

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ ІМЕНІ ІГОРЯ
СІКОРСЬКОГО»

Факультет інформатики та обчислювальної техніки
Кафедра інформатики та програмної інженерії

Лабораторна робота №5

з курсу «Методи оптимізації та прийняття рішень»
на тему: «Метод аналізу ієрархій та аналіз чутливості»

Викладач:
Фіногенов О.Д.

Виконав:
Хільчук А.В.
студент 3 курсу
групи ІІІ-14 ФІОТ

Київ-2023

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА №5.

МЕТОД АНАЛІЗУ ІЄРАРХІЙ ТА АНАЛІЗ ЧУТЛИВОСТІ

Мета роботи: Ознайомитись з методом аналізу ієрархій, алгоритмами обчислення результуючого вектору та аналізом чутливості.

Мета дослідження: метою даного дослідження є встановлення найкращого продукту какао-порошку серед наявних альтернатив, базуючись на вмісті флаванолів, вартості, вмісту важких металів, легкості доставки в Україну; перевірити якість вхідних оцінок особи, що приймає рішення, а також встановити, наскільки похибки при проведенні оцінок впливатимуть на результат.

Короткі теоретичні відомості:

Метод аналізу ієрархій (МАІ) – метод аналізу, якого лежить декомпозиція складної проблеми на складові з оцінкою альтернатив та критеріїв по рівням, шляхом парних порівнянь з наступним прийняттям рішення.

Порівняння альтернатив проводиться шляхом присвоєння парам альтернатив значень від $1/9$ до 9 .

Для оцінки ваг альтернатив використовується наступний алгоритм:

1. Агрегація матриць порівнянь методом рядкової суми, середнього геометричного або власних векторів
2. Нормалізація отриманих даних
3. Формування матриці ваг альтернатив та добуток її на матрицю ваг критеріїв

Аналіз узгодженості ієрархії встановлює, наскільки послідовно ОПР проводив порівняльну оцінку критеріїв та альтернатив.

Обчислюється за формулою:

$$OY = \frac{IY}{IBY}$$

Де

IBY – табличне середнє значення IY для 100 експериментів для матриці розмірністю n

IY – індекс узгодженості, визначається за формулою: $IY = \frac{\lambda_{max} - n}{n - 1}$

λ_{max} – таке власне значення матриці порівнянь, що задовольняє умови:

- 1) найбільше за модулем власне значення λ_{max} є дійсним і суворо додатнім;
- 2) це власне значення є простим коренем характеристичного багаточлена;
- 3) власний вектор, що відповідає λ_{max} має суворо додатні координати;
- 4) власне значення λ_{max} задовольняє нерівностям:

$$\min_i \sum_j a_{ij} \leq \lambda_{max} \leq \max_i \sum_j a_{ij}$$

Для оцінки узгодженості ієрархії використовуються наступні формули:

$$IYI = IY(Q) + w_i(Q)^T \times IY(Q_i), i = \overline{1, n}$$

$$IBY = IBY(Q) + w_i(Q)^T \times IBY(Q_i), i = \overline{1, n}$$

За наявності оцінки ваг альтернатив можна провести аналіз чутливості.

Перш за все необхідно встановити порогові значення зміни ваги критерію, що призведе до зміни порядку пари альтернатив. Обчислюється за формулою:

$$\delta_{i,j,k}^{norig} = \frac{w(A_j) - w(A_i)}{w_{j,k} - w_{i,k}} \cdot \frac{1}{w_k^C}$$

за умови, що:

$$1) W_i \geq W_j \text{ для } i < j;$$

$$2) \delta_{(nopic)i,j}^k < 1.$$

Опісля встановлюється мінімальне абсолютне значення зміни відносної ваги альтернативи й встановлюється значення чутливості:

$$\text{SensVal} = \frac{1}{|\delta_{ijk,crit1}|}$$

Виконання:

Опис критеріїв:

