

CHUYÊN ĐỀ 6. TOÁN THỰC TẾ

DẠNG LIÊN QUAN ĐẾN BỘ MÔN HÓA HỌC

Bài 1. Người ta đổ thêm 100 g nước vào một dung dịch chứa 20 g muối thì nồng độ của dung dịch giảm đi 10% . Hỏi trước khi đổ thêm nước thì dung dịch chứa bao nhiêu nước.

Lời giải

Gọi khối lượng nước trong dung dịch trước khi đổ thêm nước là: x (g), $x > 0$.

Nồng độ muối của dung dịch khi đó là: $\frac{20}{x+20}$

Nếu đổ thêm 100 g nước vào dung dịch thì khối lượng của dung dịch sẽ là:

$$x + 20 + 100 = x + 120 \text{ (g)}.$$

Nồng độ của dung dịch bây giờ là: $\frac{20}{x+120}$

Vì nồng độ muối giảm 10% nên ta có phương trình

$$\frac{20}{x+20} - \frac{20}{x+120} = \frac{10}{100} \Leftrightarrow \frac{2}{x+20} - \frac{2}{x+120} = \frac{1}{100}$$

$$\Leftrightarrow \frac{200}{(x+20)(x+120)} = \frac{1}{100}$$

$$\Leftrightarrow (x+20)(x+120) = 20000$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 140x - 17600 = 0$$

$$\text{Ta có } \Delta' = (-70)^2 + 17600 = 22500 \Rightarrow \sqrt{\Delta'} = 150.$$

$$\text{Do đó, } x_1 = -70 + 150 = 80 \text{ (thỏa mãn) và } x_2 = -70 - 150 = -220 \text{ (loại)}.$$

Như vậy, trước khi đổ thêm nước, trong dung dịch có 80 g nước.

Bài 2. Trong phòng thí nghiệm Hóa , thầy Minh đưa cho hai bạn Dũng và Thảo một lọ 200 g dung dịch muối có nồng độ 15% . Thầy muốn hai bạn tạo ra dung dịch muối có nồng độ 20% . Dũng nói cần pha thêm nước. Thảo nói cần pha thêm muối. Theo em cần pha thêm muối hay nước và pha thêm một lượng bao nhiêu gam? (Chỉ thêm muối hoặc nước)

Lời giải

Cần pha thêm muối.

Gọi lượng muối cần pha thêm là x (g) ($x > 0$)

Lượng muối ban đầu là $200.15\% = 30$ (g)

Sau khi pha thêm muối tạo ra dung dịch muối có nồng độ 20% nên ta có phương trình:

$$\frac{(30+x).100}{200+x}\% = 20\% \Leftrightarrow (30+x).5 = 200+x \Leftrightarrow 4x = 50$$

$$\Leftrightarrow x = 12,5 \text{ (thỏa mãn điều kiện)}$$

Vậy cần pha thêm 12,5 gam muối.

Bài 3. Một miếng hợp kim đồng và thiếc có khối lượng 12(kg) chứa 45% đồng nguyên chất. Hỏi phải thêm vào đó bao nhiêu thiếc nguyên chất để được hợp kim mới có chứa 40% đồng nguyên chất?

Lời giải

Gọi khối lượng thiếc nguyên chất cần thêm vào là x (kg) ($x > 0$).

Khối lượng của miếng hợp kim sau khi thêm x kg thiếc nguyên chất là $12 + x$ (kg).

Vì trong 12 (kg) hợp kim chứa 45% đồng nguyên chất nên lượng đồng có trong đó là:
 $12.45\% = 5,4$ (kg).

Vì sau khi thêm vào lượng đồng không đổi và chiếm 40% nên ta có phương trình :

$$40\%.(x+12) = 5,4$$

$$\Leftrightarrow 0,4x + 4,8 = 5,4$$

$$\Leftrightarrow 0,4x = 0,6$$

$$\Leftrightarrow x = 1,5 \text{ (thỏa mãn điều kiện của ẩn)}.$$

Vậy cần thêm vào 1,5 (kg) thiếc nguyên chất để được hợp kim mới có chứa 40% đồng nguyên chất.

Bài 4. Nước biển là dung dịch có nồng độ muối là 3,5% (giả sử không có tạp chất). Có 10kg nước biển . Hỏi phải thêm bao nhiêu kg nước (nguyên chất) để được dung dịch có nồng độ 2%

Lời giải

Trọng lượng muối có trong 10kg nước biển có nồng độ dung dịch 3,5%

$$10.3,5\% = 0,35(\text{kg})$$

Gọi x là số kg nước nguyên chất phải thêm vào để được dung dịch 2% . Ta có phương trình :

$$(10+x)2\% = 0,35$$

Giải phương trình ta được $x = 7,5$

Bài 5. Một chiếc vòng nữ trang được làm từ vàng và bạc với thể tích là 10 cm^3 và cân nặng 171 g . Biết vàng có khối lượng riêng là $19,3 \text{ g/cm}^3$ còn bạc có khối lượng

riêng là $10,5 \text{ g/cm}^3$. Hỏi thể tích của vàng và bạc được sử dụng để làm chiếc vòng ? Biết công thức tính khối lượng là $m = D \cdot V$, trong đó m là khối lượng, D là khối lượng riêng và V là thể tích.

Lời giải

Gọi thể tích của vàng là a , thể tích của bạc là b

Vì tổng thể tích chiếc vòng là 10 cm^3 nên $a + b = 10$ (1)

Khối lượng vàng chứa trong vòng là $19,3 \text{ g/cm}^3$, khối lượng của bạc trong vòng là $10,5 \text{ g/cm}^3$ nên $19,3a + 10,5b = 171$ (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} a + b = 10 \\ 19,3a + 10,5b = 171 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 10 - b \\ 19,3(10 - b) + 10,5b = 171 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 7,5 \\ b = 2,5 \end{cases}$$

Vậy thể tích của vàng là $7,5 \text{ (cm}^3\text{)}$, thể tích của bạc là $2,5 \text{ (cm}^3\text{)}$

Bài 6. Có hai lọ dung dịch muối với nồng độ lần lượt là 5% và 20%. Người ta pha trộn hai dung dịch trên để có 1 lít dung dịch mới có nồng độ là 14%. Hỏi phải dung bao nhiêu mililit mỗi loại dung dịch? (Biết khối lượng riêng của ba dung dịch đều là 1 g/ml).

Lời giải

Vì cả ba dung dịch đều có khối lượng riêng là 1 g/ml

$\Rightarrow 1 \text{ lít} = 1000 \text{ g}$ và khối lượng dung dịch = thể tích dung dịch

Gọi $x \text{ (g)}$ là khối lượng dung dịch I ($x > 0$).

$y \text{ (g)}$ là khối lượng dung dịch II ($y > 0$).

Theo đề bài ta có hệ phương trình:

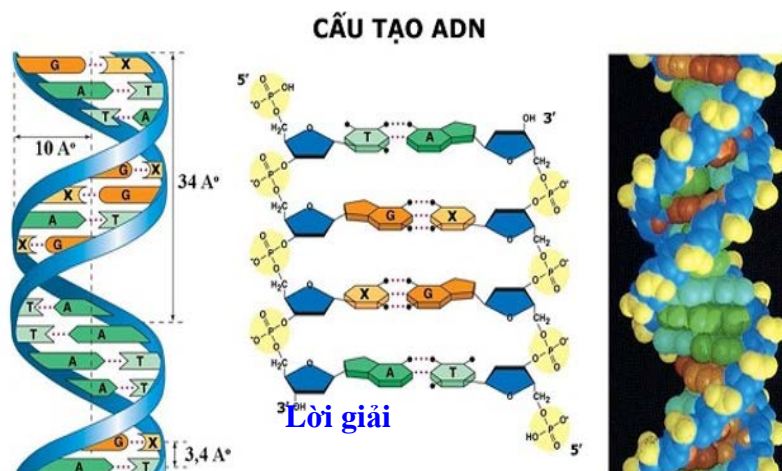
$$\begin{cases} x + y = 1000 \\ 0,05x + 0,2y = 140 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0,2x + 0,2y = 200 \\ 0,05x + 0,2y = 140 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 400 \\ y = 600 \end{cases}$$

Vậy thể tích dung dịch I là 400 ml; thể tích dung dịch II là 600 ml.

Bài 7. Gen B có 3600 liên kết Hidro và có hiệu giữa Nucleotit loại T với loại Nucleotit không bổ sung với nó là 300 Nucleotit. Tính số Nucleotit từng loại của gen B.

Biết rằng, để tính số lượng Nucleotit (A, T, G, X) trong phân tử ADN, ta áp dụng nguyên tắc bổ sung: “A liên kết với T bằng 2 liên kết Hidro và G liên kết với X bằng 3 liên kết Hidro” và

$\%A = \%T, \%G = \%X$. Tổng số Nucleotit trong gen
 $N = A + T + G + X = 2A + 2G = 2T + 2X$.



Ta có: $T - G = 300$ (1)

$$2T + 3G = 3600 \quad (2)$$

Từ (1) và (2), ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} T - G = 300 \\ 2T + 3G = 3600 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3T - 3G = 900 \\ 2T + 3G = 3600 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} T - G = 300 \\ 5T = 4500 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} T = 900 \\ G = 600 \end{cases}$$

Vậy $G = X = 600$ (Nu); $A = T = 900$ (Nu)

Bài 8. Cho thêm 1kg nước vào dung dịch A thì được dung dịch B có nồng độ axit là 20%. Sau đó lại cho thêm 1kg axit vào dung dịch B thì được dung dịch C nồng độ axit là $33\frac{1}{3}\%$. Tính nồng độ axit trong dung dịch A?

Lời giải

Gọi x (kg) là khối lượng dd A ($x > 0$)

Lượng axit có trong dd B: $20\%(x+1)$ (kg)

Lượng axit có trong dd C: $33\frac{1}{3}\%(x+2)$ (kg)

Theo đề bài ta có phương trình: $20\%(x+1) + 1 = 33\frac{1}{3}\%(x+2)$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{5}(x+1) + 1 = \frac{1}{3}(x+2) \Leftrightarrow \frac{2}{15}x = \frac{8}{15} \Leftrightarrow x = 4 \text{ (nhận)}$$

Khối lượng axit có trong dd A bằng khối lượng axit trong dd B.

Do đó nồng độ axit trong dd A là: $\frac{10\%(x+1)}{4} \cdot 100\% = 25\%$.

Bài 9. Một cái ao nuôi tôm chứa 1000kg nước biển với nồng độ muối là 3,5%. Để giảm độ mặn xuống 1% cho dễ nuôi tôm, người ta phải đổ thêm vào ao bao nhiêu kg nước ngọt?

Lời giải

Gọi khối lượng nước đổ vào ao là x (kg) $x > 0$.

Vì 1000 kg nước biển với nồng độ muối là 3,5%. Để giảm độ mặn xuống 1% cho dễ nuôi tôm ta có phương trình:

$$1\%(1000 + x) = 3,5\% \cdot 1000$$

$$\Leftrightarrow 1000 + x = \frac{7}{2} \cdot 1000$$

$$\Leftrightarrow 1000 + x = 3500$$

$$\Leftrightarrow x = 2500. \text{ (TMĐK)}$$

Vậy khối lượng nước phải đổ vào ao là 2500 (kg).

- Bài 10.** Người ta pha 200g dung dịch muối thứ nhất vào 300g dung dịch muối thứ hai thì thu được dung dịch muối có nồng độ 4%. Hỏi nồng độ muối trong dung dịch thứ nhất và thứ hai; biết nồng độ muối trong dung dịch thứ nhất lớn hơn nồng độ muối trong dung dịch thứ hai là 5%.

Lời giải

Gọi nồng độ muối trong dung dịch thứ nhất là x (% , $x > 0$)

Nồng độ muối trong dung dịch thứ hai là y (% , $y > 0$)

Theo đề bài, ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} x - y = 5 \\ 200x + 300y = 4.500 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 7 \\ y = 2 \end{cases}$$

Nồng độ muối trong dung dịch thứ nhất là 7%.

Nồng độ muối trong dung dịch thứ hai là 2%.

- Bài 11.** Có hai lọ dung dịch muối với nồng độ lần lượt là 5% và 20%. Người ta pha trộn hai dung dịch trên để có 1 kg dung dịch mới có nồng độ là 14%. Hỏi phải dùng bao nhiêu gam mỗi loại dung dịch?

(biết $C\% = \frac{m_{ct}}{m_{dd}} \cdot 100\%$), $C\%$: nồng độ phần trăm, m_{ct} : khối lượng chất tan, m_{dd} :

khối lượng dung dịch.

Lời giải

Gọi x (kg) là lượng dung dịch thứ nhất cần dùng ($x > 0$).

y (kg) là lượng dung dịch thứ hai cần dùng ($y > 0$).

Theo đề bài ta có hệ phương trình :

$$\begin{cases} x + y = 1 \\ 5\%x + 20\%y = 14\%(x + y) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 1 \\ 0,05x + 0,2y = 0,14 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0,4 \\ y = 0,6 \end{cases}$$

Vậy cần $0,4(\text{kg}) = 400(\text{g})$ lượng dung dịch thứ nhất và $0,6(\text{kg}) = 600(\text{g})$ lượng dung dịch thứ hai.

Bài 12. Một cốc thủy tinh có dung tích 5 lít đang chứa 3 lít nước muối có nồng độ 10% Hỏi cần đổ thêm bao nhiêu lít nước nguyên chất để được dung dịch muối 5% , liệu rằng cái cốc đó có đủ chứa không ? (Giả định 1 lít dd nước muối = 1 kilôgam)

Lời giải

Gọi lượng nước cần thêm là: $x(\text{kg})$ ($x > 0$)

Lượng dd muối sau khi thêm nước là: $x + 3(\text{kg})$

Lượng muối trong 3kg dd nước muối 10% : $3.10\% = 0,3\text{kg}$

Theo đề bài ta có phương trình:

$$(x + 3).5\% = 0,3$$

$$\Leftrightarrow x = 3(\text{nhận})$$

Vậy cần thêm 3 lít nước để được dd có nồng độ muối là 5%

Như vậy cốc không đủ để chứa lượng dd trên do $3 + 3 = 6 > 5$

Bài 13. Nước muối sinh lí (natri clorid) là dung dịch có nồng độ 0,9% tức là trong 1000 g ml có 9 g muối tinh khiết .

Mẹ bạn Hoa đã pha 18 g muối vào 1800 ml nước đun sôi để nguội.

a) Hỏi mẹ bạn Hoa pha đúng cách chưa?

b) Mẹ bạn Hoa phải pha thêm bao nhiêu ml nước đun sôi để nguội để có nước muối sinh lí?(làm tròn đến hàng đơn vị)

Lời giải

a) Nồng độ nước muối mà mẹ Hoa đã pha:

$$\frac{18}{18 + 1800} \approx 0.99\%$$

Như vậy mẹ Hoa pha chưa đúng.

b) Gọi x là lượng nước cần pha. Ta có:

$$\frac{18}{1818+x} = 0,9\%$$

Giải ra ta tìm được x .

Bài 14. Có hai lọ đựng muối với nồng độ 5% và 40%. Hỏi cần phải lấy mỗi loại bao nhiêu gam để được 140g nước muối với nồng độ 30% ?

Lời giải

Gọi x (gam) là số gam lấy lọ muối có nồng độ 5% ($x > 0$)

Gọi y (gam) là số gam lấy lọ muối có nồng độ 40%. ($y > 0$)

Ta có phương trình: $x + y = 140$ (1)

Lấy x (gam) lọ muối nồng độ 5%, y (gam) lọ muối nồng độ 40% ta được 140g nồng độ 30% ta có phương trình: $x.5\% + y.40\% = 140.30\% \Leftrightarrow x + 8y = 840$ (2)

Từ (1) và (2), ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} x + y = 140 \\ x + 8y = 840 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 140 \\ 7y = 700 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 40 \\ y = 100 \end{cases}$$

Vậy số gam lấy ở lọ muối nồng độ 5% là 40g, số gam lấy ở lọ muối nồng độ 40% là 100g.

CHUYÊN ĐỀ 7. TOÁN THỰC TẾ

DẠNG LIÊN QUAN ĐẾN BỘ MÔN VẬT LÝ

Bài 1. Để ước tính tốc độ s (dặm/giờ) của một chiếc xe, cảnh sát sử dụng công thức:
 $s = \sqrt{30fd}$, với d (tính bằng feet) là độ dài vết trượt của bánh xe và f là hệ số ma sát

a) Trên một đoạn đường (có gắn bảng báo tốc độ bên trên) có hệ số ma sát là 0,73 và vết trượt của một xe 4 bánh sau khi thắng lại là 49,7 feet. Hỏi xe có vượt quá tốc độ theo biển báo trên đoạn đường đó không? (Cho biết 1 dặm = 1,61 km) (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai)

b) Nếu xe chạy với tốc độ 48km/h trên đoạn đường có hệ số ma sát là 0,45 thì khi thắng lại vết trượt trên đường dài bao nhiêu feet ?



L
ờ

i giải

a) Ta có tốc độ của xe là: $s = \sqrt{30fd} = \sqrt{30 \cdot 0,73 \cdot 49,7} \approx 32,99$ (dặm/h) $\approx 53,11$ (km/h)

Vì $53,11 > 50$, nên xe đó vượt quá tốc độ theo biển báo trên đoạn đường đó .

b) Đổi 48 (km/h) = $29,81$ (dặm/h)

Thế $s = 29,81$ vào $s = \sqrt{30fd}$, ta được: $29,81 = \sqrt{30 \cdot 0,45 \cdot d}$

$\Rightarrow d = 65,84$ (feet)

Vậy khi thắng lại vết trượt trên đường dài 65,84 feet

Bài 2. Công ty đồ chơi Bingbon vừa cho ra đời một đồ chơi tàu điện điều khiển từ xa. Trong điều kiện phòng thí nghiệm, quãng đường s (xen ti mét) đi được của đoàn tàu đồ chơi là một hàm số của thời gian t (giây), hàm số đó là $s = 6t + 9$. Trong điều kiện thực tế người ta thấy rằng nếu đoàn tàu đồ chơi di chuyển quãng đường 12 cm thì mất 2 giây, và cứ trong mỗi 10 giây thì nó đi được 52 cm.

a) Trong điều kiện phòng thí nghiệm, sau 5 (giây) đoàn tàu đồ chơi di chuyển được bao nhiêu cm?

b) Mẹ bé An mua đồ chơi này về cho bé chơi, bé ngồi cách mẹ 1,5 mét. Hỏi cần bao nhiêu giây để đoàn tàu đồ chơi đi từ chỗ mẹ tới chỗ bé?

