

# Algorytmy i Struktury Danych

## Sortowanie i kopce (przygotowanie do kolokwium)

Przyjmując, że  $t1[] = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$  oraz  $t2[] = \{7, 6, 5, 4, 3, 2, 1\}$  i stosując algorytmy sortujące ściśle wg procedur z pliku `sorty2020.cc` i wykonaj polecenia:

1. Ile dokładnie porównań (między elementami tablicy) wykona `insertion_sort(t2)` a ile `insertion_sort(t1)`?
2. Ile co najwyżej porównań (między elementami tablic) wykona procedura scalająca `merge` dwie tablice  $n$ -elementowe?
3. Jaka jest pesymistyczna złożoność czasowa procedury `merge_sort`? Odpowiedź uzasadnij.
4. Ile co najwyżej porównań (między elementami tablicy) wykona procedura `partition`?
5. Jak jest średnia a jaka pesymistyczna złożoność `quick_sort`. Odpowiedź uzasadnij.
6. Jaka jest złożoność funkcji `buildheap`? Przeprowadź dowód – uzasadnij swoją odpowiedź.
7. Ile dodatkowej pamięci wymaga posortowanie tablicy  $n$ -elementowej za pomocą algorytmu: (a) `mergesort` (b) `quicksort` (c) `heapsort` (d) `insertionsort` (e) `countingsort` (f) `bucket sort` (g) `radixsort`. W punktach (e), (f), (g) zakładamy, że ilość kubełków jest  $m$ , a liczby do posortowania mają nie więcej niż  $k$  cyfr.
8. Jaka jest średnia a jaka pesymistyczna złożoność czasowa algorytmu: (a) `mergesort` (b) `quicksort` (c) `heapsort` (d) `insertionsort` (e) `countingsort` (f) `bucket sort` (g) `radixsort`? Zakładamy oznaczenia z poprzedniego zadania.
9. Udowodnij, że wysokość (ilość poziomów na których występują węzły) kopca  $n$ -elementowego wynosi  $\lfloor \log_2 n \rfloor + 1$ .
10. Który element tablicy  $t$  jest (a) lewym dzieckiem (b) prawym dzieckiem (c) ojcem, elementu  $t[i]$  w procedurze `heapsort`?
11. Czy ciąg  $\{23, 17, 14, 6, 13, 10, 1, 5, 7, 12\}$  jest kopcem?
12. Zilustruj działanie procedury `buildheap` dla ciągu  $\{5, 3, 17, 10, 84, 19, 6, 22, 9\}$ . Narysuj na kartce wygląd tablicy/kopca po każdym wywołaniu procedury `przesiej`.
13. Zasymuluj działanie polifazowego `mergesorta` dla tablicy  $\{9, 22, 6, 19, 14, 10, 17, 3, 5\}$ . Na każdym etapie sortowania scala się sąsiadujące listy rosnące.
14. Zasymuluj działanie `mergesort(t2)`;
15. Zasymuluj działanie `partition(t2, 7)`.
16. Zasymuluj działanie `partition(t2, 7)` w przypadku gdyby piwotem zamiast  $t[n/2]$  było  $t[0]$ .
17. Wykaż, że pesymistyczna złożoność `quicksort` wynosi  $O(n^2)$ .
18. Napisz wzór na numer kubełka, do którego należy wrzucić liczbę  $x$  w sortowaniu kubełkowym, jeśli kubełków jest  $n$ , a elementy tablicy mieszczą się przedziale  $(a, b)$ . Numeracja zaczyna się od 0.
19. Jak obliczyć  $k$ -tą od końca cyfrę w liczby  $x$ ? Jak obliczyć ilość cyfr liczby  $x$ ? Przyjmujemy układ dziesiętny. Jak wyniki zmieniają się w układzie pozycyjnym o 1000 cyfr?