## Solution Exercice n°1 :

1) La matrice d'adjacence est :

A

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |

2) pour pouvoir déterminer le nombre de circuit de longueur $\leq 3$ on doit calculer $A^2$ et $A^3$.

$A^2$ =

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 2 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |

$A^3$ =

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 2 | 0 |
| 0 | 2 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |

→Le nombre de circuit de longueur $\leq 3$ **est 3**.

En effet on effectue la sommation des $a^p_{ij}$ tel qu'i=j de 1 à 5 et p de 1 à 3.

3) Le nombre de chemins joignant le sommet 3 au sommet 2 de longueur $\leq 3$ **est 3**.

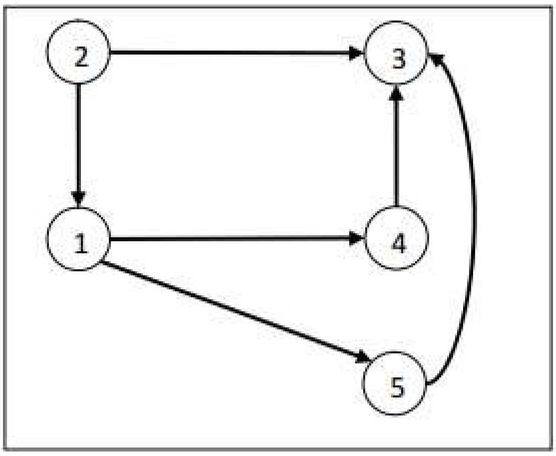
En effet, on à deux chemin de longueur 3 ($a^3_{32} = 2$) et un chemin de longueur 2 ($a^2_{32} = 1$) et zéro chemin de longueur 1($a^1_{32} = 0$).

4) Le nombre total de chemins d'origine le sommet 2 de longueur$\leq 3$ **est 7**.

En effet, on effectue $\sum_{p=1}^{3} a_{2j}^{p}$ tel que j = 1 → 5. Autrement dit on effectue la sommation des éléments des trois lignes (numéro 2) des trois matrice A, $A^2$ et $A^3$

## Solution Exercice n° 2

La représentation du graphe est inutile, cependant on peut le faire.




1) La matrice d'adjacence est :

A=

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |

2) pour pouvoir déterminer le nombre totale de chemin de longueur $\leq$ 2 on doit calculer $A^2$.

$A^2$ =

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 2 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

→ Le nombre totale de chemin de longueur 2 **est 4** = $\sum a_{ij}^2$

3) pour pouvoir déterminer le nombre de circuit de longueur 4, on calcule $A^4$

$A^4$

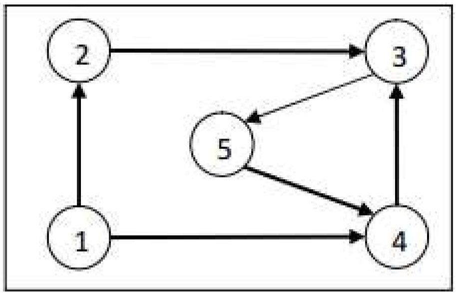
| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

= [0]

- ➔ Il n'existe pas de circuit de longueur 4 car les éléments de la diagonale d'A4 sont égaux à 0. Par ailleurs,

4) $A^4$ =0 → Si à partir d'un degré P inferieur ou égale à |X| $A^P$ =0 alors le graphe ne contient pas du tout de circuit. → Touts les chemins dans G sont sans circuit.

## Solution Exercice n° 3

1) 


2) La matrice d'adjacence de G est :

A=

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |

$A^2$=

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 1 | 2 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 0 |

$A^4$ =

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| **0** | **0** | **0** | **2** | **1** |
| **0** | **1** | **1** | **0** | **0** |
| **0** | **0** | **1** | **0** | **1** |
| **0** | **1** | **1** | **1** | **0** |
| **0** | **0** | **0** | **1** | **1** |

$A^5$=

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| **0** | **2** | **2** | **1** | **0** |
| **0** | **0** | **1** | **0** | **1** |
| **0** | **0** | **0** | **1** | **1** |
| **0** | **1** | **2** | **0** | **1** |
| **0** | **1** | **1** | **1** | **0** |

3) Le nombre de chemin aboutissant au sommet 3 de longueur 2 est : $\sum_{i=1}^{5} a_{i3}^{2} = 4$

4) Le nombre de chemin de longueur 4 est : $\sum_{i=1,j=1}^{5} a_{ij}^{4} = 12$

5) Un chemin est dit hamiltonien s'il est élémentaire et visite tout les sommets. Un chemin est dit élémentaire s'il ne passe pas plusieurs fois par le même sommet.

6) Pour prouver la possibilité de l'existence d'un chemin hamiltonien joignant le sommet xi au sommet xj dans un graphe orienté connexe possédant n sommets il faut calculer la matrice $A^{n-1}$ et voir si $A^{n-1}_{ij}$ est $\neq 0$. Si c'est le cas, l'existence du chemin est possible mais pas obligatoire.

7) Il est possible qu'il existe un chemin hamiltonien entre le sommet 1 et 5 car : $a^{4}_{15}=1$