

## **1. Stručná história konekcionizmu, základné časti biologických neurónov a ich vlastnosti, typické vlastnosti konekcionistického modelu, klasický konekcionizmus model s prahovou logikou, implementácia Booleových funkcií.**

Konekcionizmus je inšpirovaný biológiou. Je založený na umelých neurónových sieťach. Modeluje mentálne procesy, aplikácie v praktických problémoch. Mozog má  $10^{11}$  neurónov a  $10^{14}$  synáps. História: klasický do 1940 – filozofia, psychológia, starý do 70<sup>th</sup> – začiatok počítačov, umelých NN, spája sa s kognitívnou vedou, nový od 1986 – paralelné distribuované subsymbolické, multi-layer, rekurentné, najnovšie koncom 90<sup>th</sup> – pravdepodobnostné metódy.

Knowledge representation – podobné vstupy by mali mať podobnú reprezentáciu, na dôležitý príznak by malo reagovať viac neurónov. Subsymbolická reprezentácia, induktívny tréning(s/bez učiteľa), deduktívny testing.

Neurón vie simulovať každú lineárne separabilnú boolovskú fciu. Na ostatné treba 2vrstvovú sieť.

## **2. Binárny perceptrón: pojem učenia s učiteľom, učiace pravidlo, algoritmus trénovania, deliaca nadrovina, klasifikácia vzorov, lineárne separovateľné problémy, definícia a príklad.**

Zo vstupu sa zráta suma, aktivačnou fciou (sgn, lin, sigmoid) výstup, porovná sa s učiteľom, upravujú sa váhy podľa delta pravidla:  $w_i += \alpha(d-y)x_i$ . Chyba  $E = 1/2(d-y)^2$ . Koniec, ak  $E = 0$ .

Rieši len lineárne separabilné problémy. Posúva sa deliaca nadrovina.

## **3. Spojitý perceptrón: Rôzne aktivačné funkcie perceptrónu, chybová funkcia a spôsob jej minimalizácie, pojem učenia s učiteľom, učiace pravidlo, algoritmus trénovania perceptrónu.**

Aktivačné fcie: unipolárna, bipolárna, lin, sigmoid, hypertangens  $(e^{-net} - 1)/(1 - e^{-net})$ .  $E = 1/2(d-y)^2$ . Minimalizácia chyby, hľadáme minimum fcie. Zderivujeme a ideme podľa strmosti (gradientu). A to buď po každom vstupe (online)  $w_i += \alpha(d-y)f' * x_i$ , alebo po epoche (batch)  $w_i += \alpha \sum_p \{d_p - y_p\} f' * x_i$ , kde  $f'$  je  $y*(1-y)$

## **4. Viacvrstvové dopredné neurónové siete: architektúra a aktivačné vzorce, odvodenie metódy učenia pomocou spätného šírenia chýb (BP) pre dvojvrstvovú doprednú NS, modifikácie BP, typy úloh pre použitie doprednej NS.**

Cieľ – aproximovať fciu. Ak je graf siete acyklický, dá sa použiť dopredné šírenie. Aktivačná fcia je sigmoid  $1/(1+e^{-net})$ , alebo hyperbolický tangens  $(e^{-net} - 1)/(1 - e^{-net})$ . Adaptácia – hľadanie lok. miním gradientovou metódou.

Aktivačné vzorce:  $y_i = f(\sum_k \{w_{ik} * h_k\})$ ,  $h_k = f(\sum_j \{v_{kj} * x_j\})$ .

Pre každý výstupný neurón sa zráta chyba:  $\delta_i = (d_i - y_i) * f'$ . Pre každú váhu hidden-output sa  $w_{ik} += \alpha \delta_i * h_k$ . Chyba sa propaguje, každý z hidden schytá:  $\delta_k = \sum_i \{w_{ik} * \delta_i\} f'$ .

A updatnú sa váhy input-hidden:  $v_{kj} += \alpha \delta_k * x_j$

Mod: momentum na preskočenie lok. miním. XOR ako zloženie boolfcií. Weight decay – váhy sa vynásobia konštantou. Reorder inputs.

