

# PERT

- **PERT**
  - Le graphe: niveau des activités
  - La méthode potentiel Tâche
  - Chemin critique
  - Les marges

## Exemple de projet

- L'élaboration du graphe Potentiel-Tâche suit les mêmes étapes que la construction du réseau PERT.
- Exemple

Tâche i	Durée di	Antécédents
<b>A</b>	<b>15</b>	-
<b>B</b>	<b>3</b>	<b>A, C, E, F</b>
<b>C</b>	<b>2</b>	<b>A</b>
<b>D</b>	<b>8</b>	<b>A</b>
<b>E</b>	<b>7</b>	-
<b>F</b>	<b>1</b>	<b>A</b>
<b>G</b>	<b>3</b>	<b>A, C, E</b>

## Le graphe: niveau des activités

- Le niveau d'une tâche correspond au plus grand nombre de tâches rencontrées sur un même chemin depuis le début du projet, plus un.
- On place au premier niveau les tâches qui n'ont aucun antécédent et on les raye de la liste des tâches.

## Le graphe: niveau des activités

- Étape 1 : on raye dans la colonne des antécédents, les tâches qui viennent d'être affectées au dernier niveau analysé ;
- Étape 2 : les tâche du nouveau niveau sont les tâches non rayées de la colonnes des tâches qui n'ont plus d'antécédent ; après affectation au nouveau niveau, ces tâches sont rayées à leur tour dans la colonne des tâches ;
- Étape 3 : s'il reste des tâches non rayées dans la colonne des tâches, on repart à l'étape 1, sinon la décomposition en niveaux est terminée.

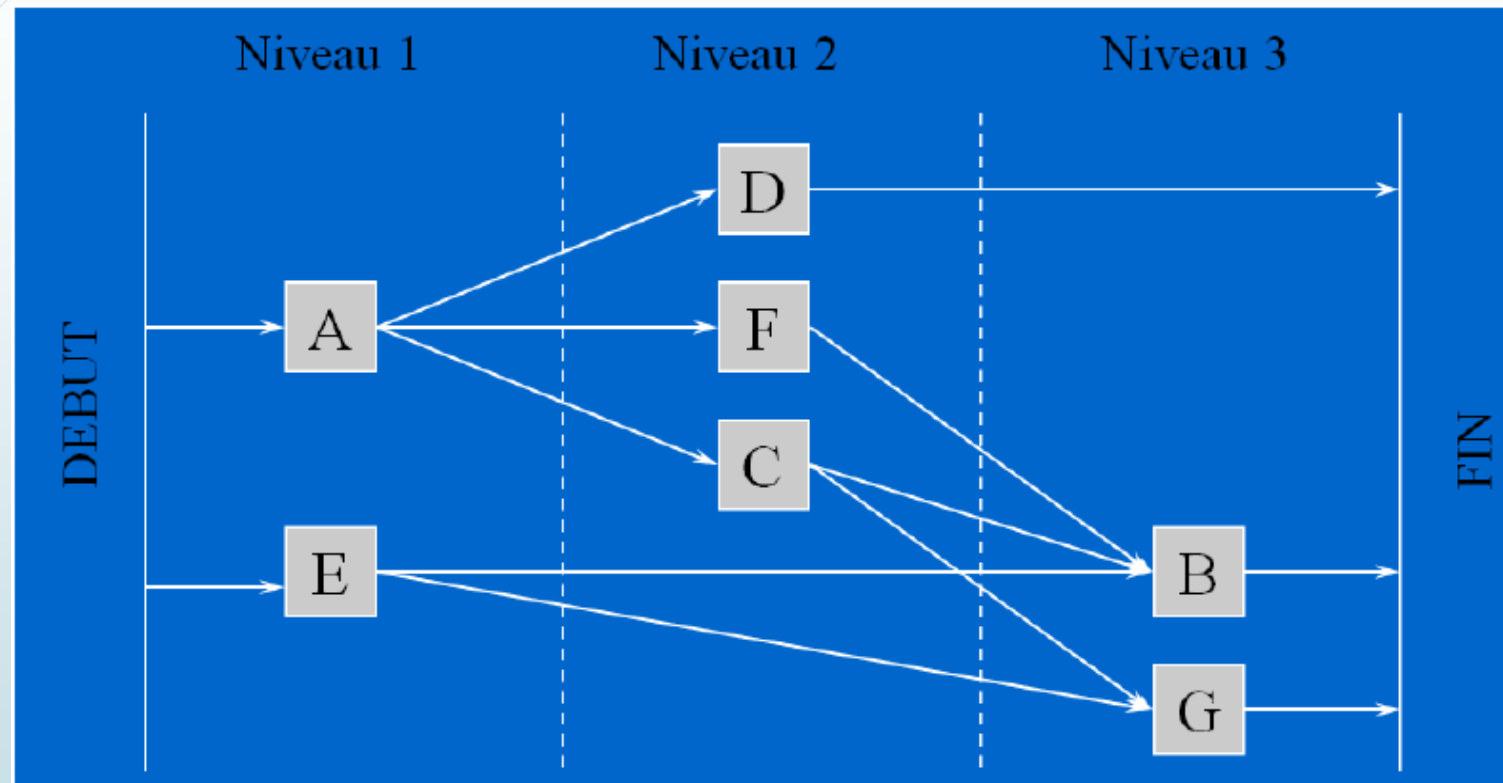
## Le graphe: niveau des activités

Antécédent	Tâche i	NIVEAU 1	NIVEAU 2	NIVEAU 3	NIVEAU 4	NIVEAU 5
-	A					
A, C, E, F	B					
A	C					
A	D					
-	E					
A	F					
A, C, E	G					

## La méthode potentiel tâches

- Cette méthode, variante du CPM appelée Méthode Potentiel-Tâches, permet d'obtenir un graphe dual du réseau Pert :
  - Sommet = Tâche
  - Arc = Contrainte d'antériorité.

