

Institut Supérieur Des Arts Multimédias De Manouba - Université De Manouba

Module: Logique Mathématique 1*ère* année cycle ingénieur 2024-2025

TD n°1: Calcul Propositionnel

Exercice 1

Considérons les symboles propositionnels suivants:

P : Ahmed est étudiant Q : Ali est étudiant R : Anis est étudiant

Associer à chacun des énoncés suivants la formule propositionnelle qui semble raisonnablement lui correspondre

- 1. Ahmed et Ali sont étudiants
- 2. Ahmed ou Ali est étudiant
- 3. Exactement un seul parmi Ahmed et Ali est étudiant
- 4. Ni Ahmed ni Anis ne sont étudiants
- 5. Au moins l'un des trois n'est pas étudiant
- 6. Un seul parmi les trois n'est pas étudiant
- 7. seulement deux parmi les trois sont étudiants
- 8. Si Ahmed est étudiant, Ali l'est aussi.
- 9. Si Ahmed est étudiant, Ali l'est, sinon Ali ne l'est pas
- 10. Ahmed est étudiant à condition que Ali le soit
- 11. Que Ali soit étudiant est une condition nécessaire pour que Ahmed le soit.
- 12. Que Ali soit étudiant est une condition suffisante pour que Ahmed le soit.
- 13. Oue Ali soit étudiant est une condition nécessaire et suffisante pour que Ahmed le soit
- 14. Ali n'est étudiant que si exactement l'un des deux autres l'est
- 15. Si Ali est étudiant alors au moins l'un des deux autres ne l'est pas.
- 16. Il faut que Anis soit étudiant pour que Ahmed le soit aussi.

Exercice 2

Représenter les affirmations suivantes en utilisant le langage de la logique des propositions

- 1. Pierre fait des maths et de l'anglais mais pas de la chimie.
- 2. Pierre fait des maths et de la chimie mais pas à la fois de la chimie et de l'anglais.
- 3. Il est faux gue si Pierre fasse de l'anglais, ne fasse pas des maths
- 4. Il est faux que Pierre ne fasse pas des maths et fasse quand même de la chimie
- 5. Il est faux que si Pierre fasse de l'anglais ou de la chimie ne fasse pas des maths.
- **6.** Pierre ne fait ni anglais ni chimie mais il fait des maths.

Exercice 3:

Considérons les symboles propositionnels suivants :

p: Il a besoin d'un médecin.

q: Il a besoin d'un secouriste.

r: Il a eu un accident.

s: Il vomit.

u : Il est blessé.

Traduire les formules suivantes en phrases du langage naturel

1.
$$(s \rightarrow p) \land (r \rightarrow q)$$

2.
$$p \rightarrow (s \lor u)$$

3.
$$(p \land q) \rightarrow r$$

Exercice4:

Donner la forme normale des formules suivantes et indiquer si c'est une tautologie, une contradiction ou une formule satisfaisable:

1.
$$(P \land Q) \land (\neg P \lor Q)$$

2.
$$P \land \neg (P \land Q)$$

3.
$$\neg P \rightarrow (P \land Q)$$

4.
$$(P \rightarrow Q) \rightarrow (Q \rightarrow R)$$

5.
$$(P \rightarrow Q) \land (Q \rightarrow R) \rightarrow (P \rightarrow R)$$

Exercice 5:

Déterminer si les formules suivantes sont sémantiquement équivalentes :

•
$$(p \rightarrow q) \land (p \rightarrow r)$$
 et $p \rightarrow (q \land r)$

•
$$(p \rightarrow q) \rightarrow (p \land q)$$
 et $(\neg p \rightarrow q) \land (q \rightarrow p)$