## **5. Viacvrstvová dopredná NS ako univerzálny aproximátor funkcií (formulácia teorému), trénovacia a testovacia množina, zovšeobecňovanie, preučenie, skoré zastavenie učenia, selekcia modelu, prekrížená validácia.**

Trojvrstvová sieť je schopná s danou presnosťou aproximovať ľubovoľnú fciu. Dvojvrstvová vie len konvexne ohraničiť triedy. Jednovrstvová len rovinou. Pri cross-validácii jeden cluster validačný.

## 6. Lineárne modely NS: vzťah pre riešenie systému lin. rovníc v jednovrstvovej sieti, pojem pseudo inverzie matice, autoasociatívna pamäť: lineárny obal, princíp funkcie modelu, detektor novosti.

Výstupy siete  $y=(y_1..y_m)^T$ , vstupy  $x=(x_1..x_n)$ , matica váh  $W=(w_{11}..w_{1n}..w_{m1}..w_{mn})$ .  
 $y=Wx$ . Pridávanie vrstiev je zbytočné, lebo lin. zobr. je uz. na skladanie. Trénovacia množinám vstupy  $X$  a výstupy  $Y$ .  $Y=WX$ . Ak je  $X$  regulárna,  $W=YX^{-1}$ . Inak  $W=YX^{+}$ ,  $X^{+}$  je pseudoinverzia  $X$ . Ak je počet trénovacích vzoriek  $N$  väčší ako dimenzia vstupov  $n$  ( $X$  je širšia) a hodnosť  $X=n$ , potom  $X^{+}=X^T*(XX^T)^{-1}$ . Inak  $X^{+}=(X^T*X)^{-1}*X^T$ . Platí:  $X*X^T*X=X$ . Autoasociácia:  $Y=X$ .  
 $W=XX^{+}$ . Predpokl. že  $N < n$ . Vstupy definujú  $L$  podpriestor  $R^n$  ako svoj lineárny obal. Doplnok  $L$  k  $R^n$  je podpriestor  $R^n$  kolmý na  $L$ . Každý vektor sa dá jednoznačne rozložiť na zložky z  $L$  a  $R^n-L$ . Z odchýliek sa spraví ortogonálna projekcia (odstráni sa šum) vynásobením zľava  $XX^{+}$ . Keby sa to zľava vynásobilo  $(I-XX^{+})$ , máme bázový vektor z  $R^n - L$ , kolmý na  $L$  – detektor novosti je model s tým operátorom.

## 7. Lineárne modely NS: účel GrammovoSchmidtovho ortogonalizačného procesu, GI model. Pamäť korelačnej matice ako autoasociatívna pamäť, vzťah pre výpočet váh, presluch, porovnanie s GI.

Pridanie novej vzorky nemusí byť až tak výpočtovo náročné ako rátať znovu pseudoinverziu.

**GI:** Ortogonalizačný proces: máme bázu  $u^1..u^k$ . Chceme ortogonálnu bázu  $v^1..v^k$ .  $v^1:=u^1$ . Keď už máme  $p$  vektorov určených, ďalší bude z priestoru gen.  $v^1..v^p, u^{(p+1)}$ .

$$v^{(p+1)} = u^{(p+1)} - \sum_{i=1}^p \{ (v^{i^T} * u^{(p+1)}) / \|v^i\|^2 \} * v^i$$

Keď príde nový vektor  $x$ , čo nepatrí do priestoru, týmto vzorcom získame zložku kolmú na priestor.

$$W_0 = 0. \quad W_{(N+1)} = W_N + (x_{(N+1)} * x_{(N+1)}^T) / |x_{(N+1)}|^2.$$

$$x_{(N+1)} = x - W_N * x.$$

**Korelačná matica:** Váha z  $j$ -teho vstupu do  $i$ -teho výstupu  $w_{ij}$  je úmerna sume  $x_j * y_i$  pre všetky  $x, y$  z trénovacej množiny.  $W=YX^T$ . Ak sú vstupy  $X$  ortonormálne,  $X^T=X^{-1}=X^{+}$ . Potom  $CMM=GI$ . Autoasociácia:  $W=XX^T$ . Pre vstup  $x_p$ :  $Wx_p = x_p |x_p|^2 + C(p)$  – presluch z iných zložiek. Ak by bol nulový,  $x_1..x_N$  sú ortogonálne. Vo všeobecnosti teda nie je. Dá sa ale znížiť posunutím strednej hodnoty zložiek vstupov do nuly.  $x_k := x_k - 1/N \sum x_i$ . (obr.)

