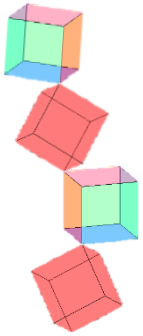
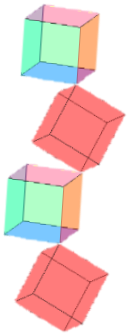
Министерство образования и науки Российской Федерации Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ, МЕХАНИКИ И ОПТИКИ
Факультет Системы управления и робототехники

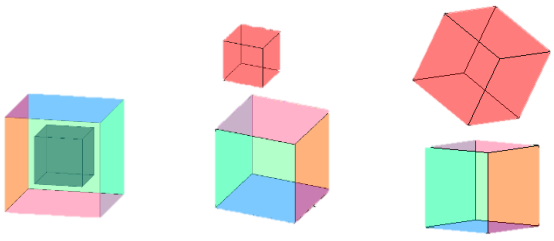


Отчет по лабораторной работе №3 « Матрицы в 3D-графике»



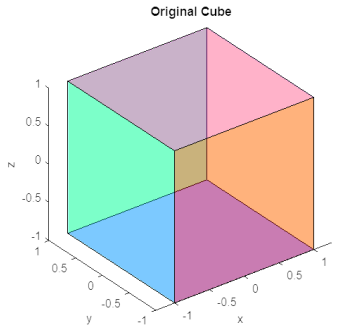
Преподаватель:
Перегудин А. А.,
Ассистент фак. СУиР

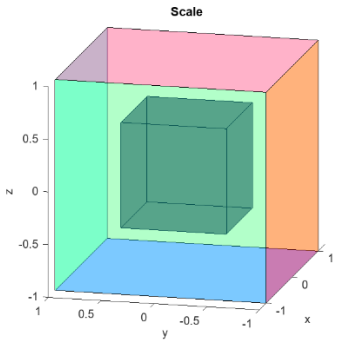
Выполнила:
студентка гр. R3235
Нгуен Кхань Нгок