# Tracé

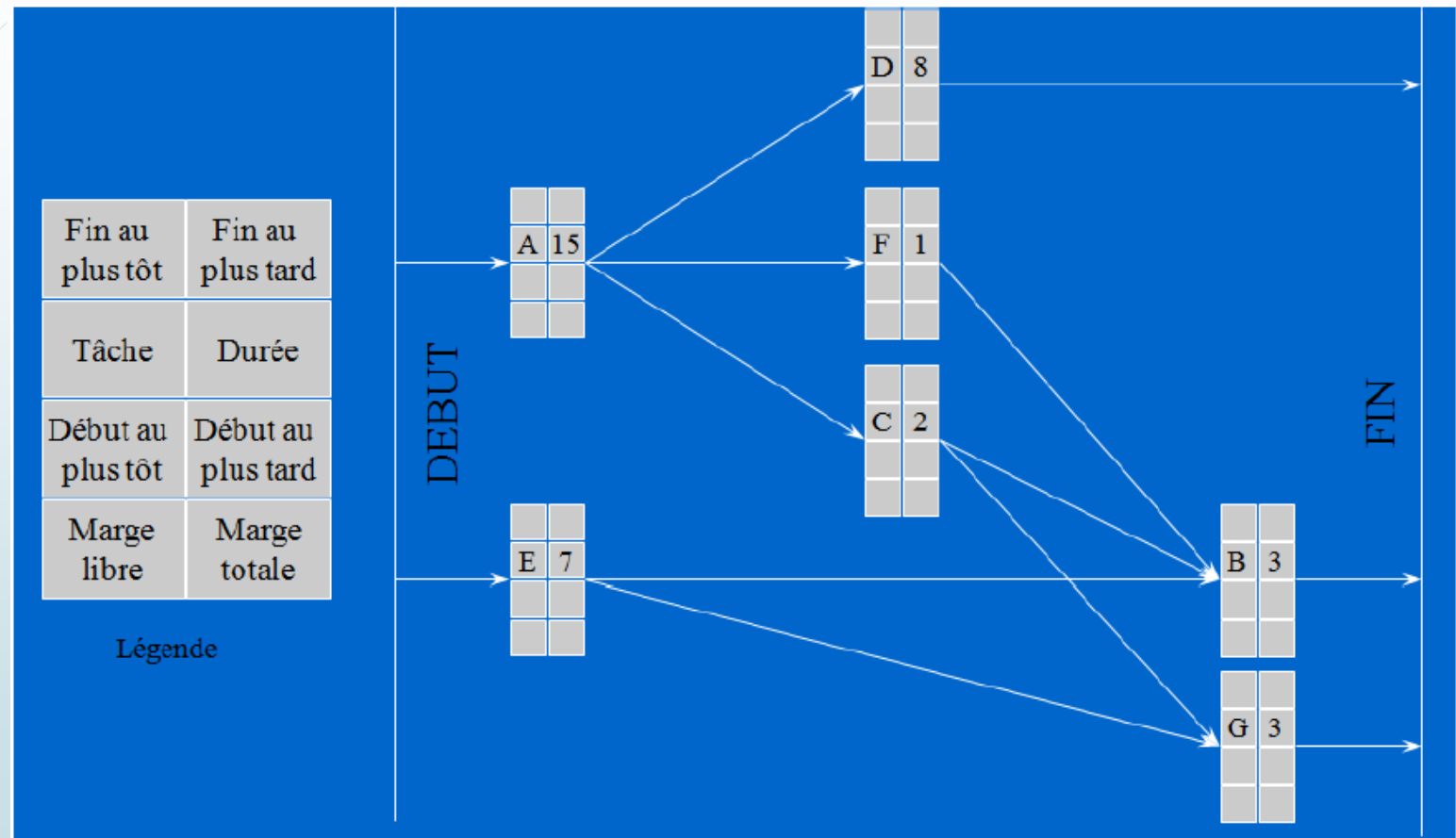


## La durée du projet

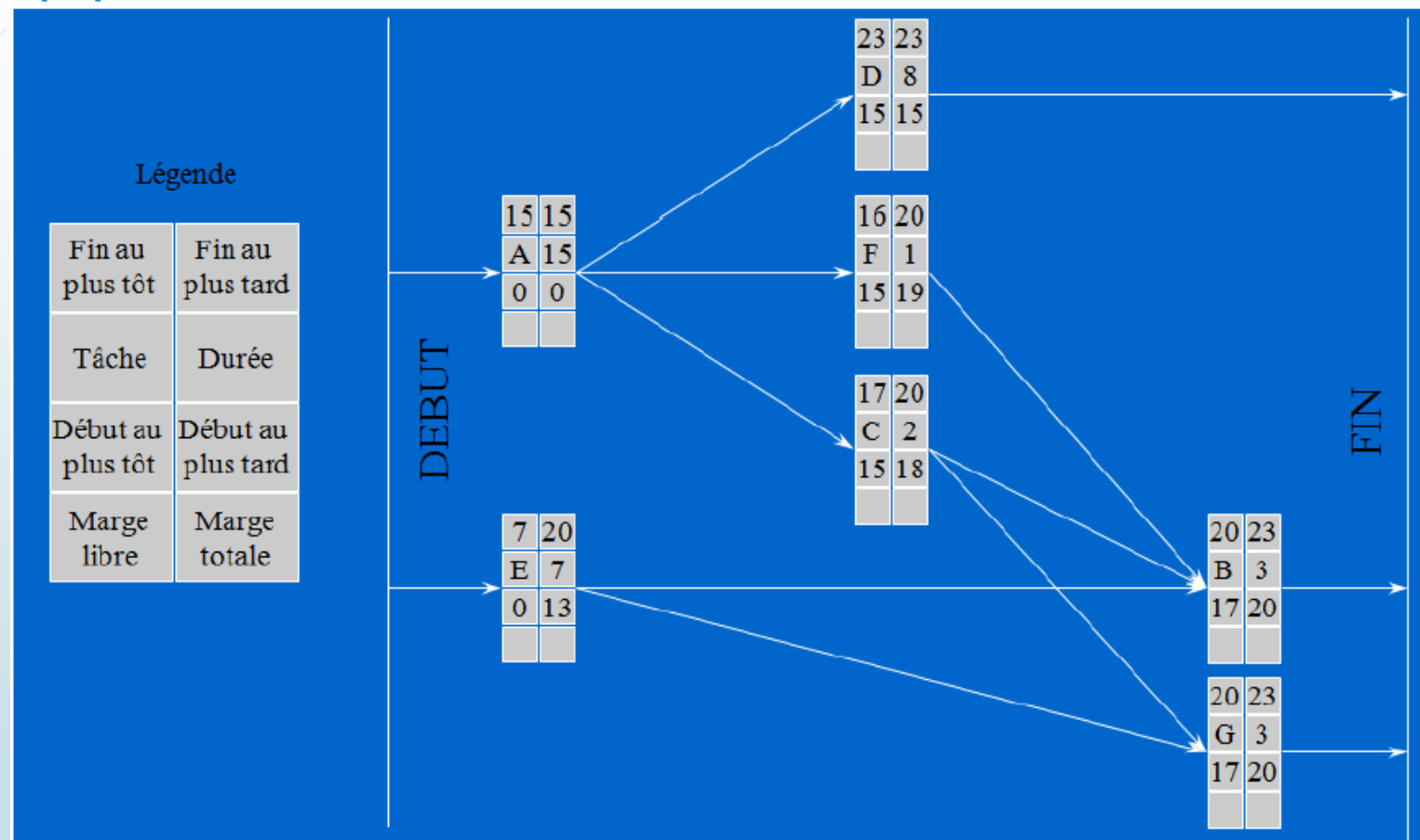
- La durée minimale du projet est donnée par la date de fin au plus tôt de la dernière tâche.
- C'est la combinaison des contraintes, due à l'organisation choisie, qui détermine la durée la plus courte.
- Réduire la durée du projet :
  - 1er degré de liberté : "compresser" certaines tâches
  - 2ème degré de liberté : modifier l'organisation



