# CHUYÊN ĐỀ 2. TOÁN THỰC TẾ DẠNG TOÁN NĂNG SUẤT, CÔNG VIỆC

# Phương pháp giải:

- Coi khối lượng công việc là 1 đơn vị
- $-NS 1 + NS 2 = t \hat{o} ng NS$
- x giờ (ngày) làm xong CV thì mỗi giờ (ngày) làm được  $\frac{1}{x}$  CV đó
- 1 giờ (ngày) làm được  $\frac{1}{x}$  CV thì a giờ (ngày) làm được a. $\frac{1}{x}$  CV
- Bài 1. Hai đội công nhân cùng làm một công việc thì làm xong trong 4 giờ. Nếu mỗi đội làm một mình xong công việc đó thì đội thứ nhất cần ít thời gian hơn đội thứ hai là 6 giờ. Hỏi mỗi đội làm một mình xong công việc đó trong bao lâu.

# Lời giải

1) Gọi thời gian làm một mình để xong công việc của đội thứ nhất là: x (giờ), điều kiện x > 4

Thì thời gian làm một mình để xong công việc của đội thứ hai là: x+6 (giờ).

Trong một giờ thì khối lượng công việc mà đội thứ nhất làm được là:  $\frac{1}{x}$  (công việc).

Trong một giờ thì khối lượng công việc mà đội thứ hai làm được là:  $\frac{1}{x+6}$  (công việc ).

Vì hai đội công nhân cùng làm một công việc thì làm xong trong 4 giờ nên trong một giờ khối lượng công việc cả hai đội làm được là  $\frac{1}{4}$  (công việc) do đó ta có phương trình:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x+6} = \frac{1}{4}$$

$$\Leftrightarrow \frac{4(x+6)}{4x(x+6)} + \frac{4x}{4x(x+6)} = \frac{x(x+6)}{4x(x+6)}$$

$$\Rightarrow 4x + 24 + 4x = x^2 + 6x$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 2x - 24 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 4x - 6x - 24 = 0$$

$$\Leftrightarrow x(x+4) - 6(x+4) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x+4)(x-6) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{bmatrix} x+4=0 \\ x-6=0 \end{bmatrix}$$

$$\Leftrightarrow \begin{bmatrix} x = -4 \\ x = 6 \end{bmatrix}$$
.

So sánh với điều kiện, x = 6 thỏa mãn.

Vậy thời gian làm một mình để xong công việc của đội thứ nhất là 6 (giờ)

Vậy thời gian làm một mình để xong công việc của đội thứ hai là 12 (giờ)

**Bài 2.** Hai vòi nước cùng chảy vào một bể không có nước thì sau 4*h*48 phút thì đầy bể. Một giờ lượng nước của vòi một chảy được bằng 1,5 lần lượng nước của vòi hai chảy. Hỏi mỗi vòi chảy riêng thì sau bao lâu đầy bể?

# Lời giải

Gọi thời gian một mình vòi một chảy đầy bể nước là  $x \text{ (giờ)} \left( x > \frac{24}{5} \right)$ 

Gọi thời gian một mình vòi một chảy đầy bể nước là y (giờ)  $\left(y > \frac{24}{5}\right)$ 

Trong 1 giờ, vòi một chảy được  $\frac{1}{x}$  (bể)

Trong 1 giờ, vòi hai chảy được  $\frac{1}{y}$  (bể)

Trong 1 giờ, cả hai vòi chảy được  $1: \frac{24}{5} = \frac{5}{24}$  (bể)

Theo bài ra ta có phương trình :  $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{5}{24}(1)$ 

Mỗi giờ lượng nước của vòi một chảy được bằng 1,5 lần lượng nước của vòi hai chảy nên ta có phương trình:  $\frac{1}{x} = 1, 5. \frac{1}{y}(2)$ 

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{5}{24} \\ \frac{1}{x} = \frac{1,5}{y} \end{cases}$$

Đặt 
$$a = \frac{1}{x}$$
;  $b = \frac{1}{y} (a, b \neq 0)$  (\*)

$$\begin{cases} a+b=\frac{5}{24} \Leftrightarrow \begin{cases} 1,5b+b=\frac{5}{24} \Leftrightarrow \begin{cases} 2,5b=\frac{5}{24} \Leftrightarrow \\ a=1,5b \end{cases} \end{cases} \begin{cases} b=\frac{1}{12} \\ a=\frac{1}{8} \end{cases}$$

Thay  $a = \frac{1}{x}$ ;  $b = \frac{1}{y}$  vào (\*) ta có:

$$\begin{cases} \frac{1}{x} = \frac{1}{8} \\ \frac{1}{y} = \frac{1}{12} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 8(t/m) \\ y = 12(t/m) \end{cases}$$

Vậy thời gian vòi một, vòi hai chảy một mình đầy bể lần lượt là: 8 giờ, 12 giờ.

**Bài 3.** Hai bạn An và Bình cùng làm chung một công việc thì hoàn thành sau 6 ngày. Nếu làm riêng thì Bình làm xong việc lâu hơn An làm xong việc là 9 ngày. Hỏi nếu An làm một mình 3 ngày rồi nghỉ thì Bình hoàn thành nốt công việc trong thời gian bao lâu?

# Lời giải

Gọi thời gian 2 bạn An và Bình làm riêng xong công việc lần lượt là x và y (ngày), ĐK: x, y > 0.

Nếu làm riêng thì Bình làm xong việc lâu hơn An làm xong việc 9 ngày suy ra y-x=9. Mỗi ngày:

Bạn An làm riêng được  $\frac{1}{x}$  (công việc)

Bạn Bình làm riêng được  $\frac{1}{y}$  (công việc)

Cả hai bạn làm được  $\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$  (công việc)

Vì hai bạn An và Bình cùng làm chung một công việc thì hoàn thành sau 6 ngày nên  $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{6}$ .

Ta có hệ phương trình 
$$\begin{cases} y - x = 9 \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{6} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = x + 9 \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{x + 9} = \frac{1}{6} \end{cases}$$
 (2)

$$(2) \Leftrightarrow \frac{2x+9}{x(x+9)} = \frac{1}{6} \Leftrightarrow 12x+54 = x^2+9x \Leftrightarrow x^2-3x-54 = 0$$

Giải phương trình được x = 9(TM) hoặc x = -6(KTM), thay x = 9 vào (1) ta tìm được: y = 18(TM).

Một ngày An làm riêng được  $\frac{1}{9}$  công việc nên 3 ngày làm được  $\frac{1}{3}$  công việc. Còn lại:

$$1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$
 (công việc)

Một ngày Bình làm riêng được  $\frac{1}{18}$  công việc nên  $\frac{2}{3}$  công việc còn lại Bình làm xong trong

số ngày là: 
$$\frac{2}{3}:\frac{1}{18}=12$$
 (ngày).

**Bài 4.** Bác công nhân muốn đổ bê tông 1 ống cống hình trụ không có hai đáy dài 6m, có đường kính ngoài 1m, đường kính trong 0,8m. Hỏi bác công nhân đó cần dùng bao nhiều  $m^3$  bê tông để làm ống cống đó? (Làm tròn đến hàng phần mười).

# Lời giải

Thể tích bê tông cần tính bằng hiệu các thể tích của 2 hình trụ có chiều cao 6m và bán kính các đường tròn đáy tương ứng là 1:2=0,5 m và 0,8:2=0,4 m.

Bác công nhân cần số  $m^3$  bê tông là:  $\pi.0,5^2.6 - \pi.0,4^2.6 \approx 1,7m^3$ .

Bài 5. Để làm một vỏ hộp đựng sữa bột đúng tiêu chuẩn loại 850 gam, nhà sản xuất làm vỏ hộp hình trụ có đường kính đáy là 12 cm, chiều cao của hộp là 15 cm. Hãy tính diện tích vật liệu dùng để làm vỏ hộp sữa bột nêu trên (làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai), biết phần ghép nối không đáng kể.

#### Lời giải

Diện tích vật liệu dùng để làm vỏ hộp sữa cũng là diện tích toàn phần của hình trụ có đường kính đáy 12 cm, chiều cao 15 cm.

$$S_{tp} = S_{xq} + 2S_{\text{dáy}} = 2\pi rh + 2\pi r^2 = 2\pi .6.15 + 2\pi 6^2 = 252\pi \approx 252.3, 14 = 791, 28(cm^2).$$

Vậy diện tích vật liệu dùng để làm vỏ hộp sữa là  $791,28(cm^2)$ .

