Biçimsel Diller ve Soyut Makineler

Hafta 3

yazılan bir ~~karakt~~ karakterların kalıpının herhangi bir dile ō dil reguler ifadenin ~~ler~~ tanımlamış dil olabilir yada herhangi bir dil tanımlama aracılıyla tanımlanan dil olabilir

Regüler Dillerin kapalılık özelliği

- Regüler diller aşağıdaki işlemlerde kapalılık özelliğine sahiptir.
  - Birleşim
    - Gösterim: $\cup$
  - Kesişim
    - Gösterim: $\cap$
- **Eğer L_1 ve L_2 regüler ise $L_1 \cup L_2$ ve $L_1 \cap L_2$ regulerdir.**

Örnek

$\Sigma = \{a,b\}$.

L_1 = { w Є{a,b}* | w çift sayıda a içerir.}

- **L_1** regular midir?

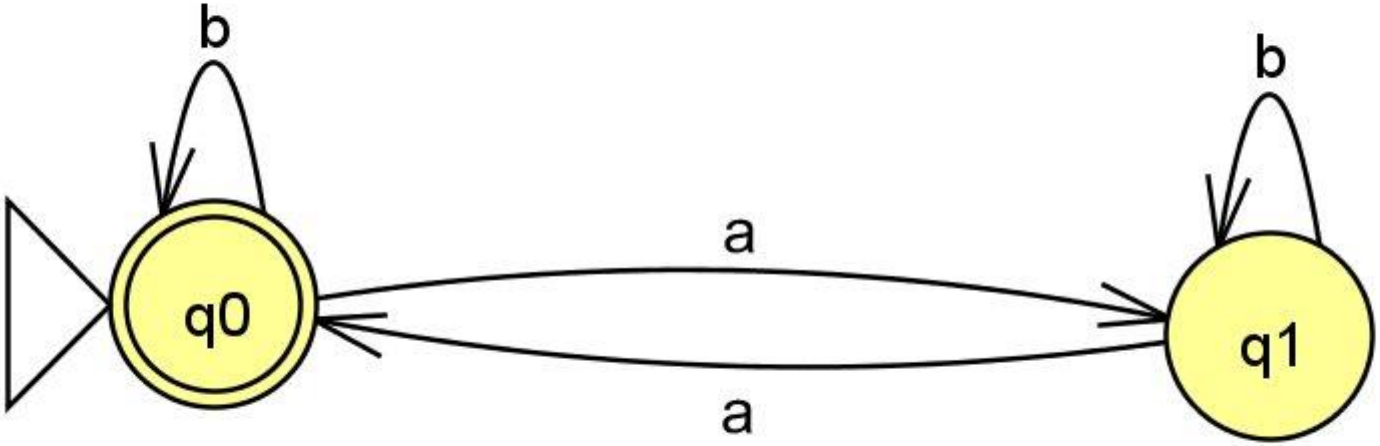
L_2 = L_2 = { w Є{a,b}* | w tek sayıda b içerir.}

- **L_2** regular midir?

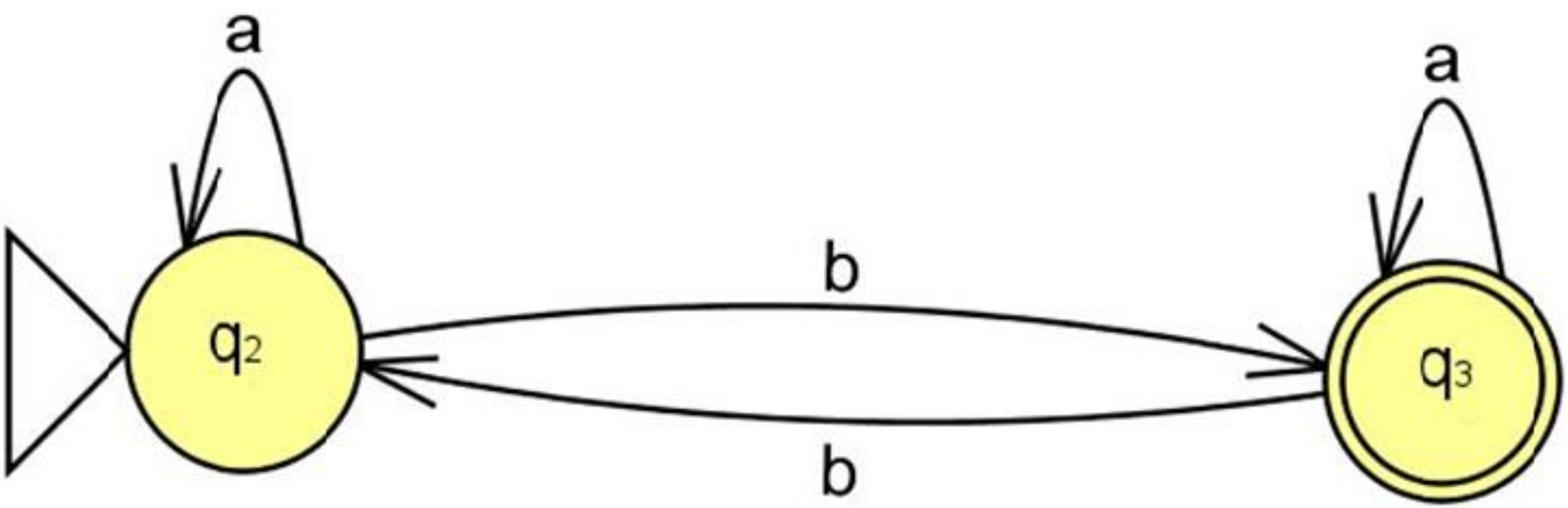
$L_1 \cup L_2$ = ?

- $L_1 \cup L_2$ = {w Є {a,b}* | w, çift sayıda **a** VEYA tek sayıda **b** içerir.} **$L_1 \cap L_2$ = ?**
- $L_1 \cap L_2$ = {w Є {a,b}* | w, çift sayıda **a** VE tek sayıda **b** içerir.}

L_1 = { w Є{a,b}* | w çift sayıda a içerir.} kümesi için DFA



L_2 = { w Є{a,b}* | w tek sayıda b içerir.} kümesi için DFA



$\cup$ ve $\cap$ için DFA gerçekleştirme

$$Q_1 \times Q_2.$$

$M_1 = (Q_1, \Sigma, \delta_1, s_1, F_1)$ ve
$M_2 = (Q_2, \Sigma, \delta_2, s_2, F_2)$ makineleri verilmiş olsun.
Yeni bir makine $\cup$ ve $\cap$ için tasarlamak istiyoruz.
M = (Q, Σ, δ, s, F) bu makine olsun. Burada

$Q = Q_1 \text{ X } Q_2$

$s = (s_1, s_2)$

$$\Sigma = \Sigma_1 \cup \Sigma_2.$$

$\delta((q_1, q_2), \sigma) = (\delta_1(q_1, \sigma), \delta_2(q_2, \sigma))$

- Birleşim kümesi için, F = ?
  - Cevap
  - Kesişim Kümesiiçin, F = ?
  - Cevap:

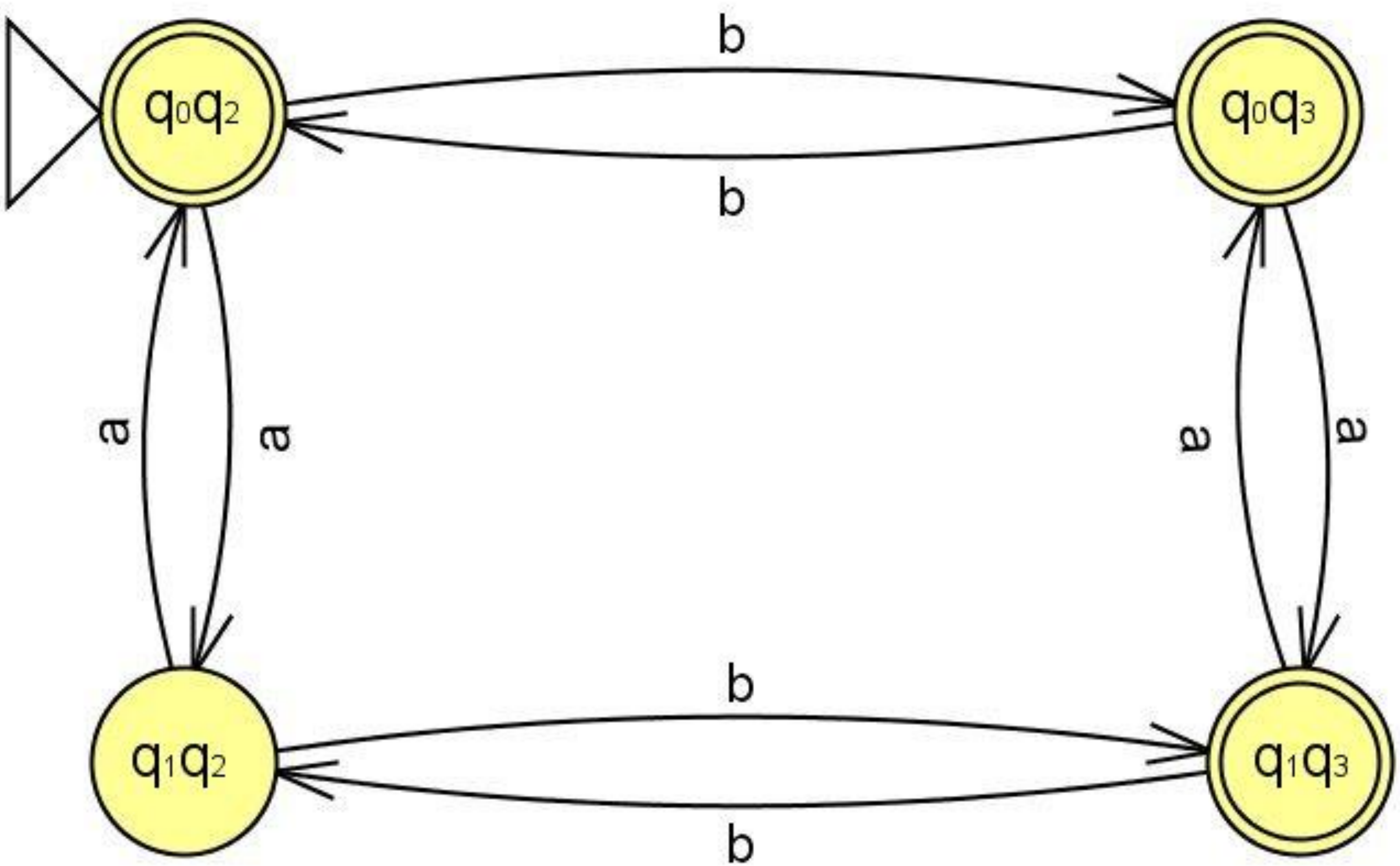
$$F = (F_1 \times Q_2) \cup (Q_1 \times F_2).$$

