

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ ИТМО

Дисциплина: Архитектура ЭВМ

Отчет

по домашней работе № 1

**«Построение логических схем и минимизация логических функций»**

Выполнил(а): Дзестелов Хетаг Артурович

студ. гр. М3139

Санкт-Петербург

2020

**Цель работы:** моделирование простейших логических схем и минимизация логических функций методом карт Карно.

**Инструментарий и требования к работе:** работа выполняется в logisim.

## Теоретическая часть

### 1) Минимизация ЛФ с использованием карт Карно.

Карта Карно (диаграмма Карно) – это способ представления булевых функций. Его преимуществом является наглядность, а также возможность ручной минимизация функции. Способность тривиально представить таблицу истинности в виде карты Карно позволяет легко применить его, если дана только вектор функции.

Любую булеву функцию (\*кроме тождественных 1 и 0) можно представить в виде СДНФ или СКНФ. Минимизация СДНФ и СКНФ – это поиск термов, которые можно сократить, тем самым уменьшив размер функции. Карты Карно позволяют сделать это наглядно. Входные параметры для карты Карно – таблица истинности (см. рисунок 1, а), которая представляется особым способом (с использованием кода Грея, см. рисунок 1, в), а дальше в зависимости от представления в виде ДНФ или КНФ рассматриваются соответственно единицы или нули в получившейся таблице (см. рисунок 1, в, г). Группировка в блоки длины и ширины степени двойки из-за особенностей построения самой карты позволяет составить более простую функцию по сравнению с СДНФ и СКНФ.

а

$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$F$
0	0	0	0	1
0	0	0	1	0
0	0	1	0	1
0	0	1	1	0
0	1	0	0	1
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
0	1	1	1	0
1	0	0	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	0	1	1	0
1	1	0	0	0
1	1	0	1	1
1	1	1	0	0
1	1	1	1	1

6	$X_3X_4$		00	01	11	10
	$X_1X_2$	00	1	0	0	1
		01	1	0	0	1
		11	0	1	1	0
		10	1	0	0	1

в

		$X_3 X_4$	00	01	11	10
$X_1$	$X_2$	00	1	0	0	1
	01	1	0	0	1	
	11	0	1	1	0	
	10	1	0	0	1	

$X_3 X_4$		00	01	11	10
$X_1 X_2$	00	1	0	0	1
	01	1	0	0	1
	11	0	1	1	0
	10	1	0	0	1

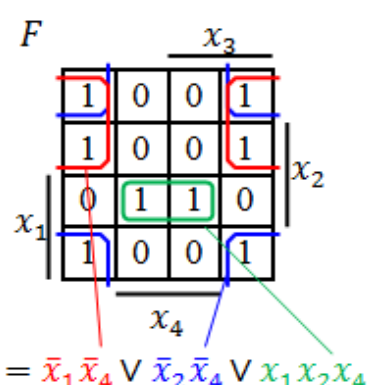


Рисунок 1 – Таблица истинности и карты Карно

Рисунок 2 – Карта Карно

Рассмотрим на примере ДНФ (см. рисунок 2) как составлять функцию по разбиению на склейки. Берём склейку и смотрим, какие переменные

не меняются в пределах этой области, выписываем конъюнкцию этих переменных; если неменяющаяся переменная нулевая, то инвертируем её. Выполняем этот алгоритм для всех склеек. Конъюнкции объединяем дизъюнкцией (для КНФ аналогичным образом с выбором нулей и с конъюнкцией и дизъюнкцией).

Для доказательства корректности данного метода требуется вспомнить простейшие операции булевой алгебры: операцию попарного неполного склеивания и элементарного поглощения. Оба иллюстрируются соответственно первым и вторым равенствами:

$$\overline{x_0}x_1x_2 + \overline{x_0}x_1\overline{x_2} = \overline{x_0}x_1(x_2 + \overline{x_2}) = \overline{x_0}x_1.$$

## Практическая часть

### 2) Таблица истинности и ЛФ по заданной вектор-функции.

а) ЛФ по вектор-функции  $f(x_3, x_2, x_1, x_0) - 0111011110000010\}$ :

$$f(x_3, x_2, x_1, x_0) = x_3 x_2 x_1 \overline{x_0} \vee x_3 \overline{x_2} x_1 \overline{x_0} \vee \overline{x_3} x_1 \vee \overline{x_3} x_0$$

б) Таблица истинности приведена в таблице №1.

Таблица № 1 – Таблица истинности.

