



**ENSTA
BRETAGNE**



Projet Forme d'Onde et Modulation

Janvier 2022

Gabriel GUÉGANNO
Alexandre KHA

Table des matières

Introduction	3
Notations	4
Description du code Matlab	4
Affichage et analyse spectrale	5
Question 1	5
Message	6
Question 2	6
Modulations	6
Question 3	6
Question 4	7
Canal de transmission	10
Question 5	10
Démodulations	13
Question 6	13
Qualité de transmission et taux d'erreur (BER : Bit Error Rate)	16
Question 7	16
Simulation d'une chaine de transmission	16
Question 8	16
Analyse des paramètres de Modulation/Démodulation (MODEM)	16
Question 9	16

Table des figures

1	Spectre temporel de $\cos(2\pi 200t)$	5
2	DSP de $\cos(2\pi 200t)$	5
3	Résultat d'une modulation OOK avec le message binaire transformée en signal rectangle $bin(t)$ sur le subplot 1, la porteuse $c(t)$ en subplot 2 et le signal modulé $s(t)$ en subplot 3	6
4	Illustration d'un exemple de modulation DSSS	7
5	Illustration d'un exemple de modulation BPSK + DSSS	8
6	DSP de $s_1 = BPSK(m = (101), A_{max} = 2, F_c = 100, F_s = 1000, T_b = 0.1)$	9
7	DSP de $s_2 = DSSS(s_1, p = (10101))$	9
8	Exemple de signaux avant et après le passage dans le canal de transmission pour les deux types de modulation (SNR = 25)	10
9	Exemple de signaux avant et après le passage dans le canal de transmission pour les deux types de modulation (SNR = 10)	11
10	DSP d'un signal émis idéal	12
11	DSP du signal reçu après passage par la canal de transmission (SNR = 25 dB)	12
12	Spectre temporel du signal à transmettre et des signaux démodulés pour les deux démodulations	13
13	Spectre fréquentiel du signal avant et après le canal de transmission (modulation OOK)	14
14	Spectre fréquentiel du signal avant et après le canal de transmission (modulation DSSS)	15

Introduction

Le principal but de ce sujet est la modélisation sous MATLAB d'une simple chaîne de transmission numérique, en se basant sur des formes d'ondes et modulations numériques récentes. Il nous permet d'expliquer des notions simples mais essentielles en communication numérique. Les parties sur les codages source et canal ne seront pas considérées ici (le codage canal ou codage source seront développées ultérieurement dans le module traitement et protection de l'information). Le canal de transmission est considéré comme un canal idéal avec un bruit additif blanc gaussien (AWGN : Additive White Gaussian Noise). Dans ce cas, la non linéarité, la sélectivité fréquentielle et les multi-trajets du canal seront négligés. Ainsi l'interférence entre symboles n'est pas considérée. Donc on suppose que le débit respecte le critère de Nyquist-Shannon et un filtre de mise en forme ne sera pas nécessaire. La synchronisation entre l'émetteur et le récepteur est supposée parfaite. Finalement, le simple cas d'un seul émetteur-récepteur est considéré, le multiplexage ne sera pas pris en considération.

Notations

Les notations que nous avons utilisés au cours de ce projet, que ce soit pour le rapport ou le code sur Matlab sont les suivantes :

- s : signal temporel
- S : signal fréquentiel correspondant à la transformée de Fourier de s
- s_{bin} : signal binaire correspondant au signal s
- F_c : fréquence de la porteuse
- A_{max} : amplitude de la porteuse
- F_s : fréquence d'échantillonnage
- T_b : durée d'émission d'un bit

Description du code Matlab

Notre code sous Matlab est composé de dix-sept fichiers et fonctions. Voici une description de leur rôle dans ce projet :

- TraceTI.m* : fonction affichant un signal.
- TraceFFT.m* : fonction affichant le spectre d'un signal.
- rbin.m* : fonction générant une suite aléatoire de bits.
- binToSig.m* : fonction auxiliaire qui permet de convertir un message binaire en signal pourvu que l'on connaisse la période de bit T_b et la fréquence d'échantillonnage F_s .
- OOK.m* : fonction effectuant une modulation OOK.
- BPSK.m* : fonction effectuant une modulation BPSK d'un signal.
- DSSS_BPSK.m* : fonction effectuant une modulation DSSS, suivie d'une modulation BPSK d'un signal.
- Analyse_spectrale_DSSS_Q4.m* : fichier utilisé pour l'analyse spectrale de la modulation DSSS.
- channel.m* : fonction simulant un canal de transmission, qui renvoie le signal émis (déjà modulé) auquel du bruit gaussien blanc est ajouté.
- OOK_demod.m* : fonction effectuant une démodulation pour un signal ayant été modulé par une modulation de type OOK.
- DSSS_BPSK_demod.m* : fonction effectuant une démodulation pour un signal ayant été modulé par deux modulation de type DSSS et BPSK.
- ber.m* : fonction calculant le taux d'erreur entre deux chaînes binaires à la transmission.
- Main.m* : fichier traitant un message binaire et simule une chaîne de transmission.
- MODEM_parameters_Q9.m* : fichier utilisé pour tester différents paramètres du MODEM.
- test_OOK.m* : fichier testant la modulation OOK. Il affiche les graphiques représentant le signal à moduler, la porteuse et le signal modulé.
- test_DSSS_BPSK.m* : fichier testant la modulation DSSS. Il affiche les graphiques représentant le signal à moduler, le code pseudo-aléatoire, la porteuse et le signal modulé.
- test_Channel.m* : fichier testant le canal de transmission. Pour chacune des modulation, un graphique du signal en entrée et en sortie du canal de transmission est affiché.

Affichage et analyse spectrale

Question 1

Il n'y a rien à signaler dans cette question qui ne consiste qu'à implémenter un plot dans des fonctions. On notera que *TraceTI* prend en arguments un vecteur des temps t et un signal x dépendant de t , et trace $x(t)$. On a considéré que le vecteur des temps était déjà échantillonné selon une fréquence d'échantillonnage F_s . *TraceFFT* prend en arguments également un vecteur des temps t et un signal x . On fait bien attention à utiliser *fftshift* et non pas *fft* pour centrer le spectre fréquentiel (on fait ici le choix de représenter la Densité Spectrale de Puissance) en 0.

