Örnek: İçiçe parantezler

$$G = (\{S\}, \{(,)\}, R, S)$$

$$S \rightarrow (\ S\ ) \mid SS \mid \varepsilon$$

Örnek: Aşağıdaki regüler ifade için bir CFG tasarlayınız.

$$bba(ab)^* + (ab + ba^*b)^*ba$$

$$S \rightarrow S_1 \mid S_2$$

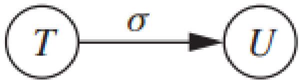
$$S_1 \rightarrow S_1ab \mid bba$$

$$S_2 \rightarrow TS_2 \mid ba$$

$$T \rightarrow ab \mid bUb \quad U \rightarrow aU \mid \Lambda$$

$$S \rightarrow S_1 \mid S_2 \qquad S_1 \rightarrow S_1ab \mid bba \qquad S_2 \rightarrow TS_2 \mid ba$$

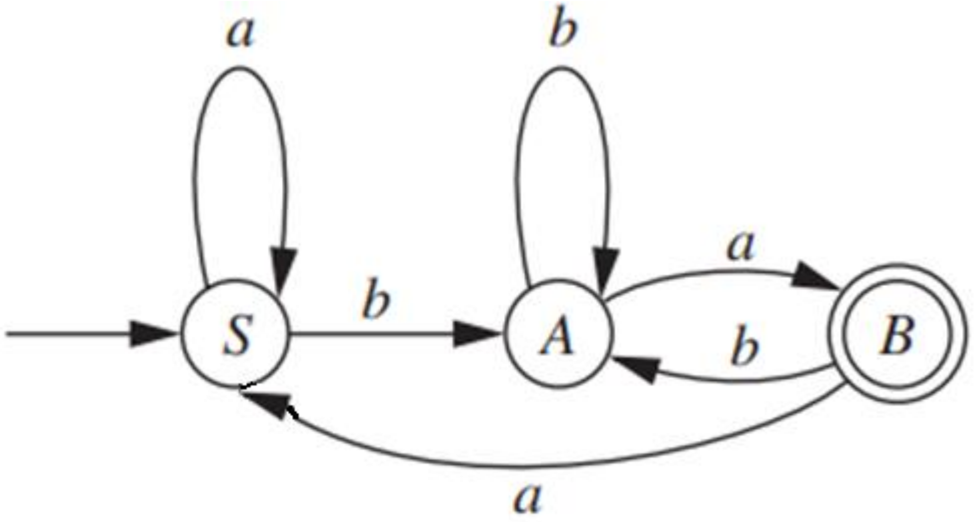
$$T \rightarrow ab \mid bUb \qquad U \rightarrow aU \mid \Lambda$$



$$T \to \sigma U$$

Eğer U kabul durumu ise $U \to \Lambda$

Örnek: Aşağıdaki DFA makinesi için bir CFG tasarlayınız.



$$\{a, b\}^*\{ba\}$$

$$S \to aS \mid bA$$

$$A \to bA \mid aB$$

$$B \to bA \mid aS \mid \Lambda$$

B durumu kabul durumu olduğu için $B \to \Lambda$ kuralını da ekleriz.

Teorem: L1 ve L2 bir alfabe üzerinde tanımlı CFL ise o zaman L1 ∪ L2, L1.L2 ve L_1* de CFL'dir