Lời giải

a) Trong điều kiện phòng thí nghiệm, sau 5 giây tàu đi được:

$$s = 6t + 9 = 6.5 + 9 = 39 \text{ (cm)}$$

b) Gọi quãng đường đi của đoàn tàu đồ chơi trong điều kiện thực tế là $s(cm)$ và hàm số biểu diễn quãng đường trong thực tế là: $s = at + b$

$$\text{Với } t = 2 ; s = 12 \Rightarrow 2a + b = 12 \quad (1)$$

$$\text{Với } t = 10 ; s = 52 \Rightarrow 10a + b = 52 \quad (2)$$

$$\text{Từ (1); (2) ta có hệ phương trình: } \begin{cases} 2a + b = 12 \\ 10a + b = 52 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 5 \\ b = 2 \end{cases} \Rightarrow s = 5t + 2$$

Khoảng cách từ chỗ bé An đến chỗ mẹ là: $s = 1,5m = 150cm$

$$\text{Suy ra } 5t + 2 = 150 \Rightarrow t = 29,6 \approx 30s$$

Vậy cần khoảng 30 giây để đoàn tàu đồ chơi đi từ chỗ mẹ tới chỗ bé.

Bài 3. Một vật rơi ở độ cao so với mặt đất là 100 mét. Quãng đường chuyển động s (mét) của vật rơi phụ thuộc vào thời gian t (giây) bởi công thức $S = 4t^2$.

a) Sau 2 giây vật này cách mặt đất bao nhiêu mét?

b) Sau bao lâu vật này tiếp đất?

Lời giải

a) Sau 2 giây vật này cách mặt đất bao nhiêu mét?

Sau 2 giây vật này chuyển động được số mét là: $S = 4.2^2 = 16 \text{ (m)}$.

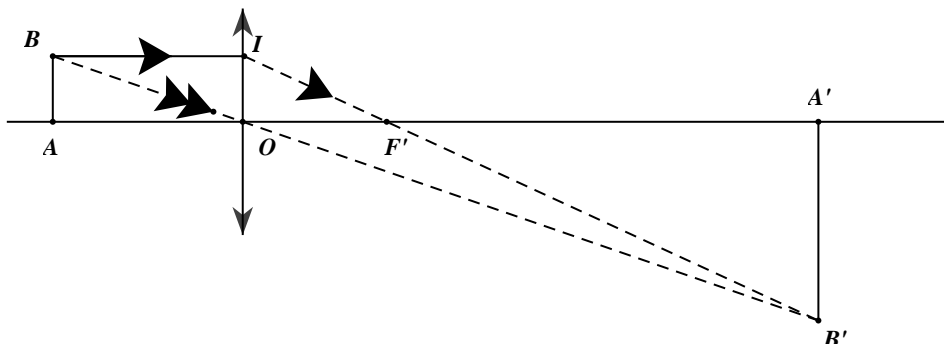
Vậy sau 2 giây vật này cách mặt đất số mét là: $100 - 16 = 84 \text{ (m)}$.

b) Sau bao lâu vật này tiếp đất?

Vật này tiếp đất sau khi đi được quãng đường bằng độ cao của vật so với mặt đất nên thời gian để vật tiếp đất là t thì $100 = 4t^2 \Leftrightarrow t^2 = 25 \Leftrightarrow t = 5 \text{ (do } t > 0 \text{)}$.

Vậy vật sẽ tiếp đất sau 5 giây.

Bài 4. Một nhà bác học đứng trước một thấu kính hội tụ có quang tâm O và tiêu điểm M và cho ảnh thật to gấp 3 lần. Hỏi người đó đứng trước thấu kính bao xa biết rằng tiêu điểm F cách quang tâm O một khoảng 3 m.



Lời giải

Khi nhà bác học đứng trước thấu kính hội tụ cho ảnh thật to gấp 3 lần nên giả sử vật là AB và ảnh là $A'B'$ thì $A'B' = 3AB$.

Dễ thấy $AB = OI$ và hai tam giác $\triangle IOF'$ và $\triangle B'A'F'$ đồng dạng (g - g).

$$\Rightarrow \frac{IO}{B'A'} = \frac{OF'}{A'F'} \Rightarrow \frac{AB}{3AB} = \frac{3}{A'F'} \Rightarrow A'F' = 9 \text{ (do } OF' = OF = 3) \Rightarrow OA' = 9 + 3 = 12.$$

$$\text{Lại có: } \triangle BAO \text{ và } \triangle B'A'O \text{ đồng dạng (g - g)} \Rightarrow \frac{BA}{B'A'} = \frac{OA}{OA'} \Rightarrow OA = \frac{1}{3}OA' \Rightarrow OA = 4$$

Vậy người đó đứng trước thấu kính một khoảng 4 m.

Bài 5.

- a) Nếu giảm bớt thời gian thắp sáng của 1 bóng đèn 60 w một giờ mỗi ngày thì x hộ gia đình sẽ tiết kiệm được bao nhiêu tiền biết giá điện 1800 đ/kwh. Hãy viết công thức tính tiền tiết kiệm được.
- b) Nếu thành phố có khoảng 1,7 triệu gia đình thì tiết kiệm được bao nhiêu tiền theo hình thức trên.

Lời giải

a) Nếu giảm bớt thời gian thắp sáng của 1 bóng đèn 60 w một giờ mỗi ngày thì x hộ gia đình sẽ tiết kiệm được bao nhiêu tiền biết giá điện 1800 đ/kWh. Hãy viết công thức tính tiền tiết kiệm được.

Đổi đơn vị: 60 Wh = 0,06 kW/h.

Số tiền tiết kiệm được khi giảm bớt thời gian thắp sáng của 1 bóng đèn 60 W một giờ mỗi ngày là: $0,06.1800 = 108$ (đồng).

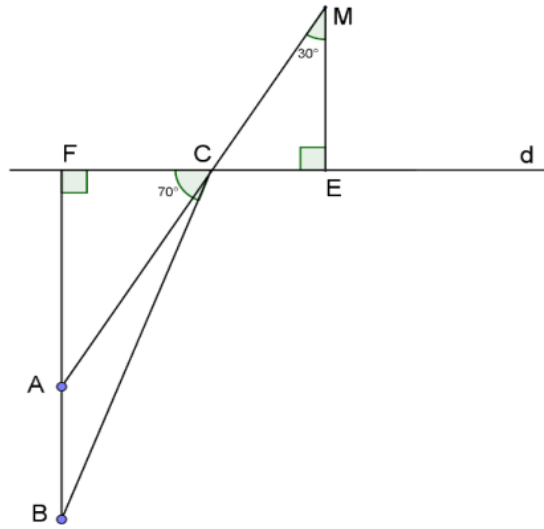
Số tiền x hộ gia đình sẽ tiết kiệm được khi giảm bớt thời gian thắp sáng của 1 bóng đèn 60 W một giờ mỗi ngày là: $108x$ (đồng).

b) Nếu thành phố có khoảng 1,7 triệu gia đình thì số tiền tiết kiệm được theo hình thức trên là:

$108.1,7 = 183,6$ (triệu đồng).

Bài 6.

Trong hình vẽ bên, đường thẳng d là mặt nước, M là vị trí của mắt, B là vị trí viên sỏi, A là vị trí ảnh của viên sỏi do hiện tượng khúc xạ tạo ra; BF là khoảng cách từ viên sỏi đến mặt nước, AF là khoảng cách từ ảnh của viên sỏi đến mặt nước. Khi mắt quan sát viên sỏi thì tia sáng từ viên sỏi truyền đến mặt nước là BC sẽ cho tia khúc xạ CM đến mắt. Tia tới BC hợp với mặt nước một góc 70° và tia khúc xạ CM hợp với phương thẳng đứng một góc 30° . Đường kéo dài của tia khúc xạ CM đi qua vị trí ảnh A của viên sỏi. Biết $AF = 40$ cm. Tính khoảng cách từ viên sỏi đến ảnh A của nó.



Lời giải

Dễ thấy $\widehat{FAC} = \widehat{CME} = 30^\circ$.

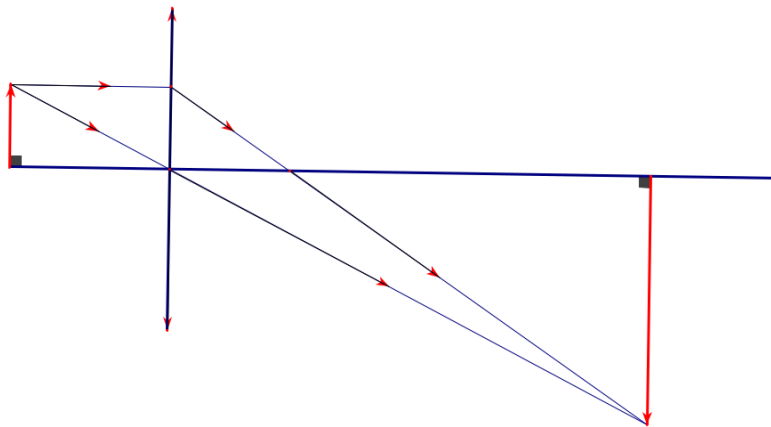
$\triangle FAC$ vuông tại F có: $FC = FA \cdot \tan \widehat{FAC} = 40 \cdot \tan 30^\circ$

$\triangle FBC$ vuông tại F có: $FB = FC \cdot \tan \widehat{FCB} = (40 \cdot \tan 30^\circ) \cdot \tan 70^\circ \approx 63,5 \text{ cm}$

Do đó: $BA = FB - FA = 23,5 \text{ cm}$.

Bài 7.

Kính lão đeo mắt của người già thường là một loại thấu kính hội tụ. Bạn Nam đã dùng một chiếc kính lão của ông ngoại để tạo ra hình ảnh của một cây nến trên một tấm màn. Cho rằng cây nến là một vật sáng có hình dạng đoạn thẳng AB đặt vuông góc với trục chính của một thấu kính hội tụ, cách thấu kính đoạn $OA = 2 \text{ m}$. Thấu kính có quang tâm là O và tiêu điểm F . Vật AB cho ảnh thật $A'B'$ gấp ba lần AB (có đường đi của tia sáng được mô tả như hình vẽ). Tính tiêu cự OF của thấu kính.



Lời giải

Theo đề bài ta có: $OA = 2 \text{ m}; A'B' = 3AB$

Ta có: $\triangle ABO \sim \triangle A'B'O' (g.g) \Rightarrow \frac{AB}{A'B'} = \frac{AO}{A'O'} = \frac{1}{3} \Rightarrow A'O' = 3AO$

$\triangle OCF \sim \triangle A'B'F (g.g) \Rightarrow \frac{OC}{A'B'} = \frac{FO}{A'F}$

$$\text{Mà } AB = CO \Rightarrow \frac{OC}{A'B'} = \frac{FO}{A'F} = \frac{1}{3} \Rightarrow A'F = 3FO$$

$$\text{Lại có: } OA' = OF + A'F$$

$$OF = OA' - FA' = 3OA - 3FO$$

$$\Leftrightarrow 4FO = 3OA \Leftrightarrow 4FO = 3.2 = 6 \Leftrightarrow FO = 1,5m$$

Vậy tiêu cự FO của thấu kính là $1,5m$

Bài 8. Trong bầu khí quyển, càng lên cao thì áp suất khí quyển càng giảm. Với những độ cao không quá lớn thì công thức tính áp suất khí quyển tương ứng với độ cao so với mực nước biển như sau: $p = 760 - \frac{2h}{25}$ Trong đó p : Áp suất khí quyển (mmHg); h : Độ cao so với mực nước biển (m).

a) Thành phố Bảo Lộc của tỉnh Lâm Đồng ở độ cao 1300m so với mực nước biển thì có áp suất khí quyển là bao nhiêu mmHg?

b) Để đo áp suất khí quyển người ta dùng “cao kế”. Một nhóm phượt thủ sử dụng “cao kế” và họ đo được áp suất khí quyển là 550 mmHg. Hỏi nhóm phượt thủ đó đang ở vào độ cao bao nhiêu so với mực nước biển?

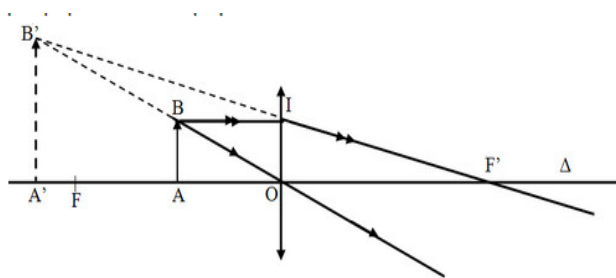
Lời giải

$$\text{a) Áp suất khí quyển của thành phố Bảo Lộc là: } p = 760 - \frac{2.1300}{25} = 656(\text{mmHg})$$

b) So với mực nước biển, nhóm phượt thủ đang ở vào độ cao:

$$550 = 760 - \frac{2h}{25} \Leftrightarrow h = 2625(m).$$

Bài 9. Một vật sáng AB được đặt vuông góc với trục chính của một thấu kính hội tụ có tiêu cự $OF = OF' = 20cm$ tạo ảnh ảo $A'B' // AB$. Biết ảnh $A'B' = 4AB$, tính khoảng cách OA từ vật đến thấu kính (xét trường hợp vật thật cho ảnh ảo cùng chiều, xem hình vẽ).



Lời giải

$$\text{Ta có } \Delta OAB \sim \Delta OA'B' \Rightarrow \frac{OA}{OA'} = \frac{AB}{A'B'} = \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow \frac{OF'}{F'A'} = \frac{OI}{A'B'} = \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow F'A' = 80cm \Rightarrow OA' = 60cm; OA = 15cm.$$

- Bài 10.** Theo các chuyên gia về sức khỏe, nhiệt độ môi trường lý tưởng nhất với cơ thể của con người là từ 25°C đến 28°C . Vào buổi sáng sáng bạn An dự định cùng với nhóm bạn đi dã ngoại, bạn sử dụng nhiệt kế để đo nhiệt độ môi trường ngày hôm đó như sau. Vậy nhiệt độ này có thích hợp cho An và nhóm bạn không ?
Biết $^{\circ}\text{C} = (^{\circ}\text{F} - 32):1,8$.



Lời giải

Nhiệt độ theo $^{\circ}\text{C}$ tương ứng là

$$(79,7 - 32):1,8 = 26,5^{\circ}\text{C}$$

Vậy nhiệt độ thích hợp để nhóm bạn An đi dã ngoại.

- Bài 11.** Một phi hành gia nặng 70kg khi còn ở Trái Đất. Khi bay vào không gian, cân nặng $f(h)$ của phi hành gia này khi cách Trái Đất một độ cao h mét, được tính theo hàm số có công thức:

$$f(h) = 70 \cdot \left(\frac{3960}{3960 + h} \right)^2$$

- a) Cân nặng của phi hành gia là bao nhiêu khi cách Trái Đất 100 mét
- b) Ở độ cao 250 m, cân nặng của phi hành gia này thay đổi bao nhiêu so với cân nặng có được ở mặt đất (kết quả làm tròn đến số thập phân thứ nhất)

Lời giải

- a) Cân nặng của phi hành gia khi cách Trái Đất 100 mét là:

$$f(h) = 70 \cdot \left(\frac{3960}{3960 + 100} \right)^2 = 66,6\text{kg}$$

- b) Cân nặng của phi hành gia khi cách Trái Đất 250 mét

$$f(h) = 70 \cdot \left(\frac{3960}{3960 + 250} \right)^2 = 61,9\text{kg}$$

Do đó, cân nặng của phi hành gia ở độ cao 250 mét giảm đi so với khi ở trái đất là 8,1 kg

- Bài 12.** Sau những vụ va chạm giữa các xe trên đường, cảnh sát thường sử dụng công thức dưới đây để ước lượng tốc độ v (đơn vị: dặm / giờ) của xe từ vết trượt trên mặt đường sau khi thắng đột ngột. $v = \sqrt{30fd}$. Trong đó, d là chiều dài vết trượt của bánh xe trên nền đường tính bằng feet (ft), f là hệ số ma sát giữa bánh xe và mặt đường (là thước đo sự “trơn trượt” của mặt đường). Đường Cao tốc Long Thành – Dầu Giây có tốc độ giới hạn là 100 km / h. Sau một vụ va chạm giữa hai xe, cảnh sát đo được vết trượt của một xe là $d = 172 ft$ và hệ số ma sát mặt đường tại thời điểm đó là $f = 0,7$. Chủ xe đó nói xe của ông không chạy quá tốc độ. Hãy áp dụng công thức trên để ước lượng tốc độ chiếc xe đó rồi cho biết lời nói của người chủ xe đúng hay sai ? (Biết 1 dặm = 1609 m).

Lời giải

$$1 \text{ dặm} = 1609 \text{ m} = 1,609 \text{ km}$$

Tốc độ của người lái xe là:

$$v = \sqrt{30fd} = \sqrt{30 \cdot 0,7 \cdot 172} = \sqrt{3612} \text{ (dặm/giờ)} = \sqrt{3612} \cdot 1,609 \approx 96,7 \text{ (km/giờ)}$$

Vì $96,7 < 100$ (km/giờ) nên người chủ xe không chạy quá tốc độ.

Vậy người chủ xe nói đúng.

- Bài 13.** Lực F (tính bằng đơn vị N) của gió thổi vào cánh buồm tỷ lệ với vận tốc của gió (km/h) bằng công thức $F = k.v^2$. Đồ thị của hàm số F đi qua điểm (5;100).
- Tìm hệ số k .
 - Cánh buồm chỉ chịu được lực tối đa là 3000 N. Hỏi nếu vận tốc gió là 30 km/h thì thuyền có thể ra khơi được không?

Lời giải

a) Vì (5;100) thuộc đồ thị của hàm số $F = k.v^2$

$$\text{Suy ra : } 100 = k.5^2 \Rightarrow k = 4$$

$$\text{Vậy } F = 4.v^2$$

b) Cho $v = 30 \text{ km/h} \Rightarrow F = 4.30^2 = 3600 \text{ (N)}$

Vì $3600 \text{ N} > 3000 \text{ N}$ nên thuyền không thể ra khơi.

- Bài 14.** Để tính toán thời gian một chu kỳ đong đưa (một chu kỳ đong đưa dây đu được tính từ lúc dây đu bắt đầu được đưa lên cao đến khi dừng hẳn) của một dây đu, người ta sử dụng công thức: $T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$.