Bài 6. Hai xí nghiệp theo kế hoạch phải làm tổng cộng 720 dụng cụ. Nhờ sắp xếp hợp lý dây chuyền sản xuất nên xí nghiệp I vượt mức 10% kế hoạch, xí nghiệp II vượt mức 12% kế hoạch, do đó cả hai xí nghiệp đã làm được 800 dụng cụ. Tính số dụng cụ mỗi xí nghiệp làm được theo thực tế.

# Lời giải

Gọi số dụng cụ xí nghiệp I, II làm theo kế hoạch lần lượt là x, y (dụng cụ)

$$(x, y \in \mathbb{N}^*; x < 720; y < 720).$$

Theo kế hoạch hai xí nghiệp phải làm 720 dụng cụ nên ta có phương trình:

$$x + y = 720$$
 (1)

Thực tế, xí nghiệp I vượt mức 12% kế hoạch nên xí nghiệp I đã làm được x+12% x=112% x (dụng cụ).

Thực tế, xí nghiệp II vượt mức 10% kế hoạch nên xí nghiệp II đã làm được y+10% y=110% y (dụng cụ) .

Thực tế, cả hai xí nghiệp đã làm được 800 dụng cụ nên ta có phương trình:

$$112\% x + 110\% y = 800 \Leftrightarrow 112x + 110y = 80000$$
 (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} x + y = 720 \\ 112x + 110y = 80000 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 720 - y \\ 112(720 - y) + 110y = 80000 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 720 - y \\ 2y = 640 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 400 \\ y = 320 \end{cases} \text{ (thoa man)}.$$

Vậy thực tế xí nghiệp I làm được 112%.400 = 448 dụng cụ; xí nghiệp II làm được 110%.320 = 352 dụng cụ.

# **Bài 7.** (2,5 điểm)

Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình :

Hai vòi nước cùng chảy vào một bể không có nước thì sau 4 giờ 48 phút bể đầy. Mỗi giờ, lượng nước vòi một chảy được bằng 1,5 lần lượng nước của vòi hai chảy. Hỏi mỗi vòi chảy riêng thì sau bao lâu bể đầy?

#### Lời giải

Ta có 4 giờ 48 phút = 
$$\frac{25}{4}$$
 giờ.

Gọi thời gian vòi một chảy một mình đầy bể là  $x(giờ, x > \frac{24}{5})$ 

Thời gian vòi hai chảy một mình đầy bể là y (giờ,  $y > \frac{24}{5}$ )

Một giờ vòi một chảy một mình được  $\frac{1}{x}$  (bể)

Một giờ vòi hai chảy một mình được  $\frac{1}{y}$  (bể)

Vì hai vòi cùng chảy vào một bể không có nước thì sau 4 giờ 48 phút ( $=\frac{24}{5}$  giờ) bể đầy nên ta có phương trình :

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{5}{24}$$
 (1)

Mỗi giờ, lượng nước vòi một chảy được bằng 1,5 lần lượng nước của vòi hai chảy nên ta có pt:

$$\frac{1}{x} = \frac{3}{2y} \tag{2}$$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{5}{24} \\ \frac{1}{x} = \frac{3}{2y} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{3}{2y} + \frac{1}{y} = \frac{5}{24} \\ \frac{1}{x} = \frac{3}{2y} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{5}{2y} = \frac{5}{24} \\ \frac{1}{x} = \frac{3}{2y} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 12 \\ x = 8 \end{cases}$$
 (tm).

Vậy vòi một chảy một mình sau 8 giờ bể đầy , vòi hai chảy một mình sau 12 giờ bể đầy.

Bài 8. Giải toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình

Hưởng ứng phong trào Tết trồng cây, chi đoàn thanh niên dự định trồng 30 cây

trong một thời gian nhất đinh. Do mỗi giờ chi đoàn trồng nhiều hơn dự định 5 cây

nên đã hoàn thành công việc trước dự định 20 phút và trồng thêm được 10 cây nữa. Tính số cây mà chi đoàn dự định trồng trong mỗi giờ.

Gọi số cây mà chi đoàn dự định trồng trong mỗi giờ là x (cây) (ĐK:  $x \in \mathbb{N}^*$ ) Số cây chi đoàn trồng được trong mỗi giờ trên thực tế là x+5 (cây)

Thời gian chi đoàn dự định trồng xong số cây là  $\frac{30}{x}$  (h)

Số cây mà chi đoàn trồng được trong thực tế là 30 + 10 = 40 (cây)

Thời gian chi đoàn trồng xong số cây trong thực tế là  $\frac{40}{r+5}$  (h)

Do chi đoàn hoàn thành công việc trước dự định là 20 phút =  $\frac{1}{3}$  h nên ta có phương trình:

$$\frac{30}{x} - \frac{40}{x+5} = \frac{1}{3}$$

$$\Leftrightarrow \frac{30.3(x+5) - 40.3x}{3.x(x+5)} = \frac{x(x+5)}{3.x(x+5)}$$

$$\Rightarrow 90(x+5) - 120x = x(x+5)$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 35x - 450 = 0$$

$$\Delta = 35^2 - 4.1.(-450) = 3025$$

Phương trình có 2 nghiệm phân biệt:  $x_1 = \frac{-35 + \sqrt{3025}}{2.1} = 10$   $x_2 = \frac{-35 - \sqrt{3025}}{2.1} = -45$ 

$$x_2 = \frac{-35 - \sqrt{3025}}{2.1} = -45$$

 $x_1 = 10$  (Thỏa mãn điều kiện);  $x_2 = -45$  (Loại)

Vậy số cây mà chi đoàn dự định trồng trong mỗi giờ là 10 cây

Để chở hết 60 tấn hàng, một đôi xe dự định sử dụng một số xe cùng loại. Trước khi khởi hành, có 2 xe được điều động đi làm việc khác, vì vậy mỗi xe còn lại phải chở nhiều hơn dự định 1 tấn hàng. Hỏi lúc đầu đội dự định dùng bao nhiêu xe?

a) Gọi số xe đội dự định dùng là x (xe) ( $x \in \mathbb{N}, x > 2$ ).

Số hàng mỗi xe dự định chở là:  $\frac{60}{10}$  (tấn).

Số xe thực tế đội dùng là x-2 (xe).

Số hàng thực tế mỗi xe chở là:  $\frac{60}{r-2}$  (tấn).

Vì mỗi xe phải chở nhiều hơn 1 tấn hàng so với dự định nên ta có phương trình:

$$\frac{60}{x-2} - \frac{60}{x} = 1$$

$$\Rightarrow 60x - 60(x-2) = x(x-2)$$

$$\Leftrightarrow 60x - 60x + 120 = x^2 - 2x$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 2x - 120 = 0$$

Giải phương trình được  $x_1 = 12$  (thỏa mãn đk)  $x_2 = -10$  (Không thỏa mãn đk)

Kết luận số xe dự định dùng là 12 xe.

# **Bài 10.** Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:

Hưởng ứng phong trào trồng cây xanh vì một môi trường xanh, sạch, đẹp. Một chi đoàn thanh niên dự định trồng 120 cây xanh. Nhưng khi thực hiện, chi đoàn đó đã tăng cường thêm 3 đoàn viên nữa nên mỗi đoàn viên đã trồng ít hơn 2 cây so với dự định. Hỏi lúc đầu chi đoàn thanh niên đó có bao nhiêu đoàn viên? (biết rằng số cây của mỗi đoàn viên trồng là như nhau)

# Lời giải

Gọi số đoàn viên ban đầu của chi đoàn thanh niên là:  $x (x \in \mathbb{N}^*, người)$ 

Số đoàn viên khi thực hiện là x+3 (đoàn viên)

Vì phải trồng 120 cây nên:

Số cây mỗi đoàn viên dự định trồng là:  $\frac{120}{x}$  (cây)

Số cây mỗi đoàn viên thực tế trồng được là:  $\frac{120}{x+3}$  (cây)

Vì thực tế mỗi đoàn viên trồng ít hơn dự định 2 cây nên ta có phương trình:

$$\frac{120}{x} - \frac{120}{x+3} = 2 \iff 60.(x+3-x) = x(x+3) \iff x^2 + 3x - 180 = 0$$

$$\Delta = 3^2 + 4.180 = 729 > 0 \Rightarrow \sqrt{\Delta} = 27$$

 $x_1 = 12$  (thỏa mãn) hoặc  $x_2 = -15$  (không thỏa mãn)

Kết luận: Vậy ban đầu chi đoàn thanh niên đó có 12 đoàn viên.

# Bài 11. Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình

Một đội xe dự định dùng một số xe cùng loại để chở hết 60 tấn hàng phục vụ đồng bào vùng cao đón Tết. Lúc sắp khởi hành có ba xe phải điều đi làm việc khác vì vậy mỗi xe còn lại phải chở nhiều dơn dự định là 1 tấn hàng. Tính số xe lúc đầu của đội, nếu lượng hàng mỗi xe phải chở là như nhau.

