Entrega 1. Grupo BHK.
Blanca Atienzar, Hai Zi Bibiloni y Khaoula Ikkene

# MATEMATIQUES III - ESTADISTICA

## PROBLEMA 1

Consideremos los siguientes sucesos A, B y C tales que
$P(A) = 0.8,\ P(B) = 0.7,\ P(C) = 0.6,\ P(B \cup C) = 0.9.\ Calcular\ P(B - (B \cap C)).$

$P(B - (B \cap C)) = P(B) - P(B \cap C))$

Calculamos $P(B \cap C))$

$Sabemos\ que\ P(B \cup C) = P(B) + P(C) - P(B \cap C)$

$Despejando\ P(B \cap C)\ y\ obtenemos$

$P(B \cap C) = P(B) + P(C) - P(B \cup C) = 0.7 + 0.6 - 0.9 = 0.4$

$Sustituimos\ en\ la\ fórmula\ P(B - (B \cap C)) = P(B) - P(B \cap C)) = 0.7 - 0.4 = 0.3$

## PROBLEMA 2

a) Si suponemos que la probabilidad de que Calderón acierte el tiro es 0.9805. Modelar la variable aleatoria X= número de tiros libres consecutivos acertados por Calderón, calcular E(X) y V ar(X).

Se trata de una distribución geométrica Ge(p) empezando en 0

Función de distribución

Se trata de calcular el número de éxitos hasta obtener el primer fallo

$p(fallo) = 1 - 0.9805 = 0.0195$

$P_X(x) = P(X = x) = \begin{cases} (1-0.0195)^x p & si\ x = 1,2,... \\ 0 & en\ otro\ caso. \end{cases}$

$E(X) = \frac{1-p}{p} = \frac{1-0.0195}{0.0195} = 50.28205128$

$Var(X) = \frac{1-p}{p} = \frac{1-0.0.195}{(0.0195)^2} = 2578.566732$

b) Si Calderón mantiene la misma probabilidad de acierto e independencia entre los aciertos en cada lanzamiento, ¿cuál es la probabilidad de que acierte otra vez una serie de al menos 87 tiros consecutivos?

$P(X \geq 87) = 1 - P(X \leq 86) = 0.1802773$

```
> pgeom(86,prob=0.0195)
[1] 0.8197227
> 1-pgeom(86,prob=0.0195)
[1] 0.1802773
>
```

c) Supongamos que en un concurso de tiros libre tira 100 lanzamientos ¿Cuál es la probabilidad de que acierte más de 95?

Se trata de una distribución Binomial B (n,p).
En caso de incluir el 95 sería lo siguiente:

$$P(X \geq 95) = 1 - P(X < 95) = 1 - P(X \leq 94) = 1 - \sum_{i=0}^{94} \binom{94}{i} \cdot p^{i} \cdot (1-p)^{94-i} =$$

$$= 1 - 0.01383559 = 0.9861644$$

```
> pbinom(94,100, 0.9805)
[1] 0.01383559
> 1-0.01383559
[1] 0.9861644
> |
```

En caso de no incluir el 95 sería lo siguiente:

$$P(X > 95) = 1 - P(X \leq 95) = 1 - \sum_{i=0}^{95} \binom{95}{i} \cdot p^{i} \cdot (1-p)^{94-i} =$$

$$= 1 - 0.04652581 = 0.9534742$$

```
> pbinom(95,100,0.9805)
[1] 0.04652581
> 1-0.04652581
[1] 0.9534742
> |
```

## PROBLEMA 3

a) Suponer que Xt = número de goles en t minutos sigue un proceso Poisson. Describir la distribución de Xt.

$$P_X(x) = P(X = x) = \begin{cases} \frac{(0.05 \cdot t)^{x_t}}{x_t!} \cdot e^{-0.05 \cdot t} & si\ x = 0, 1, \ldots \\ 0 & en\ otro\ caso. \end{cases}$$

b) Calcular la probabilidad de que en el próximo partido marque siete goles o más.

$$P(X \geq 7) = 1 - P(X < 7) = 1 - P(X \leq 6) = 0.004533806$$

```
> ppois(6, lambda = 0.05*40 )
[1] 0.9954662
> 1-ppois(6, lambda = 0.05*40 )
[1] 0.004533806
>
```

c) Estamos viendo un partido y el Futsal acaba de marcar en el minuto 5 ¿Cuál es la probabilidad de tener que esperar al menos 10 minutos hasta el próximo gol?