Trong đó, T là thời gian một chu kỳ đong đưa (s), L là chiều dài của dây đu (m), $g = 9,81(m/s^2)$, $\pi \approx 3,14$

- Một sợi dây đu có chiều dài $(2 + \sqrt{3})$ m, hỏi chu kỳ đong đưa dài bao nhiêu giây?

b) Một người muốn thiết kế một dây đu sao cho một chu kỳ đong đưa kéo dài 4 giây. Hỏi người đó phải làm một sợi dây đu dài bao nhiêu?

Lời giải

a) Chu kì của sợi dây là:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} = 2.3,14 \cdot \sqrt{\frac{2+\sqrt{3}}{9,81}} \approx 3,873(s)$$

b) Ta có:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \Rightarrow T^2 = 4\pi^2 \cdot \frac{L}{g} \Rightarrow L = \frac{T^2 \cdot g}{4\pi^2}$$

Chiều dài sợi dây cần là:

$$L = \frac{4^2 \cdot 9,81}{4 \cdot (3,14)^2} \approx 3,98(m)$$

Bài 15. Một hòn đá rơi xuống một cái hang, khoảng cách rơi xuống h (tính bằng mét) được cho bởi công thức $h = 4,9.t^2$, trong đó t là thời gian rơi (tính bằng giây).

a) Hãy tính độ sâu của hang nếu mất 3 giây để hòn đá chạm đáy.

b) Nếu hang sâu 122,5 mét thì phải mất bao lâu để hòn đá chạm tới đáy.

Lời giải

a) Áp dụng công thức $h = 4,9.t^2$ ta có:

$$t = 3s \Rightarrow h = 4,9.3^2 = 44,1(m)$$

b) Áp dụng công thức $h = 4,9.t^2$ ta có:

$$h = 122,5(m) \Rightarrow t^2 = \frac{122,5}{4,9} = 25 \Rightarrow t = 5(s)$$

Bài 16. Cách đây hơn một thế kỷ, nhà khoa học người Hà Lan Hendrich Lorentz (1853 – 1928) đưa ra công thức tính số cân nặng lí tưởng của con người theo chiều cao như sau:

$$M = T - 100 - \frac{T - 150}{N} \quad (\text{công thức Lorentz})$$

Trong đó: M là số cân nặng lí tưởng tính theo kilôgam

T là chiều cao tính theo xăngtimet

$N = 4$ với nam giới và $N = 2$ với nữ giới.

a) Bạn Q (là nam giới) chiều cao là $1,7m$. Hỏi cân nặng của bạn nên là bao nhiêu kg để đạt lí tưởng?

b) Với chiều cao bằng bao nhiêu thì số cân nặng lí tưởng của nam giới và nữ giới bằng nhau?

Lời giải

Đổi $1,7m = 170cm$

Cân nặng lí tưởng của bạn Q là: $M = 170 - 100 - \frac{170 - 150}{4} = 65(kg)$

Vì số cân nặng bằng nhau nên ta có phương trình:

$$T - 100 - \frac{T - 150}{4} = T - 100 - \frac{T - 150}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{T - 150}{4} = \frac{T - 150}{2}$$

$$\Rightarrow T = 150(cm)$$

$$\Rightarrow M = 50(kg)$$

Vậy với chiều cao bằng 150 cm thì số cân nặng lí tưởng của nam giới và nữ giới bằng nhau (50kg).

Bài 17. Càng lên cao không khí càng loãng nên áp suất khí quyển càng giảm. Với những độ cao không lớn lắm thì ta có công thức tính áp suất khí quyển tương ứng với độ cao so với mực nước biển như sau:

$$p = 760 - \frac{2h}{25}$$

Trong đó:

p : Áp suất khí quyển (mmHg)

h : Độ cao so với mực nước biển (m)

Ví dụ các khu vực ở Thành phố Hồ Chí Minh đều có độ cao sát với mực nước biển $h = 0$ m nên có áp suất khí quyển là $p = 760$ mmHg.

a) Hỏi Thành phố Đà Lạt ở độ cao 1500 m so với mực nước biển thì có áp suất khí quyển là bao nhiêu mmHg?

b) Dựa vào mối liên hệ giữa độ cao so với mực nước biển và áp suất khí quyển người ta chế tạo ra một loại dụng cụ đo áp suất khí quyển để suy ra chiều cao gọi là “cao kế”. Một vận động viên leo núi dùng “cao kế” đo được áp suất khí quyển là 540 mmHg. Hỏi vận động viên leo núi đang ở độ cao bao nhiêu mét so với mực nước biển?

Lời giải

a) Thay $h = 1500$ vào biểu thức:

$$p = 760 - \frac{2 \cdot 1500}{25} = 640 \text{ (mmHg)}$$

b) Thay $p = 540$ mmHg vào biểu thức:

$$540 = 760 - \frac{2h}{25} \Rightarrow h = 2750 \text{ (m)}$$

Bài 18. Thời gian t (tính bằng giây) từ khi một người bắt đầu nhảy bungee trên cao cách

mặt nước d (tính bằng m) đến khi chạm mặt nước được cho bởi công thức: $t = \sqrt{\frac{3d}{9,8}}$



Tìm thời gian một người nhảy bungee từ vị trí cao cách mặt nước $108m$ đến khi chạm mặt nước?

Lời giải

Thay $d = 108$ vào công thức ta được $t = \sqrt{\frac{3 \cdot 108}{9,8}} = 5,75$ giây

Bài 19. Biết rằng nhiệt lượng toả ra trên dây dẫn được tính bởi công thức (theo định luật Jun-lenxo) $Q = 0,24I^2Rt$; trong đó: Q là nhiệt lượng tính bằng đơn vị calo, R là điện trở tính bằng đơn vị Ohm (Ω), I là cường độ dòng điện tính bằng đơn vị Ampe (A), t là thời gian tính bằng giây (s).

Dòng điện chạy qua một dây dẫn có $R = 10\Omega$ trong thời gian 5 giây.

a) Hãy điền vào bảng sau những giá trị thích hợp

I (A)	1	1,5	2	2,5
Q (kalo)				

b) Hỏi cường độ dòng điện phải là bao nhiêu thì nhiệt lượng toả ra trên dây dẫn sẽ là 800 Jun (kí hiệu là J) ? Biết rằng $1 J = 0,24$ kalo.

Lời giải

a) Điền giá trị thích hợp vào bảng

I (A)	1	1,5	2	2,5
Q (kalo)	12	27	48	75

b) Đổi : $800J = 192$ kalo

Cường độ dòng điện cần thiết là $I = \sqrt{\frac{Q}{0,24 \cdot R \cdot t}} = \sqrt{\frac{192}{0,24 \cdot 10 \cdot 5}} = 4$ (A)

Bài 20. Galileo là người phát hiện ra quãng đường chuyển động của vật rơi tự do tỉ lệ thuận với bình phương của thời gian. Quan hệ giữa quãng đường chuyển động y (mét) và thời gian chuyển động x (giây) được biểu diễn gần đúng bởi công thức $y = 5x^2$. Người ta thả một vật nặng từ độ cao $460m$ trên tòa nhà Landmark 81 xuống đất (xem như sức cản của không khí không đáng kể)

- a) Hãy cho biết sau 8 giây thì quãng đường chuyển động của vật nặng là bao nhiêu mét ?
- b) Khi vật nặng còn cách đất 55m thì nó đã rơi được thời gian bao lâu?

Lời giải

- a) 8 giây $\Rightarrow x = 8$. Khi đó $y = 5.8^2 = 320$.
 Vậy sau 8 giây thì quãng đường chuyển động của vật nặng là 320 mét.
- b) Khi vật nặng còn cách đất 55m thì quãng đường vật đã chuyển động là
 $y = 460 - 55 = 405$. Khi đó $405 = 5x^2 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 9 \\ x = -9(L) \end{cases}$.
- Vậy khi vật nặng còn cách đất 55m thì nó đã rơi được thời gian 9 giây.

- Bài 21.** Lực F (N) của gió khi thổi vuông góc vào cánh buồm tỉ lệ thuận với bình phương vận tốc của gió v (m/s) theo công thức $F = kv^2$ (k là một hằng số). Biết rằng khi vận tốc gió bằng 2 m/s thì lực tác động lên cánh buồm của một con thuyền bằng 120N (Niu – ton).
- a) Tính hằng số k .
- b) Vậy khi vận tốc của gió $v = 10$ (m/s) thì lực F của gió tác động vào cánh buồm là bao nhiêu?
- c) Cánh buồm của thuyền chỉ chịu đựng được lực tối đa là 12000N. Vậy thuyền có thể ra khơi khi vận tốc của gió là 90km/h hay không?

Lời giải

- a) Ta có: $120 = k.2^2 \Leftrightarrow k = 30$.
 Vậy $k = 30$
- b) Ta có: $F = 30v^2$
 Khi vận tốc của gió $v = 10$ (m/s) thì $F = 30.10^2 = 3000N$.
 Vậy khi vận tốc của gió $v = 10$ (m/s) thì lực F của gió tác động vào cánh buồm là 3000N.
- c) Đổi: $90km/h = 25m/s$.
 Cánh buồm của thuyền chỉ chịu đựng được lực tối đa là 12000N
 $\Rightarrow 12000 = 30v^2 \Leftrightarrow \begin{cases} v = 20 \\ v = -20(L) \end{cases}$
 Khi đó, cánh buồm chỉ chịu được sức gió 20m/s.
 Vậy thuyền không thể ra khơi khi vận tốc của gió là 90km/h.

- Bài 22.** Càng lên cao không khí càng loãng nên áp suất khí quyển càng giảm. Với những độ cao không lớn lắm thì ta có công thức tính áp suất khí quyển tương ứng với độ cao so với mực nước biển như sau: $p = 760 - \frac{2h}{25}$

Trong đó: p là áp suất khí quyển (mmHg)

h là độ cao so với mực nước biển (m)

Ví dụ các khu vực ở Thành phố Hồ Chí Minh đều có độ cao sát với mực nước biển $h = 0$ (m) nên có áp suất khí quyển là $p = 760 \text{ mmHg}$.

a) Hỏi Thành phố Đà Lạt ở độ cao 1500 m so với mực nước biển thì có áp suất khí quyển là bao nhiêu mmHg?

b) Dựa vào mối liên hệ giữa độ cao so với mực nước biển và áp suất khí quyển người ta chế tạo ra một loại dụng cụ đo áp suất khí quyển để suy ra chiều cao gọi là “cao kế”. Một vận động viên leo núi dùng “cao kế” đo được áp suất khí quyển là 540 mmHg. Hỏi vận động viên leo núi đang ở độ cao bao nhiêu mét so với mực nước biển?

Lời giải

a) Thành phố Đà Lạt ở độ cao 1500 m so với mực nước biển thì có áp suất khí quyển là

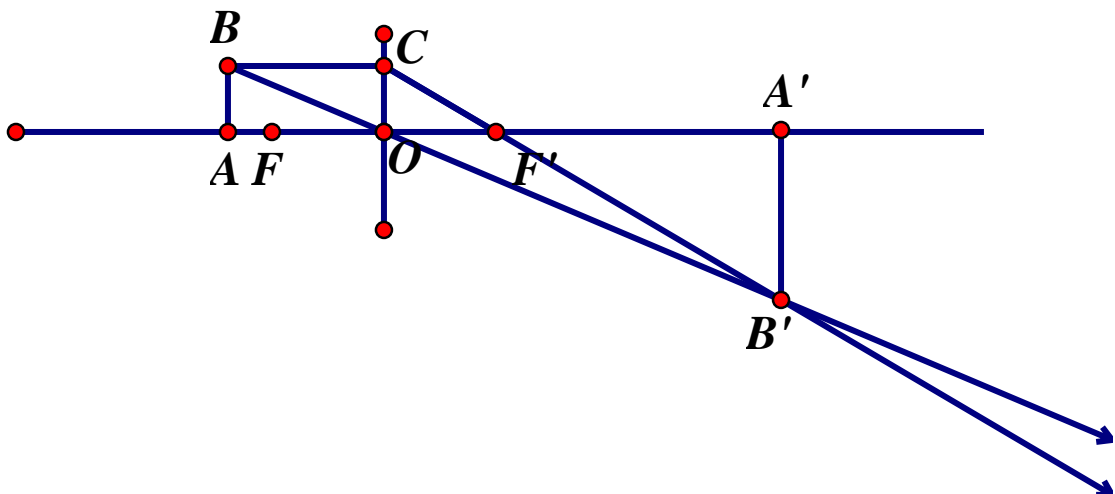
$$p = 760 - \frac{2 \cdot 1500}{25} = 640 \text{ (mmHg)}$$

b) Vận động viên leo núi đang ở độ cao so với mực nước biển là

$$540 = 760 - \frac{2h}{25} \Leftrightarrow h = 2750 \text{ (m)}$$

Bài 23. Bạn An dùng kính lão của ông nội (một loại thấu kính hội tụ) để làm thí nghiệm tạo ảnh một cây đèn cây trên tấm màn. Cho rằng vật sáng có hình đoạn thẳng AB đặt vuông góc với trục chính của một thấu kính hội tụ, cách thấu kính đoạn $OA = 16 \text{ cm}$. Thấu kính có quang tâm là O và tiêu điểm F , có tiêu cự $OF = 12 \text{ cm}$. Vật AB cho ảnh thật $A'B'$ (có đường đi của tia sáng được mô tả như hình vẽ). Tính xem ảnh cao gấp bao nhiêu lần vật.

Lời giải



Trong $\triangle OAB$ có $AB \parallel A'B'$ (cùng vuông góc với AA')

$$\Rightarrow \frac{A'B'}{AB} = \frac{OA'}{OA} \text{ (hệ quả của định lí Thales) (1)}$$

Trong $\triangle OCF$ ta có $OC \parallel A'B'$ (cùng vuông góc với OA')

$$\Rightarrow \frac{A'B'}{OC} = \frac{A'F}{OF} = \frac{OA' - OF}{OF} \text{ (hệ quả của định lý Thales) } (2)$$

Mặt khác ta có: $AB = OC$ (3)

Từ (1), (2) và (3) ta suy ra:

$$\frac{OA'}{OA} = \frac{OA' - OF}{OF} \Leftrightarrow \frac{OA'}{16} = \frac{OA' - 12}{12} \Leftrightarrow OA' = 48 \text{ (cm)} (4)$$

Thay (4) vào (1) ta có: $\frac{A'B'}{AB} = \frac{OA'}{OA} = \frac{48}{16} = 3 \Rightarrow A'B' = 3AB$.

Vậy ảnh gấp ba lần vật.

Bài 24. Người ta hòa lẫn 7 kg chất lỏng I với 5 kg chất lỏng II thì được một hỗn hợp có khối lượng riêng 600 kg/m^3 . Biết khối lượng riêng của chất lỏng I lớn hơn khối lượng riêng của chất lỏng II là 200 kg/m^3 . Tính khối lượng riêng của mỗi chất lỏng.

Lời giải

Gọi khối lượng riêng của chất lỏng II là $x \text{ (kg/m}^3\text{)}$ ($x > 0$)

Vì khối lượng riêng của chất lỏng I lớn hơn khối lượng riêng của chất lỏng II là 200 kg/m^3 nên

khối lượng riêng của chất lỏng I là $x + 200 \text{ (kg/m}^3\text{)}$.

Áp dụng công thức $V = \frac{m}{D}$ với V là thể tích chất lỏng (m^3), m là khối lượng chất

lỏng (kg) và D là khối lượng riêng chất lỏng (kg/m^3) ta có phương trình:

$$\begin{aligned} \frac{7}{x+200} + \frac{5}{x} &= \frac{12}{600} \\ \Leftrightarrow \frac{7}{x+200} + \frac{5}{x} &= \frac{1}{50} \\ \Leftrightarrow 7.50x + 5.50(x+200) &= x(x+200) \\ \Leftrightarrow x^2 - 400x - 50000 &= 0 \end{aligned}$$

Giải phương trình ta được

$$x_1 = 500 \text{ (nhận)}; x_2 = -100 \text{ (loại)}$$

Khối lượng riêng của chất lỏng I là $700 \text{ (kg/m}^3\text{)}$.

Khối lượng riêng của chất lỏng loại II là $500 \text{ (kg/m}^3\text{)}$.

Bài 25. Càng lên cao không khí càng loãng nên áp suất khí quyển càng giảm. Với những độ cao không lớn lắm thì ta có công thức tính áp suất khí quyển tương ứng với độ cao so với mực nước biển như sau:

$$p = 760 - \frac{2h}{25}$$

Trong đó:

p : Áp suất khí quyển (mmHg)

h : Độ cao so với mực nước biển (m)

Ví dụ các khu vực ở Thành phố Hồ Chí Minh đều có độ cao sát với mực nước biển ($h = 0$ m) nên có áp suất khí quyển là $p = 760$ mmHg.

a) Hỏi Thành phố Đà Lạt ở độ cao 1500 m so với mực nước biển thì có áp suất khí quyển là bao nhiêu mmHg ?

b) Dựa vào mối liên hệ giữa độ cao so với mực nước biển và áp suất khí quyển người ta chế tạo ra một loại dụng cụ đo áp suất khí quyển để suy ra chiều cao gọi là “cao kế”. Một vận động viên leo núi dùng “cao kế” đo được áp suất khí quyển là 540 mmHg. Hỏi vận động viên leo núi đang ở độ cao bao nhiêu mét so với mực nước biển?

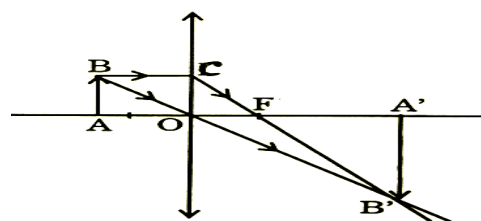
Lời giải

a) Áp suất khí quyển tại Thành phố Đà Lạt là $p = 760 - \frac{2 \cdot 1500}{25} = 640$ (mmHg)

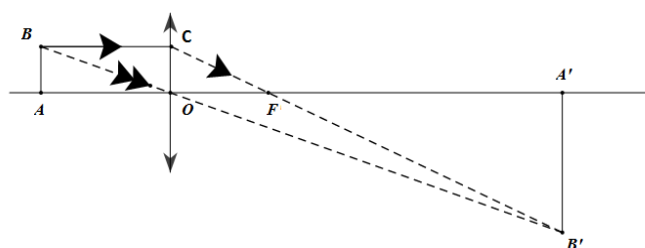
b) Thay $p = 540$ vào công thức ta được $540 = 760 - \frac{2h}{25} \Leftrightarrow h = 2750$ (m)

Vận động viên leo núi đang ở độ cao 2750 mét so với mực nước biển.

