

Phân tích & Thiết kế thuật toán (Algorithms Design & Analysis)

L/O/G/O

GV: HUỖNH THỊ THANH THƯỜNG

Email: thuonghtt@uit.edu.vn

TỔNG QUAN

CHƯƠNG 1



L/O/G/O

www.themegallery.com

Khởi động

Bài 1

```
sum = 0;
i = 1;
while (i ≤ n)
{
    j = 1;
    while (j ≤ n)
    {
        sum = sum + i*j;
        j = j + 1;
    }
    i = i + 1;
}
```

Số phép gán ?
Số phép so sánh ?

Khởi động Bài 1

```
sum = 0;
i = 1;
while (i ≤ n)
{
    j = 1;
    while (j ≤ n)
    {
        sum = sum + i*j;
        j = j + 1;
    }
    i = i + 1;
}
```

{1 g}

{1 g}

{n+1 ss}

{n g}

{n g}

Vòng lặp while ngoài lặp bao nhiêu lần?

Số lần lặp = số con i,
với i chạy từ 1 đến n, bước tăng là 1

While ngoài lặp n lần

Khởi động Bài 1

```
sum = 0;           {1 g}
i = 1;             {1 g}
while (i ≤ n)      {n+1 ss}
{
    j = 1;         {n g}
    while (j ≤ n)
    {
        sum = sum + i*j;
        j = j + 1;
    }
    i = i + 1;     {n g}
}
```

Khối while trong sẽ được thực hiện n lần
1 lần tốn bao nhiêu phép toán?

Khởi động Bài 1

```
sum = 0;
i = 1;
while (i ≤ n)
{
    j = 1;
    while (j ≤ n)
    {
        sum = sum + i*j;
        j = j + 1;
    }
    i = i + 1;
}
```

```
while (j ≤ n)
{
    sum = sum + i*j;
    j = j + 1;
}
```

{n+1 ss}
{n g}
{n g}

Vòng lặp while trong lặp bao nhiêu lần?

Số lần lặp while trong = số con j,
với j chạy từ 1 đến n, bước tăng là 1

Cứ 1 lần thực hiện while trong sẽ tốn chi phí là $2n$ phép gán và $n+1$ phép so sánh

Khởi động Bài 1

```
sum = 0;           {1 g}
i = 1;             {1 g}
while (i ≤ n)      {n+1 ss}
{ j = 1;           {n g}
  while (j ≤ n)    {n+1 ss}
  { sum = sum + i*j; {2n g}
    j = j + 1;
  }
  i = i + 1;       {n g}
}
```

$$T(n) = \text{Gán}(n) + \text{SS}(n)$$

$$T(n) = 3n^2 + 4n + 3$$

$$\text{Gán}(n) = 2 + 2n + \sum_{i=1}^n (2n) = 2 + 2n + 2n^2$$

$$\text{Sosánh}(n) = n + 1 + \sum_{i=1}^n (n + 1) = n + 1 + n(n + 1) = n^2 + 2n + 1$$

Khởi động

Bài 2

```
sum = 0;
```

{1 g}

```
i = 1;
```

{1 g}

```
while (i ≤ n)
```

{n+1 ss}

```
{    j = 1;
```

{n g}

```
    while (j ≤ i)
```

{i+1 ss}

```
    {    sum = sum + i*j;
```

{2i g}

```
        j = j + 1;
```

```
    }
```

```
        i = i + 1;
```

{n g}

```
}
```


Khởi động

Bài 2

```
sum = 0;           {1 g}
i = 1;             {1 g}
while (i ≤ n)      {n+1 ss}
{  j = 1;          {n g}
  while (j ≤ i)    {i+1 ss}
  {  sum = sum + i*j; {2i g}
    j = j + 1;
  }
  i = i + 1;       {n g}
}
```

$$Sosánh(n) = n + 1 + \sum_{i=1}^n (i + 1)$$

$$Gán(n) = 2 + 2n + \sum_{i=1}^n (2i) = 2 + 2n + 2 \sum_{i=1}^n (i)$$

$$Gán(n) = 2 + 2n + 2 \frac{(1+n)n}{2}$$

Cấp số cộng

❖ **Cấp số cộng**: dãy số thoả mãn điều kiện: 2 phần tử liên tiếp nhau sai khác nhau một hằng số (công sai)