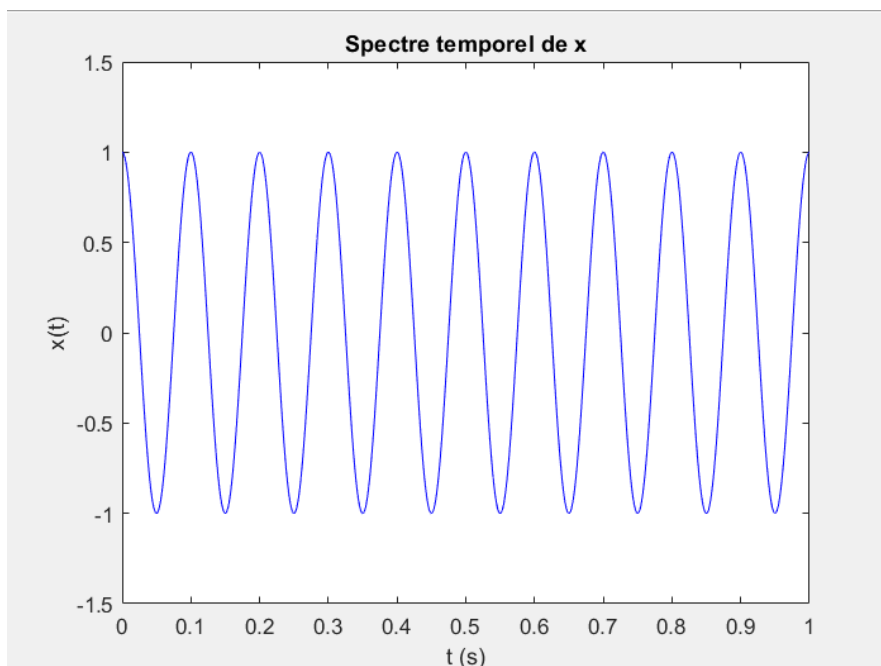


FIGURE 1 – Spectre temporel de $\cos(2\pi 200t)$

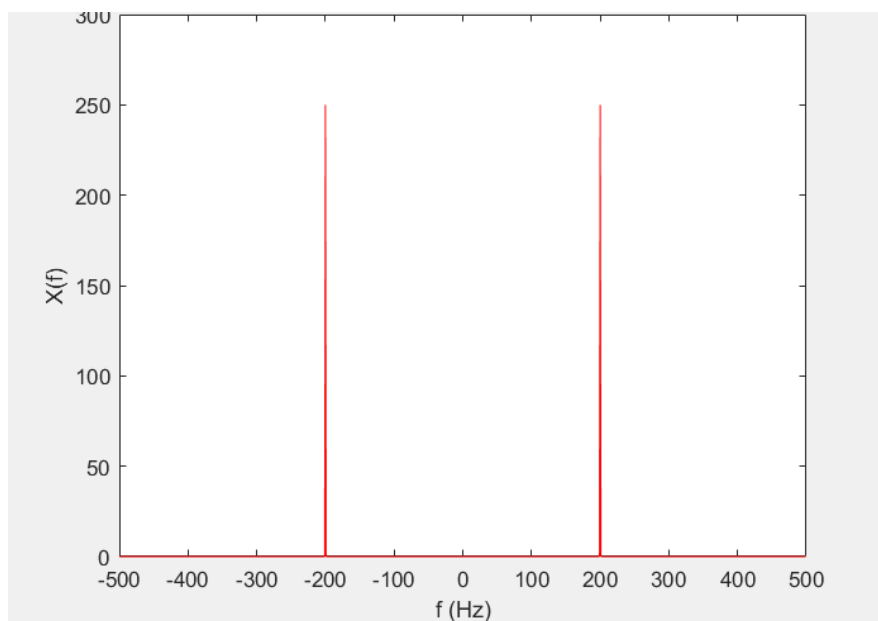


FIGURE 2 – DSP de $\cos(2\pi 200t)$

Message

Question 2

Nous souhaitons créer un message aléatoire contenant des bits binaires par le biais d'une fonction $rbn(n)$, qui prend en argument le nombre de bits contenus. Avec $randn$, on génère un vecteur ligne de n colonnes de réels aléatoires suivant une loi normale. On transforme chaque nombre en booléen (0 ou 1) suivant s'ils sont positifs ou non. Par exemple : $rbn(5)$ peut générer $randn(5) = 2.67 \ -1.56 \ -2.3 \ 1.57 \ 2.34$ qui sera transformé en 10011.

Modulations

Question 3

La modulation OOK est modélisée comme suit. Étant un message binaire R , par exemple 0100101011, et une porteuse $c(t) = A \times \cos(2\pi f_c t)$, nous obtenons le signal modulé :

$$s(t) = R(\lfloor \frac{t}{T_b} \rfloor) c(t)$$

$$= \begin{cases} 0 & \text{si } R(\lfloor \frac{t}{T_b} \rfloor) = 0 \\ c(t) & \text{sinon} \end{cases}$$

Pour programmer cette modulation, on prend un vecteur nul de la meme longueur que la porteuse et on y remplace les 0 par les valeurs de la porteuse lorsque le bit du temps correspondant vaut 1. On notera qu'un bit est représenté pendant une période T_b .

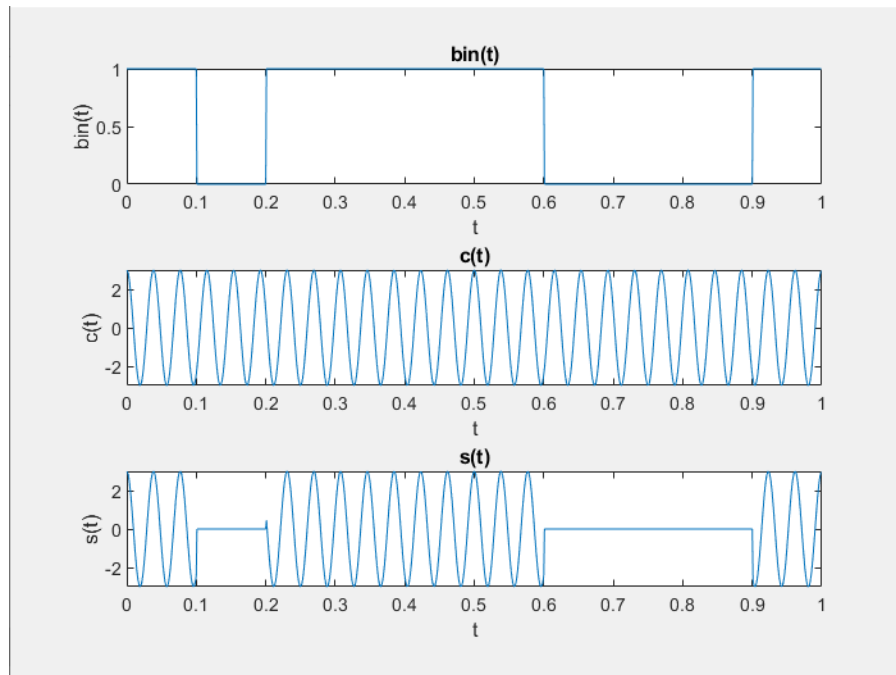


FIGURE 3 – Résultat d'une modulation OOK avec le message binaire transformée en signal rectangle $bin(t)$ sur le subplot 1, la porteuse $c(t)$ en subplot 2 et le signal modulé $s(t)$ en subplot 3

Question 4

La modulation DSSS (par étalement de bande passante) consiste à multiplier un signal message $m(t)$ par un code pseudo-aléatoire $p(t)$ possédant un plus grand "chip rate" (fréquence de chips ou de pulsations) que la fréquence des bits du message. Le signal modulé peut être écrit $s(t) = m(t) \times p(t)$.

Dans l'exemple présenté sur la figure suivante, on a :

$$m(t) = 101$$

$$p(t) = 01011 \text{ répété 3 fois}$$

$$s(t) = m(t) \times p(t)$$

Ici on notera qu'une période de bit T_b correspond à 5 périodes de chip T_c .