L_1 $G_1 = (V_1, \Sigma, S_1, P_1)$

L_2 $G_2 = (V_2, \Sigma, S_2, P_2)$

$L_1 \cup L_2$

$G_u = (V_u, \Sigma, S_u, P_u)$

$V_u = V_1 \cup V_2 \cup \{S_u\}$

$P_u = P_1 \cup P_2 \cup \{S_u \rightarrow S_1 \mid S_2\}$

$L_1 L_2$

$G_c = (V_c, \Sigma, S_c, P_c)$

$P_c = P_1 \cup P_2 \cup \{S_c \rightarrow S_1 S_2\}$

$x = x_1 x_2 \in L_1 L_2$

$x_1 \in L_1$ and $x_2 \in L_2$

$Sc \Rightarrow S_1 S_2 \Rightarrow^* x_1 S_2 \Rightarrow^* x_1 x_2$

$L_1{}^*$

$G^* = (V, \Sigma, S, P)$

$V = V_1 \cup \{S\}$

$P = P_1 \cup \{S \rightarrow S S_1 \mid \Lambda\}$

«Palindromes» ve «Nonpalindromes» için CFG

Palindromes

$$S \to \Lambda$$
$$S \to a$$
$$S \to b$$
$$S \to aSa$$
$$S \to bSb$$

$$abbbbaaba$$

$$S \Rightarrow aSa \Rightarrow abSba \Rightarrow abbAaba$$
$$\Rightarrow abbAaaba \Rightarrow abbAbaaba$$
$$\Rightarrow abbAbbaaba \Rightarrow abbbbaaba$$

Nonpalindromes

$$S \to aSa$$
$$S \to bSb$$
$$S \to aAb$$
$$S \to bAa$$
$$A \to Aa$$
$$A \to Ab$$
$$A \to \Lambda$$

