BÀI GIẢNG
XỬ LÝ SỐ TÍN HIỆU

Biên soạn: PGS.TS LÊ TIẾN THƯỜNG

Tp.HCM, 02-2005

CHƯƠNG 3: CÁC HỆ THỐNG THỜI GIAN RỜI RẠC

- 3.1. Quy tắc vào ra (Input/Output Rules).
- 3.2. Tuyến tính và bất biến.
- 3.3. Đáp ứng xung.
- 3.4. Bộ lọc FIR và IIR.
- 3.5. Tính nhân quả và ổn định.

CHƯƠNG 3: CÁC HỆ THỐNG THỜI GIAN RỜI RẠC

Các hệ thống thời gian rời rạc đặc biệt là các hệ thống tuyến tính bất biến theo thời gian (Linear Time Invariant systems) gọi tắt là LTI. Quan hệ giữa ngõ ra và ngõ vào thể hiện qua phép toán chập thời gian rời rạc (discrete-time convolution) đáp ứng xung của hệ thống và ngõ vào.

Các hệ thống LTI có thể được phân chia thành hai loại gọi là FIR (Finite Impulse Response) và IIR (Infinite Impulse Response) tùy thuộc vào đáp ứng xung của chúng hữu hạn hay vô hạn. Tùy thuộc vào ứng dụng cũng như phần cứng, hoạt động của một bộ lọc số FIRcó thể tổ chức thành dạng khối (block) hoặc dạng mẫu-theo-mẫu (sample-by-sample).

CHƯƠNG 3: CÁC HỆ THỐNG THỜI GIAN RỜI RẠC

3.1. Quy tắc vào ra (Input/Output Rules).

Trong phương pháp biến đổi sample-to-sample quy tắc I/O được xem như phương pháp xử lý tức thời:

$$\{x_0, x_1, x_2, \cdots, x_n, \cdots\} \xrightarrow{H} \{y_0, y_1, y_2, \cdots, y_n, \cdots\}$$

nghĩa là, $x_0 \xrightarrow{H} y_0, x_1 \xrightarrow{H} y_1, x_2 \xrightarrow{H} y$, v,v... Trong phương pháp xử lý từng khối, một chuỗi đầu vào được xem như là một khối, một vector tín hiệu được hệ thống xử lý cùng một lúc để tạo ra một khối ngõ ra tương ứng:

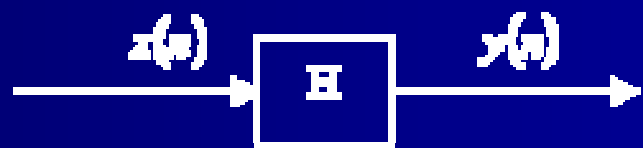
$$x = \begin{bmatrix} x_0 \\ x_1 \\ x_2 \\ \vdots \end{bmatrix} \xrightarrow{H} \begin{bmatrix} y_0 \\ y_1 \\ y_2 \\ \vdots \end{bmatrix} = y$$

CHƯƠNG 3: CÁC HỆ THỐNG THỜI GIAN RỜI RẠC

3.1. Quy tắc vào ra (Input/Output Rules).

Như vậy quy tắc I/O ánh xạ một vector đầu vào x thành một vector đầu ra y theo một ánh xạ: $y = H[x]$ **(3.1.1)**

Một số ví dụ về hệ thống thời gian rời rạc minh họa cho nhiều quy tắc I/O:



Ví dụ 3.1.1: Đơn giản chỉ là tỷ lệ đầu vào:

$$\{x_0, x_1, x_2, x_3, x_4, \cdots\} \xrightarrow{H} \{2x_0, 2x_1, 2x_2, 2x_3, 2x_4, \cdots\}$$

Ví dụ 3.1.2: Đây là trung bình cộng có trọng số của liên tiếp các mẫu đầu vào. Tại mỗi thời điểm nhân quả, hệ thống phải ghi nhớ các mẫu trước đó và để sử dụng chúng.

CHƯƠNG 3: CÁC HỆ THỐNG THỜI GIAN RỜI RẠC

3.1. Quy tắc vào ra (Input/Output Rules).

Ví dụ 3.1.3: trong ví dụ này, quy tắc I/O cho thấy một phương pháp xử lý được hình thành từ phép biến đổi tuyên tính biến đổi một khối thành một khối ngõ ra có chiều dài là 6:

$$y = \begin{bmatrix} y_0 \\ y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \\ y_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 2 & 0 & 0 \\ 4 & 3 & 2 & 0 \\ 0 & 4 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 4 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_0 \\ x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = Hx$$

CHƯƠNG 3: CÁC HỆ THỐNG THỜI GIAN RỜI RẠC

3.2. Tuyến tính và bất biến

Một hệ thống tuyến tính có tính chất là các tín hiệu ngõ ra là do kết hợp tuyến tính giữa 2 hay nhiều tín hiệu đầu vào có thể nhận được bằng cách kết hợp tuyến tính các tín hiệu ngõ ra riêng lẻ. Đó là, nếu và và ngõ ra từ các đầu vào và , thì ngõ ra do kết hợp tuyến tính ngõ vào

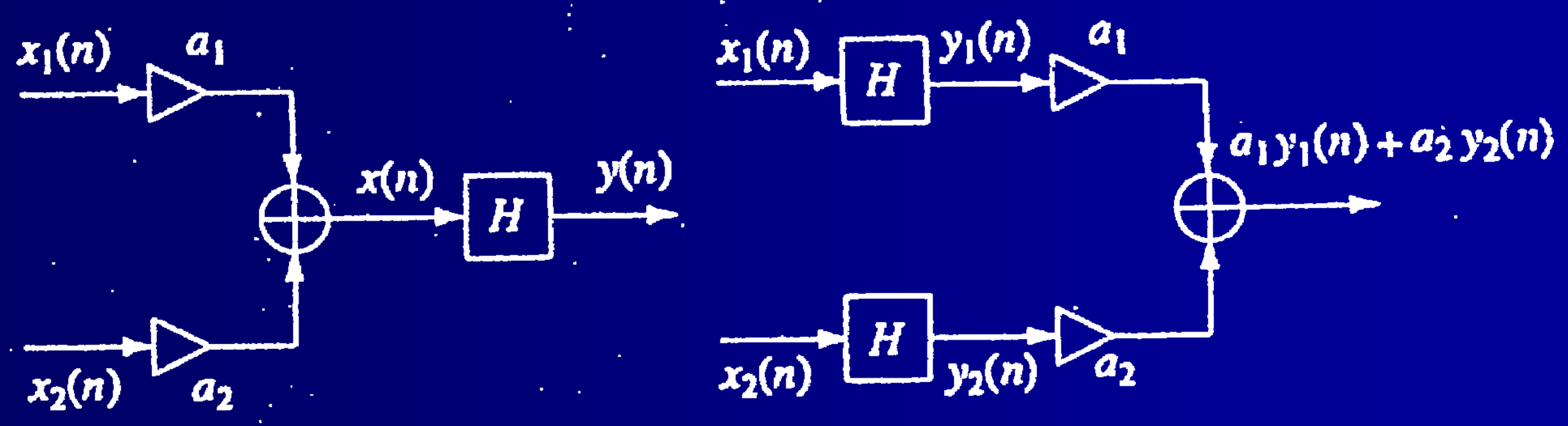
$$x(n) = ax_1(n) + a_2x(n) \qquad \textbf{(3.2.1)}$$