**Porovnanie:** Ak vstupy nie sú ortogonálne, GI s detektorom novosti je lepší. (obr. rozp. tvárí).

## 8. Samoorganizácia v NS, základné princípy, pojem učenia bez učiteľa, typy úloh použitia, Ojovo pravidlo učenia – vzťah pre adaptáciu váh a vysvetlenie konvergencie váhového vektora, pojem vlastného vektora a vlastného čísla.

Učenie bez učiteľa – algoritmus učenia nemá informáciu o požadovaných aktivitách výstupných neurónov v priebehu tréningu. Súperenie medzi váhami, update váh blízkych víťazovi. Tendencia samozosilňovania – Hebbovo pravidlo. Využíva sa redundancia vo vstupných dátach (využíva sa klastrovanie – vektorová kvantizácia). Topologické zobrazenie príznakov. (Ak netreba hlavné komponenty, ale stačí podpriestor nimi generovaný, je tu Ojovo pravidlo:  $w_{ij} += \alpha y_i (x_j - \sum \{ y_k * w_{kj} \})$ , máme  $n$  vstupov a  $p$  výstupov,  $i=1..p$ ,  $k=1..n$

výstupy nie sú usporiadané, variancia je cca rovnaká. Výsledky závisia od počiatočných podmienok a poradiu vstupov. Váhový vektor konverguje k vlastnému vektoru korelačnej matice vstupov  $xx^T$ .

Matica  $A$  má vlastné číslo  $v$ , ak je determinant  $A-vI$  nulový. Vlastné čísla trojuholníkovej a diagonálnej matice sú na diagonále.  $X$  je vlastný vektor prislúchajúci vlastnému číslu  $v$ , ak  $Ax=vx$ .

Architektúry – dopredné (+ laterálne spojenia)

## 9. Metóda hlavných komponentov pomocou algoritmu GHA a APEX, architektúra modelu, vzťah pre adaptáciu váh, pojem vlastných vektorov a vlastných čísel, redukcia dimenzie, aplikácia na kompresiu obrazu.

PCA = lineárna transformácia do priestoru príznakov. S tým súvisí redukcia dimenzie. Slúži na predspracovanie dát, ktoré majú cca Gaussovské rozloženie.

Príznakový priestor je n-dimenzionálny priestor, kde každý vzor je bod s n súradnicami. n je počet príznakov vzoru. Podobné vzory sú blízko pri sebe.

Matica A má vlastné číslo  $\lambda$ , ak je determinant  $A - \lambda I$  nulový. Vlastné čísla trojuholníkovej a diagonálnej matice sú na diagonále. X je vlastný vektor prislúchajúci vlastnému číslu  $\lambda$ , ak  $Ax = \lambda x$ .

Majme vstupný vektor x, premietneme ho do priestoru príznakov na vektor u. Variancia je  $u^T R u$ , kde  $R = x x^T$  je korelačná matica vstupu. Keď variancia nadobúda extrém,  $R u = \lambda u$ , kde  $\lambda$  sú vlastné čísla R a u sú vlastné vektory R. Pre n rôznych vlastných vektorov dostaneme n rôznych projekcií  $a_i = x^T u_i$ .  $a_i$  sú hlavné komponenty (príznačky). Rekonštrukcia:  $x = \sum \{a_i u_i\}$ . Keď to zosumujeme len pre p najväčších vlastných čísel, dostaneme akceptovateľnú aproximáciu s redukovanou dimenziou. GHA:

Majme n vstupov, p výstupov. Pre  $i=1..p$   $w_{ij} += \alpha y_i (x_j - \sum_{k=1}^i \{y_k w_{kj}\})$ . Takto sa extrahuje p hlavných komponentov korelačnej matice vstupov usporiadaných podľa veľkosti. Netreba počítať korelačnú maticu. Výpočtovo nenáročný, ak  $p \ll n$ . Je to reestimačný algoritmus. Použitie: kódovanie dát, kompresia.