Вибір з-поміж альтернатив буде проводитися у відповідності до наступних критеріїв:

1. Вміст какао-флаванолів на 1 грам:

Какао надзвичайно часто згадується у дискусіях, пов'язаних із когнітивним здоров'ям та довголіттям: згідно з дослідженням, какао порошок (неалкалізований) зменшує ризик нейродегенеративних захворювань, оптимізує рівень кров'яного тиску, полегшує симптоми депресії, тощо. Одними із найбільших винуватців у цих ефектах є флаваноли, присутні в какао порошку. Саме ці поліфеноли становлять значний інтерес для людей, що прагнуть оптимізувати своє харчування, і є одними із вирішальних факторів, що надають какао-порошку таку особливу актуальність.

Джерелом даних для даного аналізу було обрано результати перевірки

від ConsumerLabs.Com:

https://drive.google.com/file/d/1LgAbe73piuMBSZAriRD-pwLQ0KAihx-g/view?usp=drive_link

2. *Ціна на 20 грамів:*

Здоров'я здоров'ям, але як-не-як питання ціни завжди актуальне, особливо коли мова йде про суперфуди, що нерідко потребують особливих особливої сертифікації, контролю виробництва, а також регулярних тестувань.

Ціну саме на 20 грамів було обрано як критерій, оскільки приблизно така кількість необхідна для однієї чашки.

3. *Профіль вмісту важких металів:*

Попри всі переваги даного продукту, існує один надзвичайно важливий фактор, який необхідно приймати до уваги: вміст важких металів.

Природньо какао-дерева посилено вбирають з ґрунту кадмій та свинець, залишаючи частину в бобах. Відповідно, згідно з дослідженнями, близько 82% какао-продуктів на ринку Америки містять більше важких металів, ніж є припустимо відповідно до регуляцій(у контексті дослідження – максимально припустимого дозування штату Каліфорнії).

Важкі метали мають властивість накопичуватися і несуть велику загрозу здоров'ю систем організму, особливо молодим людям, отож, цей фактор також необхідно враховувати як важливий критерій.

Джерелом даних для даного аналізу є результати тестувань від AsYouSow.org:

<https://www.asyousow.org/environmental-health/toxic-enforcement/toxic-chocolate>

4. *Складність доставки в Україні*

Логічно, складність отримання продукту від конкретного бренду також грає свою роль: якщо наявні вендори не доставляють конкретний товар до України, або ж локальні платформи для продажів не мають його в асортименті, це сильно зменшує привабливість опції. Особливу актуальність це набуває у контексті війни та логістичної залежності від сусідніх країн.

Схема Ієрархії:

У якості альтернатив було обрано наступний набір продуктів:

- Navitas Organics Cacao Powder
- NOW Foods Organic Cocoa Powder
- Ghirardelli, Premium Baking 100% Cocoa
- Valrhona Poudre de Cacao cocoa powder 100% cacao
- Hershey's Cocoa 100% Cacao Natural Unsweetened

Відповідно, ієрархія вибору має наступний вигляд:

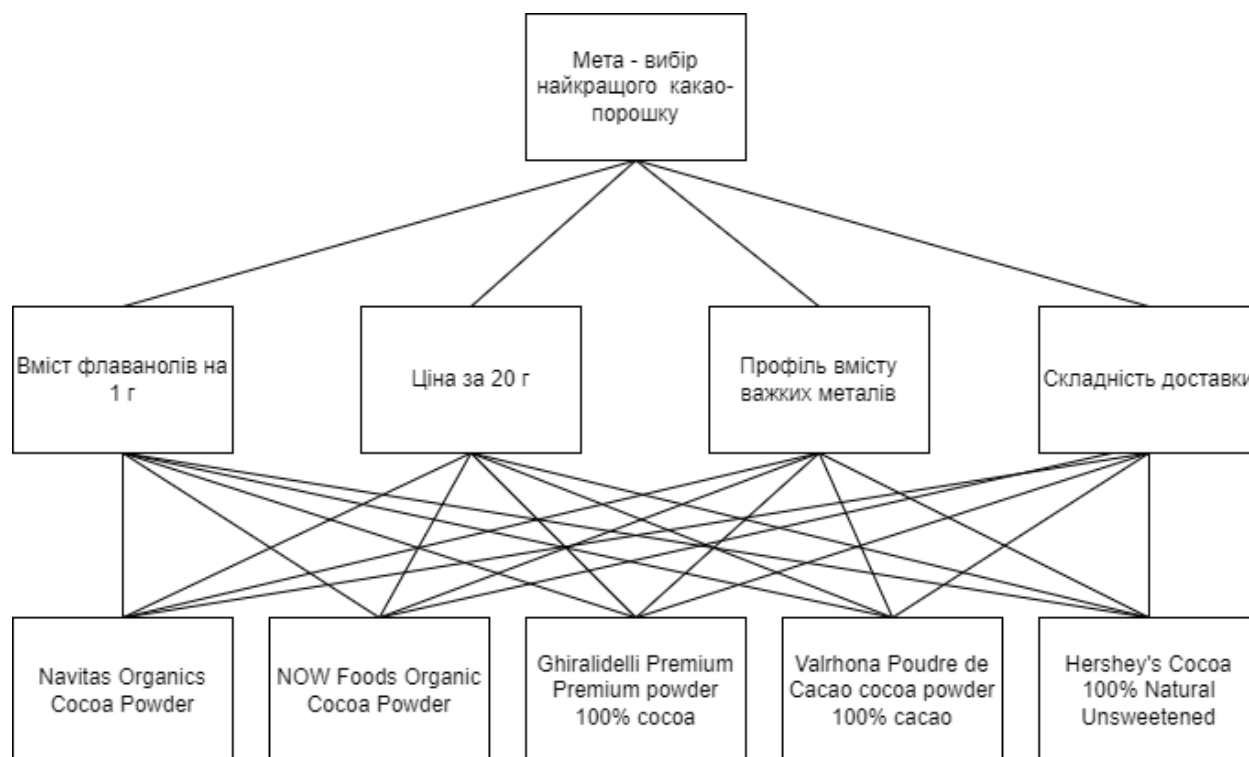


Рисунок 1 – Ієрархія вибору найкращого какао-порошку

Матриці парних порівнянь важливості критеріїв та альтернатив за критеріями:

Порівняння критеріїв:

$$Q = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 1 & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} & 1 & \frac{1}{7} & \frac{1}{3} \\ 1 & 7 & 1 & \frac{1}{3} \\ 3 & 3 & 3 & 1 \end{bmatrix}$$

Порівняння альтернатив за вмістом флаванолів:

$$Q_1 = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 7 & 9 & 9 \\ \frac{1}{3} & 1 & 7 & 9 & 9 \\ \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & 1 & 5 & 7 \\ \frac{1}{9} & \frac{1}{9} & \frac{1}{5} & 1 & 3 \\ \frac{1}{9} & \frac{1}{9} & \frac{1}{7} & \frac{1}{3} & 1 \end{bmatrix}$$

Порівняння альтернатив за ціною на 20 грамів:

$$Q_2 = \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{3} & 3 & 7 & 3 \\ 3 & 1 & 3 & 7 & 3 \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & 1 & 7 & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & 1 & \frac{1}{7} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & 7 & 1 \end{bmatrix}$$

Порівняння альтернатив за профілем вмісту важких металів:

$$Q_3 = \begin{bmatrix} 1 & 9 & 5 & 3 & 5 \\ \frac{1}{9} & 1 & \frac{1}{9} & \frac{1}{9} & \frac{1}{9} \\ \frac{1}{5} & 9 & 1 & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} & 9 & 3 & 1 & 5 \\ \frac{1}{5} & 9 & 3 & \frac{1}{5} & 1 \end{bmatrix}$$

