Q1.

(a) $\boxed{(1.10010)_2}$

Hexadécimal:

$$\overset{1}{\underbrace{0001}}.\overset{9}{\underbrace{1001}}\overset{0}{\underbrace{0000}}$$

$$(1.90)_{16}$$

Octal :

$$\underbrace{001}.\underbrace{100}\underbrace{100}$$

$$(1.44)_8$$

Décimal :

$$\overset{2^0}{1}.\overset{2^{-1}}{1}\overset{2^{-2}}{0}\overset{2^{-3}}{0}\overset{2^{-4}}{1}$$

$$(1\cdot 2^0)+(1\cdot 2^{-1})+(0\cdot 2^{-2})+(0\cdot 2^{-3})+(1\cdot 2^{-4})=\underbrace{2^0+2^{-1}+2^{-4}}_{1+\frac{1}{2}+\frac{1}{2^4}}=(1.5625)_{10}$$

(b) $\boxed{(110.010)_2}$

Hexadécimal:

$$\underbrace{0110}.\underbrace{0100}$$

$$(6.4)_{16}$$

Octal :

$$\underbrace{110}.\underbrace{010}$$

$$(6.2)_8$$

Décimal :

$$\overset{2^2}{1}\overset{2^1}{1}\overset{2^0}{0}.\overset{2^{-1}}{0}\overset{2^{-2}}{1}\overset{2^{-3}}{0}$$

$$(1\cdot 2^2)+(1\cdot 2^1)+(0\cdot 2^0)+(0\cdot 2^{-1})+(1\cdot 2^{-2})+(0\cdot 2^{-3})=2^2+2^1+2^{-2}=4+2+\frac{1}{4}=(6.25)_{10}$$

(c) $(101100011010 11.11110000 0110)_2$

Hexadecimal:

2 12 6 11 15 0 6

001011 00011010 11 . 1111 0000 0110

$(2 \quad C \quad 6 \quad B \,.\, F \quad 0 \quad 6)_{16}$

Octal: 00 0010 1100 0110 1011 . 1111 0000 0110

$(0 \; 2 \; 6 \; 1 \; 5 \; 3 \,.\, 7 \; 4 \; 0 \; 6)_8$

Décimal:

$2^{13}\ 2^{12}\ 2^{11}\ 2^{10}\ 2^{9}\ 2^{8}\ 2^{7}\ 2^{6}\ 2^{5}\ 2^{4}\ 2^{3}\ 2^{2}\ 2^{1}\ 2^{0}\ 2^{-1}\ 2^{-2}\ 2^{-3}\ 2^{-4}$

1 0 11 0001101011.1111

$$(1\cdot2^{13})+(0\cdot2^{12})+(1\cdot2^{11})+(1\cdot2^{10})+(0\cdot2^{9})+(0\cdot2^{8})+(0\cdot2^{7})+(1\cdot2^{6})+(1\cdot2^{5})+(0\cdot2^{4})+(1\cdot2^{3})+(0\cdot2^{2})$$
$$+(1\cdot2^{1})+(1\cdot2^{0})+(1\cdot2^{-1})+(1\cdot2^{-2})+(1\cdot2^{-3})+(1\cdot2^{-4})$$

$$= (11371.9375)_{10}$$

Q2.

(a) $(1011)_2$ et $(101)_2$

addition:

$$\begin{array}{rr} & 1011 \\ + & 0101 \\ \hline & (10000)_2 \end{array} \quad \equiv \quad \begin{array}{rr} & (11)_{10} \\ + & (5)_{10} \\ \hline & (16)_{10} \end{array}$$

Validation: $(10000)_2 = 1 \cdot 2^4 = 16$ ✓

Note: içi la longueur du registre n'est pas spécifiée donc il n'y aura jamais de débordement (=overFlow). Par contre, si la question nous dit que les registres ont une longueur de 4-bits, nous aurons débordement. car le reste de 1 (carry) sort de la longueur.

registre 4-bit:

$$\begin{array}{rr} & 1011 \\ & 0101 \\ \hline 1 & \underbrace{0000}_{\text{4-bit = longueur}} \end{array}$$