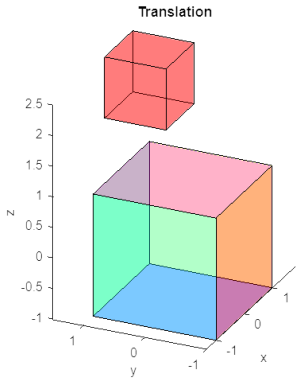


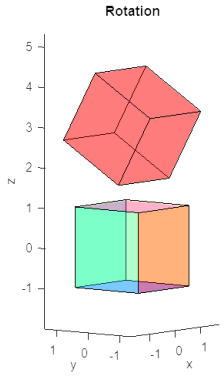
Санкт-Петербург 2023

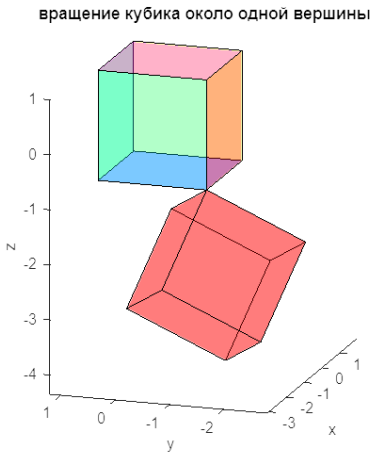
Результаты

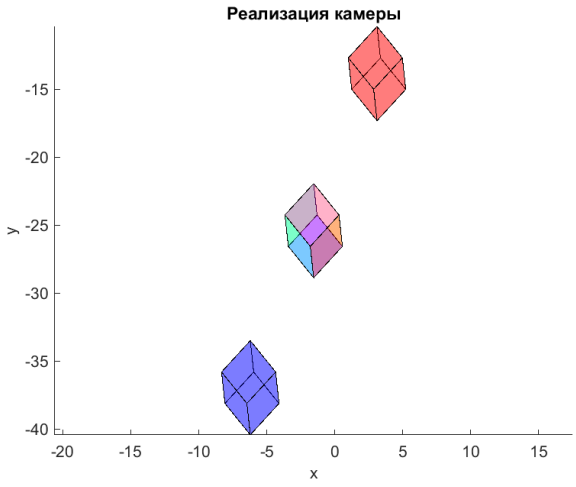


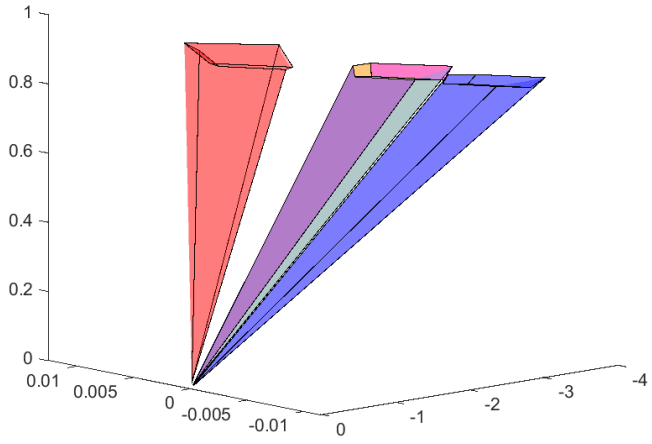


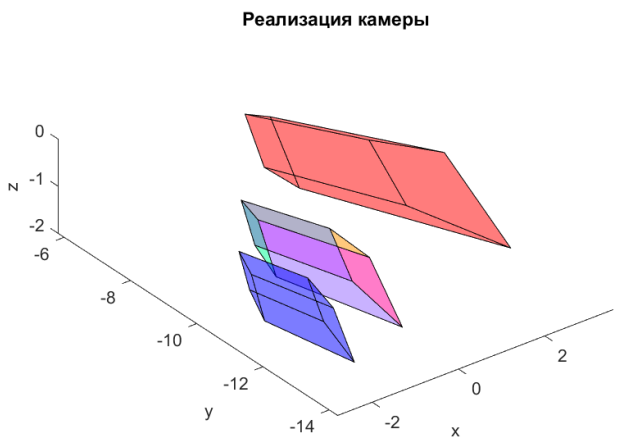












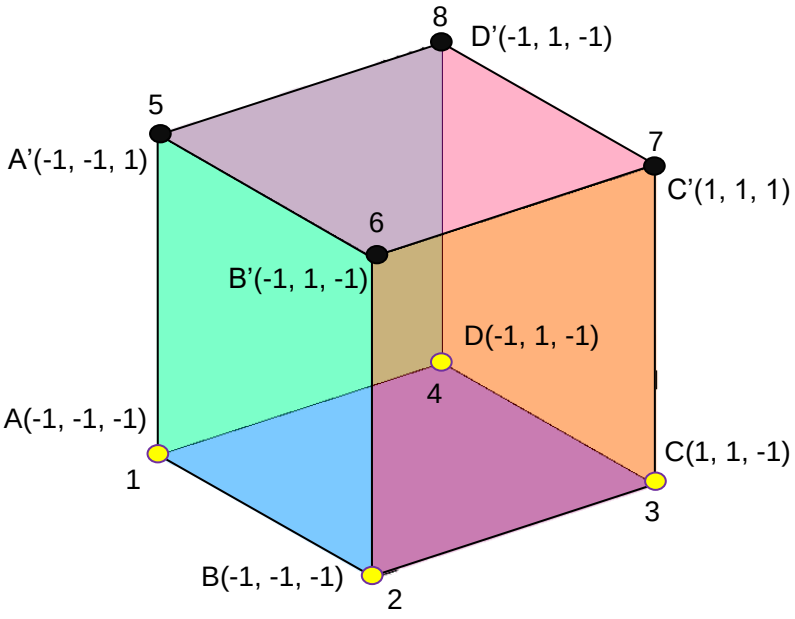
Первое изображение использует другую формулу перспективы, чем второе изображение 2.