$x_3$	$x_2$	$x_1$	$x_0$	$f(x_3, x_2, x_1, x_0)$
0	0	0	0	0
0	0	0	1	1
0	0	1	0	1
0	0	1	1	1
0	1	0	0	0
0	1	0	1	1
0	1	1	0	1
0	1	1	1	1
1	0	0	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	0
1	0	1	1	0
1	1	0	0	0
1	1	0	1	0
1	1	1	0	1
1	1	1	1	0

### 3) СКНФ и СДНФ.

a) СКНФ -  $f(x_3, x_2, x_1, x_0) = (x_3 \vee x_2 \vee x_1 \vee x_0) \wedge (x_3 \vee \overline{x_2} \vee x_1 \vee x_0) \wedge (\overline{x_3} \vee x_2 \vee x_1 \vee \overline{x_0}) \wedge (\overline{x_3} \vee x_2 \vee \overline{x_1} \vee x_0) \wedge (\overline{x_3} \vee x_2 \vee \overline{x_1} \vee \overline{x_0}) \wedge (\overline{x_3} \vee \overline{x_2} \vee x_1 \vee x_0) \wedge (\overline{x_3} \vee \overline{x_2} \vee x_1 \vee \overline{x_0}) \wedge (\overline{x_3} \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_1} \vee \overline{x_0})$

b) СДНФ -  $f(x_3, x_2, x_1, x_0) = \overline{x_3}x_2x_1x_0 \vee \overline{x_3}x_2x_1\overline{x_0} \vee \overline{x_3}x_2x_1x_0 \vee \overline{x_3}x_2\overline{x_1}x_0 \vee \overline{x_3}x_2x_1\overline{x_0} \vee \overline{x_3}x_2x_1x_0 \vee x_3\overline{x_2}x_1\overline{x_0} \vee x_3x_2x_1\overline{x_0}$

### 4) Логическая схема СКНФ или СДНФ.

Исходя из формул логическая схема СКНФ и СДНФ имеют одинаковое кол-во элементов - 48. Схема СКНФ на рисунке 2

