Chapitre
1

1 Généralités

1.1 Introduction

Le traitement du signal est une discipline indispensable de nos jours. Il a pour objet l'élaboration ou l'interprétation des signaux porteurs d'informations. Son but est donc de réussir à extraire un maximum d'information utile sur un **signal** perturbé par du **bruit** en s'appuyant sur les ressources de l'électronique et de l'informatique.

1.2 Définitions

1.2.1 Signal

Un *signal* est la représentation physique de l'information, qu'il convoie de sa source à son destinataire. La description mathématique des signaux est l'objectif de la théorie du signal. Elle offre les moyens d'analyser, de concevoir et de caractériser des systèmes de traitement de l'information.

1.2.2 Bruit

Un *bruit* correspond à tout phénomène perturbateur gênant la transmission ou l'interprétation d'un signal.

Remarque :
Les notions de signal et bruit sont très relatives. Pour un technicien des télécommunications qui écoute un émetteur lointain relayé par un satellite, le signal provenant d'une source astrophysique (soleil, quasar) placée malencontreusement dans la même direction est un bruit. Mais pour l'astronome qui s'intéresse à la source astrophysique, c'est le signal du satellite qui est un bruit.

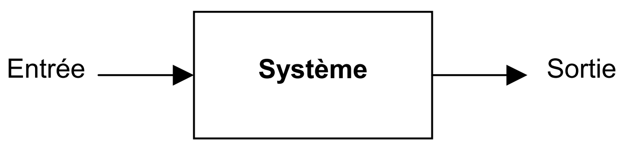
1.2.3 Rapport signal sur bruit

Le *rapport signal sur bruit* mesure la quantité de bruit contenue dans le signal. Il s'exprime par le rapport des puissances du signal (P_S) et du bruit (P_N). Il est souvent donné en décibels (dB).

$$\boxed{\left(\frac{S}{N}\right)_{dB} = 10\log\frac{P_S}{P_N}}$$

1.2.4 Système

Un *système* est un dispositif représenté par un modèle mathématique de type Entrée/Sortie qui apporte une déformation au signal (Ex: modulateur, filtre, etc…).



1.3 *Classification des signaux*

On peut envisager plusieurs modes de classification pour les signaux suivant leurs propriétés.

1.3.1 Classification phénoménologique

On considère la nature de l'évolution du signal en fonction du temps. Il apparaît deux types de signaux :

- **Les signaux déterministes :** ou signaux certains, leur évolution en fonction du temps peut être parfaitement modéliser par une fonction mathématique. On retrouve dans cette classe les signaux périodiques, les signaux transitoires, les signaux pseudo-aléatoires, etc…

- **Les signaux aléatoires :** leur comportement temporel est imprévisible. Il faut faire appel à leurs propriétés statistiques pour les décrire. Si leurs propriétés statistiques sont invariantes dans le temps, on dit qu'ils sont stationnaires.

1.3.2 Classification énergétique

On considère l'énergie des signaux. On distingue :

- **Les signaux à énergie finie :** il possède une puissance moyenne nulle et une énergie finie.

- **Les signaux à puissance moyenne finie :** il possède une énergie infinie et sont donc physiquement irréalisable.

