

## 十分統計量の定義の文言について

テキスト (p.26) には次のようにある：「任意の  $\xi \in \Xi$  に対して、 $r(\cdot; \xi)$  が  $\xi$  に依存しない関数となると、 $F$  を  $S$  に関する十分統計量という」。

個人的に、これは少し気持ち悪いと感じる。一介の論理学徒として、「任意の」の使い方がやや引っかかるのである。上の文言をそのまま論理式にすると次のようになる：

$$\forall \xi \in \Xi [r(\cdot; \xi) \text{ は } \xi \text{ に依存しない}].$$

何かの場面でこのステートメントを示そうとしたとき、行うべき手順は次の通りである：

1.  $\xi$  を  $\Xi$  から任意にとつて固定する。
2.  $r(\cdot; \xi)$  が  $\xi$  に依存しないことを示す。

1.の時点で  $\xi$  は  $\Xi$  の（ゆえに何らかの  $\mathbf{R}^n$  の）固定された元（定数）なので、2.が意味をなさないのである。

私が書くならば次のように書くだろう：「 $r(\cdot; \xi)$  が  $\xi (\in \Xi)$  に依存しないとき、 $F$  を  $S$  に関する十分統計量という」。

あるいは、より形式的に次のように書くだろう：「 $F$  が  $S$  に関する十分統計量であるとは、 $\forall \xi, \xi' \in \Xi [r(\cdot; \xi) = r(\cdot; \xi')]$  が成り立つことをいう」。

## 補遺

付言すると、定義 1.3 も「任意の」の使い方も引っかかる。引用すると：

$$S = \left\{ p(\cdot; \xi) \left| \begin{array}{l} \text{任意の } x \in \Omega \text{ および任意の } \xi \in \Xi \text{ に対して、} p(x; \xi) > 0 \text{ であり、} \\ \sum_{x \in \Omega} p(x; \xi) = 1 \end{array} \right. \right\}$$

気になることは

1. 束縛変数  $\xi$  が中線の左側に現れている。これは純粹に誤りである。
2.  $x$  の束縛範囲がパツと見でわからない。総和記号の中で  $x$  がダミー変数として使われているので「であり、」の手前までだろうが...

確かにこれは書きづらいのだが、私が定義 1.3 を書くならばやや苦し紛れに次のように書くだろう：

$\Omega$  を  $\mathbf{R}$  の空でない高々可算な部分集合、 $n$  を正の整数、 $\Xi \subseteq \mathbf{R}^n$  を開集合とする。 $\Omega$  を定義域とし  $\Xi$  の元をパラメータとして持つ関数の集合  $\{p(\cdot; \xi) \mid \xi \in \Xi\}$  が  $\Omega$  上の  $n$  次元統計的モデルであるとは、 $p(\cdot; \cdot)$  が以下をみたすことをいう：

1.  $\forall \xi \in \Xi \forall x \in \Omega [p(x; \xi) > 0]$
2.  $\forall \xi \in \Xi [\sum_{x \in \Omega} p(x; \xi) = 1]$