

Le soluzioni sono anche fornite in un unico script python sul sito:

<https://github.com/mathcoding/programming/tree/master/scripts>

1. Scrivere una procedura che calcoli l'ennesimo numero di Fibonacci usando un **processo iterativo** (si veda il Lab 4 per la definizione di processo iterativo).

```
1 def FibRec(n):
2     """ Calcolo di Fibonacci con PROCESSO RICORSIVO """
3     if n == 0 or n == 1:
4         return n
5     return FibRec(n-1) + FibRec(n-2)
6
7 def FibIter(n):
8     """ Calcolo di Fibonacci con PROCESSO ITERATIVO """
9     def FibI(a, b, counter):
10         if counter < 2:
11             return a
12         return FibI(a+b, a, counter-1)
13
14     return FibI(1, 0, n)
```

2. Una funzione f è definita dalla regola seguente:

$$f(n) = \begin{cases} n & \text{if } n < 3 \\ f(n-1) + 2f(n-2) + 3f(n-3) & \text{if } n \geq 3 \end{cases} \quad (1)$$

- (a) Si scriva una procedura che calcoli f usando un **processo ricorsivo**.
- (b) Si scriva una procedura che calcoli f usando un **processo iterativo**.

```
1 def FnRec(n):
2     """ Calcolo di f(n) = f(n-1)+2*f(n-2)+3*f(n-3), con f(0)=0, f(1)=1, f(2)=2
3         (uso di processo ricorsivo) """
4     if n < 3:
5         return n
6     return FnRec(n-1) + 2*FnRec(n-2) + 3*FnRec(n-3)
7
8 def FnIter(n):
9     """ Calcolo di f(n) = f(n-1)+2*f(n-2)+3*f(n-3), con f(0)=0, f(1)=1, f(2)=2
10        (uso di processo iterativo) """
11     def FnI(a, b, c, counter):
12         if counter < 3:
13             return a
14         return FnI(a+2*b+3*c, a, b, counter-1)
15
16     return FnI(2, 1, 0, n)
```

3. Si scrive un predicato che ci dica se un dato numero n sia un numero primo. Si può usare la definizione che n è un numero primo, se e solo se n è il suo più piccolo divisore maggiore di uno (suggerimento: scrivere prima una funzione che trova il più piccolo divisore di n).

È possibile scrivere questa procedura in modo tale che l'ordine di crescita per il numero di operazioni richieste sia $\Theta(\sqrt{n})$?

```

1 def IsPrime(n):
2     """ Predicato che restituisce "True" quando "n" e' un numero primo """
3     def MinorDivisore(a, n):
4         if a*a > n:
5             return n
6         if n % a == 0:
7             return a
8         return MinorDivisore(a+1, n)
9
10    if n == 0:
11        return False
12    if n == 1:
13        return True
14    return MinorDivisore(2,n) == n
    
```

4. La procedura **Sommatoria** vista nel Lab 7 genera un processo ricorsivo lineare. La stessa procedura può essere riscritta in modo tale che il processo generato sia iterativo: scrivere la procedura che genera un processo iterativo lineare.

```

1 def SommatoriaIter(F, a, Next, b):
2     def SommatoriaI(a, b, accumulator):
3         if a > b:
4             return accumulator
5         return SommatoriaI(Next(a), b, accumulator+F(a))
6
7     return SommatoriaI(a, b, 0)
8 def IntegraleIter(F, a, b, dx):
9     def AddDx(x):
10        return x + dx
11    return dx*SommatoriaIter(F, a+dx/2, AddDx, b)
    
```

5. In maniera analoga alla funzione **Sommatoria**, si può definire una funzione **Produttoria** che restituisce i valori dei prodotti di una funzione valutata in un insieme di punti definiti da un dato intervallo $[a, b]$:

$$\prod_{n=a}^b f(n) = f(a) \cdot \dots \cdot f(b)$$

Scrivere tale funzione e mostrare come sia possibile usarla per calcolare $n!$

```

1 def ProduttoriaRec(F, a, Next, b):
2     if a > b:
3         return 1
4     else:
5         return F(a) * ProduttoriaRec(F, Next(a), Next, b)
6 print("Es. 2.5 => ProduttoriaRec(1, 5): ", ProduttoriaRec(lambda x: x, 1, Inc, 5))
    
```

6. Eseguire il grafico sovrapposto delle funzioni seguenti:

$$R(n) = n, R(n) = 10^5 n, R(n) = n^2, R(n) = \log n, R(n) = n \log n, R(n) = 1.6^n, R(n) = 2^n.$$

ATTENZIONE: Questa procedura potrebbe non funzionare correttamente all'interno di Spyder. Tuttavia uno script python può essere eseguito anche da linea di comando, come visto in laboratorio. Per i grafici, si consiglia di vedere pochi grafici alla volta con velocità di crescita simili.

```

1 from numpy import linspace
2 from matplotlib.pyplot import plot, xlabel, ylabel, show, legend, clf
3 from math import log
4
5 def PlotFunzioni():
6     D = linspace(1, 10, 100)
7     clf()
8     #plot(D, [x for x in D], label="y=x")
9     plot(D, [x*x for x in D], label="y=x^2")
10    plot(D, [log(x) for x in D], label="y=log(x)")
11    plot(D, [x*log(x) for x in D], label="y=x*log(x)")
12
13    #D = linspace(1, 10, 100)
14    #plot(D, [1.6**x for x in D], label="y=1.6^x")
15    #plot(D, [2**x for x in D], label="y=2^x")
16    xlabel("x")
17    ylabel("y=f(x)")
18    legend(loc="upper left", shadow=True)
19    show()

```