có thể nhận được từ kết hợp tuyến tính của ngõ ra

$$y(n) = a_1y_1(n) + a_2y_2(n) \qquad \textbf{(3.2.2)}$$

CHƯƠNG 3: CÁC HỆ THỐNG THỜI GIAN RỜI RẠC

3.2. Tuyến tính và bất biến



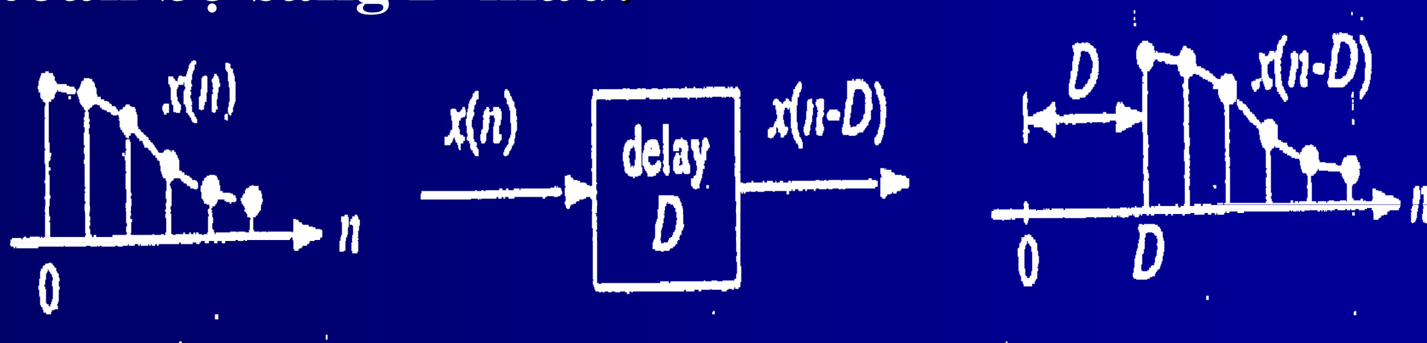
Hình 3.2.1 Kiểm tra tính tuyến tính

Một hệ thống bất biến theo thời gian là không thay đổi theo thời gian. Có nghĩa là nếu hôm nay ngõ vào được cấp vào hệ thống để tạo ra ngõ ra nào đó thì ngày hôm sau với cùng mẫu tương tự khi đưa vào hệ thống cũng tạo ra cùng ngõ ra như nngày hôm trước.

CHƯƠNG 3: CÁC HỆ THỐNG THỜI GIAN RỜI RẠC

3.2. Tuyến tính và bất biến

Các toán tử chờ hay trễ của tín hiệu theo thời gian trễ D được biểu diễn trong hình 3.2.2. Nó chính là dịch phải của toàn bộ sang D mẫu.

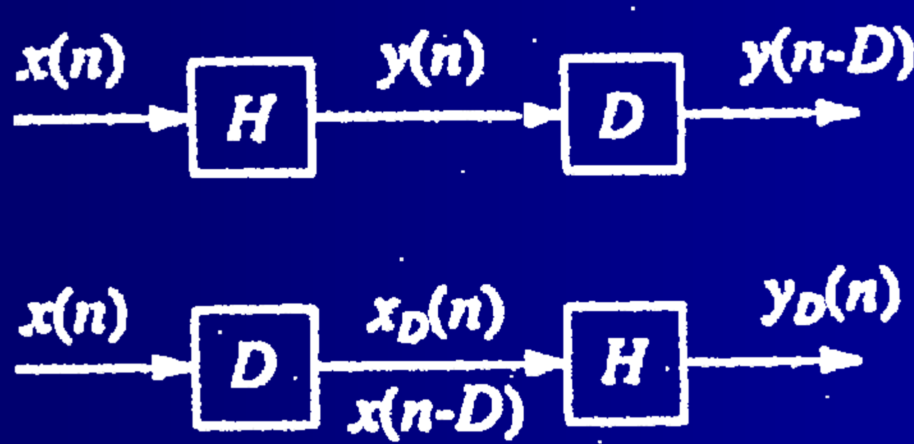


Hình 3.2.2 Trễ D mẫu

Một thời gian đi trước có D âm và tương ứng dịch trái các mẫu của x(n) .

CHƯƠNG 3: CÁC HỆ THỐNG THỜI GIAN RỜI RẠC

3.2. Tuyến tính và bất biến



Hình 3.2.3 Kiểm tra tính bất biến

Mô hình toán học của quá trình bất biến có thể được thể hiện theo hình 3.2.3. Sơ đồ trên cho thấy ngõ vào được áp dụng vào hệ thống tạo ngõ ra. Sơ đồ bên dưới cho thấy mẫu tương tự trễ đi D đơn vị thời gian, đó là tín hiệu:

CHƯƠNG 3: CÁC HỆ THỐNG THỜI GIAN RỜI RẠC

3.2. Tuyến tính và bất biến

$$x_D(n) = x(n-D) \qquad (3.23)$$

sau đó được cấp vào hệ thống để tạo ra $y_D(n)$.