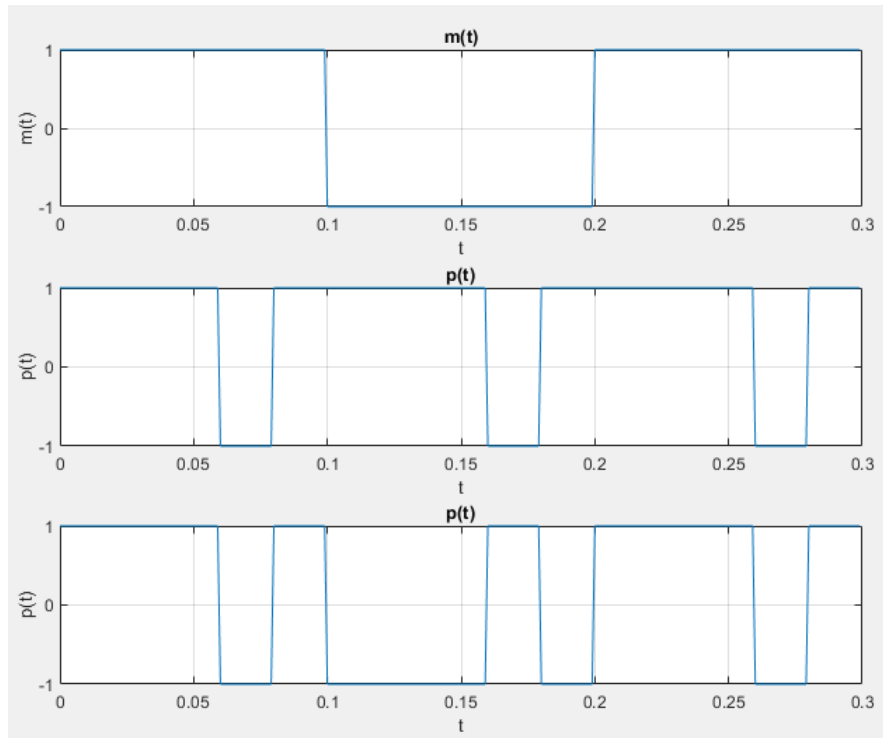


FIGURE 4 – Illustration d'un exemple de modulation DSSS

Dans le cadre de notre étude, on effectue déjà une modulation BPSK sur le message binaire, et c'est sur ce signal que l'on réalise une deuxième modulation DSSS (soit le schéma : message binaire \rightarrow Modulation BPSK par une porteuse $c \rightarrow$ Modulation DSSS par pseudo-bruit p). Une technique de démodulation consiste à multiplier le signal modulé par le même code pseudo-aléatoire. En pratique, du bruit $i(t)$ s'est ajouté à $s(t)$ tel que $s(t) = m(t) \times p(t) + i(t)$. La démodulation produit le signal reçu $r(t) = m(t) + i(t) \times p(t)$, le 2e terme étant à l'évidence gênant. Mais plus le "chip rate" du pseudo code est élevé, plus la densité spectrale du bruit est étalée et de moins grande valeur, ce qui permet de distinguer clairement le message. Les avantages de la modulation DSSS sont une forte sécurité du signal modulé ainsi qu'une immunité au jamming (brouillage intentionnel du signal). En contrepartie la modulation DSSS peut être lente et elle nécessite que le générateur de pseudo-bruit génère des séquences à haute fréquence. Cette modulation possède des applications en CDMA (accès multiple par répartition en code) qui est une norme de réseau permettant à plusieurs liaisons d'utiliser la même fréquence porteuse. Elle permet notamment un accès à un internet haut débit et est utilisée dans les systèmes GNSS ou encore dans des applications militaires. On peut voir les spectres temporels et fréquentiels de la modulation sur les graphiques suivants.

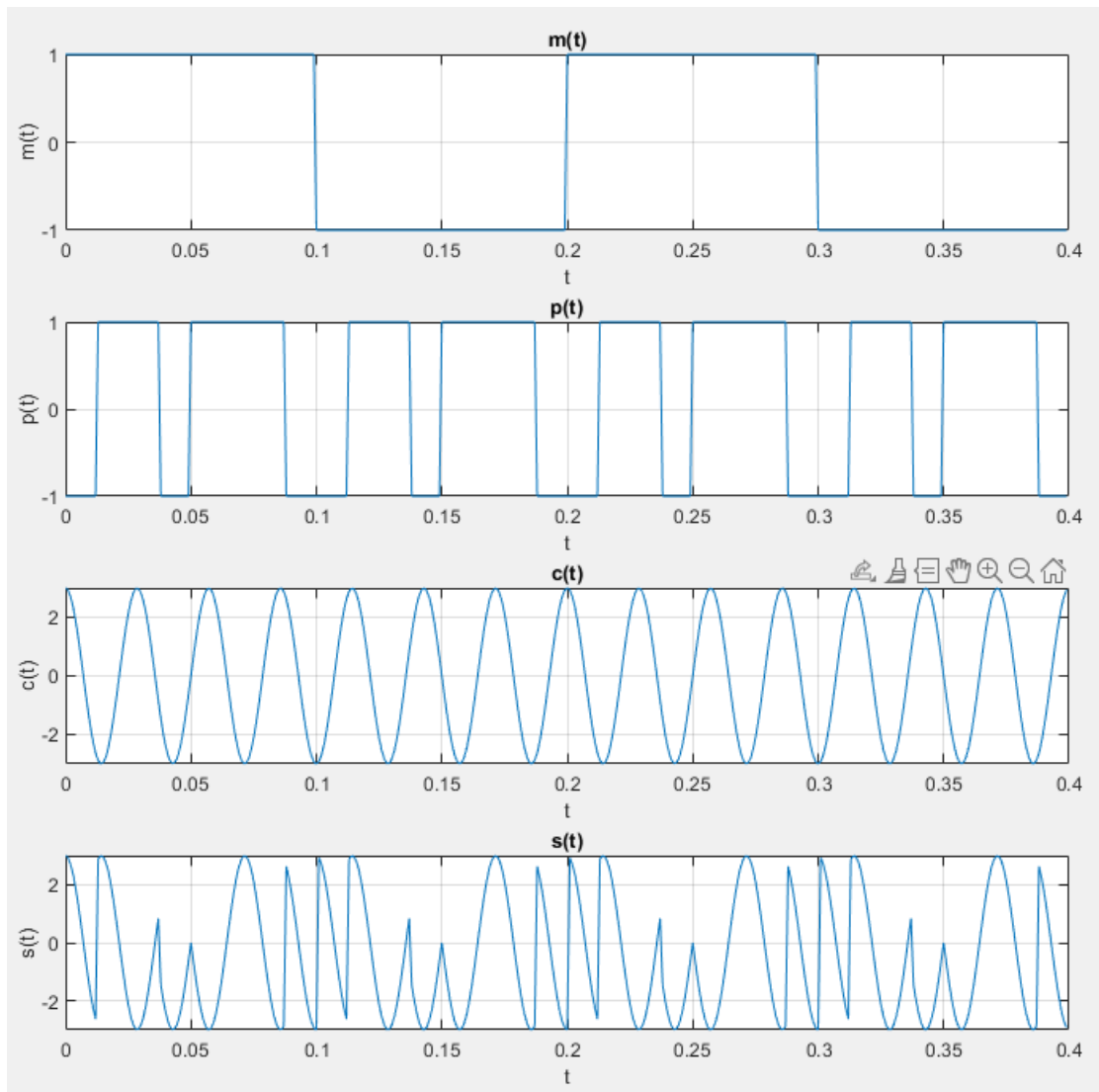


FIGURE 5 – Illustration d'un exemple de modulation BPSK + DSSS

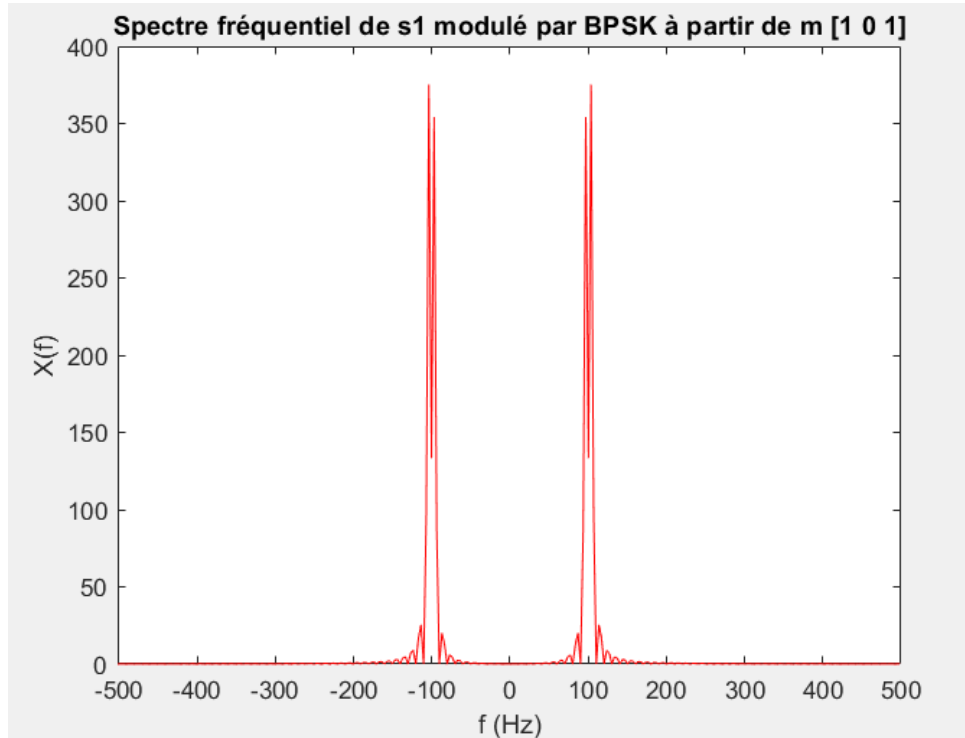


FIGURE 6 – DSP de $s_1 = BPSK(m = (101), A_{max} = 2, F_c = 100, F_s = 1000, T_b = 0.1)$

