

Chapitre 5

Graphe et couleurs

Chapitre 5 Graphe et couleurs

I. Les applications de la coloration

La coloration est utilisée pour résoudre des problèmes d'incompatibilité (problème de transport de produits chimiques et problème d'aquariophile, etc.), pour colorer des cartes et pour résoudre des problèmes d'ordonnancement.

II. Sommets adjacents

Dans un graphe, deux sommets liés par une arête sont dits **adjacents**.

Chapitre 5 Graphe et couleurs

III .Coloration

Une **coloration** d'un graphe consiste en l'attribution de couleurs aux sommets, de telle sorte que deux sommets adjacents n'aient jamais la même couleur.

Si le graphe est coloré en k couleurs, on dit qu'on a une **k coloration** du graphe.

IV. Stable

Un ensemble de sommets S d'un graphe $G(X,U)$ est un **stable** s'il n'existe pas deux sommets de S qui soient adjacents dans G .

Chapitre 5 Graphe et couleurs

V. Nombre chromatique

Le **nombre chromatique** d'un graphe est le nombre minimum de couleurs nécessaires à sa coloration, c'est à dire le plus petit nombre de couleurs permettant de colorier tous les sommets du graphe sans que deux sommets adjacents soient de la même couleur.

Le **nombre chromatique** est aussi le nombre minimum de stables dont l'union est X .

VI. Nombre de stabilité

Un ensemble stable « maximum » est un ensemble stable de cardinalité maximum. Le nombre de stabilité d'un graphe est la cardinalité d'un stable maximum.

Chapitre 5 Graphe et couleurs

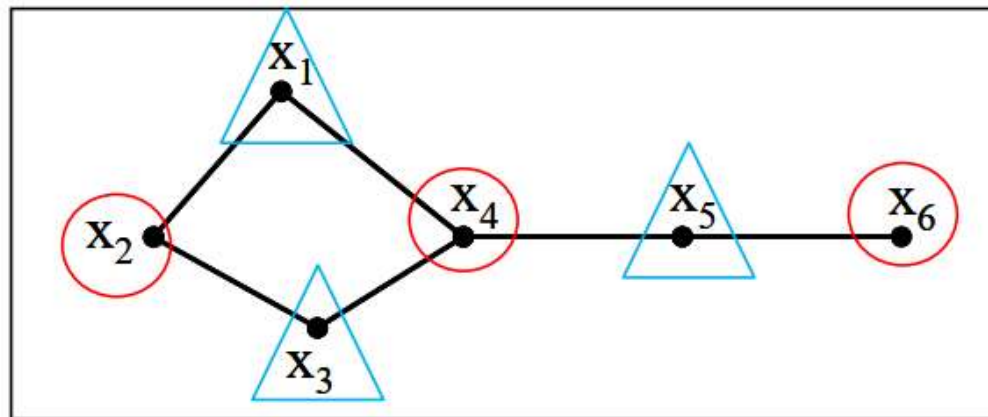
VII. Un algorithme de coloration d'un graphe (il \exists plusieurs algo)

- On commence par établir une liste ordonnée des sommets dans l'ordre décroissant des degrés.
- Tant qu'il reste des sommets à colorer, exécuter les actions suivantes :
 - choisir une nouvelle couleur appelée couleur d'usage ;
 - chercher dans la liste des sommets le premier sommet non coloré et le colorer avec la couleur d'usage ;
 - examiner tour à tour, dans l'ordre de la liste, tous les sommets non colorés et, pour chacun d'eux, le colorer lorsqu'il n'est adjacent à aucun sommet coloré avec la couleur d'usage.

Chapitre 5 Graphe et couleurs

VIII. Exemple :

Appliquer l'algorithme précédant pour le coloriage du graphe suivant. Calculer le nombre chromatique et le nombre de stabilité.



Chapitre 5

Graphe et couleurs

X	d°
1	2
2	2
3	2
4	3
5	2
6	1

Degrés des sommets

X	d°
4	3
1	2
2	2
3	2
5	2
6	1

Degrés des sommets ordonnés

Dans l'examen, si des sommets ont les mêmes degrés, on suit l'ordre alphabétique ou numérique croissant. Le résultat peut être différent selon l'ordre des sommets.

Solution :

→ Le nombre chromatique est : 2
(nombre de couleur)

→ Le nombre de stabilité est : 3