Để kiểm tra hệ thống cần so sánh với sau khi làm trễ thời gian *D*. Như vậy nếu $y_D(n) = y(n-D)$ (3.24)

thì hệ thống sẽ bất biến theo thời gian. Có thể biểu diễn dưới dạng:

$$\{x_0, x_1, x_2, \cdots\} \xrightarrow{H} \{y_0, y_1, y_2, \cdots\}$$

sau đó

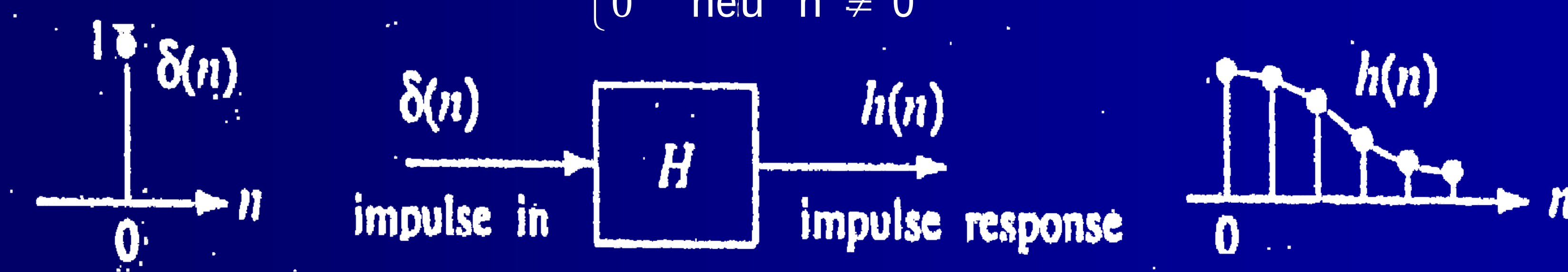
$$\{\underbrace{0,0,\cdots,0}_{D\ zeros}, x_0, x_1, x_2, \cdots\} \xrightarrow{H} \{\underbrace{0,0,\cdots,0}_{D\ Zeros}, y_0, y_1, y_2, \cdots\}$$

CHƯƠNG 3: CÁC HỆ THỐNG THỜI GIAN RỜI RẠC

3.3. Đáp ứng xung

Hệ thống tuyến tính bất biến có thể đặc trưng bằng chuỗi đáp ứng xung *h(n)*, xác định như là đáp ứng của hệ thống đối với xung đơn vị, $\delta(n)$ **như hình 3.3.1. Đáp ứng xung đơn vị là rời rạc thời gian của hàm tương tự Dirac** $\delta(t)$ **và được xác định như sau:**

$$\delta(n) = \begin{cases} 1 & \text{neu} \quad n = 0 \\ 0 & \text{neu} \quad n \neq 0 \end{cases}$$



Hình 3.3.1 Đáp ứng xung của hệ thống LTI

CHƯƠNG 3: CÁC HỆ THỐNG THỜI GIAN RỜI RẠC

3.3. Đáp ứng xung

Như vậy: $\delta(n) \xrightarrow{H} h(n)$

hay: $\{1,0,0,0,\cdots\} \xrightarrow{H} \{h_0, h_1, h_2, h_3, \cdots\}$

Thời gian bất biến ngụ ý là nếu xung đơn vị được là trễ hay dịch đi một thời gian D thì tương ứng đáp ứng xung đơn vị sẽ dịch một khoảng tương tự, đó la *h(n-D)*. Như vậy: $\delta(n-D) \xrightarrow{H} h(n-D)$

cho bấ kỳ thời gian trễ âm hay dương D. Hình 3.3.2c cho thấy tính chất này với D = 0, 1, 2. Nói cách khác, tính tuyến tính hàm ý bất kỳ kết hợp tuyến tính của các đầu vào cũng tương tự như là các đầu ra tương ứng.

CHƯƠNG 3: CÁC HỆ THỐNG THỜI GIAN RỜI RẠC

3.3. Đáp ứng xung

Ví dụ từ hình 3.3.2 sẽ tạo thành tổng các ngõ ra, đó là:

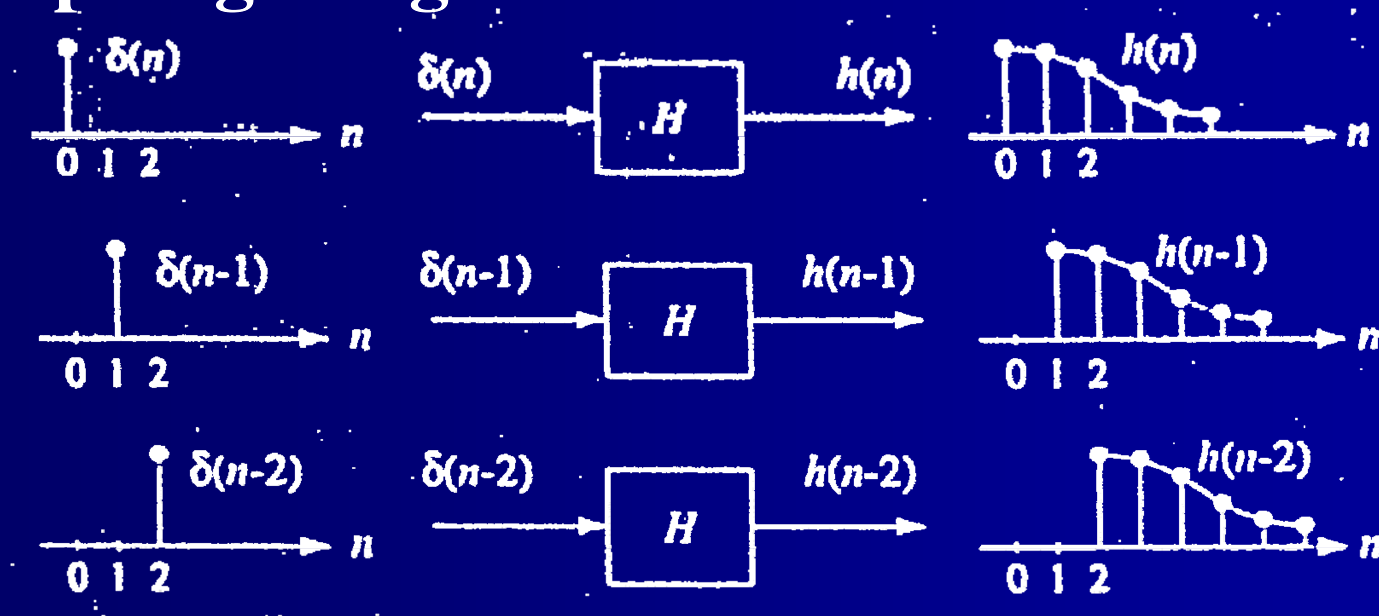
$$\delta(n)+\delta(n-1)+\delta(n-2)\xrightarrow{H}h(n)+h(n-1)+h(n-2)$$