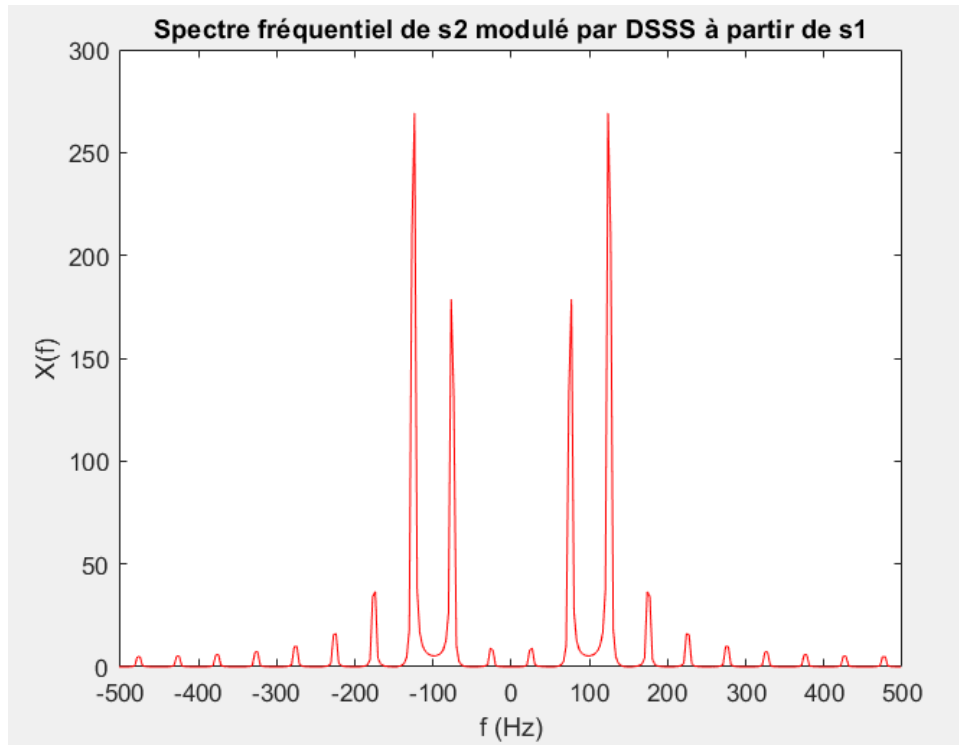


FIGURE 7 – DSP de $s_2 = DSSS(s_1, p = (10101))$

Cette modulation d'étalement de spectre porte bien son nom puisque le signal modulé occupe une plus large bande passante, tout en donnant l'impression que le spectre "s'aplatit".

Canal de transmission

Question 5

On modélise le canal de transmission idéal avec Bruit Blanc Gaussien Additif par une fonction channel prenant en argument un signal émis (à priori déjà modulé). La fonction channel renvoie en sortie ce signal auquel on ajoute un bruit blanc par le biais d'awgn. On a choisi en première approche un SNR de 25dB, qui caractériserait un canal plutôt robuste au bruit, mais qui est purement arbitraire.

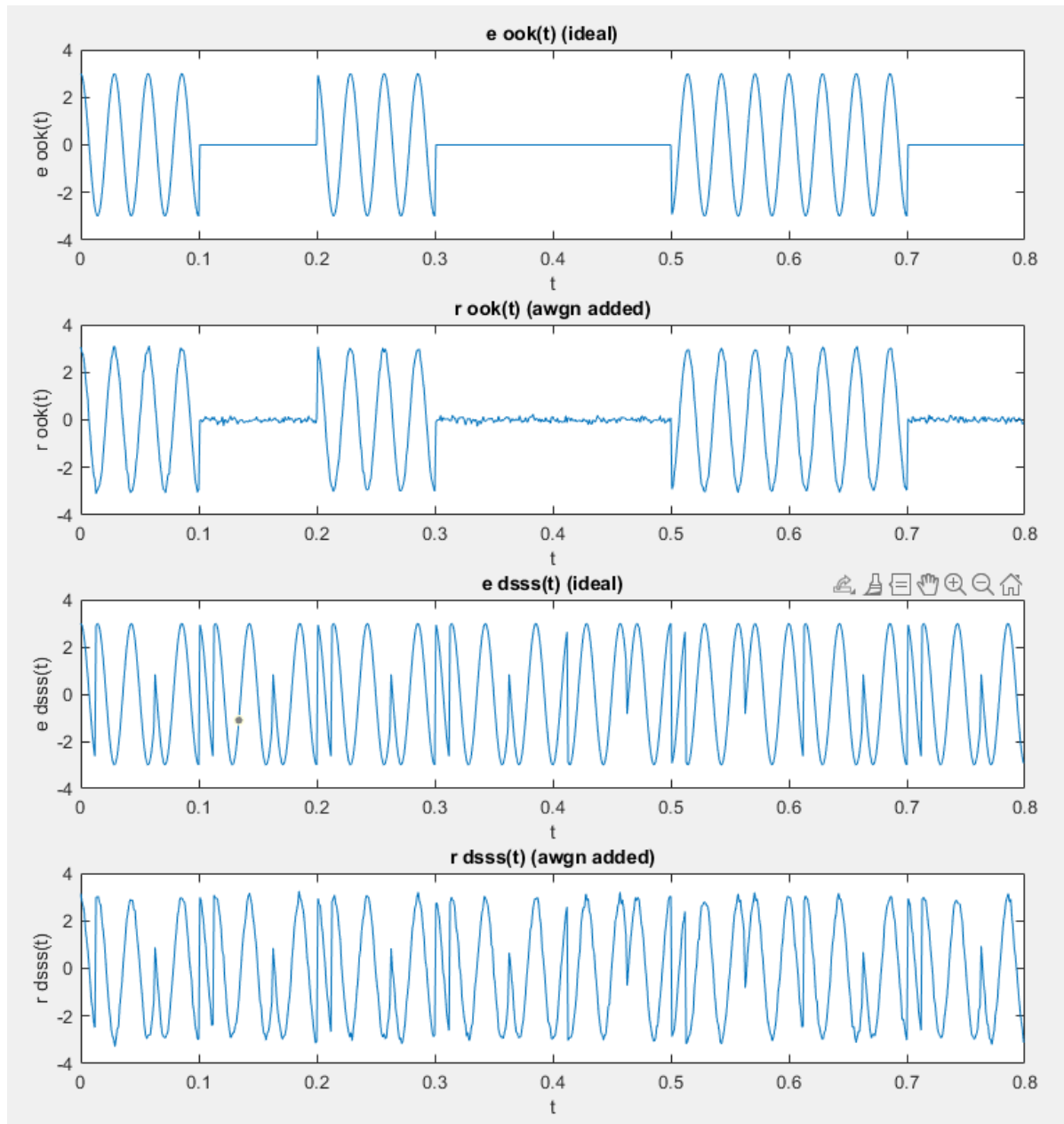


FIGURE 8 – Exemple de signaux avant et après le passage dans le canal de transmission pour les deux types de modulation (SNR = 25)