Original Cube

```
figure()

verticesCube = [
    -1, 1, 1,-1,-1, 1, 1 ,-1;
    -1,-1, 1, 1,-1,-1, 1, 1;
    -1,-1,-1,-1, 1, 1, 1, 1;
     1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1
    ];
facesCube = [
    1, 2, 6, 5;
    2, 3, 7, 6;
    3, 4, 8, 7;
    4, 1, 5, 8;
    1, 2, 3, 4;
    5, 6, 7, 8
    ];

DrawShape(verticesCube, facesCube, 'flat')
title("Original Cube");
xlabel('x','FontSize',10)
ylabel('y','FontSize',10)
zlabel('z','FontSize',10)
axis equal;
view(3)
hold on

function DrawShape (vertices , faces , flat )
patch ('Vertices', ( vertices (1:3,:) ./ vertices (4 ,:))', 'Faces', faces
,'FaceVertexCData',hsv(6),'FaceColor', flat, 'facealpha', 0.3)
end
```

Задание 1. Создайте кубик

как работает данный код.



verticesCub: координаты вершин по стобцам
facesCube : расположения вершин каждой поверзности

1-ая пов-ость : $ABA'B' \rightarrow 1,2,6,5$
2-ая пов-ость : $BCC'B' \rightarrow 2,3,7,6$
3-ая пов-ость : $CDD'C' \rightarrow 3,4,8,7$
4-ая пов-ость : $DAA'D' \rightarrow 4,1,5,8$
5-ая пов-ость : $ABCD \rightarrow 1,2,3,4$
6-ая пов-ость : $A'B'C'D' \rightarrow 5,6,7,8$

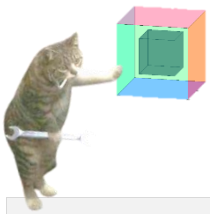
Function DrawShape : Рисовать фигуру
- Через параметр «vetices» передайте матрицу вершин, рассчитанную путем деления x, y, z (строки 1, 2, 3) вершин на w (строка 4).
- Через параметр «Faces» передайте матрицу facesCube, чтобы указать вершины для объединения их в плоскость.- FaceColor: передача цвета

Почему мы используем четырехкомпонентный вектор, а не трех? Как задать другие фигуры?

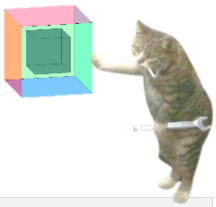
- В компьютерной графике и 3D-преобразованиях вместо трехкомпонентного вектора используется четырехкомпонентный вектор для представления точек в однородных координатах.
- Трехмерная точка с координатами {x, y, z} и точка с однородными координатами {x, y, z, w} эквивалентны условию w = 1. Трехмерную точку можно определить как точку с однородными координатами, если мы писать:

P={x, y, z, w = 1}

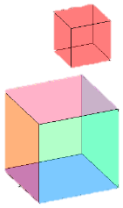
- Дополнительный компонент, часто обозначаемый как «w», обеспечивает большую гибкость преобразований и перспективного проецирования.
- Чтобы преобразовать эту точку обратно в 3D, нам нужно будет разделить координаты точек {x, y, z} на w. Несмотря на то, что четвертая строка матрицы преобразования 4x4 всегда равна 0, 0, 0, 1, это означает, что из-за способа перемножения точек и матриц четвертая координата преобразованной точки всегда равна 1.
- Чтобы настроить другие фигуры, вы должны определить вершины фигуры как четырехкомпонентный вектор, аналогично verticesCube. Каждый столбец представляет вершину, а строки соответствуют координатам x, y, z и w соответственно. Вы можете изменять координаты вершин для создания различных фигур в трехмерном пространстве.
- Трехмерная декартова точка P, преобразованная в точку с однородными координатами {x, y, z, w = 1} и умноженная на матрицу аффинного преобразования 4x4, всегда дает точку P' с однородными координатами и координата w которой всегда равна в 1. Таким образом, преобразование преобразованной точки P' с однородными координатами {x', y', z', w'} обратно в трехмерную декартову координату {x'/w', y'/w', z'/w '}, не требует явной нормализации однородных координат преобразованной точки на.
- Используя однородные координаты, мы можем представлять перемещения, вращения, масштабирование и перспективные проекции с помощью матричных операций, что упрощает математические вычисления в 3D-графике.