hay, thông thường là kết hợp tuyến tính có trọng số của ba đầu vào: $x(0)\delta(n)+x(1)\delta(n-1)+x(2)\delta(n-2)$ **như đã trình bày trong hình 3.3.3. Thông thường một chuỗi bất kỳ có thể xem như là kết hợp tuyến tính của quá trình dịch và gán trọng số các xung đơn vị:**

$$x(n)=x(0)\delta(n)+x(1)\delta(n-1)+x(2)\delta(n-2)+x(3)\delta(n-3)+\cdots$$

CHƯƠNG 3: CÁC HỆ THỐNG THỜI GIAN RỜI RẠC

3.3. Đáp ứng xung



Hình 3.3.2 Làm trễ đáp ứng xung của hệ thống

Trong đó mỗi số hạng trong vế phải chỉ khác không chỉ tại thời gian trễ, ví dụ tại n = 0 chỉ có số hạng thứ nhất khác 0.

CHƯƠNG 3: CÁC HỆ THỐNG THỜI GIAN RỜI RẠC

3.3. Đáp ứng xung

Tuyến tính và bất biến ngụ ý là chuỗi ngõ ra tương ứng sẽ nhận được bằng cách thay mỗi xung đơn vị được làm trễ bởi các đáp ứng xung được làm trễ, đó là:

$$y(n) = x(0)h(n) + x(1)h(n-1) | + x(2)h(n-2) + x(3)h(n-3) + \cdots \qquad \mathbf{(3.3.1)}$$

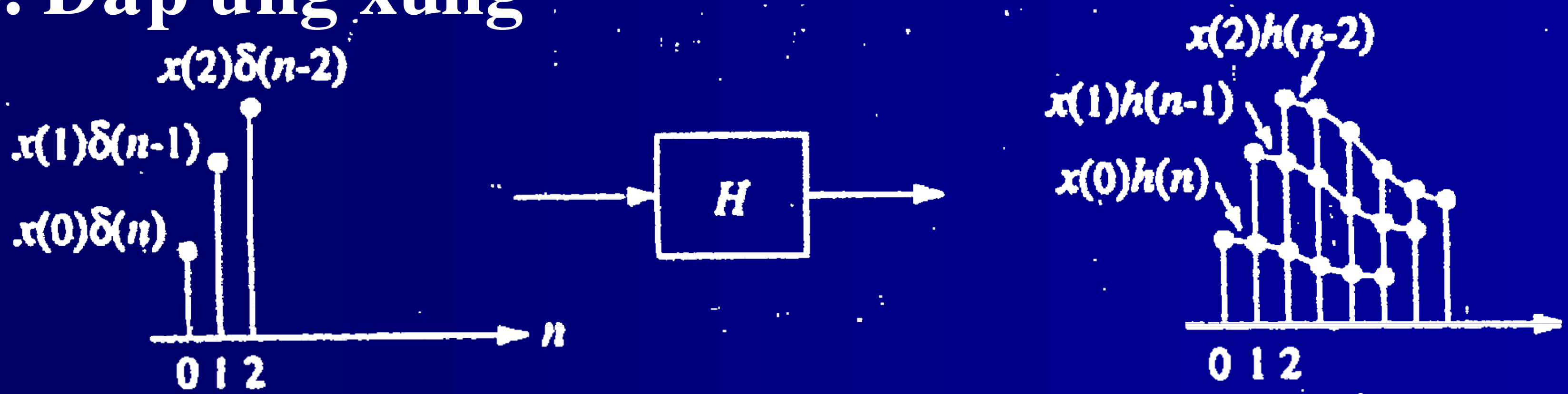
hay viết rút gọn lại là:

$$y(n) = \sum_{m} x(m)h(n-m) \qquad \mathbf{(LTI)} \qquad \mathbf{(3.3.2)}$$

Đây là tích chập (covolution) của chuỗi đầu vào x(n) với chuỗi bộ lọc. Như vậy hệ thống LTI là hệ thống chập vòng.

CHƯƠNG 3: CÁC HỆ THỐNG THỜI GIAN RỜI RẠC

3.3. Đáp ứng xung



Hình 3.3.3 Đáp ứng kết hợp tuyến tính các đầu vào

Thông thường, tổng có thể mở rộng theo các giá trị âm của m, phụ thuộc vào tín hiệu đầu vào. Vì nó được chứng minh dùng tính chất LTI của hệ thhống, phương trình (3.3.2) có thể xem như là dạng LTI. Thay đổi chỉ số của tổng, có thể chứng minh dạng ngược lại như sau:

CHƯƠNG 3: CÁC HỆ THỐNG THỜI GIAN RỜI RẠC

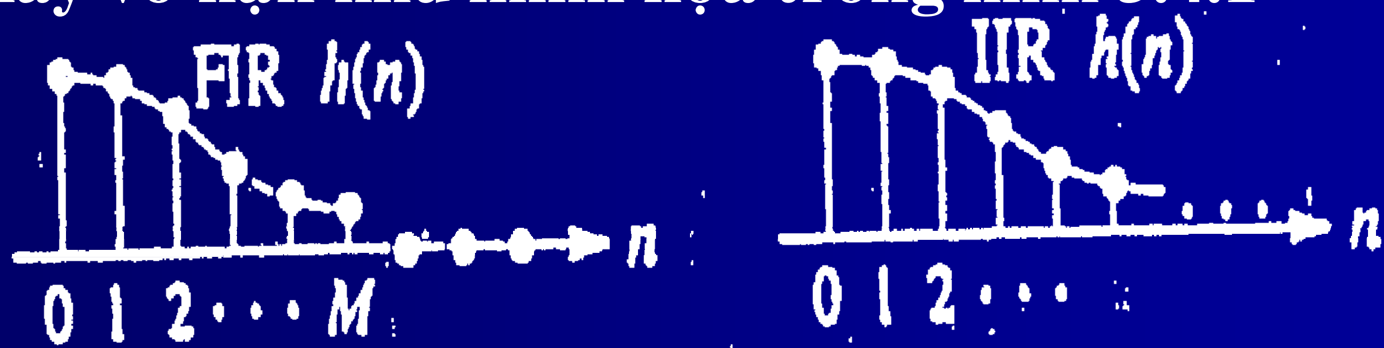
3.3. Đáp ứng xung

$$y(n) = \sum_{m} h(m)x(n-m) \qquad \textbf{(direct form)} \qquad \textbf{(3.3.3)}$$

