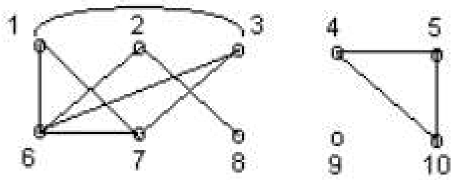
Exercice 1

1)



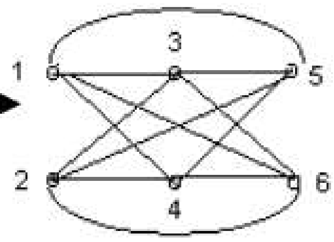
2) Ce graphe n'est pas complet car, par exemple, 1 et 2 ne sont pas adjacents. Il n'est pas connexe car il n'existe pas de chaîne reliant 3 et 4. En revanche, il admet deux sous graphes connexes (1,2,3,6,7,8) (4,5,10) et un point isolé 9

3) Si l'adage "les amis de nos amis sont nos amis" était vérifié la composante connexe (1,2,3,6,7,8) serait complète

Exercice 2

Les espions d'un même pays sont notés 1 et 2 , 3 et 4, 5 et 6

1) Graphe



2) Ce graphe n'est pas complet car deux espions d'un même pays ne s'espionnent pas, donc les sommets correspondants ne sont pas adjacents.

En revanche ce graphe est connexe car entre tout couple de points, il existe au moins une chaîne

3) Les sommets sont tous de degré 4 car chaque espion en espionne quatre autres

Autrement dit :

Sommet	1	2	3	4	5	6
Degré	4	4	4	4	4	4

La somme des degrés étant égale au double du nombre d'arêtes, celui-ci vaut 12

Exercice 3

a) Si le graphe simple contient 4 sommets, chacun de ceux-ci est de degré au maximum égal à 3, d'où une somme totale des degrés égale au plus à 12. Puisque cette somme est égale au double du nombre d'arêtes, ce nombre d'arêtes ne peut excéder 6, donc ne peut pas être égal à 7.

b) Si le graphe simple contient 5 sommets, chacun de ceux-ci est de degré au maximum égal à 4, d'où une somme totale des degrés égale au plus à 20. Puisque cette somme est égale au double du nombre d'arêtes, ce nombre d'arêtes ne peut excéder 10, donc ne peut pas être égal à 11.

b) Si le graphe simple contient 10 sommets, chacun de ceux-ci est de degré au maximum égal à 9, d'où une somme totale des degrés égale au plus à 90. Puisque cette somme est égale au double du nombre d'arêtes, ce nombre d'arêtes ne peut excéder 45, donc ne peut pas être égal à 46.

Exercice 4

Un graphe régulier = graphe où tous les sommets ont le même degré. Soit n le nombre de sommet du graphe. Le graphe est régulier de degré 4

$\rightarrow \sum d(x) = n * 4 \rightarrow n = \frac{\sum d(x)}{4}$

Or $\sum d(x) = 2 * |U| = 2 * 10 = 20$

➔ n = 20/4 = 5 sommets

Exercice 5

1) Quand on parle de suite graphique, on sous entend une suite qui peut être dessiné et non pas une suite au sens mathématiques.

➔ Pour qu'une suite soit graphique, il faut vérifier l'une des conditions suivantes :

- La somme des degrés est pair : $\sum d(x) est\ pair$
- Le nombre de sommet de degré impair est pair

a) $\sum d(x) = 3 + 3 + 2 + 1 + 1 = 10$ (pair) ou bien

Le nombre de sommet de degré impair est = 4 (pair)

La suite est graphique → on peut la représenté

b) $\sum d(x) = 8$ (pair) → **suite graphique**

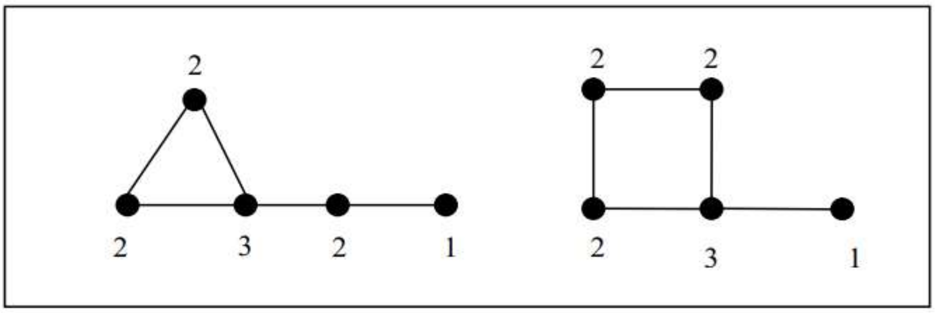
c) Nombre de sommet de degré impair est 2 → **suite graphique**

d) La **suite est graphique**

e) La suite **n'est pas graphique**

f) La **suite est graphique**

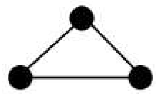
2) La suite 3, 2, 2, 2, 1.



Exercice 6

1) Nous avons :

- 10 sommets de degré 3
- 7 sommets de degré 4
- 3 sommets de degré 2 (adjacent 2 à 2)



$\sum d(x)$ = 10 x 3 + 7 x 4 + 3 x 2 = 64 (pair) ➔ le graphe peut être représenté.

2) Le nombre d'arête est |U| = $\frac{\sum d(x)}{2}$ = 64/2 = 32 arêtes