Порівняння альтернатив за складністю доставки в Україні:

$$Q_4 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 5 & 5 & \frac{1}{5} \\ 1 & 1 & 5 & 5 & \frac{1}{5} \\ \frac{1}{5} & \frac{1}{5} & 1 & 1 & \frac{1}{7} \\ \frac{1}{5} & \frac{1}{5} & 1 & 1 & \frac{1}{7} \\ 5 & 5 & 7 & 7 & 1 \end{bmatrix}$$

Обрахунок результуючої матриці:

1. Методом рядкових сум:

Ваги обчислюються за формулою:

$$w_i(Q) = \sum_{j=1}^n w_{ij}$$

Обчислюємо для Q:

$$w(Q) = \begin{bmatrix} 1 + 1 + 3 + \frac{1}{3} \\ \frac{2}{3} + 1 + \frac{1}{7} \\ 1 + 1 + 7 + \frac{1}{3} \\ 3 + 3 + 3 + 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5,33 \\ 1,81 \\ 9,33 \\ 10 \end{bmatrix}$$

Нормалізовуємо ваги за формулою:

$$\bar{w}(Q) = \frac{w_i(Q)}{\sum_{i=1}^n w_i}$$

$$\bar{w}(Q) = \frac{\frac{\frac{5,33}{26.48}}{1,81}}{\frac{26.48}{9,33}} = \frac{\frac{0.201}{0.068}}{\frac{0.352}{0.377}}$$

Проводимо аналогічні обрахунки для Q_1 :

$$w(Q_1) = \frac{\frac{1+3+7+9+9}{\frac{1}{3}+1+7+9+9}}{\frac{1}{7}+\frac{1}{7}+1+5+7}} = \frac{\frac{29}{26.33}}{\frac{13.28}{4.42}} = \frac{1.69}{1.69}$$

$$\bar{w}(Q_1) = \frac{\frac{\frac{33}{74.73}}{26.2}}{\frac{74.73}{13.25}} = \frac{\frac{0.388}{0.352}}{\frac{0.177}{0.059}} = \frac{0.022}{0.022}$$

Для Q_2 :

$$w(Q_2) = \begin{bmatrix} 1 + \frac{1}{3} + 3 + 7 + 3 \\ 3 + 1 + 3 + 7 + 3 \\ \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + 1 + 7 + \frac{1}{3} \\ \frac{1}{7} + \frac{1}{7} + \frac{1}{7} + \frac{1}{7} + 1 \\ \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + 1 + 7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 14.33 \\ 17 \\ 9 \\ 1.57 \\ 9 \end{bmatrix}$$

$$\bar{w}(Q_2) = \begin{bmatrix} \frac{14.33}{50.9} \\ \frac{17}{50.9} \\ \frac{9}{50.9} \\ \frac{1.57}{50.9} \\ \frac{9}{50.9} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.281 \\ 0.333 \\ 0.176 \\ 0.03 \\ 0.176 \end{bmatrix}$$

Для Q_3 :

$$w(Q_3) = \begin{bmatrix} 23 \\ 1.44 \\ 10.86 \\ 18.33 \\ 13.4 \end{bmatrix}$$

$$\bar{w}(Q_3) = \begin{bmatrix} \frac{23}{67.04} \\ \frac{1.44}{67.04} \\ \frac{10.86}{67.04} \\ \frac{18.33}{67.04} \\ \frac{13.4}{67.04} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.343 \\ 0.021 \\ 0.162 \\ 0.273 \\ 0.199 \end{bmatrix}$$

Для Q_4 :

$$w(Q_4) = \begin{bmatrix} 12.2 \\ 12.2 \\ 2.54 \\ 2.54 \\ 25 \end{bmatrix}$$

$$\bar{w}(Q_4) = \frac{\begin{bmatrix} 12.2 \\ 54.48 \\ 12.2 \\ 54.48 \\ 2.54 \\ 54.48 \\ 2.54 \\ 54.48 \\ 25 \end{bmatrix}}{54.48} = \begin{bmatrix} 0.223 \\ 0.223 \\ 0.046 \\ 0.046 \\ 0.458 \end{bmatrix}$$