CHƯƠNG 3: CÁC HỆ THỐNG THỜI GIAN RỜI RẠC

3.4. Bộ lọc FIR và IIR

Các hệ thống LTI rời rạc có thể phân loại thành hệ thống FIR hay IRR, đó là nó có đáp ứng xung *h(n)* hữu hạn hay vô hạn như minh họa trong hình 3.4.1



Hình 3.4.1 Đáp ứng xung của bộ lọc IIR và FIR

Một bộ lọc FIR có đáp ứng xung h(n) có giá trị trên khoảng thời gian hữu hạn $0 \le n \le M$ và bằng không ở các giá trị khác: $\{h_0, h_1, h_2, \cdots, h_M, 0, 0, 0, \cdots\}$

CHƯƠNG 3: CÁC HỆ THỐNG THỜI GIAN RỜI RẠC

3.4. Bộ lọc FIR và IIR

M được xem như là bậc của bộ lọc. Chiều dài của vector đáp ứng xung h = {h_0, h_1, h_2, ..., h_M} là: $L_H = M + 1$

Các hệ số của đáp ứng xung {h_0, h_1, h_2, ..., h_M} được gọi theo nhiều cách khác nhau hệ số lọc (*filter coefficients*), filter weights, hay filter taps. Trong dạng direct của tích chập trong phương trình (3.3.3), tất cả các thành phần khi m > M và m < 0 sẽ triệt tiêu bởi vì các giá trị h(m) của bằng không với những giá trị m đó, chỉ có các giá trị $0 \le m \le M$ là tồn tại. Vì thế, phương trình (3.3.3) được đơn giản như sau:

$$y(n) = \sum_{m=0}^{M} h(m)x(n-m) \quad \textbf{(P/t bộ lọc FIR)} \qquad \textbf{(3.4.1)}$$

CHƯƠNG 3: CÁC HỆ THỐNG THỜI GIAN RỜI RẠC

3.4. Bộ lọc FIR và IIR

hay khai triển ra là:

$$y(n) = h_0x(n) + h_1x(n\text{-}1) + h_2x(n\text{-}2) + \ldots + h_Mx(n\text{-}M) \quad (3.4.2)$$

Như vậy, phương trình I/O nhận được từ tổng có trọng số của các mẫu đầu vào hiện tại và M mẫu trước đó: x*(n-1)*, *x(n-3)*, *x(n-3)*, ..., *x(n-M)*

Ví dụ 3.4.1: Bộ lọc FIR bậc hai được đặc trưng bởi ba hệ số đáp ứng xung h = [h_0,h_1, h_2]và có phương trình I/O:

$$y(n) = h_0x(n) + h_1x(n-1) + h_2x(n-2)$$

Như vậy trong trường hợp ví dụ 3.1.2, có h = [2, *3*, *4*].

CHUONG 3: CÁC HỆ THỐNG THỜI GIAN RỜI RẠC

3.4. Bộ lọc FIR và IIR

Ví dụ 3.4.2 Tương tự, bộ lọc bậc ba FIR được đặc trưng bởi bốn trọng số h = [h_0,h_1, h_2, h_3] và có phương trình I/O:

$$y(n) = h_0x(n) + h_1x(n-1) + h_2x(n-2) + h_3x(n-3)$$

Ví dụ 3.4.3 Xác định đáp ứng xung h của bộ lọc FIR sau:

(a) $y(n) = 2x(n) + 3x(n-1) + 5x(n-2) + 2x(n-3)$

(b) $y(n) = x(n) - 4x(n-4)$

Solution: So sánh phương trình I/O với phương trình (3.4.2), xác định hệ số đáp ứng xung:

(a) h = [$2, 3, 5, 2$]

(b) h = [$1, 0, 0, 0, -4$]

CHƯƠNG 3: CÁC HỆ THỐNG THỜI GIAN RỜI RẠC

3.4. Bộ lọc FIR và IIR

Hay, khi cho một xung đơn vị làm đầu vào, *x(n)* = *δ(n)*, thì ngõ ra là chuỗi các đáp ứng xung, y*(n)* = *h(n)*:

(a) h(n) = 2δ(n) + 3δ(n – 1) + 5δ(n – 2) + 2δ(n – 3)

(b) h(n) = δ(n) – δ(n – 4)

các biểu thức h(n) và h tương đương.

Ngược lại, một bộ lọc IIR, có khoảng thời gian đáp ứng xung h(n) xác định trên khoảng thời gian vô hạn $0 \leq n < \infty$. phương trình (3.3.3) có vô số các số hạng:

$$y(n) = \sum_{m=0}^{\infty} h(m)x(n-m)$$ (phương trình bộ lọc IIR) (3.4.3)

CHƯƠNG 3: CÁC HỆ THỐNG THỜI GIAN RỜI RẠC

3.4. Bộ lọc FIR và IIR

Phương trình I/O không có khả năng tính toán bởi vì không thể tính toán một số lượng vô hạn các số hạng. Vì thế phải giới hạn bộ lọc IIR thành các lớp phụ, trong đó một số vô hạn các hệ số bộ lọc $\{h_0, h_1, h_2, \ldots\}$ không được chọn một cách tùy ý, mà các lớp được ghép với nhau qua các hệ số hằng tuyến tính của phương trình vi sai.