$$F = F_1 \times F_2.$$

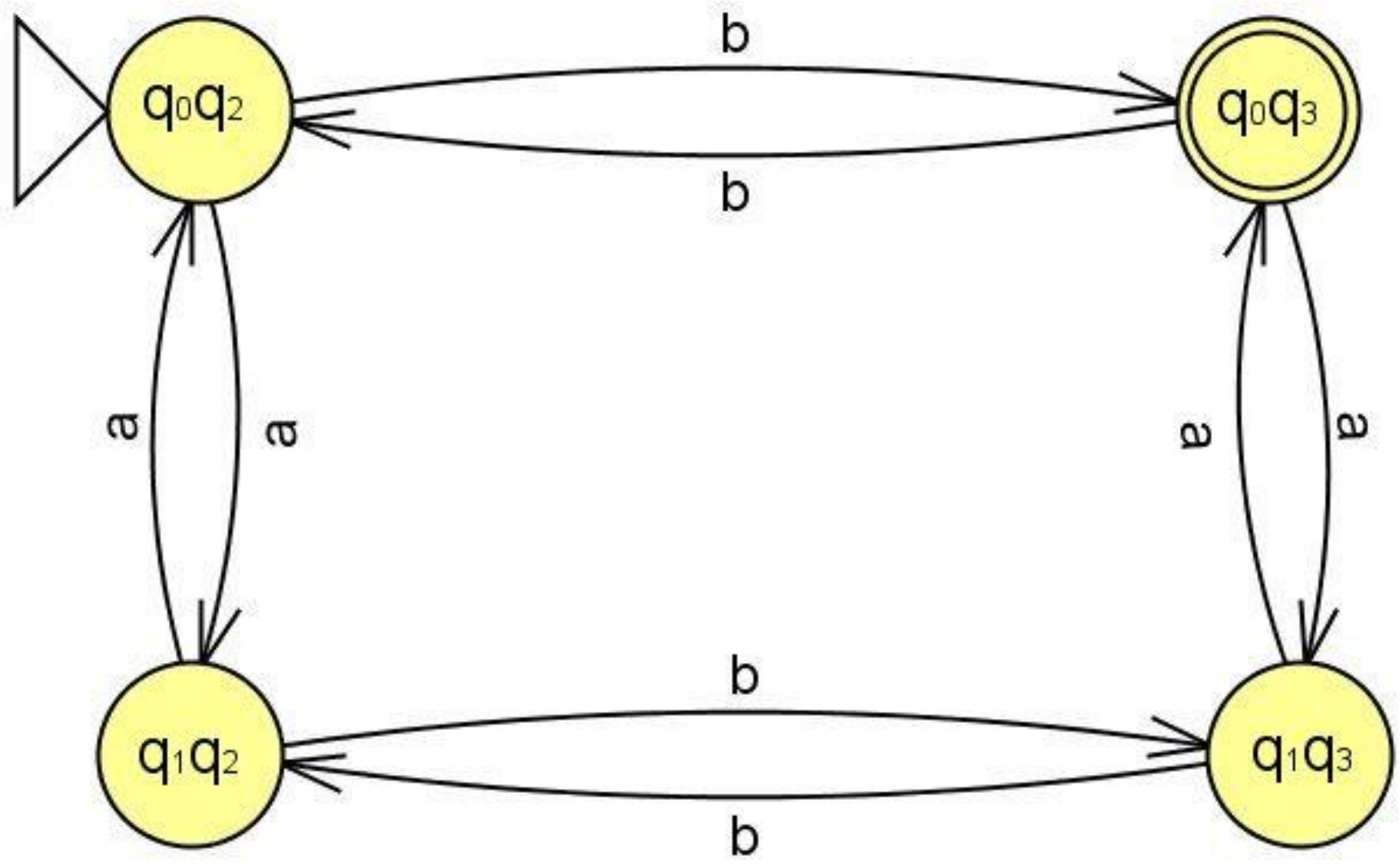
$$F = F_1 \times (Q_2 - F_2)$$

L(M1) - L(M2)

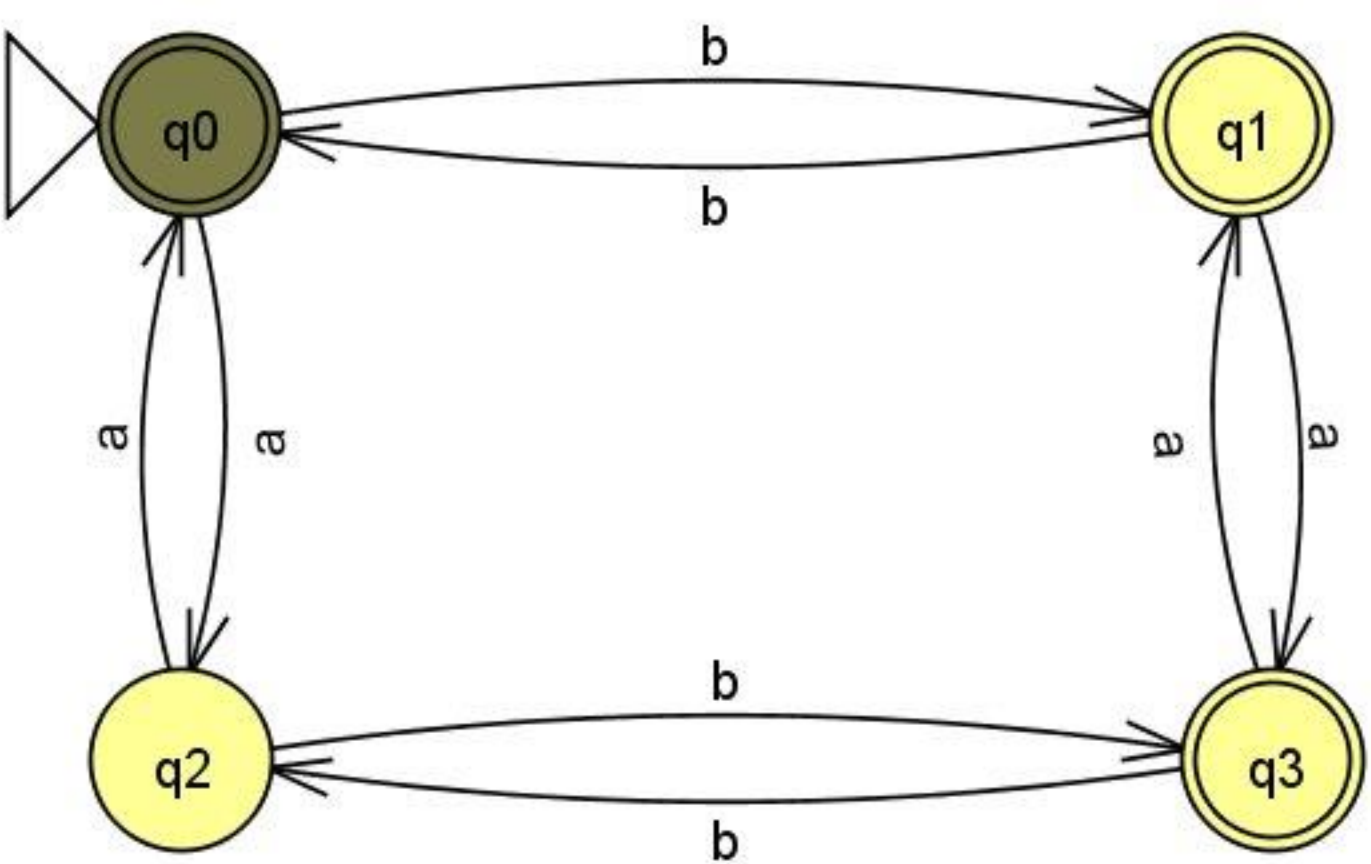
$L_1 \cup L_2$ = {w Є {a,b}* | w, çift sayıda a VEYA tek sayıda b içerir.}kümesi için DFA



$L_1 \cap L_2$ = {w Є {a,b}* | w, çift sayıda a VE tek sayıda b içerir.}kümesi için DFA

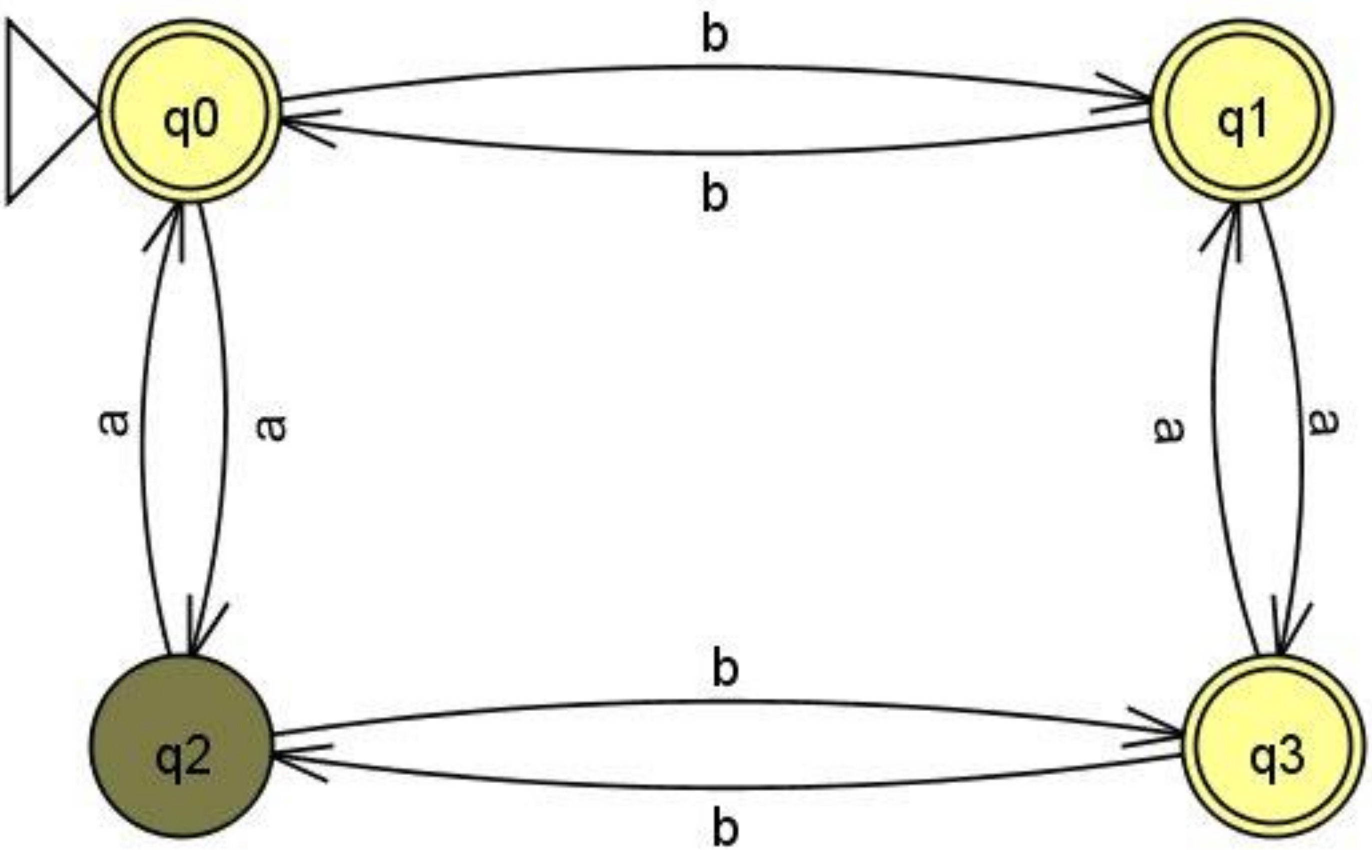


$L_1 \cup L_2$ = {w Є {a,b}* | w, çift sayıda a VEYA tek sayıda b içerir.}kümesi için DFA



