

Estructura de Datos

Octubre 9 de 2024

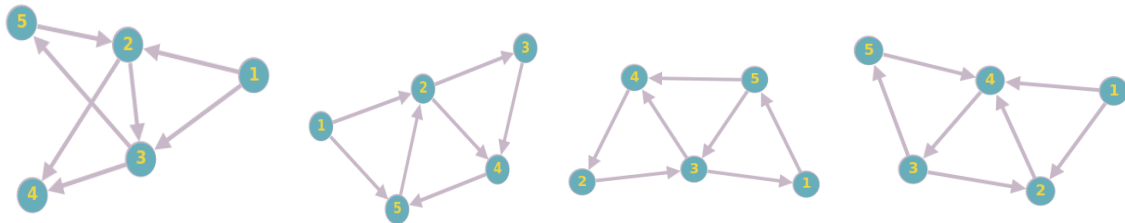
Taller Grafos 04



Santiago Camargo
Daniel Santiago Rosas Osorio
Juan Sebastián Forero Moreno
Manuel Rincón

1.- Responda las siguientes preguntas teniendo en cuenta el grafo representado por la siguiente matriz de adyacencia.

$$G_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad G_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad G_3 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad G_4 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$



2.- ¿Es un grafo cíclico o acíclico? En caso de ser cíclico, describa todos los ciclos en el grafo.

Solución:

- G_1
 - Si observamos la matriz de adyacencia de G_1, hay un ciclo (1 -> 2 -> 3 -> 1). Por lo tanto, es cíclico.
- G_2
 - También hay un ciclo en G_2 (1 -> 3 -> 1), por lo tanto es cíclico.
- G_3
 - Este grafo no tiene ciclos evidentes. Es acíclico.
- G_4
 - Podemos evidenciar que G_4, notamos un ciclo (1 -> 3 -> 4 -> 1), por lo que es cíclico.

3.- ¿Hay vértices fuente? ¿Cuáles son?

Solución:

Un vértice fuente es aquel que solo tiene aristas salientes y ninguna arista entrante.

- G_1: No hay vértices que sean únicamente fuente.
- G_2: El vértice 2 es una fuente (solo tiene aristas salientes).
- G_3: No hay vértices fuente.
- G_4: El vértice 2 es una fuente.

4.- ¿Hay vértices sumidero? ¿Cuáles son?

Solución:

Un vértice sumidero es aquel que solo tiene aristas entrantes y ninguna arista saliente.

- G_1: El vértice 4 es sumidero.
- G_2: El vértice 4 es sumidero.
- G_3: El vértice 4 es sumidero.
- G_4: El vértice 3 es sumidero.

5.- ¿Cuáles son los vértices descendientes de 2?

Solución:

Los vértices descendientes de un vértice son aquellos que pueden ser alcanzados desde ese vértice siguiendo las aristas del grafo.

- G_1: Los descendientes de 2 son {3, 4}.
- G_2: El descendiente de 2 es {1}.
- G_3: Los descendientes de 2 son {4}.
- G_4: El descendiente de 2 es {3}.

6.- ¿Cuántos componentes fuertemente conectados hay en el grafo?

Solución:

Un componente fuertemente conectado es un subconjunto de vértices en el cual cada par de vértices está conectado de manera bidireccional.

- G_1: Hay 1 componente fuertemente conectado.
- G_2: Hay 2 componentes fuertemente conectados.
- G_3: Hay 2 componentes fuertemente conectados.
- G_4: Hay 1 componente fuertemente conectado.

7.- Si un grafo no dirigido y conectado contiene un camino de Hamilton, éste es exactamente igual a su correspondiente camino de Euler.

Solución:

No necesariamente. Un camino de Hamilton recorre cada vértice exactamente una vez, mientras que un camino de Euler recorre cada arista exactamente una vez. Son propiedades distintas.

8.- Un grafo dirigido de N vértices, con un vértice fuente y un vértice sumidero, puede estar fuertemente conectado.

Solución

No, porque un componente fuertemente conectado requiere que todos los vértices puedan alcanzarse mutuamente. Tener un vértice sumidero o fuente viola esta condición.

9.- Sólo se puede definir camino(s) o circuito(s) de Euler en un grafo con un único componente conectado.

Solución:

Sí, un camino o circuito de Euler solo puede existir en grafos conectados. Un camino de Euler recorre todas las aristas del grafo sin repetirlas, por lo que el grafo debe ser conectado.

10.- La matriz de adyacencia de un grafo no dirigido es simétrica por la diagonal.

Solución

Sí, la matriz de adyacencia de un grafo no dirigido siempre es simétrica con respecto a la diagonal principal, ya que si hay una arista de (v_i) a (v_j) , también debe haber una de (v_j) a (v_i) .

11.- Un grafo dirigido está fuertemente conectado cuando existe un camino entre cada par de vértices, sin tener en cuenta las direcciones de las conexiones.

Solución:

Verdadero. Para que un grafo dirigido esté fuertemente conectado, debe existir un camino en ambas direcciones entre cualquier par de vértices. Es decir, no basta con que haya un camino entre los vértices sin considerar la dirección; el camino debe respetar las direcciones de las aristas.

12.- El algoritmo de Dijkstra genera un árbol de recubrimiento de costos mínimos, así como el algoritmo de Prim.

Solución:

Falso. Se utiliza para encontrar el camino más corto desde un vértice fuente a todos los demás vértices en un grafo ponderado. Pero no genera un árbol de recubrimiento de costos mínimos. El algoritmo de Prim, en cambio, sí genera un árbol de recubrimiento mínimo, pero es para grafos no dirigidos.

13.- La matriz de caminos de un grafo con N vértices y M aristas se calcula sumando la matriz identidad de tamaño $N \times N$ con la matriz de adyacencia del grafo.

Solución:

Falso. La matriz de caminos o matriz de alcance de un grafo se obtiene aplicando el cierre transitivo de la matriz de adyacencia, lo que indica si existe un camino (directo o indirecto) entre dos vértices. La suma de la matriz identidad con la matriz de adyacencia no es suficiente para calcular esto, se requiere el cierre transitivo (normalmente utilizando el algoritmo de Floyd-Warshall).

14.- Si la matriz de adyacencia de un grafo es una matriz diagonal inferior, se puede decir que el grafo es dirigido.

Solución:

Verdadero. Si la matriz de adyacencia es una matriz diagonal inferior, significa que hay aristas dirigidas solo en una dirección entre los vértices (de los vértices de mayor índice a los de menor índice)

