

Travaux dirigés n° 2

Matière : Graphes et optimisation
Filière : D-LSIADBD

Exercice n° 1

Etant donné un groupe de dix personnes, le tableau suivant indique les paires de personnes qui ont une relation d'amitié.

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Amis de i	3,6,7	6,8	1,6,7	5,10	4,10	1,2,3,7	1,3,6	2		4,5

- 1) Représentez cette situation par un graphe d'ordre 10 dans lequel une arête entre les sommets i et j signifie qu'il y a une relation d'amitié entre i et j .
- 2) Ce graphe est-il complet ? Est-il connexe ?
- 3) Si l'adage "les amis de nos amis sont nos amis" était vérifié, que pourrait-on en conclure sur la structure du graphe ?

Exercice n° 2

Trois pays envoient chacun à une conférence deux espions ; chaque espion doit espionner tous les espions des autres pays (mais pas son propre collègue!).

- 1) Représentez cette situation par un graphe d'ordre 6 dans lequel chaque arête reliant i et j signifie que i espionne j et que j espionne i .
- 2) Ce graphe est-il complet ? Est-il connexe ?
- 3) Quel est le degré de chaque sommet ? Déduisez-en le nombre d'arêtes.

Exercice n° 3

Peut-on construire un graphe simple (aucune arête n'est une boucle et il y a au plus une arête entre deux sommets) ayant :

- a) 4 sommets et 7 arêtes b) 5 sommets et 11 arêtes c) 10 sommets et 46 arêtes.

Exercice n° 4

Combien y a-t-il de sommets dans un graphe régulier de degré 4 ayant 10 arêtes ?

Exercice n° 5

Une suite décroissante (au sens large) d'entiers est *graphique* s'il y a une possibilité de l'existence d'un graphe dont les degrés des sommets correspondent à cette suite. Les suites suivantes sont-elles graphiques?

- a) 3, 3, 2, 1, 1
- b) 3, 3, 1, 1
- c) 3, 3, 2, 2
- d) 4, 2, 1, 1, 1, 1
- e) 5, 3, 2, 1, 1, 1
- f) 5, 4, 3, 1, 1, 1, 1

Trouvez deux graphes *distincts* (non isomorphes) correspondant à la suite 3, 2, 2, 2, 1.

Exercice n° 6

Un Graphe a 20 sommets dont 10 sont reliés avec exactement trois autres, 7 sont de degré 4 et les trois autres sont adjacents deux à deux.

- 1) Peut-on représenter ce graphe ? Expliquer.
- 2) De combien d'arêtes est composé ce graphe ?