- **Số hạng thứ n :**

$$a_n = a_1 + (n - 1)d$$

- **Tổng của n số hạng đầu:**

$$S_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = \frac{n(a_1 + a_n)}{2}$$

(a_1 : phần tử đầu, d : công sai)

$$= \frac{n[2a_1 + (n - 1)d]}{2}$$

Khởi động

Bài 3

Đã giải hoàn chỉnh tại lớp
- Có thể while trong sẽ
không lặp 1 lần nào cả khi
điều kiện lặp ban đầu đã
sai

```
sum := 0;  
i := 1;  
while (i ≤ n) do  
    j := n-i;  
    while (j ≤ i) do  
        sum := sum + j;  
        j := j + 1;  
    endw;  
    i = i + 1;  
endw;
```

Bài tập trên lớp (lấy điểm quá trình) : Inclass#01

```
sum = 0
i = 1
while i ≤ n do
    j = n - i * i
    while j ≤ i * i do
        sum = sum + i * j
        j = j + 1
    endw
    i = i + 1
endw
```

P_i →

Tổng hữu hạn

❖ Một số công thức cần nhớ:

Important Summation Formulas

1. $\sum_{i=l}^u 1 = \underbrace{1 + 1 + \cdots + 1}_{u-l+1 \text{ times}} = u - l + 1$ (l, u are integer limits, $l \leq u$); $\sum_{i=1}^n 1 = n$

2. $\sum_{i=1}^n i = 1 + 2 + \cdots + n = \frac{n(n+1)}{2}$

3. $\sum_{i=1}^n i^2 = 1^2 + 2^2 + \cdots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

4. $\sum_{i=1}^n i^k = 1^k + 2^k + \cdots + n^k \approx \frac{1}{k+1} n^{k+1}$

Tổng hữu hạn

❖ Một số công thức cần nhớ:

$$5. \sum_{i=0}^n a^i = 1 + a + \cdots + a^n = \frac{a^{n+1} - 1}{a - 1} \quad (a \neq 1); \quad \sum_{i=0}^n 2^i = 2^{n+1} - 1$$

$$6. \sum_{i=1}^n i2^i = 1 \cdot 2 + 2 \cdot 2^2 + \cdots + n2^n = (n - 1)2^{n+1} + 2$$

$$7. \sum_{i=1}^n \frac{1}{i} = 1 + \frac{1}{2} + \cdots + \frac{1}{n} \approx \ln n + \gamma, \text{ where } \gamma \approx 0.5772 \dots \text{ (Euler's constant)}$$

$$8. \sum_{i=1}^n \lg i \approx n \lg n$$

Đếm số phép gán và so sánh

Bài 4

Đã giải hoàn chỉnh tại lớp
- Quan sát các giá trị có thể có của j

```
sum := 0;  
i := 1;  
while (i ≤ n) do  
    j := i;  
    while (j > 0) do  
        sum := sum + 1;  
        j := j div 2;  
    endw;  
    i = i + 1;  
endw;
```

Đếm số phép gán và so sánh

Bài 5

Đã giải hoàn chỉnh tại lớp
- Có lập bảng xét dấu để
xét trường hợp $x > 0$, $y > 0$

```
i= 1; count = 0;
while (i ≤ 3*n)
{
    x = i - 2*n;
    y = n - i ;
    j = 1;
    while (j ≤ x)
    {
        count = count - 1;
        j = j+2;
    }
    if (y > 0)
        if (x > 0)
            count = count + 1;
    i = i+1;
}
```