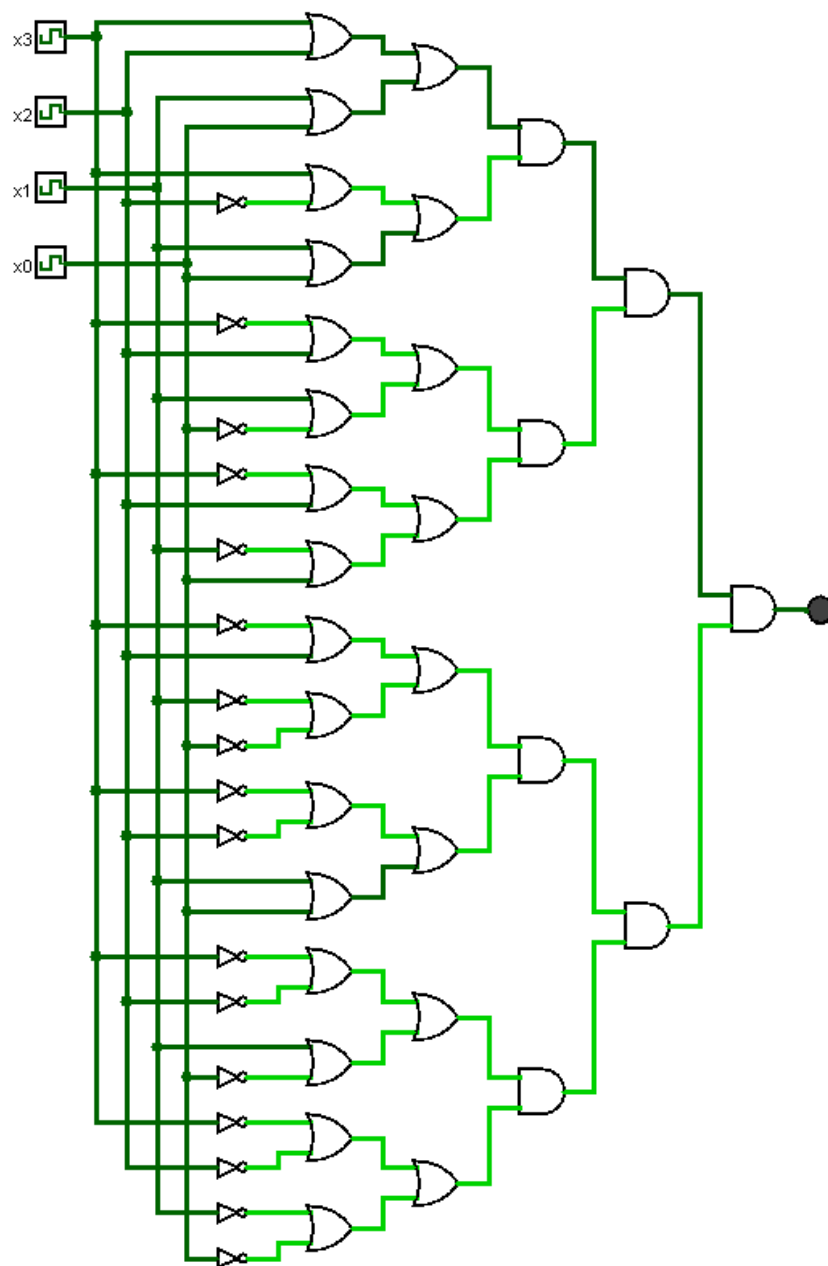


Рисунок №2 – СКНФ

## 5) Минимизация ЛФ в МДНФ и МКНФ.

Таблица № 2 – Карта Карно ЛФ.

$x_1 x_0$		00	01	11	10
$x_3 x_2$	00	0	1	1	1
	01	0	1	1	1
	11	0	0	0	1
	10	1	0	0	0

- а) Выделим в таблице №2 склейки для МДНФ (см. рисунок 3) и для МКНФ (см. рисунок 4)

		$x_1, x_0$			
		00	01	11	10
$x_3, x_2$	00	0	1	1	1
	01	0	1	1	1
	11	0	0	0	1
	10	1	0	0	0

Рисунок №3 – Склейки в МДНФ

		$x_1, x_0$			
		00	01	11	10
$x_3, x_2$	00	0	1	1	1
	01	0	1	1	1
	11	0	0	0	1
	10	1	0	0	0

Рисунок №4 – Склейки в МКНФ

- б) По описанному алгоритму можно построить требуемые функции:

i)  $f_{\text{МДНФ}}(x_3, x_2, x_1, x_0) = \overline{x}_3 x_0 + \overline{x}_3 x_1 + x_2 x_1 \overline{x}_0 + x_3 \overline{x}_2 \overline{x}_1 \overline{x}_0$

ii)  $f_{\text{МКНФ}}(x_3, x_2, x_1, x_0) = (x_3 + x_1 + x_0) \wedge (\overline{x}_2 + x_1 + x_0) \wedge (\overline{x}_3 + \overline{x}_0) \wedge (\overline{x}_3 + x_2 + \overline{x}_1)$

iii) Видим, что МДНФ имеет 16 элементов, а МКНФ 15 элементов (см. рисунок 5)

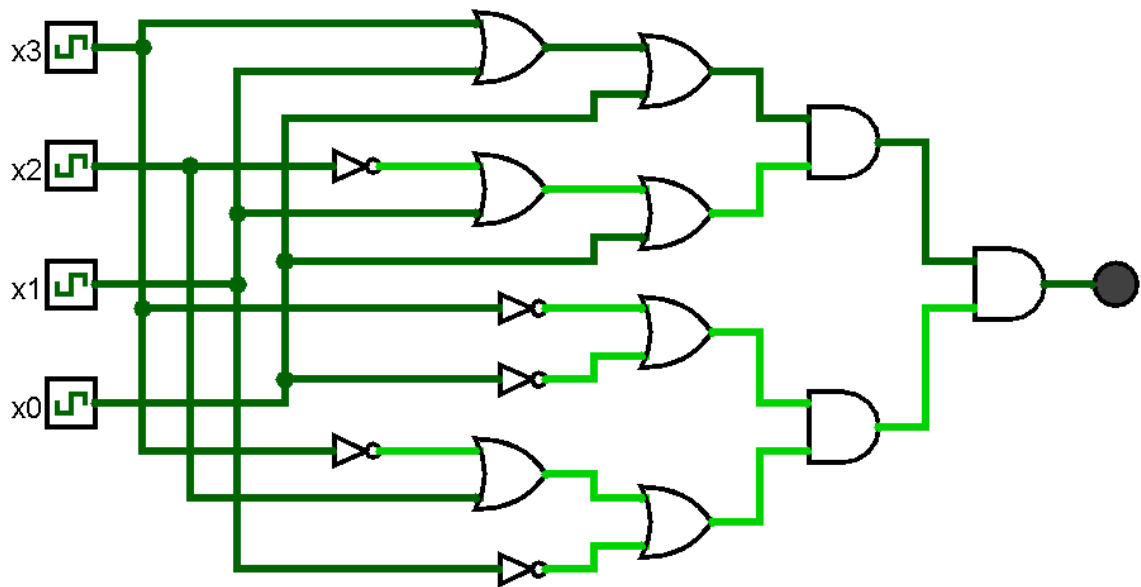


Рисунок №5 – МКНФ

## Листинг

### **СКНФ.circ**

Содержит схему СКНФ

### **МКНФ.circ**

Содержит схему МКНФ