

ĐẠI HỌC BÁCH KHOA HÀ NỘI

TRƯỜNG ĐIỆN – ĐIỆN TỬ



BÁO CÁO MÔ PHÒNG

TRƯỜNG ĐIỆN TỬ

HỌC KỲ 2024.2

Họ và tên: Đặng Nam Khánh

MSSV: 20232136

Lớp: Kỹ thuật điều khiển và tự động hóa – EE2 04

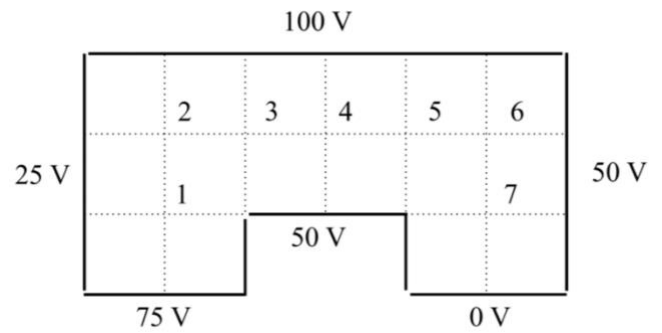
Mã học phần: EE2031

Mã lớp: 157970

Hà Nội, 05/2025

I. MỤC TIÊU

- Tính toán và mô phỏng sự phân bố điện thế và điện trường trong miền cho trước theo đề bài.
- Sử dụng chương trình MATLAB giải phương trình Poisson và phương trình Laplace của điện trường tĩnh dưới dạng sai phân bằng phương pháp tính lặp



II. CƠ SỞ LÝ THUYẾT

- **Phương trình Poisson:**

$$\nabla^2 V = -\frac{\rho}{\epsilon}$$

- **Phương trình Laplace:** Nếu trong vùng không gian đang xét không có các điện tích tự do $\rightarrow \rho = 0$

$$\nabla^2 V = 0$$

- **Phương pháp tính toán:**

Phương pháp sai phân hữu hạn:

Phương trình Laplace (cho hệ tọa độ Đề-các, hai hệ còn lại sẽ trình bày sau):

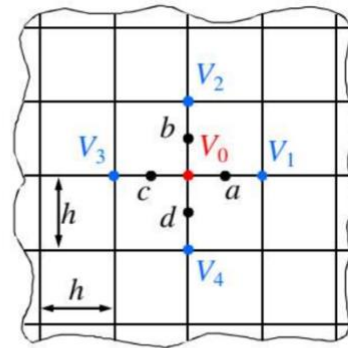
$$\text{lapl}(V) = \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = 0$$

Tạm xét cho mặt xOy (không gian 3D có thể phát triển hoàn toàn tương tự):

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} = 0$$

Các công thức sai phân: $f'(x) \approx \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \approx \frac{f(x) - f(x-h)}{h}$

$$f''(x) \approx \frac{f'(x+h) - f'(x)}{h} \approx \frac{\frac{f(x+h) - f(x)}{h} - \frac{f(x) - f(x-h)}{h}}{h} = \frac{f(x+h) - 2f(x) + f(x-h)}{h^2}$$



Phương trình Laplace rút gọn cho từng nút:

$$\frac{V_1 + V_3 - 2V_0}{\Delta x^2} + \frac{V_2 + V_4 - 2V_0}{\Delta y^2} = 0$$

$$\rightarrow 2V_0 \left(\frac{1}{\Delta x^2} + \frac{1}{\Delta y^2} \right) = \frac{V_1 + V_3}{\Delta x^2} + \frac{V_2 + V_4}{\Delta y^2}$$

$$\rightarrow V_0 = \frac{\frac{V_1 + V_3}{\Delta x^2} + \frac{V_2 + V_4}{\Delta y^2}}{2 \left(\frac{1}{\Delta x^2} + \frac{1}{\Delta y^2} \right)}$$

Tạm xét các lưới vuông: $\Delta x = \Delta y \rightarrow V_0 = \frac{V_1 + V_2 + V_3 + V_4}{4}$