#### Lời giải

Gọi số xe dự định là x (xe)  $(x > 3; x \in \mathbb{N})$ 

Số hàng mỗi xe chở được là y (tấn)  $(y \ge 0)$ 

Theo đầu bài ta có phương trình: xy = 60 (1)

Vì có ba xe phải đi làm việc khác nên còn lại x-3 (xe)

Số hàng mỗi xe phải chở sau khi ba xe bị điều đi là y+1 (tấn)

Ta có phương trình: (x-3)(y+1) = 60 (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình: 
$$\begin{cases} xy = 60 \\ (x-3)(y+1) = 60 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} xy = 60 \\ xy + x - 3y - 3 = 60 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} xy = 60 \\ x - 3y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} xy = 60 \\ x = 3 + 3y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (3 + 3y)y = 60 \\ x = 3 + 3y \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3y^2 + 3y - 60 = 0 \\ x = 3 + 3y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{bmatrix} y = 4 \\ y = -5 \end{cases} \text{ (L)} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 4 \\ x = 15 \end{cases} \text{ (thoa man)}$$

Vậy số xe là dự định là 15 xe và mỗi xe chở 4 tấn.

**Bài 12.** Một đội xe dự định chở 24 tấn hàng. Thực tế khi chở đội được bổ sung thêm 4 xe nữa nên mỗi xe chở ít hơn dự định 1 tấn. Hỏi dự định ban đầu đội có bao nhiều xe? (Biết khối lượng hàng chở trên mỗi xe như nhau).

#### Lời giải

Gọi x (chiếc) là số xe ban đầu của đội ( $x \in \mathbb{N}^*$ ).

Số tấn hàng mỗi xe dự định chở là  $\frac{24}{x}$  (tấn).

Thực tế đội được bổ sung thêm 4 xe nên số xe thực tế là x+4 (chiếc).

Số tấn hàng mỗi xe thực tế phải chở là  $\frac{24}{x+4}$  (tấn).

Vì mỗi xe thực tế chở ít hơn dự định 1 tấn nên ta có phương trình:

$$\frac{24}{x} - \frac{24}{x+4} = 1 \Leftrightarrow \frac{96}{x(x+4)} = 1 \Leftrightarrow x^2 + 4x - 96 = 0 \Leftrightarrow \begin{bmatrix} x = 8 \\ x = -12 \end{bmatrix}$$

Vì  $x \in \mathbb{N} * \text{ nên } x = 8$ .

Vậy ban đầu đội có tất cả 8 chiếc xe.

**Bài 13.** Một lâm trường dự định trồng 75 ha rừng trong một số tuần. Do mỗi tuần trồng vượt mức 5 ha so với kế hoạch nên đã trồng được 80 ha và hoàn thành sớm hơn 1 tuần. Hỏi mỗi tuần lâm trường dự định trồng bao nhiều ha rừng?

# Lời giải

Gọi số ha rừng mà lâm trường dự định trồng trong mỗi tuần là x (ha; x > 0)

Thời gian trồng rừng theo kế hoạch là  $\frac{75}{x}$  (tuần)

Thực tế mỗi tuần lâm trường trồng được x+5 (ha)

Thời gian trồng rừng thực tế là  $\frac{80}{x+5}$  (tuần)

Vì thực tế lâm trường hoàn thành sớm hơn dự định 1 tuần nên ta có phương trình:

$$\frac{75}{x} - \frac{80}{x+5} = 1$$

$$\Rightarrow 75.(x+5) - 80.x = x.(x+5)$$

$$\Leftrightarrow 75x + 375 - 80x = x^2 + 5x$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 10x - 375 = 0$$

Ta có  $\Delta' = b'^2 - ac = 400 > 0 \Rightarrow \sqrt{\Delta'} = 20$ 

Phương trình có 2 nghiệm phân biệt

$$x_1 = \frac{-5 + 20}{1} = 15$$
 (nhận);  $x_2 = \frac{-5 - 20}{1} = -25$  (loại).

Vậy số ha rừng lâm trường dự định trồng mỗi tuần là 15 (ha).

**Bài 14.** Hai vòi nước cùng chảy vào một bể không có nước thì sau 7 giờ 12 phút đầy bể. Nếu mở vòi 1 chảy trong 5 giờ rồi khóa lại, mở tiếp vòi 2 chảy trong 6 giờ thì cả hai vòi chảy được  $\frac{3}{4}$  bể. Tính thời gian mỗi vòi chảy một mình đầy bể.

# Lời giải

Đổi 7 giờ 12 phút = 
$$\frac{36}{5}$$
 giờ

Gọi thời gian mỗi vòi 1 và vòi 2 chảy một mình đầy bể là x, y (giờ). Điều kiện x, y > 0

Một giờ hai vòi chảy được số phần của bể là: 
$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{5}{36}$$
 (1)

Mở vòi 1 chảy trong 5 giờ rồi khóa lại thì số phần bể vòi 1 chảy được là:  $\frac{5}{x}$  (bể),

mở tiếp vòi 2 chảy trong 6 giờ thì vòi 2 chảy được số phần của bể là:  $\frac{6}{y}$  (bể)

Vậy cả hai vòi chảy được  $\frac{3}{4}$  bể, ta có phương trình:  $\frac{5}{x} + \frac{6}{y} = \frac{3}{4}$  (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình: 
$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{5}{36} \\ \frac{5}{x} + \frac{6}{y} = \frac{3}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{5}{x} + \frac{5}{y} = \frac{25}{36} \\ \frac{5}{x} + \frac{6}{y} = \frac{3}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{y} = \frac{1}{18} \\ \frac{1}{x} = \frac{1}{12} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 12 \\ y = 18 \end{cases}$$

Vậy 2 vòi chảy một mình đầy bể hết số giờ là: Vòi 1: 12 giờ; Vòi 2: 18 giờ.

Bài 15. Để chở hết 120 tấn hàng ủng hộ đồng bào vùng cao biên giới, một đội xe dự định dùng một số xe cùng loại. Lúc sắp khởi hành, họ được bổ sung thêm 5 xe cùng loại của đội, nhờ vậy, so với dự định ban đầu, mỗi xe phải chở ít hơn 2 tấn. Hỏi lúc đầu đội có bao nhiều xe nếu khối lượng hàng mỗi xe phải chở bằng nhau?

#### Lời giải

Gọi số xe lúc đầu là x (xe,  $x \in N^*$ )

Số tấn hàng mỗi xe phải chở theo dự định là  $\frac{120}{x}$  (tấn)

Thực tế được bổ sung 5 xe nên số xe là: x+5 (xe)

Số tấn hàng mỗi xe phải chở theo thực tế là:  $\frac{120}{x+5}$  (tấn)

Vì thực tế thêm 5 xe nên mỗi xe chở ít hơn dự định 2 tấn nên ta có phương trình:

$$\frac{120}{x} - \frac{120}{x+5} = 2$$

$$\Leftrightarrow \frac{120(x+5) - 120x}{x(x+5)} = \frac{2x(x+5)}{x(x+5)}$$

$$\Leftrightarrow 120x + 600 - 120x = 2x^2 + 10x$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 + 10x - 600 = 0$$
 (1)

 $\Delta' = 5^2 - 2.(-600) = 1225 > 0$  nên phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt

$$x_1 = \frac{-5 + \sqrt{1225}}{2} = 15$$
 (thỏa mãn)

$$x_2 = \frac{-5 - \sqrt{1225}}{2} = -20$$
 (không thỏa mãn– loại)

Vậy số xe lúc đầu là 15 xe.

**Bài 16.** Hai vòi nước cùng chảy vào một bể không có nước thì sau 2 giờ 55 phút sẽ đầy bể. Nếu để chảy một mình thì vòi thứ nhất chảy đầy bể nhanh hơn hơn vòi thứ hai là 2 giờ. Tính thời gian mỗi vòi chảy một mình đầy bể.