$$S \to \Lambda \mid a \mid b \mid aSa \mid bSb$$

$$S \to aSa \mid bSb \mid aAb \mid bAa$$
$$A \to Aa \mid Ab \mid \Lambda$$

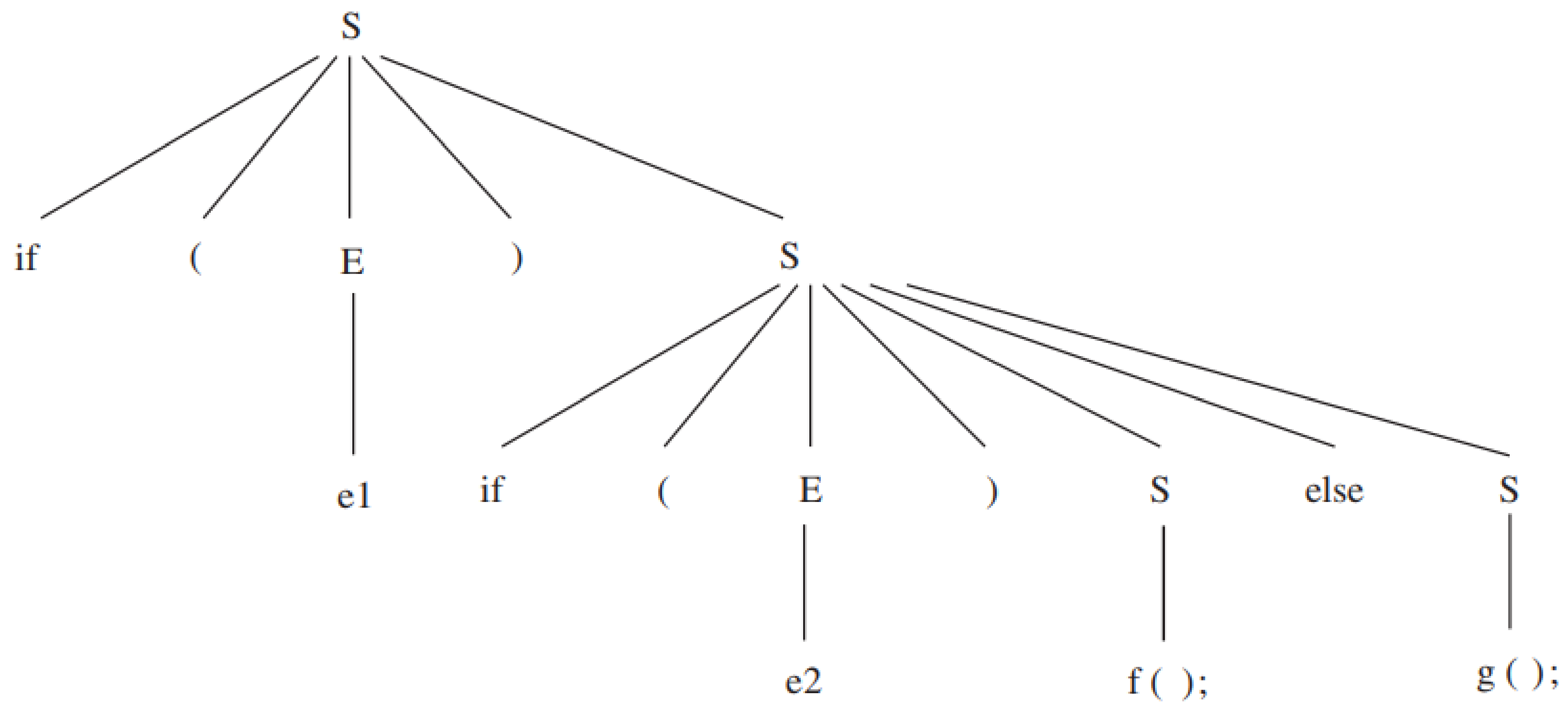
Boşlukta ELSE problemi

$$S \rightarrow \text{if } (E) S \mid \text{if } (E) S \text{ else } S \mid OS$$

```
if (e1) if (e2) f(); else g();
```

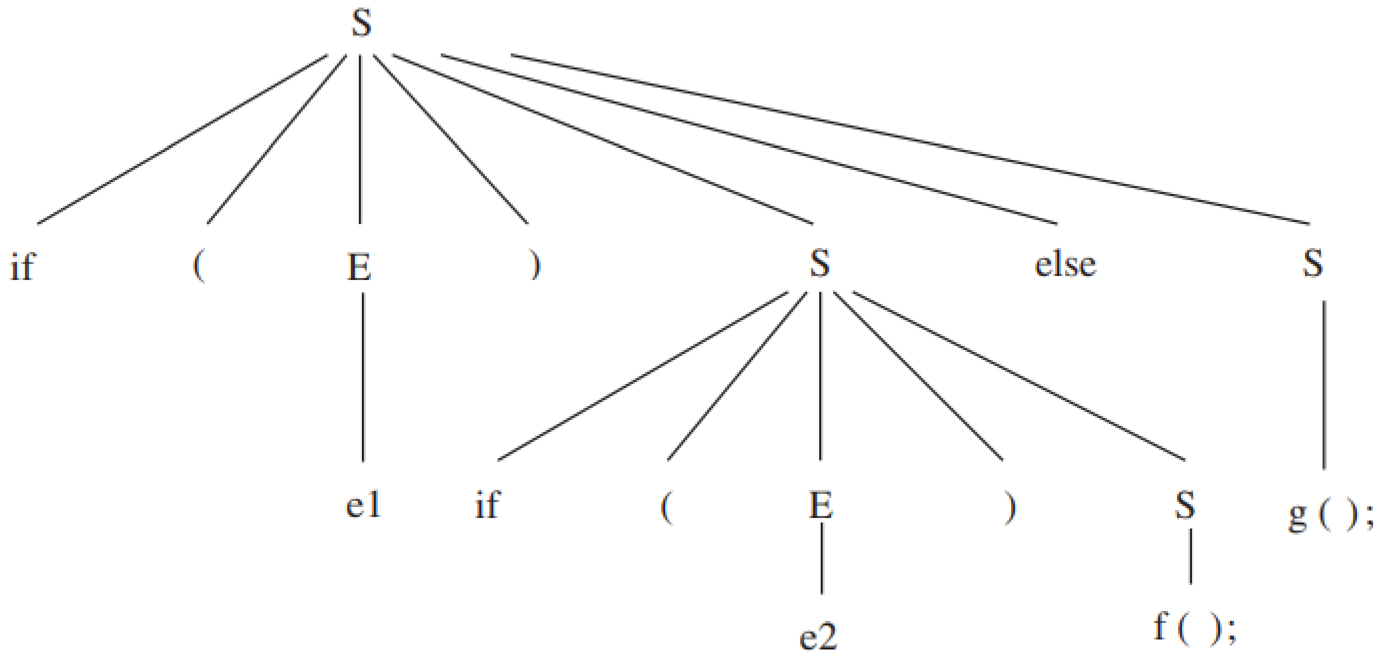
```
if (e1) { if (e2) f(); else g(); }
```

```
if (e1) { if (e2) f(); } else g();
```