Hint : Un registre de longueur n (non signé) a un interval de $[0, 2^n - 1]$

i.e. $n=4$. $[0, 15]$, dans notre réponse du haut (16_{10}) sort de l'interval.

multiplication:

$$\begin{array}{rr} & 1011 \\ \times & 0101 \\ \hline & 1011 \\ + & 00000 \\ & 101100 \\ & 0000000 \\ \hline & (110111)_2 \end{array} \qquad \begin{array}{r} (11)_{10} \\ \times\ (5)_{10} \\ \hline (55)_{10} \end{array}$$

$\Rightarrow 2^0 + 2^1 + 2^2 + 2^4 + 2^5 = 55$ ✓

(b) $\boxed{(0111)_2 \text{ et } (1001)_2}$

addition:

$$
\begin{array}{rr}
 & 1\,1\;\;1\,1 \\
 & 0\,1\,1\,1 \\
+ & 1\,0\,0\,1 \\
\hline
 & (1\,0\,0\,0\,0)_2
\end{array}
\quad
\begin{array}{c}
\\ \equiv \\ \equiv \\ \\
\end{array}
\quad
\begin{array}{rr}
 & (7)_{10} \\
+ & (9)_{10} \\
\hline
 & (16)_{10}
\end{array}
$$

$$\underbrace{(10\,000)_2}_{2^4 = 16}$$

multiplication:

$$
\begin{array}{rr}
 & 0\,1\,1\,1 \\
\times & 1\,0\,0\,1 \\
\hline
 & 0\,1\,1\,1 \\
+ & 0\,0\,0\,0\,0 \\
 & 0\,0\,0\,0\,0\,0 \\
 & 0\,1\,1\,1\,0\,0\,0 \\
\hline
 & (1\,1\,1\,1\,1\,1)_2
\end{array}
\qquad
\begin{array}{rr}
 & 7 \\
\times & 9 \\
\hline
 & (63)_{10}
\end{array}
$$

$$\underbrace{(111111)_2}_{2^0 + 2^1 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + 2^5} = 63$$

Q3.

(a) $(25478036)_{10}$

Note: Complément Base $\rightarrow [(r^n - 1) - N] + 1$

Complément à Base réduite $\rightarrow (r^n - 1) - N$

où r est la base, n est le nombre de chiffres du nombre N qu'on désire complementer

Donc,

complément à 9:

$$[(10^8 - 1) - 25478036] = 74521963$$

complément à 10

$$[(10^8 - 1) - 25478036] + 1 = 74521964$$

(b) $(63\ 325\ 600)_{10}$

Complément à 9 : $[(10^8 - 1) - 63\ 325\ 600] = 36674399$

Complément à 10 : $[(10^8 - 1) - 63\ 325\ 600] + 1 = 36674400$

(c) $(00\,000\,000)_{10}$

Complément à 9 :

$$[(10^8-1)-00\,000000] = 99999999$$

Complément à 10 :

$$[(10^8-1)-00000000]+1 = 1\,00\,000\,000$$

Q4.

* nous utilisons des registres de 8-bit.

(a) $\boxed{(+29)_{10} + (-49)_{10}}$

étape 1: Convertir les nombres en binaire (sans tenir compte du signe)

$29/2 = 14$ reste 1
$14/2 = 7$ reste 0
$7/2 = 3$ reste 1
$3/2 = 1$ reste 1
$1/2 = 0$ reste 1

$(11101)_2$

$49/2 = 24$ reste 1
$24/2 = 12$ reste 0
$12/2 = 6$ reste 0
$6/2 = 3$ reste 0
$3/2 = 1$ reste 1
$1/2 = 0$ reste 1

$(110001)_2$

étape 2: rendre négatif les nombres nécessaire

Note: complément à 2 d'un nombre, change son signe.