# Lời giải

Gọi thời gian vòi I chảy một mình đầy bể là x (giờ). ĐK:  $x > \frac{35}{12}$ 

Trong một giờ vòi I chảy được  $\frac{1}{x}$  (bể),

Trong một giờ vòi II chảy được  $\frac{1}{x+2}$  (bể)

Trong một giờ, cả hai vòi chảy được:  $1:\frac{35}{12} = \frac{12}{35} (b\mathring{e})$ 

Ta có phương trình:  $\frac{1}{x} + \frac{1}{x+2} = \frac{12}{35}$ 

$$\Leftrightarrow \frac{x+2}{x(x+2)} + \frac{x}{x(x+2)} = \frac{12}{35}$$

$$\Rightarrow$$
 35(2x+2)=12x(x+2)

$$\Leftrightarrow 12x^2 - 46x - 70 = 0$$

$$\Leftrightarrow 6x^2 - 23x - 35 = 0$$

$$\Leftrightarrow 6x^2 - 30x + 7x - 35 = 0$$

$$\Leftrightarrow$$
  $(x-5)(6x+7)=0$ 

Phương trình có hai nghiệm:

$$x = 5$$

$$x = \frac{-7}{6}$$

Kết hợp với điều kiện suy ra x = 5

Vậy thời gian vòi I chảy một mình đầy bể là 5 giờ.

thời gian vòi II chảy một mình đầy bể là 5+2=7 giờ.

Bài 17. Để chở hết 120 tấn khoai lang ủng hộ bà con nông dân huyện Bình Sơn, tỉnh Quảng Ngãi vượt qua khó khăn do ảnh hưởng của đại dịch viêm đường hô hấp cấp nCovid – 19, một đội xe dự định dùng một số xe cùng loại. Lúc sắp khởi hành đội được bổ sung thêm 5 xe

cùng loại, vì vậy so với dự định mỗi xe phải chở ít hơn 2 tấn. Hỏi lúc đầu đội có bao nhiêu xe?

#### Lời giải

Gọi số xe lúc đầu của đội là x (chiếc,  $x \in N^*$ )

Số tấn khoai lang mỗi xe dự định phải chở là  $\frac{120}{x}$  (tấn)

Số xe lúc sau của đôi là x+5 (xe)

Số tấn khoai lang mỗi xe thực tế phải chở là  $\frac{120}{x+5}$  (tấn)

Vì so với dự định thực tế mỗi xe phải chở ít hơn 2 tấn nên ta có phương trình

$$\frac{120}{x} - \frac{120}{x+5} = 2$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 5x - 300 = 0.$$

Giải phương trình  $x^2 + 5x - 300 = 0$ 

$$\Delta = 25 + 4.300 = 1225$$

Vì  $\Delta > 0$  nên phương trình có hai nghiệm phân biệt

$$x_1 = \frac{-5 + \sqrt{1225}}{2} = 15$$
;  $x_2 = \frac{-5 - \sqrt{1225}}{2} = -20$ 

Đối chiếu với điều kiện của ẩn và kết luận số xe lúc đầu của đội là 15 xe.

**Bài 18.** Hai tổ sản xuất phải hoàn thành 90 sản phẩm theo kế hoạch. Khi thực hiện, tổ I làm vượt mức 15% kế hoạch, tổ II làm vượt mức 12% kế hoạch của tổ. Do đó cả hai tổ làm được 102 sản phẩm. Hỏi thực tế, mỗi tổ sản xuất được bao nhiều sản phẩm.

#### Lời giải

Gọi số sản phẩm các tổ I, II lần lượt phải làm theo kế hoạch là x, y (sản phẩm)  $(x, y < 90; x, y \in \mathbb{N}^*)$ 

Vì theo kế hoạch hai tổ sản xuất phải hoàn thành 90 sản phẩm nên ta có pt:

$$x + y = 90 (1)$$

Thực tế tổ I làm được  $\frac{115}{100}x$  (sản phẩm)

Thực tế tổ II làm được  $\frac{112}{100}$  y ( sản phẩm)

Vì thực tế hai tổ sản xuất làm được 102 sản phẩm nên ta có pt:

$$\frac{115}{100}x + \frac{112}{100}y = 102$$
 (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ pt:

$$\begin{cases} x + y = 90\\ \frac{115}{100}x + \frac{112}{100}y = 102 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 115x + 115y = 10350 \\ 115x + 112y = 10200 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3y = 150 \\ x + y = 90 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = 50 \ (tm) \\ x = 40 \ (tm) \end{cases}$$

Vậy thực tế tổ I sản xuất được 46 sản phẩm. Vậy thực tế tổ II sản xuất được 56 sản phẩm.

# Bài 19. Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình :

Tháng thứ nhất hai tổ sản xuất được 800 sản phẩm. Sang tháng thứ hai tổ 1 vượt 15%, Tổ 2 vượt 20% sản phẩm so với tháng thứ nhất do đó cuối tháng cả hai tổ xản xuất được 945 sản phẩm. Tính xem trong tháng thứ nhất mỗi tổ sản xuất được bao nhiều sản phẩm.

# Lời giải

Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình : Gọi số sản phẩm tổ 1 làm được trong tháng thứ nhất là x (sản phẩm), số sản phẩm mà tổ 2 làm được trong tháng thứ nhất là y (sản phẩm)  $(x, y \in \mathbb{N}^+; x, y < 800)$ .

Tháng thứ nhất hai tổ sản xuất được 800 sản phẩm, nên ta có phương trình: x + y = 800 (1)

Số sản phẩm tổ 1 làm được trong tháng thứ hai là 115% x = 1,15x (sản phẩm) Số sản phẩm tổ 2 làm được trong tháng thứ hai là 120% y = 1,2y (sản phẩm) Do cuối tháng hai cả hai tổ sản xuất được 945 sản phẩm nên ta có phương trình :

1,15x+1,2y = 945 (2)  
Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình: 
$$\begin{cases} x + y = 800 \\ 1,15x+1,2y = 945 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 800 - y \\ 1,15(800 - y) + 1,2y = 945 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 800 - y \\ 0,05y = 25 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 300 \\ y = 500 \end{cases} \text{ (thỏa mãn)}$$

Vậy trong tháng 1 tổ 1 sản xuất được 300 sản phẩm, tổ 2 sản xuất được 500 sản phẩm.

**Bài 20.** Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình
Hai đội xe chở cát để san lấp một khu đất. Nếu hai đội cùng làm thì trong 18 ngày xong công việc. Nếu đội I làm trong 6 ngày, đội II làm trong 8 ngày thì xong

được 40% công việc. Hỏi mỗi đội làm một mình thì sau bao lâu xong công việc đó?

#### Lời giải

Gọi thời gian đội I và đội II làm một mình xong công việc lần lượt là x, y (ngày) (Điều kiện: x > 0, y > 0).

Trong 1 ngày đội I làm được  $\frac{1}{x}$  công việc.

Trong 1 ngày đội II làm được  $\frac{1}{y}$  công việc.

Hai đội cùng làm thì trong 18 ngày xong công việc

 $\Rightarrow$ Trong 1 ngày hai đội làm được  $\frac{1}{18}$  công việc.

Khi đó, ta có phương trình:  $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{18}$  (1).

Trong 6 ngày đội I làm được  $\frac{6}{x}$  công việc

Trong 8 ngày đội II làm được  $\frac{8}{y}$  công việc

Nếu đội I làm trong 6 ngày, đội II làm trong 8 ngày thì xong được 40% công việc

$$\Rightarrow \frac{6}{x} + \frac{8}{y} = 40\% = \frac{2}{5} \tag{2}.$$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{18} \\ \frac{6}{x} + \frac{8}{y} = \frac{2}{5} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{x} = \frac{1}{45} \\ \frac{1}{y} = \frac{1}{30} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 45 \\ y = 30 \end{cases}$$
 (thỏa mãn điều kiện).

Vậy thời gian đội I và đội II làm một mình xong công việc lần lượt là 45 ngày và 30 ngày.

**Bài 21.** Hai tổ sản xuất phải hoàn thành 90 sản phẩm theo kế hoạch. Khi thực hiện, tổ I làm vượt mức 15% kế hoạch, tổ II làm vượt mức 12% kế hoạch của tổ. Do đó cả hai tổ làm được 102 sản phẩm. Hỏi thực tế, mỗi tổ sản xuất được bao nhiều sản phẩm.

Lời giải:

Gọi số sản phẩm tổ I sản xuất được theo kế hoạch là x (đk:  $x \in N^*, x < 90$ ) thì số sản phẩm tổ II sản xuất được theo kế hoạch là 90 - x (sản phẩm)

Khi thực hiện: tổ I làm vượt mức 15% kế hoạch nên số sản phẩm tổ I làm được là x+15% x=1,15x (sản phẩm)

tổ II làm vượt mức 12% kế hoạch nên số sản phẩm tổ II làm được là

$$(90-x)+12\%(90-x)=1,12(90-x)$$
 (sản phẩm)

do cả 2 tổ sản xuất được 102 sản phẩm nên ta có phương trình:

$$1,15x+1,12(90-x)=102$$

$$\Leftrightarrow$$
 1,15 $x$  + 100,8 - 1,12 $x$  = 102

$$\Leftrightarrow 0,03x = 1,2$$

$$\Leftrightarrow x = 1, 2:0, 03 = 40$$

Giá trị x = 40 thỏa mãn điều kiện của ẩn

Vậy thực tế: Tổ I làm được 46 sản phẩm, Tổ II làm được 56 sản phẩm.

