

Algorytmy i Struktury Danych (2023)

Lista zadań 7 (B-drzewa)

1. Jakie informacje przechowujemy w węźle B-drzewa? Podaj definicję B-drzewa.
2. (2 pkt.) Udowodnij, że żadna z poniższych operacji wykonana na drzewie spełniającym wszystkie warunki B-drzewa, nie prowadzi do ich naruszenia.
 - (a) `split_child`, przesuwająca środkowy klucz (medianę) z węzła o $2t - 1$ kluczach do rodzica, który ma mniej niż $2t - 1$ kluczy, a klucze i dzieci na prawo od mediany – do nowego brata dodanego po prawej stronie dzielonego węzła.
 - (b) `unsplit_child` odwrotna do `split_child`, sklejająca dwa sąsiednie węzły o minimalnej liczbie kluczy $(t - 1)$ oraz klucz stojący w rodzicu między nimi w jeden nowy węzeł. Zakładamy, że rodzic ma co najmniej t kluczy lub jest korzeniem.
 - (c) `borrow_from_sibling`, „rotacja” przenosząca do węzła o minimalnej $(t - 1)$ liczbie kluczy, który ma prawego brata z co najmniej t kluczami, klucz stojący w rodzicu między braćmi i wpisująca na jego miejsce pierwszy klucz brata. Jakie operacje na dzieciach należy dodatkowo wykonać?
3. W B-drzewie o $t = 10$ podaj wzory i wyniki numeryczne określające:
 - (a) ile kluczy może zawierać korzeń (podaj przedział),
 - (b) ile dzieci może mieć korzeń (podaj przedział),
 - (c) ile kluczy może mieć potomek korzenia (podaj przedział),
 - (d) ile dzieci może mieć potomek korzenia (podaj przedział),
 - (e) ile maksymalnie węzłów może być na k -tym poziomie (przyjmując, że korzeń to poziom 0),
 - (f) ile łącznie kluczy może być na k -tym poziomie (podaj przedział).
4. Jak jest minimalna, a jaka maksymalna liczba kluczy w B-drzewie mającym h poziomów, przy ustalonej wartości parametru t (patrz Cormen).
5. Podano na rysunku B-drzewo o $t = 2$:

$$\begin{array}{ccccccc} & & (9) & & & & \\ & (7) & & (11 & 14 & & 19) \\ (6) & (8) & (10) & (12 & 13) & (15 & 16 & 17) & (20) \end{array}$$

 - usuń z tego drzewa 7.
 - do drzewa widocznego powyżej dodaj 18.
6. (2 pkt.) Do pustego B-drzewa o $t = 2$ wstaw kolejno 22 litery swojego imienia i nazwiska oraz adresu pod jakim mieszkasz. Następnie usuń je w tej samej kolejności w jakiej były wstawiane. Zadanie wykonujemy pisemnie i oddajemy prowadzącemu (lub przesyłamy mailem) przed zajęciami.
7. Narysuj B-drzewo o $t = 3$ zawierające dokładnie 17 kluczy na trzech poziomach: korzeń jego dzieci i wnuki. Następnie usuń z tego drzewa korzeń.