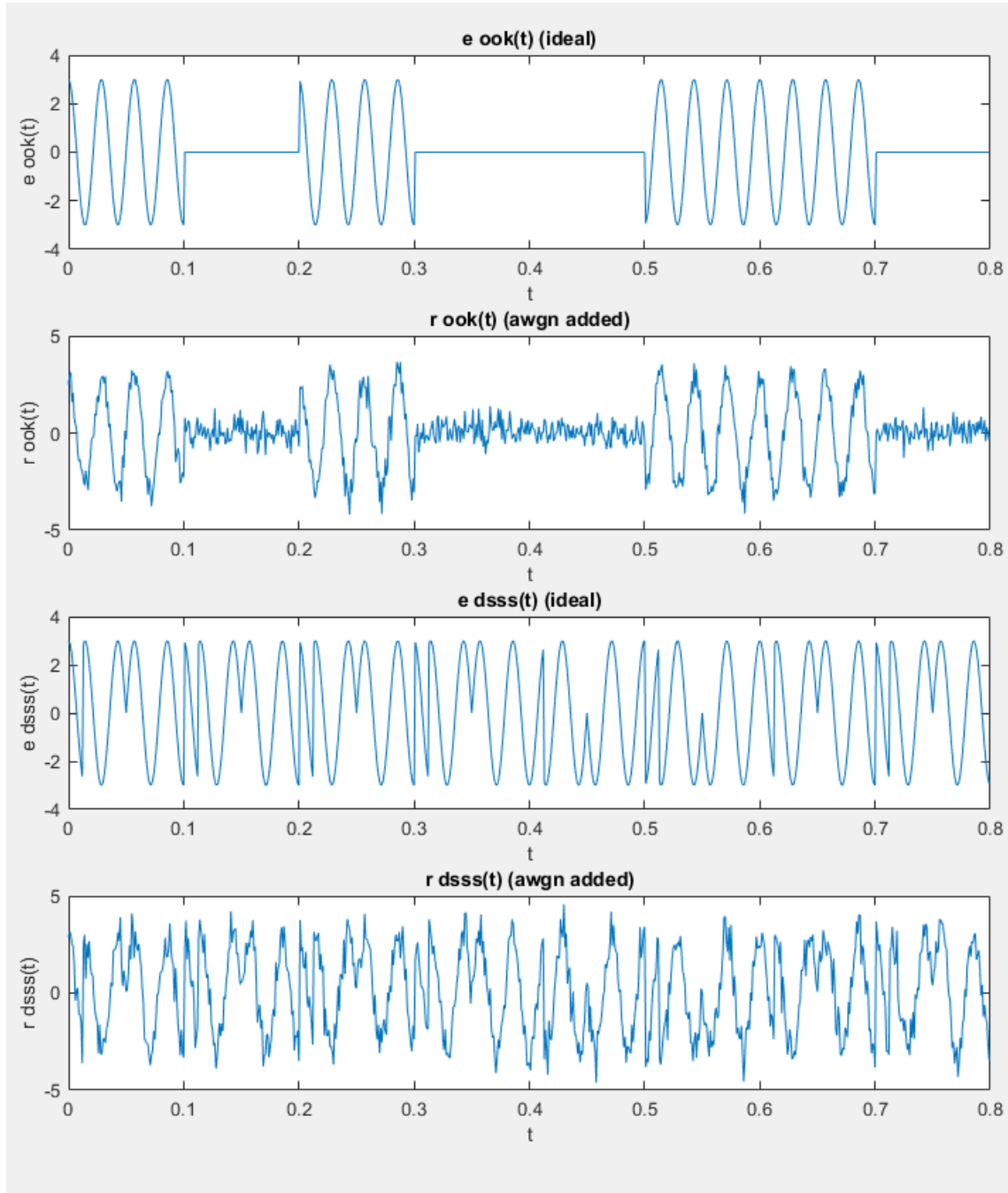


FIGURE 9 – Exemple de signaux avant et après le passage dans le canal de transmission pour les deux types de modulation ($SNR = 10$)

On voit bien comment un SNR de 25dB rend compte d'un signal moins bruité et donc d'une meilleure transmission qu'un SNR de 10dB. Bien sûr on pourra toujours interroger le réalisme de cette valeur, mais on prendra par convention un SNR de 25dB pour la suite de l'étude. On notera cependant que l'on aura plus de difficultés à remarquer (à l'oeil nu) des variations dues au bruit dans les spectres fréquentiels, et ce pour ces deux valeurs de SNR.

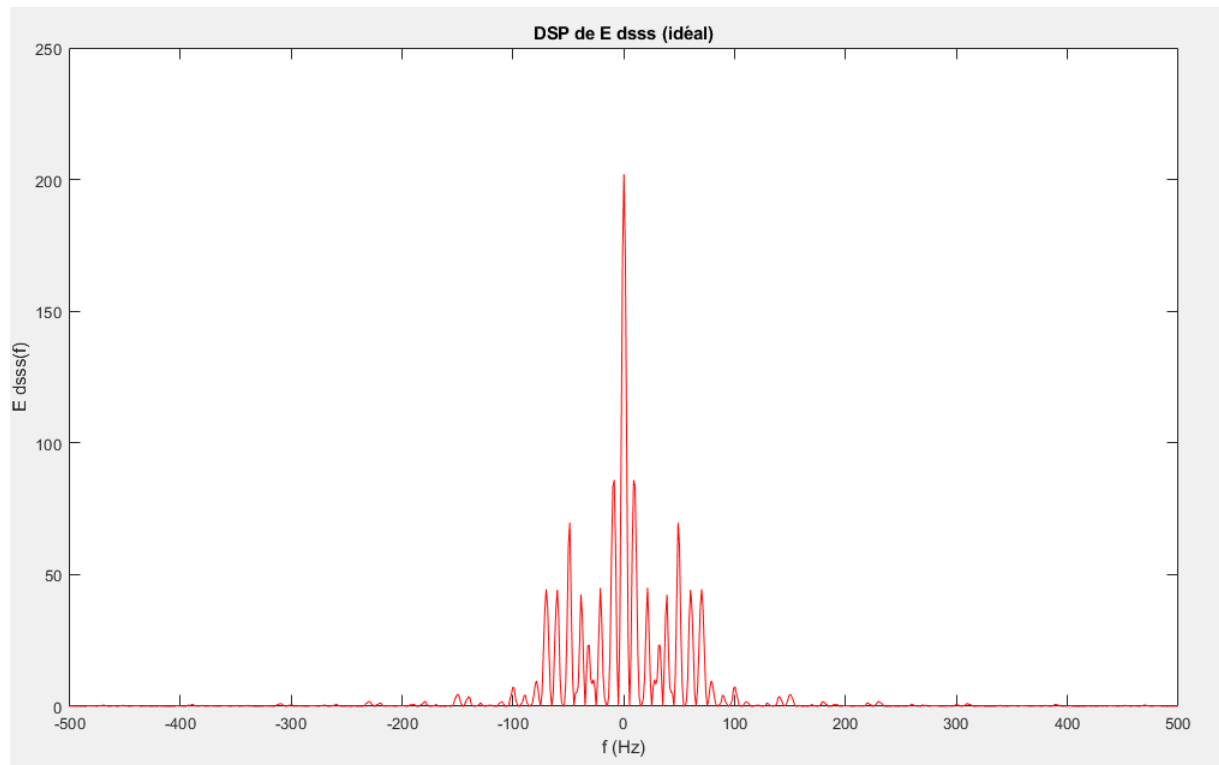
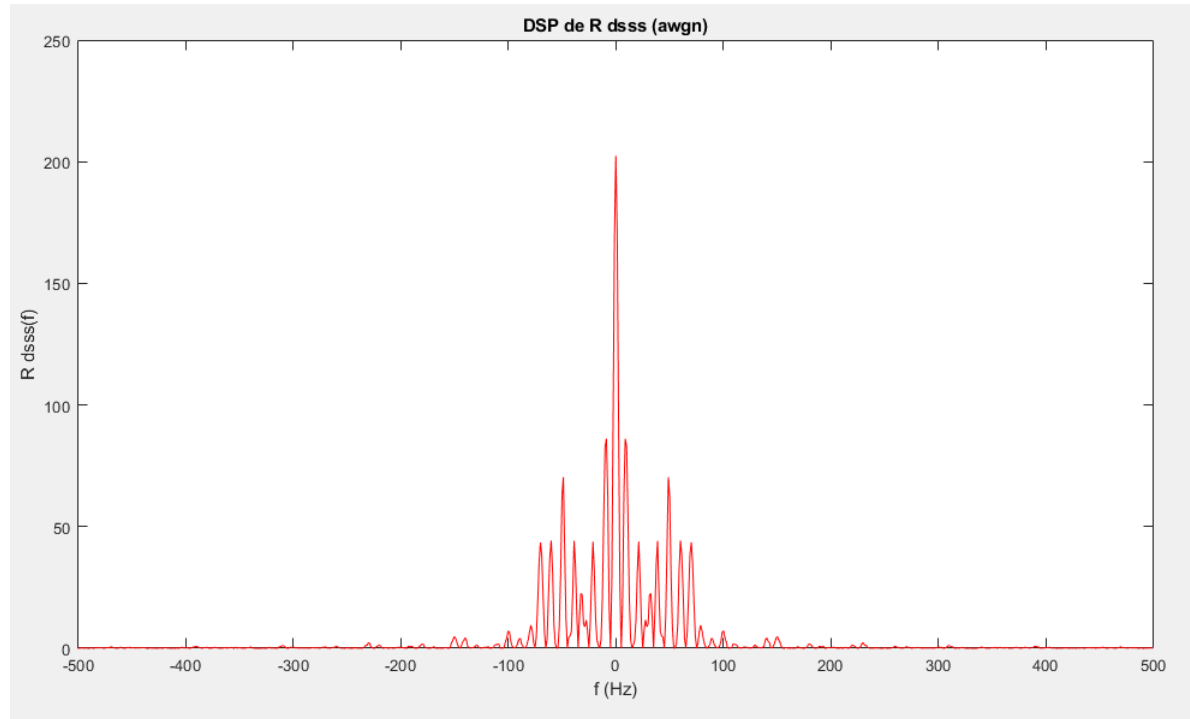