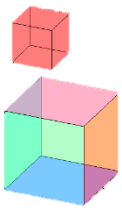
Задание 2. Измените масштаб кубика



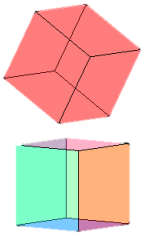
```
figure('Name','Scale', NumberTitle='off')

verticesCube2 = getTranslated_Scale(0,0,0,0.5, 0.5, 0.5)*verticesCube;
DrawShape(verticesCube, facesCube,'flat');
DrawShape(verticesCube2, facesCube, 'black');

title("Scale");
xlabel('x','FontSize',10)
ylabel('y','FontSize',10)
zlabel('z','FontSize',10)
axis equal;
view(3)

hold on
```



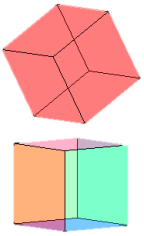
Задание 3. Переместите кубик



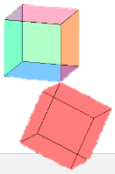
```
figure('Name','Translation', NumberTitle='off')

verticesCube3 = getTranslated_Scale(1, 1, 2, 0.5, 0.5, 0.5)*verticesCube;

DrawShape(verticesCube, facesCube, 'flat')
DrawShape(verticesCube3, facesCube, 'red')

title("Translation")
xlabel('x','FontSize',10)
ylabel('y','FontSize',10)
zlabel('z','FontSize',10)
axis equal;
view(3)

hold on
```



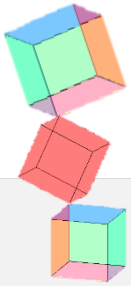
Задание 4. Вращение кубика



```
figure('Name','Rotation', NumberTitle='off')

verticesCube4 = getTranslated_Scale(0,0,3,1,1,1)* getRotated_x(30)*verticesCube;

DrawShape(verticesCube, facesCube, 'flat');
DrawShape(verticesCube4, facesCube, 'red');

title("Rotation")
xlabel('x','FontSize',10)
ylabel('y','FontSize',10)
zlabel('z','FontSize',10)
axis equal;
view(3)

hold on
```

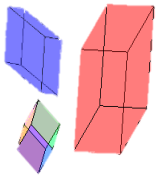


Задание 5. Вращение кубика около одной вершины.



```
figure('Name','вращение кубика около одной вершины', NumberTitle='off')

% Выбираем вершину, вокруг которой будет вращаться куб
rotation_point = verticesCube(:,1);

% Делаем вершину центром
center = verticesCube - repmat(rotation_point, 1, size(verticesCube, 2));

% Поскольку последняя строка не меняет своего значения, мы просто берем
% первые три строки и умножаем их на матрицу вращательного преобразования.
rotatio_X = [1      0       0;
             0  cos(45)  sin(45);
             0 -sin(45)  cos(45)];

rotation_Y = [cosd(160)  0   sind(160);
                   0     1      0     ;
             -sind(160)  0   cosd(160)];

rotation_Z= [cosd(50)   -sind(50)     0;
             sind(50)    cosd(50)     0;
                  0           0      1];

rotatedVertices = rotatio_X*rotation_Y*rotation_Z*center(1:3,:);
```

```
%Возвращаем куб в исходную центральную точку
finalVertices = rotatedVertices + rotation_point(1:3,:);

%добавляем в матрицу последнюю строку со значениями 1
verticesCube5 = [finalVertices; ones(1, size(rotatedVertices, 2))];

DrawShape(verticesCube, facesCube, 'flat');
DrawShape(verticesCube5, facesCube, 'red');

title("вращение кубика около одной вершины")
xlabel('x','FontSize',10)
ylabel('y','FontSize',10)
zlabel('z','FontSize',10)
axis equal;
view(3)

hold on
```