**Bài 22.** Một đội xe theo kế hoạch chở hết 120 tấn hàng trong một số ngày quy định. Do mỗi ngày đội đó chở vượt mức 5 tấn nên đội đã hoàn thành kế hoạch sớm hơn thời gian quy định 1 ngày và chở thêm được 5 tấn. Hỏi theo kế hoạch đội xe chở hết số hàng đó trong bao nhiêu ngày

## Lời giải

1) Gọi thời gian dự định đội xe định chở hết 120 tấn hàng là: x (ngày,  $x \in \mathbb{N}$ ; x > 1)

Như vậy, theo kế hoạch, mỗi ngày đội đó chở được:  $\frac{120}{x}$  (tấn/ngày)

Thực tế, đội đó chở tất cả là: 120+5=125 (tấn hàng)

Đội đã hoàn thành kế hoạch sớm hơn thời gian quy định 1 ngày nên thời gian thực tế đội chở hàng là: x-1 (ngày)

Do đó, mỗi ngày đội đó thực tế chở được:  $\frac{125}{x-1}$  (tấn/ngày)

Vì thực tế mỗi ngày đội đó chở vượt mức 5 tấn nên ta có phương trình:

$$\frac{125}{x-1} - \frac{120}{x} = 5 \Leftrightarrow \frac{125x - 120x + 120}{x(x-1)} = 5 \Rightarrow 5x + 120 = 5x(x-1) \Leftrightarrow x + 24 = x^2 - x$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 2x - 24 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 6x + 4x - 24 = 0 \Leftrightarrow (x - 6)(x + 4) = 0 \Leftrightarrow \begin{bmatrix} x = 6 & (\text{nhận}) \\ x = -4 & (\text{loại}) \end{bmatrix}$$

Vậy theo kế hoạch đội đó chở hết số hàng trong 6 ngày.

Bài 23. Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình

Một đội xe cần vận chuyển 160 tấn gạo với khối lượng gạo mỗi xe chở bằng nhau. Khi sắp khởi hành thì đội được bổ sung thêm 4 xe nữa nên mỗi xe chở ít hơn dự định lúc đầu 2 tấn gạo (khối lượng gạo mỗi xe chở bằng nhau). Hỏi đội xe ban đầu có bao nhiều chiếc?

#### Lời giải

Gọi x (xe) là số xe ban đầu của đội xe. ( $x \in N^*$ ).

Theo dự kiến số gạo mỗi xe định chở là:  $\frac{160}{x}$  (tấn).

Số xe thực tế là: x+4 (xe).

Số gạo thực tế mỗi xe chở là:  $\frac{160}{x+4}$  (tấn).

Vì thực tế được bổ sung thêm 4 xe nên mỗi xe chở ít hơn dự định lúc đầu là 2 tấn gạo. Vậy ta có phương trình:

$$\frac{160}{x+4} + 2 = \frac{160}{x} \Leftrightarrow 2x^2 + 8x - 64 = 0 \Leftrightarrow \begin{bmatrix} x = 4(TM) \\ x = -8(KTM) \end{bmatrix}$$

Vậy số xe ban đầu của đội xe là 4 xe.

**Bài 24.** Một đoàn xe vận tải dự định điều một số xe cùng loại để vận chuyển 40 tấn hàng. Lúc sắp khởi hành đoàn xe được giao thêm 14 tấn nữa. Do đó phải điều thêm 2 xe cùng loại trên và mỗi xe chở thêm 0,5 tấn. Tìm số lượng xe phải điều theo dự định, biết mỗi xe đều chở số lượng hàng như nhau và mỗi xe không chở quá 3 tấn hàng.

#### Lời giải

Gọi số tấn hàng mà mỗi xe phải chở theo dự định là x (tấn)  $(0 < x \le 3)$ 

Trong thực tế mỗi xe phải chở số tấn hàng là x+0.5 (tấn)

Số xe phải điều theo dự định là  $\frac{40}{r}$  (xe)

Số xe được sử dụng theo thực tế là  $\frac{54}{x+0.5}$  (xe)

Thực tế phải điều thêm 2 xe so với dự định nên ta có phương trình:

$$\frac{54}{x+0,5} - \frac{40}{x} = 2$$

$$\Leftrightarrow \frac{54x}{x^2 + 0.5x} - \frac{40(x + 0.5)}{x^2 + 0.5x} = 2$$

$$\Leftrightarrow \frac{54x - 40x - 20}{x^2 + 0.5x} = 2$$

$$\Rightarrow 14x - 20 = 2x^2 + x$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 - 13x + 20 = 0$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 - 8x - 5x + 20 = 0$$

$$\Leftrightarrow 2x(x-4)-5(x-4)=0$$

$$\Leftrightarrow$$
  $(x-4)(2x-5)=0$ 

$$\Leftrightarrow \begin{bmatrix} x - 4 = 0 \\ 2x - 5 = 0 \end{bmatrix} \Leftrightarrow \begin{bmatrix} x = 4 & (ktm) \\ x = \frac{5}{2} & (tm) \end{bmatrix}$$

Vậy mỗi xe phải chở 2,5 tấn hàng.

**Bài 25.** Một đoàn xe vận tải dự định điều một số xe cùng loại để vận chuyển 40 tấn hàng. Lúc sắp khởi hành đoàn xe được giao thêm 14 tấn nữa. Do đó phải điều thêm 2 xe cùng loại trên và mỗi xe phải chở thêm 0,5 tấn. Tìm số lượng xe phải điều theo dự định, biết mỗi xe đều chở số lượng hàng như nhau và mỗi xe chở không quá 3 tấn hàng.

# Lời giải

Gọi số tấn hàng mà mỗi xe phải chở theo dự định là: x (tấn,  $0 < x \le 3$ ).

Trong thực tế, mỗi xe phải chở số tấn hàng là: x+0.5 (tấn).

Số xe phải điều theo dự định là:  $\frac{40}{x}$  (xe).

Số xe được sử dụng theo thực tế là:  $\frac{54}{x+0.5}$  (xe).

Vì thực tế phải điều thêm 2 xe so với dự định nên ta có phương trình:

$$\frac{54}{x+0,5} - \frac{40}{x} = 2$$

$$\Leftrightarrow \frac{54x}{x(x+0,5)} - \frac{40(x+0,5)}{x(x+0,5)} = \frac{2x(x+0,5)}{x(x+0,5)}$$

$$\Rightarrow 54x - 40(x+0,5) = 2x(x+0,5)$$

$$\Leftrightarrow 14x - 20 = 2x^2 + x$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 - 13x + 20 = 0$$

$$\Leftrightarrow (2x-5)(x-4) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{bmatrix} x = \frac{5}{2}(tm) \\ x = 4(ktm) \end{bmatrix}$$

Vậy số xe phải điều theo dự định là:  $\frac{40}{2.5} = 16$  (xe).

Bài 26. Hai tổ của một nhà máy sản xuất khẩu trang trong một ngày sản xuất được 1500 chiếc khẩu trang. Để đáp ứng nhu cầu khẩu trang trong dịch cúm do chủng mới virut Corona gây ra nên mỗi ngày tổ một vượt mức 75%, tổ hai vượt mức 68%, cả hai tổ sản xuất được 2583 chiếc khẩu trang. Hỏi ban đầu trong một ngày mỗi tổ sản xuất được bao nhiêu chiếc khẩu trang?

# Lời giải

Gọi số khẩu trang ban đầu trong một ngày tổ I sản xuất được là x (chiếc) Số khẩu trang ban đầu trong một ngày tổ II sản xuất là y (chiếc)

(ĐK: 
$$x, y \in \mathbb{N}^*; x, y < 1500$$
)

Hai tổ của một nhà máy sản xuất khẩu trang trong một ngày sản xuất được 1500 chiếc khẩu trang nên ta có phương trình: x + y = 1500 (1)

Mỗi ngày tổ một vượt mức 75% nên mỗi ngày tổ một sản xuất được số khẩu trang là (100% + 75%)x = 1,75x (chiếc)

Mỗi ngày tổ hai vượt mức 68% nên mỗi ngày tổ hai sản xuất được số khẩu trang là (100% + 68%) y = 1,68 y (chiếc)

Cả hai tổ sản xuất được 2583 chiếc khẩu trang nên ta có phương trình: 1,75x+1,68y=2583 (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:  $\begin{cases} x + y = 1500 \\ 1,75x + 1,68y = 2583 \end{cases}$ 

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 1,68x+1,68y = 2520 \\ 1,75x+1,68y = 2583 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0,07x = 63 \\ x+y = 1500 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 900 \\ x+y = 1500 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 900 \\ 900 + y = 1500 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 900 \\ y = 600 \end{cases}$$
(thỏa mãn điều kiện)

Vậy ban đầu mỗi ngày tổ I sản xuất được 900 chiếc khẩu trang; tổ II sản xuất được 600 chiếc khẩu trang.