2's complément de $(00110001)_2$

oublier d'ajouter des zéros si le registre est plus grand

$(11001111)_2 = (-49)_{10}$

étape 3: additionner

$$
\begin{array}{r}
1\,1\,1\,1\;\;\;1\;\;\\
+\;0\,0\,0\,1\,1\,1\,0\,1\\
1\,1\,0\,0\,1\,1\,1\,1\\
\hline
(1\,1\,1\,0\,1\,1\,0\,0)_2
\end{array}
\qquad
\begin{array}{r}
29_{10}\\
+\;-49_{10}\\
\hline
(-20)_{10}
\end{array}
$$

(b) $\boxed{(-29)_{10} + (+49)_{10}}$

de (a) : $(+49) = (00110001)_2$

2's complément de $(00011101)_2$

$(11100011)_2 = (-29)_{10}$

pareil

$$\begin{array}{r} \boxed{1\,1}\,1 \quad\quad 1\,1 \\ 1\,1\,1\,0\,0\,0\,1\,1 \\ +\ 0\,0\,1\,1\,0\,0\,0\,1 \\ \hline *(0\,0\,0\,1\,0\,1\,0\,0)_2 \end{array} \qquad \begin{array}{r} -29 \\ +\ 49 \\ \hline (20)_{10} \end{array}$$

Important pour l'examen

① pas de débordement si les deux derniers carry sont identiques, ou encore on peut vérifier en regardant le signe du résultat. Si 2 nombres positifs donne un négatif ou si 2 nombres

② négatifs donne un positif lorsque additionné cela veut dire qu'il y a débordement.

③ Si le résultat sort des bornes (intervalle) du registre : $[-2^{n-1}, 2^{n-1}-1]$

Dans notre cas, $[-2^7, 2^7-1] = [-128, 127]$

(c)

$$(-29)_{10} + (-49)_{10}$$

de (a) & (b) : $(-29)_{10} = (11100011)_2$

$(-49)_{10} = (11001111)_2$

$\boxed{1\ 1}$ identique pas de débordement.

$$\begin{array}{r} 1111 \\ 11100011 \\ +\ 11001111 \\ \hline (10110010)_2 \end{array} \qquad \begin{array}{r} (-29)_{10} \\ +\ (-49)_{10} \\ \hline (-78)_{10} \end{array}$$

(d)

<u>en (a)</u> : Réponse $\Rightarrow (11101100)_2$

négatif, donc prendre 2's complément pour lire sa valeur.

2's compl. $\Rightarrow \underbrace{(00010100)_2}$

$2^2 + 2^4 = 4 + 16 = 20$

$\therefore (11101100)_2 = (-20)_{10}$

<u>en (b)</u> : Réponse $\Rightarrow (00010100)_2$

positif, donc lire valeur directement.

$2^2 + 2^4 = 4+16 = (20)_{10}$

$\therefore (00010100)_2 = (20)_{10}$

en (c) :   Réponse $\Rightarrow (10110010)_2$

#négatif

$2's$ complement $\Rightarrow$ $\underbrace{(01001110)_2}$

$2^1 + 2^2 + 2^3 + 2^6 = (78)_{10}$.

$\therefore$ $(10110010)_2 = (-78)_{10}$

$\boxed{Q5.}$

(a) $\boxed{(01100001)_2 + (10110000)_2}$

pas de débordement

$$\begin{array}{r} \boxed{1}\boxed{1}\,1 \\ + \; 01100001 \\ 10110000 \\ \hline (00010001)_2 \end{array}$$

(b) $\boxed{(01100001)_2 - (10110000)_2}$

$\equiv (01100001) + \underbrace{2's\{10110000\}}_{01010000}$

pas identique

$$\begin{array}{r} \boxed{0\;1} \\ + \; \boxed{0}1100001 \\ \boxed{0}1010000 \\ \hline \boxed{1}0110001 \end{array}$$

2 # pos = # nég ... débordement

Vérifions: $(01100001)_2 = 2^0 + 2^5 + 2^6 = (97)_{10}$

$(01010000)_2 = 2^4 + 2^6 = (80)_{10}$

$\therefore$ $97 + 80 = (177)_{10}$. (réponse réelle)

Note: Registre de 8-bit peut couvrir $\Rightarrow [-2^{8-1}, 2^{8-1}-1]$

$[-128, 127]$

$\therefore$ $177 \notin [-128, 127]$ ↯