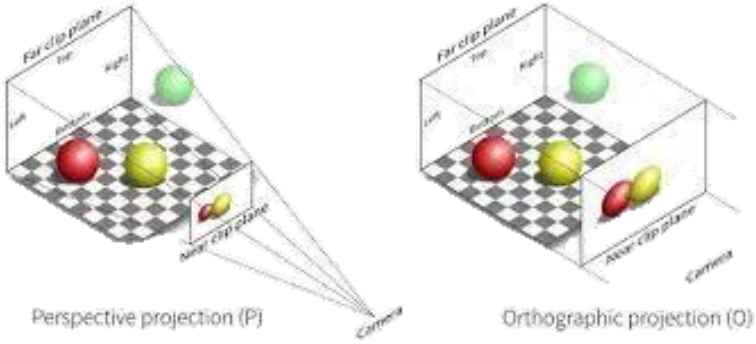


Задание 6. Реализация камеры

```
figure()
verticesCube_1 = getTranslated_Scale(20,-10,5, 2, 2, 4) * getRotated_y(25)*verticesCube;
verticesCube_2 = getTranslated_Scale(15, 5, -10, 3, 1,
3)*getRolated_z(150)*getRotated_x(35)*verticesCube;

% параметры для камеры
cameraPos = [20 20 15];
cameraTarget =[6 5 3];
cameraUp = [0 1 0];

viewMatrix1 = lookat(cameraPos, cameraTarget, cameraUp) * verticesCube;
viewMatrix2 = lookat(cameraPos, cameraTarget, cameraUp) * verticesCube_1;
viewMatrix3 = lookat(cameraPos, cameraTarget, cameraUp) * verticesCube_2;

DrawShape(viewMatrix1, facesCube, 'flat')
DrawShape(viewMatrix2, facesCube, 'red')
DrawShape(viewMatrix3, facesCube, 'blue')

title("Реализация камеры");
xlabel('x','FontSize',10)
ylabel('y','FontSize',10)
zlabel('z','FontSize',10)

axis equal
view([0 90])
hold on
```

```
 % Create a 4x4 view matrix from the target, up, and eye position vectors. This is performing
an inverse if the matrix is orthonormalized.

 Orientation = [s u f 0;
                s u f 0;
                s u f 0;
                0 0 0 1
               ];
% Create a 4x4 translation matrix. The eye position is negated which is equivalent to the
inverse of the translation matrix. T(v)^-1 == T(-v)
% Finally combine the orientation and translation to compute the final view matrix. Note that
the order of multiplication is reversed because the matrices are already inverted.

 function viewMatrix = lookat(eye, target, up)
     f = normalize(eye - target); % axis z
     s = normalize(cross(up,f)); % axis x
     u = cross(f,s);             % axis y

 viewMatrix =[ s(:,1)  s(:,2)   s(:,3)   -dot(s,eye);
               u(:,1)  u(:,2)   u(:,3)   -dot(u,eye);
               f(:,1)  f(:,2)   f(:,3)   -dot(f,eye);
                  0       0        0           1
             ];
 end
```

Задание 7. Реализация перспективы.



Матрица проекции будет отвечать за:

- Соотношение сторон (Aspect Ratio): отрегулируйте значения x и y на основе значений ширины и высоты экрана: $a = \frac{h}{w}$

- Поле зрения (Field of view) : отрегулируйте значения x и y в зависимости от угла поля зрения: $S = \frac{1}{\tan\left(\frac{\theta}{2}\right)}$

- Нормализация (Normalization): настройте значения x, y и z в диапазоне от -1 до 1:

```
figure()
fov = 15;
aspect = 1;
n = 3;
f = 2;

Perspective_1 = createPerspective(fov,aspect,n,f,viewMatrix1);
Perspective_2 = createPerspective(fov,aspect,n,f,viewMatrix2);
Perspective_3 = createPerspective(fov,aspect,n,f,viewMatrix3);

title("Реализация перспективы");
xlabel('x','FontSize',10)
ylabel('y','FontSize',10)
zlabel('z','FontSize',10)

view(3)
hold on

% Permission 7 (for 2nd, 3rd and 4th pictures) (1st below)
function Perspective = createPerspective(fovy, aspect, near, far,v)
      top = near * tand((fovy)/2);
      bottom = -top;
      right = top * aspect;
      left = -right;
    %Move the Frustum Apex to the Origin
    frustum_to_Origin = [
                          1         0         0         -(left+right)/2;
                          0         1         0         -(bottom+top)/2;
                          0         0         1          0
                          0         0         0          1
                         ];

    perspec_cal = [
                    near 0   0   0;
                    0   near 0   0;
                    0    0   1   0;
                    0    0  -1   0
                    ];

    %Scale the View Window to (-1,1) to (+1,+1)
    scale_wind = [
             2/(right-left)         0           0           0;
                    0       2/(top-bottom)      0           0;
                    0               0           1           0;
                    0               0           0           1
            ];
   %Mapping Depth (z values) to (-1,+1)
  c1 = 2*far*near/(near-far);
  c2 = (far+near)/(far-near);

  map = [1 0   0  0;
         0 1   0  0;
         0 0 -c2 c1;
         0 0 -1   0];
```

```
  Perspective = scale_wind*perspec_cal*map*frustum_to_Origin*v;
end
```