Bài 27. Hai người thợ cùng làm chung một công việc sau 3 giờ 36 phút thì xong. Nếu mỗi người làm một mình thì người thứ nhất hoàn thành công việc chậm hơn người thứ hai là 3 giờ. Hỏi nếu làm một mình thì mỗi người phải làm trong bao nhiêu giờ để xong việc?

# Lời giải

Đổi 3 giờ 36 phút 
$$=\frac{18}{5}$$
 giờ.

Gọi thời gian người 1 làm một mình để xong việc là x (giờ,  $x > \frac{18}{5}$ ).

Thời gian người 2 làm một mình để xong việc là x-3 (h).

Trong 1 giờ, người 1 làm được  $\frac{1}{x}$  (công việc).

Trong 1 giờ, người 2 làm được  $\frac{1}{x-3}$  (công việc).

Trong 1 giờ, 2 người làm được  $\frac{5}{18}$  (công việc) nên ta có phương trình.

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x-3} = \frac{5}{18}$$

$$\Leftrightarrow \frac{x-3+x}{x(x-3)} = \frac{5}{18}$$

$$\Rightarrow 18(2x-3) = 5x(x-3)$$

$$\Leftrightarrow 36x - 54 = 5x^2 - 15x$$

$$\Leftrightarrow 5x^2 - 51x + 54 = 0$$

$$\Delta = 51^2 - 4.5.54 = 1521 > 0$$

Phương trình có 2 nghiệm phân biệt:

$$x_1 = \frac{51 - 39}{10} = \frac{6}{5}$$
 (loại),  $x_2 = \frac{51 + 39}{10} = 9$  (tm).

Vậy thời gian người 1 làm một mình xong công việc là 9 giờ.

Thời gian người 2 làm một mình xong công việc là 6 giờ.

**Bài 28.** Theo kế hoạch hai tổ sản xuất phải làm 330 sản phẩm trong một thời gian nhất định. Nhưng khi thực hiện do tổ I đã sản xuất vượt mức kế hoạch là 10%, tổ II làm giảm 15% so với kế hoạch nên cả hai tổ làm được 318 sản phẩm. Hỏi số sản phẩm được giao theo kế hoạch của mỗi tổ là bao nhiều.

# Lời giải

Gọi số sản phẩm tổ I phải hoàn thành theo kế hoạch là x (sản phẩm,  $x \in \mathbb{N}, 0 < x < 330$ )

Số sản phẩm tổ II hoàn thành theo kế hoạch là y (sản phẩm,  $y \in \mathbb{N}, 0 < y < 330$ )

Theo kế hoạch hai tổ phải làm được 330 sản phẩm nên ta có phương trình: x + y = 330(1).

Số sản phẩm thực tế của tổ I làm đuọc là: x+10% x=1,1x (sản phẩm).

Số sản phẩm thực tế của tổ II làm đuọc là: y-15% y=0.85 y=0.85 (sản phẩm).

Vì thực tế của hai tổ làm được 318 sản phẩm ta có phương trình 1,1x+0,85y=318(2).

Từ (1);(2) ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} x + y = 330 \\ 1,1x + 0,85y = 318 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1,1x + 1,1y = 363 \\ 1,1x + 0,85y = 318 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 330 \\ 0,25y = 45 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 150(TM) \\ y = 180(TM) \end{cases}$$

Vậy số sản phẩm theo kế hoạch của tổ I là 150 (sản phẩm).

Vậy số sản phẩm theo kế hoạch của tổ II là 180 (sản phẩm).

**Bài 29.** Hai người cùng làm chung một công việc thì sau 18 giờ thì xong. Nếu một mình người thứ

nhất làm trong 6 giờ, sau đó một mình người thứ hai làm trong 8 giờ thì cả hai người làm được  $\frac{2}{5}$  công việc. Hỏi nếu mỗi người làm một mình thì sau bao nhiều giờ xong công việc

## Lời giải

Gọi thời gian mà người thứ nhất và người thứ hai nếu làm một mình sẽ xong công việc lần lượt là x, y (ĐK: x, y > 18) (giờ)

Mỗi giờ người thứ nhất làm được  $\frac{1}{x}$  (công việc)

Mỗi giờ, người thứ hai làm được  $\frac{1}{y}$  (công việc)

Mỗi giờ, cả hai người làm được  $\frac{1}{18}$  ( công việc)

Ta có phương trình :  $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{18}$ 

Nếu một mình người thứ nhất làm trong 6 giờ, sau đó một mình người thứ hai làm trong

8 giờ thì cả hai người làm được  $\frac{2}{5}$  công việc nên ta có phương trình :  $\frac{6}{x} + \frac{8}{y} = \frac{2}{5}$ 

Ta có hệ phương trình 
$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{18} \\ \frac{6}{x} + \frac{8}{y} = \frac{2}{5} \end{cases}$$

Đặt 
$$a = \frac{1}{x}$$
 và  $b = \frac{1}{y}$  hệ phương trình trở thành 
$$\begin{cases} a + b = \frac{1}{18} \\ 6a + 8b = \frac{2}{5} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{45} \\ b = \frac{1}{30} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{x} = \frac{1}{45} \\ \frac{1}{y} = \frac{1}{30} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 45 \\ y = 30 \end{cases} (tmdk).$$

Vậy, thời gian mà người thứ nhất và người thứ hai nếu làm một mình sẽ xong công việc lần lượt là 45;30 (giờ)

**Bài 30.** Hai vòi nước cùng chảy vào một bể cạn không có nước thì sau 4 giờ đầy bể. Nếu chảy riêng thì vòi thứ nhất sẽ chảy đầy bể nhanh hơn vòi thứ hai là 6 giờ. Hỏi nếu chảy riêng thì mỗi vòi mất bao lâu mới chảy đầy bể?

# Lời giải

# \* Cách 1: Giải bài toán bằng cách lập phương trình:

Gọi thời gian vòi thứ nhất chảy riêng đầy bể là x (giờ; x > 4)

Thời gian vòi thứ hai chảy riêng đầy bể là x + 6 (giờ)

Mỗi giờ vòi thứ nhất chảy được là : 
$$\frac{1}{x}$$
 (bể)

Mỗi giờ vòi thứ hai chảy được là : 
$$\frac{1}{x+6}$$
 (bể)

Mỗi giờ cả hai chảy được là : 
$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x+6}$$
 (bể)

Vì hai vòi nước cùng chảy vào một bể cạn không có nước thì sau 4 giờ đầy bể nên ta có phương trình :

$$\frac{4}{x} + \frac{4}{x+6} = 1$$

$$\Rightarrow x^2 - 2x - 24 = 0.$$

$$\Leftrightarrow \begin{bmatrix} x = 6 \ (n) \\ x = -4 \ (l) \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow y = 12$$

**Kết luận:** Vòi thứ nhất chảy riêng đầy bể trong 6 giờ, vòi thứ hai chảy riêng đầy bể trong 12 giờ.

\* Cách 2: Giải bài toán bằng cách lập hệ phương trình:

Gọi thời gian vòi thứ nhất chảy riêng đầy bể là x (giờ; x > 4)

Thời gian vòi thứ hai chảy riêng đầy bể là y (giờ; y > 6)

Mỗi giờ vòi thứ nhất chảy được là :  $\frac{1}{x}$  (bể)

Mỗi giờ vòi thứ hai chảy được là :  $\frac{1}{y}$  (bể)

Nếu chảy riêng thì vòi thứ nhất sẽ chảy đầy bể nhanh hơn vòi thứ hai là 6 giờ nên  $y-x=6 \Leftrightarrow y=x+6$ 

Mỗi giờ cả hai chảy được là :  $\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$  (bể)

Vì hai vòi nước cùng chảy vào một bể cạn không có nước thì sau 4 giờ đầy bể nên ta có phương trình :

$$\frac{4}{x} + \frac{4}{y} = 1$$

Theo đề bài ta có hệ phương trình:  $\begin{cases} y = x + 6 \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{4} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 6 \\ y = 12 \end{cases} \\ \begin{cases} x = -4 \\ y = 2 \end{cases} \end{cases}.$ 

**Kết luận:** Vòi thứ nhất chảy riêng đầy bể trong 6 giờ, vòi thứ hai chảy riêng đầy bể trong 12 giờ.

**Bài 31.** Hai phân xưởng của một nhà máy theo kế hoạch phải làm tổng cộng 300 dụng cụ. Nhưng khi thực hiện phân xưởng *I* vượt mức 10% kế hoạch của mình; phân xưởng *II* vượt mức 20% kế hoạch của mình, do đó cả hai phân xưởng đã làm được 340 dụng cụ. Tính số dụng cụ mỗi phân xưởng phải làm theo kế hoạch.