# Convention et repérage temporelle



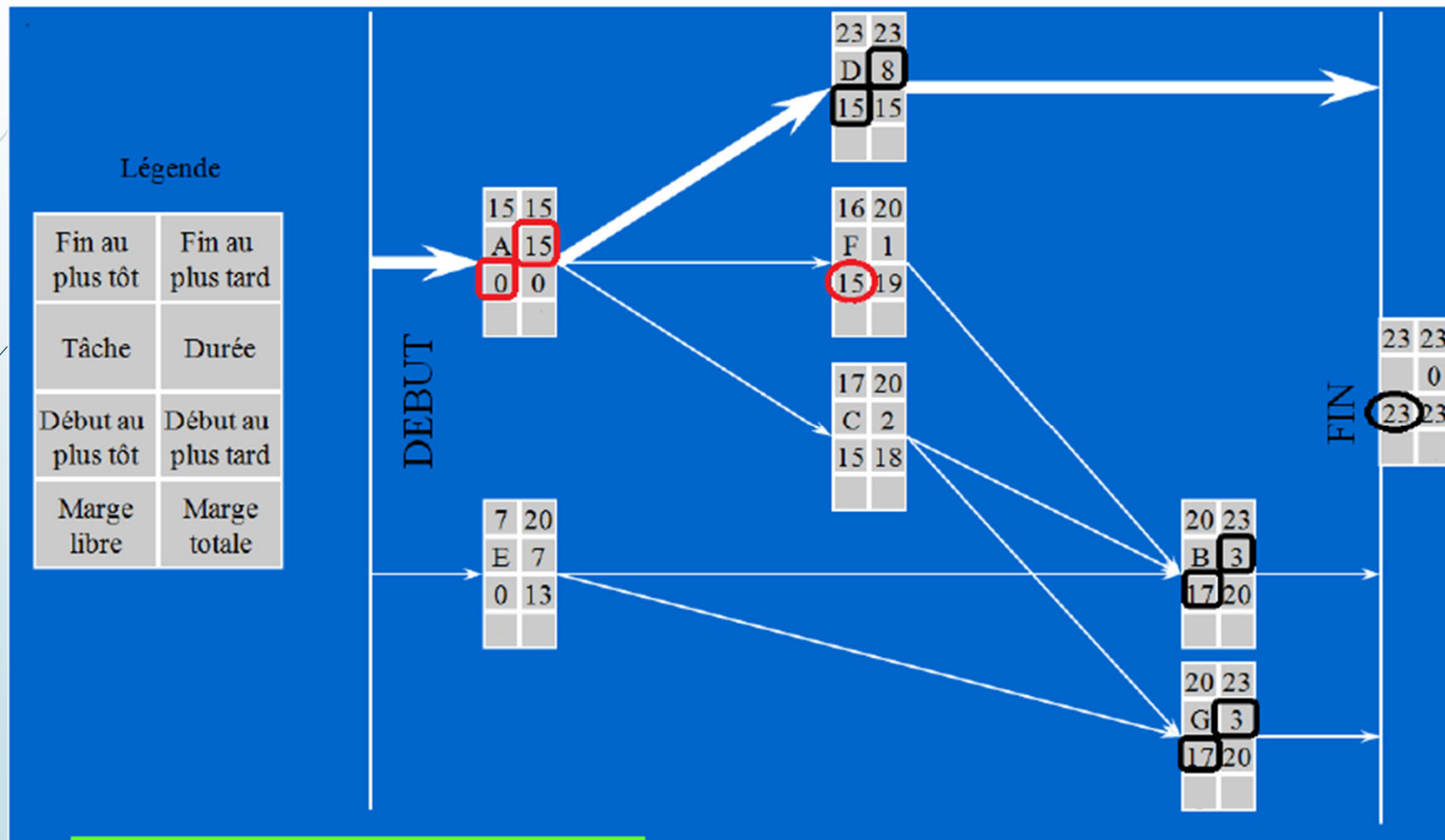
# Application



## La date de début "au plus tôt"

- La date de début "au plus tôt" de démarrage d'une tâche est la date avant laquelle cette tâche ne peut pas démarrer.
  - Pour chaque prédécesseur, calculer la somme
    - la date de début "au plus tôt"
    - la durée de tâche
  - Prendre le maximum des sommes