Обраховуємо ваги альтернатив:

$$[A] * B = \begin{bmatrix} 0.388 & 0.281 & 0.343 & 0.223 \\ 0.352 & 0.333 & 0.021 & 0.223 \\ 0.177 & 0.176 & 0.162 & 0.046 \\ 0.059 & 0.03 & 0.273 & 0.046 \\ 0.022 & 0.176 & 0.199 & 0.458 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 0.201 \\ 0.068 \\ 0.352 \\ 0.377 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.302 \\ 0.185 \\ 0.122 \\ 0.128 \\ 0.26 \end{bmatrix}$$

2. Методом середнього геометричного

$$w_i(Q) = \sqrt[n]{\prod_{i=1}^n w_{ij}}$$

$$w(Q) = \begin{bmatrix} \sqrt[5]{1 * 3 * 1 * 0.33} \\ \sqrt[5]{0.33 * 1 * 0.14 * 0.33} \\ \sqrt[5]{1 * 7 * 1 * 0.33} \\ \sqrt[5]{3 * 3 * 3 * 1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0.35 \\ 1.23 \\ 2.27 \end{bmatrix}$$

$$\bar{w}(Q) = \frac{w_i(Q)}{\sum_{i=1}^n w_i}$$

$$\bar{w}(Q) = \frac{\begin{bmatrix} 1 \\ 4.87 \\ 0.35 \\ 4.87 \\ 2.14 \\ 4.87 \\ 1.31 \\ 4.87 \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} 0.20 \\ 0.073 \\ 0.253 \\ 0.468 \end{bmatrix}}$$

Для Q₁:

$$w(Q_1) = \frac{\begin{bmatrix} \sqrt[5]{1 * 3 * 7 * 9 * 9} \\ \sqrt[5]{0.33 * 1 * 7 * 9 * 9} \\ \sqrt[5]{0.14 * 0.14 * 1 * 5 * 7} \\ \sqrt[5]{0.11 * 0.11 * 0.2 * 1 * 3} \\ \sqrt[5]{0.11 * 0.11 * 0.14 * 0.33 * 1} \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} 4.42 \\ 2.85 \\ 0.93 \\ 0.37 \\ 0.22 \end{bmatrix}}$$

$$\bar{w}(Q_1) = \frac{\begin{bmatrix} 4.42 \\ 8.81 \\ 2.85 \\ 8.81 \\ 0.93 \\ 8.81 \\ 0.37 \\ 8.81 \\ 0.225 \\ 8.81 \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} 0.502 \\ 0.323 \\ 0.106 \\ 0.042 \\ 0.025 \end{bmatrix}}$$

Для Q₂:

$$w(Q_2) = \begin{bmatrix} \sqrt[5]{1 * 0.33 * 3 * 7 * 3} \\ \sqrt[5]{3 * 1 * 3 * 7 * 3} \\ \sqrt[5]{0.33 * 0.33 * 1 * 7 * 0.33} \\ \sqrt[5]{0.14 * 0.14 * 0.14 * 1 * 0.14} \\ \sqrt[5]{0.33 * 0.33 * 0.33 * 7 * 1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.83 \\ 2.85 \\ 0.76 \\ 0.21 \\ 0.76 \end{bmatrix}$$

$$\bar{w}(Q_2) = \begin{bmatrix} \frac{1.83}{6.42} \\ \frac{2.85}{6.42} \\ \frac{0.76}{0.76} \\ \frac{0.21}{6.42} \\ \frac{0.763}{6.42} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.285 \\ 0.443 \\ 0.118 \\ 0.032 \\ 0.118 \end{bmatrix}$$

