5.2 Korrespondenzsatz: Sei $\varphi : G \to H$ surjektive Grphomo, $U \leq G$ mit $ker\varphi \leq Uj$ und $V \leq H$. Dann

a) $\varphi(U) = V \iff \varphi^{-1}(V) = U$

b) Gilt $\varphi = V, dann : U \triangleleft G \iff V \triangleleft H$

§4 Klassifikation der endlichen abelschen Gruppen

5.1 Satz: Ist G eine endliche abelsche Gruppe, so ist G isomorph zu $\mathbb{Z}\ n_1\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}\ n_2\mathbb{Z} \cdots \mathbb{Z}\ n\mathbb{Z}$, wobei $|G| = n_1 \cdots n_r$ und $n_i | n_{i-1}$

5.3 Lemma: Sei G eindlich und abelsch und p Primzahl mit $p|\,|G|$. Dann exist $g \in G$ mit $o(g) = p$

Beweis. (Induktion nach Anzahl von Teilen von $|G|$ *Induktionsanfang* : $|G| = p \rightsquigarrow G \cong \mathbb{Z}\ m\mathbb{Z}$
Induktionsschritt : Sei H max UG/NT von G. Dann gilt $|G/H| = p'$ für eine Primzahl p' gilt $p|\,|H|$, so exist $g \in H$ nach Induktionvoraussetzung $\implies$
Behauptung sonst $p = |G/H|$, da $G| = |H|\,|G/H|$

□

4.5 Lemma: Ist G eine abelsche $(p-)$ Gruppe mit einer einzigen UG N der Ordnung p, so ist G zykelisch.

Beweis. Beweis nach $|G|$. Die Abbildung $f : G \to G$ mit $g \mapsto g^p$ ist eine Gruppenhomomorphismus. $ker\ f$ besteht aus 1 und den Elementen der Ordnung p . □