# Lời giải

Gọi số dụng cụ mà phân xưởng I và phân xưởng I phải làm theo kế hoạch lần lượt là x, y (dụng cụ; x, y nguyên dương, x < 300, y < 300)

Theo bài ra ta có phương trình: x + y = 300 (1)

Thực tế phân xưởng I làm được x+10% x=1,1x (dụng cụ)

Thực tế phân xưởng II làm được y + 20% y = 1,2y (dụng cụ)

Theo đề bài ta có phương trình 1,1x+1,2y=340 (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} x + y = 300 \\ 1, 1x + 1, 2y = 340 \end{cases}$$

Giải hệ phương trình được x = 200, y = 100.

Vậy số dụng cụ mà phân xưởng I và phân xưởng I phải làm theo kế hoạch lần lượt là 200 dụng cụ và 100 dụng cụ.

Bài 32. Hai đội công nhân dệt may cần sản xuất một số lượng khẩu trang theo đơn đặt hàng . Nếu làm chung thì sau 4 giờ họ sẽ làm xong. Nhưng hai đội mới làm chung được 3 giờ thì đội 1 nghỉ, đội 2 tiếp tục làm trong 3 giờ nữa mới xong . Hỏi mỗi đội nếu làm một mình thì phải bao lâu mới xong công việc ?

# Lời giải

Gọi thời gian đội 1 làm một mình xong công việc là x (giờ, x > 4)

Thời gian đội 2 làm một mình xong công việc là y (giờ, y > 4)

Trong 1 giờ, đội 1 làm một mình được  $\frac{1}{x}$  (công việc)

Trong 1 giờ, đội 2 làm một mình thì được  $\frac{1}{y}$  (công việc)

Vì nếu hai đội làm chung thì sẽ hoàn thành công việc sau 4 giờ nên ta có pt:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{4}$$
 (1)

Trong 3 giờ hai đội làm chung thì làm được  $3.\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right)$  (công việc )

Trong 3 giờ đội 2 làm một mình được  $\frac{3}{y}$  (công việc)

Vì hai đội làm chung được 3 giờ thì đội 1 nghỉ, đội 2 tiếp tục làm trong 3 giờ nữa mới xong nên ta có pt :

$$3\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) + \frac{3}{y} = 1$$
 (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình :

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{4} \\ 3\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) + \frac{3}{y} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{4} \\ \frac{3}{x} + \frac{6}{y} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{3}{x} + \frac{3}{y} = \frac{3}{4} \\ \frac{3}{x} + \frac{6}{y} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{3}{y} = \frac{1}{4} \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 12 \\ x = 6 \end{cases}$$
 (tm)

Vậy nếu làm riêng thì đội 1 hoàn thành công việc trong 6 giờ, đội 2 hoàn thành công việc trong 12 giờ.

Bài 33. Đầu năm, hai công ty chế biến nông sản tỉnh Bình Thuận dự định xuất khẩu 1010 tấn thanh long. Nhưng do thực tế dịch bệnh Covid 19 diễn biến phức tạp tại Trung Quốc nên sản lượng xuất khẩu thanh long của công ty thứ nhất giảm 15%, công ty thứ hai giảm 10%. Vì vậy, cả hai công ty chỉ xuất khẩu được 900 tấn thanh long. Hỏi theo dự định, mỗi công ty xuất khẩu được bao nhiêu tấn thanh long?

Gọi sản lượng thanh long xuất khẩu theo dự định của công ty thứ nhất là x (đơn vị: tấn, 0 < x < 1010)

Gọi sản lượng thanh long xuất khẩu theo dự định của công ty thứ hai là y (đơn vị: tấn, 0 < y < 1010)

Theo dự định, hai công ty xuất khẩu được 1010 tấn thanh long, có phương trình:

$$x + y = 1010 (1)$$

Thực tế: + Sản lượng thanh long xuất khẩu của công ty thứ nhất là 85%.x = 0.85x (tấn)

+ Sản lượng thanh long xuất khẩu của công ty thứ hai là 90%.y = 0.9y (tấn)

Thực tế, hai công ty xuất khẩu được 900 tấn, có phương trình: 0.85x + 0.9y = 900 (2) Từ (1), (2) ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} x + y = 1010 \\ 0.85x + 0.9y = 900 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0.9x + 0.9y = 909 \\ 0.85x + 0.9y = 900 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0.05x = 9 \\ x + y = 1010 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 180 \\ y = 1010 - 180 \end{cases}$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 180 \\ y = 830 \end{cases} \text{ (thoa man)}$$

Vậy công ty thứ nhất dự định xuất khẩu 180 tấn thanh long, công ty thứ nhất dự định xuất khẩu 830 tấn thanh long.

Bài 34. Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:

Một xí nghiệp theo kế hoạch phải lắp ráp 800 chiếc máy tính. Nếu một ngày lắp ráp thêm 10 máy tính thì không những hoàn thành sớm hơn 1 ngày so với kế hoạch mà còn lắp ráp thêm 10 máy tính . Tính số máy tính lắp ráp mỗi ngày theo kế hoạch ?

#### Lời giải

Gọi x (cái) là số máy tính lắp ráp mỗi ngày theo kế hoạch (x > 0).

Thời gian để hoàn thành 800 chiếc máy tính theo kế hoạch là  $\frac{800}{x}$  (ngày).

Số máy lắp ráp mỗi ngày nếu tăng năng suất là x+10 (cái).

Số máy tính lắp được nếu tăng năng suất là 800 + 10 = 810 (cái).

Thời gian hoàn thành 810 cái máy tính nếu tăng năng suất là  $\frac{810}{x+10}$  (ngày).

Theo bài ra ta có phương trình:  $\frac{800}{x} - 1 = \frac{810}{x + 10}$ .

$$\Rightarrow$$
 800(x+10)-x(x+10) = 810x

$$\Leftrightarrow 800x + 8000 - x^2 - 10x - 810x = 0$$

$$\Leftrightarrow -x^2 - 20x + 8000 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 20x - 8000 = 0$$

$$\Delta' = 100 + 8000 = 8100 > 0.$$

$$\Rightarrow \sqrt{\Delta'} = 90$$

Suy ra phương trình có hai nghiệm phân biệt:

$$x_1 = -10 - 90 = -100$$
 (loại)

$$x_2 = -10 + 90 = 80$$
 (thỏa mãn điều kiện).

Vậy mỗi ngày theo kế hoạch xưởng lắp ráp được 80 máy tính.

**Bài 35.** Theo kế hoạch hai tổ phải sản xuất 720 sản phẩm. Nhưng do ảnh hưởng của dịch Covid-19 nên tổ một bị giảm mức 18%, tổ hai giảm mức 20% so với kế hoạch do đó cả hai tổ chỉ sản xuất được 582 sản phẩm. Tính số sản phẩm mỗi tổ phải làm theo kế hoạch.

#### Lời giải

Gọi số sản phẩm tổ 1 phải làm theo kế hoạch là x (sản phẩm)  $(x \in \mathbb{N}^*, x < 720)$ 

Số sản phẩm tổ 2 phải làm theo kế hoạch là 720-x (sản phẩm)

Thực tế tổ 1 làm được x-18%x=0,82x (sản phẩm)

Thực tế tổ 2 làm được 
$$(720-x)-20\%(720-x)=0.8(720-x)$$
 (sản phẩm)

Vì cả hai tổ làm được 582 nên ta có phương trình:

$$0.82x + 0.8(720 - x) = 582$$

$$\Leftrightarrow$$
 0,82 $x$  + 576 - 0,8 $x$  = 582

$$\Leftrightarrow x = 300 \text{ (thỏa mãn)}$$

Vậy theo kế hoạch tổ một sản xuất 300 sản phẩm, tổ hai sản xuất 420 sản phẩm.