Bài 26. Người lớn tuổi thường đeo kính lão (một loại kính hội tụ). Bạn An mượn kính của bà để làm thí nghiệm tạo hình ảnh một vật trên tấm màn. Cho rằng vật sáng có hình đoạn thẳng AB đặt vuông góc với trục chính của một thấu kính hội tụ, cách thấu kính đoạn $OA = 30$ cm. Thấu kính có quang tâm O và tiêu điểm F . Qua thấu kính vật AB cho ảnh thật $A'B'$ lớn gấp 2 lần vật (có đường đi của tia sáng được mô tả như hình vẽ). Tính tiêu cự của thấu kính?



Lời giải



Theo đề ta có: $OA = 30$ cm, $A'B' = 2AB$

Xét $\triangle ABO$ và $\triangle A'B'O$

Ta có :

$$\widehat{BAO} = \widehat{B'A'O} (= 90^0)$$

$$\widehat{BOA} = \widehat{B'O'A'} \quad (\text{đđ})$$

$$\Rightarrow \Delta ABO \sim \Delta A'B'O (g.g)$$

$$\Rightarrow \frac{AB}{A'B'} = \frac{AO}{A'O} = \frac{1}{2} \Rightarrow OA' = 2OA = 2.30 = 60 \quad (1)$$

$$\text{Tương tự: } \Delta OCF \sim \Delta A'B'F (g.g) \Rightarrow \frac{OC}{A'B'} = \frac{OF}{A'F} = \frac{OF}{OA' - OF} \quad (2)$$

$$\text{Mà } AB = CO \quad (3).$$

Từ (1), (2) và (3) suy ra

$$\frac{OF}{OA' - OF} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{OF}{60 - OF} = \frac{1}{2} \Rightarrow OF = 20 \text{ cm}$$

Vậy tiêu cự OF của thấu kính là 20cm

Bài 27. Điện áp V (đơn vị V) yêu cầu cho 1 mạch điện được cho bởi công thức: $V = \sqrt{PR}$, trong đó P là công suất (đơn vị W) và R là điện trở trong (đơn vị Ω).

a) Cần điện áp bao nhiêu để thắp sáng 1 bóng đèn A có công suất 100W và điện trở trong của bóng đèn là 110Ω ?

b) Bóng đèn B có điện áp bằng 110V, điện trở trong là 88Ω có công suất lớn hơn bóng đèn A không? Giải thích?

Lời giải

a) Thay $P = 100W$, $R = 110\Omega$ vào $V = \sqrt{PR}$

Suy ra: $V \approx 104,9 \text{ V}$

Vậy: Điện áp cần để thắp sáng 1 bóng đèn A có công suất 100W và điện trở trong của bóng đèn 110Ω là: 104,9 V

b) Thay $V = 110V$, $R = 88\Omega$ vào $V = \sqrt{PR}$

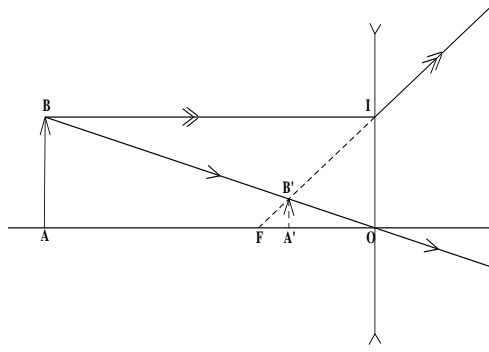
Suy ra $P = 137,5W > 100W$

Vậy: Bóng đèn B có điện áp bằng 110V, điện trở trong là 88Ω có công suất lớn hơn bóng đèn A.

Bài 28. Kính cận thị là một loại thấu kính phân kỳ. Người cận đeo kính cận để có thể nhìn rõ các vật ở xa mắt. Kính cận thích hợp có tiêu điểm F trùng với điểm cực viễn của mắt. Bạn An đã dùng kính cận của mình để tạo ra hình ảnh của một cây nến trên tấm màn. Cho rằng cây nến là một loại vật sáng có hình dạng đoạn thẳng AB đặt vuông góc với trục chính của một thấu kính phân kỳ đoạn OA bằng 120 cm.

Thấu kính có quang tâm O và tiêu điểm F . Vật AB cho ảnh ảo $A'B'$ bằng $\frac{1}{4}$ của

AB (có đường đi tia sáng được mô tả như hình vẽ). Tính tiêu cự OF của thấu kính?



Lời giải

$$\forall A'B' // AB$$

$$\Rightarrow \frac{A'B'}{AB} = \frac{OB'}{OB} = \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow \frac{OB'}{BB'} = \frac{1}{3}$$

$$OF // BI$$

$$\forall \Rightarrow \frac{OB'}{BB'} = \frac{OF}{IB} = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow OF = 40cm$$

CHUYÊN ĐỀ 8. TOÁN THỰC TẾ

DẠNG TỔNG HỢP

Bài 1. Để biết được ngày n tháng t năm 2020 là ngày thứ mấy trong tuần. Đầu tiên, đi tính giá trị biểu thức $T = n + H$, ở đây được xác định như sau:

Tháng t	10	5	2;8	3;11	6	9;12	1;4;7
H	-3	-2	-1	0	1	2	3

Sau đó lấy T chia cho 7 ta được số dư r ($0 \leq r \leq 6$)

Nếu $r = 0$ thì ngày đó là ngày thứ Bảy

Nếu $r = 1$ thì ngày đó là ngày Chủ Nhật

Nếu $r = 2$ thì ngày đó là ngày thứ Hai

Nếu $r = 3$ thì ngày đó là ngày thứ Ba

...

Nếu $r = 6$ thì ngày đó là ngày thứ Sáu

Bài 2. Hãy sử dụng quy tắc trên để xác định ngày 30/4/2020 là ngày thứ mấy?

b) Bé An sinh vào tháng 12/2020. Biết rằng ngày sinh của bé An là một bội số của 5 và là Chủ Nhật. Hỏi ngày sinh của bé An là ngày mấy?

Lời giải

a) Có $n = 30, t = 4, H = 3 \Rightarrow T = 30 + 3 = 33$ chia 7 dư 5 nên đó là thứ năm

b) Vì bé An sinh tháng 12 nên $H = 2$. Có $\Rightarrow T = n + 2$

Vì ngày sinh của bé An là ngày chủ nhật nên số dư của phép chia T cho 7 là 1.

$\Rightarrow n + 2 = 7k + 1 \Rightarrow n = 7k - 1$. Mà n là bội của 5, $n \leq 31$ nên $n = 20$.

Bài 3. Bạn Bình và mẹ dự định đi du lịch Huế và Hội An trong 6 ngày. Biết rằng chi phí trung bình mỗi ngày tại Bà Nà là 3 000 000 đồng, còn tại Huế là 3 500 000 đồng. Tìm số ngày nghỉ lại mỗi địa điểm, biết số tiền mà họ phải chi cho toàn bộ chuyến đi là 20 000 000 đồng.

Lời giải

Gọi số ngày mà Bình và mẹ ở lại Bà Nà và Huế lần lượt là x, y (ngày) ($0 \leq x, y \leq 6$)

Vì hai mẹ con dự định đi du lịch Huế và Hội An trong 6 ngày nên $x + y = 6$

Vì số tiền mà họ phải chi cho toàn bộ chuyến đi là 20 000 000 đồng nên

$$3000000x + 3500000y = 20000000$$

$$\text{Theo đề bài ta có hệ pt: } \begin{cases} x + y = 6 \\ 3000000x + 3500000y = 20000000 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 4 \end{cases}$$

Vậy số ngày mà Bình và mẹ ở lại Bà Nà là 2 (ngày)

Số ngày Bình và mẹ ở lại Huế là 4 (ngày).

Bài 4. Ba tổ công nhân A, B, C có tuổi trung bình theo thứ tự là 37, 23, 41. Tuổi trung bình của của hai tổ A và B là 29, tuổi trung bình của hai tổ B và C là 33. Tính tuổi trung bình của cả ba tổ.

Lời giải

Gọi x, y, z lần lượt là số người tổ A, B, C. ($x, y, z \in \mathbb{N}^*$)

Ta có:

$$\text{Tuổi trung bình của của hai tổ A và B là 29 nên } \frac{37x + 23y}{x + y} = 29 \Leftrightarrow x = \frac{3y}{4} \quad (1)$$

$$\text{Tuổi trung bình của hai tổ B và C là 33 nên } \frac{23y + 41z}{y + z} = 33 \Leftrightarrow z = \frac{5y}{4} \quad (2)$$

Tuổi trung bình của cả ba tổ là:

$$\frac{37x + 23y + 41z}{x + y + z} = \frac{37 \cdot \frac{3y}{4} + 23y + 41 \cdot \frac{5y}{4}}{\frac{3y}{4} + y + \frac{5y}{4}} = \frac{102}{3} = 34$$

Vậy tuổi trung bình của cả ba tổ là 34 tuổi.

Bài 5. Số học sinh nữ lớp 9A bằng $\frac{4}{5}$ số học sinh nam, nếu số học sinh nữ tăng 2 em và số học sinh nam giảm 3 em thì số học sinh nam và nữ bằng nhau. Hỏi lớp 9A có bao nhiêu học sinh?

Lời giải

Gọi số học sinh nữ và nam của lớp 9A lần lượt là x, y em ($x, y \in \mathbb{N}^*$)

Vì số học sinh nữ lớp 9A bằng số $\frac{4}{5}$ học sinh nam nên $x = \frac{4}{5}y$; Khi số học sinh nữ tăng

2 em và số học sinh nam giảm 3 em thì số học sinh nam và nữ bằng nhau nên $x + 2 = y - 3$.

Theo đề ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} x = \frac{4}{5}y \\ x + 2 = y - 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - \frac{4}{5}y = 0 \\ x - y = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 20 \\ y = 25 \end{cases}$$

Vậy có 20 HS nữ; 25 HS nam và lớp 9A có 45 HS.

Bài 6. Vào Bụi mịn hay bụi $PM_{2.5}$ là những hạt bụi li ti trong không khí có kích thước 2,5 micromet trở xuống (nhỏ hơn khoảng 30 lần so với sợi tóc người). Loại bụi này hình thành từ các chất như Carbon, Sulfur, Nitrogen và các hợp chất kim loại khác lơ lửng trong không khí. Bụi $PM_{2.5}$ có khả năng len sâu vào phổi, đi trực tiếp vào máu và có khả năng gây ra hàng loạt bệnh về ung thư, hô hấp,... Để xác định mức độ bụi $PM_{2.5}$ trong không khí người ta thường dùng chỉ số AQI , ví dụ $5 AQI$, $7 AQI$. Chỉ số AQI càng lớn thì độ ô nhiễm không khí càng nhiều.

Tại thành phố B, trong tháng 11 vừa qua, người ta đo được mức độ bụi $PM_{2.5}$ trong không khí vào lúc 6 giờ sáng là 79 AQI và trung bình mỗi giờ tăng 11 AQI , chỉ giảm đi kể từ 18 giờ cùng ngày.

a) Gọi y là mức độ bụi $PM_{2.5}$ trong không khí của thành phố B, t là số giờ kể từ 6 giờ sáng. Hãy biểu diễn mối liên hệ giữa y và t trong khoảng thời gian từ 6 giờ sáng đến 18 giờ cùng ngày.

b) Tính mức độ bụi $PM_{2.5}$ của thành phố B vào lúc 15 giờ.

Lời giải.

a) Ta có $y = 11.(t - 6) + 79 \Leftrightarrow y = 11t + 13$ với $6 \leq t \leq 18$

b) Thế $t = 15$ vào $y = 11t + 13$ ta được $y = 11.15 + 13 = 178$

Vậy mức độ bụi $PM_{2.5}$ vào lúc 15 giờ tại thành phố B là 178 AQI

Bài 7. Một nhóm học sinh đang chia đều một số quyền vở vào các phần quà để tặng cho các em nhỏ có hoàn cảnh khó khăn. Nhóm nhận thấy nếu giảm 6 quyền vở ở mỗi phần quà thì số phần quà cho các em sẽ tăng thêm 5 phần, nếu giảm 10 quyền vở ở mỗi phần quà thì số phần quà cho các em sẽ tăng thêm 10 phần. Hỏi nhóm có tất cả bao nhiêu quyền vở?

Lời giải

Gọi số quyền vở ở mỗi phần quà là x (quyền) và số phần quà là y (phần) ($x, y \in \mathbb{N}^*$)

Nếu giảm 6 quyền vở ở mỗi phần quà thì số phần quà cho các em sẽ tăng thêm 5 phần nên ta có phương trình: $xy = (x - 6)(y + 5) \Leftrightarrow 5x - 6y = 30$ (1).

Nếu giảm 10 quyền vở ở mỗi phần quà thì số phần quà cho các em sẽ tăng thêm 10 phần nên ta có phương trình: $xy = (x - 10)(y + 10) \Leftrightarrow 10x - 10y = 100$ (2).

Từ (1)(2) ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} 5x - 6y = 30 \\ 10x - 10y = 100 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 10x - 12y = 60 \\ 10x - 10y = 100 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2y = 40 \\ 10x - 10y = 100 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 20 \\ x = 30 \end{cases} (tm)$$

Vậy nhóm có tất cả $30.20 = 600$ quyền vở.

Bài 8. Ba bạn An, Bình, Chi cùng thực hiện kế hoạch mua tập tặng cho các bạn học sinh khó khăn. Vì bận việc, Chi không đi mua tập với các bạn được nên nhờ An và Bình mua trước rồi sẽ trả lại tiền cho hai bạn. An xuất tiền mua 54 quyển tập, Bình xuất tiền mua 36 quyển tập. Chi trả lại cho hai bạn tổng cộng 240 nghìn đồng. Hỏi An sẽ nhận bao nhiêu tiền trong số 240 nghìn đồng đó và sẽ đưa lại cho Bình bao nhiêu để số tiền ba bạn bỏ ra là như nhau?

Lời giải

Số quyền vở mỗi bạn góp: $(54 + 36) : 3 = 30$ quyển vở

240 nghìn đồng tương ứng với số tiền mua 30 quyển vở.

Giá tiền mỗi quyển vở: $240 : 30 = 8$ (nghìn đồng)

Số tiền An nhận: $(54 - 30).8 = 192$ (nghìn đồng)

Số tiền Bình nhận: $240 - 192 = 58$ (nghìn đồng)

- Bài 9.** Theo thống kê diện tích đất nông nghiệp nước ta được biểu diễn theo công thức $S = 0,12t + 8,97$ trong đó diện tích S tính theo triệu héc ta và t tính bằng số năm kể từ năm 2000. Tính xem diện tích đất nông nghiệp nước ta ước đạt khoảng 11,97 triệu héc ta vào năm nào?.

Lời giải

Diện tích đất nông nghiệp nước ta ước đạt khoảng 11,97 thì $S = 11,97$.

Thay $S = 11,97$ vào công thức $S = 0,12t + 8,97$ ta được $11,97 = 0,12t + 8,97 \Leftrightarrow t = 25$

Số năm kể từ năm 2000 để diện tích đất nông nghiệp nước ta ước đạt khoảng 11,97 là 25 năm nên diện tích đất nông nghiệp nước ta ước đạt khoảng 11,97 vào năm $2000 + 25 = 2025$.

- Bài 10.** Có một đám trẻ chăn một số trâu trên một cánh đồng. Nếu 2 trẻ cưỡi một con trâu thì có 1 con trâu không có trẻ cưỡi. Nếu mỗi trẻ cưỡi một con trâu thì có 1 trẻ không có trâu cưỡi. Hỏi có bao nhiêu trẻ, bao nhiêu trâu?

Lời giải

Cách 1 :

Gọi số trẻ là x (trẻ), số trâu là y (trâu) ($x, y \in \mathbb{N}^*, x > 1, y > 1$).

Nếu 2 trẻ cưỡi một con trâu thì có 1 con trâu không có trẻ cưỡi nên $x = 2(y - 1)$.

Nếu mỗi trẻ cưỡi một con trâu thì có 1 trẻ không có trâu cưỡi nên $x - 1 = y$.

Ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} x = 2(y - 1) \\ x - 1 = y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 2y = -2 \\ x - y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 3 \\ x - 3 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = 3 \end{cases} \text{ (nhận).}$$

Vậy có 4 trẻ và 3 con trâu.

Cách 2:

Gọi số trâu là x (trâu) ($x \in \mathbb{N}^*, x > 1$)

Vì nếu hai trẻ cưỡi một con trâu thì có 1 con trâu không có trẻ cưỡi nên số trẻ là $2(x - 1)$ (trẻ)

Nếu mỗi trẻ cưỡi 1 con trâu thì có 1 trẻ không có trâu cưỡi nên số trẻ là $x + 1$ (trẻ)

Do đó, ta có phương trình: $2(x - 1) = x + 1 \Leftrightarrow x = 3$ (nhận)

\Rightarrow Số trẻ là $3 + 1 = 4$ (trẻ)

Vậy có 4 trẻ và 3 trâu.

- Bài 11.** Một trường học cần đưa 510 HS đi tham quan Vũng Tàu. Có hai cách để thuê xe: Cách 1 thuê xe 45 chỗ, giá thuê đi và về cho mỗi xe là 1800000 đồng, cách 2 thuê xe 29 chỗ, giá thuê đi và về cho mỗi xe là 950000. Hỏi nếu chỉ thuê một loại xe cho cả đoàn thì nhà trường thuê loại xe nào sẽ tiết kiệm hơn?

Lời giải

Số xe 45 chỗ cần thuê để đưa 510 học sinh đi tham quan:

$$\frac{510}{45} \approx 11,33 \text{ (xe)}$$

Vậy nhà trường phải thuê 12 (xe)

Số tiền thuê xe 45 chỗ là:

$$12.1800000 = 21600000 (\text{đồng})$$

Số xe 29 chỗ cần thuê để đưa 510 học sinh đi tham quan:

$$\frac{510}{29} \approx 17,58 (\text{xe})$$

Vậy nhà trường phải thuê 18 (xe)

Số tiền thuê xe 29 chỗ là:

$$18.950000 = 17100000 (\text{đồng})$$

Vì $17100000 < 21600000$ (đồng) nên thuê xe loại 29 chỗ sẽ tiết kiệm hơn cho nhà trường.

Bài 12. Một quyển tập giá 4000 đồng, một hộp bút giá 30000 đồng. Bạn An cần mua một số quyển tập và một hộp bút.

a) Gọi x là số quyển tập An mua và y là số tiền phải trả (bao gồm tiền mua tập và một hộp bút). Viết công thức biểu diễn y theo x .

b) Nếu bạn An có 200000 đồng để mua tập và một hộp bút thì tối đa bạn An mua được bao nhiêu quyển tập?