Для Q_3 :

$$w(Q_3) = \begin{bmatrix} \sqrt[5]{1 * 9 * 5 * 3 * 5} \\ \sqrt[5]{0.11 * 1 * 0.11 * 0.11 * 0.11} \\ \sqrt[5]{0.2 * 9 * 1 * 0.33 * 0.33} \\ \sqrt[5]{0.33 * 9 * 3 * 1 * 5} \\ \sqrt[5]{0.2 * 9 * 3 * 0.2 * 1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3.68 \\ 0.17 \\ 0.72 \\ 2.14 \\ 1.01 \end{bmatrix}$$

$$\bar{w}(Q_3) = \begin{bmatrix} \frac{3.68}{7.73} \\ \frac{0.17}{7.73} \\ \frac{0.72}{0.72} \\ \frac{2.14}{7.73} \\ \frac{1.01}{7.73} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.475 \\ 0.022 \\ 0.093 \\ 0.276 \\ 0.131 \end{bmatrix}$$

Для Q_4 :

$$w(Q_4) = \begin{bmatrix} \sqrt[5]{1 * 1 * 5 * 5 * 0.2} \\ \sqrt[5]{1 * 1 * 5 * 5 * 0.2} \\ \sqrt[5]{0.2 * 0.2 * 1 * 1 * 0.14} \\ \sqrt[5]{0.2 * 0.2 * 1 * 1 * 0.14} \\ \sqrt[5]{5 * 5 * 7 * 7 * 1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.37 \\ 1.37 \\ 0.35 \\ 0.35 \\ 4.14 \end{bmatrix}$$

$$\bar{w}(Q_4) = \begin{bmatrix} \frac{1.37}{7.61} \\ \frac{1.37}{7.61} \\ \frac{0.35}{0.35} \\ \frac{0.35}{7.61} \\ \frac{4.14}{7.61} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.181 \\ 0.181 \\ 0.046 \\ 0.046 \\ 0.544 \end{bmatrix}$$

Обраховуємо ваги альтернатив:

$$[A] * B = \begin{bmatrix} 0.502 & 0.285 & 0.475 & 0.181 \\ 0.323 & 0.443 & 0.022 & 0.181 \\ 0.106 & 0.118 & 0.093 & 0.046 \\ 0.042 & 0.032 & 0.276 & 0.046 \\ 0.025 & 0.118 & 0.131 & 0.544 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 0.20 \\ 0.073 \\ 0.253 \\ 0.468 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.329 \\ 0.189 \\ 0.076 \\ 0.103 \\ 0.301 \end{bmatrix}$$

У результаті маємо наступний порядок альтернатив за результуючою оцінкою:

| Порядок | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|--|-------|-------|-------|-------|-------|
| Альтернативи | A1 | A5 | A2 | A4 | A3 |
| Вага альтернативи методом рядкових сум | 0.302 | 0.260 | 0.185 | 0.128 | 0.122 |
| Вага альтернативи методом середнього геометричного | 0.329 | 0.301 | 0.189 | 0.103 | 0.076 |

Аналіз узгодженості думок експерта:

Перш за все встановлюємо максимальне власне значення кожної з матриць. Для цього скористаємося формулою для приблизної оцінки даної величини:

$$\lambda_{max} = \left[\sum_{i=1}^n w_{i1} \quad \sum_{i=1}^n w_{i2} \quad \dots \quad \sum_{i=1}^n w_{in} \right] * \bar{w}(Q)$$

Де нормалізовані ваги будуть обчислюватися методом середнього геометричного.