FIGURE 10 – DSP d'un signal émis idéal

FIGURE 11 – DSP du signal reçu après passage par la canal de transmission ($\text{SNR} = 25 \text{ dB}$)

Demodulations

Question 6

Description des démodulations

Pour effectuer la démodulation d'un signal ayant reçu une modulation de type OOK, il suffit de le multiplier par la porteuse par lequel il a été modulé puis de lui appliquer un filtre passe bas.

La démodulation d'un signal ayant reçu une modulation de type DSSS se passe en trois étapes. Dans un premier temps il s'agira de multiplier le signal reçu par le code pseudo-aléatoire qui a permis de le moduler. Ensuite le signal obtenu va être multiplié par la porteuse qui l'a modulé en phase (modulation de type BPSK). Finalement on applique un filtre passe bas au signal.

On peut observer le signal obtenu après démodulation sur la figure suivante.

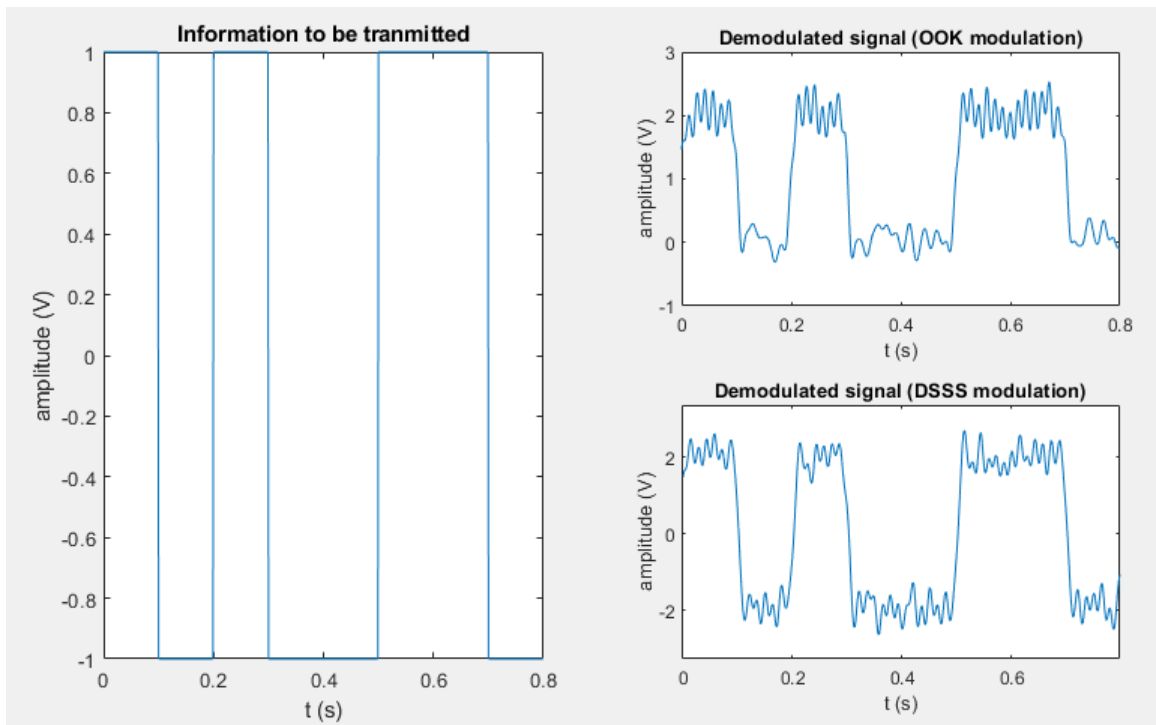


FIGURE 12 – Spectre temporel du signal à transmettre et des signaux démodulés pour les deux démodulations

Comparaison des modulations

Dans le domaine temporel, les résultats obtenus sont relativement similaires. En effet, dans les deux cas, comme on peut le voir dans la figure ci-dessus, le signal démodulé est quasiment identique au signal à transmettre pour chacune des modulations. Cela a de plus été vérifié pour plusieurs valeurs de SNR.

Une différence majeure qui existe entre les deux modulations réside dans le spectre des signaux modulés. Comme cela a été décrit dans les questions précédentes, le spectre fréquentiel d'un signal ayant reçu une modulation de type OOK va être peu étalé. Il va se limiter, comme on peut le voir sur la figure 13, à une courte largeur de bande autour de la fréquence de la porteuse. A l'inverse, le spectre fréquentiel d'un signal ayant reçu une modulation de type DSSS va être beaucoup plus étalé. On peut effectivement voir sur la figure 14 que le spectre fréquentiel de ce signal modulé s'étale entre -100Hz et 100Hz pour une fréquence de 35Hz pour la porteuse.