Lời giải

a) Công thức biểu diễn y theo x là: $y = 4000x + 30000$.

b) Với $y = 200000$ ta có: $200000 = 4000x + 30000 \Rightarrow x = 42,5$.

Vậy nếu có 200000 đồng thì tối đa bạn An mua được 42 quyển tập.

Bài 13. Cho Một bạn học sinh A có ý định tiết kiệm để mua một chiếc xe đạp có giá 2 100 000 đồng. Hiện nay bạn đã tiết kiệm được 600 000 đồng. Mỗi ngày bạn học sinh A có thể tiết kiệm được 15 000 đồng. Gọi y (đồng) là số tiền bạn học sinh tiết kiệm được sau x (ngày).

a) Hãy lập công thức hàm số của y theo biến số x .

b) Sau bao nhiêu ngày kể từ ngày bắt đầu tiết kiệm, thì bạn học sinh có thể mua được chiếc xe đạp.

Lời giải

a) Số tiền bạn học sinh tiết kiệm được sau x (ngày) là: $y = 15000x + 600000$

b) Chiếc xe đạp có giá 2 100 000 đồng nên ta có: $2100000 = 15000x + 600000 \Leftrightarrow x = 100$

Vậy sau 100 ngày kể từ ngày bắt đầu tiết kiệm, thì bạn học sinh có thể mua được chiếc xe đạp.

Bài 14. Để tổ chức đi tham quan Khu di tích lịch sử Địa đạo Củ Chi cho 354 người gồm học sinh khối lớp 9 và giáo viên phụ trách, nhà trường đã thuê xe 8 chiếc xe gồm hai loại: loại 54 chỗ ngồi và loại 15 chỗ ngồi (không kể tài xế). Hỏi nhà trường cần thuê bao nhiêu xe mỗi loại? Biết rằng không có xe nào còn trống chỗ.

Lời giải

Gọi số xe loại 54 chỗ là x xe ($x \in \mathbb{N}^*$), số xe loại 15 chỗ y xe ($y \in \mathbb{N}^*$)

Nhà trường đã thuê xe 8 chiếc xe nên ta có phương trình: $x + y = 8$

Có 354 người tham gia tham quan và không còn xe nào có chỗ trống nên ta có phương trình: $54x + 15y = 354$

$$\text{Vậy ta có hệ: } \begin{cases} x + y = 8 \\ 54x + 15y = 354 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 6(TM) \\ y = 2(TM) \end{cases}$$

Vậy có 6 xe 54 chỗ và 2 xe 15 chỗ.

Bài 15. Đầu năm học, một trường học tuyển được 75 học sinh vào 2 lớp chuyên Văn và chuyên Sử. Nếu chuyển 15 học sinh từ lớp chuyên Văn sang lớp chuyên Sử thì số học sinh lớp chuyên Sử bằng $\frac{8}{7}$ số học sinh lớp chuyên Văn. Hãy tính số học sinh của mỗi lớp.

Lời giải

Gọi x là số học sinh lớp chuyên Văn và y là số học sinh lớp chuyên Sử
 $(x, y \in \mathbb{N}^*, x > 15)$

Theo bài ra, ta có phương trình: $x + y = 75$ (1)

Nếu chuyển 15 học sinh từ lớp chuyên Văn sang lớp chuyên Sử thì số học sinh lớp chuyên Văn còn lại là $x - 15$ (học sinh) và số học sinh lớp chuyên Sử lúc này là: $y + 15$ (học sinh).

Vì số học sinh lớp chuyên Sử bằng $\frac{8}{7}$ số học sinh lớp chuyên Văn nên ta có phương trình:

$$\frac{y + 15}{x - 15} = \frac{8}{7} \Leftrightarrow 8(x - 15) = 7(y + 15) \quad (2)$$

Từ (1) và (2), ta có hệ phương trình:

$$\begin{aligned} & \begin{cases} x + y = 75 \\ 8(x - 15) = 7(y + 15) \end{cases} \\ & \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 75 \\ 8x - 7y = 225 \end{cases} \\ & \Leftrightarrow \begin{cases} 8x + 8y = 600 \\ 8x - 7y = 225 \end{cases} \\ & \Leftrightarrow \begin{cases} 15y = 375 \\ x + y = 75 \end{cases} \\ & \Leftrightarrow \begin{cases} y = 25(tm) \\ x = 50(tm) \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy số học sinh lớp chuyên Văn là 50 học sinh, số học sinh lớp chuyên Sử là 25 học sinh.

Bài 16. Nhằm động viên, khen thưởng các em đạt danh hiệu “*Học sinh giỏi cấp thành phố*” năm học 2018-2019, trường THCS A tổ chức chuyến tham quan ngoại khóa tại một điểm du lịch với mức giá ban đầu là 375.000 đồng/người. Biết công ty du lịch giảm 10% chi phí cho mỗi giáo viên và giảm 30% chi phí cho mỗi học sinh. Số học sinh tham gia gấp 4 lần

số giáo viên và tổng chi phí tham quan (sau khi giảm giá) là 12.487.500 đồng. Tính số giáo viên và số học sinh đã tham gia chuyến đi.

Lời giải

Gọi x là số giáo viên tham gia chuyến đi ($x \in \mathbb{N}^*$)

Thì số học sinh tham gia là: $4x$ (Học sinh)

Ta có phương trình: $x.90\%.375000 + 4x.70\%.375000 = 12487500$

$$\Leftrightarrow 337500x + 1050000x = 12487500$$

$$\Leftrightarrow 1387500x = 12487500$$

$$\Leftrightarrow x = 9(tm)$$

Vậy số giáo viên tham gia chuyến đi là 9 (giáo viên)

Số học sinh tham gia chuyến đi là $4.9 = 36$ (học sinh).

Bài 17. Người ta đun sôi nước bằng ấm điện. Công suất hao phí P sẽ phụ thuộc vào thời gian t . Biết rằng mối liên hệ giữa P và t là một hàm bậc nhất có dạng $P = at + b$ được biểu diễn bằng đồ thị hình bên

a) Xác định các hệ số a và b .

b) Tính công suất hao phí khi đun nước trong 30 giây.

Lời giải

a) $P = at + b \quad (1)$

Dựa vào đồ thị ta thấy :

+ Khi $t = 0$ thì $P = 100$. Thay vào (1) ta được : $b = 100$

+ Khi $t = 200$ thì $P = 200$. Thay vào (1) ta được : $200a + b = 200$

$$\Rightarrow 200a + 100 = 200$$

$$\Rightarrow 200a = 100$$

$$\Rightarrow a = \frac{1}{2}$$

$$\text{Vậy } P = \frac{1}{2}t + 100$$

b) Khi đun nước trong 30 giây thì công suất hao phí là :

$$P = \frac{1}{2}.30 + 100 = 115 \text{ (W)}$$

Bài 18. Năm ngoái dân số hai tỉnh A và B tổng cộng là 3 triệu người. Theo thống kê thì năm nay tỉnh A tăng 2% còn tỉnh B tăng 1,8% nên tổng số dân tăng thêm của cả hai tỉnh là 0,0566 triệu người. Hỏi năm ngoái mỗi tỉnh dân số là bao nhiêu?

Lời giải

Gọi số dân năm ngoái của tỉnh A là x (triệu người, $x > 0$)

và số dân năm ngoái của tỉnh B là y (triệu người, $y > 0$)

Vì năm ngoái dân số hai tỉnh A và B tổng cộng là 3 triệu người nên ta có phương trình:

$$x + y = 3 \quad (1)$$

Dân số năm nay tỉnh A đã tăng thêm là: $2\%.x = 0,02x$ (triệu người)

Dân số năm nay tỉnh B đã tăng thêm là: $1,8\% \cdot y = 0,018y$ (triệu người)

Vì tổng số dân tăng thêm của cả hai tỉnh là 0,0566 triệu người nên ta có phương trình:

$$\begin{aligned}0,02x + 0,018y &= 0,0566 \\ \Leftrightarrow x + 0,9y &= 2,83 \quad (2)\end{aligned}$$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:

$$\begin{aligned}&\begin{cases} x + y = 3 \\ x + 0,9y = 2,83 \end{cases} \\ \Leftrightarrow &\begin{cases} x + y = 3 \\ 0,1y = 0,17 \end{cases} \\ \Leftrightarrow &\begin{cases} x = 1,3(tm) \\ y = 1,7(tm) \end{cases}\end{aligned}$$

Vậy số dân năm ngoái của tỉnh A là: 1,3 triệu người

Số dân năm ngoái của tỉnh B là: 1,7 triệu người.

Bài 19. Bạn An mua 30 chậu hoa, mỗi chậu có giá 150 000 đồng. Để chăm sóc chậu hoa, An mua thêm 12 bịch phân bón, biết rằng giá của 4 bịch phân bón bằng 80% giá của 3 chậu hoa. Hỏi An phải tốn tổng cộng bao nhiêu tiền cho cả phân bón và chậu hoa?

Lời giải

Giá của 4 bịch phân bón là: $80\% \cdot 3 \cdot 150000 = 360000$ (đồng)

Số tiền An đã mua phân bón là: $\frac{12 \cdot 360000}{4} = 1080000$ (đồng)

Số tiền An đã mua chậu hoa là: $30 \cdot 150000 = 4500000$ (đồng)

Tổng số tiền An phải bỏ ra để mua phân bón và chậu hoa là:

$$1080000 + 4500000 = 5580000 \text{ (đồng).}$$

Bài 20. Bảng cước phí dịch vụ VinaCard áp dụng cho thuê bao trả trước, cước gọi liên mạng trong nước (đã bao gồm VAT) quy định rằng: nếu gọi trong 6 giây đầu thì tính cước 138 đồng/6 giây đầu, còn kể từ sau giây thứ 6 trở đi, họ tính thêm 23 đồng cho mỗi giây.

a) Gọi y là số tiền phải trả (tính bằng đồng) và t là thời gian gọi nhiều hơn 6 giây

($t > 6$). Hãy lập công thức biểu thị y theo t ?

b) Hỏi bạn An gọi trong bao lâu mà bạn trả 3450 đồng?

Lời giải

a) $y = 138 + 23 \cdot (t - 6)$ (đồng).

b) Bạn An trả 3450 đồng, tức là $y = 3450$

Suy ra: $138 + 23 \cdot (t - 6) = 3450$

$$\Leftrightarrow 23 \cdot (t - 6) = 3312$$

$$\Leftrightarrow t - 6 = 144$$

$$\Rightarrow t = 150$$

Vậy bạn An gọi trong 150 giây.

Bài 21. Một cửa hàng điện máy niêm yết giá bán chiếc tivi Smart Samsung 43 inch cao hơn 40% so với giá nhập vào. Nhân dịp khuyến mãi, cửa hàng đã giảm giá 15% trên giá niêm yết. Lúc đó, chiếc tivi bán ra lời được 1,9 triệu đồng so với giá nhập vào. Hỏi giá nhập vào của chiếc tivi đó là bao nhiêu?

Lời giải

Gọi giá tiền nhập vào của chiếc tivi là x (triệu đồng) ($x > 0$)

Giá niêm yết của chiếc tivi là $140\%.x = 1,4.x$ (triệu đồng)

Giá bán ra sau khi giảm 15% là : $1,4.x.(1 - 15\%) = 1,4.x.0,85 = 1,19.x$ (triệu đồng)

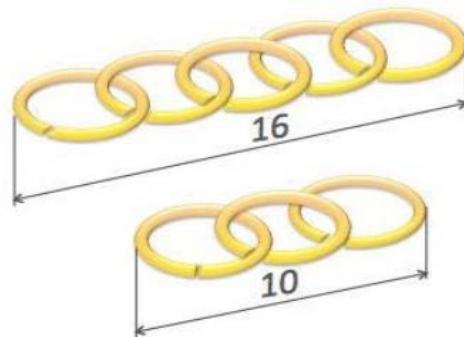
Vì chiếc tivi bán ra lời được 1,9 triệu đồng so với giá nhập vào nên ta có :

$$1,19.x = x + 1,9$$

$$\Rightarrow x = 10 \text{ (thỏa mãn)}$$

Vậy giá nhập vào của chiếc tivi đó là 10 triệu đồng

Bài 22. Một sợi xích có ba vòng tròn kết nối dài 10 cm, có năm vòng tròn kết nối dài 16 cm. Hỏi sợi xích đó có 15 vòng tròn kết nối thì dài bao nhiêu ?



Lời giải

Gọi x là đường kính của một vòng tròn và y là khoảng cách kết nối giữa hai vòng tròn

$$(x > 0, y > 0)$$

Ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} 3x - 2y = 10 \\ 5x - 4y = 16 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 6x - 4y = 20 \\ 5x - 4y = 16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ 5x - 4y = 16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = 1 \end{cases} (tm)$$

Sợi xích có 15 vòng kết nối dài $15.4 - 14.1 = 46$ (cm).

Bài 23. Bạn A thi tuyển sinh 10 được tổng số điểm là 34,5 (điểm toán nhân 2 + điểm Ngữ Văn nhân 2 + điểm Anh Văn + điểm UTKK). Tính các điểm Toán, Anh Văn của bạn A đạt được, biết 2 lần điểm Toán bằng 3 lần điểm Anh Văn, điểm Ngữ Văn của bạn A đạt được là 6,5 và tổng điểm UTKK của bạn A là 1,5.

Lời giải

Gọi x , y lần lượt là điểm Toán và điểm Anh Văn mà bạn A đạt được

Theo đề bài ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} 2x + 2.6,5 + y + 1,5 = 34,5 \\ 2x = 3y \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x + y = 20 \\ 2x - 3y = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 7,5 \\ y = 5 \end{cases} \text{ (thỏa mãn)}$$

Vậy bạn A đạt được 7,5 điểm Toán và 5 điểm Anh Văn.

Bài 24. Để đảm bảo dinh dưỡng trong bữa ăn hằng ngày thì mỗi gia đình 4 thành viên cần 900 đơn vị protêin và 400 đơn vị Lipit trong thức ăn hằng ngày. Mỗi kilôgam thịt bò chứa 800 đơn vị protêin và 200 đơn vị Lipit, còn mỗi kilôgam thịt heo chứa 600 đơn vị protêin và 400 đơn vị Lipit.

Giá thịt bò là 100 000 đồng/kg và thịt heo là 70 000 đồng/kg.

Hỏi cần mua bao nhiêu tiền thịt bò và thịt heo để đảm bảo dinh dưỡng hằng ngày cho 4 người?

Lời giải

Gọi x, y lần lượt là số kilôgam thịt bò, thịt heo cần mua ($x, y > 0$, kg)

Cần 900 đơn vị protêin trong thức ăn hằng ngày: $800x + 600y = 900$

Cần 400 đơn vị Lipit trong thức ăn hằng ngày: $200x + 400y = 400$

Ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} 800x + 600y = 900 \\ 200x + 400y = 400 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0,6 \text{ (tm)} \\ y = 0,7 \text{ (tm)} \end{cases}$$

Số tiền cần mua 0,6 kg thịt bò và 0,7 kg thịt heo là

$$0,6.100\,000 + 0,7.70\,000 = 109\,000 \text{ (đồng)}$$

Vậy cần 109 000 đồng để mua 2 loại thịt.

Bài 25. Một hòn đá rơi xuống một cái hang, khoảng cách rơi xuống h (tính bằng mét) được cho bởi công thức $h = 4,9.t^2$, trong đó t là thời gian rơi (tính bằng giây).

a) Hãy tính độ sâu của hang nếu mất 3 giây để hòn đá chạm đáy.

b) Nếu hang sâu 122,5 mét thì phải mất bao lâu để hòn đá chạm tới đáy.

Lời giải

a) Áp dụng công thức $h = 4,9.t^2$ ta có:

$$t = 3s \Rightarrow h = 4,9.3^2 = 44,1(m)$$

b) Áp dụng công thức $h = 4,9.t^2$ ta có:

$$h = 122,5(m) \Rightarrow t^2 = \frac{122,5}{4,9} = 25 \Rightarrow t = 5(s)$$

Bài 26. Sĩ số cuối năm của lớp 9A giảm $\frac{1}{21}$ so với đầu năm. Biết toàn bộ lớp đều tham gia thi tuyển sinh lớp 10 và kết quả có 34 học sinh đã đậu vào lớp 10 công lập đạt tỉ lệ 85%. Hãy tính sĩ số đầu năm của lớp 9A.

Lời giải

Gọi số học sinh lớp 9A đầu năm là a

Số học sinh còn lại của lớp 9A là $a - \frac{a}{21}$

Tổng số học sinh lớp 9A tham gia thi tuyển vào lớp 10 là: $\frac{34 \cdot 100}{85} = 40$ (Học sinh)

Ta có phương trình $a - \frac{a}{21} = 40 \Rightarrow a = 42$

Vậy số học sinh lớp 9A đầu năm là 42 học sinh

Bài 27. Đại bàng là một loài chim săn mồi cỡ lớn thuộc bộ Ưng, họ Accipitridae. Chúng sinh sống trên mọi nơi có núi cao và rừng nguyên sinh còn chưa bị con người chặt phá như bờ biển Úc, Indonesia, Phi châu... Loài đại bàng lớn nhất có chiều dài cơ thể hơn 1 m và nặng 7 kg. Sải cánh của chúng dài từ 1,5 m cho đến 2 m.

a) Từ vị trí cao 16 m so với mặt đất, đường bay lên của đại bàng được cho bởi công thức: $y = 24x + 16$ (trong đó y là độ cao so với mặt đất, x là thời gian tính bằng giây, $x \geq 0$).

Hỏi nếu nó muốn bay lên để đậu trên một núi đá cao 208 m so với mặt đất thì tốn bao nhiêu giây?

b) Từ vị trí cao 208 m so với mặt đất hãy tìm độ cao khi nó bay xuống sau 5 giây. Biết đường bay xuống của nó được cho bởi công thức: $y = -14x + 208$.

Lời giải

a) Thay $y = 208$ vào công thức $y = 24x + 16$ ta có:

$$208 = 24x + 16$$

$$\Leftrightarrow 24x = 192$$

$$\Leftrightarrow x = 8 \text{ (nhận)}$$

Vậy đại bàng mất 8 giây để bay lên đậu trên một núi đá cao 208 m so với mặt đất.

b) Thay $x = 5$ vào công thức $y = -14x + 208$ ta có:

$$y = -14 \cdot 5 + 208$$

$$\Leftrightarrow y = -70 + 208$$

$$\Leftrightarrow y = 138$$

Vậy độ cao so với mặt đất khi nó bay xuống sau 5 giây là: $208 - 138 = 70$ (m)

Bài 27. Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:

Một mảnh vườn có dạng hình chữ nhật. Nếu tăng chiều dài mảnh vườn đó thêm 2 m và giảm chiều rộng mảnh vườn đó đi 2 m thì diện tích của mảnh vườn giảm đi $20 m^2$. Nếu giảm chiều dài mảnh vườn đi 3 m và tăng chiều rộng mảnh vườn thêm 2 m thì diện tích mảnh vườn không thay đổi. Tính diện tích mảnh vườn hình chữ nhật ban đầu.