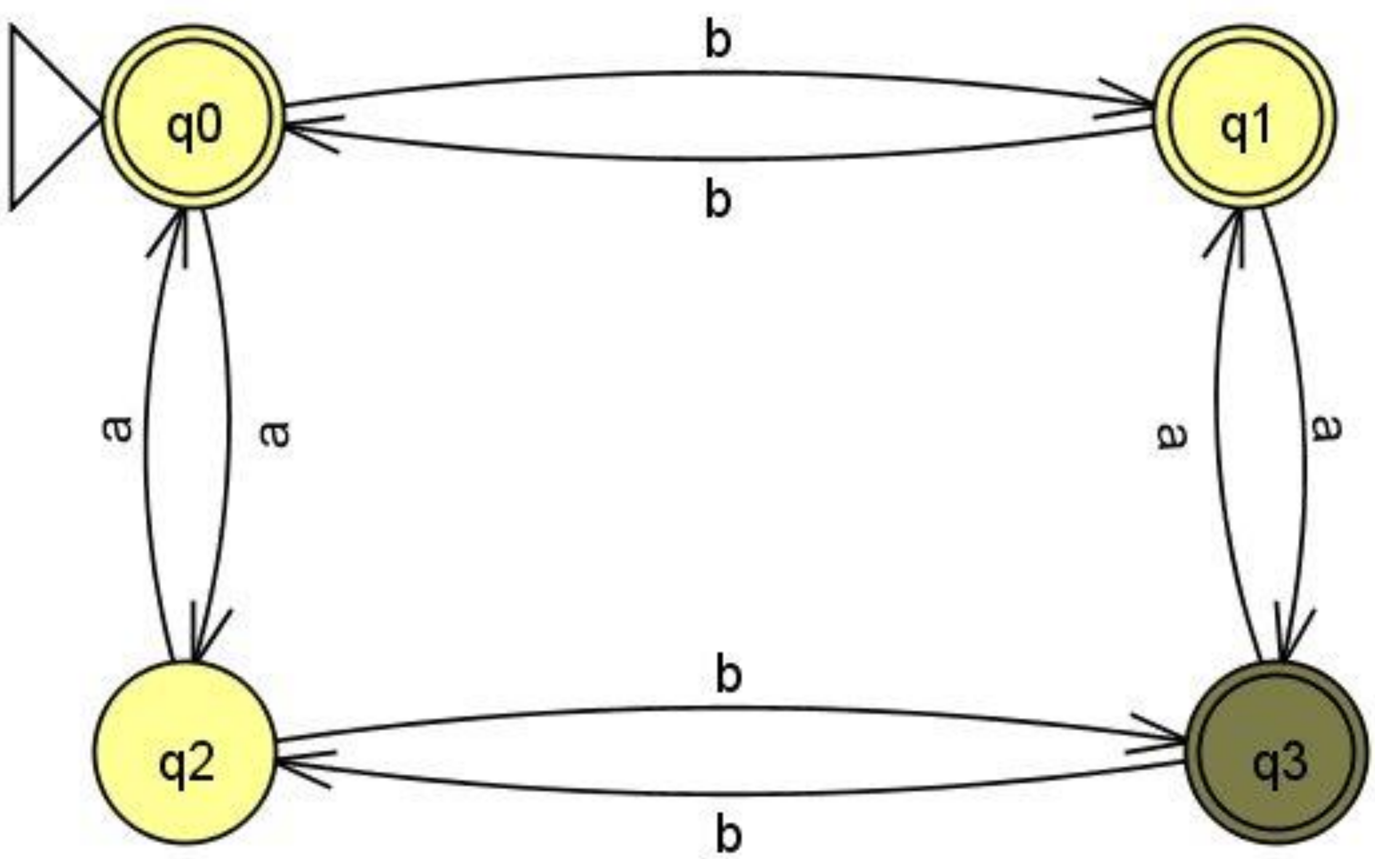
aba

$L_1 \cup L_2$ = {w Є {a,b}* | w, çift sayıda a VEYA tek sayıda b içerir.}kümesi için DFA



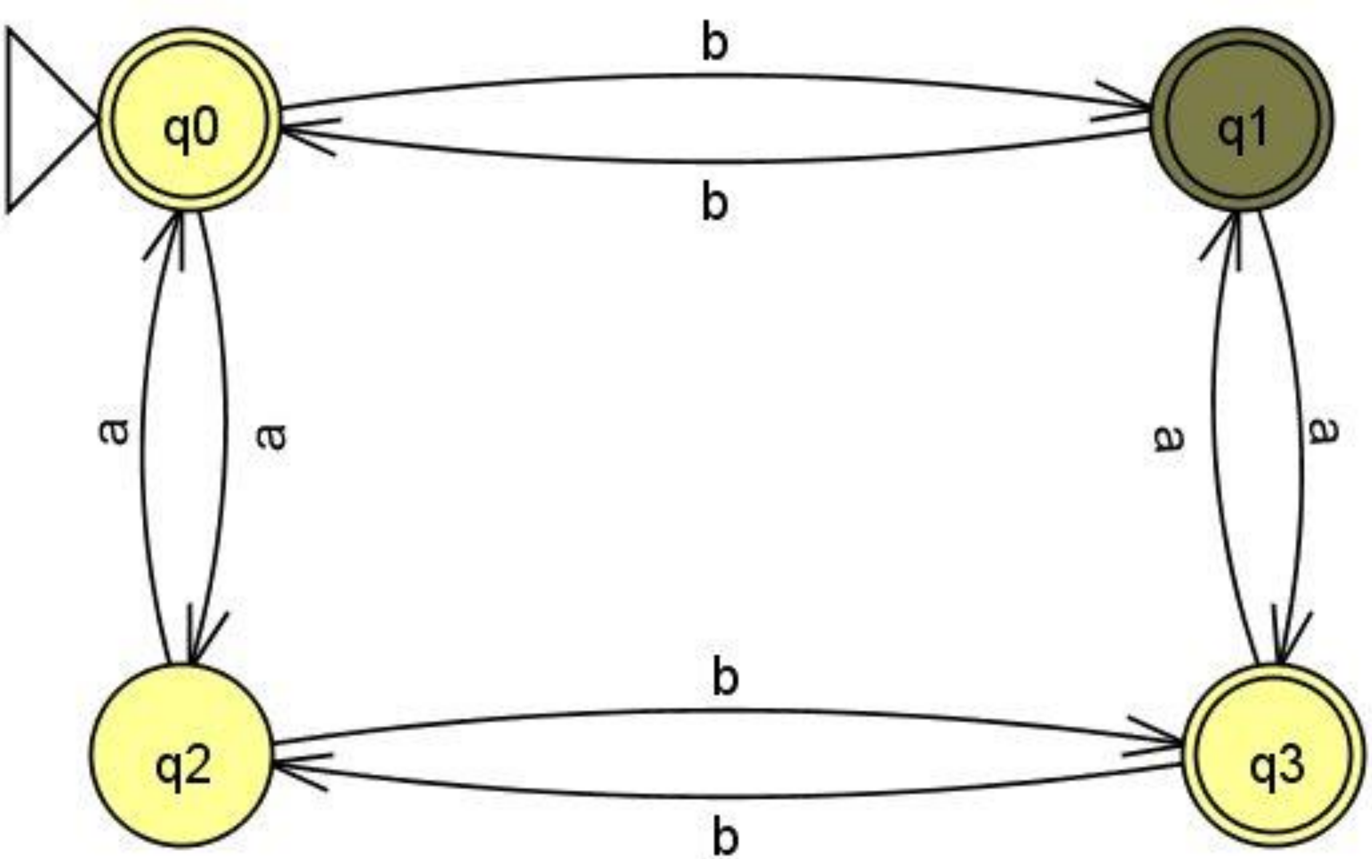
aba

$L_1 \cup L_2$ = {w Є {a,b}* | w, çift sayıda a VEYA tek sayıda b içerir.}kümesi için DFA



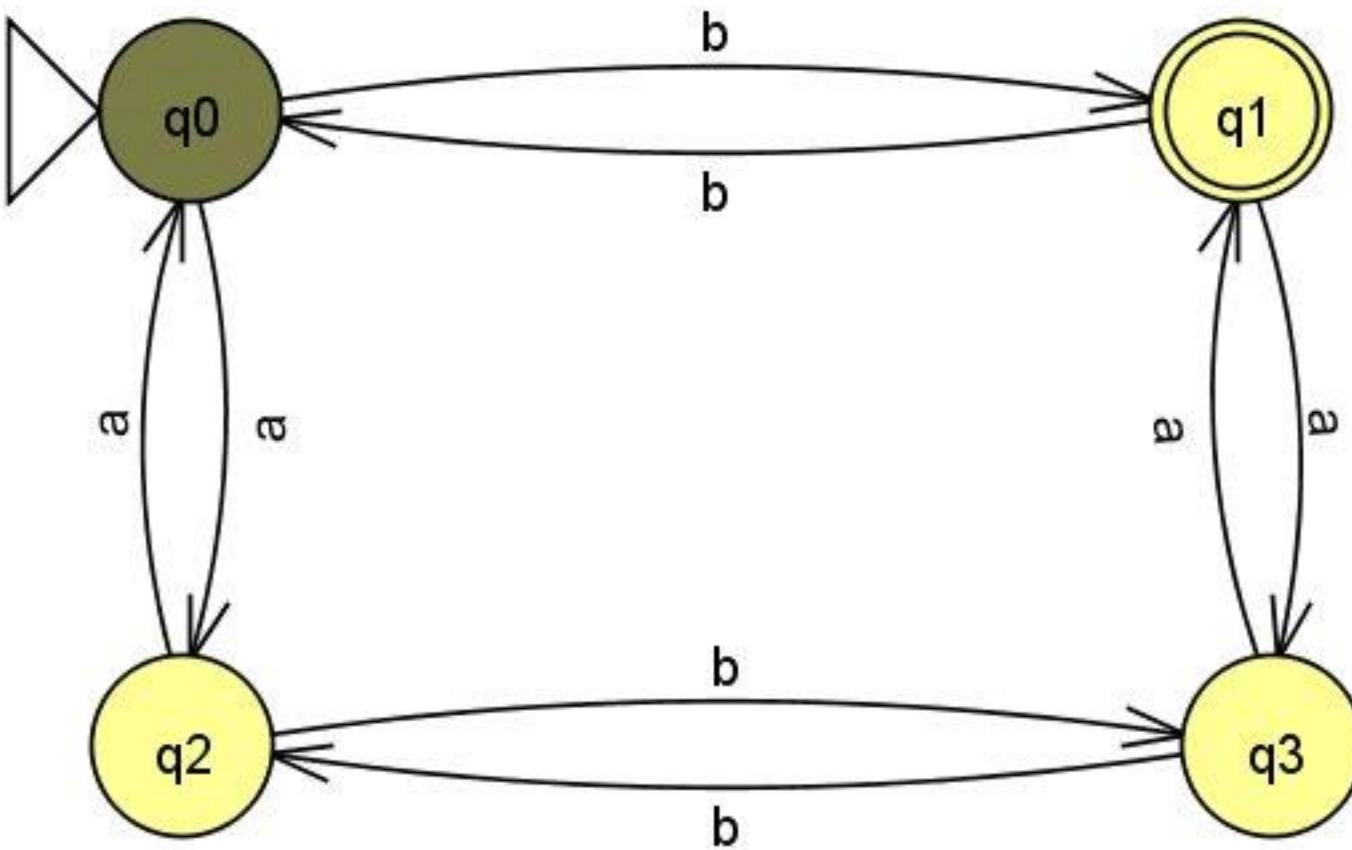
aba

$L_1 \cup L_2$ = {w Є {a,b}* | w, çift sayıda a VEYA tek sayıda b içerir.}kümesi için DFA