APEX:

Má aj laterálne spojenia, ktoré majú inhibičný účinok, ale konvergujú k 0. Váhy konvergujú k vlastným vektorom. Je to dekkorelačný algoritmus.

## 10. Učenie so súťažou (typu "winnertakeall"), nevýhody. Neurobiologická motivácia algoritmu SOM, laterálna interakcia a jej náhrada v SOM, sumarizácia algoritmu, voľba parametrov modelu, DP verzia algoritmu.

Oko: sieťnica je prepojená s mozgovou kôrou – každý s každým, vplyv v závislosti od vzdialenosti má tvar mexického klobúka. Šírka mexického klobúka má byť dostatočne široká v porovnaní s šírkou lokálnych vstupov. TODO: laterálne spojenia

$y(t+1) = S(W(x) + L y(t))$  – y je vektor výstupov, S je sigmoida, L je matica laterálnej spätnej väzby, x vektor vstupov, W matica váh.

Výstupné neuróny majú vstup súčet výstupov zo vstupnej vrstvy a spätnoväzbovej zložky z výstupov okolitých neurónov v mape.

Víťazom súťaže je neurón, ktorý najviac reaguje na daný vstup (jeho váhový vektor je najbližšie vstupnému vektoru). Učenie:  $w_i(t+1) = \alpha h(i^*, i) (x(t) - w_i(t))$  –  $\alpha$  je rýchlosť učenia (môže aj klesať),  $h(i^*, i)$  vyjadruje kooperáciu (manhattanovská/gaussovská), časom sa znižuje. Fáza usporiadania/doladenia.

DP verzia: (dot product, skalárny súčin)  $d_i = w_i^T x$ , spočíva to v rotácii váhového vektora smerom k vstupnému vektoru. Víťaz má najmenší uhol. Váhy ležia na povrchu hypergule.

## 11. SOM: vektorová kvantizácia, topografické zobrazenie príznakov, redukcia dimenzie, magnifikačný faktor, náčrt matematických problémov analýzy algoritmu, príklad použitia.

SOM umožňuje realizovať zobrazenie zachovávajúce topológiu a zobrazíť tak charakteristické príznaky vstupných dát. Neuróny sú usporiadané v mriežke/v reťazi. Odozvy sú lokálne. Predpokladá sa redundancia vstupu – simultánna aktivita viacerých vstupných neurónov. Použitie: rozpoznávanie reči, kompresia obrazu, robotika. Magnifikačný faktor – počet vstupných dát na jednotku plochy.

Problémy:

vektorová kvantizácia: nahradenie množiny vstupných vektorov za menšiu množinu prototypov.

Vstupný priestor sa rozdelí na Voronoiov diagram tak, aby sa minimalizovala chyba rekonštrukcie.

## 12. Hybridné modely NS, RBF model: aktivačné vzorce, báзовé funkcie, príznakový priestor, problém interpolácie, aproximačné vlastnosti RBF siete.

RBF aktivácia:  $y_i = \sum_k \{w_{ik} * h_k(x)\} + w_{i0}$ ,  $x$  je vektor vstupov,  $h$  radiálna aktivačná fcia.

radiálna fcia:  $h_k = e^{(-|x-v_k|^2/\sigma_k^2)}$ ,  $v_k$  je centrum,  $\sigma_k$  šírka.

Podľa wikipédie to má len jeden výstup  $y = \sum \{w_i * h(|x-c_i|)\}$ , kde  $c_i$  je centrum  $i$ -tého neurónu.

RBF je ako MLP tiež univerzálny aproximátor.

Bázové fcie: Gaussová  $e^{(-r^2/\sigma^2)}$ , Multiquadrics  $\sqrt{r^2+c^2}$ , Inverse multiq.  $1/\sqrt{r^2+c^2}$ , Cauchy  $1/(1+r^2)$ .

Príznakový priestor je  $n$ -dimenzionálny priestor, kde každý vzor je bod s  $n$  súradnicami.  $n$  je počet príznakov vzoru. Podobné vzory sú blízko pri sebe.

Problém interpolácie: RBF umožňuje interpolovať zobrazenie  $R^n \rightarrow R$ . Interpolácia je metóda umožňujúca konštruovať nové body z konečnej množiny známych bodov. Napríklad danými bodmi preložiť polynóm. Váhy sa dajú vypočítať pomocou lin. algebry.