Ví dụ 3.4.8: Xác định dạng chập vòng và đáp ứng xung của bộ lọc IIR được mô tả bởi phương trình vi sai sau:

$$y(n) = 0,25y(n-2) + x(n)$$

CHƯƠNG 3: CÁC HỆ THỐNG THỜI GIAN RỜI RẠC

3.4. Bộ lọc FIR và IIR

Giải: Đáp ứng xung h(n) sẽ thỏa phương trình vi sai:

$$h(n) = 0,25h(n-2) + \delta(n)$$

với h(–2) = h(–1) = 0. Một vài lần lặp sẽ cho:

$h(0) = 0,25h(-2) + \delta(0) = 1$

$h(1) = 0,25h(-1) + \delta(1) = 0$

$h(2) = 0,25h(0) + \delta(2) = 0,25 = 0,5^2$

$h(3) = 0,25h(1) + \delta(3) = 0$

$h(4) = 0,25h(2) + \delta(4) = 0,25^2 = 0,5^4$

Và thông thường, với n ≥0. Có thể viết tương đương:

CHƯƠNG 3: CÁC HỆ THỐNG THỜI GIAN RỜI RẠC

3.4. Bộ lọc FIR và IIR

$$h(n) = \begin{cases} (0.5)^n, & \text{neu } n = \text{chan} \\ 0, & \text{neu } n = \text{le} \end{cases}$$

Có thể viết tương đương: h ={1, 0, 0.5^2, 0, 0.5^4, 0,. . .}

Và phương trình (3.4.3) trở thành:

$$y(n) = x(n) + 0.5^2x(n - 2) + 0.25^2x(n - 4)$$

Từ đó cho kết quả là phương trình vi sai

Ví dụ 3.4.9: xác định phương trình vi sai I/O của bộ lọc IIR theo đáp ứng chu kỳ nhân quả sau:

h ={2, 3, 4, 5, 2, 3, 4, 5, 2, 3, 4, 5, . . .}

trong đó là chu kỳ lặp lại của bốn mẫu:

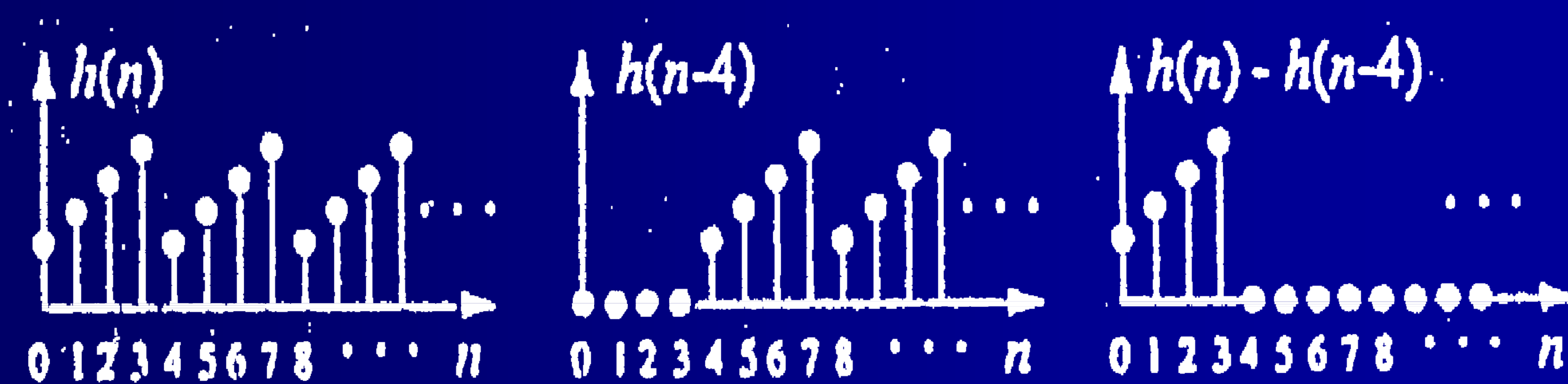
CHƯƠNG 3: CÁC HỆ THỐNG THỜI GIAN RỜI RẠC

3.4. Bộ lọc FIR và IIR

Giải: Nếu làm trễ đáp ứng một chu kỳ, đó là bốn mẫu sẽ có: h(n – 4) ={0, 0, 0, 0, 2, 3, 4, 5, 2, 3, 4, 5, 2, 3, 4, 5, . . .}

h(n) trừ đi sẽ có: h(n) – h(n – 4) = {2, 3, 4, 5, 0, 0, 0, 0,. . .}

với tất cả các mẫu lớn hơn 4 sẽ triệt tiêu. Các toán tử sẽ được minh họa như sau:



CHƯƠNG 3: CÁC HỆ THỐNG THỜI GIAN RỜI RẠC

3.4. Bộ lọc FIR và IIR

Như vậy, vế phải chỉ khác không khi n = 0, 1, 2, 3 và có thể viết lại theo phương trình vi sai như sau:

$$h(n) - h(n-4) = 2\delta(n) + 3\delta(n-1) + 4\delta(n-2) + 5\delta(n-3)$$

hay tính ra cho h(n):

$$h(n) = h(n-4) + 2\delta(n) + 3\delta(n-1) + 4\delta(n-2) + 5\delta(n-3)$$

Dùng phương pháp của ví dụ trước, có thể thấy y(n) thỏa phương trình vi phân tương tự:

$$y_n = y_{n-4} + 2x_n + 3x_{n-1} + 4x_{n-2} + 5x_{n-3}$$

CHƯƠNG 3: CÁC HỆ THỐNG THỜI GIAN RỜI RẠC

3.4. Bộ lọc FIR và IIR

Ví dụ này cho thấy cách tạo dạng sóng số chu kỳ. Đối với dạng sóng được phát ra dùng đáp ứng xung của hệ thống LTI, cần phải xác định phương trình vi sai, và sau đó tác động vào một xung, và sau đó nó sẽ phát ra các đáp ứng xung là dạng sóng mong muốn.