Au niveau de la performance, on pourra noter que la modulation OOK ainsi que sa démodulation sont simples à réaliser et sont assez peu coûteuses. Cependant, comme toute modulation AM, la porteuse est indépendante du message envoyé et sa transmission représente donc une perte de puissance. De plus, d'un point de vue fréquentiel, les bandes latérales supérieures et inférieures sont symétriques (par rapport à la fréquence de la porteuse) - comme vu sur la figure 13 - et donc une seule des deux bandes suffit à caractériser le signal. La modulation OOK gaspille donc de la bande passante en exploitant deux fois la bande utile. De plus on pourra noter que cette modulation est relativement sensible au bruit (point qui sera abordé à la question 9.), qui affecte directement l'amplitude du signal transmis. D'un autre côté la modulation BPSK est moins susceptible de produire une erreur à cause du bruit puisque l'information d'un signal est contenu dans sa phase. Cette protection est davantage renforcée par une modulation DSSS postérieure (ou antérieure) qui utilise la redondance d'une séquence pseudo-aléatoire - justifiant l'étalement du spectre fréquentiel - pouvant corriger des bits corrompus, ce qui en fait une modulation très protectrice vis-à-vis du jamming et des signaux provenant de multitrajets. La différence d'implémentation de la modulation BPSK + DSSS par rapport à la OOK réside d'abord en le fait que le message binaire n'est plus retranscrit en signal de valeurs 0 et 1, mais en signal de valeurs -1 et 1, ce qui n'est pas plus complexe à implémenter. La seconde différence est la corrélation discrète du signal transmis par un code-pseudo aléatoire, qui génère plus de complexité par rapport à la OOK. C'est d'ailleurs un des défauts de la modulation DSSS qui a pu être rappelé auparavant, puisqu'elle nécessite de générer de nombreuses séquences pseudo-aléatoires.

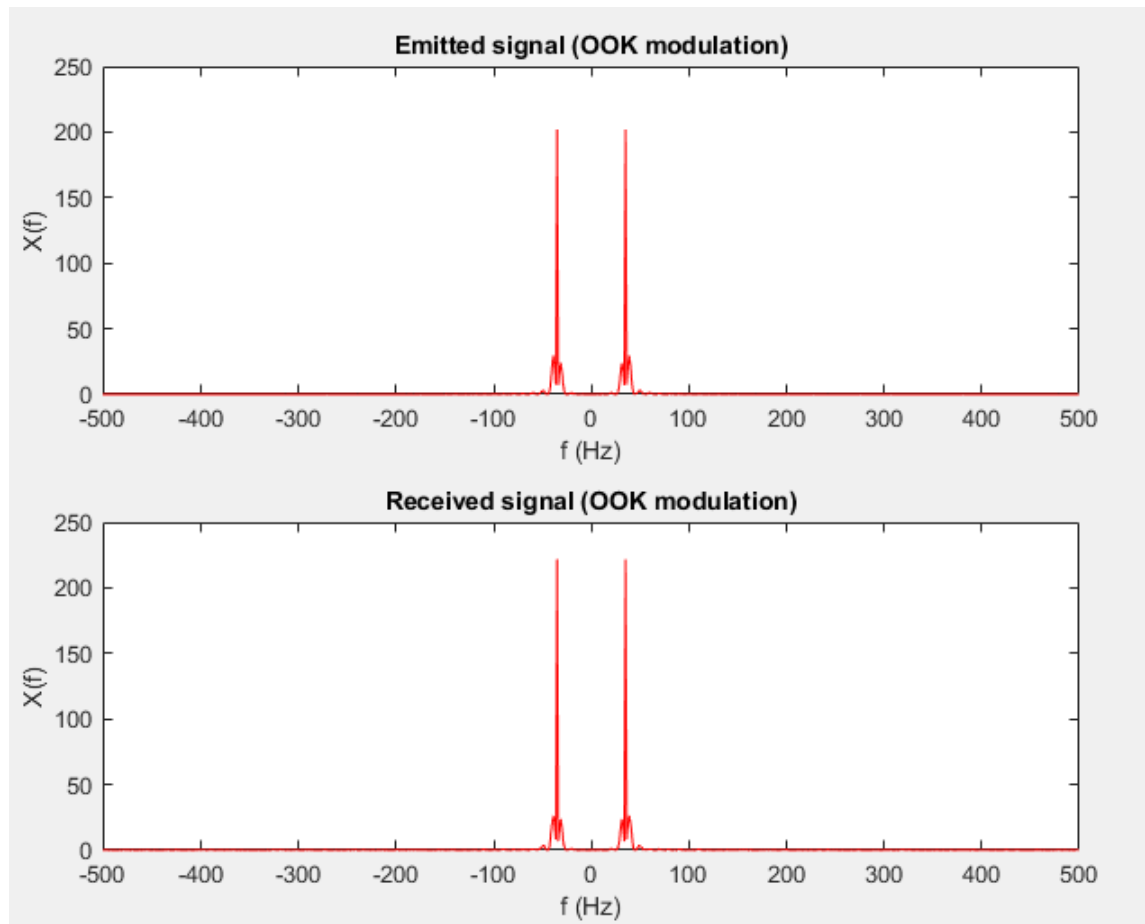


FIGURE 13 – Spectre fréquentiel du signal avant et après le canal de transmission (modulation OOK)

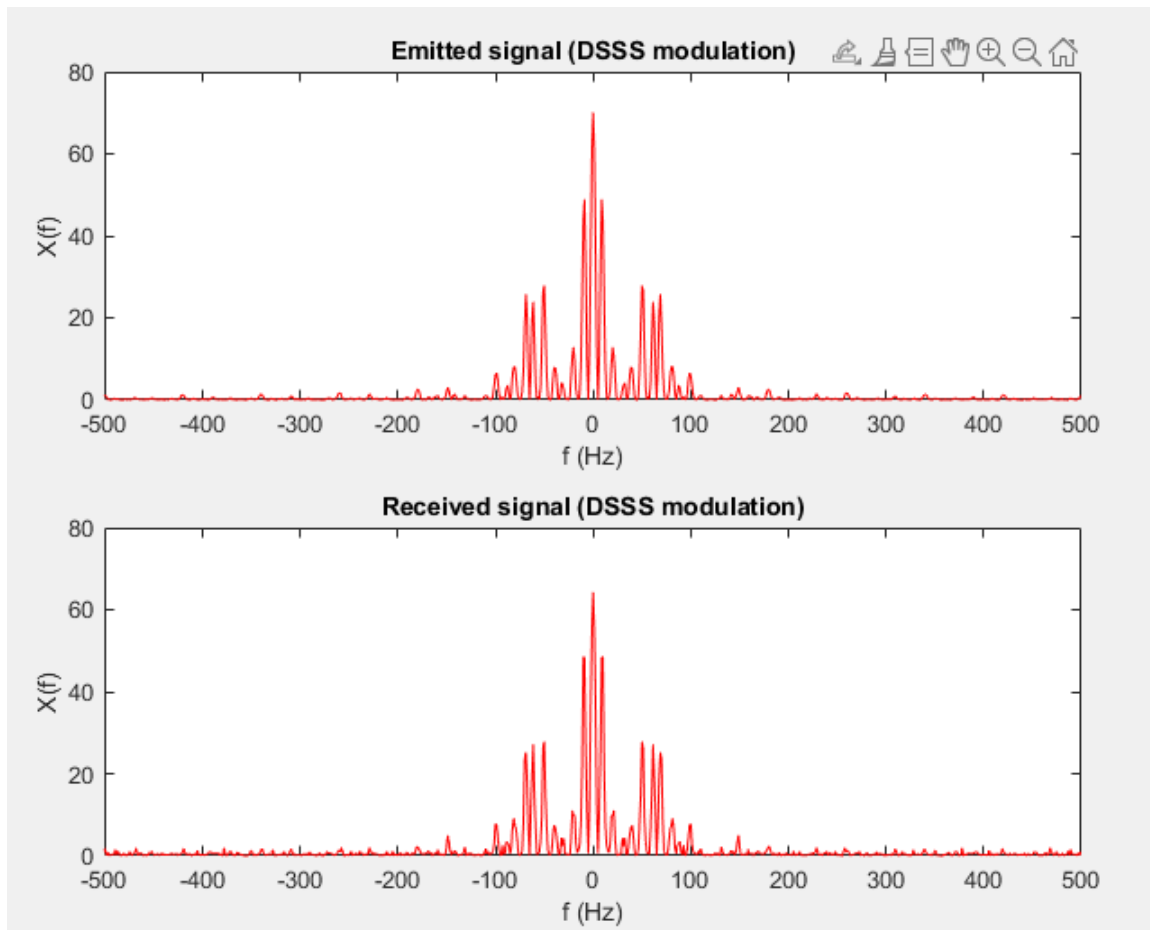


FIGURE 14 – Spectre fréquentiel du signal avant et après le canal de transmission (modulation DSSS)

Qualité de transmission et taux d'erreur (BER : Bit Error Rate)

Question 7

Le taux d'erreur à la transmission (BER) entre deux chaînes binaires est calculé en faisant le rapport entre le nombre de bits différents entre les deux chaînes sur le nombre total de bits dans les chaînes. Ainsi pour les chaînes 11010100 et 10010111, on observe qu'il y a 3 bits différents entre les deux chaînes, donc ces chaînes étant composées de 8 bits, le BER est de $\frac{3}{8} = 37.5\%$.