Problém: zobrazenie nemusí byť všade definované ani jednoznačné ani spojité. (šum..)

## 13. Hybridné modely NS, RBF model: spôsoby tréovania váh. Základné vlastnosti dynamických modelov NS na online aproximáciu dátových množín (TRN, DCS). Porovnanie RBF a MLP.

RBF aktivácia:  $y_i = \sum_k \{w_{ik} * h_k(x)\} + w_{i0}$ ,  $x$  je vektor vstupov,  $h$  radiálna aktivačná fcia.

MLP aktivácia:  $y_i = f(\sum_{k=1}^{q+1} \{w_{ik} * h_k\})$ ,  $h_k = f(\sum_{j=1}^{n+1} \{v_{kj} * x_j\})$ .

radiálna fcia:  $h_k = e^{(-|x-v_k|^2/\sigma_k^2)}$ ,  $v_k$  je centrum,  $\sigma_k$  šírka.

RBF sa trénuje dvojfázovo: najprv sa upravujú centrá a šírky, potom váhy.

Centrá: vyberú sa náhodne zo vstupov alebo klasterizáciou vstupov (samoorganizáciou) alebo metódou najmenších štvorcov (supervised with error BP).

Šírky: sa vyberú podľa najväčšej vzdialenosti centier.

Váhy: zráta sa matica  $G$  ( $g_{11}..g_{1n}..g_{m1}..g_{mn}$ ),  $g_{ij} = h(|x_i - x_j|)$ .  $w = G^{+} * y$

Dá sa to, lebo na rozdiel od MLP majú RBF siete jedno lokálne minimum, keď sú centrá fixnuté.

Ale tiež sa to dá aj gradient descentom.

TRN = topology representing network, neorientovaný graf, po určení víťaza sa zvýši vek hrán z neho idúcich, staré hrany sa rozpoja.

DCS = dynamic cell structures, neorientovaný graf, môžu sa vkladať vrcholy. Odstraňujú sa vrcholy bez spojenia.

RBF vs. MLP: obe sú nelineárne dopredné vrstvové univerzálne aproximátory, RBF dvojfázové, curve-fitting in high-dim. space, local, rýchlejšie konverguje, MLP jednofázové, stochastické, globálne.

## 14. Rekurentné NS: spôsoby reprezentácie času, typy úloh pre rekurentné NS. Modely s časovým oknom do minulosti, výhody a nedostatky, príklad použitia.

V tréningovej množine môžu byť pre rovnaké vstupy rôzne výstupy. Treba rozlišovať podľa času.

Viacvrstvá sieť s časovým posunom(okno do minulosti). Stačí obyčajné BP, treba zachovať poradie tréningových vzoriek. Ťažko určiť veľkosť okna. Niekedy treba aj nekonečné.

Mealyho automat, prechody sú dvojice(vstup, výstup). Niečo ako a-prekladač s resetovacím prechodom.

Dva typy skrytých neurónov – rekurentné(kontextové) a nerekurentné. Nakresliť rôzne architektúry.

Treba vstupnú, výstupnú vrstvu, skrytú a rekurentnú.

Použitie: rozpoznávanie, predikcia, generácia.

### 15. Rekurentné NS: opis architektúry a princíp tréovania RNN pomocou algoritmu BPTT a pomocou RTRL. Príklad použitia.

Aktiváciu majú rovnakú ako MLP:  $S_i^{(t+1)} = g(\sum w_{ij} S_j^{(t)} + l_i^{(t)}) - l$  je vstup.

BPTT: Chyba sa šíri po časovo rozvinutej sieti takisto ako v BP. Veľké pamäťové nároky. Moc sa neujala.

RTRL: Netreba vedieť dopredu dĺžku postupnosti, môže sa meniť a netreba alokovať toľko pamäti.

Výpočtovo náročnejšia. Požadovaná odpoveď v čase  $T+1$  je  $O$ . Chyba  $k$ -teho neurónu v čase  $t=T+1$  je  $E_k^{(t)} = O_k - S_k^{(t)}$ .