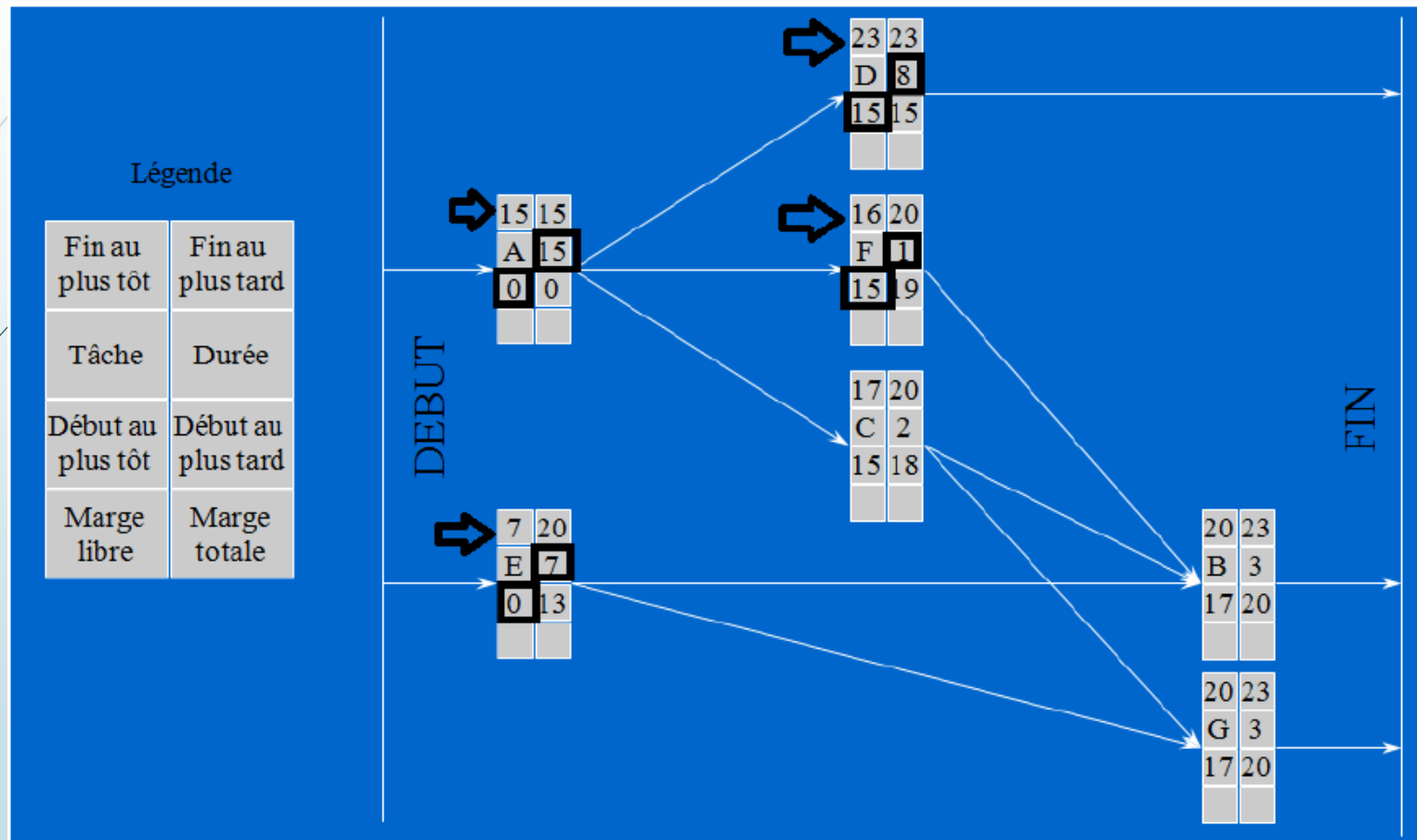
# La date de début "au plus tôt"



## La date de fin "au plus tôt"

- Elle est déduite pour chaque tâche par somme de :
  - la date de début "au plus tôt"
  - la durée de tâche