$$\lambda_{Q_{max}} = [5.33 \quad 14 \quad 5.14 \quad 2] * \begin{bmatrix} 0.205 \\ 0.072 \\ 0.253 \\ 0.468 \end{bmatrix} = 4.356$$

$$\lambda_{Q_1_{max}} = [1.69 \quad 4.36 \quad 15.34 \quad 24.33 \quad 29] * \begin{bmatrix} 0.502 \\ 0.323 \\ 0.106 \\ 0.042 \\ 0.025 \end{bmatrix} = 5.67$$

$$\lambda_{Q_2_{max}} = [4.8 \quad 2.14 \quad 7.47 \quad 29 \quad 7.47] * \begin{bmatrix} 0.285 \\ 0.443 \\ 0.118 \\ 0.032 \\ 0.118 \end{bmatrix} = 5.052$$

$$\lambda_{Q_3_{max}} = [1.84 \quad 37 \quad 12.11 \quad 4.64 \quad 11.44] * \begin{bmatrix} 0.475 \\ 0.022 \\ 0.093 \\ 0.276 \\ 0.131 \end{bmatrix} = 5.626$$

$$\lambda_{Q_4_{max}} = [7.4 \quad 7.4 \quad 19 \quad 19 \quad 1.68] * \begin{bmatrix} 0.181 \\ 0.181 \\ 0.046 \\ 0.046 \\ 0.544 \end{bmatrix} = 5.373$$

Тоді, вважаючи, що $IY = \frac{\lambda_{max}-n}{n-1}$, IBY константним значенням, $OY = \frac{IY}{IBY}$, отримуємо наступну таблицю оцінки узгодженості думки експерта:

| Матриця | Q | Q1 | Q2 | Q3 | Q4 |
|-----------------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Розмірність | 4 | 5 | 5 | 5 | 5 |
| λ_{max} | 4356 | 5.67 | 5.052 | 5.626 | 5.373 |
| IY | 0.118 | 0.167 | 0.013 | 0.156 | 0.093 |
| IBY | 0.89 | 1.12 | 1.12 | 1.12 | 1.12 |
| OY | 0.133 | 0.149 | 0.011 | 0.139 | 0.083 |

Оцінка узгодженості матриць відносно задовільна (менше 20%), але все-таки більше 10%.

Проводимо оцінку узгодженості ірарархії за формулами:

$$IYI = IY(Q) + w_i(Q)^T \times IY(Q_i), i = \overline{1, n}$$

$$IBY = IBY(Q) + w_i(Q)^T \times IBY(Q_i), i = \overline{1, n}$$

$$OY = \frac{IY}{IBY}$$

Методом рядкових сум:

$$IYI = 0.118 + [0.201 \quad 0.068 \quad 0.453 \quad 0.276] * \begin{bmatrix} 0.167 \\ 0.013 \\ 0.156 \\ 0.093 \end{bmatrix} = 0.2439$$

$$IBY = 0.89 + [0.201 \quad 0.068 \quad 0.453 \quad 0.276] * \begin{bmatrix} 1.12 \\ 1.12 \\ 1.12 \\ 1.12 \end{bmatrix} = 2.01$$

$$OY = \frac{0.2439}{2.01} = 0.1213$$

Методом середнього геометричного:

$$IYI = 0.118 + [0.201 \quad 0.068 \quad 0.453 \quad 0.276] * \begin{bmatrix} 0.20 \\ 0.073 \\ 0.253 \\ 0.468 \end{bmatrix} = 0.2376$$

$$IBY = 0.89 + [0.201 \quad 0.068 \quad 0.453 \quad 0.276] * \begin{bmatrix} 0.20 \\ 0.073 \\ 0.253 \\ 0.468 \end{bmatrix} = 2.01$$

$$OY = \frac{0.2439}{2.01} = 0.1182$$

Порогові значення зміни порядку альтернатив:

Порогові значення зміни відносної ваги критерія C_k , що призведе до зміни порядку альтернатив A_i, A_j визначається за формулою:

$$\delta_{i,j,k}^{norig} = \frac{w(A_j) - w(A_i)}{w_{j,k} - w_{i,k}} \cdot \frac{1}{w_k^C}$$

Проводимо обрахунки даних значень для кожного критерію та пари альтернатив.