V čase  $t$  z  $\{1..T\}$  je  $E_k^{(t)} = 0$ . Celková chyba je  $E^{(t)} = 1/2 \{ \sum (E_k^{(t)})^2 \}$ . Váhy sa updatujú ako v MLP.  $\Delta w_{ij}^{(t)} = \epsilon \sum (E_k^{(t)} \cdot \text{deriv.} S_k^{(t)} \text{ podľa } w_{ij})$ .

### 16. Elmanova sieť: interné reprezentácie pri symbolovej dynamike, markovovské správanie, architekturný bias, vzťah k IFS, sieť s echo stavmi architektúra, tréovanie.

Elman: predikuje postupnosti z kontextu, rozpoznáva, dopĺňa, má hierarchickú reprezentáciu. Stavový priestor siete má fraktálovú reprezentáciu. Tréovať sa môže BP bez rekurentných váh, alebo BPTT alebo RTRL.

IFS – množina transformácií. Príklad – žaba v sierinskeho trojuholníku. Postupnosť transformácií je adresa v priestore. Dve postupnosti ak majú dlhý spoločný suffix, sú blízko seba.

Markovovská vlastnosť: budúce stavy sú nezávislé na minulých stavoch.

Architekturný bias: je fenomén – štruktúra klastrov odráža históriu vstupov.

### 17. Hopfieldov model NS: deterministická verzia, typy dynamiky modelu, energia systému, relaxácia, možné typy atraktorov, autoasociatívna pamäť – nastavenie váh, kapacita pamäte.

Každý neurón je v jednom z dvoch stavov  $S_i \in \{-1, +1\}$ . Spojené sú každý s každým. Váha synapsy  $J_{ij}$ . Postsynaptický potenciál  $h_i^{(int)} = \sum_{j=1}^N J_{ij} S_j$ . Ak prekročí prah excitácie  $h_i^{(ext)}$ , neurón  $i$  sa aktivuje.  $S_i = \text{sgn}(h_i^{(int)} - h_i^{(ext)})$ .

Paralelná dynamika: Všetky menia svoj stav naraz. Najprv sa zrátajú zmeny, potom sa aplikujú.

Sekvenčná dynamika: Vždy sa mení len jeden náhodne vybraný neurón. Zodpovedá to pohybu po hranách hyperkocky.

Energia systému:  $E(S) = -1/2 (\sum J_{ij} S_i S_j) - \sum S_i h_i^{(ext)}$ .

Atraktory: pravé/falošné

Správanie: chaotické trajektórie (synchronná dyn., asymetrická  $J$ ), limitné cykly (pri synch. dyn.), bodové atraktory (energia klesá, kým nedosiahne minimum, pri async. dyn.)

Autoasociátor: nastavenie váh:  $J_{ij} = \sum x_i^p x_j^p$  pre jednotlivé pamäťové vzory  $p$ . Pri relaxácii keď sa dostane do nejakého vzoru ( $S_i = x_i^p$ ) (recall), podmienka stability:  $1 + C_i^p = x_i^p h_i^p > 0$ .

$C_i^p$  je presluch, rovná sa nule, ak sú pamäťové vzory ortogonálne. Pamäťová kapacita sa potom blíži k počtu neurónov.

### 18. Hopfieldov model NS: stochastická verzia, opis dynamiky, parameter inverznej teploty, odstránenie falošných atraktorov. Porovnanie s deterministickou verziou. Typy úloh pre použitie Hopfieldovho modelu.

Každý neurón je v jednom z dvoch stavov  $S_i \in \{-1, +1\}$ . Spojené sú každý s každým. Váha synapsy  $J_{ij}$ . Postsynaptický potenciál  $h_i^{(int)} = \sum_{j=1}^N J_{ij} S_j$ . Ak prekročí prah excitácie  $h_i^{(int)}$ , neurón  $i$  sa aktivuje.

Sú tu reverzné atraktory, ale tie nás netrápia. Chceme odstrániť zmiešané atraktory. Pridáme šum (teplotu). Každý zmiešaný stav má kritickú teplotu do 0.46, od ktorej už nie je stabilný.

Použitie: rozoznávanie vzorov (písmo, tváre...), generovanie, rozpoznávanie postupností (reč, zvuky, video...), autoasociácia, klasifikácia, rekonštrukcia, optimalizačné problémy, obch. cestujúci, párovanie,