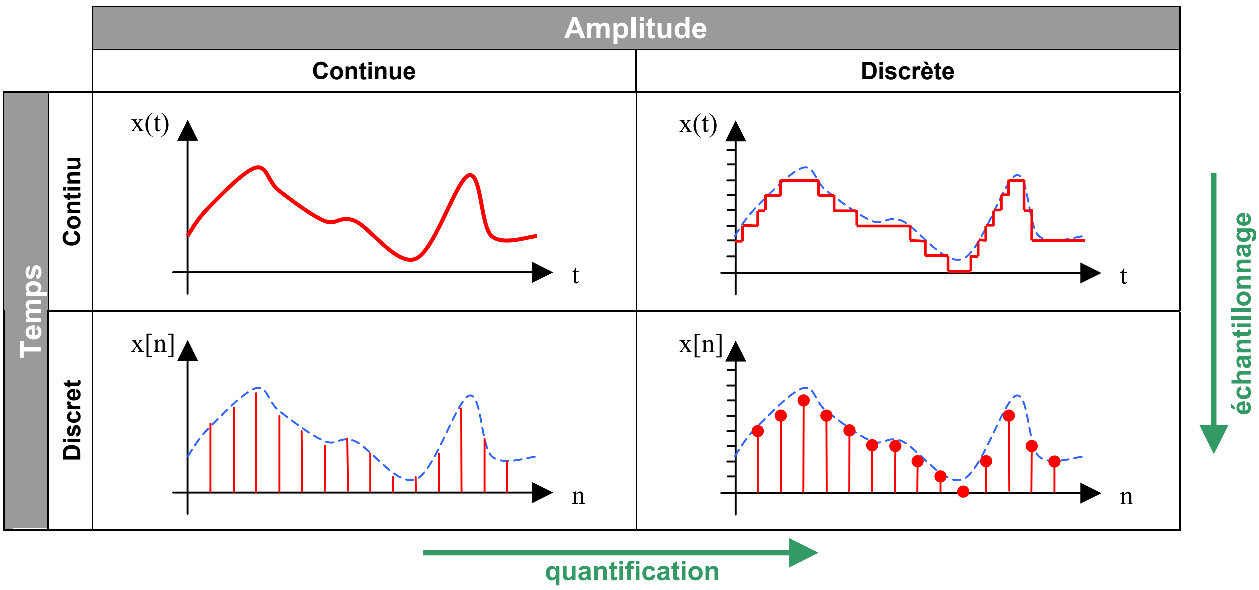
Rappels :

Energie d'un signal x(t) $\Rightarrow$ $$W_x = \int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)|^2 \, dt$$

Puissance d'un signal x(t) $\Rightarrow$ $$P_x = \lim_{T \to \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} |x(t)|^2 \, dt$$

1.3.3 Classification morphologique

On distingue les signaux à variable continue des signaux à variable discrète ainsi que ceux dont l'amplitude est discrète ou continue.



On obtient donc 4 classes de signaux :

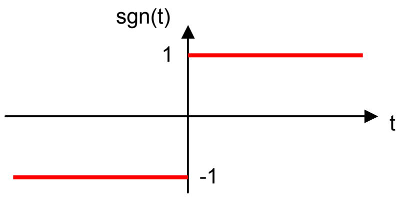
- **Les signaux analogiques** dont l'amplitude et le temps sont continus
- **Les signaux quantifiés** dont l'amplitude est discrète et le temps continu
- **Les signaux échantillonnés** dont l'amplitude est continue et le temps discret
- **Les signaux numériques** dont l'amplitude et le temps sont discrets

1.4 Signaux particuliers

Afin de simplifier les opérations ainsi que les formules obtenues, certains signaux fréquemment rencontrés en traitement du signal dispose d'une modélisation propre.

1.4.1 Fonction signe

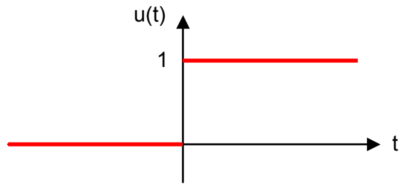
$$\mathrm{sgn}(t)=\begin{cases}-1 & \text{pour} \quad t<0\\ +1 & \text{pour} \quad t>0\end{cases}$$



Par convention, on admet pour valeur à l'origine : sgn (t) =0 pour t=0.

1.4.2 Fonction échelon

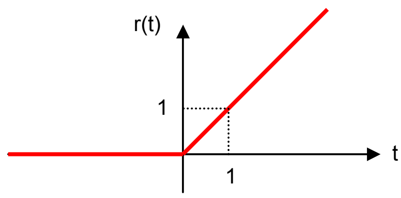
$$u(t)=\begin{cases}0 & \text{pour} \quad t<0\\ 1 & \text{pour} \quad t>0\end{cases}$$



Par convention, on admet pour valeur à l'origine: u (t) = ½ pour t=0.
Dans certains, il sera préférable de lui donner la valeur 1.

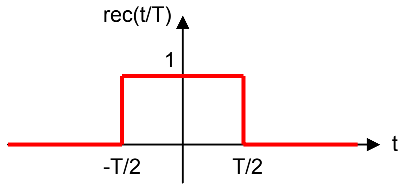
1.4.3 Fonction rampe

$$r(t) = t \,.\, u(t)$$
$$= \int_{-\infty}^{t} u(\tau)\,d\tau$$



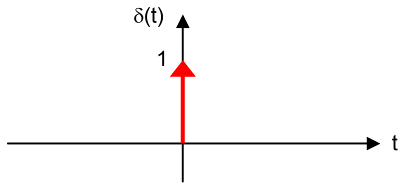
1.4.4 Fonction rectangulaire

$$\mathrm{rect}\left(\frac{t}{T}\right)=\begin{cases}1 & \text{pour} \quad \left|\frac{t}{T}\right|<\frac{1}{2}\\ 0 & \text{pour} \quad \left|\frac{t}{T}\right|>\frac{1}{2}\end{cases}$$



On l'appelle aussi fonction porte.
Elle sert de fonction de fenêtrage élémentaire.