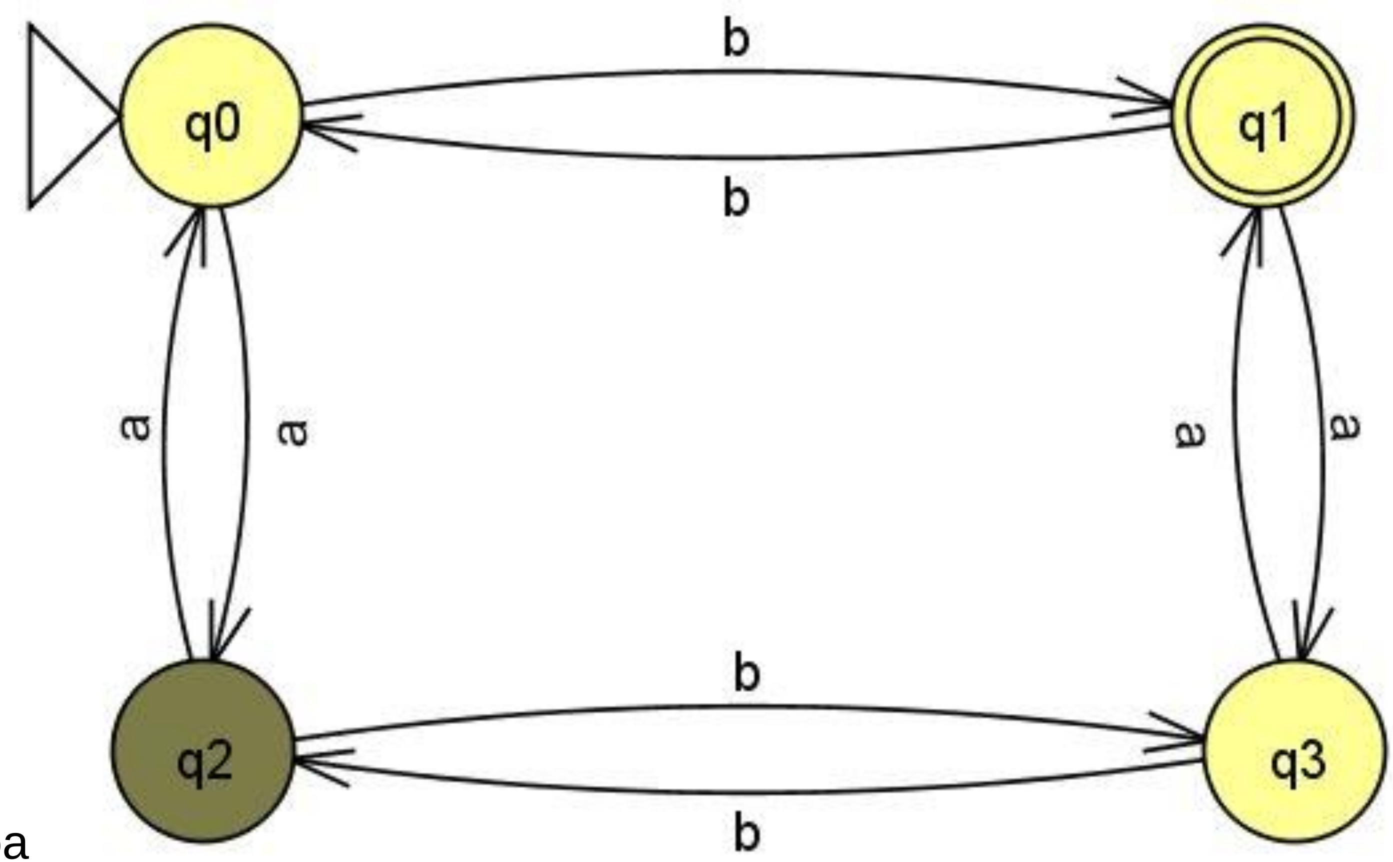
aba

$L_1 \cap L_2$ = {w Є {a,b}* | w, çift sayıda a VE tek sayıda b içerir.}kümesi için DFA



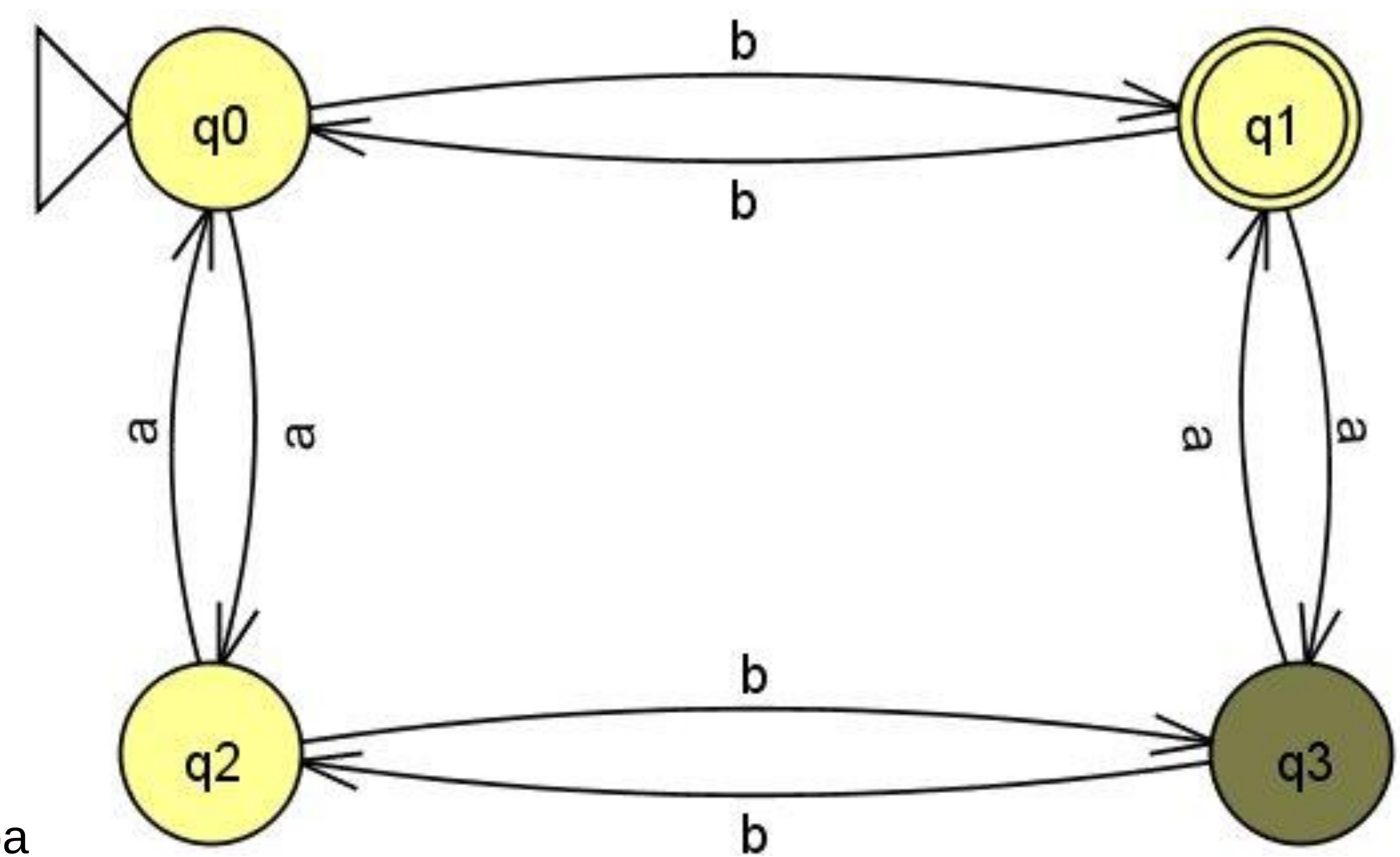
aba

$L_1 \cap L_2 =$ {w Є {a,b}* | w, çift sayıda a VE tek sayıda b içerir.}kümesi için DFA



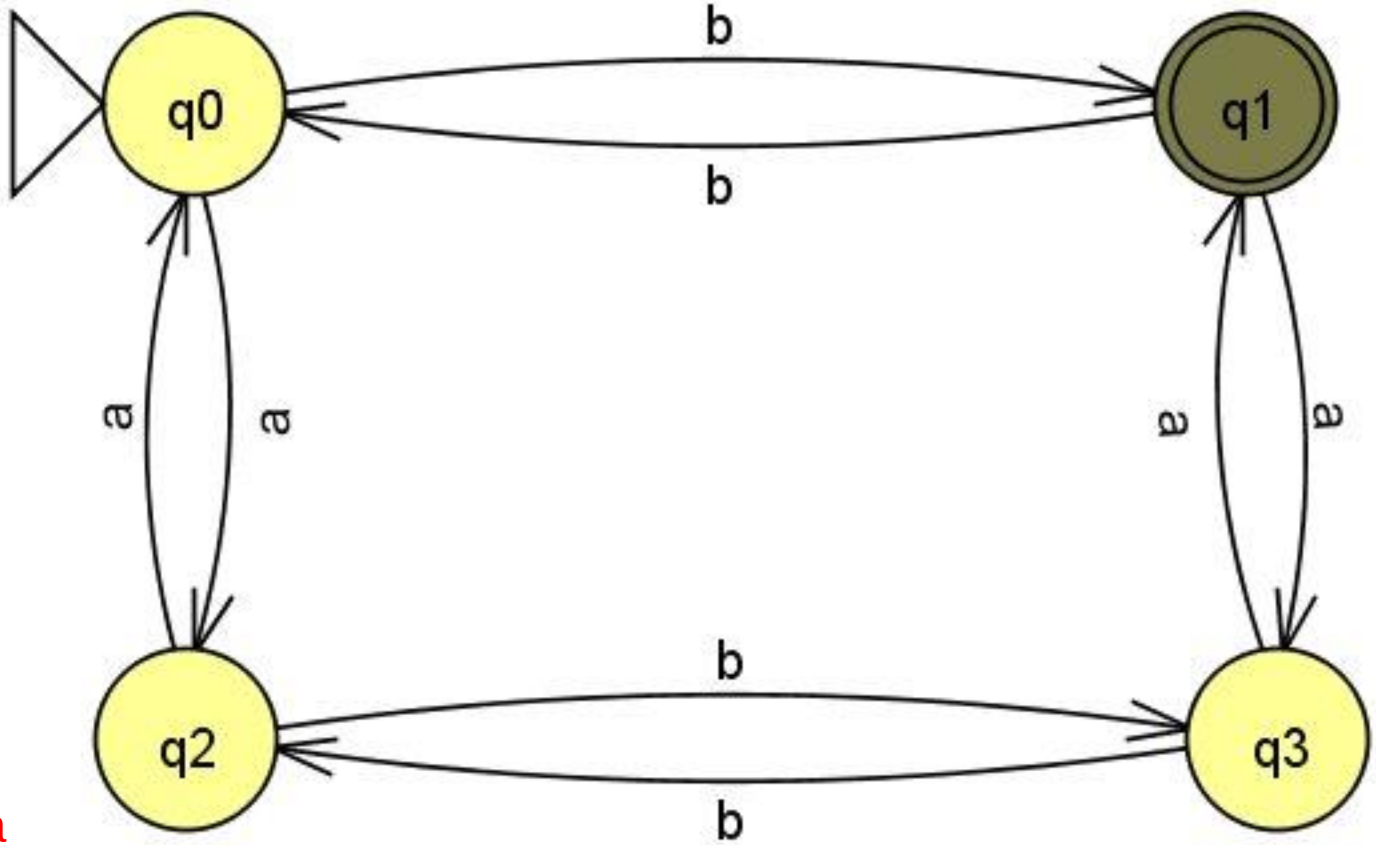
aba

$L_1 \cap L_2$ = {w Є {a,b}* | w, çift sayıda a VE tek sayıda b içerir.}kümesi için DFA



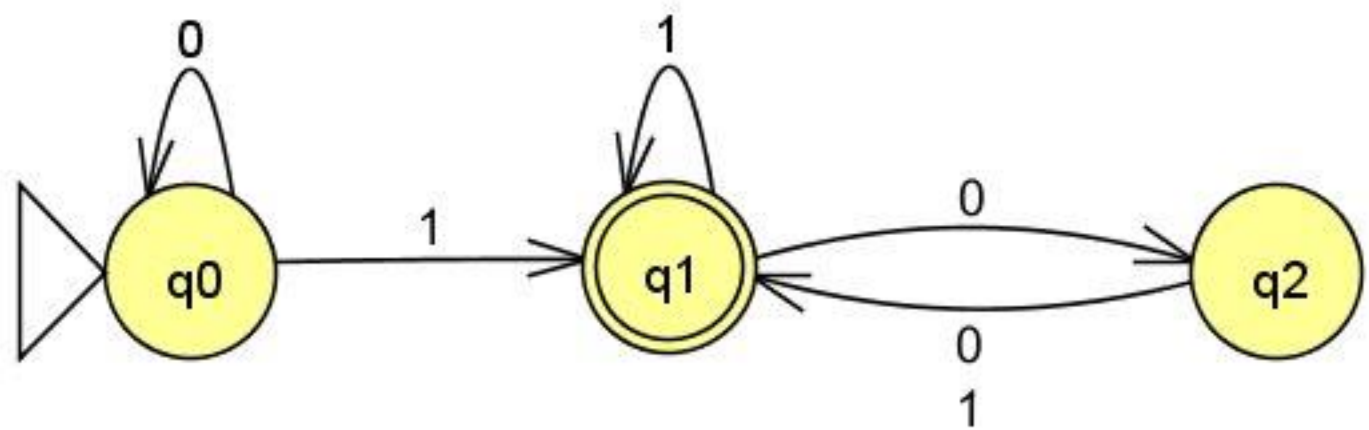
aba

$L_1 \cap L_2$ = {w Є {a,b}* | w, çift sayıda a VE tek sayıda b içerir.}kümesi için DFA



aba

A = {w | w, en az bir tane 1 içerir ve son 1'i çift sayıda 0 izler} kümesi için DFA