Для методу середнього геометричного:

| Пари альтернатив | $\delta_{i,j,k}^{nopir}$ | | | |
|------------------|--------------------------|---------|--------|--------|
| | C1 | C2 | C3 | C4 |
| (1,2) | 0,281 | 2,257 | 0,315 | -0,162 |
| (1,3) | 3,825 | -12,196 | 1,219 | -inf |
| (1,4) | 2,397 | 12,262 | 4,480 | 3,596 |
| (1,5) | 3,115 | 20,793 | 2,613 | 4,028 |
| (2,3) | -1,843 | -4,760 | 4,076 | 0,663 |
| (2,4) | -57,251 | 31,726 | -5,381 | 0,853 |
| (2,5) | -13,679 | -inf | 23,680 | 0,970 |
| (3,4) | 1,490 | 2,870 | -1,331 | 1,367 |
| (3,5) | 2,533 | 4,776 | -6,243 | 1,799 |
| (4,5) | -2,083 | -4,337 | 0,585 | -inf |

З урахуванням умови $\delta_{i,j,k}^{nopir} < 1$:

| Пари альтернатив | $\delta_{i,j,k}^{nopir}$ | | | |
|------------------|--------------------------|---------|--------|--------|
| | C1 | C2 | C3 | C4 |
| (1,2) | 0,281 | - | 0,315 | -0,162 |
| (1,3) | - | -12,196 | - | - |
| (1,4) | - | - | - | - |
| (1,5) | - | - | - | - |
| (2,3) | -1,843 | -4,760 | - | 0,663 |
| (2,4) | -57,251 | - | -5,381 | 0,853 |
| (2,5) | -13,679 | - | - | 0,970 |
| (3,4) | - | - | -1,331 | - |
| (3,5) | - | - | -6,243 | - |
| (4,5) | -2,083 | -4,337 | 0,585 | - |

Ступені критичності та чутливості критеріїв:

Ступінь критичності знаходитиметься за наступним принципом:

$$|\delta_{ijk,crit1}| = \min_{k=1,\dots,m} \{|\delta_{ijk}|\}, i, j = \overline{1, n}$$

$$SensVal = \frac{1}{|\delta_{ijk,crit1}|}$$

Для методу середнього геометричного:

| Критерій | CritVal, % | SensVal |
|----------|------------|---------|
| C1 | 28,104 | 0,036 |
| C2 | 433,699 | 0,002 |
| C3 | 31,454 | 0,032 |
| C4 | 16,18 | 0,062 |

Комплексні висновки щодо проведеного аналізу:

Отож, у ході виконання лабораторної роботи було проведено попарну оцінку критеріїв та альтернатив за критеріями, обраховано методами рядкових сум і середнього геометричного відповідні значення ваг, а також глобальні ваги альтернатив. Встановлено, що найбільш вагомим критерієм є легкість доставки в Україну, а найменш вагомим – ціна; найоптимальнішою альтернативою незалежно від алгоритму обчислення ваг виявився Navitas Organics Cacao Powder, а найменш оптимальною - Ghirardelli, Premium Baking 100% Cocoa.

Опісля було проведено аналіз послідовності суджень у результатах порівнянь критеріїв та альтернатив шляхом визначення оцінки узгодженості. Виявлено, що задовільно узгодженими є порівняння за критеріями легкості доставки в Україну, а також ціни; оцінка узгодженості решти критеріїв та порівнянь їх важливості перевищує 10%, що свідчить про певний ступінь неузгодженості,

однак все ще менше порогу у 20%. Узгодженість ієрархії було обчислено в 11,82%, що, умовно, можна вважати доволі хорошим показником.

Урешті-решт, для встановленої послідовності оптимальних варіантів було обраховано порогові значення відносної зміни ваги критеріїв по кожному можливому критерію та парі альтернатив. Найбільшим і найменшим пороговими значенням володіють критерії ціни та легкості доставки в Україну відповідно. Звідси ж робиться висновок, що перший має найменший ступінь чутливості, а останній – найбільший.