1.4.5 Impulsion de Dirac



L'impulsion de Dirac correspond à une fonction porte dont la largeur T tendrait vers 0 et dont l'aire est égale à 1.

$$\delta(t)=\begin{cases}\infty & \text{pour } t=0\\ 0 & \text{pour } t\neq 0\end{cases}$$

$\delta(t)$ ne peut être représentée graphiquement. On la schématise par le symbole 

<u>Attention:</u> le **1** marqué sur la flèche pleine représente <u>l'aire</u> de cette impulsion (et non la hauteur de l'impulsion).

On peut encore considérer $\delta(t)$ comme la dérivée de la fonction échelon : $\delta(t)=\dfrac{du(t)}{dt}$.

- **<u>Propriétés :</u>**

<u>Intégrale</u>

$$\int_{-\infty}^{+\infty}\delta(t)\,dt=1$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty}x(t).\delta(t)\,dt=x(0)$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty}x(t).\delta(t-t_0)\,dt=x(t_0)$$

<u>Produit</u>

$$x(t).\delta(t)=x(0).\delta(t)=x(0)$$

$$x(t).\delta(t-t_0)=x(t_0).\delta(t-t_0)=x(t_0)$$

<u>Identité</u>

$$x(t)*\delta(t)=x(t)$$

<u>Translation</u>

$$x(t)*\delta(t-t_0)=x(t-t_0)$$

$$x(t-t_1)*\delta(t-t_0)=x(t-t_1-t_0)$$

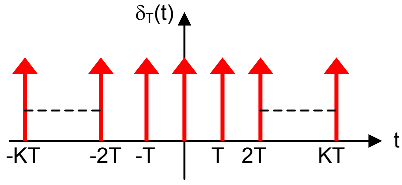
<u>Changement de variable</u>

$\delta(a.t)=|a|^{-1}\,\delta(t)$ avec en particulier $\delta(\omega)=\dfrac{1}{2\pi f}\delta(t)$

<u>Remarque :</u>
Un signal physique $y(t)$ correspondant au passage d'un état (1) vers un état (2) pourra être considéré comme un impulsion chaque fois que son temps de montée t_m sera négligeable devant les autres temps mis en jeu dans le circuit. Il en est de même pour un échelon.

1.4.6 Peigne de Dirac

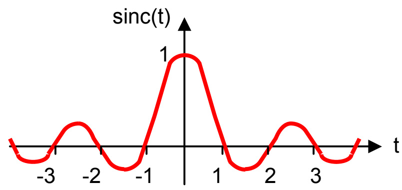
On appelle *peigne de Dirac* une succession périodique d'impulsions de Dirac.



$$\delta_T(t) = \sum_{k \to -\infty}^{+\infty} \delta(t - kT)$$

T est la période du peigne.
Cette suite est parfois appelée *train d'impulsions* ou *fonction d'échantillonnage.*
Ce type de signal est principalement utilisé en échantillonnage .

1.4.7 Fonction sinus cardinal



$$\mathrm{sinc}(t) = \frac{\sin(\pi t)}{\pi t}$$

Cette fonction joue un rôle très important en traitement du signal.

- **<u>Propriétés :</u>**

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \mathrm{sinc}(t)\,dt = 1$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \mathrm{sinc}^2(t)\,dt = 1$$

1.5 Représentation fréquentielle

On a pour habitude de décrire les signaux en fonction de la variable temporelle *t* car notre perception des phénomènes physiques nous y incite. En électronique, la connaissance des propriétés spectrales d'un signal est primordiale. Ainsi, on utilise souvent une représentation en fonction de la fréquence pour caractériser un signal ou un système. Les outils de traitement des signaux nous aident dans cette tâche.

<u>Exemple :</u> le support de transmission du téléphone à une bande passante de 3kHz alors que la bande passante des signaux audibles est de 20kHz. Ceci explique pourquoi un signal audio de haute qualité transmis par voie téléphonique sera perçu comme de mauvaise qualité par le récepteur.