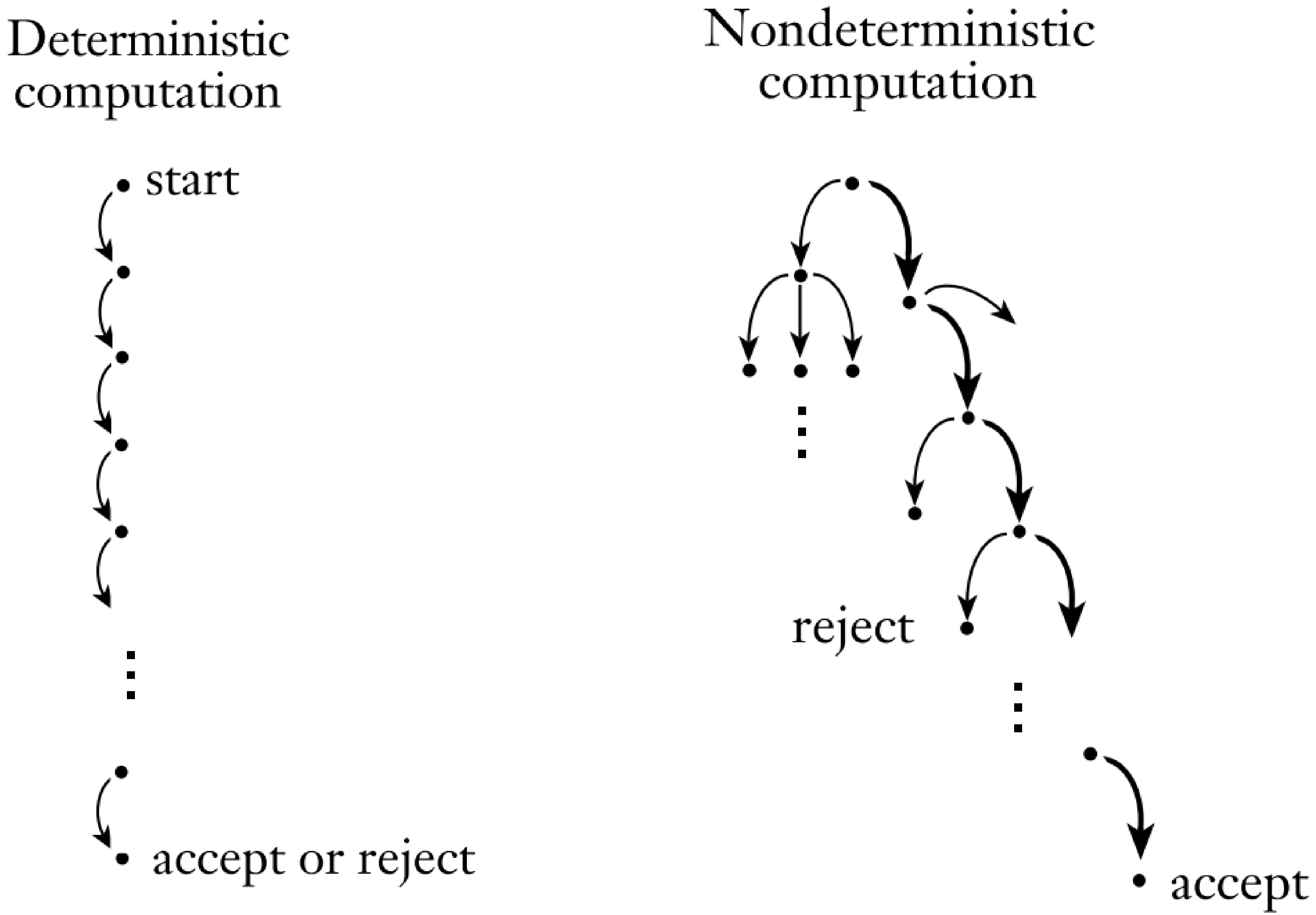
Nondeterministic Finite Automaton (NFA)

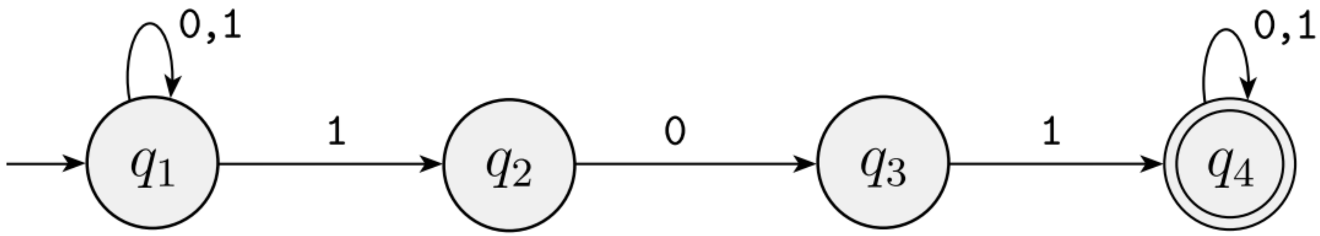
- DFA’nın daha genelleştirilmiş biçimidir.
  - Herhangi bir durumda iken bu durumdan bazı geçişler olmayabilir.
  - Bir geçişten birden fazla olabilir.
- Avantaj: Esneklik
  - Tasarım daha kolay hale gelmektedir.

NFA nasıl çaışır?

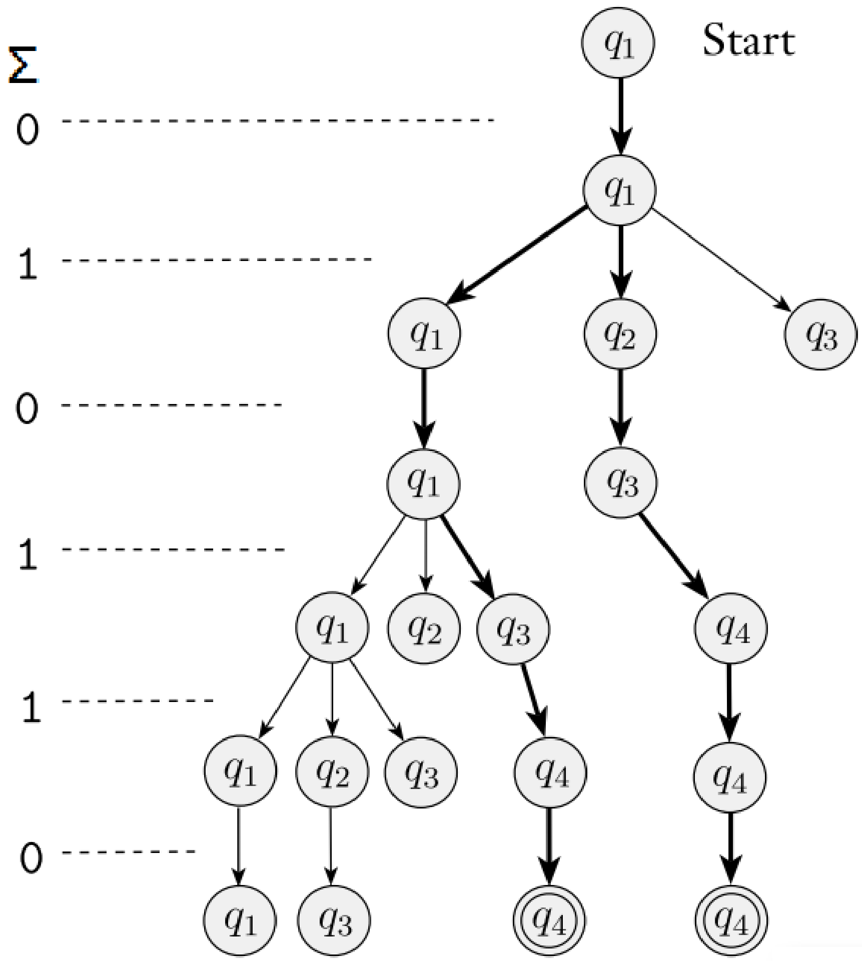
- NFA’nın başlangıç durumundan başlanarak, ilgili katar izlenip bir kabul durumunda biterse w NFA tarafından kabul edilir.
- NFA tarafından kabul edilen dil, bu NFA tarafından kabul edilen karakter katarlarının kümesidir.

Deterministik ve 'deterministik olmayan' hesaplamalar



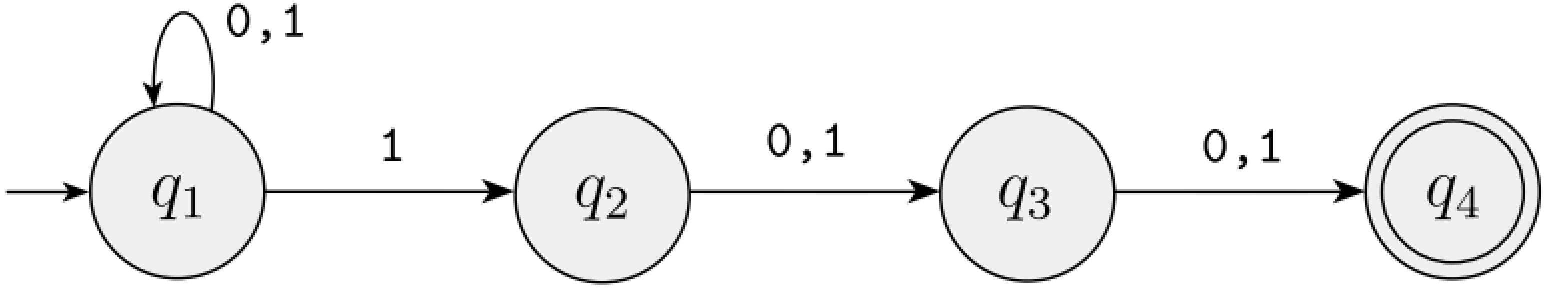


input 010110

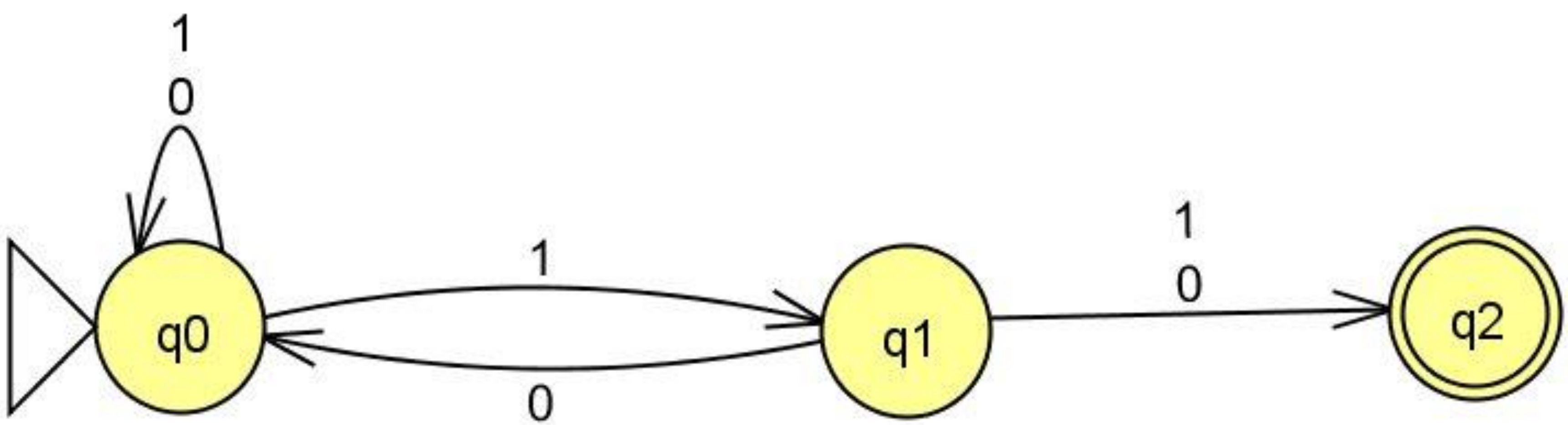


Bu şekilde denemeye devam ederek NFA makinesinin ‘101’ içeren tüm katarları alt katar olarak kabul ettiği görülür.