**Bài 36.** Hai đội xe có tổng số 55 chiếc, được giao nhiệm vụ vận chuyển 675 tấn hàng từ thiện để giúp đỡ các địa phương bị ảnh hưởng bởi dịch COVID-19. Biết mỗi xe của đội I phải chở 15 tấn hàng, mỗi xe của đội II phải chở 10 tấn hàng. Tính số xe của mỗi đội.

# Lời giải

Gọi x, y (xe)  $(x, y \in \mathbb{N}^*)$  lần lượt là số xe của đội I và đội II.

Hai đội xe có tổng số 55 chiếc nên ta có phương trình: x + y = 55.

Mỗi xe của đội I phải chở 15 tấn hàng, mỗi xe của đội II phải chở 10 tấn hàng nên ta có phương trình: 15x+10y=675.

Vậy ta có hệ phương trình: 
$$\begin{cases} x + y = 55 \\ 15x + 10y = 675 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 25 \text{ (thỏa mãn)} \\ y = 30 \text{ (thỏa mãn)} \end{cases}$$

Vậy đội I có 25 chiếc xe và đội II có 30 chiếc xe.

**Bài 37.** Một phân xưởng theo kế hoạch phải dệt 3000 tấm vải để làm khẩu trang phục vụ các đơn vị tuyến đầu chống dịch. Trong 8 ngày đầu họ đã thực hiện được đúng kế hoạch, những ngày còn lại do nhu cầu cung cấp tăng lên họ đã dệt vượt mức mỗi ngày 10 tấm, nên đã hoàn thành kế hoạch trước 2 ngày. Hỏi theo kế hoạch mỗi ngày phân xưởng phải dệt bao nhiêu tấm vải?

#### Lời giải

Gọi x (tấm) là số tấm vải xưởng này dệt trong một ngày theo kế hoạch ( $x \in N^*$ ).

Vậy thời gian xưởng này dệt theo kế hoạch là:  $\frac{3000}{x}$  (ngày).

Thực tế số ngày đã làm là:  $\frac{3000}{x}$  – 2 (ngày).

Trong 8 ngày đầu, số tấm vải đã dệt được là: 8x (tấm).

Vậy số vải cần dệt còn lại sau 8 ngày đã làm là: 3000-8x (tấm).

Số ngày còn lại thực tế sau 8 ngày đầu là:  $\frac{3000}{x} - 2 - 8 = \frac{3000}{x} - 10$  (ngày).

Những ngày sau, số tấm vải mỗi ngày xưởng dệt là: x+10 (tấm).

Vậy ta có phương trình:

$$\left(\frac{3000}{x} - 10\right)(x + 10) = 3000 - 8x \iff 2x^2 + 100x - 30000 = 0 \iff \begin{bmatrix} x = 100(TM) \\ x = -150(KTM) \end{bmatrix}.$$

Vậy theo kế hoạch, mỗi ngày xưởng đó cần dệt 100 tấm vải.

**Bài 38.** Thực hiện kế hoạch "Mùa hè xanh" lớp 9A được phân công trồng 420 cây. Lớp dự định chia đều số cây trồng cho mỗi học sinh trong lớp. Nhưng đến giờ trồng cây, có 5 bạn vắng, vì vậy mỗi bạn phải trồng thêm 2 cây nữa so với dự định. Hỏi số học sinh của lớp 9A?

# Lời giải

Gọi x là số học sinh lớp 9A  $(x > 5 và x \in \mathbb{Z})$ 

Số cây dự định mỗi học sinh phải trồng là  $\frac{420}{x}$  (cây).

Số cây thực tế mỗi học sinh phải trồng là  $\frac{420}{x-5}$ 

Theo đề bài ta có phương trình:

$$\frac{420}{x-5} - \frac{420}{x} = 2 \tag{1}$$

Điều kiện:  $x \neq 5$ 

(1) 
$$\Rightarrow 420x - 420(x - 5) = 2x(x - 5)$$
  
 $\Leftrightarrow 2x^2 - 10x - 2100 = 0$   
 $\Leftrightarrow x^2 - 5x - 1050 = 0$   
Ta có  $\Delta = (-5)^2 - 4 \cdot (-1050) = 4225 \Rightarrow \sqrt{\Delta} = 65$   
 $x_1 = \frac{5 + 65}{2} = 35 \text{ (nhận)}$   
 $x_2 = \frac{5 - 65}{2} = -30 \text{ (loại)}$ 

Vậy số học sinh lớp 9A là 35 học sinh.

**Bài 39.** Hai người thợ cùng làm một công việc trong 16 giờ thì xong. Nếu người thợ thứ nhất làm trong 3 giờ, người thợ thứ hai làm trong 6 giờ thì hoàn thành 25% công việc. Hỏi mỗi người thợ chỉ làm một mình thì trong bao lâu hoàn thành công việc?

#### Lời giải

Gọi <sup>X</sup> (giờ) là thời gian người thợ thứ nhất làm một mình xong công việc.

<sup>y</sup> (giờ) là thời gian người thợ thứ hai làm một mình xong công việc.

$$(\tilde{d}i\tilde{e}u\ ki\tilde{e}n\ x > 16,\ y > 16)$$

Trong 1 giờ người thợ thứ nhất làm được  $\frac{1}{x}$  công việc.

người thợ thứ hai làm được  $\frac{1}{v}$  công việc.

cả hai người thợ làm được  $\frac{1}{16}$  công việc.

Ta có phương trình: 
$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{16}$$
 (1)

Người thợ thứ nhất làm trong 3 giờ, người thợ thứ hai làm trong 6 giờ thì hoàn thành

25% công việc ta có phương trình: 
$$\frac{3}{x} + \frac{6}{y} = \frac{1}{4}$$
 (2)

Từ (1) và (2) suy ra 
$$x = 24$$
,  $y = 48$  (thỏa mãn)

Vậy chỉ làm một mình thì:

Người thợ thứ nhất hoàn thành công việc trong 24 giờ

Người thợ thứ nhất hoàn thành công việc trong 48 giờ

- **Bài 40.** Một địa phương cấy 10 ha giống lúa loại I và 8 ha giống lúa loại II. Sau một mùa vụ, địa phương đó thu hoạch và tính toán sản lượng thấy:
  - + Tổng sản lượng của hai giống lúa thu về là 139 tấn.
  - + Sản lượng thu về từ 4 ha giống lúa loại I nhiều hơn sản lượng thu về từ 3 ha giống lúa loại II là 6 tấn.

Hãy tính năng suất lúa trung bình (đơn vị: tấn/ ha) của mỗi loại giống lúa.

### Lời giải

Gọi năng suất lúa trung bình của loại I là x (0 < x < 139).

Gọi năng suất lúa trung bình của loại II là y (0 < y < 139).

Theo giả thiết ta có cấy 10 ha giống lúa loại I và 8 ha giống lúa loại II, tổng sản lượng của hai giống lúa thu về là 139 tấn, do đó ta có: 10x + 8y = 139 (1)

Mà ta lại có sản lượng thu về từ 4 ha giống lúa loại I nhiều hơn sản lượng thu về từ 3 ha giống lúa loại II là 6 tấn, ta được: 4x-3y=6 (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình 
$$\begin{cases} 10x + 8y = 139 \\ 4x - 3y = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 7,5 \\ y = 8 \end{cases} \text{ (thỏa mãn)}.$$

Vậy năng suất lúa trung bình của loại I là: 7,5 (tấn / ha)

Vậy năng suất lúa trung bình của loại II là: 8 (tấn / ha)

**Bài 41.** Người ta nuôi cá trong một bể xây, mặt bể là hình chữ nhật chiều dài 60 m, chiều rộng 40 m. Trên mỗi đơn vị diện tích mặt bể người ta thả 12 con cá giống, đến mỗi kỳ thu hoạch, trung bình mỗi con cá cân nặng 240 g. Khi bán khoảng 30000 đồng/kg và thấy lãi qua kỳ thu hoạch này là 100 triệu. Hỏi vốn mua cá giống và các chi phí trong đợt này chiếm bao nhiều phần trăm so với giá bán (làm tròn 1 chữ số thập phân)

# Lời giải

Ta có: 240g = 0,24(kg)

Diện tích mặt bể:  $60.40 = 2400(m^2)$ 

Trên mỗi đơn vị diện tích thả 12 con cá giống nên số cá thả vào bể là:

12.2400 = 28800 (con)

Mỗi kỳ thu hoạch được: 28800.0, 24 = 6912 (kg)

Số tiền bán cá: 6912.30000 = 207360000 (đồng) = 207,36 (triệu đồng)

Tiền vốn bỏ ra và các chi phí chiếm: 207,36-100=107,36 (triệu đồng)

Vậy vốn và chi phí chiếm tỉ lệ là:  $\frac{107,36}{207,36}$ . 100% = 51,8%