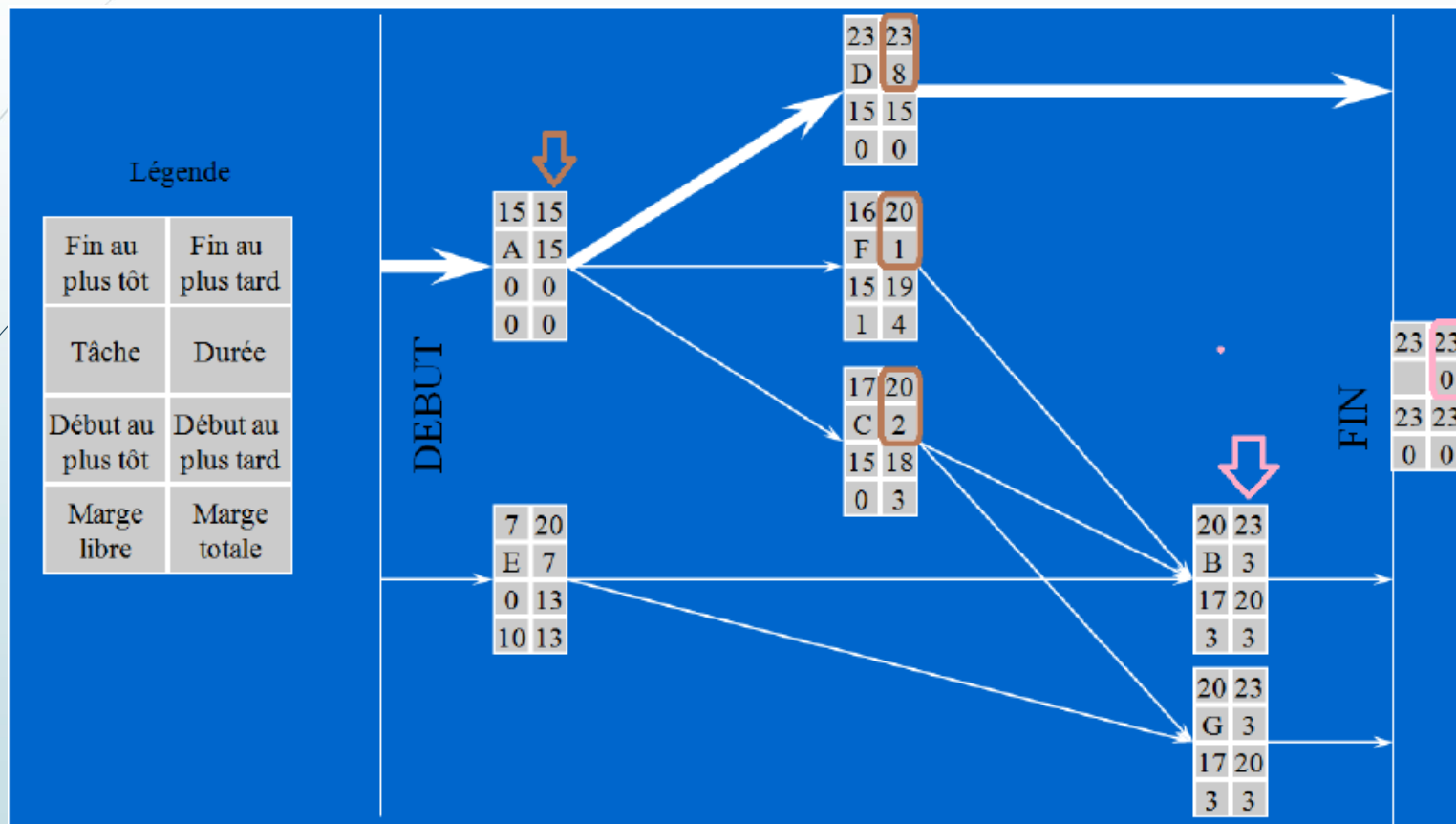
# La date de fin "au plus tôt"



## La date de fin "au plus tard"

- La date de fin "au plus tard" est la date à laquelle la tâche doit être achevée pour ne pas retarder le projet.
  - Pour chaque successeur, calculer la différence
    - la date de fin "au plus tard"
    - la durée de tâche
  - Prendre le minimum de ces différences

# La date de fin "au plus tard"

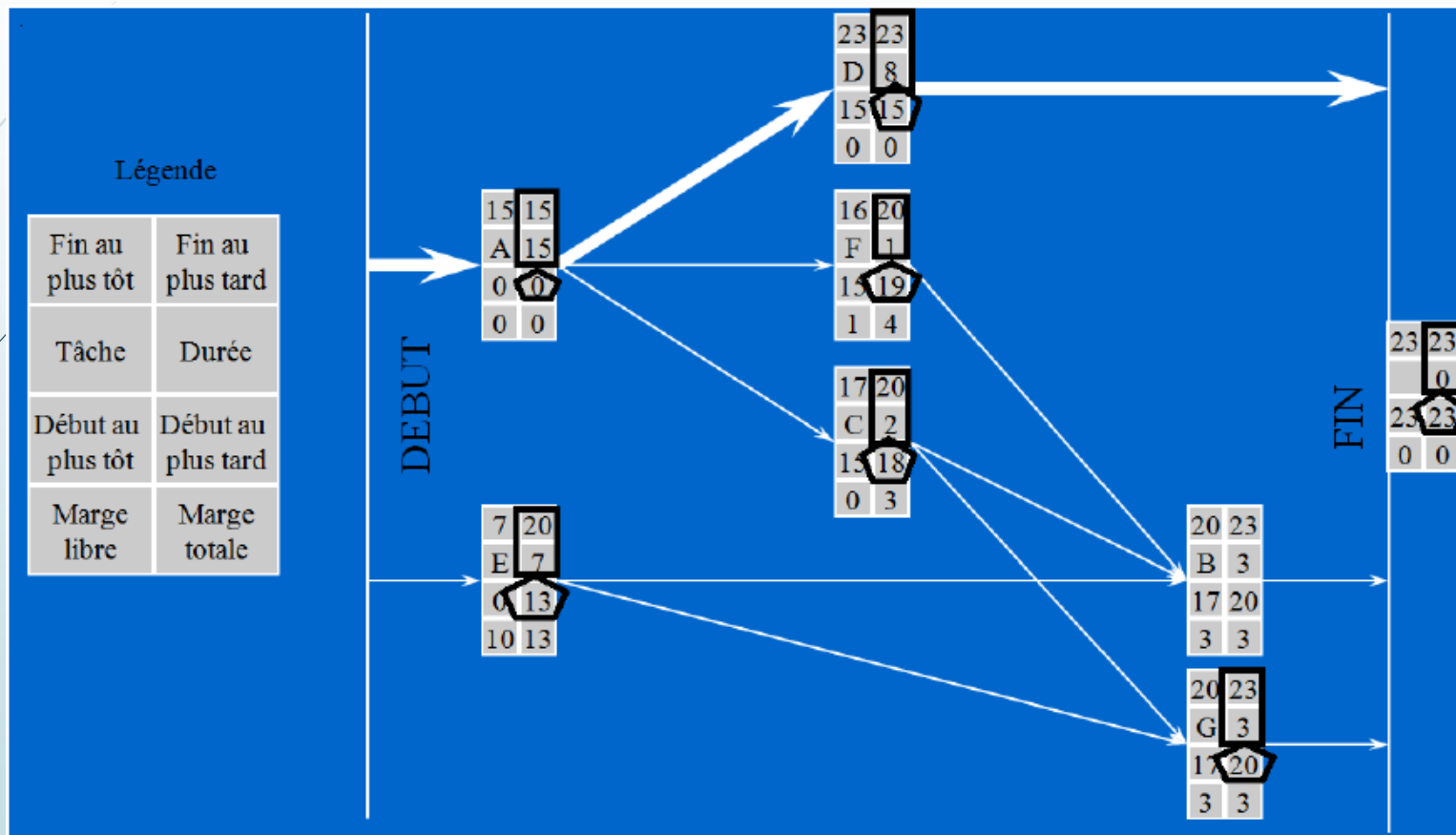




## La date de début "au plus tard"

- Elle est déduite pour chaque tâche par différence de :
  - la date de fin "au plus tard"
  - la durée de tâche

