

Aprendizaje Automático y Minería de Datos

Clasificación

Cristina Tîrnăucă

Dept. Matesco, Universidad de Cantabria

Fac. Ciencias – Grado en Ing. Informática

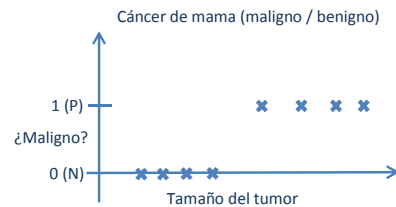
El proceso de minería de datos incluirá fases de modelado a partir de observaciones (datos) sobre una realidad compleja y existente.

Taxonomía:

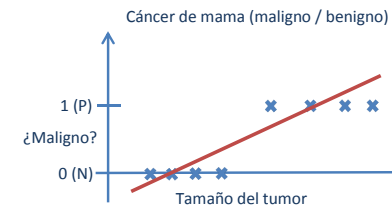
- Modelos descriptivos:
 - Segmentación,
 - Asociación.
- Modelos predictivos:
 - Regresión,
 - **Clasificación,**
- Modelos supervisados,
- Modelos no supervisados,

(Nociones mutuamente no excluyentes.)

¿Utilizar regresión lineal para clasificación?



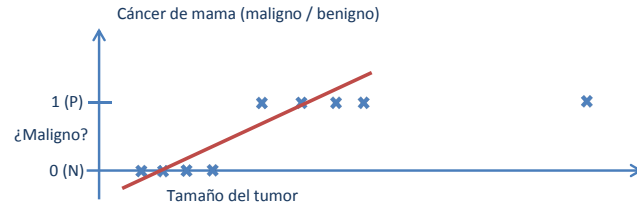
¿Utilizar regresión lineal para clasificación?



Idea: establecer el umbral de clasificación para $h_{\theta}(x)$ a 0.5:

- si $h_{\theta}(x) \geq 0.5$, predecir "y=1"
- si $h_{\theta}(x) < 0.5$, predecir "y=0"

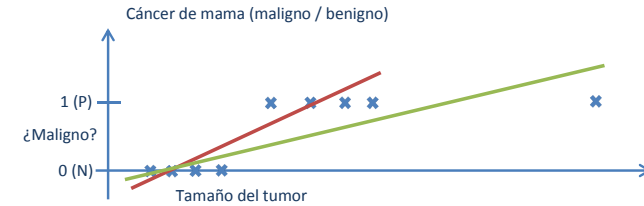
¿Utilizar regresión lineal para clasificación?



Idea: establecer el umbral de clasificación para $h_{\theta}(x)$ a 0.5:

- si $h_{\theta}(x) \geq 0.5$, predecir “y=1”
- si $h_{\theta}(x) < 0.5$, predecir “y=0”

¿Utilizar regresión lineal para clasificación?



Idea: establecer el umbral de clasificación para $h_{\theta}(x)$ a 0.5:

- si $h_{\theta}(x) \geq 0.5$, predecir “y=1”
- si $h_{\theta}(x) < 0.5$, predecir “y=0”

Problema: $y = 0$ o $y = 1$ (clasificación)

Pero $h_{\theta}(x)$ puede ser > 1 o < 0

Regresión logística: $0 \leq h_{\theta}(x) \leq 1$

Modelo de regresión logística

Queremos: $0 \leq h_{\theta}(x) \leq 1$

$$h_{\theta}(x) = g(\theta_0 + \theta_1 * x)$$

Función sigmoide (función logística): $g(z) = \frac{1}{1+e^{-z}}$

Predecimos “y = 1” si $h_{\theta}(x) \geq 0.5$

“y = 0” si $h_{\theta}(x) < 0.5$

Umbral de decisión

$$h_{\theta}(x) = g(\theta_0 + \theta_1 * x_1 + \theta_2 * x_2)$$

Por ejemplo, si $\theta = (-3, 1, 1)^t$.

Predecimos “y = 1” si $-3 + x_1 + x_2 \geq 0$

“y = 0” si $-3 + x_1 + x_2 < 0$

Umbral de decisión no lineal

$$h_{\theta}(x) = g(\theta_0 + \theta_1 * x_1 + \theta_2 * x_2 + \theta_3 * x_1^2 + \theta_4 * x_2^2)$$

Por ejemplo, si $\theta = (-1, 0, 0, 1, 1)^t$.

Predecimos “ $y = 1$ ” si $1 + x_1^2 + x_2^2 \geq 0$

“ $y = 0$ ” si $1 + x_1^2 + x_2^2 < 0$

... y podemos complicar aún más $h_{\theta}(x) =$

$$g(\theta_0 + \theta_1 * x_1 + \theta_2 * x_2 + \theta_3 * x_1^2 + \theta_4 * x_1^2 * x_2 + \theta_5 * x_1^2 * x_2^2 + \theta_6 * x_1^3 * x_2 + \dots)$$

Función de coste

Regresión lineal: $J(\theta) = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \frac{1}{2} (h_{\theta}(x^{(i)}) - y^{(i)})^2$

$$\text{Cost}(h_{\theta}(x^{(i)}), y^{(i)}) = \frac{1}{2} (h_{\theta}(x^{(i)}) - y^{(i)})^2$$

$$J(\theta) = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \text{Cost}(h_{\theta}(x^{(i)}), y^{(i)})$$

Función de coste para la regresión logística:

$$\text{Cost}(h_{\theta}(x), y) = \begin{cases} -\log(h_{\theta}(x)) & \text{si } y = 1 \\ -\log(1 - h_{\theta}(x)) & \text{si } y = 0 \end{cases}$$

En una linea,

$$\text{Cost}(h_{\theta}(x), y) = -y * \log(h_{\theta}(x)) - (1 - y) * \log(1 - h_{\theta}(x))$$

Algoritmo del gradiente descendente, I

$$J(\theta) = -\frac{1}{m} \left[\sum_{i=1}^m y^{(i)} * \log(h_{\theta}(x^{(i)})) + (1 - y^{(i)}) * \log(1 - h_{\theta}(x^{(i)})) \right]$$

Objetivo: buscar θ tal que $J(\theta)$ sea mínimo.

repetir hasta convergencia {
 $\theta_j = \theta_j - \alpha \frac{\partial}{\partial \theta_j} J(\theta)$
}

Algoritmo del gradiente descendente, II

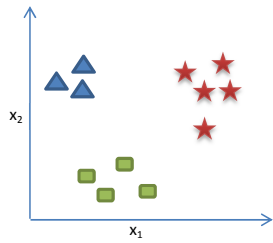
$$J(\theta) = -\frac{1}{m} \left[\sum_{i=1}^m y^{(i)} * \log(h_{\theta}(x^{(i)})) + (1 - y^{(i)}) * \log(1 - h_{\theta}(x^{(i)})) \right]$$

Objetivo: buscar θ tal que $J(\theta)$ sea mínimo.

repetir hasta convergencia {
 $\theta_j = \theta_j - \frac{\alpha}{m} \sum_{i=1}^m (h_{\theta}(x^{(i)}) - y^{(i)}) * x_j^{(i)}$
}

Clasificación multi-clase

One-vs-all



$$h_{\theta}^{(1)}(x)$$

$$h_{\theta}^{(2)}(x)$$

$$h_{\theta}^{(3)}(x)$$

Para predecir, eliges i tal que $h_{\theta}^{(i)}(x) = \text{máximo}$.