$$f0(1) = 1$$
$$f0(n) = n + f0\left(\frac{n}{2}\right)$$

$f(n) = n + f\left(\frac{n}{2}\right)$

$= f\left(\frac{n}{2}\right) + n$

$= f\left(\frac{n}{4}\right) + \frac{n}{2} + n$

$= f\left(\frac{n}{4}\right) + \frac{3n}{2}$

$= f\left(\frac{n}{8}\right) + \frac{n}{4} + \frac{n}{2} + n$

$= f\left(\frac{n}{8}\right) + \frac{7n}{4}$

$= f\left(\frac{n}{16}\right) + \frac{n}{8} + \frac{n}{4} + \frac{n}{2} + n$

$= f\left(\frac{n}{16}\right) + \frac{15}{n}$

$= f\left(\frac{n}{32}\right) + \frac{n}{16} + \frac{n}{8} + \frac{n}{4} + \frac{n}{2} + n$

$= f\left(\frac{n}{32}\right) + \frac{31n}{16}$

…

$Substitute\ the\ denominator\ for\ i, and\ find\ relationships\ in\ terms\ of\ i$

$= f\left(\frac{n}{i}\right) + \frac{(i-1)n}{\frac{i}{2}}$

…

$Substiute\ i\ for\ n, so\ f\left(\frac{n}{n}\right) is\ equivalent\ to\ f(1)$

$= f\left(\frac{n}{n}\right) + \frac{(n-1)n}{\frac{n}{2}}$

$= f(1) + \frac{(n^2 - n)}{\frac{n}{2}}$

$= f(1) + 2(n-1)$

$= 1 + 2n - 2$

$= 2n - 1$

$f1(1) = 1$
$f1(n) = n + f1(n-1)$

$f(n) = n + f(n-1)$
$= n + (n-1) + f(n-2)$
$= 2n - 1 + f(n-2)$
$= n + (n-1) + (n-2) + f(n-3)$
$= 3n - 3 + f(n-3)$
$= n + (n-1) + (n-2) + f(n-3) + f(n-4)$
$= 4n - 6 + f(n-4)$
$= in - \big(1 + 2 + 3 + \cdots + (i-1)\big) + f(n-i)$
…
$Simplify\ sum\ to\ sum\ equation, then\ with\ appropriate\ i\ substitutions$
$= in - \frac{n(n+1)}{2} + f(n-i)$
$= in - \frac{1}{2}(i^2 - i) + f(n-i)$
…
$When\ i = n-1$
$= (n-1)n - \frac{1}{2}\big((n-1)^2 - (n-1)\big) + f(1)$
$= n^2 - n - \frac{1}{2}(n^2 - 2n + 1 - n + 1) + 1$
$= n^2 - n - \frac{1}{2}(n^2 - 3n + 2) + 1$
$= n^2 - n - \frac{n^2}{2} + \frac{3n}{2} - 1 + 1$
$= \frac{1}{2}n^2 + \frac{1}{2}n$
$= \frac{1}{2}(n^2 + n)$

$f2(1) = 1$
$f2(n) = c + f2(n-1), for\ some\ constant\ c$

$f(n) = c + f(n-1)$
$= c + c + f(n-2)$
$= c + c + c + f(n-3)$
…
$Simplify\ with\ appropriate\ i\ substitutions\ for\ number\ of\ c$
$= ic + f(n-i)$
…
$When\ i = n-1$
$= (n-1)c + f\big(n-(n-1)\big)$
$= (n-1)c + f(1)$
$= (n-1)c + 1$

$f3(1) = 1$

$f3(n) = c + f3\left(\frac{n}{2}\right), for\ some\ constant\ c$

$f3(n) = c + f\left(\frac{n}{2}\right)$

$= c + c + f\left(\frac{n}{4}\right)$

$= c + c + c + f\left(\frac{n}{8}\right)$

…

$Notice\ logarithmic\ relationship\ \ between\ c\ and\ denominator$

$= (log_{2^n})c + f\left(\frac{n}{n}\right)$

$= (log_{2^n})c + 1$

$$f4(1) = 1$$
$$f4(n) = n + 2 * f4(\frac{n}{2})$$

$f(n) = n + 2f\left(\frac{n}{2}\right)$

$= n + 2\left(\frac{n}{2} + 2f\left(\frac{n}{4}\right)\right)$

$= 2n + 4f\left(\frac{n}{4}\right)$

$= 2n + 4\left(\frac{n}{4} + 2f\left(\frac{n}{8}\right)\right)$

$= 3n + 8\left(\frac{n}{4} + 2f\left(\frac{n}{8}\right)\right)$

…

$Notice\ logarithm\ pattern\ and\ substitute\ with\ i\ accordingly$

$= (log_{2^i})i + if\left(\frac{n}{i}\right)$

…

$When\ i = n$

$= (log_{2^n})n + nf\left(\frac{n}{n}\right)$

$= (log_{2^n})n + nf(1)$

$= (log_{2^n})n + n$

$$f5(1) = 1$$
$$f5(n) = c + 2 * f5\left(\frac{n}{2}\right), \mathit{for\ some\ constant\ c}$$

$$f(n) = c + 2f\left(\frac{n}{2}\right)$$
$$= c + 2\left(c + 2f\left(\frac{n}{4}\right)\right)$$
$$= 3c + 4\left(c + 2f\left(\frac{n}{8}\right)\right)$$
$$= 7c + 8f\left(\frac{n}{8}\right)$$
$$\ldots$$
$$\mathit{Notice\ relationships\ between\ coefficients\ and\ substitute\ accordingly}$$
$$= (i-1)c + if\left(\frac{n}{i}\right)$$
$$\ldots$$
$$\mathit{When}\ i = n$$
$$= (n-1)c + nf\left(\frac{n}{n}\right)$$
$$= (n-1)c + nf(1)$$
$$= (n-1)c + n$$

$f6(1) = 1$
$f6(n) = c + 2 * f6(n-1), for\ some\ constant\ c$

$f(n) = c + 2f(n-1)$
$= c + 2\big(c + 2f(n-2)\big)$
$= 3c + 4f(n-2)$
$= 3c + 4\big(c + 2f(n-3)\big)$
$= 7c + 8f(n-3)$
$\ldots$
$Notice\ pattern\ between\ coefficients$
$= \left(2^i - 1\right)c + 2^i f(n-i)$
$\ldots$
$When\ i = n-1$
$= (2^{n-1} - 1)c + 2^{n-1}$
$= 2^{n-1}c - c + 2^{n-1}$
$= (c+1)2^{n-1} - c$