Transformation Matrix

```
function matrix = getTranslated_Scale(dx, dy, dz, Sx, Sy, Sz)
matrix = [Sx 0 0 dx;
          0 Sy 0 dy;
          0 0 Sz dz;
          0 0 0 1
         ];
end

% Rotation
function matrix = getRotated_x(theta)
matrix = [1        0         0       0;
          0 cosd(theta) -sind(theta) 0;
          0 sind(theta)  cosd(theta) 0;
          0        0         0       1
         ];

end
function matrix = getRotated_y(theta)
matrix = [ cosd(theta)  0   sind(theta)  0;
                0       1       0        0;
          -sind(theta)  0   cosd(theta)  0;
              0         0       0        1
         ];
end

function matrix = getRolated_z(theta)
matrix = [cosd(theta) -sind(theta) 0 0;
          sind(theta)  cosd(theta) 0 0;
               0           0       1 0;
               0           0       0 1
         ];
end
```

Задание 7.

```
% permission 7 (for 1st picture)

projection_Matrix = perspective(fov, aspect, n, f);
projection_Matrix_final_1 = M_mul_v_project(projection_Matrix,viewMatrix1);
projection_Matrix_final_2 = M_mul_v_project(projection_Matrix,viewMatrix2);
projection_Matrix_final_3 = M_mul_v_project(projection_Matrix,viewMatrix3);

DrawShape(projection_Matrix_final_1, facesCube, 'red')
DrawShape(projection_Matrix_final_2, facesCube, 'blue')
DrawShape(projection_Matrix_final_3, facesCube, 'green')

function projM = perspective(fov, aspect, n, f)
    projM = eye(4);
```

```
    projM(1,1) = 1/aspect*(tand(fov/2));
    projM(2,2) = 1/tand(fov/2);
    projM(3,3) = (f+n)/(f-n);
    projM(4,3) = f*n/(f-n);
    projM(3,4) = 1;
    projM(4,4) = 0;
end

% perform perspective divide with original z-value that is now stored in w
function matrix_multi_project = M_mul_v_project(projM, v)
    matrix_multi_project = projM*v;
    if matrix_multi_project(4) ~= 0.0
        matrix_multi_project(1)= matrix_multi_project(1)/matrix_multi_project(4);
        matrix_multi_project(2)= matrix_multi_project(2)/matrix_multi_project(4);
        matrix_multi_project(3)= matrix_multi_project(3)/matrix_multi_project(4);
    end
end
```

Draw Cube

```
function DrawShape (vertices , faces , flat )
patch ('Vertices', ( vertices (1:3,:) ./ vertices (4 ,:))', 'Faces', faces
,'FaceVertexCData',hsv(6),'FaceColor', flat, 'facealpha', 0.3)
end
```

Материалы

1. **Матрица преобразований:** https://learnopengl.com/Getting-started/Transformations
2. **Матрица перспективы и ортогональной проекции, матрицы проекций :** https://www.scratchapixel.com/lessons/3d-basic-rendering/perspective-and-orthographic-projection-matrix/building-basic-perspective-projection-matrix.html
3. **Перспективные проекции:** https://learnwebgl.brown37.net/08_projections/projections_perspective.html