III. THIẾT LẬP MÔ PHÒNG

- Ta chia hình chữ nhật ABCD thành một lưới hình vuông với cạnh bằng h, bằng các dòng $i = 1, 2, \dots, n$ và các cột $j = 1, 2, \dots, m$. Phương trình Poisson:

$$\Delta V = -\rho/\varepsilon$$

- Có thể đưa về dạng sai phân:

$$\{V(i+1, j) + V(i, j+1) + V(i, j-1) - 4V(i, j)\} / h^2 + \rho(i, j) / \varepsilon \quad (2)$$

$$\text{Với } i = 1, 2, \dots, n$$

$$j = 1, 2, \dots, m$$

Ta có thể giải phương trình (2) bằng phương pháp tính lặp theo công thức:

$$V_{k+1}(i, j) = \{V_k(i+1, j) + V_k(i-1, j) + V_k(i, j+1) + V_k(i, j-1) + \rho(i, j) / \varepsilon\} / 4$$

$$\text{Với } i = 2, 3, \dots, n-1$$

$$j = 2, 3, \dots, m-1$$

$$k = 1, 2, \dots, N$$

- Thiết lập điều kiện biên của đề bài

Chia lưới thành 11x11, tọa độ của các điểm như hình vẽ:

A	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	B
1												1
2												2
3												3
4												4
5												5
6												6
7												7
8												8
9												9
10												10
11												11
D	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	C

- Phép lặp sẽ dừng khi thỏa mãn yêu cầu về độ chính xác:

Để giải phương trình Poisson dạng sai phân bằng Matlab, ta thực hiện các lệnh sau:

1. Định nghĩa các thông số đã cho của bài toán:

$$n = 11; m = 11; h = 1; \text{rotd} = 2; \text{delta} = 0.01;$$

2. Xác định các điều kiện biên:

- Gán giá trị điện thế tại các biên bằng lệnh $V0(i, j)$ = giá trị của biên theo đầu bài.

- Sử dụng lệnh $\text{mask}(i,j)$ đánh dấu những điểm có giá trị điện thế cố định (điều kiện biên) và những điểm được phép thay đổi trong quá trình giải phương trình Poisson và Laplace.

- $\text{mask}(i, j) = 0 \rightarrow$ điểm cố định: điện thế tại vị trí (i, j) đã được gán giá trị ban đầu trong $V0(i, j)$ và sẽ không thay đổi trong quá trình tính toán.
- $\text{mask}(i, j) = 1 \rightarrow$ điểm tự do: sẽ được cập nhật giá trị trong quá trình lặp giải phương trình.

3. Thực hiện lệnh:

$V = \text{poisson}(n,m,h,\text{rotd},\text{delta},V0,\text{mask})$

IV. KẾT QUẢ MÔ PHỎNG

a) Tính điện thế và cường độ điện trường trong vùng không gian bên trong của hệ, chia lưới với khoảng 100 nút.

```
>> run
```

```
Thongbao =
```

```
' Do chinh xac da dat duoc roi '
```

```
deltamax =
```

```
0.0097
```

```
thongbao =
```

```
' So lan tinh lap da thuc hien'
```

```
k =
```

```
58
```

