

十分統計量の定義の文言について

テキスト (p.26) には次のようにある：「任意の $\xi \in \Xi$ に対して、 $r(\cdot; \xi)$ が ξ に依存しない関数となると、 F を S に関する十分統計量という」。

個人的に、これは少し気持ち悪いと感じる。一介の論理学徒として、「任意の」の使い方がやや引かかるのである。上の文言をそのまま論理式にすると次のようになる：

$$\forall \xi \in \Xi [r(\cdot; \xi) \text{ は } \xi \text{ に依存しない}].$$

何かの場面でこのステートメントを示そうとしたとき、行うべき手順は次の通りである：

1. ξ を Ξ から任意にとつて固定する。
2. $r(\cdot; \xi)$ が ξ に依存しないことを示す。

1.の時点で ξ は Ξ の（ゆえに何らかの \mathbf{R}^n の）固定された元（定数）なので、2.が意味をなさないのである。

私が書くならば次のように書くだろう：「 $r(\cdot; \xi)$ が $\xi (\in \Xi)$ に依存しないとき、 F を S に関する十分統計量という」。

あるいは、より形式的に次のように書くだろう：「 F が S に関する十分統計量であるとは、 $\forall \xi, \xi' \in \Xi [r(\cdot; \xi) = r(\cdot; \xi')]$ が成り立つことをいう」。

補遺

付言すると、定義 1.3 も「任意の」の使い方が引かかる。引用すると：

$$S = \left\{ p(\cdot; \xi) \left| \text{任意の } x \in \Omega \text{ および任意の } \xi \in \Xi \text{ に対して、} p(x; \xi) > 0 \text{ であり、} \sum_{x \in \Omega} p(x; \xi) = 1 \right. \right\}$$

気になることは

1. 束縛変数 ξ が中線の左側に現れている。これは純粋に誤りである。
2. x, ξ のスコープがわからない。総和記号の中で x がダミー変数として使われているので x については「であり、」の手前までだろうが、 ξ の意図された束縛範囲は明らかに最後までであろう。「および」で結ばれている2つの量子子のスコープがちぐはぐで、よくわからない。

確かにこれは書きづらいのだが、私が定義1.3を書くならばやや苦し紛れに次のように書くだろう：

Ω を \mathbf{R} の空でない高々可算な部分集合、 n を正の整数、 $\Xi \subseteq \mathbf{R}^n$ を開集合とする。 Ω を定義域とし Ξ の元をパラメータとして持つ関数の集合 $\{p(\cdot; \xi) \mid \xi \in \Xi\}$ が Ω 上の n 次元統計的モデルであるとは、 $p(\cdot; \cdot)$ が以下をみたすことをいう：

1. $\forall \xi \in \Xi \forall x \in \Omega [p(x; \xi) > 0]$
2. $\forall \xi \in \Xi [\sum_{x \in \Omega} p(x; \xi) = 1]$