Lời giải

Gọi chiều dài, chiều rộng mảnh vườn hình chữ nhật ban đầu lần lượt là x, y (m)
($x > 3; y > 2; x \geq y$).

Khi đó diện tích hình chữ nhật ban đầu là xy (m^2).

Nếu tăng chiều dài mảnh vườn thêm $2m$ và giảm chiều rộng mảnh vườn đó đi $2m$ thì diện tích của mảnh vườn giảm đi 20 (m^2), ta được phương trình

$$(x+2)(y-2) = xy - 20 \quad (1).$$

Nếu giảm chiều dài mảnh vườn đi $3m$ và tăng chiều rộng mảnh vườn đó thêm $2m$ thì diện tích của mảnh vườn không thay đổi, ta được phương trình

$$(x-3)(y+2) = xy \quad (2).$$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình

$$\begin{aligned} & \begin{cases} (x+2)(y-2) = xy - 20 \\ (x-3)(y+2) = xy \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} xy - 2x + 2y - 4 = xy - 20 \\ xy + 2x - 3y - 6 = xy \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} -2x + 2y = -16 \\ 2x - 3y = 6 \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} -y = -10 \\ 2x - 3y = 6 \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} x = 18 \\ y = 10 \end{cases} \quad (tm). \end{aligned}$$

Vậy diện tích hình chữ nhật ban đầu là $18.10 = 180 m^2$.

Bài 28. Sau dịp Tết Nguyên đán, hai anh em bạn Hoàng có được số tiền mừng tuổi là 3,5 triệu đồng; hai anh em nhờ mẹ gửi số tiền đó vào ngân hàng. Mẹ nói với Hoàng: “Sau hai năm nữa, các con sẽ được nhận về số tiền cả gốc và lãi là 4,235 triệu đồng”. Hỏi thời điểm Hoàng gửi tiền, lãi suất ngân hàng là bao nhiêu % trong một năm, biết rằng số tiền lãi sau năm thứ nhất sẽ được tính vào tiền gốc của năm thứ hai.

Lời giải

Gọi lãi suất của ngân hàng a (phần trăm), $a > 0$

Số tiền lãi sau năm thứ nhất gửi là: $3,5a$ (triệu đồng)

Tổng số tiền đem gửi năm thứ hai là: $3,5 + 3,5a$ (triệu đồng)

Số tiền lãi sau năm thứ hai gửi là: $(3,5 + 3,5a)a$ (triệu đồng)

Theo đề bài sau hai năm gửi tổng số tiền cả gốc và lãi mà anh em Hoàng có được là 4,235 triệu đồng, nên ta có phương trình:

$$(3,5 + 3,5a)a + 3,5a + 3,5 = 4,235$$

Giải phương trình tìm được $a_1 = 0,1$ (TM); $a_2 = -2,1$ (KTM)

Vậy lãi suất của ngân hàng là 10% .

Bài 29. Một phòng họp có 320 ghế ngồi (loại ghế một người ngồi) được xếp thành nhiều hàng ghế và số lượng ghế ở mỗi hàng là như nhau. Người ta tổ chức một buổi hội thảo dành cho 429 người tại phòng họp đó nên phải xếp thêm 1 hàng ghế và mỗi hàng ghế phải xếp nhiều hơn số lượng ban đầu 3 ghế. Hỏi lúc đầu phòng họp có bao nhiêu hàng ghế và mỗi hàng ghế có bao nhiêu ghế?

Lời giải

Gọi số dãy ghế và số ghế của mỗi dãy trong phòng họp lúc đầu lần lượt là x (dãy ghế), y (ghế) ($x, y \in \mathbb{N}^*$, $x, y < 320$).

Vì ban đầu phòng họp có 320 ghế nên ta có phương trình $x.y = 320$ (1).

Khi tăng thêm 1 dãy và thêm 3 ghế vào mỗi dãy thì đủ chỗ cho 429 người nên ta có phương trình:

$$(x+1).(y+3) = 429$$

$$\Leftrightarrow 3x + y = 106 \quad (2).$$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} x.y = 320 \\ 3x + y = 106 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x(106 - 3x) = 320 \\ y = 106 - 3x \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x^2 - 106x + 320 = 0 \\ y = 106 - 3x \end{cases}.$$

Giải phương trình $3x^2 - 106x + 320 = 0$ ta được $\begin{cases} x = \frac{10}{3} \\ x = 32 \end{cases}$.

Kết hợp điều kiện, suy ra $x = 32 \Rightarrow y = 10$ (thỏa mãn).

Vậy lúc đầu phòng họp có 32 dãy ghế và mỗi dãy có 10 ghế.

Bài 30. Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:

Một mảnh vườn trồng rau quả hình chữ nhật có diện tích là 60 m^2 . Đoạn thẳng dài nhất nối hai điểm bất kì trên khu vườn có độ dài bằng 13m. Người ta cần xây tường bao quanh khu vườn với chiều cao 1,5m để đảm bảo an toàn cho các loại cây hoa màu. Hỏi diện tích tường bao cần xây là bao nhiêu m^2 ?

Lời giải

Gọi x (m) và y (m) lần lượt là chiều dài và chiều rộng mảnh vườn ($0 < y < x < 13$)

Vì diện tích mảnh vườn hình chữ nhật là 60 m^2 nên ta có phương trình: $xy = 60$

(1)

Vì đoạn thẳng dài nhất nối hai điểm bất kì trên khu vườn có độ dài bằng 13m nên độ dài đường chéo của mảnh vườn hình chữ nhật là 13 m. Ta có phương trình: $x^2 + y^2 = 13^2$

(2)

$$\begin{aligned} \text{Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình: } \begin{cases} xy = 60 \\ x^2 + y^2 = 13^2 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} xy = 60 \\ (x+y)^2 - 2xy = 169 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} xy = 60 \\ (x+y)^2 = 289 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} xy = 60 \\ x+y = 17 \end{cases} \quad (\text{do } x, y > 0) \end{aligned}$$

$\Rightarrow x, y$ là nghiệm của phương trình: $t^2 - 17t + 60 = 0$ (Điều kiện: $t > 0$)

$\Delta' = (-17)^2 - 4.1.60 = 49 > 0 \Rightarrow$ phương trình có hai nghiệm phân biệt:

$$t_1 = \frac{17+7}{2} = 12 \text{ (thỏa mãn); } t_2 = \frac{17-7}{2} = 5 \text{ (thỏa mãn)}$$

Do $x > y \Rightarrow \begin{cases} x = 12 \\ y = 5 \end{cases}$ (thỏa mãn) \Rightarrow chiều dài mảnh vườn là 12 m và chiều rộng là 5 m

\Rightarrow diện tích tường bao cần xây là: $2.(12+5).1,5 = 51 \text{ (m}^2\text{)}$

Vậy diện tích tường bao cần xây là: $2.(12+5).1,5 = 51 \text{ (m}^2\text{)}$

Chú ý: Để tính diện tích tường bao quanh, không nhất thiết tìm x, y mà chỉ cần tính tổng $x + y$

Bài 31. *Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:*

Trong tháng đầu, hai tổ sản xuất được 860 chi tiết máy. Đến tháng thứ hai, tổ I vượt mức 15% tổ II vượt mức 10%. Do đó, tháng thứ hai cả hai tổ sản xuất được 964 chi tiết máy. Tính số chi tiết máy mỗi tổ đã sản xuất được trong tháng đầu.

Lời giải

Gọi số chi tiết máy tổ I sản xuất được trong tháng đầu là x (chi tiết máy),

Gọi số chi tiết máy tổ II sản xuất được trong tháng đầu là y (chi tiết máy)

Điều kiện $x; y \in \mathbb{N}^*; x < 860; y < 860$.

Vì trong tháng thứ nhất cả hai tổ sản xuất được 860 nên ta có phương trình: $x + y = 860$
(1)

Số chi tiết máy tổ I sản xuất được trong tháng thứ hai là $\left(1 + \frac{15}{100}\right)x = 1,15x$ (chi tiết máy),

Số chi tiết máy tổ II sản xuất được trong tháng thứ hai là $\left(1 + \frac{10}{100}\right)y = 1,1y$ (chi tiết máy),

Vì trong tháng thứ hai cả 2 tổ sản xuất được 964 chi tiết máy nên ta có hệ phương trình:
 $1,15x + 1,1y = 964$ (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} x + y = 860 \\ 1,15x + 1,1y = 964 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 860 - y \\ 1,15(860 - y) + 1,1y = 964 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 860 - y \\ 989 - 1,15y + 1,1y = 964 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 860 - y \\ 0,05y = 25 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 360 \text{ (thỏa mãn)} \\ y = 500 \text{ (thỏa mãn)} \end{cases}$$

Vậy số chi tiết máy tổ I và tổ II đã sản xuất được trong tháng đầu lần lượt là 360 (chi tiết máy) và 500 (chi tiết máy).

Bài 32. Trong một buổi tổ chức tuyên dương các học sinh có thành tích học tập xuất sắc của một huyện, ngoại trừ bạn An, hai người bất kì đều bắt tay nhau, An chỉ bắt tay với những người mình quen. Biết rằng một cặp (hai người) chỉ bắt tay nhau không quá một lần và có tổng cộng 420 lần bắt tay. Hỏi bạn An có bao nhiêu người quen trong buổi tổ chức tuyên dương đó?

Lời giải

Giả sử ngoài An thì còn n bạn và An quen m bạn ($m; n \in \mathbb{N}^*; m \leq n$).

$$\text{Tổng cộng số lần bắt tay là } \frac{n(n-1)}{2} + m = 420 \quad (1)$$

$$\Leftrightarrow n(n-1) + 2m = 840$$

$$\text{Mà } n \geq m \text{ nên } \Rightarrow n(n-1) + 2n \geq n(n-1) + 2m = 840 \Rightarrow n^2 + n \geq 840$$

$$\Rightarrow n(n+1) \geq 840 \Rightarrow n \geq 29$$

Nếu $n = 29$ thì thay vào (1) ta được

$$\frac{29(29-1)}{2} + m = 420 \Leftrightarrow 406 + m = 420 \Leftrightarrow m = 14$$

$$\text{Nếu } n \geq 30 \text{ thì } \frac{n(n-1)}{2} \geq \frac{30(30-1)}{2} = 435, \text{ khi đó } m \leq 420 - 435 = -15 \text{ (vô lí - loại).}$$

Vậy bạn An có 14 người quen trong buổi tổ chức tuyên dương đó.

Bài 33. Trong những ngày diễn ra đại dịch Covid-19, cán bộ giáo viên, nhân viên và học sinh trường THCS Trần Phú đã hưởng ứng lời kêu gọi “chung tay phòng chống dịch Covid-19” của Thủ tướng chính phủ qua hai hình thức: ủng hộ bằng tiền mặt và ủng hộ tiền qua tin nhắn. Đợt I, tổng số tiền ủng hộ qua hai hình thức là 9 triệu đồng. Sang đợt II, số tiền ủng hộ bằng tiền mặt tăng 20%, số tiền ủng hộ qua tin nhắn tăng 25% nên tổng số tiền quyên góp được trong đợt II là 11 triệu đồng. Hỏi trong đợt I, số tiền ủng hộ mỗi hình thức là bao nhiêu triệu đồng?

Lời giải

Gọi x là số tiền ủng hộ bằng tiền mặt trong đợt I (Điều kiện: $0 < x < 9$, đơn vị: triệu đồng).

Vì đợt I, tổng số tiền ủng hộ qua hai hình thức là 9 triệu đồng nên ta có số tiền ủng hộ qua tin nhắn đợt I là: $9 - x$ (triệu đồng).

Vì đợt II, số tiền ủng hộ bằng tiền mặt tăng 20% nên ủng hộ được $1,2x$ (triệu đồng).

Vì đợt II, số tiền ủng hộ bằng tin nhắn tăng 25% nên ủng hộ được $1,25(9 - x)$ (triệu đồng).

Vì đợt II ủng hộ được 11 triệu nên ta có phương trình:

$$1,2x + 1,25(9 - x) = 11$$

$$\Leftrightarrow 1,2x + 11,25 - 1,25x = 11$$

$$\Leftrightarrow 0,05x = 0,25$$

$$\Leftrightarrow x = 5 \text{ (thoả mãn).}$$

Vậy trong đợt I, số tiền ủng hộ bằng tiền mặt là 5 triệu đồng, bằng tin nhắn là 4 triệu đồng.

Bài 34. Năm ngoái dân số hai tỉnh A và B tổng cộng là 3 triệu người. Theo thống kê thì năm nay tỉnh A tăng 2% còn tỉnh B tăng 1,8% nên tổng số dân tăng thêm của cả hai tỉnh là 0,0566 triệu người. Hỏi năm ngoái mỗi tỉnh dân số là bao nhiêu?

Lời giải

Gọi x (triệu người) là số dân tỉnh A năm ngoái.

y (triệu người) là số dân tỉnh B năm ngoái. (điều kiện: $0 < x, y < 3$)

Tổng số dân năm ngoái là 3 triệu người, ta có phương trình thứ nhất

$$x + y = 3$$

Số dân tỉnh A tăng 2%, số dân tỉnh B tăng 1,8% và tổng số dân tăng 0,0566 triệu người, ta có pt thứ 2.

$$0,02x + 0,018y = 0,0566$$

Ta có hệ pt:
$$\begin{cases} x + y = 3 \\ 0,02x + 0,018y = 0,0566 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1,3 \\ y = 1,7 \end{cases} \text{ (TM).}$$

Vậy tỉnh A năm ngoái có 1,3 triệu người, tỉnh B năm ngoái có 1,7 triệu người.

Bài 35. Đầu năm học, một trường THPT tuyển được 75 học sinh vào 2 lớp chuyên Văn và chuyên Sử. Nếu chuyển 15 học sinh từ lớp chuyên Văn sang lớp chuyên Sử thì số học sinh lớp chuyên Sử bằng $\frac{8}{7}$ số học sinh lớp chuyên Văn. Hãy tính số học sinh của mỗi lớp?

Lời giải

Gọi x là số học sinh lớp chuyên Văn

y là số học sinh lớp chuyên Lý ($x, y \in \mathbb{N}^*$).

Ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} x + y = 75 \\ 8(x - 15) = 7(y + 15) \end{cases}$$

Giải hệ phương trình ta được $x = 50; y = 25$.

Số học sinh của lớp chuyên Văn 50, lớp chuyên Lý 25.

Bài 36. Một ô tô có bình xăng chứa b (lít) xăng. Gọi y là số lít xăng còn lại trong bình xăng khi ô tô đã đi quãng đường x (km). y là hàm số bậc nhất có biến số là x được cho bởi công thức $y = ax + b$ (a là lượng xăng tiêu hao khi ô tô đi được 1 km và $a < 0$) thỏa bằng giá trị sau:

x (km)	60	180
y (lít)	27	21

a) Tìm các hệ số a và b của hàm số bậc nhất nói trên.

b) Xe ô tô có cần đổ thêm xăng vào bình xăng hay không? khi chạy hết quãng đường $x = 700$ (km), nếu cần đổ thêm xăng thì phải đổ thêm mấy lít xăng?

Lời giải

a) Lượng xăng tiêu hao khi ô tô đi được 1 km là: $(27 - 21):(180 - 60) = 0,05$ lít $\Rightarrow a = -0,05$.

Thay $x = 60$, $y = 27$ và $a = -0,05$ vào hàm số $y = ax + b \Rightarrow b = 30$.

b) Thay $x = 700$ vào hàm số $y = -0,05x + 30 \Rightarrow y = -5 < 0$.

Bài 37. Xe ô tô cần đổ thêm 5 lít xăng vào bình xăng khi chạy hết quãng đường $x = 700$ (km). An, Bình, Cúc vào một cửa hàng mua tập và bút cùng loại. An mua 20 quyển tập và 4 cây bút hết 176 000 (đồng). Bình mua 2 cây bút và 20 quyển tập hết 168 000 (đồng). Cúc mua 2 cây bút và 1 hộp đựng bút nhưng chỉ trả 36 000 (đồng) do Cúc là khách hàng thân thiết nên được giảm 10% trên tổng số tiền mua. Hỏi 1 hộp đựng bút là bao nhiêu tiền khi không giảm giá?

Lời giải

Số tiền mua 2 cây bút là: $176\,000 - 168\,000 = 8\,000$ (đồng).

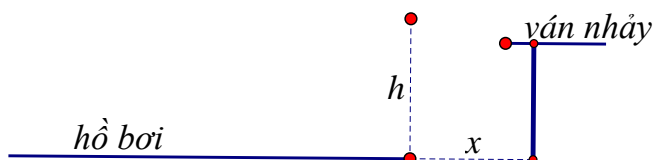
Số tiền mua 2 cây bút và 1 hộp bút nếu không giảm giá là: $36\,000 : 90\% = 40\,000$ (đồng).

Số tiền mua 1 hộp bút nếu không giảm giá là: $40\,000 - 8\,000 = 32\,000$ (đồng)

Bài 38. Một vận động viên bơi lội nhảy cầu. Khi nhảy ở độ cao h từ người đó tới mặt nước (tính bằng mét) phụ thuộc vào khoảng cách x (tính bằng mét) theo công thức: $h = -(x - 1)^2 + 4$ (xem hình). Hỏi khoảng cách x bằng bao nhiêu:

a) Khi vận động viên ở độ cao 4m?

b) Khi vận động viên chạm mặt nước?



Lời giải

a) $h = -(x - 1)^2 + 4$ với $h = 4 \Rightarrow x = 1$ (m).

b) $h = -(x - 1)^2 + 4$ với $h = 0 \Rightarrow -(x - 1)^2 + 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1(l) \\ x = 3 \end{cases}$.

Bài 39. Bạn Lan đang chuẩn bị bữa điểm tâm gồm đậu phộng nấu và mì xào. Biết rằng cứ mỗi 30 gram đậu phộng nấu chứa 7 gram protein, 30 gram mì xào chứa 3 gram protein. Để bữa ăn có tổng khối lượng 200 gram cung cấp đủ 28 gram protein thì bạn Lan cần bao nhiêu gram mỗi loại?



Đậu phộng nấu



Mì xào

Lời giải

Gọi x, y (gram) lần lượt là lượng đậu phộng nấu và mì xào cần.

