UNIVERSITE DE LA MANOUBA
INSTITUT SUPERIEUR DES ARTS MULTIMEDIAS DE LA MANOUBA

Devoir Surveillé

Module : **Fondements Multimédia** Date : **Mai 2021**
Durée : **1h**
Documents non autorisés

Exercice 1: (8 points)

On étudie un signal audio de durée 90 secondes et d'expression mathématiques $s(t) = 5\sin(1760\pi t)$. On échantillonne $s(t)$ à 9000Hz et on note s_n l'échantillon obtenu à l'instant nT_e, n entier variant de 0 à N-1.

1. Préciser la fréquence de $s(t)$.
2. Calculer la valeur de N.
3. La condition de Shannon est elle vérifiée ? Justifier votre réponse.
4. Chaque échantillon étant codé sur 16 bits, quelle est la taille du signal numérisé, en octets ?

ce signal audio est traité à l'aide d'un CAN qui utilise la quantification uniforme par arrondie et qui possède un SNR = 192 dB. La plage utile V du signal à quantifiée est décomposée en 2^N intervalles de largeur Δ.

5. Déterminer l'expression du rapport signal sur bruit.
6. Déterminer la résolution nécessaire pour avoir un signal stéréo.
7. Lors de l'enregistrement sur CD, la fréquence d'échantillonnage est de $44.1 Khz$. Déterminer le débit de ce signal stéréo.

Exercice 2 : (6points)

Soit le signal continu x(t) = 2 rect(3t+2)

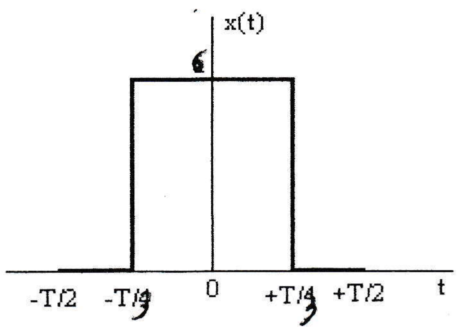
1. Calculer la transformée de Fourier X(f) du signal x(t).
2. Déduire la transformée de Fourier Y(f) du signal y(t)=16 tri(3t+2)

Exercice 3 : (6 points)

On utilise les séries de Fourier pour décomposer un signal périodique x(t) sous la forme suivante : (T étant la période du signal)

$$x(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty}(a_n \cos n\omega_0 t + b_n \sin n\omega_0 t) \quad avec\, \omega_0 = \frac{2\pi}{T}$$

Soit un signal numérique de forme "créneau", de période T, envoyé sur une voie de transmission.



1. Calculer l'énergie et la puissance de ce signal sur une période [-T/2 , T/2].

2. Décomposer le signal en série de Fourier en déterminant ses coefficients réels. Donner l'expression de x(t).

3. Donner l'expression du fondamental (signal de pulsation ω_0), du premier et du deuxième harmonique.

BON TRAVAIL

FMM.

Correction DS ING - Mai 2021

7/7

Exercice 1

1/ $s(t) = 5 \sin(1760 \pi t)$

$= A \sin(2\pi f t)$

$\Rightarrow f = \frac{1760}{2} = 880\ Hz$ 1

2/ N = nbre d'échantillons

f_e = nbre d'échantillons /s 1

$N = f_e \times$ durée

$= 9000 \times 90 = 81\ 10^4$ échantillons

3/ $f_e > 2 f_{max}$ 0,1 $\Rightarrow (9000 Hz > 1760 Hz)$ 0,5

$\Rightarrow$ la condition de Shannon est vérifiée.

4/ 16 bits = 2 octets

$\Rightarrow$ taille signal $= N \times 2$ 1

$= 162 . 10^4$ octets.

5)

$(SNR)_{db} = 10 \log \frac{P_s}{\sigma_{nq}^2}$ / 0,1

$P_s = V_{s\,eff}^2 = \left(\frac{5}{\sqrt{2}}\right)^2 = \frac{25}{2} w$, $V_{s\,eff} = \frac{V_{max}}{\sqrt{2}} = \frac{5}{\sqrt{2}}$ 0,1

$\sigma_{nq}^2 = \frac{\Delta^2}{12} = \frac{\frac{V^2}{2^{2n}}}{12} = \frac{100}{12 \times 2^{2n}}$ OK

$(SNR)_{db} = 10 \log \frac{\frac{25}{2}}{100} \times 12\ 2^{n} =$

$(SNR)_{qdb} = 10 \log \frac{150\, 2^{2n}}{100} = \boxed{1{,}76 + 6{,}02n}$ 0,5

6/ signal stéréo ⇒ 2CAN ⇒

$n_{stéréo} = 2 \times n$

or $n = \frac{SNR - 1{,}75}{6}$ 1

$= \frac{192 - 1{,}76}{6} = 31$ bits

⇒ $n \approx 32$ bits

⇒ $n_{stéréo} = 64$ bits.