Yalnızca doğru yoruma izin veren eşdeğer CFG:

$$S \rightarrow S_1 \mid S_2$$
$$S_1 \rightarrow \text{if } (\ E \ ) \ S_1 \ \text{ else } S_1 \mid OS$$
$$S_2 \rightarrow \text{if } (\ E \ ) \ S$$
$$S_2 \rightarrow \text{if } (\ E \ ) \ S_1 \ \text{ else } S_2$$



Bu kurallar orijinal olanlarla aynı dizeleri oluşturur ve nettir. Her iki gerçeği de kanıtlamayacağız, ancak ikincisinin nasıl doğru olabileceğini görebilirsiniz. S1 değişkeni, her if'in karşılık gelen bir else ile eşleştiği ve S2'den türetilen her ifadenin en az bir eşleşmeyen if içerdiği bir ifadeyi temsil eder. Bu kurallarda diğerlerinden önce görünen tek değişken S1'dir; else, S1'den türetilen ifadedeki if'lerin hiçbiriyle eşleşemeyeceğinden, onunla aynı anda ortaya çıkan if ile eşleşmesi gerekir.

Örnek: Aşağıdaki dil için bir CFG tasarlayınız.

$$\{a^i b^j c^k \mid j \neq i + k\} \subseteq \{a, b, c\}^*$$

$j \neq i + k$ koşulu $j > i + k \text{ or } j < i + k$ olarak ifade edilebilir.

$$L = L_1 \cup L_2 = \{a^i b^j c^k \mid j > i + k\} \cup \{a^i b^j c^k \mid j < i + k\}$$

$a^i b^{i+k} c^k = (a^i b^i)(b^k c^k)$ Ortaya fazladan en az bir tane «b» gerekmektedir. $j > i + k$

$$L_1 = MNP = \{a^i b^i \mid i \geq 0\} \{b^m \mid m > 0\} \{b^k c^k \mid k \geq 0\}$$

$$S_1 \rightarrow S_M S_N S_P$$

$S_M \rightarrow aS_M b \mid \Lambda$ $S_N \rightarrow bS_N \mid b$ $S_P \rightarrow bS_N c \mid \Lambda$

$j < i + k$

$$L_2 = L_3 \cup L_4 = \overbrace{\{a^i b^j c^k \mid j < i\}}^{L3} \cup \overbrace{\{a^i b^j c^k \mid i \leq j < i + k\}}^{L4}$$

$$L_3 = a^i b^j c^k = (a^{i-j})\ (a^j b^j)\ (c^k) \qquad i - j > 0,\ j \geq 0,\ k \geq 0$$

$$L_3 = QRT = \{a^i \mid i > 0\}\ \{b^i c^i \mid i \geq 0\}\ \{c^i \mid i \geq 0\} \qquad S_3 \rightarrow S_Q S_R S_T$$

Hepsi doğal sayı

$$L_4 = a^i b^j c^k = (a^i b^i)\ (b^{j-i} c^{j-i})\ (c^{k-j+i}) \qquad i > 0,\quad j - i \geq 0,\quad k - j + i > 0\ (k + i > j)$$

$$L_4 = UVW = \{a^i b^i \mid i > 0\}\ \{b^i c^i \mid i \geq 0\}\ \{c^i \mid i > 0\} \qquad S_4 \rightarrow S_U S_V S_W$$

$$S \rightarrow S_1 \mid S_3 \mid S_4 \qquad S_1 \rightarrow S_M S_N S_P \qquad S_3 \rightarrow S_Q S_R S_T \qquad S_4 \rightarrow S_U S_V S_W$$