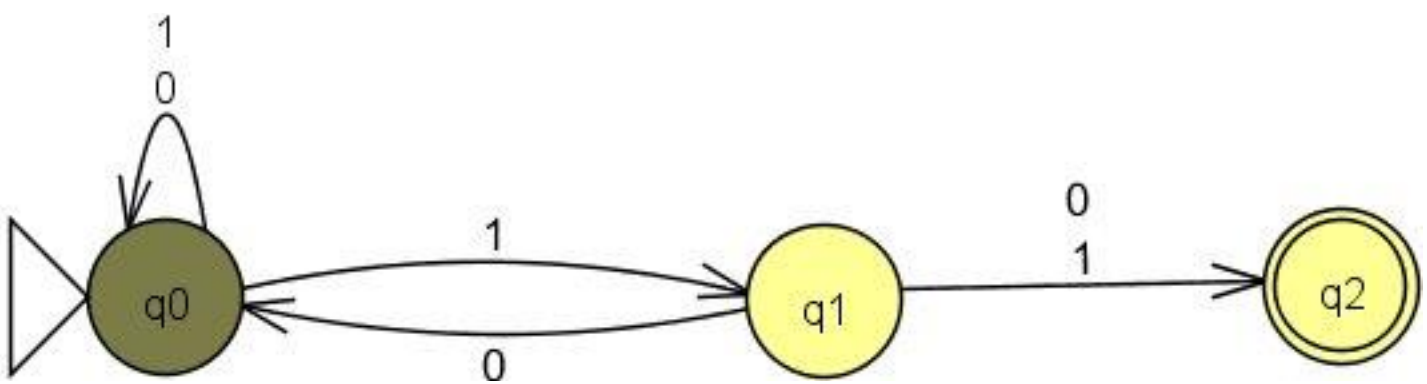
Örnek A dili 0,1} alfabesinde tanımlıdır ve sondan üçüncü konumda 1 içeren {tüm katarlardan oluşur. (örneğin, 000100, A'nın içindedir ancak 0011 değildir).



NFA A = {w in {0,1}* | w’nin sondan ikinci sembolü 1’dir}

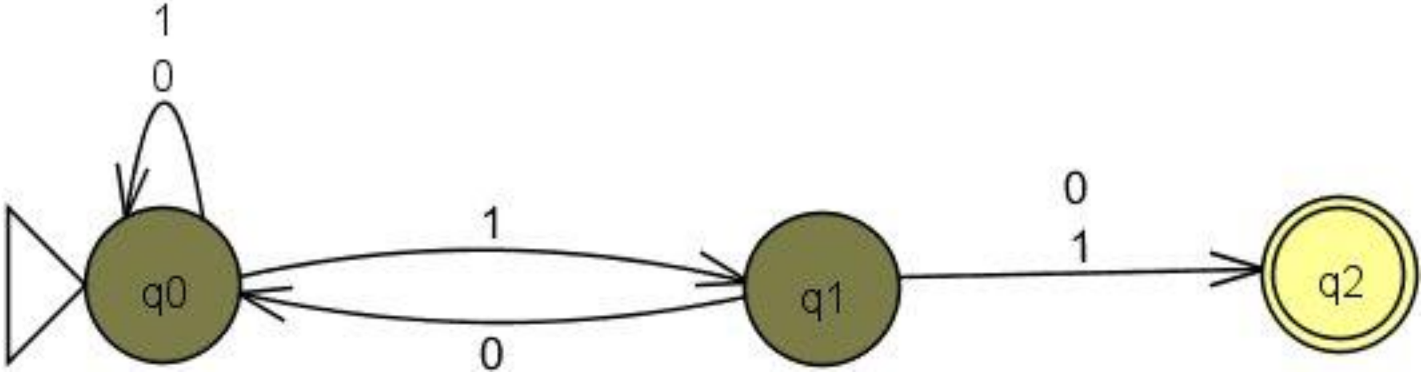


NFA A = {w in {0,1}* | w'nin sondan ikinci sembolü 1'dir}



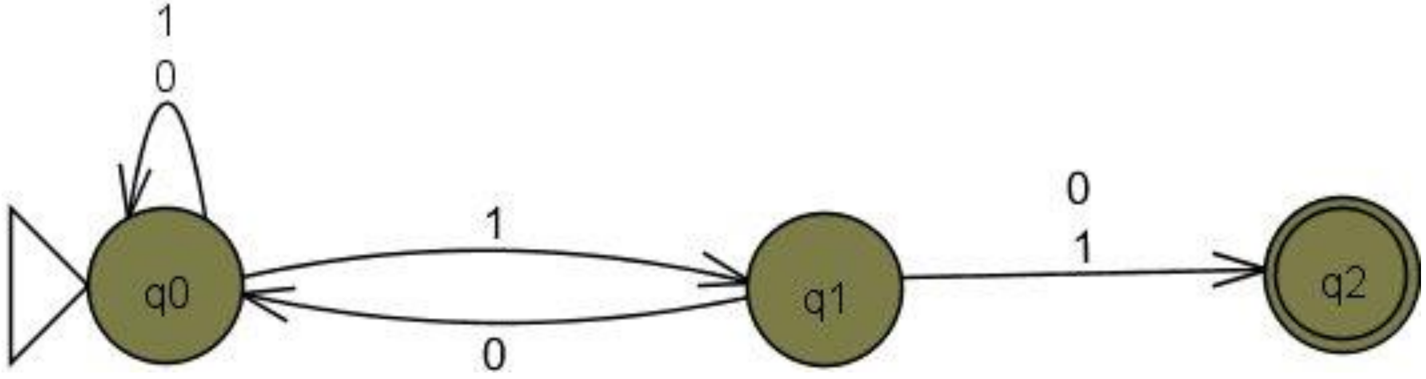
110

NFA A = {w in {0,1}* | w'nin sondan ikinci sembolü 1'dir}



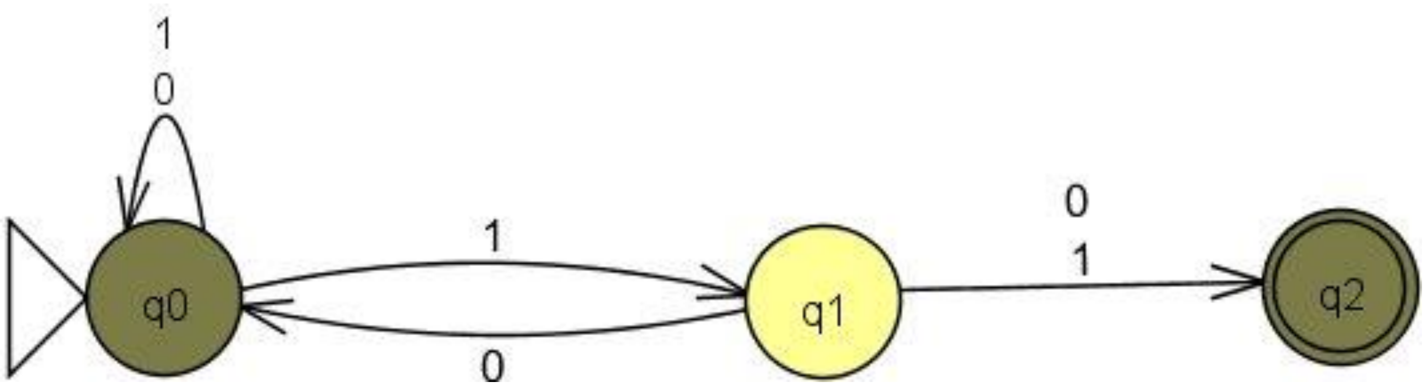
110

NFA A = {w in {0,1}* | w'nin sondan ikinci sembolü 1'dir}



110

NFA A = {w Є{0,1}* |w'nin sondan ikinci sembolü 1'dir}



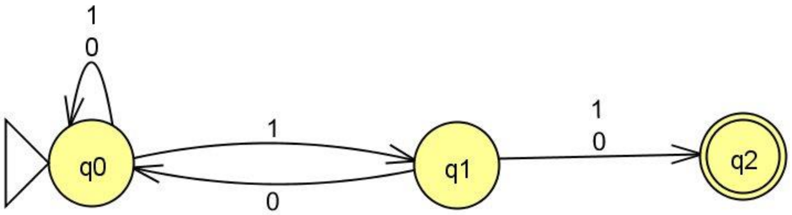
110

NFA’nın biçimsel tanımı

- NFA $M = (Q, \Sigma, \delta, s, F)$ Burada;
  - Q – Durumların sonlu kümesi
  - Σ - Giriş alfabesi
  - s – Başlangıç durumu
  - $F \subseteq Q$ – Kabul durumları kümesi
  - δ bir durum geçiş fonksiyonudur ve $Q \times \Sigma_e \times Q$’nin alt kümesidir.
- (p, u, q) δ’de ise , NFA p durumunda u okuyabilir ve q ‘ya gider.

NFA'nın biçimsel tanımı (devam)

- $\delta^*(q, w)$ bir durumlar kümesidir ve
- $p \, \varepsilon \, \delta^*(q, w)$ ise q'dan p'ye w etiketli bir yol vardır.
  - Örnek:
- $\delta^*(q_0, 1) = ?$
  - Cevap: $\{q_0, q_1\}$
- $\delta^*(q_0, 11) = ?$
  - Cevap: $\{q_0, q_1, q_2\}$



NFA kabulü

- $\delta^*(q_0, w) \cap F$ kümesi bir boş küme değilse w karakter katarı M makinesi tarafından tanınır.

NFA'nın tanıdığı dil:

- $L(M) = \{w \text{ in } \Sigma^* \mid w, M \text{ tarafından tanınır}\}$.

NFA ve DFA’nın karşılaştırılması

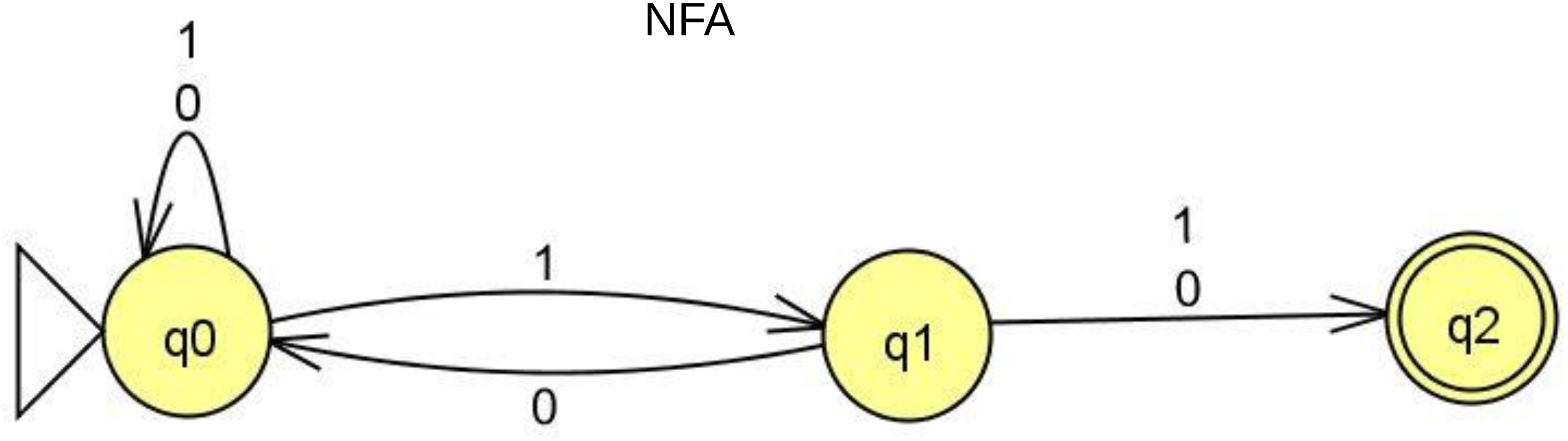
- NFA , DFA’dan daha mı güçlüdür?
  - Cevap: Hayır
- Theorem:
  - Her NFA makinesi için eşdeğer bir DFA vardır.