# La date de début "au plus tard"



# Avantage

- Cette approche est facile à utiliser pour quatre raisons:
  1. Le graphique est plus lisible par un non spécialiste (visualisation d'informations)
  2. La méthode Potentiel-tâche permet de travailler à différents niveaux d'agrégation des tâches.
  3. Permet très facilement de modifier le problème initial par ajout ou suppression de tâches et/ou de contraintes,

# Les marges

- Nous avons 3 types de marges:
  - Marge totale
  - Marge libre
  - Marge indépendante

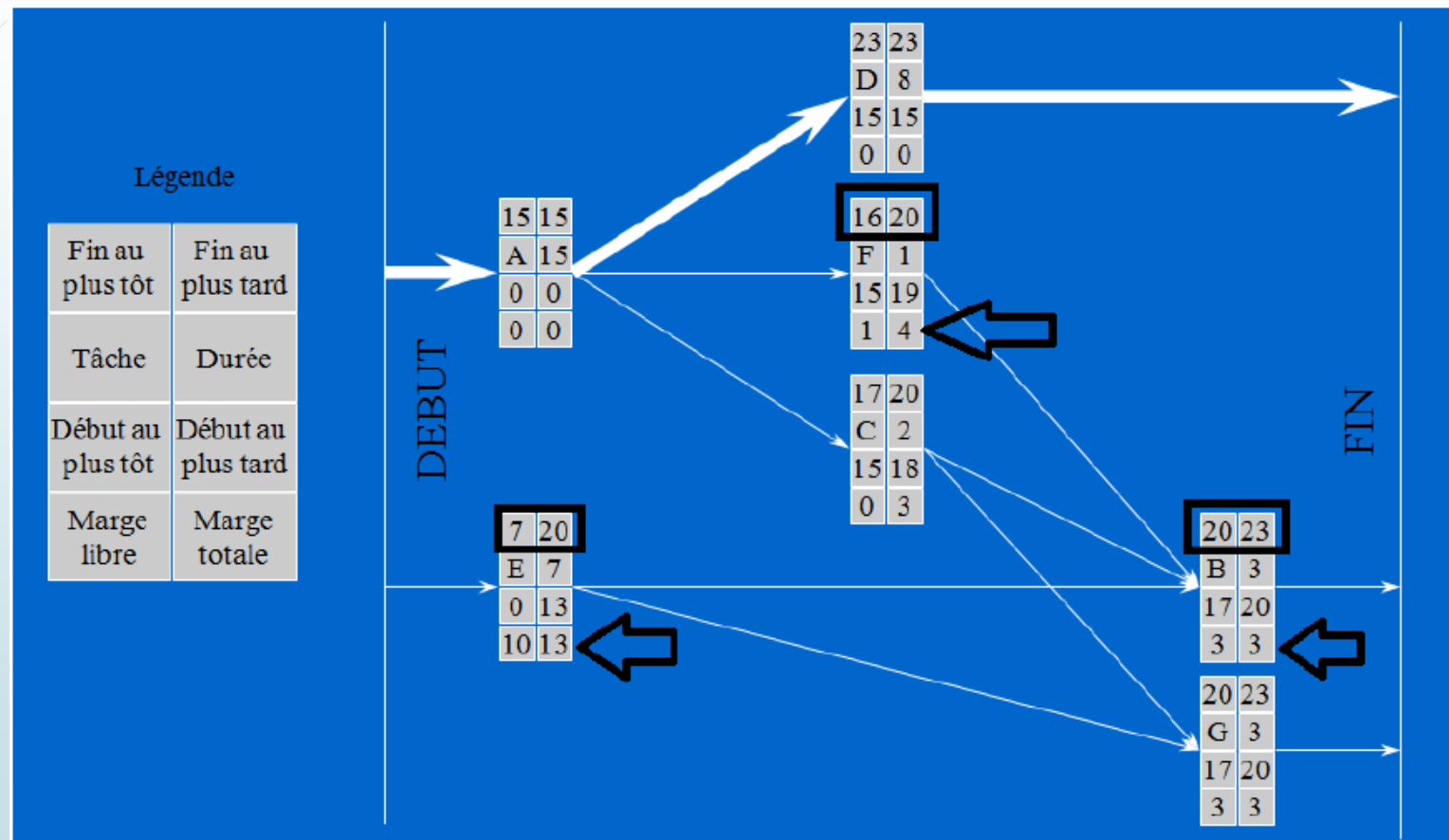
## Marge totale

- Elle mesure le degré de liberté pour programmer une tâche sans remettre en cause la durée minimale du projet :
  - c'est l'intervalle de temps dont on peut retarder le début d'exécution d'une tâche
  - c'est l'allongement maximale de la durée d'une tâche.

## Marge totale

- La marge totale d'une tâche représente la différence entre:
  - sa date de fin au plus tard
  - et sa date de fin au plus tôt
- si cette différence est nulle, la tâche est dite critique.