Thông thường bộ lọc IIR với đáp ứng xung h(n) có dạng:

$$h(n) = \sum_{i=1}^{M} a_i h(n-i) + \sum_{i=0}^{L} b_i \delta(n-i)$$

hay khai triển:

$$h_n = a_1 h_{n-1} + a_2 h_{n-2} + \cdots + a_M h_{n-M} + b_0 \delta_n + b_1 \delta_{n-1} + \cdots + b_{n-L}$$

Dùng phương pháp trong ví dụ 3.4.7 có thể thấy phương trình vòng chập được rút ra như sau:

CHƯƠNG 3: CÁC HỆ THỐNG THỜI GIAN RỜI RẠC

3.4. Bộ lọc FIR và IIR

$$y(n) = \sum_{i=1}^{M} a_i y(n-i) + \sum_{i=0}^{L} b_i x(n-i)$$

hay viết rõ ràng

$$y_n = a_1 y_{n-1} + a_2 y_{n-2} + \cdots + a_M y_{n-M} + b_0 x_n + b_1 x_{n-1} + \cdots + b_L x_{n-L}$$

CHƯƠNG 3: CÁC HỆ THỐNG THỜI GIAN RỜI RẠC

3.5. Tính nhân quả và ổn định

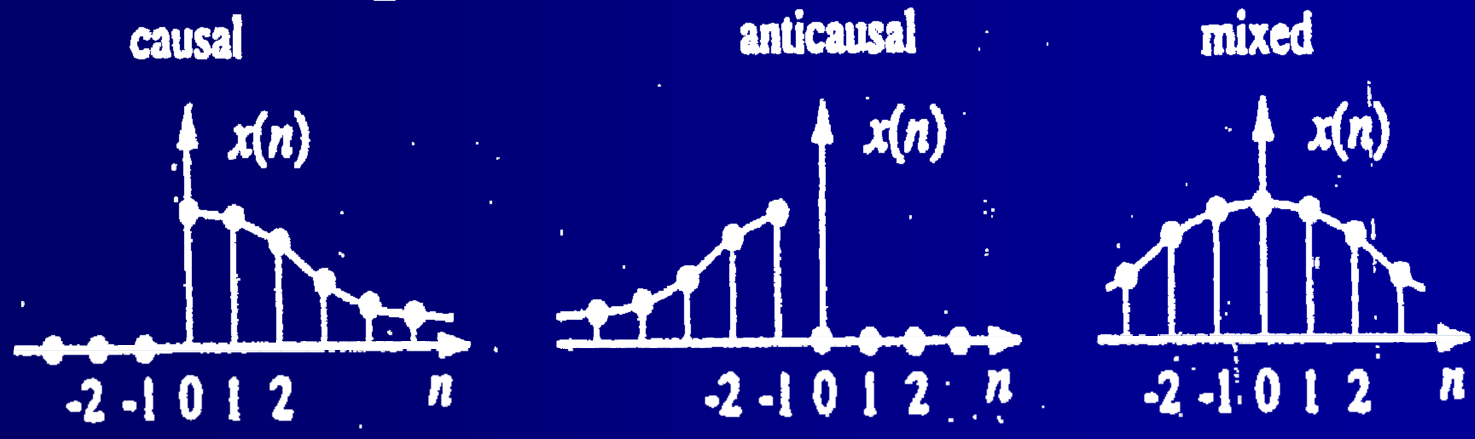
Giống như tính hiệu tương tự, tín hiệu số cũng được phân loại thành tính hiệu nhân quả, không nhân quả và tính hiệu trung gian, giống như hình 3.5.1.

Một tín hiệu nhân quả (*causual*) là tín hiệu chỉ tồn tại khi $n \geq 0$ và triệt tiêu với các giá trị $n \leq -1$. Tín hiệu nhân quả là loại tín hiệu phổ biến nhất bởi vì đó là tín hiệu thường phát ra trong các phòng thí nghiệm hoặc khi mở máy phát nguồn tín hiệu.

Một tín hiệu không nhân quả là tín hiệu chỉ tồn tại khi $n \leq -1$ và triệt tiêu khi $n \geq 0$. Tín hiệu trung gian là tín hiệu tồn tại cả trong hai miền thời gian nói trên.

CHƯƠNG 3: CÁC HỆ THỐNG THỜI GIAN RỜI RẠC

3.5. Tính nhân quả và ổn định



Hình 3.5.1 Tín hiệu nhân quả, không nhân quả và hai phía

Các hệ thống LTI cũng có thể phân loại theo tính chất nhân quả dựa vào đáp ứng xung h(n) nhân quả, không nhân quả hay là tín hiệu hai phía. Đối với tín hiệu hai phía, trên toàn dải $-\infty < n < +\infty$, phương trình chập vòng có thể viết như sau:

CHƯƠNG 3: CÁC HỆ THỐNG THỜI GIAN RỜI RẠC

3.5. Tính nhân quả và ổn định

$$y(n) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} h(m)x(n-m)$$

Như vậy các hệ thống có thể thực hiện trong thời gian thực, và có thể viết lại như sau:

$$y_n = \cdots + h_{-2}x_{n+2} + h_{-1}x_{n+1} + h_0 x_n + h_1 x_{n-1} + h_2 x_{n-2} + \cdots$$

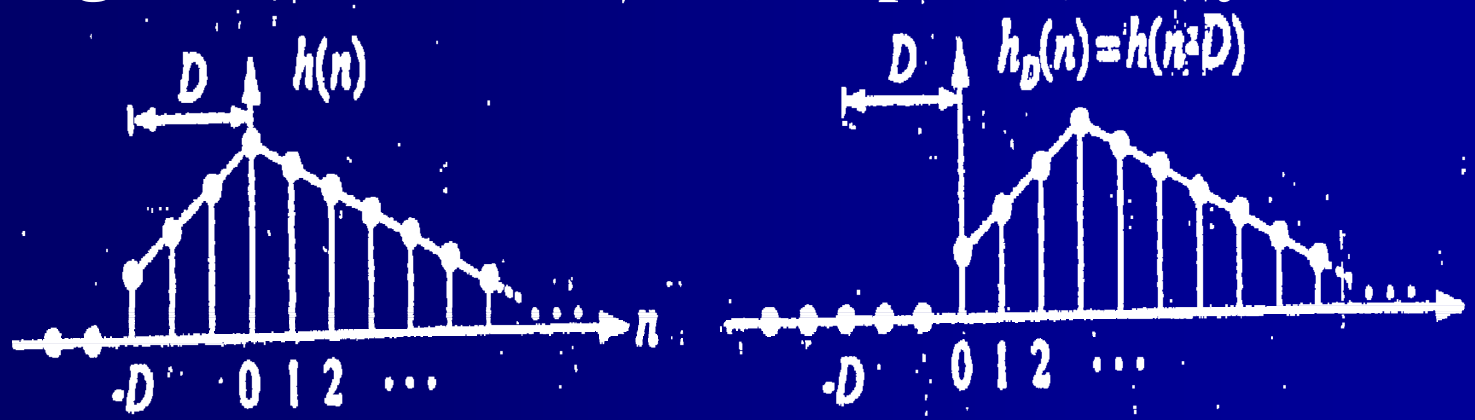
như vậy việc tính ngõ ra y(n) tại thời điểm n cần phải biết các mẫu tương lai x(n+1), x(n+2), ... , nhưng thực tế chưa xuất hiện để xử lý.