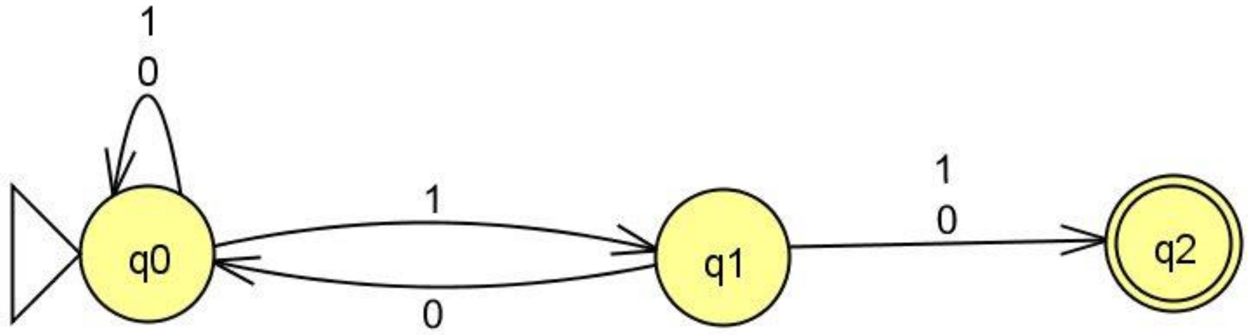
Eşdeğer DFA'nın bulunması

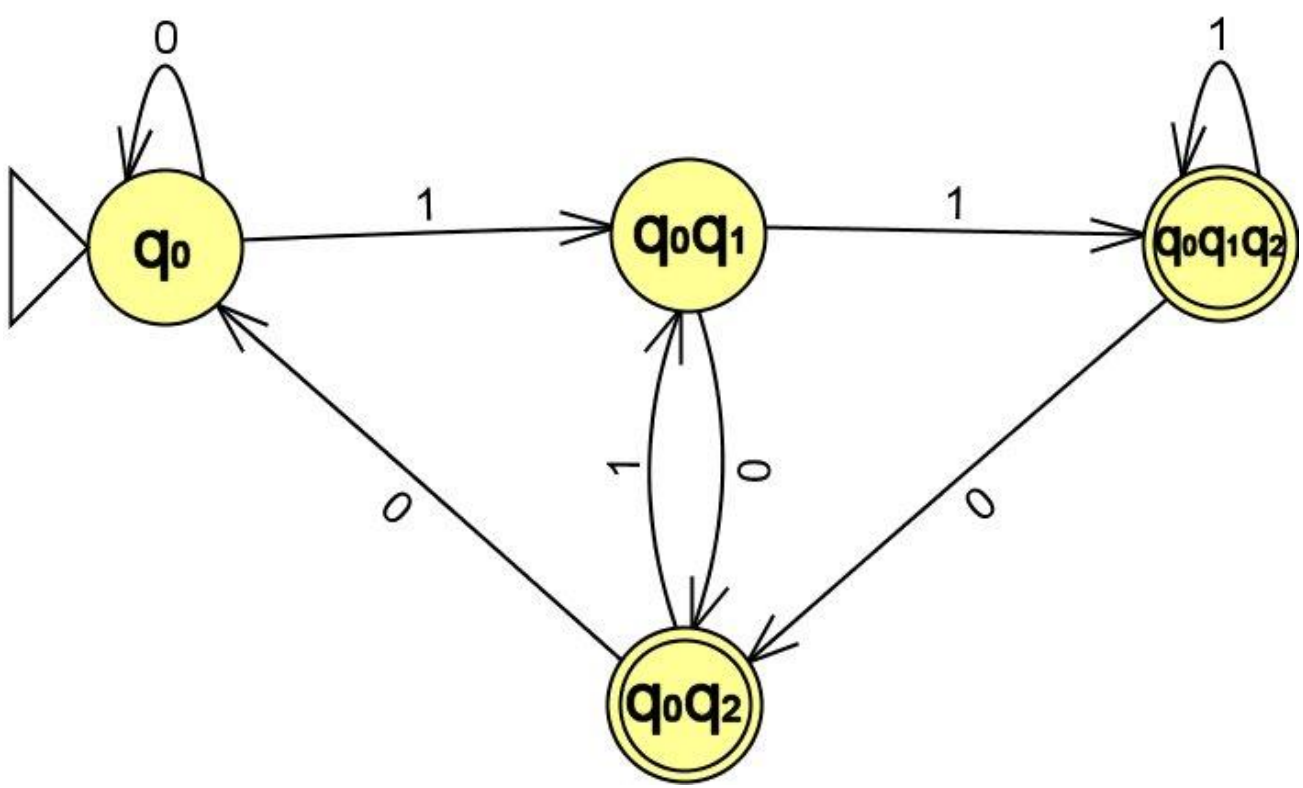
- NFA $M = (Q, \Sigma, \delta, s, F)$
- DFA $M' = (Q', \Sigma, \delta, s', F')$ Burada:
  - $Q' = 2^Q$
  - $s' = \{s\}$
  - $F' = \{P \mid P \cap F \neq \Phi\}$
  - $\delta(\{p_1, p_2, p_m\}, \sigma) = \delta^*(p_1, \sigma) \cup \delta^*(p_2, \sigma) \cup \ldots \cup \delta^*(p_m, \sigma)$

Örnek:Eşdeğer DFA'nın bulunması

NFA

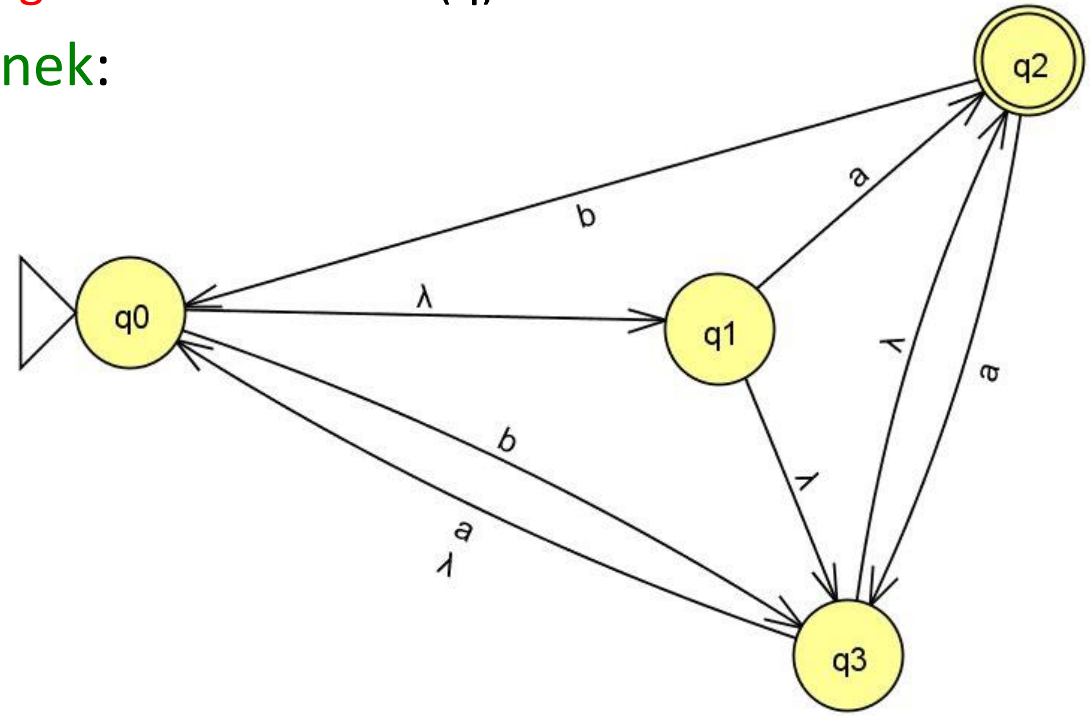



1
0
1
q0
q1
0
1
0
q2


0
1
q0
1
q0q1
1
q0q1q2
0
1
0
0
q0q2

Boşluk geçişli NFA

- Durumların boşluk kapanması: δ*(q, Λ).
  - gösterim: e-closure(q).
- Örnek:



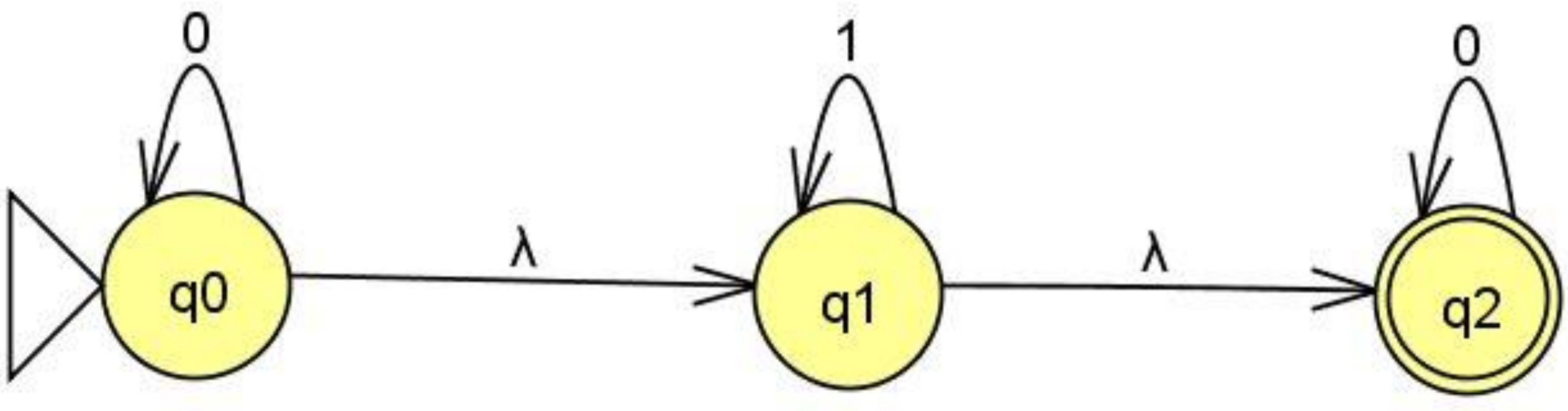
Boşluk kapanması(devam)

- Durumun boşluk kapanmasının bulunması:
  - e-closure($\{s_1, \ldots , s_m\}$) = e-closure(s_1) $\cup \ldots \cup$ e-closure(s_m)

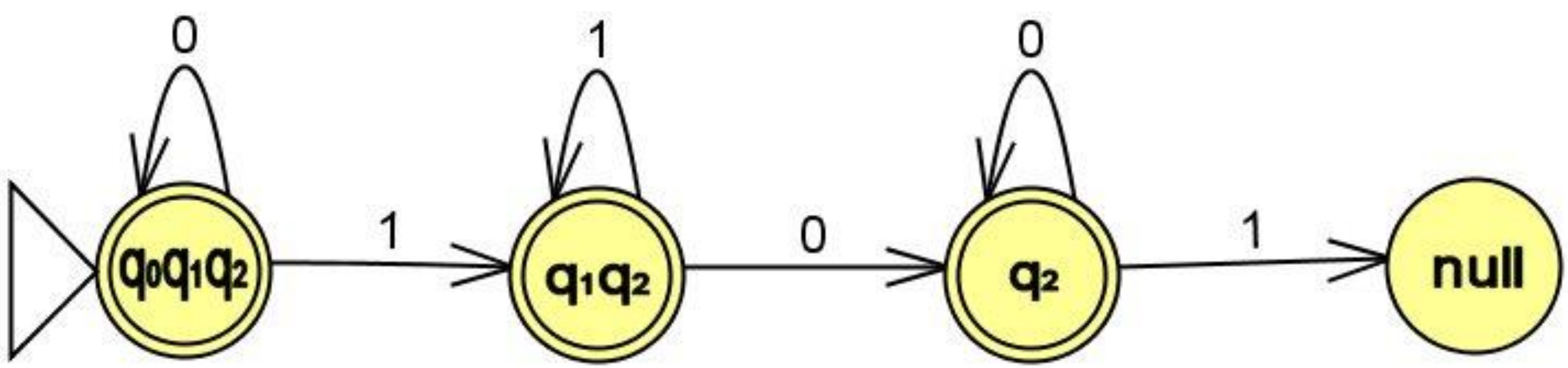
  s' = e-closure({s}) olsun ve

  $\delta(\{p_1,\ldots, p_m\}, \sigma)$ = e-closure($\delta^*(p_1, \sigma)$) $\cup \ldots \cup$ e-closure($\delta^*(p_m, \sigma)$)