7/ débit stéréo = $n \times f_e \times$ nbre de canaux

$= 64 \times 44{,}1 \times 10^3$

$= 2822{,}4$ bit/s 1

Ex2 :

$x(t) = 2\,\mathrm{rect}(3t+2)$

1/ d'après le cours $TF(\mathrm{rect}t) = \mathrm{sinc}(f)$

$= \frac{\sin \pi f}{\pi f}$ 1

⇒ soit $x_1(t) = \mathrm{rect}(t)$

on utilise les deux propriété

de dilatation et de décalage temporel.

$$X(f) = \frac{2}{3} e^{j2\pi f \times (-2)} X_1\left(\frac{1}{3} f\right)$$ 1

$$= \frac{2}{3} e^{j4\pi f} \operatorname{sinc}\left(\frac{f}{3}\right)$$ 1

2) $x_2(t) = tri(t) = rect(t) * rect(t)$ 1

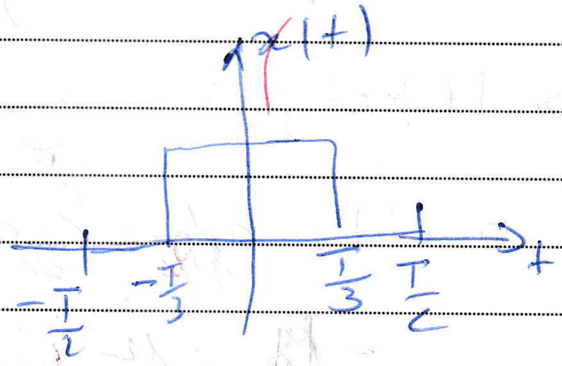
$$TF(tri(t)) = TF(rect(t)) \cdot TF(rect(t))$$

$$= \operatorname{sinc}^2(f)$$

$$TF(tri(3t+2)) = 16 \times \frac{1}{3} e^{j4\pi f} \times \operatorname{sinc}^2(f)$$

$$= \frac{16}{3} e^{j4\pi f} \operatorname{sinc}^2(f)$$

Exercice 3



$$\mathcal{E}_x(t) = \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} |x(t)|^2 \, dt = 6^2 [t]_{-\frac{T}{3}}^{\frac{T}{3}} = 6^2 \frac{2T}{3}$$

$$= 24T$$

0,5

$$P(x) = \frac{\mathcal{E}_x}{T} = 24$$

0,5

$$a_0 = \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x(t) \, dt = \frac{6}{T} \int_{-\frac{T}{3}}^{\frac{T}{3}} 1 \, dt = \frac{6}{T} [t]_{-\frac{T}{3}}^{\frac{T}{3}}$$

$$= \frac{6}{\cancel{T}} \times \frac{2\cancel{T}}{3} = 4$$

1

$$a_n = \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x(t) \cos(n\omega_0 t) \, dt$$

OK

$$= \frac{2}{T} \times 6 \int_{-\frac{T}{3}}^{\frac{T}{3}} \cos\left(2\frac{\pi}{T} n t\right) dt$$

$$= \frac{12}{\cancel{T}} \left[\frac{\cancel{T}}{2\pi n} \sin\left(n \frac{2\pi}{T} t\right) \right]_{-\frac{T}{3}}^{\frac{T}{3}}$$

$$= \frac{6}{\pi n} \left(\sin\left(n \frac{2\pi}{3}\right) - \sin\left(-n \frac{2\pi}{3}\right) \right)$$

$$= \frac{12}{\pi n} \sin\left(n \frac{2\pi}{3}\right).$$

0,5

$x(t)$ est paire $\Rightarrow$ les b_n sont nuls.

OK

$$\Rightarrow x(t) = \cancel{a_0/2} + \sum_{n=1}^{+\infty} a_n \cos n\omega_0 t$$

$$= 2 + \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{12}{\pi n} \sin\left(n \frac{2\pi}{3}\right) \cos(n\omega_0 t)$$

OK

01

fondamental $n=0$: $\boxed{x(t)=2}$

1er harmonique $n=1$: $x(t)=2+a_1\cos\omega_0 t$

$$=2+\frac{12}{\pi}\sin\left(\frac{2\pi}{3}\right)\cos(\omega_0 t)$$

$$=2+\frac{12}{\pi}\frac{\sqrt{3}}{2}\cos\omega_0 t$$

01

$$\boxed{x(t)=2+\frac{6\sqrt{3}}{\pi}\cos\omega_0 t}$$

2^{e} harmonique $n=2$, $x(t)=2+a_1\cos\omega_0 t+a_2\cos 2\omega_0 t$

$$\Rightarrow x(t)=2+\frac{6\sqrt{3}}{\pi}\cos\omega_0 t+\frac{6}{\pi}\sin\frac{4\pi}{3}\cos(2\omega_0 t)$$

01

$$=2+\frac{6\sqrt{3}}{\pi}\cos\omega_0 t-\frac{6}{\pi}\frac{\sqrt{3}}{2}\cos(2\omega_0 t)$$

$$\boxed{x(t)=2+\frac{6\sqrt{3}}{\pi}\cos\omega_0 t-\frac{3\sqrt{3}}{\pi}\cos(2\omega_0 t)}$$