$t = 10 \, minutos$

$P(T \geq 10) = 1 - P(T \leq 9) = 1 - (1 - e^{-0.05 \cdot t}) = e^{-0.05*10} = e^{-0.5} = 0.6065306597$

## PROBLEMA 4

$$f_x(x) = \begin{cases} \alpha \cdot \frac{x^2}{3} & si\ 1 < x < 3 \\ 0 & en\ otro\ caso. \end{cases}$$

a) Calcular el valor de α para que $f_X$ sea función de densidad.

$Una\ función\ de\ densidad\ válida\ cumple\ lo\ siguiente: \int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = 1$

$Por\ lo\ tanto,\ tenemos:$

$\int_1^3 f(x)dx = \int_1^3 \alpha \cdot \frac{x^2}{3}dx = \frac{\alpha}{3}\left[\frac{x^3}{3}\right]_1^3 = \frac{\alpha}{3}\left[\frac{3^3}{3}\right] - \frac{\alpha}{3}\left[\frac{1^3}{3}\right] = \frac{\alpha}{3}(9 - \frac{1}{3}) = \frac{\alpha}{3} * \frac{26}{3}$

$Dado\ que\ la\ integral\ debe\ valer\ 1\ podemos\ despejar\ el\ valor\ de\ \alpha$

$\frac{\alpha}{3} * \frac{26}{3} = 1$

$26\alpha = 9$

$$\boxed{\alpha = \frac{9}{26} = 0.3461538}$$

Así que la función de densidad de X es

$$f_x(x) = \begin{cases} \frac{9}{26} \cdot \frac{x^2}{3} & si\ 1 < x < 3 \\ 0 & en\ otro\ caso. \end{cases} \Rightarrow f_x(x) = \begin{cases} \frac{3}{26} \cdot x^2 & si\ 1 < x < 3 \\ 0 & en\ otro\ caso. \end{cases}$$

b) Calculad P(X > 2).

$Aplicamos\ la\ siguiente\ definición\ para\ calcular\ esta\ probabilidad:$

$$F_x(X) = \int_{-\infty}^{x} f(x)dx.$$

$$P(X > 2) = 1 - P(X \leq 2) = 1 - F_X(2) = 1 - \int_{1}^{2} \frac{3}{26} \cdot x^2\, dx =$$

$$= 1 - \frac{3}{26} \cdot \int_{1}^{2} x^2 dx = 1 - \frac{3}{26} \cdot \left[\frac{x^3}{3}\right]_1^2 = 1 - 0.2692307 = 0.7307692$$

c) Calcular el cuantil $x_{0.5}$.

$$P(x \leq x_{0.5}) = 0.5$$

$$\int_{1}^{x_{0.5}} \frac{3}{26} \cdot x^2\, dx = 0.5$$

$$\int_{1}^{x_{0.5}} \frac{3}{26} \cdot x^2\, dx = \frac{3}{26} \cdot \left[\frac{x^3}{3}\right]_1^{x_{0.5}} = 0.5$$

$$\frac{1}{26}\left[x^3\right]_1^{x_{0.5}} = \frac{1}{26}\left(x_{0.5}^3 - 1\right) = 0.5$$

$$\frac{1}{26}\left(x_{0.5}^3 - 1\right) = 0.5$$

$$x_{0.5}^3 - 1 = 0.5 \cdot 26$$

$$x_{0.5}^3 = 13 + 1 = 14$$

$$x_{0.5} = \sqrt[3]{14} = 2.41014$$