# Marge totale



## Marge libre

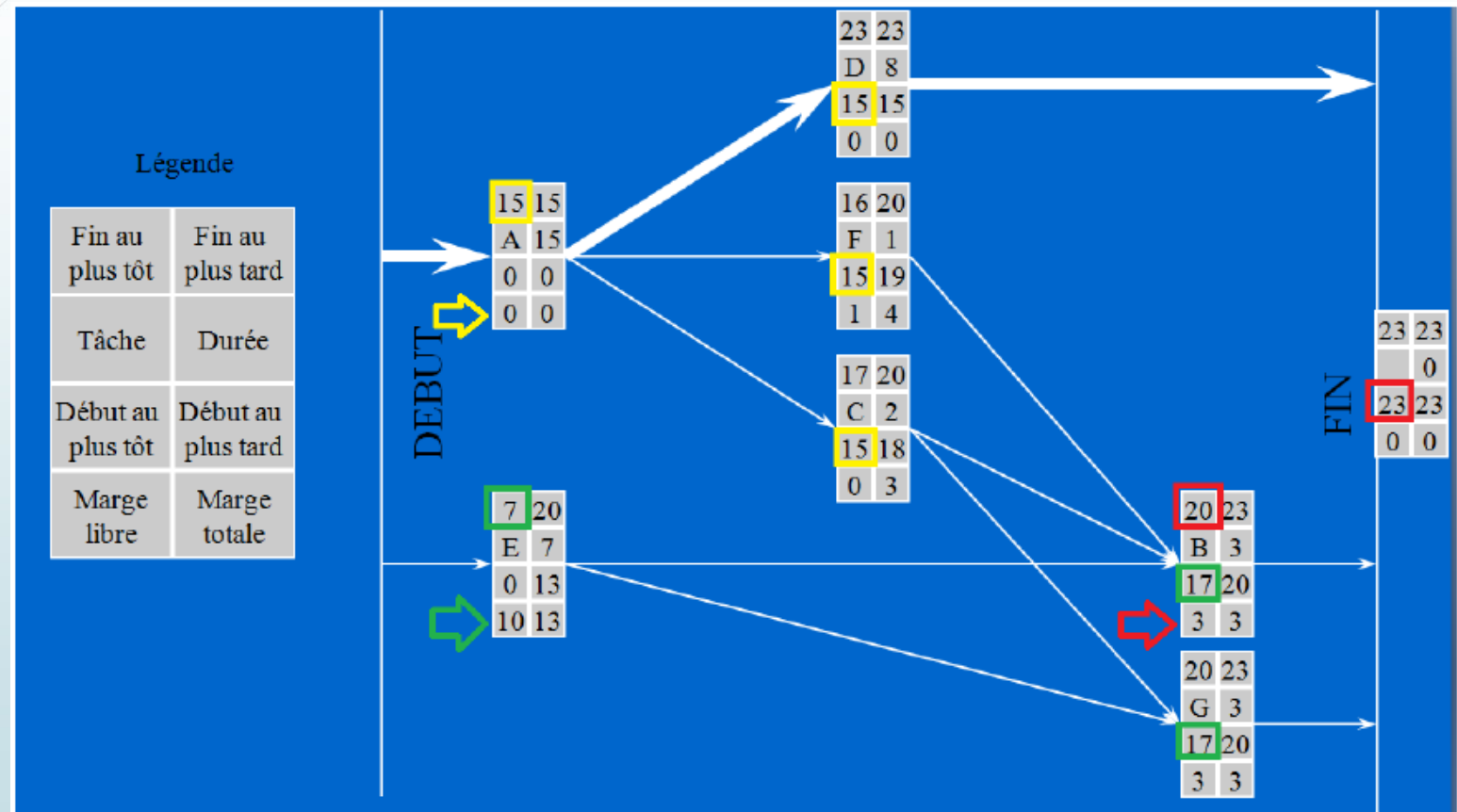
- Cette marge correspond à la durée dont une tâche peut être prolongée ou retardée sans déplacer aucune autre tâche du projet.
  - La marge libre est une partie de la marge totale.
  - Un retard de la programmation de la tâche par rapport à une programmation au plus tôt n'a aucune conséquence tant qu'il n'excède pas la marge libre.



## Marge libre

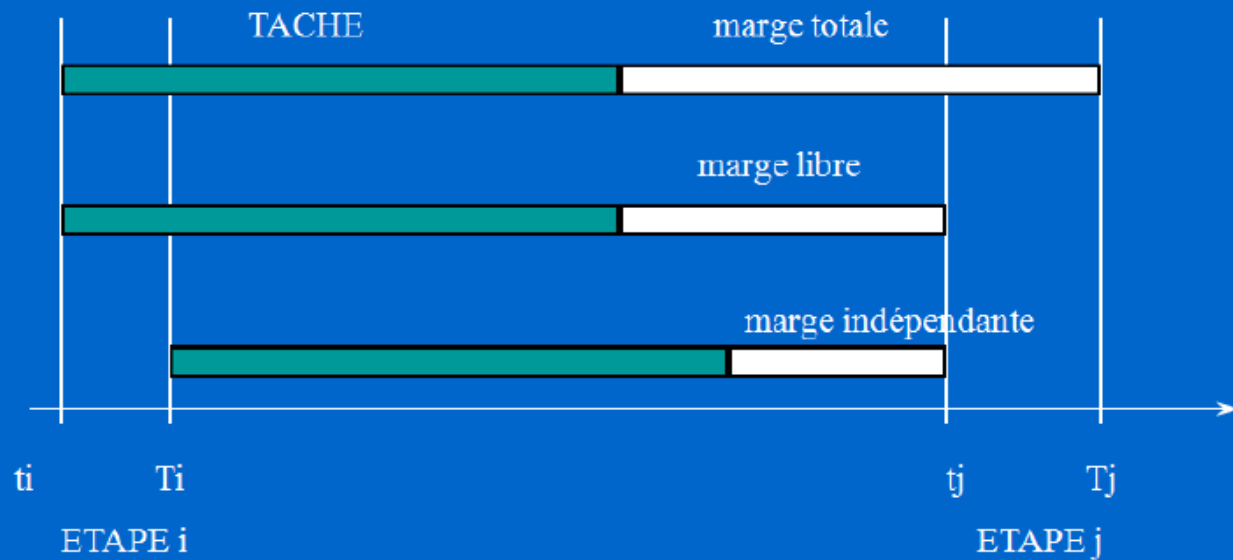
- La marge libre d'une tâche représente la différence entre :
  - la première date de début au plus tôt de ses descendants
  - et sa date de fin au plus tôt.
- Si cette différence est négative, la marge libre est nulle.

