Phân tích & Thiết kế thuật toán (Algorithms Design & Analysis)

L/O/G/O

GV: HUYNH THỊ THANH THƯƠNG

Email: thuonghtt@uit.edu.vn



Bài 1

```
sum = 0;
i = 1;
while (i \le n)
       j = 1;
       while (j \le n)
       \{ sum = sum + i*j;
              j = j + 1;
       i = i + 1;
```

Số phép gán ? Số phép so sánh ?

```
\{1 g\}
sum = 0;
                                \{1 g\}
i = 1;
while (i \le n)
                               {n+1 ₩ ng lặp while ngoài lặp bao nhiêu lần?
     j = 1;
                                {n g}
                                            Số lần lặp = số con i,
                                     với i chạy từ 1 đến n, bước tăng là 1
        while (j \le n)
                sum = sum + i*j;
                j = j + 1;
                                                 While ngoài lặp n lần
        i = i + 1;
                                {n g}
```

```
\{1 g\}
sum = 0;
i = 1;
                                 \{1 g\}
while (i \le n)
                               {n+1 ss}
{
        j = 1;
                                 {n g}
        while (j \le n)
                 sum = sum + i thối while rong sẽ được thực hiện n lần
                                        1 lần tốn bao nhiêu phép toán?
                 j = j + 1;
                                 {n g}
        i = i + 1;
```

```
sum = 0; \\ i = 1; \\ while (i \le n) \\ \{ \qquad \qquad j = 1; \\ \qquad \qquad while (j \le n) \\ \{ \qquad \qquad sum = sum + i*j; \\ \qquad \qquad j = j + 1; \\ \} \\ \qquad \qquad i = i + 1; \\ \}
```

```
while (j \le n)

{ sum = sum + i*j; {n g}

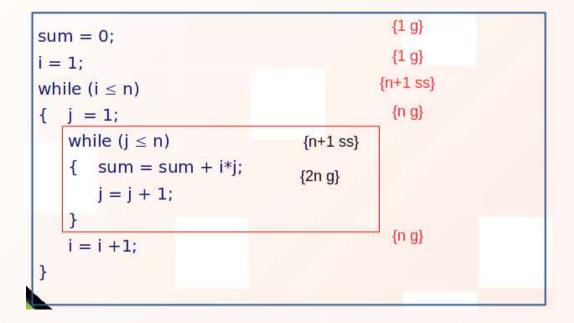
 j = j + 1; {n g}

}
```

Vòng lặp while trong lặp bao nhiêu lần?

Số lần lặp while trong = số con j, với j chạy từ 1 đến n, bước tăng là 1

Cứ 1 lần thực hiện while trong sẽ tốn chi phí là 2n phép gán và n+1 phép so sánh



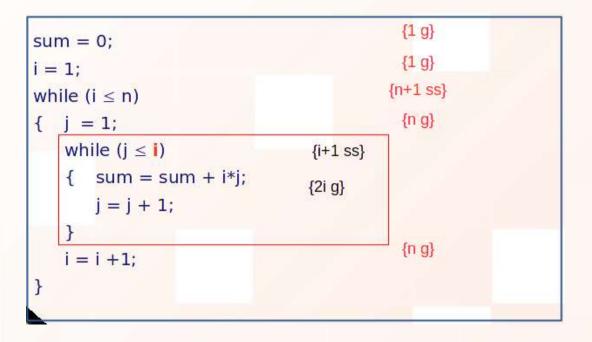
$$T(n) = Gán(n) + SS(n)$$

$$T(n) = 3n^2 + 4n + 3$$

$$G\acute{a}n(n) = 2 + 2n + \sum_{i=1}^{n} (2n) = 2 + 2n + 2n^{2}$$

$$Sosánh(n) = n + 1 + \sum_{i=1}^{n} (n+1) = n + 1 + n(n+1) = n^2 + 2n + 1$$

```
\{1 g\}
sum = 0;
                                                  \{1 g\}
i = 1;
                                                {n+1 ss}
while (i \le n)
                                                  {n g}
        j = 1;
        while (j \leq i)
                                     {i+1 ss}
          sum = sum + i*j;_{2i g}
                j = j + 1;
                                                  {n g}
        i = i + 1;
}
```



$$Sosánh(n) = n + 1 + \sum_{i=1}^{n} (i+1)$$

$$G\acute{a}n(n) = 2 + 2n + \sum_{i=1}^{n} (2i) = 2 + 2n + 2\sum_{i=1}^{n} (i)$$

$$Gán(n) = 2 + 2n + 2\frac{(1+n)n}{2}$$

Cấp số cộng



- Cấp số cộng: dãy số thoả mãn điều kiện: 2 phần tử liên tiếp nhau sai khác nhau một hằng số (công sai)
 - Số hạng thứ n:

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

Tổng của n số hạng đầu:

$$S_n=a_1+a_2+\cdots+a_n=rac{n(a_1+a_n)}{2}$$

(a₁: phần tử đầu, d: công sai)

$$=\frac{n[2a_1+(n-1)d]}{2}$$





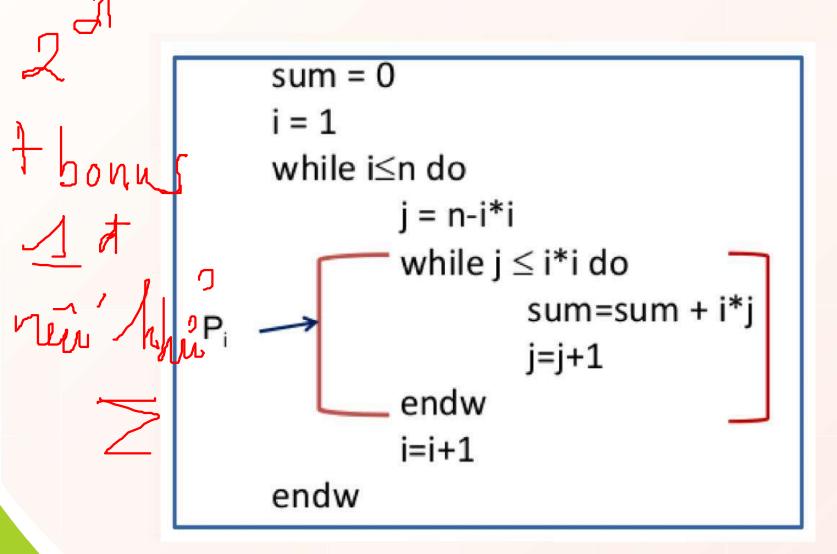
Bài 3

Đã giải hoàn chỉnh tại lớp
- Có thể while trong sẽ
không lặp 1 lần nào cả khi
điều kiện lặp ban đầu đã
sai

```
sum := 0;
i := 1;
while (i \le n) do
      j := n-i;
       while (j \le i) do
              sum := sum + j;
             j := j + 1;
       endw;
      i = i + 1;
endw;
```



Bài tập trên lớp (lấy điểm quá trình) : Inclass#01 >



Tổng hữu hạn



Một số công thức cần nhớ:

Important Summation Formulas

1.
$$\sum_{i=l}^{u} 1 = \underbrace{1 + 1 + \dots + 1}_{u-l+1 \text{ times}} = u - l + 1 \ (l, u \text{ are integer limits}, l \le u); \quad \sum_{i=1}^{n} 1 = n$$

2.
$$\sum_{i=1}^{n} i = 1 + 2 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$

3.
$$\sum_{i=1}^{n} i^2 = 1^2 + 2^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

4.
$$\sum_{i=1}^{n} i^{k} = 1^{k} + 2^{k} + \dots + n^{k} \approx \frac{1}{k+1} n^{k+1}$$

Tổng hữu hạn



Một số công thức cần nhớ:

5.
$$\sum_{i=0}^{n} a^{i} = 1 + a + \dots + a^{n} = \frac{a^{n+1} - 1}{a - 1} \ (a \neq 1); \quad \sum_{i=0}^{n} 2^{i} = 2^{n+1} - 1$$

6.
$$\sum_{i=1}^{n} i2^{i} = 1 \cdot 2 + 2 \cdot 2^{2} + \dots + n2^{n} = (n-1)2^{n+1} + 2$$

7.
$$\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{i} = 1 + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{n} \approx \ln n + \gamma, \text{ where } \gamma \approx 0.5772 \dots \text{ (Euler's constant)}$$

8.
$$\sum_{i=1}^{n} \lg i \approx n \lg n$$



Đếm số phép gán và so sánh

Bài 4

Đã giải hoàn chỉnh tại lớp
- Quan sát các giá trị có
thể có của j

```
sum := 0;
i := 1;
while (i \le n) do
      j := i;
       while (j > 0) do
              sum := sum + 1;
              j := j \text{ div } 2;
       endw;
       i = i + 1;
endw;
```



Đếm số phép gán và so sánh

Bài 5

Đã giải hoàn chỉnh tại lớp - Có lập bảng xét dấu để xét trường hợp x>0, y>0

```
i = 1; count = 0;
while (i \le 3*n)
     x = i - 2*n;
      y = n - i;
      i = 1;
     while (j \le x)
            count = count - 1;
            j = j+2;
     } if (y > 0)
            if (x > 0)
                  count = count + 1;
      i = i+1;
```