Örnek



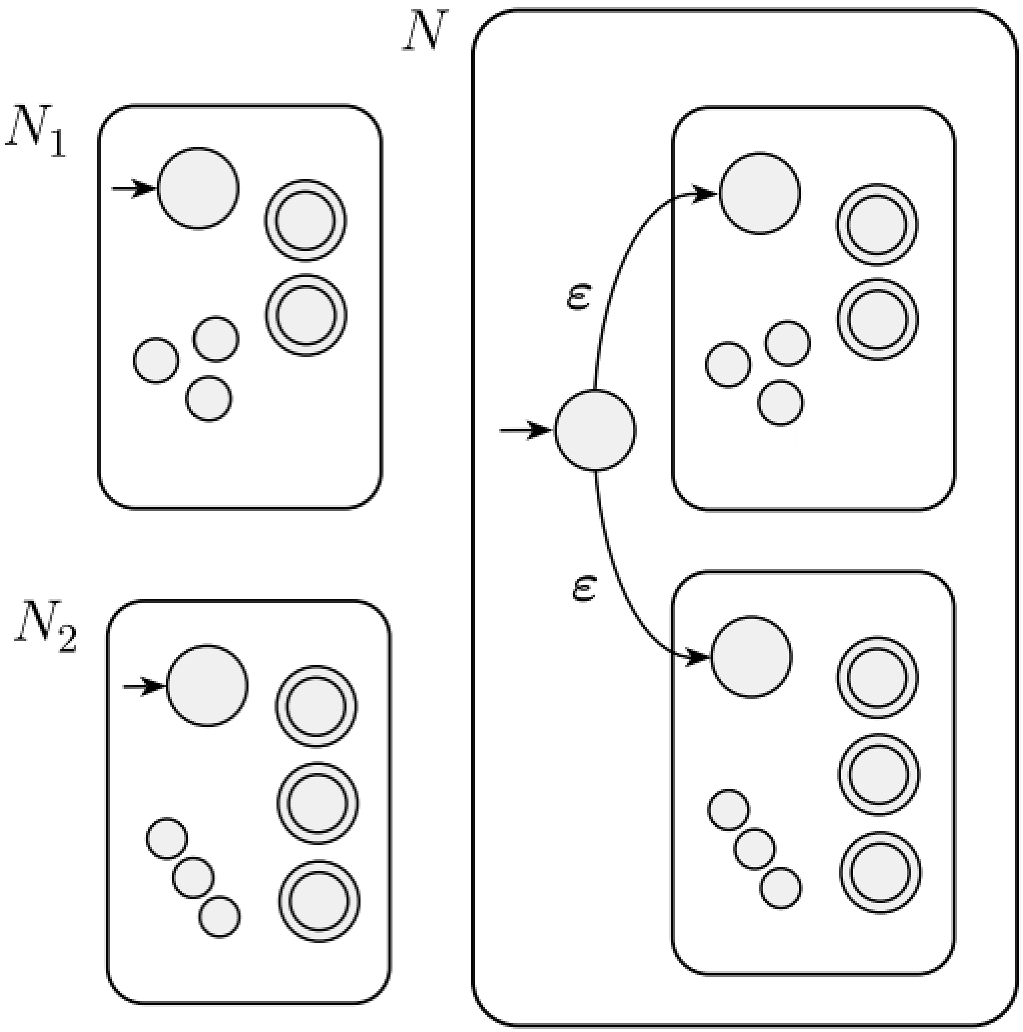
DFA = ?



- Theorem:
  - (a) Her regüler ifade için eşdeğer bir NFA vardır.
  - (b) Her DFA için eşdeğer bir regüler ifade vardır.
- Theorem:
  - (a) Regüler diller sınıfı U operatörü üzerine kapalıdır. .
  - (b) Her DFA için eşdeğer bir regüler ifade vardır.

A1 ∪ A2'yi tanımak için bir NFA'nin oluşturulması

A1 ve A2 düzgün dilleri ise A1 ∪ A2 dili de düzenli dildir.



$N_1 = (Q_1, \Sigma, \delta_1, q_1, F_1)$ recognize A_1,
$N_2 = (Q_2, \Sigma, \delta_2, q_2, F_2)$ recognize A_2.

1. $Q = \{q_0\} \cup Q_1 \cup Q_2$.

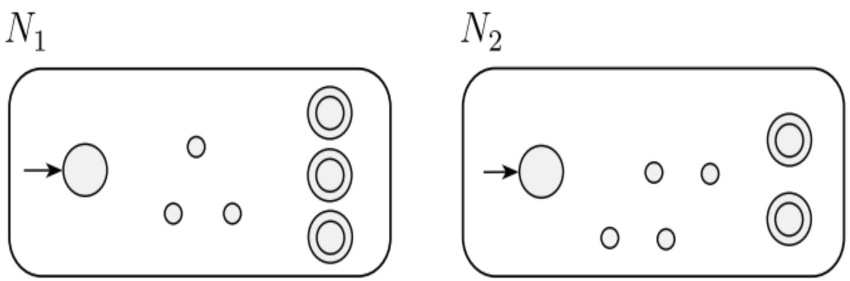
2. The state q_0 is the start state of N.

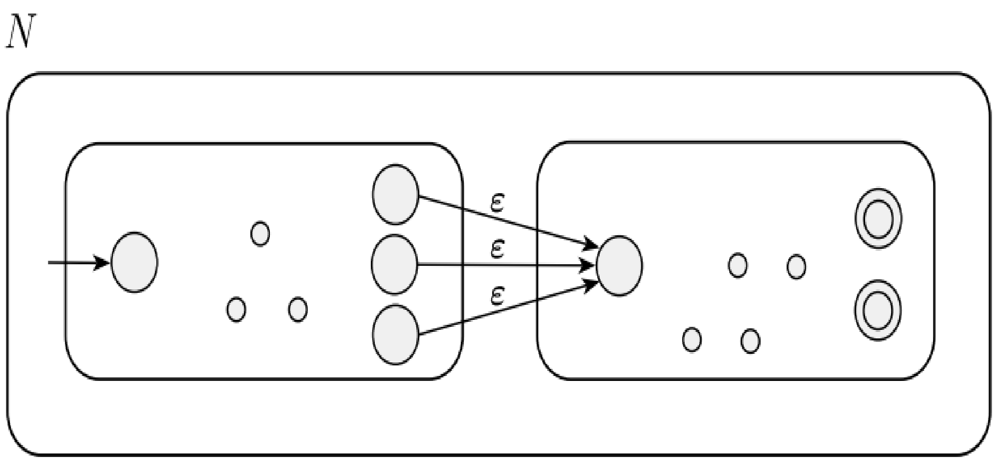
3. $F = F_1 \cup F_2$.

$q \in Q$ and any $a \in \Sigma$

4. $$\delta(q,a) = \begin{cases} \delta_1(q,a) & q \in Q_1 \\ \delta_2(q,a) & q \in Q_2 \\ \{q_1, q_2\} & q = q_0 \text{ and } a = \varepsilon \\ \emptyset & q = q_0 \text{ and } a \neq \varepsilon. \end{cases}$$

A1 ve A2 düzgün dilleri ise A1 . A2 dili de düzenli dildir.





4. $q \in Q$ and any $a \in \Sigma_\varepsilon$,

$$\delta(q,a) = \begin{cases} \delta_1(q,a) & q \in Q_1 \text{ and } q \notin F_1 \\ \delta_1(q,a) & q \in F_1 \text{ and } a \neq \varepsilon \\ \delta_1(q,a) \cup \{q_2\} & q \in F_1 \text{ and } a = \varepsilon \\ \delta_2(q,a) & q \in Q_2. \end{cases}$$

$N_1 = (Q_1, \Sigma, \delta_1, q_1, F_1)$ recognize A_1,
$N_2 = (Q_2, \Sigma, \delta_2, q_2, F_2)$ recognize A_2.

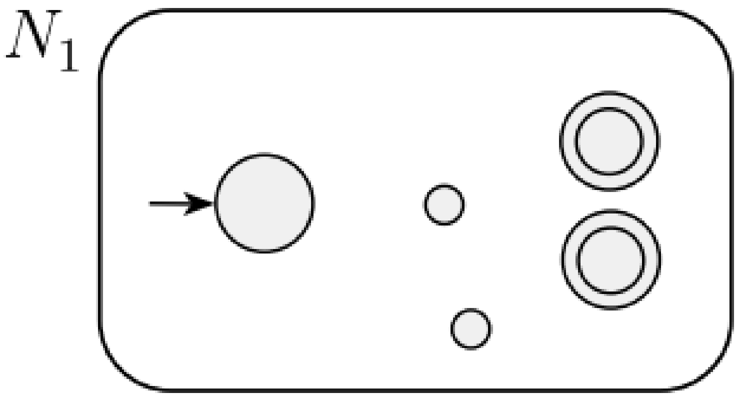
$N = (Q, \Sigma, \delta, q_1, F_2)$ to recognize $A_1 \circ A_2$.

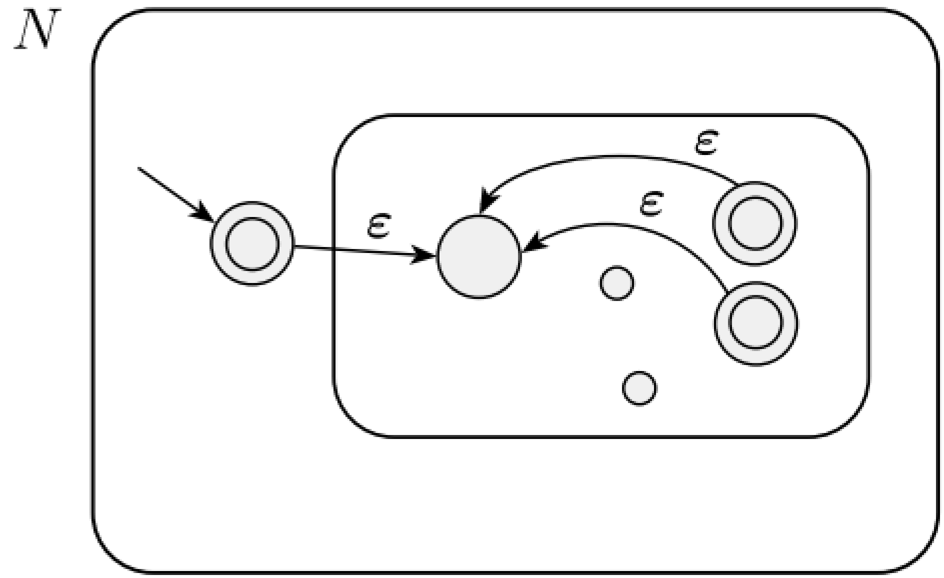
1. $Q = Q_1 \cup Q_2$.

2. The state q_1

3. The accept states F_2

A1 düzgün dil ise A1* dili de düzenli dildir.





$N_1 = (Q_1, \Sigma, \delta_1, q_1, F_1)$ recognize A_1.

$N = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ to recognize A_1^*.

1. $Q = \{q_0\} \cup Q_1$.

2. The state q_0 is the new start state.

3. $F = \{q_0\} \cup F_1$.