# Marge libre



## Résumé des marges

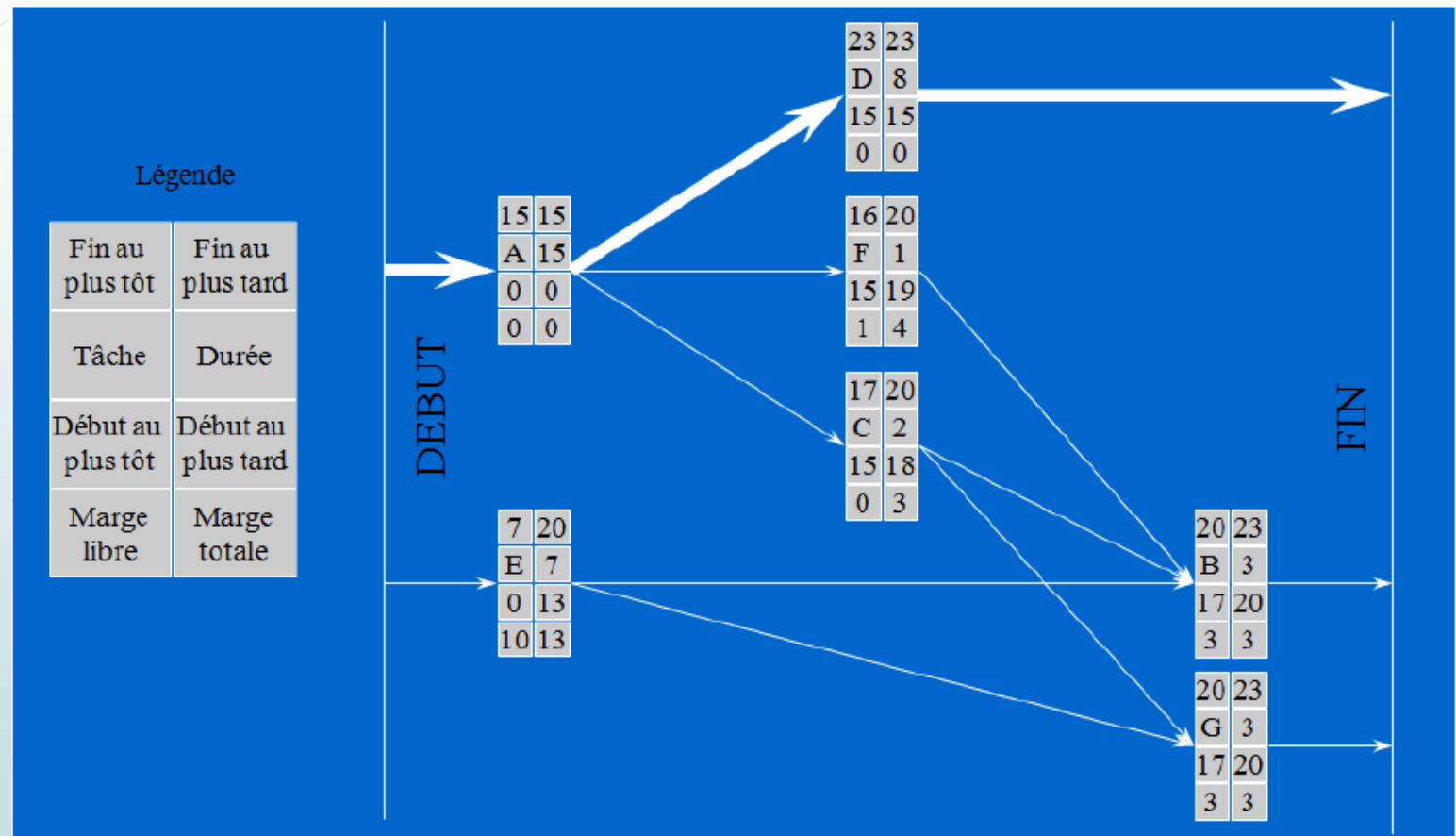
- $t_i$  : date de début au plus tôt des tâches qui partent de l'étape  $i$
- $T_j$  : date de fin au plus tard des tâches qui aboutissent à l'étape  $j$



## Chemin critique

- On appelle chemin critique, tout itinéraire qui permet d'aller du début du graphe (projet) à sa fin en mettant le temps le plus élevé possible.
- La détermination d'un tel chemin se fait par le calcul des dates de fin au plus tôt et de fin au plus tard de chaque tâche.
- Une **tâche critique a une marge totale nulle**

# Chemin critique



# Programmation du projet

- La programmation définitive du projet s'effectuera en fonction des principes généraux suivants :
  - Programmer "assez" tôt les tâches non critiques pour absorber d'éventuels aléas et avoir "une chance" de "tenir" le temps d'achèvement minimal en cas d'introduction des contraintes.
  - Tenir compte de la nature des ressources consommées par une tâche et des préoccupations économiques qui peuvent inciter à une programmation au plus tard.

# Gantt

- Le graphe potentiel-tâches est classiquement utilisé mais il est d'un usage peu commode pour toute analyse comparative.
  - Le diagramme de Gantt permet une visualisation des durée des tâches.
  - Il doit être tracé à partir d'un graphe potentiel-étape ou potentiel-tâche

# Gantt

- Pour élaborer un diagramme de Gantt, il faut:
  - Tracer le réseau "Pert"
  - Tracer le diagramme de Gantt
    - lister les tâches
    - tracer en regard une barre proportionnelle à la durée de la tâche sur une échelle de temps
- Les tâches qui possèdent une marge peuvent être déplacées pour améliorer la répartition des ressources (lissage des charges)



# Exemple