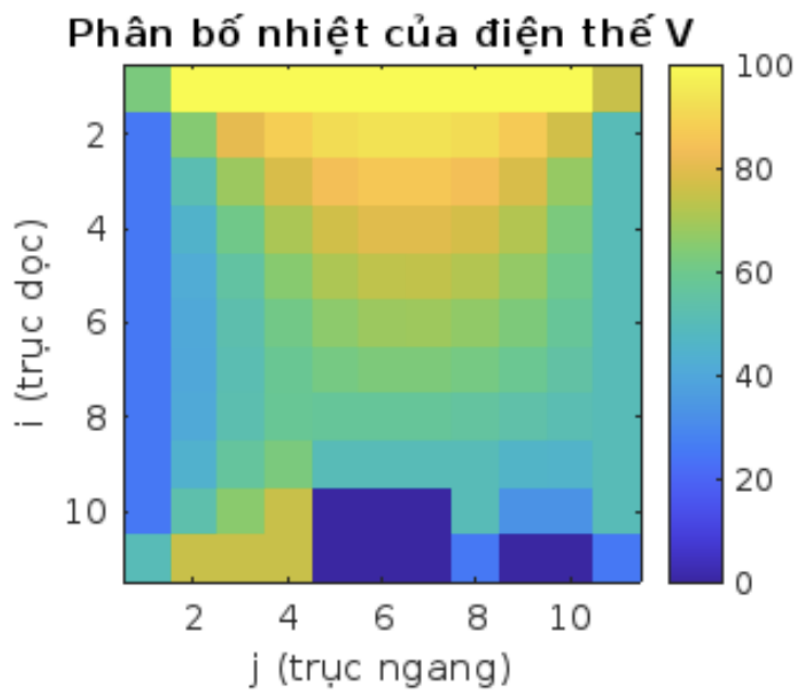
```
V =
```

62.5000	100.0000	100.0000	100.0000	100.0000	100.0000	100.0000	100.0000	100.0000	100.0000	75.0000
25.0000	64.7343	80.7260	88.1284	91.7514	93.2746	93.2282	91.4741	86.9900	76.5713	50.0000
25.0000	51.2172	68.0508	78.0476	83.6149	86.1302	86.1741	83.6858	77.9193	67.2969	50.0000
25.0000	45.0930	60.2263	70.4126	76.5477	79.4734	79.6662	77.1861	71.7108	62.6995	50.0000
25.0000	41.9393	55.3641	64.8471	70.7091	73.5673	73.8465	71.6931	67.0452	59.7926	50.0000
25.0000	40.3103	52.4586	60.9202	65.8923	68.2570	68.4738	66.7052	62.9909	57.4276	50.0000
25.0000	39.8520	51.2521	58.4967	61.6975	63.1080	63.0979	61.6715	58.7907	54.9286	50.0000
25.0000	40.8517	52.2093	58.1263	57.3022	57.3882	57.1453	56.0976	53.5752	51.4970	50.0000
25.0000	44.3488	56.6110	62.5000	50.0000	50.0000	50.0000	50.0000	45.9173	45.4844	50.0000
25.0000	52.9337	65.3862	75.0000	0	0	0	50.0000	32.6102	32.5237	50.0000
50.0000	75.0000	75.0000	75.0000	0	0	0	25.0000	0	0	25.0000