Bộ lọc chèn và làm trơn FIR phụ thuộc vào các bộ lọc hai phía trong đó không chỉ có phần không nhân quả hữu hạn mà còn có khoảng thời gian không nhân quả hữu hạn – D ≤ n ≤ D

CHƯƠNG 3: CÁC HỆ THỐNG THỜI GIAN RỜI RẠC

3.5. Tính nhân quả và ổn định

Như các bộ lọc trình bày trog hình 3.5.2. Thông thường phần nhân quả của h(n) có thể hữu hạn hay vô hạn. Phương trình I/O (3.5.1) thuộc lớp bộ lọc này.



Hình 3.5.2 Bộ lọc không nhân quả hữu hạn và dạng nhân quả của nó.

CHƯƠNG 3: CÁC HỆ THỐNG THỜI GIAN RỜI RẠC

3.5. Tính nhân quả và ổn định

$$y(n) = \sum_{m=-D}^{\infty} h(m)x(n-m) \qquad (3.5.2)$$

Một kỹ thuật chuẩn để giải quyết bộ lọc này là cho nó nhân quả bằng cách làm trễ thời gian D, đó là

$$\mathbf{h_D(n) = h(n - D)}$$

Như trình bày trong hình 3.5.2, toán tử này dịch h(n) sang vế phải D đơn vị làm cho nó nhân quả. Phương trình bộ lọc I/O cho bộ lọc nhân quả $h_D(n)$ sẽ là:

$$y_D(n) = \sum_{m-0}^{\infty} h_D(m)x(n-m) \qquad (3.5.3)$$

CHƯƠNG 3: CÁC HỆ THỐNG THỜI GIAN RỜI RẠC

3.5. Tính nhân quả và ổn định

Và có thể thực hiện trong thời gian thực. Kết quả có thể rút ra $y_D(n)$ dễ dàng bằng cách làm trễ y(n) trong phương trình (3.5.2) như sau: $y_D(n) = y(n - D)$

Ví dụ 3.5.1: Xét bộ lọc làm trơn 5-tap của ví dụ 3.1.7 có hệ số lọc h(n) = 1/5 trong $-2 \leq n \leq 2$. Phương trình chập vòng I/O tương ứng như sau:

$$y(n) = \sum_{m=-2}^{2} h(m)x(n-m) = \frac{1}{5}\sum_{m=-2}^{2} x(n-m)$$

$$= \frac{1}{5}\left[x(n+2) + x(n+1) + x(n) + x(n-1) + x(n-2)\right]$$

CHƯƠNG 3: CÁC HỆ THỐNG THỜI GIAN RỜI RẠC

3.5. Tính nhân quả và ổn định

Nó được gọi là trung bình hay làm trơn bởi vì tại mỗi thời điểm n, giá trị x(n) được thay thế bởi trung bình của nó với hai giá trị trước và sau nó. Vì thế nó là bằng phẳng bớt các thay đổi bất thường từ mẫu sang mẫu.

Nó có phần không nhân quả có khoảng thời gian D = 2 và có thể làm cho nhân quả bằng cách làm trễ hai đơn vị, kết quả là:

$$y_2(n) = y(n-2) = \frac{1}{5}\left[x(n) + x(n-1) + x(n-2) + x(n-3) + x(n-4)\right]$$

Ngoài tính chất nhân quả hệ thống LTI có thể phân loại thành các tính chất ổn định.

CHƯƠNG 3: CÁC HỆ THỐNG THỜI GIAN RỜI RẠC

3.5. Tính nhân quả và ổn định

Một hệ thống LTI ổn định là một hệ thống mà toàn bộ đáp ứng xung h(n) tiến về 0 khi n -> ±∞, cho nên ngõ ra y(n) của hệ thống sẽ không bao giờ phân kỳ, nó tồn tại một cận $|y(n)| \le B$ nếu đầu vào bị giới hạn $|x(n)| \le A$. Đó là hệ thống ổn định nếu đầu vào có giới hạn và tạo ra đầu ra cũng có giới hạn.

Điều kiện cần và đủ để hệ thống LTI ổn định đó là đáp ứng xung thỏa:

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} |h(n)| < \infty \qquad \text{điều kiện ổn định} \qquad (3.5.4)$$

CHƯƠNG 3: CÁC HỆ THỐNG THỜI GIAN RỜI RẠC

3.5. Tính nhân quả và ổn định

Ví dụ 3.5.2: Xét bốn mẫu sau :

a) $h(n) = (0.5)^n u(n)$ ổn định và nhân quả

b) $h(n) = -(0.5)^n u(-n-1)$ không ổn định và không nhân quả

c) $h(n) = -(0.5)^n u(-n-1)$ không ổn định và nhân quả

d) $h(n) = -(0.5)^n u(-n-1)$ ổn định và không nhân quả

Có hai trường hợp nhân quả, sự tồn tại của bước đơn vị u(n) là cho h(n) sẽ khác không chỉ khi $n \geq 0$, trong khi đó trong trường hợp phi nhân quả do có $u(-n-1)$ làm cho h(n) khác không khi $n \leq -1$. Ví dụ đầu tiên là có khuynh hướng giảm theo hàm mũ khi $n \to \infty$. D thứ hai phân kỳ khi $n \to -\infty$. Thật vậy do n âm nến có thế viết $n = -|n|$ và

CHƯƠNG 3: CÁC HỆ THỐNG THỜI GIAN RỜI RẠC

3.5. Tính nhân quả và ổn định

$$h(n) = -(0.5)^n u(-n-1) = -(0.5)^{-|n|} u(-n-1) = -2^{|n|} u(-n-1)$$

như vậy nó sẽ tăng lên với các giá trị lớn n âm. Ví dụ thứ ba tăng khi n –> ∞ và ví dụ thứ tư tăng khi n –> -∞. Nó có thể rút ra từ:

$$h(n) = -2^n u(-n-1) = -2^{-|n|} u(-n-1) = -(0.5)^{|n|} u(-n-1)$$