Theo đề bài ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} x + y = 200 \\ \frac{7}{30}x + \frac{3}{30}y = 28 \end{cases}$$

Giải ra ta có:
$$\begin{cases} x = 60 \\ y = 140 \end{cases}$$

Vậy bạn Lan cần 60 gram đậu phộng nấu và 140 gram mì xào để đủ bữa ăn nói trên.

- Bài 40.** Bạn Phú dự định trong khoảng thời gian từ ngày 2 tháng 1 đến ngày 28 tháng 2 sẽ giải mỗi ngày 3 bài toán. Thực hiện đúng kế hoạch 1 thời gian, vào khoảng cuối tháng 1 (tháng 1 có 31 ngày) thì Phú được nghỉ tết và bạn tạm nghỉ giải toán nhiều ngày liên tiếp. Sau tết, trong tuần đầu Phú chỉ giải được 14 bài, sau đó Phú cố gắng giải 4 bài mỗi ngày và đến ngày 29 tháng 2 (năm 2020 tháng 2 có 29 ngày) thì Phú cũng hoàn thành kế hoạch đã định. Hỏi Phú đã nghỉ giải toán ít nhất bao nhiêu ngày?

Lời giải

Gọi số ngày Phú dự định giải toán trước khi nghỉ tết là x (ngày) (điều kiện: $x \in \mathbb{N}^*, x < 30$)

và số ngày Phú nghỉ giải toán là y (ngày) (điều kiện: $y \in \mathbb{N}$).

Thời gian từ ngày 2/1 đến ngày 28/2 là: $30 + 28 = 58$ (ngày)

Do vậy số bài toán Phú dự định giải là: $3 \cdot 58 = 174$ (bài toán)

Theo giả thiết, ta có phương trình:

$$3x + 14 + 4 \cdot (58 - x - y - 7) = 174 \Leftrightarrow -x - 4y = -44 \Leftrightarrow y = \frac{44 - x}{4}$$

Mà $x < 30$, do đó $y > \frac{44 - 30}{4} = 3,5$.

Vậy bạn Phú phải nghỉ giải toán ít nhất 4 ngày.

- Bài 41.** Một cái thùng có thể chứa được 14kg thanh long hoặc 21kg nhãn. Nếu chứa đầy thùng đó bằng cả thanh long và nhãn mà giá tiền của thanh long bằng giá tiền của nhãn thì số trái cây trong thùng là sẽ cân nặng 18kg và có giá trị là 480.000 đồng. Tìm giá tiền 1kg thanh long, 1kg nhãn.

Lời giải

Gọi x (kg) là số thanh long có trong thùng và y (kg) là số nhãn có trong thùng ($0 < x, y < 18$)

Vì tổng số kg Thanh long và Nhãn có trong thùng là 18 kg nên: $x + y = 18$.

x kg thanh long chiếm $\frac{x}{14}$ cái thùng và y kg nhãn chiếm $\frac{y}{21}$ cái thùng.

Vì thanh long và nhãn chất đầy thùng nên ta có: $\frac{x}{14} + \frac{y}{21} = 1$.

$$\text{Theo gt, ta có : } \begin{cases} x + y = 18 \\ \frac{x}{14} + \frac{y}{21} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 18 \\ 21x + 14y = 294 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 6 \\ y = 12 \end{cases}.$$

Do giá tiền của thanh long bằng giá tiền của nhãn nên giá tiền mỗi loại là:

$$480.000 : 2 = 240.000 \text{ đồng.}$$

Do đó giá tiền 1kg thanh long là: $240.000 : 6 = 40.000$ đồng.

giá tiền 1kg nhãn là: $240.000 : 12 = 20.000$ đồng.

Bài 42. Trong kì kiểm tra môn Toán một lớp gồm 3 tổ A, B, C, điểm trung bình (ĐTB) của học sinh ở các tổ được thống kê ở bảng sau :

Tổ	A	B	C	A và B	B và C
ĐTB	9.0	8.8	7.8	8.9	8.2

Biết tổ A có 10 học sinh. Hãy xác định số học sinh và điểm trung bình toàn lớp.

Lời giải

Gọi x, y lần lượt là số học sinh của tổ B và tổ C ($x, y \in \mathbb{N}^*$)

Do điểm trung bình của tổ A và tổ B là 8,9 nên ta có phương trình

$$9.10 + 8,8.x = 8,9.(10 + x) \Leftrightarrow x = 10 \text{ học sinh}$$

Do điểm trung bình của tổ B và tổ C là 8,2 nên ta có phương trình

$$8,8.10 + 7,8.y = 8,2.(10 + y) \Leftrightarrow y = 15$$

Vậy tổng số học sinh của lớp là $10 + 10 + 15 = 35$ học sinh

Điểm trung bình của cả lớp là $\frac{9.10 + 8,8.10 + 7,8.15}{35} \approx 8,4$

Bài 43. Tỷ lệ nước trong hạt cà phê tươi là 22%. Người ta lấy một tấn cà phê tươi đem đi phơi khô để chuẩn bị cho quá trình sản xuất lúc sau. Hỏi lượng nước cần bay hơi đi là bao nhiêu để lượng cà phê khô thu được chỉ có tỷ lệ nước là 4% ?



Lời giải

Đổi 1 tấn = 1000 kg

Khối lượng cà phê nguyên chất (không chứa nước) có trong 1 tấn cà phê tươi ban đầu là

$$1000 \cdot (100\% - 22\%) = 780 \text{ kg}$$

Khối lượng cà phê (chứa 4% nước) sau khi phơi khô là

$$780 : (100\% - 4\%) = 812,5 \text{ kg}$$

Khối lượng nước đã bay hơi là

$$1000 - 812,5 = 187,5 \text{ kg}$$

Bài 44. Một nông trại có tổng số Gà và Vịt là 6000 con, sau khi bán đi 1600 con Gà và 800 con Vịt thì số Vịt còn lại bằng 80% số Gà. Hỏi sau khi bán, nông trại còn lại bao nhiêu con Gà? Bao nhiêu con Vịt?

Lời giải

Gọi x là số con Gà, y là số con Vịt ($x, y \in \mathbb{N}^*$)

Tổng số Gà và Vịt là 6000 con nên: $x + y = 6000$

Số con Vịt sau khi bán bằng 80% số con Gà sau khi bán nên:

$$y - 800 = 80\% (x - 1600)$$

Ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} x + y = 6000 \\ y - 800 = 80\% (x - 1600) \end{cases}$$

Giải hệ phương trình tìm được $x = 3600$, $y = 2400$

Số con Gà còn lại sau khi bán: $3600 - 1600 = 2000$ (con)

Số con Vịt còn lại sau khi bán: $2400 - 800 = 1600$ (con)

Giải lại b)

b) Gọi số Gà và số Vịt ban đầu của nông trại ban đầu lần lượt là x, y (con), ($x, y \in \mathbb{N}^*$; $x, y < 6000$)

Vì tổng số Gà và Vịt ban đầu của nông trại là 6000 con nên ta có phương trình:

$$x + y = 6000 \quad (1) \quad (\text{con})$$

Sau khi bán được 1600 con Gà và 800 con Vịt thì số con Vịt sau khi bán bằng 80% số con Gà sau khi bán nên ta có phương trình:

$$y - 800 = 80\% (x - 1600) \Leftrightarrow 4x - 5y = 2400 \quad (2) \quad (\text{con})$$

Từ (1) và (2), ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} x + y = 6000 \\ 4x - 5y = 2400 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 5x + 5y = 30000 \\ 4x - 5y = 2400 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 6000 \\ 9x = 32400 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2400 \text{ (t/m)} \\ x = 3600 \text{ (t/m)} \end{cases}$$

Số con Gà còn lại sau khi bán 1600 con là: $3600 - 1600 = 2000$ (con)

Số con Vịt còn lại sau khi bán 800 con là: $2400 - 800 = 1600$ (con)

Bài 45. Tại một hội nghị chuyên đề, 20% số giáo sư là nhà tâm lý học, 60% là nhà sinh vật học, và 12 giáo sư còn lại là nhà kinh tế học. Nếu có 20 giáo sư đeo kính, số giáo sư không đeo kính là bao nhiêu phần trăm? (làm tròn tới hàng đơn vị)

Lời giải

Số nhà kinh tế học chiếm $100\% - (20\% + 60\%) = 20\%$ và có 12 người nên 20% số giáo sư là nhà tâm lý học là 12 người

Suy ra 60% nhà sinh vật học có $3 \cdot 12 = 36$ người

Tổng số các nhà khoa học tham dự hội nghị: $12 + 12 + 36 = 60$ (người)

Tỉ lệ phần trăm giáo sư không đeo kính là $(60 - 20) : 60 \cdot 100\% = 67\%$

Bài 46. Kết quả của sự nóng dần lên của trái đất là băng tan trên các dòng sông bị đóng băng. 12 năm sau khi băng tan, những thực vật nhỏ, được gọi là Địa y, bắt đầu phát triển trên đá. Mỗi nhóm Địa y phát triển trên một khoảng đất hình tròn. Mỗi quan hệ giữa đường kính $d(mm)$ của hình tròn và số tuổi t của Địa y có thể biểu diễn tương đối theo hàm số :

$d = 7\sqrt{t-12}$ với $t \geq 12$. Em hãy tính đường kính của một nhóm Địa y sau 16 năm băng tan.

Lời giải

Ta có đường kính của một nhóm địa y sau 16 năm băng tan là::

$$d = 7\sqrt{t-12} = 7\sqrt{16-12} = 14(mm)$$

Vậy: đường kính của một nhóm Địa y sau 16 năm băng tan là 14(mm)

Bài 47. Công thức Lozentz tính cân nặng lý tưởng theo chiều cao dành cho nữ:

$$F = T - 100 - \frac{(T-150)}{2} \quad (\text{với } T \text{ là chiều cao (cm) và } F \text{ là cân nặng lý tưởng (kg)})$$

a) Bạn Hoa có cân nặng 56 kg. Hỏi bạn Hoa phải đạt chiều cao bao nhiêu thì có thân hình lý tưởng?

b) Một công ty người mẫu đưa ra yêu cầu tuyển người mẫu nữ cao 170cm. Hỏi những người mẫu được tuyển cân nặng bao nhiêu kg ? (theo công thức Lozentz)

Lời giải

a) Bạn Hoa có cân nặng 56 kg $\Rightarrow F = 56$

Chiều cao bạn Hoa phải đạt để có thân hình lý tưởng:

$$F = T - 100 - \frac{(T-150)}{2}$$

$$\Rightarrow 56 = \frac{T}{2} - 25$$

$$\Rightarrow T = 162 \text{ (cm)}$$

Vậy, bạn Hoa phải đạt chiều cao 162 cm.

b) Người mẫu nữ cao 170cm $\Rightarrow T = 170$

Cân nặng của người mẫu :

$$F = 170 - 100 - \frac{170-150}{2} = 60$$

$$\Rightarrow F = 60 \text{ (kg)}$$

Vậy, những người mẫu được tuyển nặng 60 kg.

Bài 48. Các nhà khoa học về thống kê đã thiết lập được hàm số sau: $A(t) = 0,08t + 19,7$ trong đó $A(t)$ là độ tuổi trung bình các phụ nữ kết hôn lần đầu của thế giới; t là số năm kết hôn, với gốc thời gian là 1950. Hãy tính độ tuổi trung bình các phụ nữ kết hôn lần đầu lần lượt vào các năm 1950, 2000, 2018, 2020 (làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai).

Lời giải

$$A(1950) = 0,08.(1950 - 1950) + 19,7 = 19,7$$

$$A(2000) = 0,08.(2000 - 1950) + 19,7 = 23,7$$

$$A(2018) = 0,08.(2018 - 1950) + 19,7 = 25,14$$

$$A(2020) = 0,08.(2020 - 1950) + 19,7 = 25,3$$

Bài 49. Đầu năm học, một trường THCS tuyển được 70 học sinh vào hai lớp tích hợp và tăng cường Tiếng Anh. Nếu chuyển 10 học sinh từ lớp tích hợp sang lớp tăng cường tiếng Anh thì số học sinh lớp tăng cường tiếng Anh bằng $\frac{4}{3}$ số học sinh lớp tích hợp. Hãy tính số học sinh mỗi lớp.

Lời giải

Gọi số học sinh lớp tích hợp là: x (học sinh) ($x \in \mathbb{N}^*, x < 70$)

Số học sinh lớp tăng cường Tiếng Anh là: $70 - x$ (học sinh)

Theo đề bài ta có phương trình:

$$70 - x + 10 = \frac{4}{3}(x - 10) \Leftrightarrow \frac{7}{3}x = \frac{280}{3} \Leftrightarrow x = 40 \text{ (nhận)}$$

Vậy số học sinh lớp tích hợp là 40 học sinh, số học sinh lớp tăng cường Tiếng Anh là 30 học sinh.

Bài 50. Năm ngoái, tổng số dân của hai tỉnh A và B là 4 triệu người. Năm nay, dân số của tỉnh A tăng thêm 1,1%, dân số của tỉnh B tăng thêm 1,2%. Tuy vậy, số dân của tỉnh A năm nay vẫn nhiều hơn tỉnh B là 807 200 người. Tính số dân năm ngoái của mỗi tỉnh.

Lời giải

Gọi dân số năm ngoái của tỉnh A là: x (triệu người) ($x \in \mathbb{N}^*, x < 4\,000\,000$)

Dân số năm ngoái của tỉnh B là: $4 - x$ (triệu người)

Dân số năm nay của tỉnh A là: $x + 1,1\%x = 1,011x$ (triệu người)

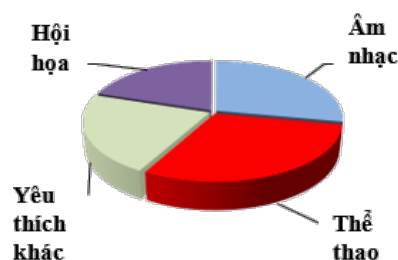
Dân số năm nay của tỉnh B là: $4 - x + 1,2\%(4 - x) = 4,048 - 1,012x$ (triệu người)

Theo đề bài ta có phương trình:

$$1,011x - (4,048 - 1,012x) = 0,8072 \Leftrightarrow 2,023x = 4,8552 \Leftrightarrow x = 2,4 \text{ (nhận)}$$

Vậy dân số năm ngoái của 2 tỉnh A và B lần lượt là 2,4 triệu người và 1,6 triệu người

Bài 51. Trường THCS A tiến hành khảo sát 1500 học sinh về sự yêu thích hội họa, thể thao, âm nhạc và các yêu thích khác. Mỗi học sinh chỉ chọn một yêu thích. Biết số học sinh yêu thích hội họa chiếm tỉ lệ 20% so với số học sinh khảo sát. Số học sinh yêu thích thể thao hơn số học sinh yêu thích âm nhạc là 30 học sinh;



số học sinh yêu thích thể thao và hội họa bằng với số học sinh yêu thích âm nhạc và yêu thích khác.

Tính số học sinh yêu thích hội họa.

Hỏi tổng số học sinh yêu thích thể thao và âm nhạc là bao nhiêu?

Lời giải

Số học sinh yêu thích hội họa là $1500.20\% = 300$ học sinh

Gọi số học sinh yêu thích thể thao, âm nhạc và yêu thích khác lần lượt là a, b, c ($a, b, c \in \mathbb{N}^*$)

$$\Rightarrow a + b + c + 300 = 1500 \Rightarrow a + b + c = 1200 \Rightarrow b + c = 1200 - a \quad (1)$$

Vì số học sinh yêu thích thể thao và hội họa bằng với số học sinh yêu thích âm nhạc và yêu thích khác nên $a + 300 = b + c \Leftrightarrow a + 300 = 1200 - a \Leftrightarrow 2a = 900 \Leftrightarrow a = 450(tm)$

Vì số học sinh yêu thích thể thao hơn số học sinh yêu thích âm nhạc là 30 nên:

$$a - b = 30 \Rightarrow b = 420(tm)$$

Vậy tổng số học sinh yêu thích thể thao và âm nhạc là $a + b = 870$ em.

Bài 52. Theo Quyết định số 25/2019/QĐ-UBND ngày 24 tháng 10 năm 2019 của Ủy ban nhân dân Thành phố Hồ Chí Minh về quy định đơn giá nước sạch sinh hoạt có hiệu lực từ ngày 15/11/2019 trên địa bàn Thành phố Hồ Chí Minh như sau:

Mức sử dụng nước	Đơn giá (đồng/m ³), Chưa tính thuế và phí	
	Trước ngày 15/11/2019	Từ ngày 15/11/2019
a) Đến $4m^3$ /người/tháng		
- Hộ dân cư	5 300 đồng/m ³	5 600 đồng/m ³
- Hộ nghèo và cận nghèo	5 300 đồng/m ³	5 300 đồng/m ³
b) Trên $4m^3$ đến $6m^3$ / người/tháng	10 200 đồng/m ³	10 800 đồng/m ³
c) Trên $6m^3$ / người/tháng	11 400 đồng/m ³	12 100 đồng/m ³

Việc tính lượng nước sử dụng và định mức trước và sau khi quyết định có hiệu lực được thực hiện theo nguyên tắc trung bình: lấy tổng lượng nước tiêu thụ, định mức trong kỳ chia cho số ngày trong kỳ để có số tiêu thụ, định mức bình quân/ngày, sau đó:

- Nhân với số ngày trước ngày 15/11/2019 để có lượng nước tính theo giá cũ.
- Nhân với số ngày từ ngày 15/11/2019 để có lượng nước tính theo giá mới.

Từ ngày 01/11/2019 đến ngày 30/11/2019 (có 30 ngày) gia đình ông Năm (không phải hộ nghèo và cận nghèo) gồm 6 người đã sử dụng hết $32m^3$ nước máy. Định mức tiêu thụ nước: $4m^3$ /người/tháng. Hãy tính số tiền nước máy gia đình ông Năm phải trả trong tháng 11 năm 2019 (bao gồm 5% thuế giá trị gia tăng và 10% phí bảo vệ môi trường).

Lời giải

Số ngày gia đình sử dụng nước tính theo giá cũ: 14 ngày.

Số ngày gia đình sử dụng nước tính theo giá mới: $30 - 14 = 16$ ngày.

Số m^3 nước gia đình sử dụng ở mức 1 là $4.6 = 24m^3$.

Số m^3 nước gia đình sử dụng ở mức 2 là $32 - 24 = 8m^3$.