Simulation d'une chaîne de transmission

Question 8

La chaîne de transmission que nous avons modélisée se passe en plusieurs étapes. Dans un premier temps, un signal binaire est généré aléatoirement. Le signal analogique correspondant est généré en même temps. Ensuite, le canal de transmission se sépare en deux, un canal distinct pour chacune des modulations que nous avons implémenté. Pour chacune des deux modulations, le signal à transmettre est modulé. Ensuite les deux signaux modulés sont émis puis reçu. Cela se traduit par l'ajout d'un bruit gaussien aux signaux. Finalement les deux signaux sont démodulés.

Dans le code Matlab, le canal de transmission a été modélisé dans le fichier *Main.m*. Ce fichier, un fois exécuté affiche plusieurs graphiques. Dans le domaine temporel, le signal à transmettre, les signaux avant l'envoi, après la réception et après démodulation pour chacune des modulations sont affichés. Dans le domaine fréquentiel, le spectre des signaux avant l'envoi et après la réception sont affichés pour chacune des modulations. Finalement, le message binaire envoyé ainsi que les messages binaires reçus et leur taux d'erreur associés sont affichés dans la console.

Tous les paramètres du canal de transmission que nous avons modélisé (par exemple le SNR, F_c ou T_b) peuvent être modifiés pour le tester dans différentes conditions.

Analyse des paramètres de Modulation/Démodulation (MODEM)

Question 9

Paramètres de références

Afin d'analyser l'influence des paramètres du MODEM (pour chaque type de modulation étudié), nous allons prendre comme référence un fonctionnement optimal (BER = 0) caractérisé par les paramètres suivants : $F_s = 1000$ Hz, $f_c = f_{cr} = 100$ Hz, $T_b = 0.1$ s, $M = 100$, $A_{max} = 2$, SNR = 10 dB. Notre démarche consiste alors à faire varier ces paramètres (un à un ou ensemble) et de relever le BER associé à la transmission.

Influence de la fréquence d'échantillonnage F_s

Déjà, relevons que la fréquence d'échantillonnage doit respecter le critère de Nyquist-Shannon donc $F_s > 2 F_{max}$ avec F_{max} la plus grande fréquence dans le spectre du signal. Ici on respectera cette condition en conservant à chaque fois un F_s de l'ordre de $10 f_c$, qui donne des résultats très satisfaisants. Dans le cas où cette condition n'est pas respectée (par exemple pour $f_c = 35$ Hz et $F_s = 40$ Hz) on redoute le phénomène d'aliasing qui ne reconstitue pas fidèlement la porteuse par manque d'information, ce qui donne des résultats aberrants pour les deux modulations (BER de l'ordre de 0.1 pour le OOK et le DSSS). A l'évidence, il ne faut pas choisir une fréquence d'échantillonnage trop élevée non plus, sous risque de générer plus de complexité de calcul. Par ailleurs, avoir $F_s > 100 f_c$ peut produire pour le MODEM OOK des BER non nuls (entre environ 0.1 et 0.6).

Influence des fréquences porteuses du récepteur f_c et du receveur f_{cr}

Comme vu précédemment, f_c est lié à F_s par le critère de Nyquist-Shannon et par une autre condition restrictive $F_s < 100 f_c$. Lorsque l'on élève ou abaisse f_c , il est nécessaire de faire de même avec F_s , sinon le MODEM OOK génère des erreurs. Cependant le MODEM DSSS est peu impacté lorsque $F_s > 100 f_c$. Afin de rendre les démodulations fonctionnelles, il est nécessaire de fixer $f_{cr} = f_c$. Il semble exister cependant une tolérance de 0.1 Hz sur cette valeur de f_{cr} .

Influence de la période de symbole binaire T_b

En ce qui concerne la période d'un symbole T_b , chacun des deux MODEM est insensible à l'augmentation de T_b . Cependant il est plutôt dans l'intérêt de l'utilisateur de transmettre des messages de T_b faible afin qu'ils soient moins longs temporellement (et induisent moins de calculs). Il semble exister un compromis $T_b - f_c$ et F_s . En effet, il est possible de faire baisser T_b tout en augmentant f_c et donc F_s . Empiriquement, f_c et T_b semblent devoir remplir la condition $f_c \times T_b > 5$. Ainsi, jusqu'à $T_b = 0.5$ ms, $f_c = 100$ kHz et $F_s = 1$ MHz, les 2 MODEM produisent un BER nul. Si cette condition n'est pas remplie, le MODEM OOK produise parfois des erreurs, tandis que le MODEM DSSS n'est pas perturbé.

Influence du M-ary M

Le M-ary de la modulation n'influe pas sur le MODEM (à part sur la longueur du signal transmis) pour peu que les conditions indiquées précédemment soient respectées. Des messages d'au moins 100000 bits peuvent être transmis sans erreur avec ces MODEM, bien que le temps de traitement puisse être considérable.

Influence de l'amplitude maximale du signal A_{max}

Le paramètre A_{max} ne semble pas avoir d'influence notable sur les deux MODEM.

Influence du Signal to Noise Ratio SNR

Avec les paramètres de références le MODEM OOK est insensible au bruit jusqu'à un SNR de -6 dB (comprise). En deçà de cette valeur le MODEM OOK commence à produire environ une erreur sur 100 bits lors de la transmission d'un message. Le MODEM DSSS est imperméable au bruit jusqu'à une valeur SNR de -10 dB (comprise), valeur pour laquelle le MODEM OOK produit entre environ 0 et 10 erreurs sur 100 bits.

Conclusion

On remarquera que le MODEM DSSS est très peu impacté par une variation des paramètres cités précédemment, voire pas du tout. La seule condition qui semble réellement majeure pour ce MODEM est le critère de Nyquist-Shannon $F_s > 2F_{max}$, que l'on préfère exploiter ici par $F_s = 10f_c$. Le MODEM OOK a plus de restrictions, à commencer par le critère de Nyquist-Shannon puis par une autre condition empirique que l'on pourrait éventuellement affiner, et que l'on résume par : $10f_c < F_s < 100f_c$. De plus il semble aussi qu'il y ait une relation à respecter entre f_c et la période de symbole T_b , du type $f_c \times T_b > 5$. Si cette condition est respectée, le MODEM OOK (et à fortiori le MODEM DSSS) peut atteindre un BER nul avec $T_b = 0.5$ ms, $f_c = 100$ kHz et $F_s = 1$ MHz. Concernant la résistance au Bruit Blanc Gaussien Additif, le MODEM OOK y est imperméable jusqu'à un SNR de -6 dB tandis que le MODEM DSSS est insensible au bruit jusqu'à un SNR de -10 dB. Ce qui rend donc ce dernier plus protecteur vis-à-vis du bruit. Finalement, ces deux MODEM sont efficaces mais le OOK est plus restrictif que le DSSS et ce dernier est plus résistant au bruit, ce qui fait que c'est le plus performant. Cela explique notamment pourquoi le DSSS est utilisé dans des applications de pointe comme les réseaux Wi-Fi, la géolocalisation et la communication militaire.