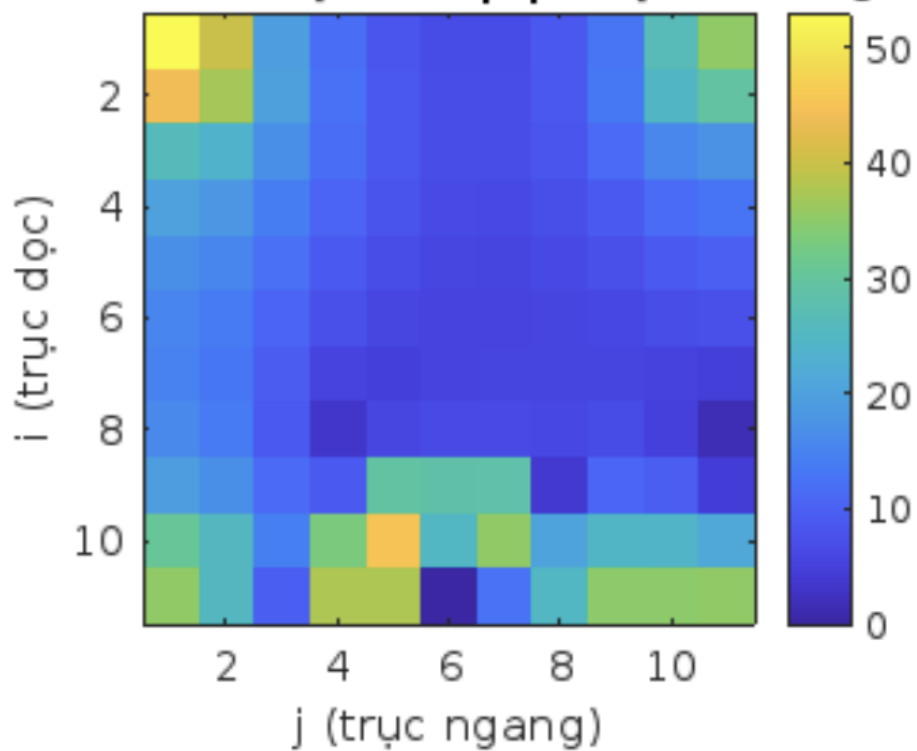
```
E =
```

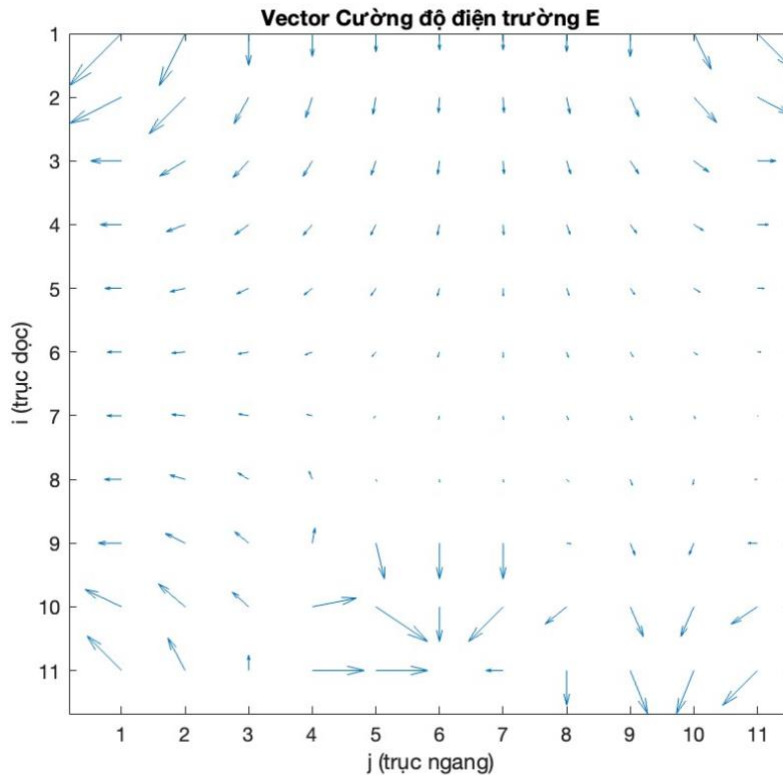
53.0330	39.9404	19.2740	11.8716	8.2486	6.7254	6.7718	8.5259	13.0100	26.5548	35.3553
43.9360	37.0309	19.7992	12.2828	8.5871	6.9741	6.9713	8.7331	13.3197	24.6868	29.3646
26.2172	23.6598	16.8827	11.7908	8.6093	7.0182	6.8903	8.2506	11.2032	15.5877	17.2969
20.0930	18.2138	14.1601	10.4957	7.8845	6.4721	6.2690	7.1957	9.0569	11.4856	12.6995
16.9393	15.3692	12.0945	9.0218	6.8844	5.8235	5.6741	6.2471	7.3766	8.9209	9.7926
15.3103	13.7689	10.5080	7.4295	5.8103	5.3865	5.4300	5.7117	6.2091	6.9358	7.4276
14.8520	13.1288	9.3232	5.4063	4.8748	5.4793	5.7096	5.7244	5.7905	5.3021	4.9286
15.8517	13.7892	9.0434	3.2390	5.8604	6.5545	6.5807	6.1026	6.8354	5.0491	1.4970
19.3488	16.9206	11.2149	9.0613	29.3249	28.6941	28.5727	3.6691	10.7229	9.7038	4.5156
30.6029	25.3502	14.3621	33.2851	45.0694	25.0000	35.3553	20.5452	24.5653	24.3477	21.4866
35.3553	25.3609	9.6138	37.5000	37.5000	0	12.5000	25.0000	34.9238	34.8431	35.3553

b) Vẽ đồ thị phân bố điện thế và vector cường độ điện trường tại các nút.



Phân bố nhiệt của $|E|$ (điện trường)





V. KẾT LUẬN

- Dựa vào kết quả tính toán: Trong phương pháp lưới, các phương trình như phương trình Poisson hoặc phương trình Laplace được giải trên lưới. Điện thế tại một nút lưới được tính là trung bình trọng số từ các điểm lân cận và phụ thuộc vào nguồn điện tích. Tại các điểm trong khối, nhờ sự đóng góp từ các nguồn điện tích xung quanh (biên), các điểm có vị trí càng gần biên có giá trị cao thì giá trị điện thế cao hơn so với các điểm có vị trí cách xa nguồn (biên).
- Từ kết quả điện thế tại các điểm có thể xác định được giá trị cường độ điện trường tại các nút và hướng của vector cường độ điện trường thông qua mô phỏng.
- Cường độ điện trường mạnh xuất hiện ở các vùng có gradient điện thế lớn, đặc biệt gần các rìa có sự thay đổi điện thế rõ rệt.
- Vector điện trường có phương hướng đi từ vùng điện thế cao sang vùng điện thế thấp, đúng với lý thuyết vật lý vectơ $E = -\text{gradient}(V)$. Các vector tập trung hướng vào khu vực giữa hoặc gần vùng có biến thiên điện thế mạnh.
- Kết quả mô phỏng cho thấy sự phân bố hợp lý của điện thế và điện trường trong miền khảo sát. Các hình ảnh biểu diễn rõ ràng mối liên hệ giữa điện thế và cường độ điện trường, phù hợp với định luật vật lý và điều kiện biên được thiết lập. Điều này chứng tỏ phương pháp số sử dụng (như sai phân hữu hạn) đã cho kết quả đúng và ổn định.