Số tiền nước khi chưa tính thuế và phí là

$$24 \cdot \left(\frac{14}{30} \cdot 5\,300 + \frac{16}{30} \cdot 5\,600 \right) + 8 \cdot \left(\frac{14}{30} \cdot 10\,200 + \frac{16}{30} \cdot 10\,800 \right) = 215\,200 \text{ (đồng)}$$

Số tiền nước gia đình ông Nam phải trả là

$$215\,200 \cdot 115\% = 247\,480 \text{ (đồng)}.$$

Bài 53. Để khuyến khích tiết kiệm điện, giá điện sinh hoạt được tính theo kiểu lũy tiến, nghĩa là nếu người sử dụng càng dùng nhiều điện thì giá mỗi số điện (1kWh) càng tăng lên. Dưới đây là bảng giá bán lẻ điện sinh hoạt chưa bao gồm thuế giá trị gia tăng 10% (thuế VAT) của công ty điện lực Thành phố Hồ Chí Minh:

	Giá bán điện (đồng / kWh)
Bậc 1: Cho kWh từ 0 – 50	1549
Bậc 2: Cho kWh từ 51 – 100	1600
Bậc 3: Cho kWh từ 101 – 200	1858
Bậc 4: Cho kWh từ 201 – 300	2340
Bậc 5: Cho kWh từ 301 – 400	2615
Bậc 6: Cho kWh từ 401 trở lên	2701

Tháng 10 năm 2018 gia đình bạn An dùng hết 550 kWh điện. Hỏi số tiền bao gồm thuế VAT 10% mà gia đình bạn An phải trả cho lượng điện sử dụng trong tháng 10 năm 2018 là bao nhiêu?

Lời giải

Tổng số tiền bao gồm thuế VAT mà gia đình bạn An phải trả là:

$$(50 \cdot 1549 + 50 \cdot 1600 + 100 \cdot 1858 + 100 \cdot 2340 + 100 \cdot 2615 + 150 \cdot 2701) \cdot 110\% = 1368290 \text{ (đồng)}.$$

Câu I. Bạn Phương đem 16 tờ tiền giấy gồm hai loại 5000 đồng và 10000 đồng đi nhà sách mua một quyển sách trị giá 122000 đồng và được thối lại 3000 đồng. Hỏi bạn Phương đem theo bao nhiêu tờ tiền mỗi loại?

Lời giải

Gọi x là số tiền loại 5000 đồng và y là số tiền loại 10000 đồng ($x, y \in \mathbb{N}^*$).

Theo giả thiết ta có $x + y = 16$ (1)

Phương mua một quyển sách trị giá 122000 đồng và được thối lại 3000 đồng nên ta có $5000x + 10000y = 122000 + 3000$ (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} x + y = 16 \\ 5000x + 10000y = 122000 + 3000 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 7 \\ y = 9 \end{cases} \text{ (thỏa mãn)}.$$

Vậy Phương đem theo 7 tờ 5000 đồng và 9 tờ 10000 đồng.

Câu II. Tỉ số nam và nữ trong một cơ quan là 2:7. Cơ quan đó có trong khoảng từ 75 - 85 người. Hỏi trong cơ quan đó có bao nhiêu nam, bao nhiêu nữ?

Lời giải

Gọi số người nam và số người nữ trong cơ quan lần lượt là x và y (người)
 $(x; y \in \mathbb{N}^*; 75 \leq x + y \leq 85)$

Vì tỉ số nam và nữ trong một cơ quan là $2:7$ nên $\frac{x}{2} = \frac{y}{7} = \frac{x+y}{2+7} = \frac{x+y}{9}$

Trong khoảng từ 75 đến 85 chỉ có một số chia hết cho 9 là 81

Vậy $x + y = 81$

$$\frac{x}{2} = \frac{y}{7} = \frac{x+y}{2+7} = \frac{81}{9} = 9$$

Do đó: $x = 18$; $y = 63$ (thoả mãn)

Vậy trong cơ quan có số nam là 18 người và số nữ là 63 người.

Bài 56. Một vận động viên bơi lội nhảy cầu. Khi nhảy độ cao h từ người đó tới mặt nước (tính bằng mét) phụ thuộc vào khoảng cách x (tính bằng mét) bởi công thức :

$$h = -(x - 1)^2 + 4. \text{ Khoảng cách } x \text{ bằng bao nhiêu ?}$$

a) Khi vận động viên ở độ cao 3m .

b) Khi vận động viên chạm mặt nước.

Lời giải

a) Khi vận động viên ở độ cao 3m:

Thay $h = 3$ vào $h = -(x - 1)^2 + 4$. Ta có:

$$3 = -(x - 1)^2 + 4$$

$$\Leftrightarrow -x^2 + 2x = 0 \Leftrightarrow x = 0 ; x = 2$$

Vậy: $x = 0$ và $x = 2$

b) Khi vận động viên chạm mặt nước thì $h = 0$

Thay $h = 0$ vào $h = -(x - 1)^2 + 4$

$$\Leftrightarrow -(x - 1)^2 + 4 = 0 \Leftrightarrow -x^2 + 2x + 3 = 0 \Leftrightarrow x_1 = -1 ; x_2 = 3$$

Vì khoảng cách không âm, nên khoảng cách $x = 3$ (m)

Bài 57. Ba bạn An muốn mua 1 miếng đất hình vuông có diện tích là $2500 m^2$. Ông tính làm hàng rào xung quanh miếng đất bằng dây kẽm gai hết tất cả 3 000 000 đồng cả chi phí dây kẽm gai và công thợ làm.

a) Hãy viết hàm số tính tiền công thợ làm hàng rào y (đồng) theo x (đồng) với x là số tiền 1 mét dây kẽm gai?

b) Hỏi ba bạn trả bao nhiêu tiền công để thợ rào hết hàng rào? Biết rằng giá mỗi mét dây kẽm là 12 000 đồng.

Lời giải

Ta có: diện tích của miếng đất hình vuông là $2500 m^2$

Suy ra: Cạnh miếng đất hình vuông: $50 m$

Chu vi miếng đất hình vuông: $4 \cdot 50 = 200 (m)$

a) $y = 3\,000\,000 - 200x$

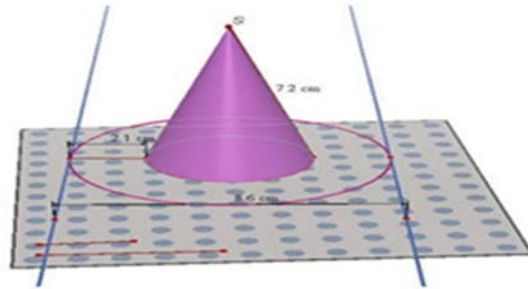
b) Thay $x = 12\,000$ vào $y = 3\,000\,000 - 200x$

Suy ra $y = 600\,000$

Tiền công làm là: 600 000 đồng

Bài 58. Cái mũ có vành của chú hề với các kích thước cho theo hình vẽ sau:

- a) Hãy tính tổng diện tích vải cần có để làm nên cái mũ của chú hề (không kể rìa, mép, phần thừa).
b) Chú hề dự định mua bột đồ đầy nón để làm ảo thuật. Chú hề cần mua khối lượng bột là bao nhiêu? (xem như 1cm^3 bột tương đương 1g bột)



Biết rằng: Diện tích xung quanh của hình nón : $S_{xq} = \pi.r.l$ (r : bán kính đường tròn đáy;
 l : đường sinh)

Diện tích toàn phần của hình nón : $S_{tp} = \pi.r.l + \pi.r^2$

Thể tích hình nón : $V_{\text{nón}} = \frac{1}{3}\pi.r^2.h$ (r : bán kính đường tròn đáy; h : chiều cao)

Lời giải

a) Bán kính r hình nón là: $r = (86 - 2 \cdot 21) : 2 = 22 \text{ (cm)}$

Diện tích xung quanh của nón:

$$S_{xq} = \pi r l = 3,14 \cdot 22 \cdot 72 = 4973,76 (\text{cm}^2)$$

Bán kính R của vành nón là: $R = 22 + 21 = 43 \text{ (cm)}$

$$\text{Diện tích vành nón: } \pi R^2 - \pi r^2 = 3,14(43^2 - 22^2) = 4286,1 (\text{cm}^2)$$

Tổng diện tích vải cần có để làm nên cái mũ (không kể rìa, mép, phần thừa) là:

$$4973,76 + 4286,1 = 9259,86 (\text{cm}^2)$$

b) Chiều cao nón là: $h = \sqrt{72^2 - 22^2} \approx 68,6 (\text{cm})$

$$\text{Thể tích hình nón: } V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3} \cdot 3,14 \cdot 22^2 \cdot 68,6 \approx 3500 (\text{cm}^3)$$

Vậy: Chú hề cần mua 3,5 kg bột.

Bài 59. Số cân nặng lý tưởng ứng với chiều cao được tính theo công thức $M = T - 100 - \frac{T - 150}{N}$

Trong đó: M là cân nặng tính theo kg.

T chiều cao cm.

$N = 4$ (nếu là nam).

$N = 2$ (nếu là nữ).

a) Nếu bạn nữ cao 1,58m. Hỏi cân nặng lý tưởng của bạn đó là bao nhiêu?

b) Giả sử một bạn nam có cân nặng là 65kg. Hỏi chiều cao lý tưởng của bạn đó là bao nhiêu?

Lời giải

Đổi $1,58\text{m} = 158\text{ cm}$

a) Cân nặng lý tưởng của bạn nữ có chiều cao 1,58m:

$$M = T - 100 - \frac{T - 150}{N} = 158 - 100 - \frac{158 - 150}{2} = 54\text{ kg}$$

b) Chiều cao lý tưởng của bạn nam có cân nặng 65kg:

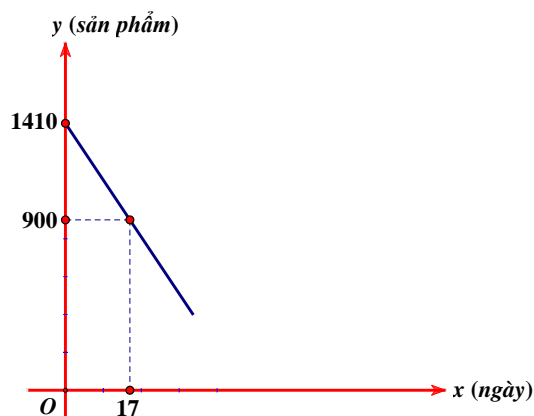
$$65 = T - 100 - \frac{T - 150}{4}$$

$$\Leftrightarrow T = 170\text{ m} = 1,7\text{ m}$$

Bài 60. Một xí nghiệp cần bán thanh lý b sản phẩm. Số sản phẩm y còn lại sau x ngày bán được xác định bởi hàm số: $y = ax + b$ có đồ thị như sau:

a) Hãy dựa vào đồ thị hãy xác định a , b và hàm số y .

b) Xí nghiệp cần bao nhiêu ngày để bán hết số sản phẩm cần thanh lý?



Lời giải

a) Hàm số: $y = ax + b$.

Dựa vào đồ thị ta có:

* Khi $x = 0$ thì $y = 1410$ nên $b = 1410$

(hoặc nêu đồ thị cắt trục tung tại điểm có tung độ 1410 nên $b = 1410$)

* Khi $x = 17$ thì $y = 900$ nên

$$900 = a \cdot 17 + 1410$$

$$\Leftrightarrow a = -30$$

Vậy hàm số: $y = -30x + 1410$

b) Khi bán hết số sản phẩm cần thanh lý thì

$$y = 0 \text{ Nên: } 0 = -30x + 1410 \Leftrightarrow x = 47$$

Vậy xí nghiệp cần 47 ngày để bán hết số sản phẩm cần thanh lý.

Bài 61. Cách đây hơn một thế kỷ, nhà khoa học người Hà Lan Hendrich Lorentz (1853 – 1928) đưa ra công thức tính số cân nặng lí tưởng của con người theo chiều cao như sau:

$$M = T - 100 - \frac{T - 150}{N} \text{ (công thức Lorentz. Trong đó:}$$

M là số cân nặng lí tưởng tính theo kilôgam

T là chiều cao tính theo xăngtimet

$N = 4$ với nam giới và $N = 2$ với nữ giới.

a) Bạn A (là nam giới) chiều cao là 1,6m. Hỏi cân nặng của bạn nên là bao nhiêu kg để đạt lí tưởng?

b) Với chiều cao bằng bao nhiêu thì số cân nặng lí tưởng của nam giới và nữ giới bằng nhau?

Lời giải

Cân nặng lí tưởng của bạn A là:

$$M = T - 100 - \frac{T - 150}{N} = 160 - 100 - \frac{160 - 150}{4} = 57,5 \text{ (kg)}$$

Vì số cân nặng bằng nhau nên ta có phương trình:

$$T - 100 - \frac{T - 150}{4} = T - 100 - \frac{T - 150}{2}$$

$$\frac{T - 150}{4} = \frac{T - 150}{2}$$

$$\Rightarrow T = 150 \text{ (cm)}$$

$$\Rightarrow M = 50 \text{ (kg)}$$

Vậy với chiều cao bằng 150 cm thì số cân nặng lí tưởng của nam giới và nữ giới bằng nhau (50kg).

Bài 62. Năm ngoái tổng số dân của hai tỉnh A và B là 4 triệu người. Dân số tỉnh A năm nay tăng 1,2% còn tỉnh B tăng 1,1%. Tổng số dân của cả hai tỉnh năm nay là 4045000 người. Tính số dân của mỗi tỉnh năm ngoái và năm nay.

Lời giải

Gọi x (triệu người) là số dân của tỉnh A vào năm ngoái ($x > 0, x < 4$ triệu)

y (triệu người) là số dân của tỉnh B vào năm ngoái ($y > 0, y < 4$ triệu)

Theo đề bài ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} x + y = 4 \\ x + 1,2\%x + y + 1,1\%y = 4,045 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 4 \\ 1,012x + 1,011y = 4,045 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 3 \end{cases}$$

Vậy năm ngoái tỉnh A có 1 triệu người, năm nay có 1012000 người.

Năm ngoái tỉnh B có 3 triệu người, năm nay có 3033000 người

- Bài 63.** Theo tài liệu dân số và phát triển của Tổng cục dân số và kế hoạch hóa gia đình thì: Dựa trên số liệu về dân số, kinh tế, xã hội của 85 nước trên thế giới, người ta xây dựng được hàm nêu lên mối quan hệ giữa tuổi thọ trung bình của phụ nữ (y) và tỷ lệ biết chữ của họ (x) như sau: $y = 47,17 + 0,307x$. Trong đó y là số năm (tuổi thọ), $x(\%)$ là tỷ lệ phần trăm biết chữ của phụ nữ.
- a) Theo báo cáo của Bộ Giáo dục và Đào tạo năm học 2015-2016, tỷ lệ biết chữ đã đạt 96,83% trong nhóm phụ nữ Việt Nam tuổi từ 15 đến 60. Hỏi với tỷ lệ biết chữ của phụ nữ Việt Nam như trên thì nhóm này có tuổi thọ bao nhiêu?
- b) Nếu muốn tăng tuổi thọ của phụ nữ 85 nước trên lên 77 tuổi thì tỷ lệ biết chữ của họ phải đạt bao nhiêu %

Lời giải

- a) Tuổi thọ của nhóm phụ nữ Việt nam có tỷ lệ biết chữ đạt 96,83% là:

$$y = 47,17 + 0,307 \cdot 96,83 = 47,17 + 29,72 = 76,89 \text{ (năm)}$$

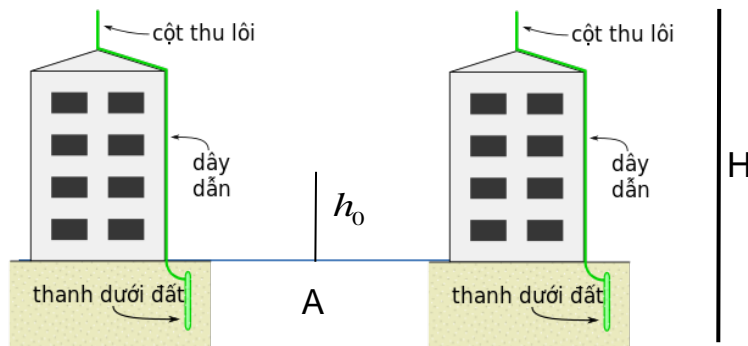
- b) Tỷ lệ biết chữ của nhóm phụ nữ muốn đạt 77 tuổi thọ là:

$$77 = 47,17 + 0,307x$$

$$\Leftrightarrow 0,307x = 29,83$$

$$\Leftrightarrow x = 97,17\%$$

- Bài 64.** Cột thu lôi hay cột chống sét là một thanh kim loại hoặc vật bằng kim loại được gắn trên đỉnh của một tòa nhà, sử dụng một dây dẫn điện để giao tiếp với mặt đất hoặc "đất" thông qua một điện cực, thiết kế để bảo vệ tòa nhà trong trường hợp sét tấn công. Sét sẽ đánh xuống mục tiêu là công trình xây dựng và sẽ đánh vào cột thu lôi rồi được truyền xuống mặt đất thông qua dây dẫn, thay vì đi qua tòa nhà. Đây là một công cụ rất hữu ích với con người, có thể giúp chúng ta giảm thiểu nguy cơ từ sét. Phạm vi bảo vệ của hệ thu lôi là khoảng không gian quanh hệ thu lôi, bao bọc và bảo vệ về mặt chống sét cho công trình và người ở bên trong, được xác định bằng thực nghiệm. Phạm vi bảo vệ của hệ thu lôi phụ thuộc vào chiều cao của cột thu lôi (cao độ đỉnh kim). Cột thu lôi càng cao thì phạm vi bảo vệ càng lớn.



Hệ gồm 2 cột thu lôi

Khi có 2 cột thu lôi cách nhau một khoảng cách là A , chiều cao của 2 cột thu lôi bằng nhau và bằng H , thì điểm thấp nhất của vùng bảo vệ bởi 2 cột thu lôi này, nằm tại trung điểm khoảng cách 2 cột trên mặt bằng A , có cao độ h_0 được xác định là:

$$h_0 = 4H - \sqrt{0,25A^2 + 9H^2}$$

Cho biết khoảng cách A giữa 2 cột thu lôi là 36m, chiều cao cột thu lôi (tính từ mặt đất đến đỉnh của cột thu lôi) là 16m. Hỏi một người có chiều cao 1,70m đi ở vùng giữa 2 cột thu lôi khi trời đang có sấm sét thì có an toàn không?

Lời giải

Ta có $h_0 = 4.16 - \sqrt{0,25.36^2 + 9.16^2} = 64 - 51,3 = 12,7\text{m} > 1,70\text{m}$

Do đó, người đó vẫn được an toàn khi đi giữa 2 cột thu lôi vào thời điểm có sấm sét.

_____ **THCS.TOANMATH.com** _____