{1, 2, 3, \dots, n\} \rightarrow \{0, 1\}$$

$$\{1, n\} \rightarrow \{0\}$$

$$\{1, 2, \dots, n-1\} \rightarrow \{1\}$$

$$\binom{n-2}{1} + \binom{n-2}{2} + \dots + \binom{n-2}{n-2}$$

ب

$$\binom{n-1}{1} + \binom{n-1}{2} + \dots + \binom{n-1}{n-1}$$

ج